БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

И. К. СИРОТИНА

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВУЗОВ

Минск
2014

А в т о р
И. К. Сиротина
старший преподаватель кафедры информационных технологий
гуманитарного факультета Белорусского государственного университета

Р е ц е н з е н т
А. И. Марченко
кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей математики и информатики
Института предпринимательской деятельности

Сиротина, И. К. Тематические тесты по высшей математике / И. К. Сиротина. – Минск, 2014. – 127 с.

Пособие представляет собой сборник апробированныхтематических тестов по высшей математике. Адресуется студентам специальности «Менеджмент» гуманитарного факультета БГУ. Может быть использовано в процессе изучения высшей математики студентами других специальностей.

Iryna Sirotina.Thematic tests in higher mathematics
Manual is a collection of proven test case in higher mathematics.
Addressed to students in "Management" humanitarian BSU. Can be used in the process of studying higher mathematics students in other majors.

ВВЕДЕНИЕ

Пособие представляет собой сборник апробированных тематических тестов по высшей математике: линейной и векторной алгебре; аналитической геометрии; дифференциальному исчислению;интегральному исчислению;дифференциальным уравнениям; рядам.

Тесты пособия позволяют проверитьоперативные теоретические знания студентов и определить уровень их практических умений и навыков. С этой целью в сборник включено 15 теоретических тестаи 28 практических тестов двух уровней сложности, что дает возможностьосуществлять внутреннюю дифференциацию обучения.

Поскольку сборник содержит экономические приложения производной и интегралов, то тесты сориентированы,прежде всего, на обучение студентов экономических специальностей вузов. Однако это не означает, что они не могут быть использованы при обучении высшей математике студентов всех других специальностей.

Перед каждым заданием (или перед группой заданий) приведена инструкция по его выполнению.Так, например, если перед заданием записано «*Укажите правильный вариант ответа*», то, выполнив это задание, из приведенных ниже вариантов ответов необходимо выбрать только один правильный. Если записано «*Укажите все варианты правильных ответов*», то среди приведенных ниже вариантов ответов может оказаться правильным или только один, или несколько, или все варианты ответов могут быть правильными.Если перед заданием записано «*Установите соответствие*», то приведено два (или три) столбца информации. Информацию первого столбца следует соотнести с информацией второго столбца (или двух других столбцов). При этом второй столбец (или два других) чаще всего содержит избыточную информацию.Если перед заданием записано «*Установите правильный порядок действий*», то приведенную ниже информацию необходимо расположить в правильной последовательности.Если перед заданием записано «*Укажите все необходимые действия*», то приведенный ниже алгоритм может содержать как избыточную, так и ложную информацию.Задания открытой формы не содержат вариантов ответов. Перед такими заданиями записано «*Дополните*».

Поясним сказанное, рассмотрев несколько примеров решения тестовых заданий.

Укажите правильный вариант ответа:

Пример 1. Количество целых чисел, принадлежащих промежутку убывания функции $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x+11$, равно

Варианты ответов: 1) 6; 2) 5; 3) 4; 4) 7; 5) 0.

Решение. Найдем производную функции:

$$y'=\left(\frac{1}{3}x^3\right)'+\left(2x^2\right)'-\left(5x\right)'+11',$$

$$y'=\frac{1}{3}\cdot 3x^2+2\cdot 2x-5+0=x^2+4x-5.$$

Найдем промежуток убывания функции, решая неравенство $x^2+4x-5<0$.Получим: $x\in(-5;1)$.

Запишем целые числа, принадлежащие данному промежутку:

–4; –3; –2; –1; 0.

Так как промежутку убывания функции принадлежит 5 целых чисел, то правильный вариант ответа: 2) 5.

Ответ следует записать так: 2.

Укажите правильный вариант ответа:

Пример 2. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^{n+1}}$ сходится, то найдите a_1+a_3, а если ряд расходится, то найдите a_2+a_1

Варианты ответов: 1) $\frac{7}{27}$; 2) $\frac{31}{81}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{2}{9}$; 5) 3.

Решение. Исследуем данный ряд на сходимость, применяя признак Даламбера.Запишем:

$$a_n=\frac{n^2}{3^{n+1}},\ a_{n+1}=\frac{(n+1)^2}{3^{n+2}},\ \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+1)^2\cdot 3^{n+1}}{3^{n+2}\cdot n^2}=\frac{1}{3}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2,$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{3}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2=\frac{1}{3}\left(\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^2=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}<1.$$

Поскольку ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^{n+1}}$ сходится, то найдем сумму первого и третьего членов этого ряда: $a_1 + a_3 = \frac{1}{3^2} + \frac{3^2}{3^4} = \frac{2}{9}$.

Правильный вариант ответа: 4) $\frac{2}{9}$.

Ответ записывают так: 4.

Укажите все правильные варианты ответов:

Пример 3. Несобственным интегралом называют:

1) определенный интеграл, у которого хотя бы один из его пределов бесконечен;
2) определенный интеграл, у которого оба его предела бесконечны;
3) определенный интеграл от неограниченной функции;
4) неопределенный интеграл от ограниченной функции.

Решение. Несобственными называют интегралы, у которых хотя бы один из пределов равен бесконечности и интегралы от неограниченных функций. Следовательно, правильными являются первый, второй и третий варианты ответов.

Ответ записывают так: 1; 2; 3.

Укажите все правильные варианты ответов:

Пример 4. Если основная матрица системы линейных уравнений вырождена, то система уравнений:1) имеет одно решение;2) не имеет решений;3) имеет бесконечное множество решений;4) может иметь как одно, так и несколько решений;5) может не иметь решений, либо иметь бесконечное множество решений.

Решение. Если матрица, составленная из коэффициентов при переменных системы линейных уравнений, вырождена, то такая система уравнений может не иметь вовсе решений, либо иметь бесконечно много решений. Приведенные варианты ответов содержат только один правильный ответ.

Ответ: 5.

Установите соответствие:

Пример 5.Действия с матрицами $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$:

ДЕЙСТВИЕ РЕЗУЛЬТАТ

1) $A+B$;

2) $3A-2B$;

3) $A\cdot B$;

4) $B\cdot A$.

а) $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$;

е) не существует.

Решение. Выполним действия с матрицами:

1) $A+B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+4 & 0+1 \\ 2-1 & -1+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$;

2) $3A-2B=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3-8 & 0-2 \\ 6+2 & -3-0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$;

3) $A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\cdot 4+0\cdot(-1) & 1\cdot 1+0\cdot 0 \\ 2\cdot 4+(-1)\cdot(-1) & 2\cdot 1+(-1)\cdot 0 \end{pmatrix}$,

$A\cdot B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$;

4) $B\cdot A=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4\cdot 1+1\cdot 2 & 4\cdot 0+1\cdot(-1) \\ -1\cdot 1+0\cdot 2 & -1\cdot 0+0\cdot(-1) \end{pmatrix}$,

$B\cdot A=\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ следует записать так: 1 – в, 2 – а, 3 – д, 5 – б.

Установите соответствие:

Пример 6. Согласованность матриц

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix},\ A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \text{ и } C=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix}:$$

МАТРИЦА	ЕЕ РАЗМЕРЫ	СОГЛАСОВАНА С МАТРИЦЕЙ

1) A;	а) 3×2;	ж) C;
2) B;	б) 6×1;	з) A;
3) C.	в) 3×3;	и) и A, и B;
	г) 3×5;	к) и B, и C;
	д) 2×3.	л) и A, и C.

Решение. Если матрица содержит nстрок и mстолбцов, то говорят, что она имеет размеры $n\times m$. Тогда:

матрицаA имеет размеры 2×3;

матрица B имеет размеры 3×3;

матрица C имеет размеры 3×2.

Одна матрица согласована с другой, если количество столбцов первой матрицы равно количеству строк второй. Тогда:

матрицаA согласована как с матрицей B, так и с матрицей C;

матрица B согласована с матрицей C;

матрица C согласована с матрицей A.

Ответ записывают так: 1 – д – к; 2 – в – ж; 3 – а – з.

Установите правильный порядок действий:

Пример 7.Чтобы найти производную функции $y = f(x)^{g(x)}$, необходимо в правильном порядке выполнить следующие действия: 1) $y' = \left(g(x)\ln f(x)\right)' \cdot y$; 2) $\ln y = g(x)\ln f(x)$; 3) $\ln y = \ln f(x)^{g(x)}$; 4) $(\ln y)' = \left(g(x)\ln f(x)\right)'$.

Решение. Чтобы найти производную показательно-степенной функции необходимо:

1) прологарифмировать обе части уравнения $y = f(x)^{g(x)}$, т. е. записать: $\ln y = \ln f(x)^{g(x)}$;

2) согласно свойству логарифмов $\log_a x^n = n\log_a x$ записать: $\ln y = g(x)\ln f(x)$;

3) найти производную левой и правой части последнего уравнения: $(\ln y)' = \left(g(x)\ln f(x)\right)'$, $\dfrac{y'}{y} = \left(g(x)\ln f(x)\right)'$;

4) выразить явно y'.

Ответ следует записать так: 3; 2; 4; 1.

Укажите все необходимые действия:

Пример 8.Чтобы найти критические точки функции $z = f(x; y)$, необходимо:

1) найти частные производные первого порядка функции $z = f(x; y)$;

2) найти частные производные второго порядка функции $z = f(x; y)$;

3) найти критические точки функции, решая систему уравнений $z'_x = 0$, $z'_y = 0$;

4) найти критические точки функции, решая систему уравнений $z''_{xx} = 0$, $z''_{yy} = 0$;

5) найти значения вторых производных в критической точке $M_0(x_0; y_0)$: $z''_{xx}\big|_{M_0} = A$, $z''_{xy}\big|_{M_0} = B$, $z''_{yy}\big|_{M_0} = C$;

6) найти определитель $\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$;

7) найти определитель $\Delta = \begin{vmatrix} B & A \\ B & C \end{vmatrix}$;

8) если $\Delta > 0$, то записать: экстремум в точке $M_0(x_0; y_0)$ есть;

9) если $\Delta < 0$, то записать: экстремума в точке $M_0(x_0; y_0)$ нет.

Решение. Чтобы найти критические точки функции двух переменных, необходимо: найти частные производные первого порядка функции $z = f(x; y)$ и решить систему уравнений $z'_x = 0$, $z'_y = 0$. Приведенный алгоритм содержит как избыточную информацию (варианты ответов 2, 5, 6, 8 и 9), так и ложную информацию (варианты ответов 4, 7).

Ответ следует записать так: 1; 3.

Дополните:

Пример 9. Сумма модулей всех значений переменных, которые образуют решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x - 3y + z = -5, \\ x + y - 2z = 5, \\ 3x - y - z = 2, \end{cases}$

равна_____.

Решение. Найдем решение данной системы уравнений по формулам Крамера: $x=\dfrac{|A_x|}{|A|}$, $y=\dfrac{|A_y|}{|A|}$, $z=\dfrac{|A_z|}{|A|}$,

где $|A|$ – определитель основной матрицы системы;

$|A_x|$, $|A_y|$ и $|A_z|$ – определители, полученные в результате замены первого, второго и третьего соответственно столбцов определителя матрицыA столбцом свободных членов.

Вычислим определители:

1) $|A|=\begin{vmatrix}2 & -3 & 1\\ 1 & 1 & -2\\ 3 & -1 & -1\end{vmatrix}=2\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ -1 & -1\end{vmatrix}+3\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & -1\end{vmatrix}=5$;

2) $|A_x|=\begin{vmatrix}-5 & -3 & 1\\ 5 & 1 & -2\\ 2 & -1 & -1\end{vmatrix}=-5\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ -1 & -1\end{vmatrix}+3\cdot\begin{vmatrix}5 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}=5$;

3) $|A_y|=\begin{vmatrix}2 & -5 & 1\\ 1 & 5 & -2\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}=2\cdot\begin{vmatrix}5 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}+5\cdot\begin{vmatrix}1 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 5\\ 3 & 2\end{vmatrix}=10$;

4) $|A_z|=\begin{vmatrix}2 & -3 & -5\\ 1 & 1 & 5\\ 3 & -1 & 2\end{vmatrix}=2\cdot\begin{vmatrix}1 & 5\\ -1 & 2\end{vmatrix}+3\cdot\begin{vmatrix}1 & 5\\ 3 & 2\end{vmatrix}-5\cdot\begin{vmatrix}1 & 1\\ 3 & -1\end{vmatrix}=-5$.

Найдем значения переменных:

$$x=\frac{5}{5}=1,\ y=\frac{10}{5}=2,\ z=\frac{-5}{5}=-1.$$

Найдем сумму модулей значений переменных:

$$|x|+|y|+|z|=1+2+1=3.$$

Ответ: 3.

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Структура тестов

1. Матрица. Виды матриц.
2. Линейные действия с матрицами.
3. Произведение матриц.
5. Числовые характеристики матриц.
6. Ранг матрицы.
7. Обратная матрица.

Тест 1.1 для проверки теоретических знаний по теме «Матрицы и определители»

Укажите все варианты правильных ответов (1 – 2):

1. Матрица размеров $n \times m$ имеет вид:

1) $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nm} \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} a & a & \cdots & a \\ a & a & \dots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a & a & \cdots & a \end{pmatrix}$; 4) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{vmatrix}$; 5) $\begin{Vmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nm} \end{Vmatrix}$.

2. Матрицы A и B равны, если:

1) количества элементов матриц A и B совпадают;
2) размеры матриц A и B совпадают;
3) все соответствующие элементы матриц A и B равны;
4) определители матриц A и B равны;
5) матрицы A и B симметричные.

Установите соответствие (3 – 7):

3. Виды матриц:

МАТРИЦА ПРИМЕР

1) строка; а) $\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix}$;

2) диагональная; б) $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$;

3) нулевая; в) $\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix}$;

4) третьего порядка. г) $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$;

д) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$;

е) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

4. Виды матриц:

МАТРИЦА ПРИМЕР

1) единичная; а) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

2) треугольная; б) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}$;

3) квазитреугольная. в) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$;

г) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

д) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

5.Линейные действия с матрицами:

ОПЕРАЦИЯ	ДЕЙСТВИЕ
1) сложение матриц;	а) умножение всех элементов матрицы на число;
2) вычитание матриц;	б) умножение одной из строк матрицы на число;
3) умножение матрицы на число.	в) сложение соответствующих элементов матриц;
	г) вычитание соответствующих элементов матриц;
	д) умножение одного из столбцов матрицы на число.

6. Свойства линейных действий над матрицами: A, B и C – матрицы одинаковых размеров; O – нулевая матрица; α и β – любые действительные числа:

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $(A+B)+C$;	а) $B+A$;
2) $A+(-A)$;	б) $A+(B+C)$;
3) $A+B$;	в) $\alpha A+\alpha B$;
4) $\alpha(A+B)$;	г) $\alpha A+\beta A$;
5) $(\alpha+\beta)A$.	д) $\alpha\beta A$;
	е) O;
	ж) $2A$.

7. Согласованность матриц:

ВИД СОГЛАСОВАННОСТИ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) матрицаB согласована с матрицей A;	а) количество строк матрицыA равно количеству столбцов матрицы B;
2) матрицаA согласована с матрицей B;	б) количество столбцов матрицыB равно количеству строк матрицы A;

3) матрицы A и B взаимно согласованы.	в) матрицы A и B имеют одинаковый порядок; г) количество строк матрицы B равно количеству строк матрицы A; д) количество столбцов матрицы A равно количеству строк матрицы B.

Укажите все правильные варианты ответов:

8. Свойства произведения матриц(матрицы A, B и C – согласованы):

1) $AB = BA$;2) $ABC = B(AC)$;3) $ABC = (AB)C$;

4) если $A = X$, то $AB = XB$;5) если $A = X$, то $AB = BX$.

Установите соответствие:

9. Определитель матрицы:

МАТРИЦА	ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ
1) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$;	а) $a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33}+a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31}+ +a_{21}\cdot a_{32}\cdot a_{13}-a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31}- -a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32}-a_{21}\cdot a_{12}\cdot a_{33}$;
2) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$;	б) $a_{12}\cdot A_{12}+a_{22}\cdot A_{22}+ +a_{32}\cdot A_{32}+a_{42}\cdot A_{42}$;
3) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$.	в) $a_{11}\cdot A_{11}+a_{22}\cdot A_{22}+ +a_{33}\cdot A_{33}+a_{44}\cdot A_{44}$;
	г) $a_{11}\cdot a_{22}-a_{12}\cdot a_{21}$;
	д) $a_{12}\cdot a_{21}-a_{11}\cdot a_{22}$.

Укажите все правильные варианты ответов (10 – 16):

10. Свойства определителей:

1) определитель матрицы равен нулю, если все элементы какой-либо ее строки (столбца) равны нулю;

2) определитель не изменится, если к элементам некоторой строки (столбца) матрицы прибавить соответствующие элементы другой ее строки (столбца), умноженные на любое число;

3) определитель не изменится, если транспонировать матрицу;

4) при перестановке двух строк (столбцов) матрицы определитель поменяет знак;

5) определитель диагональной матрицы равен произведению всех ее диагональных элементов.

