



Тема 2. Звичайні дроби. Десяткові дроби. Дії над дробами

1.1 Дріб. Звичайні дроби, десяткові дроби

Уявімо, що у вас є піца, і ви хочете поділити її на рівні частини. Кожна частина цієї піци - це дріб. Дріб - це спосіб показати частину цілого. Він складається з двох чисел, розділених горизонтальною лінією. Число зверху - це чисельник, яке показує, скільки частин ми взяли. Число знизу - це знаменник, яке говорить нам, на скільки частин поділене ціле. Наприклад, якщо у нас є піца, розділена на 4 частини, і ми беремо одну частину, то це буде записано як $\frac{1}{4}$ - одна частина з чотирьох.

Типи дробів:

1. Звичайний правильний дріб

Правильний дріб - це коли чисельник менший за знаменник. Значення правильного дробу завжди менший за одиницю.

Наприклад, $\frac{2}{3}$ - правильний дріб, тому що 2 менше за 3. Це коли у нас є піца, розділена на 3 частини, і ми беремо лише дві з них.

2. Звичайний неправильний дріб

Неправильний дріб - це коли чисельник більший за знаменник або дорівнює йому. Дріб, у якому чисельник і знаменник однаковий, дорівнює одиниці, наприклад, $\frac{4}{4} = \frac{7}{7} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1} = 1$.

Наприклад, $\frac{5}{3}$ - неправильний дріб, оскільки 5 більше за 3.

3. Десятковий дріб

Десятковий дріб - це інший спосіб запису дробів. Замість дробової лінії ми використовуємо десяткову кому. При цьому значення дробу міняється. Заміна риски дробу на кому не утворює значення дробів!

Наприклад, $\frac{1}{2}$ можна записати як 0,5. Тут половина стає 0,5. Про те, як перетворити десятковий дріб на звичайний і навпаки, розглянемо пізніше.

4. Мішані числа

Мішані числа – це комбінація цілого числа і звичайного дробу. Наприклад, $5\frac{2}{3}$ (п'ять цілих дві третіх).

5. Нескінченні десяткові дроби

Нескінченні десяткові дроби - це дроби, у яких десяткове розширення (частина після десяткової коми) продовжується нескінченно.

Нескінченні десяткові дроби діляться на дві категорії:

1. Нескінченні періодичні десяткові дроби:

Це такі дроби, у яких після певної точки починається повторюваний набір цифр. Наприклад, дріб $\frac{1}{3}$ в десятковому вигляді дорівнює $0,3333\dots$, де цифра "3" повторюється нескінченно.

2. Нескінченні неперіодичні десяткові дроби:

Це дроби, у яких десяткові знаки продовжуються нескінченно. Хороший приклад - число π (пі), яке дорівнює приблизно $3,14159\dots$ із неперіодичним продовженням десяткових знаків. Такі дроби не можуть бути точно представлені у вигляді звичайних дробів і вони є ірраціональними числами.

Будь-яке число можна записати у вигляді звичайного дробу. Для цього потрібно дане число записати у чисельник новоутвореного дробу, а у знаменнику поставити одиницю. Наприклад, $2 = \frac{2}{1}$, $4,6 = \frac{4,6}{1}$.

Для того, щоб зі звичайного дробу отримати десятковий дріб, можна виконати звичайне ділення в стовпчик. І навпаки, щоб з десяткового дробу отримати звичайний

Основна Властивість Дробу

Основна властивість дробу говорить нам, що якщо ми помножимо або поділимо чисельник і знаменник на одне і те ж число, відмінне від нуля, значення дробу не зміниться.

Наприклад, візьмемо дріб $\frac{2}{3}$. Якщо ми помножимо чисельник і знаменник на 2, ми отримаємо $\frac{4}{6}$. Обидва ці дроби дорівнюють одному ж і тому значенню.

Відповідно потрібно згадати про скоротні і нескоротні дроби:

Означення. Нескоротний дріб - це дріб, чисельник і знаменник якого є взаємно простими числами. Це означає, що чисельник і знаменник не мають спільних дільників, окрім 1. Іншими словами, дріб не може бути далі скорочений або спрощений.

Наприклад, $\frac{3}{4}$: тут 3 і 4 є взаємно простими числами, оскільки вони не мають спільних дільників, крім 1.

Означення. Скоротний дріб - це дріб, чисельник і знаменник якого мають спільні дільники, окрім 1. Такий дріб можна спростити, поділивши чисельник і знаменник на їхній найбільший спільний дільник (НСД). Наприклад, дріб $\frac{8}{12}$ є скоротним, оскільки обидва числа мають спільні дільники (наприклад, 2 або 4). Після скорочення на їх НСД (4), ми отримаємо $\frac{2}{3}$, який вже є нескоротним дробом.

