



Тема 3. Відсотки. Пропорції

1. Відсотки. Знаходження відсотка за числом. Знаходження числа за відсотком

Відсотки - це спосіб вираження числа як частки від 100. Слово "відсоток" походить від латинського "per centum", що означає "на сотню".

Означення. Один відсоток (1%) дорівнює одній частині від 100. Тобто, 1% це $\frac{1}{100}$ у вигляді звичайного дробу або 0,01 у десятковому вигляді.

Способи перетворення дробів у відсотки:

1. Перетворення десяткового дробу у відсотки: щоб перетворити десятковий дріб у відсоток, перемножте десятковий дріб на 100 і додайте символ відсотка (%).
- Приклад: перетворення 0,75 у відсотки: $0,75 \cdot 100 = 75\%$.
2. Перетворення звичайного дробу у відсотки: щоб перетворити звичайний дріб у відсоток, спочатку перетворіть дріб у десятковий дріб, а потім у відсоток.
- Приклад: перетворення $\frac{3}{4}$ у відсотки: $\frac{3}{4} = 0,75$, а $0,75 \cdot 100 = 75\%$.

Розрахунок відсотків:

1. Знаходження відсотка від числа: щоб знайти відсоток від числа, потрібно даний відсоток помножити на дане число.
Знайдемо 30% від 150. Перш за все, перетворимо 30% у десятковий дріб: $30 \div 100 = 0,3$. Потім помножимо: $150 \cdot 0,3 = 45$. Таким чином, 30% від 150 становить 45.
2. Знаходження числа за відомим відсотком: щоб знайти число за даним відсотком, потрібно дане число поділити на даний відсоток.
Якщо 50 є 25% від загальної суми, яка ж тоді ця загальна сума? Спершу перетворимо 25% у десятковий дріб: $25 \div 100 = 0,25$. Потім розділимо 50 на 0,25, отримуючи $50 \div 0,25 = 200$. Отже, загальна сума становить 200.

Застосування відсотків

1. Знижки: часто використовуються у магазинах для показу, на скільки знизилася ціна товару.
- Приклад: якщо товар коштує 100 гривень і на нього діє знижка 10%, то знижка складає $100 \cdot 10\% = 100 \cdot 0,10 = 10$ гривень, і нова ціна буде 90 гривень.
2. Процентні ставки: використовуються в банках для розрахунку відсотків за кредитами та депозитами.
- Приклад: якщо ви покладете 1000 гривень в банк під 5% річних, через рік ви отримаєте $1000 \cdot 5\% = 1000 \cdot 0,05 = 50$ гривень як відсотки.
3. Збільшення/Зменшення на відсоток: використовується для розрахунку збільшення або зменшення кількості на певний відсоток.
- Приклад: якщо вартість товару зросла з 200 до 250 гривень, то на скільки відсотків зросла ціна? Початкова зміна - 50 гривень, тому відсоток зростання $\frac{50}{200} \cdot 100 = 25\%$.

2. Відношення. Пропорції

Відношення в математиці - це спосіб вираження взаємозв'язку між двома числами або кількостями. Воно показує, скільки разів одне число міститься в іншому або яка частина одного числа становить друге.

Відношення між двома числами a та b можна записати як $a : b$ чи $\frac{a}{b}$. Наприклад, відношення 3 до 4 можна записати як 3:4 або $\frac{3}{4}$.

Якщо два відношення рівні, вони утворюють *пропорцію*. Наприклад, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ є пропорцією, оскільки обидва відношення еквівалентні.

Приклади задач

1. Якщо 60 грн мають бути розділені між двома особами у відношенні 3:2, скільки грошей отримає кожна особа? Розв'язання: нехай коефіцієнт пропорційності буде x . Тоді маємо рівняння: $3x + 2x = 60$. $5x = 60$, $x = 60 \div 5 = 12$. Отже, кожна частина відношення становить 12 грн. Таким чином, перша особа отримає $3 \cdot 12 = 36$ грн, а друга - $2 \cdot 12 = 24$ грн.
2. Якщо рецепт вимагає 2 склянки борошна та 3 склянки цукру, яке відношення борошна до цукру? Відношення борошна до цукру є 2:3.

Основна властивість пропорції - це ключове правило, яке використовується при роботі з пропорціями. Пропорція - це рівність двох відношень. Основна властивість пропорції стверджує, що в пропорції добуток зовнішніх членів дорівнює добутку внутрішніх членів. Це можна виразити в такому форматі:

$$a : b = c : d \Rightarrow a \times d = b \times c.$$

Або

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c.$$

Тут a і d є зовнішніми членами, тоді як b і c - внутрішніми.

Приклад використання основної властивості пропорції

Основна властивість пропорції часто використовується для розв'язування задач, де потрібно знайти невідомий член пропорції. Наприклад, якщо нам потрібно знайти x у пропорції $\frac{x}{4} = \frac{6}{8}$, ми можемо використати основну властивість:

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} &= \frac{6}{8} \\ 8 \cdot x &= 6 \cdot 4 \\ x &= 24 \div 8 \\ x &= 3.\end{aligned}$$

Отже, x дорівнює 3.