11. Минором элемента a_{ij} матрицы A называют:

1) определитель матрицы A, у которого отсутствует i-я строка и j-й столбец;

2) определитель матрицы A, у которого отсутствует j-я строка и i-й столбец;

3) матрица A, у которой отсутствует i-я строка и j-й столбец;

4) матрицы A, у которой отсутствует j-я строка и i-й столбец;

5) определитель матрицы A.

12. Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы A находят по формуле:

1) $A_{ij} = (-1)^{i-j} M_{ij}$; 2) $A_{ij} = -M_{ij}$; 3) $A_{ij} = (-1)^{ij} M_{ij}$;

4) $A_{ji} = (-1)^{i+j} M_{ji}$; 5) $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

13. Рангом матрицы называют:

1) определитель матрицы;

2) наибольший порядок отличных от нуля ее миноров;

3) наименьший порядок отличных от нуля ее миноров;

4) минор наибольшего порядка;

5) наибольший порядок из равных нулю ее миноров.

14. Если матрица вырождена, то:

1) ее определитель равен нулю;

2) ее определитель отрицателен;

3) она симметрична;

4) она не имеет обратной матрицы;

5) ее ранг равен нулю.

15. Верными являются утверждения о ранге матрицы:

1) ранг матрицы равен нулю, только в том случае, если матрица нулевая;

2) если ранг квадратной матрицы равен ее порядку, то матрица вырожденная;

3) ранг матрицы выражается целым числом, заключенным между нулем и наименьшим из чисел m и n, где m – количество строк матрицы, а n – количество ее столбцов;

4) ранг транспонированной матрицы равен рангу исходной матрицы;

5) если вычеркнуть из матрицы строку, все элементы которой равны нулю или приписать к ней такую строку, то ранг матрицы изменится.

16. Если матрица A^{-1} является обратной к матрице

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

то верно, что:

1) $A^{-1}A=AA^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;2) $A^{-1}A=AA^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1}=\dfrac{1}{A}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$;4) $A^{-1}=\dfrac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$;

5) $A^{-1}=\dfrac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$.

Установите соответствие:

17. Решение матричных уравнений:

УРАВНЕНИЕ	РЕШЕНИЕ
1) $AX=B$;	а) $X=A^{-1}B$;
2) $XA=B$.	б) $X=A^{T}B$;
	в) $X=BA^{-1}$;
	г) $X=B^{-1}A$.

Тест 1.2 для проверки умений и навыков по теме «Матрицы и определители»

Установите соответствие (1 – 8):

1. Согласованность матриц

$$B=\begin{pmatrix}5&5&3\\0&1&4\\8&7&2\end{pmatrix},\ A=\begin{bmatrix}3&1&2\\-3&-1&-2\end{bmatrix} \text{ и } C=\begin{bmatrix}2&3\\4&1\\0&-5\end{bmatrix}:$$

МАТРИЦА	ЕЕ РАЗМЕР	СОГЛАСОВАНА С МАТРИЦЕЙ
1) A;	а) 3×2;	ж) C;
2) B;	б) 6×1;	з) A;
3) C.	в) 3×3;	и) и A, и B;
	г) 3×5;	к) и B, и C;
	д) 2×3.	л) и A, и C.

2. Транспонирование матриц:

МАТРИЦА	ТРАНСПОНИРОВАННАЯ МАТРИЦА
1) $\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}$;	а) $\begin{bmatrix}1&5&-2\\4&3&3\\0&1&-1\end{bmatrix}$;
2) $\begin{bmatrix}1&4&0\\5&3&1\\-2&3&-1\end{bmatrix}$;	б) $\begin{bmatrix}5&3&4\\-2&1&4\\13&5&8\\2&0&1\end{bmatrix}$;
3) $\begin{bmatrix}4&3&5\\4&1&-2\\8&5&13\\1&0&2\end{bmatrix}$.	в) $\begin{bmatrix}2&3\\1&4\end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix}1&4\\2&3\end{bmatrix}$;

д) $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & 5 & 0 \\ 5 & -2 & 13 & 2 \end{bmatrix}$.

3.Действия с матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 8 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}:$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $A + C$;	а) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$;
2) $2B - A$;	б) $\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$;
3) $2C + 3B$.	в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \\ -6 & 20 \end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 10 & -4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$;
	д) $\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 28 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

4.Действия с матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ и } D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}:$$

ДЕЙСТВИЕ РЕЗУЛЬТАТ

1) $B \cdot A$;

2) $D \cdot A$;

3) $2A \cdot B$.

а) $\begin{bmatrix} 68 & 2 \\ 18 & 6 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$;

б) $\begin{bmatrix} 8 & 3 & 11 \\ 14 & 12 & 17 \end{bmatrix}$;

в) $\begin{bmatrix} 68 & 2 \\ 34 & -6 \end{bmatrix}$;

г) $\begin{bmatrix} 34 & 1 \\ 17 & -3 \end{bmatrix}$;

д) $\begin{bmatrix} 16 & 12 & 20 \\ 8 & 3 & 11 \\ 10 & 9 & 12 \end{bmatrix}$.

5. Числовые характеристики матриц:

МАТРИЦА	ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ	РАНГ
1) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$;	а) 0;	е) 0;
2) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$;	б) – 60;	ж) 3;
3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \end{bmatrix}$.	в) – 20;	з) 2;
	г) – 18;	и) 4;
	д) 60.	к) 1.

6. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$:

МИНОР	ЗНАЧЕНИЕ
1) M_{21};	а) –9;
2) M_{32};	б) 10;

3) M_{33};

4) M_{13}.

в) –20;

г) –5;

д) 11;

е) 9.

7. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$:

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ	ЗНАЧЕНИЕ
1) A_{13};	а) –1;
2) A_{32};	б) –4;
3) A_{31};	в) –6;
4) A_{21}.	г) 2;
	д) 1;
	е) 0.

Укажите правильный вариант ответа:

8. Если матрица A имеет вид $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, то значение выражения $M_{13} \cdot M_{21} + 2A_{11} \cdot A_{23}$ равно

Варианты ответов: 1) 8; 2) – 4; 3) 3; 4) – 10; 5) 100.

Установите соответствие (9 – 10)*:*

9. Нахождение матрицы, обратной данной:

МАТРИЦА	ОБРАТНАЯ ЕЙ МАТРИЦА
1) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$;	а) $\begin{bmatrix} 1 & -0,25 \\ -0,5 & 0,25 \end{bmatrix}$;
2) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.	б) $\begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$;

в) $\begin{bmatrix} 1 & -0{,}8 & -2{,}2 \\ 0 & 0{,}2 & -0{,}2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

г) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

10. Действия с матрицей $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$:

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $-A^T$;	а) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$;
2) A^{-1};	б) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$;
3) A^2.	в) $\begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 \\ -0{,}4 & 0{,}6 \end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$;
	д) $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$.

Тест 1.3 для проверки умений и навыков по теме «Матрицы и определители»

Установите соответствие $(1-3)$:

1. Действия с матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 6 & 8 \\ 4 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 1 & -2 & 3 & 6 \\ 7 & 5 & 1 & 4 \end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 3 & 8 & 4\\ -3 & 5 & 6 & 8\\ 7 & 4 & 3 & 6\end{bmatrix} \text{ и } D=\begin{bmatrix}4 & 3 & 8 & -6\\ -7 & 10 & 12 & 7\\ 6 & 8 & 10 & 3\end{bmatrix}:$$

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $(2A+3C-D)^T$;	а) $\begin{bmatrix}4 & 11 & 20 & 18\\ 2 & 6 & 18 & 28\\ 25 & 21 & 8 & 16\end{bmatrix}$;
2) $2(A+B)-(A-C)$.	б) $\begin{bmatrix}4 & 2 & 25\\ 11 & 6 & 21\\ 20 & 18 & 8\\ 18 & 28 & 16\end{bmatrix}$;
	в) $\begin{bmatrix}1 & 4 & 23\\ 10 & 15 & 18\\ 24 & 18 & 5\\ 14 & 33 & 19\end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix}1 & 10 & 24 & 14\\ 4 & 15 & 18 & 33\\ 23 & 18 & 5 & 19\end{bmatrix}$.

2. Действия с матрицами $C=\begin{bmatrix}4 & 10 & 8\\ 3 & 6 & -7\end{bmatrix}$ и $D=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 5 & 1\end{bmatrix}$:

ДЕЙСТВИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $C\cdot 2D$;	а) $\begin{bmatrix}16 & 9\\ 25 & 1\end{bmatrix}$;
2) $-4D\cdot(-3C)$;	б) $\begin{bmatrix}31 & 15\\ 25 & 16\end{bmatrix}$;
3) $E^2\cdot D^2$.	в) $\begin{bmatrix}25 & 28 & 11\\ 23 & 56 & 33\end{bmatrix}$;
	г) $\begin{bmatrix}300 & 696 & 132\\ 276 & 672 & 396\end{bmatrix}$;
	д) не существует.

3. Числовые характеристики матриц:

МАТРИЦА	ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ
1) $\begin{bmatrix} 3 & 16 & 8 \\ 5 & 10 & 13 \\ 6 & 7 & 5 \end{bmatrix}^T$;	а) – 5250;
2) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \end{bmatrix}$.	б) 0;
	в) 1;
	г) 525.

Укажите правильный вариант ответа(4 – 8):

4. Если известно, что $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,то определитель матрицы $C = 2A \cdot B^T$ равен

Варианты ответов: 1) 216; 2) – 3756; 3) 138; 4) 108; 5) 32.

5. Если известно, что $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$,то разность определителей матриц C и D, при условии, что $C = A \cdot B$, а $D = B \cdot A$, равна

Варианты ответов: 1) 148; 2) 0; 3) 138; 4) – 108; 5) 35.

6. Если определитель матрицы $A = \begin{bmatrix} x & 2+x & 3 \\ 8 & 5 & 1 \\ 1-x & 3 & 4 \end{bmatrix}$ равен -11, то положительное значение x равно

Варианты ответов: 1) 4; 2) 8; 3) 2; 4) 6; 5) 13.

7.Наименьшее неотрицательное решение уравнения

$$\begin{vmatrix} \sin x & 1 & \cos x \\ 0 & 1 & \sin x \\ 0 & 0 & -\cos x \end{vmatrix} = 0$$

равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) π; 4) $\frac{3\pi}{2}$; 5) 0.

8. Если известно, что $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$, а $B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$, то решение уравнения $AX=B$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $\begin{bmatrix}0{,}6 & -0{,}2\\ 0{,}6 & -0{,}2\end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix}0{,}2 & 0{,}2\\ -0{,}4 & 0{,}6\end{bmatrix}$; 3) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$;
4) $\begin{bmatrix}0{,}6 & 0{,}6\\ -0{,}2 & -0{,}2\end{bmatrix}$; 5) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$.

Дополните (9 – 10):

9. Если известно, что $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ и $XA=B$, то сумма элементов первой строки матрицы X равна _____.

10. Если известно, что матрица A имеет вид

$$A=\begin{bmatrix}4 & 8 & 0 & 0\\ 1 & 3 & 5 & -2\\ 8 & 7 & 1 & 0\\ 3 & 9 & 15 & -6\end{bmatrix},$$

то значение выражения $\operatorname{rank}A\left(A_{23}\cdot M_{34}-M_{13}^{2}+A_{43}\right)$ равно _____.

2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Структура тестов

1. Основные понятия и определения.
2. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
3. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Исследование систем линейных уравнений.

Тест 2.1 для проверки теоретических знаний по теме «Системы линейных уравнений»

Установите соответствие (1 – 2):

1.Характеристики системы линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}:$$

ХАРАКТЕРИСТИКА	ПРИМЕР
1) коэффициенты при переменных уравнений системы;	а) $\tilde{A} = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$;
2) свободные члены уравнений системы;	б) $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$;
3) основная матрица системы;	в) $X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \ldots & x_n \end{bmatrix}^T$;
4) расширенная матрица системы;	г) $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$;

5) искомая матрица системы.	д) $B = [b_1 \quad b_2 \quad \ldots \quad b_n]^T$;
	е) b_i , где $i = 1, 2, \ldots, m$;
	ж) a_{ij} , где $i = 1, 2, \ldots, m$;
	$j = 1, 2, \ldots, n$.

2.Основные понятия и определения:

СИСТЕМА	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) определенная;	а) свободные члены всех ее уравнений равны нулю;
2) неопределенная;	б) хотя бы один из свободных членов уравнений системы равен нулю;
3) совместная;	в) система имеет хотя бы одно решение;
4) несовместная;	г) система имеет более одного решения;
5) однородная.	д) решением системы являетсяупорядоченная совокупность чисел, при подстановке которых в систему каждое из ее уравнений обращается в верное равенство;
	е) система не имеет ни одного решения;
	ж) системаимеет два решения.

Укажите все необходимые действия (3 – 5):

3.Чтобы решить систему линейных уравнений матричным методом, необходимо:

1) записать основную матрицу *A* системы;
2) записать матрицу-столбец *X*, состоящую из переменных уравнений системы;
3) записать матрицу *B*, состоящую из столбца свободных членов;
4) записать расширенную матрицу системы;
5) найти определитель основной матрицы системы;
6) найти матрицу, обратную матрице *A*;
7) найти матрицу *X*, умножив матрицу*B* на матрицу A^{-1};
8) найтиматрицу *X*, умножив матрицу A^{-1} на матрицу *B*.

4. Чтобы решить систему линейных уравнений, содержащих *n* переменных, методом Крамера, необходимо:

1) найти определитель $|A|$ основной матрицы системы;

2) найти определители $|A_i|$ ($i=\overline{1,n}$), полученные в результате замены *i*-го столбца определителя $|A|$ столбцом свободных членов системы;

3) найти определители $|A_i|$ ($i=\overline{1,n}$), полученные в результате замены *i*-ой строки определителя $|A|$ столбцом свободных членов системы;

4) найти значения переменных уравнений системы по формулам $x_i=\dfrac{|A|}{|A_i|}$;

5) найти значения переменных уравнений системы по формулам $x_i=\dfrac{|A_i|}{|A|}$.

5. Чтобы решить систему линейных уравнений методом Гаусса, необходимо:

1) составить основную матрицу системы;

2) составить расширенную матрицу системы;

3) с помощью элементарных преобразований привести основную матрицу системы к треугольному виду;

4) с помощью элементарных преобразований привести расширенную матрицу системы к трапециевидному виду;

5) на основе полученной треугольной матрицы составить и решить систему линейных уравнений;

6) на основе полученной трапециевидной матрицы составить и решить систему линейных уравнений.

Укажите все варианты правильных ответов:

6. Чтобы привести матрицу к треугольному виду, можно выполнять следующие элементарные преобразования этой матрицы:

1) умножать и делить ее любою строку на отличное от нуля число;

2) умножать и делить ее любой столбец на действительное число;

3) менять местами строки;
4) менять местами столбцы;
5) складывать и вычитать строки;
6) складывать и вычитать столбцы;
7) перемножать и делить строки;
8) перемножать и делить столбцы;
9) вычеркивать строки, все элементы в которых нули.

Установите соответствие:

7. Исследование систем линейных уравнений:

СИТЕМА	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) совместная;	а) ранг основной матрицы системы равен рангу ее расширенной матрицы;
2) не совместная.	б) ранг основной матрицы системы больше ранга ее расширенной матрицы;
	в) ранг основной матрицы системы не равен рангу ее расширенной матрицы;
	г) ранг расширенной матрицы системы больше ранга ее основной матрицы.

Тест 2.2 для проверки умений и навыков по теме «Системы линейных уравнений»

Укажите правильный вариант ответа $(1-10)$:

1. Если (x_0, y_0)– решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x+7y-1=0, \\ 5x-3y-13=0, \\ -8x-14y+2=0, \end{cases}$$

то значение выражения $x_0^{-2} + y_0^{-1}$ равно

Варианты ответов: 1) 1,25; 2) 1; 3) 20; 4) 0,5; 5) – 0,75.

2. Система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=5, \\ x_1+x_2-3x_3=7, \\ 5x_1-x_2+6x_3=1 \end{cases}$$

имеет следующее решение

Варианты ответов: 1) $x_1 = \frac{142}{63}$; $x_2 = -\frac{7}{9}$; $x_3 = -\frac{116}{63}$;

2) $x_1 = \frac{17}{63}$; $x_2 = \frac{172}{3}$; $x_3 = \frac{72}{163}$; 3) $x_1 = \frac{12}{61}$; $x_2 = \frac{437}{453}$; $x_3 = \frac{42}{35}$;

4) $x_1 = \frac{12}{5}$; $x_2 = \frac{143}{5}$; $x_3 = \frac{14}{5}$; 5) $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{4}{3}$; $x_3 = \frac{5}{3}$.

3. Сумма всех значений переменных, которые образуют решение системы уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3, \end{cases}$ равна

Варианты ответов: 1) $\frac{72}{633}$; 2) $\frac{39}{26}$; 3) $\frac{10}{13}$; 4) $-\frac{143}{23}$; 5) $-\frac{116}{63}$.