1.2 Дії над звичайними дробами

1. Додавання та віднімання дробів

- Коли знаменники однакові:

- Покроково:

1. Знаменник залишається той самий.
2. Додайте або відніміть чисельники.

- Приклад: $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$. Тут знаменники однакові (4), тому ми просто додаємо чисельники: $3 + 1 = 4$. Результат: $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

- Коли знаменники різні:

- Покроково:

1. Знайдіть спільний знаменник (найменше спільне кратне знаменників).
2. Помножте кожен чисельник на частку отриману від ділення нового спільного знаменника на початковий знаменник.
3. Додайте або відніміть чисельники.

- Приклад: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$. Спільний знаменник тут 15. Зводимо спочатку дроби до спільного знаменника, а потім додаємо нові чисельники: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5}{15} + \frac{2 \cdot 3}{15} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$.

2. Множення дробів

- Покроково:

1. Помножте чисельники дробів разом.
2. Помножте знаменники дробів разом.

- Приклад: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. Тут ми множимо чисельники: $2 \cdot 4 = 8$ та знаменники: $3 \cdot 5 = 15$.
Результат: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$.

3. Ділення дробів

- Покроково:

1. Переверніть другий дріб (оберніть чисельник і знаменник місцями).
2. Помножте перший дріб на обернений другий дріб.

- Приклад: $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$

Спочатку перевертаємо другий дріб, отримуючи $\frac{6}{5}$. Тепер множимо перший дріб на обернений другий: $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}$. Множимо чисельники і знаменники: $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{20}$, що можна скоротити до $\frac{9}{10}$ (поділили чисельник і знаменник на 2).

4. Скорочення дробів

Щоб скоротити дріб, потрібно знайти найбільший спільний дільник (НСД) чисельника і знаменника, а потім поділити обидва числа на цей НСД.

- Приклад: розглянемо дріб $\frac{18}{20}$. $\text{НСД}(18, 20) = 2$. Ділимо обидва числа на 2: $\frac{18}{20} = \frac{9}{10}$.

1.3 Дії над десятковими дробами

1. Додавання та віднімання десяткових дробів

Ці операції виконуються подібно до додавання та віднімання звичайних чисел, але важливо правильно розташувати десяткові коми.

- Покроково:

1. Запишіть числа одне під одним так, щоб десяткові коми були точно одна під одною.
2. Додайте або відніміть числа, як зазвичай.
3. Поставте десяткову кому у відповідь так, щоб вона була під десятковими комами в числах, які ви додавали або віднімали.

2. Множення десяткових дробів

При множенні десяткових дробів спочатку ігноруємо десяткові коми і множимо числа, як цілі. Потім у результаті поставте десяткову кому так, щоб кількість цифр після коми в сумі була рівна загальній кількості цифр після коми в множниках.

- Приклад: $2,5 \cdot 3,4$. Множимо як 25 і 34, отримуючи 850. У множниках загалом дві цифри після коми, тому в результаті теж має бути дві: $8,50 = 8,5$.

3. Ділення десяткових дробів

Ділимо наступним чином:

- Покроково:

1. На десяткове число ділити не можна! Але десяткове число ділити можна. Якщо у вас перший випадок, то спочатку перетворіть ділене та дільник так, щоб дільник став цілим числом. Для цього "зсуньте" десяткову кому в дільнику і діленому на однакову кількість знаків вправо до тих пір, поки дільник не стане цілим числом.
2. Виконайте ділення як з цілими числами.
3. Поставте десяткову кому у відповідь на відповідне місце згідно з правилами звичайного множення.

- Приклад: розглянемо ділення $12,3 \div 0,4$.

1. Перетворюємо обидва числа так, щоб 0,4 став цілим числом. Для цього переміщуємо десяткові коми в обох числах на одну позицію вправо, отримуючи $123 \div 4$.
2. Тепер ділимо 123 на 4 (можна в стовпчик), що дорівнює 30,75.

Важливо пам'ятати!

Щоб перетворити звичайний дріб на десятковий, достатньо виконати ділення чисельника на знаменника в стовпчик (зверніть увагу, що не завжди дріб буде у результаті скінченим). Щоб перетворити з десяткового дробу в звичайний, потрібно записати його як мішане число так як той дріб читається: 3,4 – три цілих чотири десятих - $3 \frac{4}{10}$.