4. Если $(x_0; y_0; z_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0, \\ 2x + y - z = 2, \\ x + y - 4z = -7, \end{cases}$$

то значение x_0 равно

Варианты ответов: 1)5; 2)3; 3)1; 4) – 1; 5)0.

5. Если $(x_1; x_2; x_3)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 9, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 11, \end{cases}$$

то значение x_2 равно

Варианты ответов: 1) 0; 2) – 3; 3) – 51; 4) 1; 5) $\frac{5}{17}$.

6. Если $(x_0; y_0; z_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 11, \\ x - 3y + 5z = -11, \\ x + y - 4z = 11, \end{cases}$$

то значение z_0 равно

Варианты ответов: 1) 15; 2) – 11; 3) 0; 4) – 2; 5) 11.

7. Если $(x_0; y_0; z_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} x+3y+3z=2, \\ 2x+6y+6z=4, \\ -x+y+3z=0, \end{cases}$$

то значение выражения x_0+y_0 равно

Варианты ответов: 1) 0; 2) $\frac{4}{3}$; 3) 1; 4) 12; 5) $a+5$, где $a \in \mathrm{R}$.

8.Если $|A|$ – определитель основной матрицы системы уравнений

$$\begin{cases} 2x+y-3z=0, \\ x+2y-z=0, \\ 3x-y+4z=0, \end{cases}$$

а $(x_0; y_0; z_0)$ – ее решение, то значение выражения $|A|(x_0 y_0 z_0)$ равно

Варианты ответов: 1) 28; 2) 34; 3) 17; 4)– 14; 5) 0.

9.Если k – количество решений,а r_A – ранг основной матрицы сис-

темы уравнений $\begin{cases} 5x+4y-7z=3, \\ x+2y+3z=0, \\ 4x-3y+z=1, \end{cases}$

то значение выражения r_A^k равно

Варианты ответов: 1) 3; 2) 1; 3) 0; 4) 2; 5) 4.

10.Сумма модулей всех значений переменных, которые образуют решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3+x_4=7, \\ x_1-3x_2+5x_3-2x_4=4, \\ x_1+5x_2-x_3+2x_4=-2, \\ 5x_1+x_2+4x_3-5x_4=-7, \end{cases}$$

равна

Варианты ответов: 1) 2; 2) 8; 3) 28; 4) 4; 5) 0.

Тест 2.3 для проверки умений и навыков по теме «Системы линейных уравнений»

Установите соответствие (1 – 2):

1. Дана система уравнений $\begin{cases} 3x-4y+z=0, \\ 2x+y-3z-5=0, \\ x-2y+z=0. \end{cases}$

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ЗНАЧЕНИЯ
1) определитель основной матрицы системы;	а) 0;
2) количество решений системы.	б) 1;
	в) 2;
	г)3;
	д) бесконечное множество.

2. Дана система уравнений $\begin{cases} 3x-y=1, \\ 2x+y=5, \\ x-2y=0. \end{cases}$

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ЗНАЧЕНИЯ
1) ранг основной матрицы системы;	а) 0;
2) ранг расширенной матрицы системы;	б) 1;
3) количество решений системы.	в) 2;
	г) 3;
	д) бесконечное множество.

Укажите правильный вариант ответа:

3. Система уравнений $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=0, \\ -x_1+2x_2+4x_3+3x_4=0, \\ -5x_2+2x_4=0 \end{cases}$

1) имеет одно решение;
2) имеет бесконечно много решений;
3) не имеет решений.

Укажите все правильные варианты ответов:

4.Система уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 - 13x_3 - 13x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 11x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$

1) совместная;
2) не совместная;
3) определенная;
5) не определенная.

Укажите правильный вариант ответа(5 – 8):

5. Если r_A – ранг основной, а $r_{\tilde{A}}$ – ранг расширенной матрицы системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \end{cases}$$

то значение выражения $r_A r_{\tilde{A}}$ равно

Варианты ответов: 1) 12; 2) 2; 3) 16; 4) 9; 5) 1.

6. Если $(x_0; y_0; z_0)$ – решение, $r_{\tilde{A}}$ –ранг расширенной матрицы системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - 4z = 0, \\ x - 3y + 4z - 6 = 0, \\ 2x - 4y + 3z - 5 = 0, \end{cases}$

то результат вычисления выражения $\left(\dfrac{x_0 - y_0 - z_0}{r_{\tilde{A}}^2}\right)^{-1}$ равен

Варианты ответов: 1) 3; 2) 9; 3) –9; 4) 1,75; 5) 0.

7. Решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 14, \\ 2x_1 - 3x_3 = 7, \\ 2x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

имеет вид

Варианты ответов: 1) $x_1 = 14$, $x_2 = 0$, $x_3 = 7$;

2) $x_1 \in \mathrm{R}$, $x_2 \in \mathrm{R}$, $x_3 \in \mathrm{R}$; 3)Ø;

4) $x_1 = a$, $x_2 = a - 7$; $x_3 = 3a - 7$, где $a \in \mathrm{R}$;

5) $x_1 = 14 - 3a$, $x_2 = a$, $x_3 = 7 - 2a$, где $a \in \mathrm{R}$.

8. Решение системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

имеет вид

Варианты ответов: 1) $\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{1}{6}; 0\right)$; 2) $(1; -1; 1; 1)$;

3) $(5x_4; -7x_4; 5x_4; x_4)$, где $x_4 \in \mathrm{R}$; 4)Ø;

5) $\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}x_4; \frac{1}{6} - \frac{7}{6}x_4; \frac{1}{6} + \frac{5}{6}x_4; x_4\right)$, где $x_4 \in \mathrm{R}$.

Дополните (9 – 10):

9.Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 25, \\ 4x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - x_4 = -10, \end{cases}$$

топроизведение всех значений переменных, которые образуют ее решение, равно _____.

10. Если система линейных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 16, \end{cases}$$

то абсолютная величина суммы всех значений переменных, которые образуют ее решение, равна _____.

3. ВЕКТОРЫ

Структура тестов

1. Основные понятия и определения.
2. Линейные операции над векторами.
3. Линейная зависимость векторов.
4. Скалярное произведение векторов.
5. Векторное произведение векторов.
6. Смешанное произведение векторов.
7. Приложения векторов.

Тест 3.1 для проверки теоретических знаний по теме «Векторы»

Установите соответствие(1 – 2):

1. Основные понятия и определения:

ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ
1) вектор;	а) отрезок, начало и конец которого совпадают;
2) нуль-вектор;	б) направленный отрезок;
3) единичный вектор;	в) векторы, лежащие в параллельных плоскостях (или в одной плоскости);
4) коллинеарные векторы;	г) вектор, длина которого равна единице;
5) компланарные векторы.	д) векторы, лежащие на параллельных прямых (или на одной прямой);
	е) векторы, лежащие в пересекающихся плоскостях;
	ж) векторы, лежащие на перпендикулярных прямых.

2. Если точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ – концы отрезкаAB, то:

ХАРАКТЕРИСТИКА	ФОРМУЛА
1) координаты вектора $\overline{BA}$;	а) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$;
2) длина вектора $\overline{AB}$;	б) $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$;

3) координаты середины отрезка AB.

в) $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$;

г) $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$;

д) $\sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2}$

Укажите правильный вариант ответа:

3. Длину вектора $\overline{a}(a_1; a_2; a_3)$ находят по формуле:

1) $|\overline{a}| = \sqrt{a_1 a_2 a_3}$; 2) $|\overline{a}| = a_1 + a_2 + a_3$;

3) $|\overline{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2}$; 4) $|\overline{a}| = \sqrt{a_1{}^2 - a_2{}^2 - a_3{}^2}$;

5) $\overline{a} = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$.

Установите соответствие (4 – 6):

4. Линейные действия с векторами $\overline{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\overline{b}(b_1; b_2; b_3)$:

ДЕЙСТВИЕ

1) $\overline{a} + \overline{b}$;

2) $\overline{b} - \overline{a}$;

3) $k \cdot \overline{b}$.

РЕЗУЛЬТАТ

а) $a_1 + a_2 + a_3 + b_1 + b_2 + b_3$;

б) $k(b_1 + b_2 + b_3)$;

в) $(kb_1; kb_2; kb_3)$;

г) $(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$;

д) $(b_1 - a_1; b_2 - a_2; b_3 - a_3)$.

5. Разложение вектора $\overline{a}$ поортам:

РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА

1) $\overline{a} = \gamma\overline{i} + \beta\overline{j} + \alpha\overline{k}$;

2) $\overline{a} = \beta\overline{k} + \alpha\overline{j} - \gamma\overline{i}$;

3) $\overline{a} = \beta\overline{i} + \alpha\overline{j}$.

КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

а) $\overline{a}(\alpha; \beta)$;

б) $\overline{a}(\beta; \alpha; -\gamma)$;

в) $\overline{a}(\gamma; \beta; \alpha)$;

г) $\overline{a}(-\gamma; \alpha; \beta)$;

д) $\overline{a}(\beta; \alpha; 0)$.

6. Если выражение $\alpha_1\overline{a_1} + \alpha_2\overline{a_2} + ... + \alpha_m\overline{a_m} = \overline{b}$ – линейная комбинация n-мерных векторов $\overline{a_1}$, $\overline{a_2}$, …, $\overline{a_m}$, то:

ВЕКТОРЫ ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО БАЗИС

1) линейно зависимы;	а) $\bar{b}=\bar{0}$ и $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i^2=0$;	д) образуют;
2) линейно независимы.	б) $\bar{b}\neq\bar{0}$ и $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i^2=0$;	е) не образуют.
	в) $\bar{b}=\bar{0}$ и $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i^2\neq 0$;	
	г) $\bar{b}\neq\bar{0}$ и $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i^2\neq 0$.	

Укажите правильный вариант ответа:

7. Если векторы $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$, $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ и $\bar{c}(c_1;c_2;c_3)$ образуют базис, то:

1) $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}=0$; 2) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$; 3) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}^T>0$;

4) $a_1b_1c_1+a_2b_2c_2+a_3b_3c_3=0$;5) $a_1b_1c_1a_2b_2c_2a_3b_3c_3=0$.

Укажите все правильные варианты ответов(8 – 10)*:*

8. Если векторы $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$образуют угол равный α, то скалярное произведение этих векторов находят по формуле:

1) $\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\alpha$; 2) $\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|$;

3) $\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\sin\alpha$; 4) $\bar{a}\cdot\bar{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$;

5) $\bar{a}\cdot\bar{b}=(a_1b_1;a_2b_2;a_3b)_3$.

9.Величину α угла между векторами $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ находят по формуле:

1) $\cos\alpha=\dfrac{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}{\bar{a}\cdot\bar{b}}$; 2) $\cos\alpha=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$;

3) $\cos\alpha=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{(a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3^2)}}$;

4) $\sin\alpha = \dfrac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|}$; 5) $\sin\alpha = \dfrac{\overline{a}\times\overline{b}}{|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|}$.

10.Если векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ образуют угол α, то проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $\overline{b}$ находят по формуле:

1) $\text{пр}_{\overline{b}}\,\overline{a} = |\overline{a}|\cos\alpha$; 2) $\text{пр}_{\overline{b}}\,\overline{a} = |\overline{b}|\cos\alpha$;

3) $\text{пр}_{\overline{b}}\,\overline{a} = \dfrac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{b}|}$; 4) $\text{пр}_{\overline{b}}\,\overline{a} = \dfrac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{a}|}$; 5) $\text{пр}_{\overline{b}}\,\overline{a} = \dfrac{|\overline{a}\cdot\overline{b}|}{\overline{b}}$.

Установите соответствие (11 – 13):

11.Даны векторы $\overline{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\overline{b}(b_1; b_2; b_3)$:

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны;	а) $\overline{a}\cdot\overline{b} < 0$;
2) перпендикулярны;	б) $\overline{a}\cdot\overline{b} = 0$;
3) образуют острый угол;	в) $\overline{a}\cdot\overline{b} = 1$;
4) образуют тупой угол.	г) $\overline{a}\cdot\overline{b} > 0$;
	д) $a_1b_1 = a_2b_2 = a_3b_3$;
	е) $\dfrac{b_1}{a_1} = \dfrac{b_2}{a_2} = \dfrac{b_3}{a_3}$.

12.Умножение векторов

$$\overline{a}(a_1; a_2; a_3),\ \overline{b}(b_1; b_2; b_3) \text{ и } \overline{c}(c_1; c_2; c_3):$$

ПРОИЗВЕДЕНИЕ	ЗАПИСЬ	ФОРМУЛА
1) скалярное;	а) $|\overline{a}|\times|\overline{b}|\times|\overline{c}|$;	е) $b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3$;
2) векторное;	б) $\overline{a}\times\overline{b}$;	ж) $a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2 + a_3b_3c_3$;
3) смешанное.	в) $(\overline{c}, \overline{a}\times\overline{b})$;	з) $\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$;
	г) $|\overline{c}|\cdot|\overline{a}\times\overline{b}|$	и) $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$;

д) $\bar{c}\cdot\bar{b}$.

к) $\begin{vmatrix} \bar{c}_1 & \bar{c}_2 & \bar{c}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$.

13. Даны векторы $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$, $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ и $\bar{c}(c_1;c_2;c_3)$:

ЗАДАЧА	ОТВЕТ
1) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$, равна;	а) $\bar{a}\cdot\bar{b}$;
2) площадь грани пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}$ и $\bar{c}$, равна;	б) $\frac{1}{3}(\bar{c},\bar{a}\times\bar{b})$;
3) объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, равен;	в) $\frac{1}{6}\lvert(\bar{c},\bar{a}\times\bar{b})\rvert$;
4) объем пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, равен.	г) $\lvert(\bar{a},\bar{c}\times\bar{b})\rvert$;
	д) $\lvert\bar{a}\times\bar{c}\rvert$;
	е) $\lvert\bar{a}\times\bar{b}\rvert$;
	ж) $0{,}5\lvert\bar{a}\times\bar{c}\rvert$.

Укажите правильный вариант ответа:

14. Если векторы $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$, $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ и $\bar{c}(c_1;c_2;c_3)$ компланарны, то

1) $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}=0$; 2) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$; 3) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}^T\neq 0$;

4) $a_1b_1c_1+a_2b_2c_2+a_3b_3c_3=0$; 5) $a_1b_1c_1a_2b_2c_2a_3b_3c_3=0$.

Тест 3.2 для проверки умений и навыков по теме «Векторы»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Серединой отрезка AB, если $A(5;8;1)$ и $B(3;2;5)$, является точка с координатами

Варианты ответов:

1) $(5;4;0)$; 2) $(7;2;5)$; 3) $(4;5;3)$; 4) $(1;8;5)$; 5) $(8;2;5)$.

2. Длина вектора $\bar{b}(5;4;7)$ равна

Варианты ответов: 1) $3\sqrt{10}$; 2) 8; 3) $5\sqrt{10}$; 4) 12; 5) $5\sqrt{3}$.

3. Длина вектора $\overline{BC}$, если $B(1;4;0)$, а $C(3;5;1)$, равна

Варианты ответов: 1) $\sqrt{1{,}5}$; 2) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$; 4) $\sqrt{6}$; 5) 1.

4. Коллинеарными являются векторы $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$

Варианты ответов: 1) $\bar{a}(-1;-1;2)$ и $\bar{b}(1;2;3)$;

2) $\bar{a}(1;4;3)$ и $\bar{b}(0;1;2)$; 3) $\bar{a}(2;-4;0)$ и $\bar{b}(4;3;-2)$;

4) $\bar{a}(1;4;3)$ и $\bar{b}(4;-1;-3)$; 5) $\bar{a}(1;4;-2)$ и $\bar{b}(2;8;-4)$.

5. Скалярное произведение векторов $\bar{a} = 5\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{j} - 2\bar{i} + 3\bar{k}$ равно

Варианты ответов: 1) 2; 2) 6; 3) 1; 4) 3; 5) 10.

6. Косинус угла между векторами $\bar{a}(5;1;-2)$ и $\bar{b}(2;1;0)$ равен

Варианты ответов: 1) $\dfrac{11\sqrt{7}}{15}$; 2) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$; 3) $\dfrac{12\sqrt{7}}{5}$; 4) $3\sqrt{3}$; 5) $\dfrac{11}{5\sqrt{6}}$.

7. Проекция вектора $\bar{b}(2;1;0)$ на вектор $\bar{a}(5;1;-2)$ равна

Варианты ответов: 1) $\dfrac{11}{\sqrt{30}}$; 2) $\dfrac{11}{\sqrt{5}}$; 3) 5; 4) 30; 5) $11\sqrt{5}$.

8. Если векторы $\bar{a}(5;-4;1)$ и $\bar{b}(1;n;-5)$ перпендикулярны, то значение n равно

Варианты ответов: 1) 5; 2) 8; 3) 1; 4) 0; 5) 7.

9. Площадь треугольника с вершинами в точках $A(1;2;3)$; $B(3;1;4)$ и $C(2;3;4)$ равна

Варианты ответов: 1) $\frac{5}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{\sqrt{51}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{14}}{2}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\sqrt{23}$.

10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}(2;3;-1)$, $\bar{b}(1;4;2)$ и $\bar{c}(1;-2;0)$, равен

Варианты ответов: 1) 35; 2) 20; 3) 8; 4) 10; 5) 16.

Тест 3.3 для проверки умений и навыков по теме «Векторы»

Укажите правильный вариант ответа(1 – 7):

1. Если известно, что $\bar{a} = 5\bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = 4\bar{i} + 3\bar{j} + 5\bar{k}$, $\bar{c} = \bar{j} - 2\bar{k}$, то значение выражения $3|\bar{a}| + (|\bar{b}| - |\bar{c}|)$ равно

Варианты ответов: 1) $5\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{26} + 5\sqrt{2} - \sqrt{5}$;
3) $8\sqrt{26} + 5\sqrt{7} - \sqrt{5}$; 4) $15\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$; 5) $3\sqrt{7} - 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$.

2. Если точка $B(5;1;0)$ – середина отрезка AC, а точка A имеет координаты $(1;-2;3)$, то длина отрезка AC равна

Варианты ответов: 1) $\sqrt{181}$; 2) $5\sqrt{13}$; 3) $\sqrt{136}$; 4) $8\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{10}$.

3. Если вектор $\bar{a}(5;2;m)$ коллинеарен вектору $\bar{b}(10;n;8)$, то произведение чисел m и n равно

Варианты ответов: 1) 2; 2) 5; 3) 9; 4) 4; 5) 16.

4. Если точки $A(5;-n;2)$ и $B(6;3;n)$ – концы отрезка AB, длина которого равна 4, то положительное значение n равно

Варианты ответов: 1) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$; 2) $\frac{-4+\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$;
4) $\frac{7-\sqrt{5}}{8}$; 5) $\frac{-5+\sqrt{2}}{2}$.

5. Если точки $A(0;1;2)$, $B(2;3;4)$ и $C(-1;-2;-3)$ – вершины треугольника ABC, то косинус внутреннего угла этого треугольника при вершине B равен

Варианты ответов: 1) $0{,}5\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{0{,}4}$; 3) $\frac{15}{\sqrt{249}}$; 4) $\sqrt{51}$; 5) $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

6. Если векторы $\overline{a}(1;3;3)$, $\overline{b}(2;2;0)$ и $\overline{c}(x;5;x)$компланарны, то значение переменной *x* равно

Варианты ответов: 1) – 15; 2) 3; 3) 0; 4) 10; 5) 30.

7. Если векторы $\overline{a_1}(1;2;-1)$, $\overline{a_2}(3;6;1)$ и $\overline{a_3}(3;9;3)$образуют базис, то разложение вектора $\overline{b}(2;5;0)$по этому базису имеет вид

Варианты ответов: 1) $\overline{b} = 2\overline{a_1} + 5\overline{a_2}$; 2) $\overline{b} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \frac{1}{3}\overline{a_3}$;

3) $\overline{b} = 3\overline{a_1} - 3\overline{a_2} + 0{,}3\overline{a_3}$; 4) $\overline{b} = \overline{a_1} + \frac{1}{3}\overline{a_3}$; 5) не существует.

Установите соответствие:

8.Умножение векторов $\overline{a}(1;3;5)$, $\overline{b}(1;-2;3)$ и $\overline{c}(0;0;2)$:

ПРОИЗВЕДЕНИЕ	РЕЗУЛЬТАТ
1) $\overline{a}\cdot\overline{b}\times\overline{c}$;	а) – 10;
2) $\overline{a}\times\overline{c}$;	б) $2\overline{j} + 4\overline{i}$;
3) $\overline{c}\cdot\overline{a}$;	в) $5\overline{k} - 2\overline{j}$;
4) $\overline{c}\times\overline{b}$.	г) $6\overline{i} - 2\overline{j}$;
	д) 10;
	е) $2\overline{j} - 4\overline{i}$.

Дополните (9 – 10):

9. Если объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a}(3;2n;-2)$; $\overline{b}(1;4;n)$ и $\overline{c}(1;2;1)$, равен 10 и $|n| \le 2$, то значение выражения $\frac{n+3}{n^2}$ равно _____.

10. Если точки $A(2;0;4)$, $B(0;3;7)$, $C(0;0;6)$ и $D(n;3;5)$ являются вершинами пирамиды *ABCD*, а длина высоты, опущенной из точки *B*, равна $\frac{3}{\sqrt{19}}$, то произведение всех действительных значений *n* равно _____.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

4. ЛИНИИНА ПЛОСКОСТИ

Структура тестов

1. Задание прямой на плоскости.
2. Взаимное расположение прямых на плоскости.
3. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Тест 4.1 для проверки теоретических знаний по теме «Линии на плоскости»

Установите соответствие (1 – 2):

1. Уравнение прямой на плоскости:

СПОСОБ ЗАДАНИЯ	УРАВНЕНИЕ
1) общее уравнение прямой;	а) $y = kx + b$;
2) известна точка $M(x_0; y_0)$, принадлежащая прямой, и нормальный вектор прямой $\bar{n}(A; B)$;	б) $\dfrac{x + x_0}{m} = \dfrac{y + y_0}{n}$;
3) известна точка $M(x_0; y_0)$, принадлежащая этой прямой, и направляющий вектор прямой $\bar{l}(m; n)$.	в) $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n}$;
	г) $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$;
	д) $Ax + By + C = 0$;
	е) $Ax + By = 0$.

2. Уравнение прямой на плоскости:

СПОСОБ ЗАДАНИЯ	УРАВНЕНИЕ
1) известна точка $M(x_0; y_0)$, принадлежащая прямой, и угловой коэффициент k прямой;	а) $y = y_0 + k(x - x_0)$;

2) известны координаты точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, принадлежащих прямой;

3) известны отрезки, которые отсекает прямая на осях координат (a на оси Ox и b на оси Oy).

б) $y = y - k(x + x_0)$;

в) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$;

г) $\dfrac{x + x_1}{x_2 + x_1} = \dfrac{y + y_1}{y_2 + y_1}$;

д) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$;

е) $\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 1$.

Укажите правильный вариант ответа:

3. Расстояние от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$ находят по формуле:

1) $d = \left|\dfrac{Ax_0 + By_0 + C}{A^2 + B^2}\right|$; 2) $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$;

3) $d = \dfrac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$; 4) $d = \left|\dfrac{Ax_0 + By_0 + C}{A + B}\right|$;

5) $d = Ax_0 + By_0 + C$.

Установите соответствие(4 – 7):

4. Взаимное расположение на плоскости прямых $y_1 = k_1 x + b_1$ и $y_2 = k_2 x + b_2$:

ПРЯМЫЕ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельны;	а) $k_1 = k_2$ и $b_1 \neq b_2$;
2) перпендикулярны;	б) $k_1 = k_2$ и $b_1 = b_2$;
3) пересекаются под острым углом α;	в) $k_1 k_2 = -1$;
4) совпадают.	г) $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{k_2 - k_1}{1 - k_2 k_1}$;

д) $\operatorname{tg}\alpha = \left|\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_2 k_1}\right|$;

е) $k_1 k_2 < 1$.

5. Кривые второго порядка на плоскости:

ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ
1) эллипс;	а) геометрическое место точек, разности расстояний от которых до директрисы равны;
2) окружность;	б) геометрическое место точек, модули разностей расстояний от которых до фокусов равны;
3) парабола;	в) геометрическое место точек, равноудаленных от фокусов;
4) гипербола.	г) геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки, называемой центром;
	д) геометрическое место точек, равноудаленных от фокуса и директрисы;
	е) геометрическое место точек, суммы расстояний от которых до фокусов равны.

6. Кривые второго порядка на плоскости:

КРИВАЯ	КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ
1) окружность;	а) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$;
2) гипербола;	б) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$;
3) эллипс;	в) $\dfrac{a^2}{x^2} - \dfrac{b^2}{y^2} = 1$;
4) парабола.	г) $x^2 + y^2 = R^2$;
	д) $y = 2px$;
	е) $y^2 = 2px$.

7.Эллипс: *a*– большая полуось; *b*– меньшая полуось; 2*c*расстояние между фокусами:

ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОРМУЛА

1) эксцентриситет; а) $\varepsilon = \dfrac{c}{a}$;

2) фокусы. б) $\varepsilon = \dfrac{a}{c}$;

в) $(\pm c; 0)$, где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

г) $(\pm c; 0)$, где $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

8. Гипербола: a– действительная полуось; b– мнимая полуось; $2c$– расстояние между фокусами:

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ФОРМУЛА
1) асимптоты;	а) $\varepsilon = \dfrac{c}{a} < 1$;
2) эксцентриситет;	б) $\varepsilon = \dfrac{c}{a} > 1$;
3) фокусы.	в) $y = \pm \dfrac{bx}{a}$;
	г) $y = \pm \dfrac{ax}{b}$;
	д) $(\pm c; 0)$, где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;
	е) $(\pm c; 0)$, где $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

9. Парабола: ось OX – ось симметрии; p – расстояние от фокуса до директрисы:

ХАРАКТЕРИСТИКИ	ВИД
1) фокус;	а) $\left(\dfrac{p}{2}; 0\right)$;
2) директриса.	б) $(2p; 0)$;
	в) $x = -\dfrac{p}{2}$;
	г) $y = \dfrac{p}{2}$.

Тест 4.2 для проверки умений и навыков по теме «Линии на плоскости»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если прямая пересекает оси координат в точках $A(3;0)$ и $B(0;8)$, то ее уравнение с угловым коэффициентом имеет вид

Варианты ответов: 1) $\frac{x}{8}+\frac{y}{3}=1$; 2) $\frac{x}{3}+\frac{y}{8}=1$;

3) $y=-\frac{8}{3}x+8$; 4) $y=-8x+3$; 5) $8x+3y=8$.

2. Если прямая проходит через точки $A(1;-2)$ и $B(2;4)$, то уравнение этой прямой в общем виде записывают

Варианты ответов: 1) $y=6x-8$; 2) $y=6x+8$;

3) $x=\frac{y}{6}+\frac{4}{3}$; 4) $6x-y-8=0$; 5) $\frac{y+2}{6}=x-1$.

3.Если угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $M(1;-5)$, равен 5, то уравнение этой прямой в отрезках имеет вид

Варианты ответов: 1) $5x-y=10$; 2) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-10}=1$;

3) $\frac{x}{2}+\frac{y}{10}=1$; 4) $\frac{3x}{2}+\frac{y}{2}=-1$; 5) $3x+2+y=0$.

4. Даны прямые:

$y=3x+4$; (1) $y=5x+4$; (2)

$y=3x-8$; (3) $y=8-3x$; (4)

$2y=6x+10$. (5)

Параллельными являются прямые

Варианты ответов: 1) (1), (3) и (5); 2) (1) и (2); 3) (2) и (5);

4) (1), (3), (4) и (5); 5) (3) и (4).

5.順Даныпрямые:

$3x+5y+7=0$; (1) $3x-5y-7=0$; (2)

$10x+6y-5=0$; (3) $x+y=5$ (4)

Перпендикулярными являются прямые

Варианты ответов: 1) (1) и (2); 2) (1) и (3); 3) (2) и (3);

4) (3) и (4); 5) (2) и (4).

6. Сумма расстояний от точки $A(1;2)$ до прямых $8y=6x-5$ и $y=5$ равна

Варианты ответов: 1) 8; 2) 5; 3) 1,5; 4) 3,25; 5) 4,5.

7.Если уравнение окружности имеет вид $(x+9)^2+(y-6)^2=1$, то сумма координат точки, которая является ее центром, равна

Варианты ответов: 1) 3; 2) –3; 3) –15; 4) 15; 5) 0.

8. Если эллипс пересекает ось *Ox* в точках $A_1(2;0)$ и $A_2(-2;0)$, а ось *Oy* в точках $B_1(0;1)$ и $B_2(0;-1)$, то его фокусы находятся в точках

Варианты ответов: 1) $F_1(-\sqrt{3};0)$, $F_2(\sqrt{3};0)$;

2) $F_1(1;1)$, $F_2(2;2)$; 3) $F_1(2;1)$, $F_2(-2;-1)$;

4) $F_1(1;-1)$, $F_2(2;-2)$; 5) $F_1(0;-\sqrt{3})$, $F_2(0;\sqrt{3})$.

9. Если гипербола проходит через точки $A_1(-3;0)$ и $A_2(3;0)$, причем длина ее мнимой полуоси*b*в 2 раза меньше длины действительной полуоси*a*, то значение выражения $\dfrac{a^2+3b}{2b}$ равно

Варианты ответов: 1) 9; 2) 4; 3) 3,5; 4) 7,5; 5) 4,5.

10. Если уравнение параболы имеет вид $y^2=10x$, то ее фокус находится в точке, сумма координат которой, увеличенная в 2 раза, равна

Варианты ответов: 1) 2,5; 2) 5; 3)10; 4)20; 5)25.

Тест 4.3 для проверки умений и навыков по теме «Линии на плоскости»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 7):

1. Если расстояние от точки *M*с положительными координатами до прямой $3x+5y=5$ равно $\sqrt{34}$, то сумма координат точки *M*, при условии, что ее ордината в 2 раза больше абсциссы, равна

Варианты ответов: 1) 3; 2) 12; 3) 6; 4) 9; 5) 5.

2. Если прямая проходит через точку $A(1;-2)$ и параллельна прямой $2x+5y=5$, то она проходит и через точку

Варианты ответов: 1) $(-2;0{,}8)$; 2) $(2;-8)$; 3) $(-2;-0{,}8)$;

4) $(0;0)$; 5) $(-2;1)$.

3. Если прямая проходит через точку $A(1;-2)$ и перпендикулярна прямой $2x+5y=5$, то этой прямой принадлежит точка

Варианты ответов: 1) $(-2;5{,}5)$; 2) $(-2;-9{,}5)$; 3) $(-2;-0{,}8)$; 4) $(0;0)$; 5) $(-2;1)$.

4. Угол между прямыми $y=2x-1$ и $y=5x+4$ равен

Варианты ответов: 1) $\operatorname{arctg}\frac{11}{3}$; 2) $\operatorname{arcctg}\frac{3}{11}$; 3) $\arccos\frac{7}{11}$; 4) $\arcsin\frac{11}{\sqrt{130}}$; 5) $\arcsin\frac{3}{\sqrt{130}}$.

5. Если уравнение окружности имеет вид $x^2+y^2-2x-4y+1=0$,то произведение координат ее центра равно

Варианты ответов: 1) 2; 2) –2; 3) –8; 4) 8; 5) 2,25.

6. Если уравнение эллипса имеет вид $4x^2+y^2=16$, то его эксцентриситет равен

Варианты ответов: 1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$; 5) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

7. Если уравнение гиперболы имеет вид $y^2=4x^2-16$, то ее эксцентриситет равен

Варианты ответов: 1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; 4) $\frac{8}{3}$; 5) $\frac{9}{4}$.

Установите соответствие(8 – 10):

8. Уравнение эллипса:

УСЛОВИЕ	КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ
1) большая полуось эллипса с центром в точке $M(1;4)$ равна 2, а малая полуось равна 1;	а) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$;
2) эллипс с центром в точке $O(0;0)$ пересекает ось Oxв точках $A(-3;0)$ и $B(3;0)$, а ось Oy в точках $C(0;-4)$ и	б) $\frac{(x-1)^2}{4}+(y-4)^2=1$;

$D(0;4)$;

в) $(x+1)^2+(y+2)^2=4$;

г) $x^2+y^2=9$;

9. Уравнение гиперболы:

УСЛОВИЕ	УРАВНЕНИЕ
1) действительная ось равна 10, мнимая полуось равна 5;	а) $x^2-y^2=25$;
2) точка $F(5;0)$ – фокус, мнимая ось равна 6.	б) $x-y=5$;
	в) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$;
	г) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

10. Уравнение параболы:

УСЛОВИЕ	УРАВНЕНИЕ
1) директриса имеет вид $x=3$;	а) $x^2=4y$;
2) директриса имеет вид $y=-1$.	б) $-4x^2=y$;
	в) $y^2=-12x$;
	г) $x=6y^2$.

5. ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Структура тестов

1. Уравнения плоскости.
2. Уравнения прямойв пространстве.
3, Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
4. Взаимное расположение прямых в пространстве.
5. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
6. Расстояние от точки до прямой и плоскости.

Тест 5.1 для проверки теоретических знаний по теме «Плоскость и прямая в пространстве»

Установите соответствие (1 – 5):

1. Уравнение плоскости в пространстве:

СПОСОБ ЗАДАНИЯ	УРАВНЕНИЕ
1) известна точка $M(x_0;y_0;z_0)$, принадлежащая плоскости, и нормальный вектор плоскости $\bar{n}(A;B;C)$;	а) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$;
2)известно, что плоскость пересекает оси координат в точках $M_1(a;0;0)$, $M_2(0;b;0)$ и $M_3(0;0;c)$;	б) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix}=0$;
3) известны три точки $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ и $M_3(x_3;y_3;z_3)$, принадлежащие плоскости;	в) $\begin{vmatrix} x+x_1 & y+y_1 & z+z_1 \\ x_2+x_1 & y_2+y_1 & z_2+z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix}=0$
4) известно, что вектор $\bar{l}(m;n;p)$ параллелен плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1;y_1;z_1)$ и $M_2(x_2;y_2;z_2)$;	г) $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=0$;

5) общее уравнение плоскости с нормальным вектором $\overline{n}(A; B; C)$.

д) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$;

е) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$;

ж) $Ax+By+Cz=0$;

з) $Ax+By+Cz+D=0$.

2. Уравнение прямой в пространстве:

СПОСОБ ЗАДАНИЯ	УРАВНЕНИЕ
1) известен направляющий вектор прямой $\overline{l}(m; n; p)$ и точка $M(x_0; y_0; z_0)$, принадлежащая этой прямой;	а) $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z=0, \\ A_2x+B_2y+C_2z=0. \end{cases}$;
2) известно, что прямая проходит через точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$;	б) $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$;
3) общее уравнение прямой.	в) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$;
	г) $Ax+By+Cz+D=0$;
	д) $\frac{m}{x-x_0}=\frac{n}{y-y_0}=\frac{p}{z-z_0}$

3. Взаимное расположение в пространстве плоскостей $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ с нормальными векторами $\overline{n_1}$ и $\overline{n_2}$:

ПЛОСКОСТИ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельны;	а) $\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}=0$;
2) перпендикулярны;	б) $\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}\neq 0$;
3) образуют угол α.	в) $\cos\alpha=\frac{\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}}{\lvert\overline{n_1}\rvert\cdot\lvert\overline{n_2}\rvert}$;
	г) $\sin\alpha=\frac{\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}}{\lvert\overline{n_1}\rvert\cdot\lvert\overline{n_2}\rvert}$;

д) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$;

е) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.

4. Взаимное расположение в пространстве прямых, где $\overline{l_1}$ и $\overline{l_2}$ – направляющие, а $\overline{n_1}$ и $\overline{n_2}$ – нормальные векторы этих прямых:

ПРЯМЫЕ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельны;	а) $\overline{l_1} \parallel \overline{l_2}$ и не параллельны вектору $\overline{M_1M_2}$ (точки M_1 и M_2 принадлежат прямым);
2) перпендикулярны;	б) $\overline{l_1} \parallel \overline{l_2}$;
3) образуют угол α.	в) $\overline{l_1} \cdot \overline{l_2} = 0$;
	г) $\cos\alpha = \frac{\overline{l_1} \cdot \overline{l_2}}{\lvert\overline{l_1}\rvert \cdot \lvert\overline{l_2}\rvert}$;
	д) $\cos\alpha = \frac{\overline{n_1} \cdot \overline{n_2}}{\lvert\overline{n_1}\rvert \cdot \lvert\overline{n_2}\rvert}$;

5. Взаимное расположение прямой $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ и плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$:

ПРЯМАЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельна плоскости;	а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$;
2) перпендикулярна плоскости;	б) $ABC = lmn$;
3) образует с плоскостью угол α.	в) $Al + Bm + Cn = 0$;
	г) $\cos\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$;
	д) $\sin\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$.

Укажите правильный вариант ответа:

6.Расстояние от точки $M(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

с нормальным вектором $\overline{n}$ находят по формуле:

1) $d = \left| \dfrac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D} \right|$; 2) $d = \left| \dfrac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A + B + C} \right|$;

3) $d = \dfrac{|\overline{n}|}{Ax_0 + By_0 + Cz_0}$; 4) $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{|\overline{n}|}$.

Тест 5.2 для проверки умений и навыков по теме «Плоскость и прямая в пространстве»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1.Если точка $A(1; 4; 3)$ принадлежит плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

а вектор $\overline{n}(-5; 8; -1)$ – нормальный вектор этой плоскости, то значение D равно

Варианты ответов: 1) 0; 2) 14; 3) – 8; 4) – 24; 5) 24.

2.Если плоскость проходитчерез точки $A(1; 4; -2)$, $B(-2; 3; 5)$ и $C(1; 2; 0)$, то сумма координат нормального вектора этой плоскости равна

Варианты ответов: 1) 4; 2) 9; 3) 0; 4) – 4; 5) 17.

3. Если $\overline{n_1}(1; 2; 0)$ – нормальный вектор плоскости α, а $\overline{n_2}(1; 0; 3)$ – нормальный вектор плоскости β, то угол между этими плоскостями равен

Варианты ответов: 1) $\arccos\dfrac{4}{5}$; 2) $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{10}$; 3) $\arccos\dfrac{10}{\sqrt{2}}$; 4) $\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{10}$; 5) $\arccos\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

4.Расстояние от точки $M(1; 3; 1)$ до плоскости $3x + 5y - z + 2 = 0$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{\sqrt{19}}{3}$; 2) $\frac{2\sqrt{35}}{3}$; 3) $\frac{19\sqrt{35}}{35}$; 4) $\frac{\sqrt{35}}{19}$; 5) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

5. Плоскости $3x - y + nz = 5$ и $nx + 5y - 4z = 6$ перпендикулярны при условии, что значениеn равно

Варианты ответов: 1) – 2; 2) 1; 3) 0; 4) 4; 5) – 5.

6. Если прямая $\frac{x-5}{l} = \frac{y-4}{m} = \frac{z-3}{n}$ параллельна вектору $\overline{b} = 5\overline{j} + 2\overline{i} - 8\overline{k}$ и проходит через точку $M(5; 4; z_0)$, то значение выражения mz_0 равно

Варианты ответов: 1) 10; 2) 15; 3) –24; 4) 24; 5) –6.

7. Если прямая перпендикулярна векторам $\overline{a}(2; 3; 1)$ и $\overline{b}(3; 1; 2)$, то она параллельна вектору

Варианты ответов: 1) $\overline{c}(5; 4; 3)$; 2) $\overline{c}(6; 3; 2)$; 3) $\overline{c}(5; -1; -7)$; 4) $\overline{c}(-7; -1; 5)$; 5) $\overline{c}(1; -2; 1)$.

8. Уравнение прямой $\begin{cases} 5x + 4y - z = 7, \\ x - 0{,}5y + 1{,}5z = 0{,}5 \end{cases}$ в канонической форме имеет вид

Варианты ответов: 1) $\frac{x}{11} = \frac{y-2}{17} = \frac{z-1}{13}$;

2) $\frac{x}{11} = \frac{y+2}{17} = \frac{z+1}{13}$; 3) $\frac{x-11}{11} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{3}$;

4) $\frac{x-11}{1} = \frac{y-17}{2} = \frac{z+13}{-1}$; 5) $\frac{x}{11} = \frac{y-2}{-17} = \frac{z-1}{-13}$.

9. Если расстояние от точки $C(x; 3; -5)$ до плоскости

$$2x - 3y + 5z = 24$$

равно $\frac{56}{\sqrt{38}}$, то сумма всех значений x (или значение x, если оно единственное) равна

Варианты ответов: 1) –1; 2) 58; 3) 1; 4) 0; 5) 28.

10. Параметрические уравнения прямой $\begin{cases} x + 2y + 4z = 7, \\ -2x - y + z = -5 \end{cases}$ имеют вид

Варианты ответов: 1) $\begin{cases} x = 5 - 6t, \\ y = 9t - 3, \\ z = 2 - 3t; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 5 + 6t, \\ y = 3t - 1, \\ z = 3t - 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} z = 5 + 6t, \\ y = 3t - 1, \\ x = 3t - 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = 5 - 6t, \\ z = 9t - 3, \\ x = 2 - 3t; \end{cases}$ 5) $x = y = z = 2t$.

Тест 5.3 для проверки умений и навыков по теме «Плоскость и прямая в пространстве»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 8):

1. Если плоскость параллельна плоскости $5x - 3y + 2z - 10 = 0$ и проходит через точку $M(2; 3; -1)$, то сумма координат точек, в которых эта плоскость пересекает оси координат, равна

Варианты ответов: 1) $-\frac{11}{30}$; 2) $3\frac{1}{30}$; 3) 10; 4) – 4; 5) – 10.

2.Если плоскость проходит через точки $A(2;1;3)$, $B(6;2;1)$ и перпендикулярна плоскости $4x + 2y - z + 4 = 0$, то произведение координат нормального вектора этой плоскости равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) – 48; 3) 672; 4) 18; 5) 0.

3. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, то сумма квадратов длин ребер, выходящих из вершиныA, равна

Варианты ответов: 1) 4; 2) 46; 3) 15; 4) 37; 5) 31.

4. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, тоабсолютная величина скалярного произведения нормальных векторов граней ABCи ADCравна

Варианты ответов: 1) 3; 2) 0; 3) 1; 4) – 6; 5) 33.

5. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, то угол между гранями ABCи ADCравен

Варианты ответов:

1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{3\pi}{10}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) $\arccos\frac{3}{\sqrt{22}}$; 5) $\arcsin\frac{\sqrt{13}}{6}$.

6. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, то прямая ADобразует с гранью ABC угол, величина которого равна

Варианты ответов:

1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\frac{3\pi}{8}$; 3) $\arccos\frac{5}{\sqrt{26}}$; 4) $\arcsin\frac{\sqrt{13}}{6}$; 5) $\arcsin\frac{\sqrt{13}}{26}$.

7. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, то угол между прямымиACи ADравен

Варианты ответов:

1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\frac{3\pi}{8}$; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) $\arccos\frac{5}{\sqrt{26}}$; 5) $\arccos\frac{\sqrt{23}}{5}$.

8. Если точки $A(1;3;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;1;2)$ и $D(2;-1;3)$ – вершины пирамиды, то длина перпендикуляра, опущенного из точки D на плоскость грани ABC, равна

Варианты ответов: 1) 2; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sqrt{2}$; 4) 4; 5) 0,5.

Дополните (9 – 10):

9.Угол между прямой $\begin{cases} x=-(3+t), \\ y=5-t, \\ z=2t-4 \end{cases}$ и плоскостью $x-2y+z=4{,}5$ равен _____.

10.Сумма координат проекции точки $D(1;-2;4)$ на плоскость $x-0{,}6y+1{,}2z=-7$ равна _____.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

6. ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ФУНКЦИИ

Структура тестов

1. Предел числовой последовательности.
2. Предел функции.
3. Свойства пределов.
4. Непрерывность функции и точки ее разрыва.
5. Раскрытие простейших неопределенностей.
6. Асимптоты графика функции.

Тест 6.1 для проверки теоретических знаний по теме «Предел числовой последовательности и функции»

Установите соответствие (1 – 2):

1. Дана числовая последовательность $\{x_n\}$:

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) ограничена;	а) $\exists M > 0$, такое, что $\forall n \in \mathrm{N} : \lvert x_n \rvert \geq M$;
2) не ограничена.	б) $\exists M > 0$, такое, что $\forall n \in \mathrm{N} : \lvert x_n \rvert \leq M$;
	в) $\forall M > 0 \; \exists n \in \mathrm{N} : \lvert x_n \rvert \leq M$;
	г) $\forall M > 0 \; \exists n \in \mathrm{N} : \lvert x_n \rvert > M$.

2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности:

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) бесконечно малая;	а) $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n > N_0 : \lvert x_n \rvert < \varepsilon$;
2) бесконечно большая.	б) $\forall A > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n > N_0 : \lvert x_n \rvert > A$;
	в) $\forall A > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что

$\forall n < N_0 : |x_n| < A$;

г) $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n < N_0 : |x_n| > \varepsilon$.

Укажите правильный вариант ответа:

3. Число a является пределом числовой последовательности $\{x_n\}$, если:

1) $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n < N_0 : |x_n| > \varepsilon$;
2) $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n > N_0 : |x_n - a| > \varepsilon$;
3) $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n > N_0 : |x_n - a| < \varepsilon$;
4) $\forall \varepsilon = 0 \; \exists N_0 \in \mathrm{N}$ такой, что $\forall n > N_0 : |x_n - a| > \varepsilon$.

Установите соответствие:

4. Сходящиеся и расходящиеся последовательности:

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) сходится;	а) предел последовательности не существует;
2) расходится.	б) $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = a$;
	в) $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = \infty$;
	г) предел последовательности равен бесконечности или не существует.

Укажите правильный вариант ответа:

5. Функцией $y = f(x)$ называют:

1) такую зависимость переменной x от переменной y, что каждому значению x соответствует единственное значение y;
2) такую зависимость переменной y от переменной x, что каждому значению x соответствует единственное значение y;
3) такую зависимость переменной x от переменной y, что одному значению y могут соответствовать несколько значений x;
4) зависимость переменной y от переменной x.

Укажите все правильные варианты ответов:

6. Число b называют пределом функции $y = f(x)$ в точке $x = a$, если:

1) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$ такое, что $\forall x : 0 < |x - a| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$;

2) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$ такое, что $\forall x : 0 < |x - b| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - a| < \varepsilon$;

3) если $\{x_n\} \to 0$, то $\{f(x_n)\} \to b$;

4) для любой последовательности $\{x_n\}$ аргументов функции, сходящейся кa, соответствующая последовательность значений функции $\{f(x_n)\}$ сходится к b.

Установите соответствие (7 – 8):

7. Свойства пределов:

1) $\lim\limits_{x \to x_0} c$;	а) $c \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$;
2) $\lim\limits_{x \to x_0} (c \cdot f(x))$;	б) 0;
3) $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x) \pm g(x))$;	в) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \pm \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;
4) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) g(x)$;	г) c;
5) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$.	д) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;
	е) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) + \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;
	ж) $\dfrac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}$;
	з) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) - \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$.

8. Свойства пределов:

1) $\lim\limits_{x \to x_0} f^n(x)$;	а) e;
2) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{k}{x}$;	б) $\dfrac{1}{e}$;
3) $\lim\limits_{x \to \infty} x$;	в) 1;
4) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin kx}{kx}$;	г) 0;

5) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$.

д) $\left(\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\right)^n$;

е) ∞;

ж) k;

з) $n\cdot\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$.

Укажите правильный вариант ответа:

9. Функция $y = f(x)$ непрерывна в точке a, если:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$;

2) $\lim\limits_{a\to\infty} f(a)=a$;

3) $\lim\limits_{x\to a} f(x)= f(a)$;

4) $\lim\limits_{x\to a} f(x)\neq f(a)$.

Установите соответствие:

10. Точка a – точка разрыва функции $y = f(x)$:

ТОЧКА РАЗРЫВА

1) первого рода;

2) второго рода.

ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО

а) $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)= \lim\limits_{x\to a-0} f(x)$;

б) $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)\neq \lim\limits_{x\to a-0} f(x)$;

в) пределы $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$ и $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ не существуют;

г) $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$ и $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)=\infty$;

д) хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ равен бесконечности или не существует.

Укажите правильный вариант ответа (11 – 12):

11. Прямая $x = a$ является вертикальной асимптотой графика функции $y = f(x)$, если:

1) $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$;

2) $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)=\infty$;

3) $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$ и $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)=\infty$;

4) хотя бы одно из условий $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)=\infty$ выполняется.

12. Прямая $y = kx + b$ является наклонной асимптотой графика функции $y = f(x)$, если:

1) $k = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, b = \lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) - kx\right)$; 2) $k = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, b = f(x) - kx$;

3) $k = \dfrac{f(x)}{x}, b = \lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) - kx\right)$; 4) $k = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x}, b = \lim\limits_{x\to 0}\left(f(x) - kx\right)$

Тест 6.2 для проверки умений и навыков по теме «Предел функции»

Укажите правильный вариант ответа(1 – 10):

1. Значение предела $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1}$ равно

Варианты ответов: 1) $\dfrac{17}{3}$; 2) ∞; 3) $\dfrac{178}{13}$; 4) 32; 5) 0.

2. Предел функции $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$ в точке $x = 2$ равен

Варианты ответов: 1) –1; 2) ∞; 3) 0,5; 4) 2; 5) не существует.

3. Число, обратное значению предела $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10}$, равно

Варианты ответов: 1) $-\dfrac{9}{11}$; 2) 1; 3) $-1\dfrac{2}{9}$; 4) $\dfrac{13}{9}$; 5) $\dfrac{9}{11}$.

4. Значение предела $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+14} - 4}{x^3 - 8}$ равно

Варианты ответов: 1) ∞; 2) 0,09; 3) – 9,7; 4) $\dfrac{1}{12}$; 5) $\dfrac{1}{96}$.

5. Абсолютная величина значения предела $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6 - 20x^3}{4x^3 + 5x - 2}$ равна

Варианты ответов: 1) 1,5; 2) 5; 3) – 5; 4) ∞; 5) 3.

6. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x}{\operatorname{tg} 5x} + \dfrac{3x^2 + 2x}{x^2 + 5x} + 10x^{10}\right)$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{7}{5}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{8}{15}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{27}{5}$.

7.Значение выражения $5\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin 5x}{2x}+\cos 7x\right)^{-1}$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{7}{5}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{10}$; 4) $\frac{10}{7}$; 5) $\frac{2}{25}$.

8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-5}{x+4}\right)^{x}$ равен

Варианты ответов: 1) e^3; 2) e^{-4}; 3) e^{-9}; 4) e^5; 5) e.

9. Вертикальныеасимптоты (асимптота) графика функции $y=\frac{3-x}{x^2-9}$ имеют вид

Варианты ответов: 1) $x=\pm 3$; 2) $x=3$; 3) $x=-3$; 4) $y=\pm 3$; 5) не существуют.

10. Наклонная асимптота графика функции $f(x)=\frac{x^2+5x}{x-3}$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y=x-6$; 2) $y=x+6$; 3) $y=x+8$; 4) $y=2x-6$; 5) не существует.

Тест 6.3 для проверки умений и навыков по теме «Предел функции»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 8)*:*

1. Сумма координат точки (точек) пересечения асимптотграфика функции $y=\frac{2x^2+3x-5}{4x}$ равна

Варианты ответов: 1) 4,75; 2) 0; 3) 0,75; 4) – 2,32; 5) 43.

2. В результате вычисления предела $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}$ получим

Варианты ответов: 1) 11; 2) 1,1; 3) 0; 4) ∞; 5) 0,5.

3. Число, противоположное значению предела

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-24x-10}{\sqrt[3]{27x^3+6x^2+8}},$$

равно

Варианты ответов: 1) 8; 2) 4; 3) – 2; 4) 2; 5) – 8.

4. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2+3x}\right)$, увеличенное в два раза, равно

Варианты ответов: 1)–0,75; 2)–1,5; 3) 0,25; 4) ∞;
5) не существует.

5. Если $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^4 2x-1}{x^4+2x-1}=m$, то значение выражения $\lim\limits_{x\to m}\frac{\sin^4 2x}{x^4}$ равно

Варианты ответов: 1) ∞; 2) 1; 3) – 1; 4) 16; 5) 0.

6. Наименьшее натуральное значение a, для которого справедливо неравенство $\lim\limits_{x\to -1}\frac{3x^4+2x^3-x^2+6x+6}{x^3+1}\le a$, равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) 0; 3) $\frac{2}{3}$; 4) 2; 5) не существует.

7. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x+4}{5x-1}\right)^{2x+1}$ равно

Варианты ответов: 1) ∞; 2) 9; 3) 0; 4) e^2; 5) e^{-1}.

8. В результате вычисления предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{25-4x^2}{25-10x}\right)^{\frac{5}{x}}$ получим

Варианты ответов: 1) e^2; 2) 2; 3) 0; 4) ∞; 5) 0,5.

Дополните (9 – 10):

9. Значение предела $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{x^2-5x+6}$ равно _____.

10. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{5x}$ равно _____.

7. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Структура тестов

1. Определение производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Таблица производных функций.
4. Производная неявной функции.
5. Производная функции, заданной параметрически.
6. Производная показательно-степенной функции.
7. Дифференциал функции.

Тест 7.1 для проверки теоретических знаний по теме «Производная функции одной переменной»

Установите соответствие (1 – 6):

1. Если функция $y = f(x)$ определена и непрерывна в окрестности точки x_0, то:

ПОНЯТИЕ	ФОРМУЛА
1) приращение функции в точке x_0;	а) $dy = f'(x)dx$;
2) производная функции в точке x_0;	б) $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$;
3) дифференциал функции.	в) $dy = \dfrac{f'(x)}{dx}$;
	г) $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta y \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$;
	д) $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

2. Правила дифференцирования: $u = f_1(x)$, $v = f_2(x)$:

1) $(uv)'$;	а) $kf'(x)$;
2) $(f(g(x)))'$;	б) $\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$;

3) $\left(kf(x)\right)'$;	в) $f'\left(g(x)\right)g'(x)$;
4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)'$;	г) $k'f'(x)$;
5) $(u \pm v)'$.	д) $u'v + uv'$;
	е) $u'v'$;
	ж) $u' \pm v'$;
	з) $\dfrac{u'}{v'}$.

3. Производная сложной функции $y = g\left(f(x)\right)$:

ФУНКЦИЯ	ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ
1) $f^n(x)$;	а) $-\dfrac{1}{f^2(x)}$;
2) $\sqrt{f(x)}$;	б) $\dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}}$;
3) $\sqrt[3]{f(x)}$;	в) $\dfrac{f'(x)}{3\sqrt[3]{f(x)}}$;
4) $\dfrac{1}{f(x)}$.	г) $n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$;
	д) $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$;
	е) $\dfrac{f'(x)}{3\sqrt[3]{f^2(x)}}$;
	ж) $-\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}$.

4. Производная сложной функции $y = g\left(f(x)\right)$:

ФУНКЦИЯ	ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ
1) $e^{f(x)}$;	а) $a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$;
2) $a^{f(x)}$;	б) $-\dfrac{1}{x}$;

3) $\log_a f(x)$;

4) $\ln f(x)$.

в) $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$;

г) $e^{f(x)} f'(x)$;

д) $\dfrac{f'(x)}{f(x)\ln a}$;

е) $e^{f(x)}$;

ж) $\dfrac{\ln a}{f'(x)}$.

5. Производная сложной функции $y = g\big(f(x)\big)$:

ФУНКЦИЯ

1) $\cos f(x)$;

2) $\sin f(x)$;

3) $\operatorname{tg} f(x)$;

4) $\operatorname{ctg} g(x)$.

ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ

а) $\dfrac{f'(x)}{\sin f(x)}$;

б) $-\dfrac{f'(x)}{\sin^2 f(x)}$;

в) $\cos f(x)\cdot f'(x)$;

г) $-f'(x)\cdot\sin f(x)$;

д) $\sin f(x)$;

е) $\dfrac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$;

ж) $-\cos f(x)$.

6. Производная сложной функции $y = g\big(f(x)\big)$:

ФУНКЦИЯ

1) $\arcsin f(x)$;

2) $\arccos f(x)$;

3) $\operatorname{arctg} f(x)$;

4) $\operatorname{arcctg} f(x)$.

ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ

а) $\dfrac{f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}$;

б) $\sqrt{1-f^2(x)}\cdot f'(x)$;

в) $-\dfrac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$;

г) $\dfrac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$;

д) $-\dfrac{f'(x)}{1+f^2(x)}$;

е) $\dfrac{f'(x)}{1+f^2(x)}$;

ж) $\sqrt{1+f'(x)}\cdot f^2(x)$.

Укажите правильный вариант ответа:

7. Производную функции $\begin{cases} x = f(t), \\ y = g(t) \end{cases}$ находят по формуле:

1) $y'_x = \dfrac{f'(t)}{g'(t)}$;
2) $y'_x = \dfrac{g'(t)}{f'(t)}$;
3) $y'_x = f'(t)\cdot g'(t)$;
4) $x'_y = f'(t)\cdot g'(t)$.

Укажите правильные действия (8 – 9)*:*

8. Чтобы найти производную y' неявной функции $F(x;y)=0$, необходимо:

1) дифференцировать обе части равенства $F(x;y)=0$, считая, что *y* – независимая переменная, а *x* – зависимая от*y* переменная;

2) дифференцировать обе части равенства $F(x;y)=0$, считая, что *x* – независимая переменная, а *y* – зависимая от *x* переменная;

3) из полученного уравнения найти переменную y';

4) из полученного уравнения найти переменную *y*.

9. Чтобы найти производную функции $y = f(x)^{g(x)}$, необходимо выполнить следующие действия:

1) $\ln y = \ln f(x)^{g(x)}$;
2) $\ln y = g(x)\ln f(x)$;
3) $(\ln y)' = g'(x)(\ln f(x))'$;
4) $(\ln y)' = (g(x)\ln f(x))'$;
5) $y' = (g(x)\ln f(x))'$;
6) $y' = g'(x)(\ln f(x))'\cdot y$;
7) $y' = (g(x)\ln f(x))'\cdot y$.

Тест 7.2 для проверки умений и навыков по теме «Производная функции одной переменной»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Производная функции $y = 15x^2 + 7\sin x + 5$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $15x - 7\sin x$; 2) $30x + 7\cos x$;
3) $30x - 7\cos x$; 4) $3x + 7\cos x + 5$; 5) $30x - 7\cos x + 5$.

2. Производная функции $y = 4\sin^4 x - 4\cos^4 x$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y' = 4$; 2) $y' = \sin 2x - \cos 2x$;
3) $y' = 4\cos^2 x$; 4) $y' = -8\sin x$; 5) $y' = 8\sin 2x$.

3. Если $y = \dfrac{3}{x} + \sqrt{2x} + 3x$, то значение выражения $y'(2)$ равно

Варианты ответов: 1) $\dfrac{11}{4}$; 2) $\dfrac{1}{3}$; 3) $\dfrac{121}{4}$; 4) 1; 5) $\dfrac{11}{2}$.

4. Производная функции $y = \log_3 5x + \ln\sin x$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $\dfrac{1}{\ln 3} + \operatorname{tg} x$; 2) $\dfrac{1}{\ln 3x} + \operatorname{arctg} x$;
3) $\dfrac{1}{x\ln 3} + \operatorname{tg} x$; 4) $\dfrac{1}{x\ln 3} + \operatorname{ctg} x$; 5) $\dfrac{3}{x\ln 3} - \operatorname{ctg} x$.

5. Если функция имеет вид $y = \cos 3x + \log_2 15^x$, то значение выражения $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ равно*Варианты ответов:* 1) $\dfrac{\ln 2}{\ln 15}$; 2) $\log_{15} 2$;
3) $\log_2 15$; 4) $\dfrac{\log_3 2}{\log_2 15}$;5) $\log_2 5$.

6. Если неявная функция имеет вид $5x^2 + 3xy = 6y^2$, то значение выражения y'_x в точке $A(9;10)$ равно

Варианты ответов: 1) $\dfrac{10}{9}$; 2) $\dfrac{40}{31}$; 3) $1\dfrac{1}{3}$; 4) 2; 5) 1.

7. Производная второго порядка функции $y = \ln\sqrt[5]{\dfrac{2-x}{x+2}}$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y'' = -\dfrac{40x}{\left(x^2-4\right)^2}$; 2) $y'' = -\dfrac{2+x}{5(x-2)^2}$;

3) $y''=\dfrac{8}{5\left(4-x^2\right)}$; 4) $y''=\dfrac{2x}{5\left(x^2-4\right)^2}$; 5) $y''=-\dfrac{8x}{5\left(x^2-4\right)^2}$.

8. Дифференциал функции $y=4^x+x^4$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y'=4^x+3x^3$; 2) $dy=\left(4^x+x^4\right)dx$;
3) $dy=\left(4^x\ln 4+4x^3\right)dx$; 4) $dy=3\left(4^x\right)dx$; 5) $dy=\left(12x^3\right)dx$.

9. Производная функции $y=(3x+1)^{2x}$ задается формулой

Варианты ответов: 1) $y'=\left(\dfrac{6x}{3x+1}+2\ln(3x+1)\right)\cdot y$;

2) $y'=\left(\dfrac{6x}{3x+1}+\ln(3x+1)^2\right)$; 3) $y'=\left(\dfrac{3x+1}{x}+(3x+1)\right)\cdot y$;

4) $y'=\left(\ln(3x+1)^2\right)\cdot y$; 5) $y'=\left(\dfrac{6x}{3x+1}+\ln^2(3x+1)\right)\cdot y$.

10. Если функция задана формулой $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{x+8}$, то значение выражения $f'(-1)$ равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) 0; 3) –3; 4) $-\dfrac{1}{3}$; 5) $\dfrac{2}{3}$.

Тест 7.3 для проверки умений и навыков по теме «Производная функции одной переменной»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 8):

1. Производная функции $y=\operatorname{arctg} 5^x$ равна

Варианты ответов:

1) $\dfrac{5^x}{1+5^{2x}}$; 2) $\dfrac{3x+2}{5-x\ln 2}$; 3) $\dfrac{2^x\ln 5}{1+2^{2x}}$; 4) $\dfrac{5^x\ln 5}{1-5^{2x}}$; 5) $\dfrac{5^x\ln 5}{1+5^{2x}}$.

2. Производная функции $y=e^{\cos x}+\operatorname{ctg}5x$ равна

Варианты ответов: 1) $5x\left(e^{\sin x}\cdot\sin x+5\sin^{-2}5x\right)$;
2) $-\left(e^{\cos x}\cdot\cos x+0{,}2\sin^{-2}5x\right)$; 3) $-\left(e^{\cos x}\cdot\sin x+5\sin^{-2}5x\right)$;
4) $-3\left(e^{\cos 5x}\cdot 2\sin x-5\sin^{-2}5x\right)$; 5) $x\left(4x^{\cos x}\cdot\sin x+2{,}5\sin^{-2}5x\right)$.

3. Если $y = \arcsin\sqrt{x} + \operatorname{arcctg}\dfrac{1}{3x}$, то значение выражения $y'(0{,}5)$ равно*Варианты ответов:* 1) $\dfrac{25}{13}$; 2) $\dfrac{2}{3}$; 3) $\dfrac{1}{3}$; 4) $\dfrac{5}{4}$; 5) $\dfrac{11}{2}$.

4. Значение производной функции $y = \arcsin(3x+2)^{-2}$ в точке $x = \dfrac{1}{3}$ равно*Варианты ответов:* 1) $2\sqrt{5}$; 2) $-0{,}1\sqrt{5}$; 3) 25; 4) 33,9; 5) 1.

5. Производная функции $5x^2 + \sqrt{x+y} + 8y = 0$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y' = \dfrac{x+1}{16\sqrt{x+y}}$; 2) $y' = -\dfrac{1}{1+16\sqrt{xy}}$;

3) $y' = \dfrac{10x+1}{1-16\sqrt{x+y}}$; 4) $y' = -\dfrac{20x\sqrt{x+y}+1}{1+16\sqrt{x+y}}$; 5) $y' = \dfrac{x\sqrt{x+y}}{\sqrt{x}}$.

6. Производная функции $3^{xy} + (xy)^3 = \ln 3$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y' = \dfrac{y}{x}$; 2) $y' = \dfrac{y}{x^2}$;

3) $y' = -3(xy)^2$; 4) $y' = -\dfrac{y}{x}$; 5) $y' = \dfrac{17}{x\sqrt{x}\cdot 3^{xy}} - \dfrac{1}{3^{xy}\ln^2 3}$.

7. Производная функции $y = (\log_2 3x)^{5x}$ равна

Варианты ответов: 1) $y' = \dfrac{(\log_2 3x)^{2x}}{\log_2 3x + \ln 2}$; 2) $y' = (\log_2 3x)^{2x}$;

3) $y' = \ln\log_2 3x + \log_{3x} 2$; 4) $y' = (\log_2 3x)^{3x}$; 5) $y' = 5(\log_2 3x)^{5x}\cdot\left(\ln\log_2 3x + \log_2^{-1} 3x\cdot\log_2 e\right)$.

8. Дифференциал функции $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ равен

Варианты ответов: 1) $dy = (\sin 4x)dx$; 2) $dy = (2 - 3\sin 2x)dx$;

3) $dy = (-1{,}5\sin 4x)dx$; 4) $y = (1+\sin 4x)dx$; 5) $dy = (-\cos 4x)$.

Дополните (9 – 10):

9. Если функция имеет вид $y = \cos^2 2x$, то значение выражения $y'\left(-\dfrac{\pi}{8}\right) + y''(-8\pi)$ равно _____.

10. Если функция имеет вид $\begin{cases} x = 5t + \operatorname{tg} 3t, \\ y = \sin 2t + 13, \end{cases}$ то значение производной переменной y по переменной x при $t = 0$ равно _____.

8. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

Структура тестов

1. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
2. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
3. Исследование функции с помощью производной: промежутки монотонности, точки экстремума функции; токи перегиба и промежутки выпуклости и вогнутости графика функции.
4. Наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.
5. Приближенные вычисления значений функции.
6. Правило Лопиталя.

Тест 8.1 для проверки теоретических знаний по теме «Приложения производной»

Установите соответствие (1 – 2):

1. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$:

ТЕОРЕМА	ФОРМУЛИРОВКА	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ
1) Ферма;	а) если $x_0 \in (a;b)$, то $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{g'(x_0)}{f'(x_0)}$;	ж) касательная к графику функции в точке x_0 параллельна оси ординат;
2) Лагранжа;	б) $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(x_0)$, где $x_0 \in (a;b)$;	з) касательная к графику функции в точке x_0 параллельна оси абсцисс;

3) Ролля;	в) если $x_0 \in (a;b)$, то $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$;	и) касательная к графику функции в точке x_0 перпендикулярна оси абсцисс;
4) Коши.	г) если функция $f(x)$ в точке $x_0 \in (a;b)$ имеет локальный экстремум, то $f'(x_0)=0$;	к) у графика функции существует точка, в которой касательная параллельна оси абсцисс;
	д) если $f(a)=f(b)$ и $x_0 \in (a;b)$, то $f'(x_0)=0$;	л) касательная к графику функции в точке $x_0 \in (a;b)$ перпендикулярна секущей, соединяющей концы графика функции;
	е) если $f(a) \neq f(b)$ и $x_0 \in (a;b)$, то $f'(x_0) \neq 0$.	м) касательная к графику функции в точке $x_0 \in (a;b)$ параллельна секущей, соединяющей концы графика функции.

2. Уравнения касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0;\, f(x_0))$:

УРАВНЕНИЕ	ФОРМУЛА
1) касательной;	а) $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$;
2) нормали.	б) $f(x) = f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0)$;
	в) $f(x) = f(x_0) - \dfrac{x - x_0}{f'(x_0)}$;
	г) $f(x) = f(x_0) + \dfrac{x - x_0}{f'(x_0)}$.

Укажите правильный вариант ответа (3 – 5):

3. Если для любых x_1 и x_2, принадлежащих промежутку $(a;b)$, из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$, то функция $y = f(x)$ на промежутке $(a;b)$:

1) возрастает; 2) не убывает; 3) не возрастает; 4) убывает.

4. Если для любых x_1 и x_2, принадлежащих промежутку $(a;b)$, из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) \geq f(x_2)$, то функция $y = f(x)$ на промежутке $(a;b)$:

1) возрастает; 2) не убывает; 3) не возрастает; 4) убывает.

5. Достаточное условие возрастания функции $y = f(x)$ на заданном промежутке:

1) если $f'(x) = 0$, то функция возрастает на этом промежутке;

2) если $f'(x) > 0$, то функция возрастает на этом промежутке;

3) если $f'(x) < 0$, то функция не убывает на этом промежутке;

4) если $f'(x) < 0$, то функция не возрастает на этом промежутке.

Установите соответствие:

6. Особые точки графика функции:

ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ
1) минимум функции;	а) значение аргумента, при котором достигается экстремум функции;
2) максимум функции;	б) такое значение функции, которое меньше всех других ее значений в окрестности рассматриваемой точки;
3) критические точки функции;	в)такое значение функции, которое больше всех других ее значений в окрестности рассматриваемой точки;
4) экстремум функции.	г) наибольшее значение функции;
	д) максимум и минимум функции;
	е) значения аргумента, при которых производная функции равна нулю или не существует.

Укажите правильный вариант ответа:

7. Необходимое условие экстремума функции $y = f(x)$:

1) если $f'(x) = 0$, то x_0 – точка экстремума функции;

2) если x_0 – точка экстремума функции $y = f(x)$, то производная функции в этой точке равна 1;

3) если $f'(x) = 0$, то в точке x_0 экстремума функции не существует;

4) если x_0 – точка экстремума функции, то производная функции в этой точке равна нулю.

Укажите все правильные варианты ответов:

8. Достаточные условия экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0:

1) если при переходе через точку x_0 производная меняет знак с «–» на «+», то x_0 – точка локального минимума, а если с «+» на «–» – локального максимума;

2) если при переходе через точку x_0 производная меняет знак с «+» на «–», то x_0 – точка локального минимума, а если с «–» на «+»– максимума;

3) если при переходе через точку x_0 производная не меняет знак, то x_0 – точка экстремума;

4) если $f''(x_0)<0$, то в точке x_0 –локальный минимум; если $f''(x_0)>0$, то в точке x_0 –локальный максимум;

5) если $f''(x_0)<0$, то в точке x_0 –локальный максимум; если $f''(x_0)>0$, то в точке x_0 –локальный минимум.

Установите правильную последовательность (9 – 10):

9. Чтобы найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на заданном отрезке, необходимо:

1) найти значение функции на концах отрезка и в критических точках, принадлежащих данному отрезку;

2) найти $f'(x)$;

3) определить наибольшее и наименьшее из полученных значений;

4) определить критические точки функции, решая уравнение $f'(x)=0$.

Установите соответствие:

10. Исследование функции $y = f(x)$ с помощью второй производной:

ФУНКЦИЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) вогнута;	а) $f''(x)>0$;

2) выпукла; б) $f''(x)<0$;

3) имеет в точке x_0 перегиб. в) $f'(x_0)=0$;

г) $f'(x_0)>0$;

д) $f'(x_0)<0$;

е) $f''(x_0)=0$.

Укажите правильный вариант ответа (11 – 12):

11. Приближенное значение функции $y=f(x)$ в точке $x=x_0+\Delta x$ находят по формуле:

1) $f(\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$;2) $f(x_0)\approx f(x_0-\Delta x)+f'(x_0)\cdot\Delta x$;
3) $f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$; 4) $f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)-f'(x_0)\cdot\Delta x$.

12. Правило Лопиталя: если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены, дифференцируемы и являются бесконечно малыми в некоторой окрестности точки x_0, то:

1) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$;

3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{g'(x)}{f'(x)}$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'$.

Тест 8.2 для проверки умений и навыков по теме «Приложения производной»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Функция $y=2x^2+5x-4$ не возрастает на промежутке

Варианты ответов: 1) $(-\infty;-1{,}25]$; 2) $[-1{,}25;+\infty)$;
3) $(-\infty;-0{,}25]$; 4) $(-\infty;1{,}25]$; 5) $[1{,}25;+\infty)$.

2. Наименьшее значение функция $y=15x^3+4x^2+2$ принимает в точке с абсциссой

Варианты ответов: 1) 5; 2) 12; 3) 0; 4) 2; 5) 1.

3. Максимальное значение, принадлежащее промежутку $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$, функция $y=\sin 4x$ принимает в точке с абсциссой

Варианты ответов: 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) $\frac{\pi}{8}$; 5) $\frac{2\pi}{3}$.

4. Нормаль, проведенная к графику функции $y = \log_2 4x$ в точке $x_0 = 1$, имеет вид

Варианты ответов: 1) $f(x) = 2 - (x-1)\ln 2$; 2) $f(x) = (x-1)\ln 2$; 3) $f(x) = 2 + (x-1)\ln 2$; 4) $f(x) = \frac{2(x-1)}{\ln 2}$; 5) $f(x) = 2 - \frac{(x-1)}{\ln 2}$.

5. Касательная к графику функции $y = 4^{2x} - 3x^2$ в точке $x_0 = 2$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $f(x) = 2 + (5\ln 4 - 2)(x-2)$;
2) $f(x) = 16 + (2\ln 4 - 3)(x-2)$; 3) $f(x) = 44 + (2\ln 2 - 12)(x-2)$;
4) $f(x) = 24 + (512\ln 4 - 12)$; 5) $f(x) = 244 + (512\ln 4 - 12)(x-2)$.

6. Наименьшее целое значение, принадлежащее промежутку, на котором функция $y = \frac{x^3}{3} - 9x^2 + \frac{x}{4} - 9$ вогнута, равно

Варианты ответов: 1) 8; 2) 9; 3) 12; 4) – 2; 5) 10.

7. Наибольшее значение функции $y = \ln 3x - 6x^2 + 5$ на промежутке $[1;6]$ равно

Варианты ответов:
1) $\ln 2 + 3$; 2) $\ln 5 - 2$; 3) $\ln 3 - 1$; 4) $\ln 2 - 12$; 5) $\ln 7 - 4$.

8. Сумма модулей значений функции $y = \frac{x}{x^2+1}$ в точках перегиба равна

Варианты ответов: 1) 0; 2) $0{,}5\sqrt{3}$; 3) $2\sqrt{3}$; 4) 0,75; 5) 18.

9. Значение выражения $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x^2}{x}$ равно

Варианты ответов: 1) 0; 2) *e*; 3) 1; 4) 2,7; 5) 18.

10. Приближенное значение выражения $e^{0,1}$ равно

Варианты ответов: 1) 1,1; 2) 2,8; 3) 0,1; 4) 0,99; 5) 11,2.

Тест 8.3 для проверки умений и навыков по теме «Приложения производной»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 8):

1. Количество целых чисел, принадлежащих промежутку не убывания функции $y = 10\sqrt{x} - 2x$, равно

Варианты ответов:

1) 6; 2) 5; 3) 4; 4) 7; 5) бесконечное множество.

2. Функция $f(x) = \dfrac{\ln 2x}{5x}$ вогнута на промежутке

Варианты ответов: 1) $\left[0{,}5e^{1{,}5}; +\infty\right)$; 2) $\left[0{,}5e^{1{,}5}; e\right)$; 3) $\left(0; 0{,}5\sqrt{e^3}\right]$; 4) $(0; +\infty)$; 5) $\left[e^{0{,}5}; +\infty\right)$.

3. Если m – количество точек экстремума, а n – количество точек перегиба функции $y = e^{-x^2}$, то значение выражения n^m равно

Варианты ответов: 1) 3; 2) 0; 3) 1; 4) 2; 5) 4.

4. Сумма наибольшего и наименьшего значений функции $y = 5x^2 - 3x - \ln x$ на промежутке $[0{,}2; 2]$ равна

Варианты ответов:

1) $85 - \ln 5$; 2) 13,75; 3) $5 - \ln 2$; 4) $86 - \ln 0{,}2$; 5) $86 + \ln 5$.

5. Касательная к графику функции $y = x\sin 2x$ в точке $x_0 = \pi$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = x + \pi$; 2) $y = x - \pi$;

3) $y = 2\pi x - 2\pi^2$; 4) $f(x) = \dfrac{3x(x-\pi)}{1-16\pi^2}$; 5) $f(x) = \dfrac{(3+32\pi^2)(x-\pi)}{1+16\pi^2}$.

6. Нормаль, проведенная к графику функции $y = 8x^2 + 4\sqrt{x} - \dfrac{6}{x}$ в точке $x_0 = 4$, имеет вид

Варианты ответов:

1) $f(x) = 134{,}5 - \dfrac{8}{523}(x-4)$; 2) $f(x) = 134{,}5 + \dfrac{8}{523}(x-4)$;

3) $f(x) = 13 + \dfrac{8}{23}(x-4)$; 4) $f(x) = 135 - 56(x-4)$;

5) $f(x) = 1 - 5(x-4)$.

7. Приближенное значение выражения $\cos 421^\circ$ с точностью до сотых равно

Варианты ответов: 1) 0,49; 2) 0,50; 3) 0,48; 4) 0,47; 5) 0,51.

8. Приближенное значение выражения $\ln 1{,}03$ равно

Варианты ответов: 1)1; 2) 0,03; 3) 1,26; 4) 0,4; 5) 1,03.

Дополните (9 – 10):

9. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right)^{3x^{-2}}$ равно _____.

10. Значение выражения $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 \cdot \sin^2 x}\right)^{-1}$ равно _____.

9. ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭКОНОМИКЕ

Структура тестов

1. Экономический смысл производной.
2. Эластичность функции.
3. Предельные величины в экономике.
4. Применение теорем о среднем в экономике.

Тест 9.1 для проверки теоретических знаний по теме «Применения производной в экономике»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 6):

1. Если $u(t)$ – объем продукции, выпущенной предприятием за время *t*, $v(t)$ – производительность труда на предприятии в момент времени *t*, то экономический смысл производной выражается формулой:

1) $v(t) = u'(t)$; 2) $v(t) = u''(t)$;

3) $v(t) = \dfrac{1}{u'(t)}$; 4) $u(t) = v'(t)$.

2. Определение эластичности функции $y = f(x)$:

1) эластичность функции показывает процент прироста независимой переменной, соответствующий приращению зависимой переменной на 1 %;

2) эластичность функции показывает процент прироста зависимой и независимой переменной;

3) эластичность функции показывает процент прироста зависимой переменной, соответствующий приращению независимой переменной на 1 %;

4) эластичность функции показывает скорость ее роста.

3. Эластичность функции $y = f(x)$ находят по формуле:

1) $E_y(x) = \dfrac{y}{f(x)} \cdot f'(x)$; 2) $E_x(y) = \dfrac{x}{f'(x)} \cdot f(x)$;

3) $E_x(y) = \dfrac{x}{f(x)} \cdot f'(x)$; 4) $E_x(y) = x \cdot f'(x)$.

4. Если функция $K(t)$ выражает величину вклада в момент времени t, то ставку банковского процента r можно найти по формуле:

1) $r = (\ln K'(t))$; 2) $r = (\ln K(t))'$;

3) $r = \ln(K(t))'$; 4) $r = (K(t))'$.

5. Приложение теоремы Ферма в экономике: если x – объем выпускаемой продукции, p – цена продукции, x_0 – точка, в которой функция прибыли $\Pi(x)$ достигает своего максимума, а $C(x)$ – функция издержек производства, то:

1) $p = C'(x)$; 2) $p = C'(x_0)$;

3) $\Pi(x) = pC'(x_0)$; 4) $p = \Pi'(x) \cdot C'(x_0)$.

6. Если x_0 – точка глобального максимума функции прибыли $\Pi(x)$, а $S(p)$ – функция предложения, то справедливо равенство:

1) $x_0 = S(p)$; 2) $x_0 = S'(p)$;

3) $x_0 = \Pi(x)S(p)$; 4) $x_0 = \Pi'(x)S(p)$.

Укажите все правильные действия:

7. Если $A(t)$ – стоимость некоторого активаA в момент времени t, r – доходность от вложения денег в другие активы, то, чтобы определить стратегию покупки и продажи активов с целью получения максимально возможной прибыли, необходимо:

1) найти промежуток времени, в течение которого доходность активаA будет больше r, решая неравенство $(\ln A'(t)) > r$;

2) найти промежуток времени, в течение которого доходность активаA будет больше r, решая неравенство $(\ln A(t))' > r$;

3) если временной промежуток задается интервалом$(t_1; t_2)$, то активA следует купить в момент времени t_2, а продать в момент времени t_1 ;

4) если временной промежуток задается интервалом$(t_1; t_2)$, то активA следует купить в момент времени t_1, а продать в момент времени t_2 ;

5) если временной промежуток задается интервалом $(-\infty; t_1) \cup (t_2; +\infty)$, то актив$A$ следует продать в момент времени t_1, и купить в момент времени t_2 ;

6) если временной промежуток задается интервалом $(-\infty; t_1) \cup (t_2; +\infty)$, то актив$A$ следует купить в момент времени t_1, а продать в момент времени t_2 .

Тест 9.2 для проверки умений и навыков по теме «Применения производной в экономике»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если объем продукции, выпущенной предприятием, задается формулой $f(t) = e^{x^2+2x-3}$, то производительность труда на предприятии в момент времени $t=1$ равна

Варианты ответов: 1) 1; 2) 1,5; 3) 6; 4) 14; 5) 4.

2. Если функция $W(x) = 2x^3 - 1$ выражает выручку от реализации x единиц товара, то предельная выручка от реализации 10 единиц товара составит

Варианты ответов: 1) 1999 ден. ед.; 2) 600 ден. ед.; 3) 2000 ден. ед.; 4) 16 ден. ед.; 5) 1 ден. ед.

3. Если функция издержек производства имеет вид $I(x) = \ln(10x - 3)$, то при выпуске 2 единиц товара предельные издержки составят

Варианты ответов: 1) $\frac{10}{17}$; 2) $\frac{1}{17}$; 3) 0; 4) 1,7; 5) 18.

4. Если функция имеет вид $y = 2x^4 + 3x + 7$, то ее эластичность задается формулой

Варианты ответов: 1) $E_x(y) = \frac{8x^4 + 3x}{2x^4 + 3x + 7}$;

2) $E_x(y) = 8x^2 + 10$; 3) $E_x(y) = \frac{8x^3 + 3}{2x^4 + 3x + 7}$;

4) $E_y(x) = \frac{8x^4 + 3x}{2x^4 + 3x + 7}$; 5) $E_y(x) = \left(\frac{8x^4 + 3x}{2x^4 + 3x + 7}\right)^{-1}$.

5. Если аргумент функции $y = 9 + x^3$ увеличить на 1 %, то значение функции в точке $x = 3$ увеличится на

Варианты ответов: 1) 3 %; 2) 2,25 %; 3) 0,3 %; 4) 10 %; 5) 1 %.

6. Если $K(t) = K_0(1 + t)^{1,4}$ – величина вклада на момент времени *t*, то через 6 лет после открытия вклада ставка составит

Варианты ответов: 1) 50 % годовых; 2) 5 % годовых; 3) 10 % годовых; 4) 70 % годовых; 5) 20 % годовых.

7. Если функция издержек производства, связанных с выпуском *x* единиц продукции имеет вид $C(x) = 2x^3 + 5x$, а цена единицы продукции $p = 77$ ден. ед., то максимальную прибыль можно получить при объеме производства, равном

Варианты ответов: 1) 50; 2) 1; 3) 3; 4) 9; 5) 30.

8. Если функция издержек производства задана формулой

$$C(x) = 2x^2 + 5x - 16,$$

то функция предложения имеет вид

Варианты ответов: 1) $S(p) = 4p + 5$; 2) $S(x) = 4x + 5$;

3) $S(p) = 0{,}25p - 1{,}25$; 4) $S(p) = 25p - 125$; 5) $S(x) = p - 5$.

9.Если стоимость некоторого актива в момент времени t определяется функцией $A(t) = 6 - x$, а доходность от вложения денег в другие активы составляет 50 %, то продать актив выгодно

Варианты ответов: 1) через 6 лет; 2) через 14 лет; 3) через 7 лет; 4) через 8 лет;4) через 6 или 8 лет.

10. Если стоимость некоторого актива в момент времени t определяется функцией $A(t) = x^2 - 5x + 6$, а доходность от вложения денег в другие активы составляет 25 %, то в течение 10 ближайших лет купить актив выгодно

Варианты ответов: 1) через 2 года; 2) через 3 года; 3) через 5 лет; 4) через 2 или через 3 года; 5) через год.

10. ФУНКЦИЯ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Структура тестов

1. Функция многих переменных (ФМП): основные понятия и определения.

2. Частные производные и полный дифференциал функции.

4. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

5. Экстремум функции.

6. Условный экстремум.

7. Наибольшее и наименьшее значение функции в заданной области.

Тест 10.1 для проверки теоретических знаний по теме «Дифференциальное исчисление ФМП»

Укажите правильный вариант ответа:

1.Функцией двух переменных $z = f(x; y)$ называют

1) такую зависимость переменной y от переменной x, что каждому значению x соответствует единственное значение y;

2) такую зависимость переменной zот переменных x иy, что каждой паре значений x и y соответствует единственное значение z;

3) зависимость переменной y от переменных xи z;

4) зависимость переменной zот переменных y и x.

Установите соответствие:

2. Частные производные первого порядка функции $z = f(x; y)$ в точке $M_0(x_0; y_0)$

ПРОИЗВОДНАЯ ФОРМУЛА

1) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)_{M_0}$; а) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x; y_0+\Delta y)-f(x_0; y_0)}{\Delta x}$;

2) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)_{M_0}$. б) $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(\Delta x; \Delta y)-f(x_0; y_0)}{\Delta y}$;

в) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x; y_0)-f(x_0; y_0)}{\Delta x}$;

г) $\lim\limits_{\Delta y\to 0}\dfrac{f(x_0; y_0+\Delta y)-f(x_0; y_0)}{\Delta y}$.

Укажите все варианты правильных ответов:

3. Если функция задана формулой $z = f(x; y)$, то верно, что:

1) $z''_{xx} = (z'_x)'_x$; 2) $z'_{yy} = (z'_y)'_y$;

3) $z''_{xy} = (z'_x)'_y$; 4) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)$.

5) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)$; 6) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)$.

Укажите правильный вариант ответа:

4. Частные производные неявной функции $F(x; y; z)$ находят по формулам

1) $z'_x = -\dfrac{F'_x}{F'_z},\ z'_y = -\dfrac{F'_y}{F'_z}$; 2) $z'_x = \dfrac{F'_x}{F'_z},\ z'_y = \dfrac{F'_y}{F'_z}$;

3) $x'_z = -\dfrac{F'_x}{F'_z},\ y'_z = -\dfrac{F'_y}{F'_z}$; 4) $z'_x = -\dfrac{F'_z}{F'_x},\ z'_y = -\dfrac{F'_z}{F'_y}$.

Установите соответствие:

5. Дифференциал функции $z = f(x; y)$

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФОРМУЛА

1) полный; а) $d^2 z = \left(z'_x dx + z'_y dy\right)^2$;

2) второго порядка. б) $dz = z'_x dx + z'_y dy$;

в) $dz = z'_x dy + z'_y dx$;

г) $d^2 z = z''_{xx} dx^2 + 2z''_{xy} dxdy + z''_{yy} dy^2$.

Укажите все правильные действия (6 – 7):

6. Отыскание экстремума функции $z = f(x; y)$:

1) находим частные производные первого и второго порядка функции $z = f(x; y)$;

2) находим критические точки функции, решая систему уравнений $z'_x = 0$, $z'_y = 0$;

3) находим значения вторых производных в критической точке $M_0(x_0; y_0)$: $z''_{xx}\big|_{M_0} = A$, $z''_{xy}\big|_{M_0} = B$, $z''_{yy}\big|_{M_0} = C$;

4) находим определитель $\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$;

5) находим определитель $\Delta = \begin{vmatrix} B & A \\ B & C \end{vmatrix}$;

6) если $\Delta < 0$, то экстремум в точке $M_0(x_0; y_0)$ есть, а если $\Delta > 0$ – нет;

7) если $\Delta < 0$, то экстремума в точке $M_0(x_0; y_0)$ нет, а если $\Delta > 0$ – есть;

8) если $A < 0$, то имеем точку максимума, а если $A > 0$ – минимума;

9) если $A < 0$, то имеем точку минимума, а если $A > 0$ – максимума.

7. Отыскание условного экстремума функции $z = f(x; y)$ при наличии уравнения связи $\varphi(x; y) = 0$ методом неопределенных множителей Лагранжа:

1) запишем функцию Лагранжа $F(x; y; \lambda) = f(x; y) + \lambda\varphi(x; y)$, где λ – неопределенный множитель;

2) находим частные производные функции Лагранжа F'_x и F'_y;

3) решая систему уравнений $F'_x = 0$, $F'_y = 0$ и $\varphi(x; y) = 0$, находим значения λ, x и y;

4) находим второй дифференциал d^2F функции Лагранжа;

5) определяем знак d^2F для системы значений λ, xи y;

6) определяем знак d^2F для системы значений λ, xиyпри условии, что $\varphi'_x dx + \varphi'_y dy = 0$;

7) если $d^2F < 0$, то функция имеет условныйминимум, а если $d^2F > 0$, то функция имеет условный максимум;

8) если $d^2F < 0$, то функция имеет условный максимум, а если $d^2F > 0$, то функция имеет условный минимум.

Тест 10.2 для проверки умений и навыков по теме «Дифференциальное исчисление ФМП»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10)*:*

1. Сумма частных производных функции $f(x; y) = xy + 2x - 2y$ равна

Варианты ответов: 1)$1 + x - y$; 2) 1; 3) 4; 4) 0; 5) $x + y$.

2. Произведение частных производных функции $z = \dfrac{y}{x}$ равно

Варианты ответов: 1)$-\dfrac{y}{x^3}$; 2) $-\dfrac{y}{x}$; 3) $\dfrac{y}{x}$; 4) $\dfrac{x}{y}$; 5) 1.

3. Полный дифференциал функции $z = 5x^2 + 10xy - y^2$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $dz = (20x + 8y)dxdy$;
2) $dz = 10(x + y)dx - 2(5x - y)dy$; 3) $dz = 10(x + y)dx + 2(5x - y)dy$; 4) $dz = 5(x + y)dx + (5x - y)dy$; 5) $dz = 2(5x - y)dx + 5(x + y)dy$.

4. Полный дифференциал функции $z = 5x^2 + 10xy - y^2$ при ее изменении от точки $M_1(2;1)$ до точки $M_2(1{,}99;1{,}1)$ равен

Варианты ответов: 1) 1,12; 2) 2; 3) 0,2; 4) 0; 5) 1,5.

5. Дифференциал второго порядка функции $z = x^2y$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $d^2z = 2ydx^2 + 2dxdy$;

2) $d^2z = 2ydx^2 + 4xdxdy$; 3) $d^2z = ydx^2 - 2dxdy$;

4) $d^2z = 2ydx^2 + 4xdxdy + dy^2$; 5) $d^2z = 4ydx^2dy$.

6. Если функция имеет вид $z = 5\sin x + \cos y - \operatorname{arcctg} x^2$, то значение выражения $z''_{xy} + 2z''_{yx}$ равно

Варианты ответов: 1) $5\cos x + 3xy$; 2) $\frac{2x}{1+x^4}$; 3) – 1; 4) 0; 5) 3.

7.Если функция задана формулой $xyz = x + y + z$, то значение ее частной производной z'_y в точке $M(1; 2; 3)$ равно

Варианты ответов: 1) – 2; 2) 9; 3) 6; 4) – 8; 5) 0.

8.Значение полного дифференциала функции

$$z = \sqrt{xy} + 5x - 25y\cos x$$

при условии, что $x = y = \frac{\pi}{2}$, равно

Варианты ответов: 1) $(5{,}5 + 12{,}5\pi)dx + 0{,}5dy$; 2) $6 + 12{,}5\pi$; 3) 18,5; 4) $(55 + 125\pi)dx + 5dy$; 5) $(6 + 12{,}5\pi)dxdy$.

9. Сумма координат критических точек (или критической точки, если она единственна) функции $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ равна

Варианты ответов: 1) 6; 2) 3,5; 3) 0; 4) 1; 5) –9.

10. Значение функции $z = x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4$ в точке экстремума (или сумма значений в точках экстремума) равно

Варианты ответов: 1) 8; 2) 0; 3) –4; 4) –12; 5) 7.

Тест 10.3 для проверки умений и навыков по теме «Дифференциальное исчисление ФМП»

Укажите правильный вариант ответа(1 – 8):

1. Если функция имеет вид $f(x; y) = \sqrt{3x} - 5x^2 - \frac{1}{xy} + \sin y^2$, то значение выражения $f'_y(2; \sqrt{\pi})$ равно

Варианты ответов:

1) $2\sqrt{\pi}$; 2) 4π ; 3) $1-\sqrt{\pi}$; 4) $\dfrac{1-2\pi\sqrt{\pi}}{\pi}$; 5) $\dfrac{1-4\pi\sqrt{\pi}}{2\pi}$.

2.Значение дифференциала второго порядка функции

$$z=\ln x+5xe^{y}-10^{2x}$$

в точке $M(1;1)$ равно

Варианты ответов: 1) $-\left(1+400\ln^2 10\right)dx^2+10edxdy+5edy^2$;

2) $\left(1-400\ln^2 10\right)dx^2+10edxdy+5edy^2$; 3) $-\left(1+400\ln^2 10\right)+15e$;

4) $-\left(1+800\ln 10\right)dx^2+10edxdy+5edy^2$; 5) $\left(1+400\ln^2 10\right)-15e$.

3.Полный дифференциал функции $u=e^{2xy}+5z$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $du=e^{4xy}\left(ydx+xdy\right)dz$;

2) $du=2e^{2xy}\left(ydx+xdy\right)+dz$;3) $du=2e^{2xy}\left(xdx+ydy\right)+5dz$;

4) $du=2e^{2xy}\left(ydx+xdy\right)+5dz$;5) $du=2e^{2xy}\left(ydx+xdy+5dz\right)$.

4. Если функция задана формулой $f(x,y)=\operatorname{arctg} x+\sin\dfrac{x}{y}+y^2$, то значение выражения $f''_{xy}(x,y)$ равно:

Варианты ответов: 1) $-\left(\dfrac{1}{y^2}\cos\dfrac{x}{y}+\dfrac{x}{y^3}\sin\dfrac{x}{y}\right)$;

2) $\dfrac{1}{y^2}\cos\dfrac{x}{y}-\dfrac{x}{y^3}\cos\dfrac{x^2}{y}$; 3) $-\cos\dfrac{x}{y}+\sin\dfrac{x}{y}$;

4) $\dfrac{1}{y^2}\sin\dfrac{x}{y}+\dfrac{x}{y}\sin\dfrac{x}{y}$; 5) $-\dfrac{1}{y^2}\cos\dfrac{x}{y}+\dfrac{x}{y^3}\sin\dfrac{x}{y}$.

5. Если функция задана формулой $\ln\dfrac{x}{y}+10xy=2x^2$,то значение выражения $y'(-2;2)$ равно

Варианты ответов: 1) – 1;2) 2,55;3) $\dfrac{55}{41}$;4) $\dfrac{7}{3}$;5) 0.

6. Сумма модулей координат точки (точек) экстремума функции $f(x;y)=x^2-2x-y^3+3y$ равна

Варианты ответов: 1) 132; 2) 2; 3) 0; 4) 8,56; 5) 3,4.

7. Наименьшее значение функции $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$ в треугольной области, ограниченной линиями $x=1$, $y=0$ и $y=x$, равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) – 1; 3) 0; 4) – 7; 5) 3.

8.Наименьшее значение функции $f(x;y) = x^2 - 2x - 2y + y^2 + 4$ в круге $x^2 + y^2 \le 4$ равно

Варианты ответов: 1) –1; 2) 0; 3) 2; 4) –2; 5) 4.

Дополните (9 – 10):

9. Значение экстремума функции $z = x^2 - y^2$ при условии, что $2x - y - 6 = 0$, равно _____.

10. Условный максимум функции $z = 9 - 8x - 6y$ при условии, что $x^2 + y^2 = 25$, равен _____.

11. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Структура тестов

1. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Таблица основных неопределенных интегралов.
3. Непосредственное интегрирование.
4. Метод подстановки.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.

Тест 11.1 для проверки теоретических знаний по теме «Неопределенный интеграл»

Укажите все варианты правильных ответов:

1. Функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$, если:

1) $F(x) = f'(x)$;
2) $F'(x) = f(x)$;
3) $F'(x) = f(x) + C$;
4) $F(x) + C = f'(x)$.

Установите соответствие (2 – 5):

2. Свойства неопределенного интеграла:

1) $\int c \cdot g(x)dx$;

2) $\int g\left(\frac{x}{k}+b\right)dx$;

3) $\int (g_1(x)+g_2(x))dx$.

а) $\int g_1(x)dx + \int g_2(x)dx$;

б) $kG\left(\frac{x}{k}+b\right)+C$;

в) $\frac{1}{k}G\left(\frac{x}{k}+b\right)$;

г) $c\int g(x)dx$;

д) $c+\int g(x)dx$;

е) $\int g_1(x)dx \cdot \int g_2(x)dx$.

3. Интегралы от элементарных функций:

ИНТЕГРАЛ

1) $\int dx$;

2) $\int \frac{dx}{x^2}$;

3) $\int x^n dx$;

4) $\int \frac{dx}{x}$.

ЗНАЧЕНИЕ

а) $-x^{-1}+C$;

б) $n \cdot x^{x-1}+C$;

в) $\ln|x|+C$;

г) $1+C$;

д) $\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$;

е) $x+C$;

ж) $-\frac{1}{x^2}+C$.

4. Интегралы от элементарных функций:

ИНТЕГРАЛ

1) $\int e^x dx$;

2) $\int a^x dx$;

ЗНАЧЕНИЕ

а) $a^x \ln x + C$;

б) $\frac{a^x}{\ln a}+C$;

3) $\int \frac{dx}{1+x^2}$;

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

в) $2x^{0,5}+C$;

г) $\mathrm{arctg}x+C$;

д) $\arcsin x+C$;

е) e^x+C;

ж) $\sqrt{x}+C$.

5. Интегралы от элементарных функций:

ИНТЕГРАЛ	ЗНАЧЕНИЕ
1) $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$;	а) $-\mathrm{ctg}x+C$;
2) $\int \cos xdx$;	б) $-\sin x+C$;
3) $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$;	в) $\mathrm{tg}x+C$;
4) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.	г) $\sin x+C$;
	д) $2\sqrt{1-x^2}+C$;
	е) $\arcsin x+C$;
	ж) $\arccos x+C$.

Тест 11.2 для проверки умений и навыков по теме «Неопределенный интеграл»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Множество всех первообразных функции $f(x)=x^{-1}$ при $x>0$ имеет вид:

Варианты ответов: 1) $y=\ln x$; 2) $y=-x^{-2}$; 3) $y=-\ln x$; 4) $y=\ln x+C$; 5) $y=-x^{-2}+C$.

2. Если $f'(x)=\cos x$ и $f(e)=\pi$, то функция $f(x)$ имеет вид:

Варианты ответов: 1) $f(x)=\sin x-\sin e+\pi$;

2) $f(x) = -\sin x + \sin e$; 3) $f(x) = \sin x - \pi$;

4) $f(x) = -\sin x + C$; 5) $f(x) = \sin x + C$.

3. Если график первообразной функции $f(x) = x^{-4}$ проходит через точку $M_0(2; -3)$, то значение первообразной в точке $x = 1$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{71}{24}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{21}{8}$; 4) $-\frac{1}{3}$; 5) $-\frac{79}{24}$.

4. Значение интеграла $\int \left(2x^3 + 5^x - \frac{1}{3x}\right)dx$ равно

Варианты ответов: 1) $2x^2 + \frac{5^x}{\ln 5} + \frac{\ln x}{3} + C$; 2) $\frac{x^4}{2} + \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\ln x}{3}$;

3) $\frac{x^4}{2} + \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\ln x}{3} + C$; 4) $\frac{x^4}{2} + 5^x \ln 5 - \frac{\ln x}{3} + C$; 5) $\frac{x^4}{2} - \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\ln x}{3}$.

5. Значение интеграла $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$ равно

Варианты ответов: 1) $2(\sin x - x)$; 2) $0{,}5(1 + \cos x) + C$;

3) $0{,}2(x - \sin x) + C$; 4) $(x + \sin x) + 2C$; 5) $0{,}5(x + \sin x) + C$.

6. Значение интеграла $\int \operatorname{tg} x dx$ равно

Варианты ответов: 1) $\ln|\cos x| + C$; 2) $-\ln|\cos x| + C$;

3) $-\sin^{-2} x + C$; 4) $\cos^{-2} x + C$; 5) $-\ln|\sin x| + C$.

7. Значение интеграла $\int (3x - 2)^3 dx$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{(3x-2)^4}{12} + C$; 2) $(3x-2)^2 + 12C$;

3) $\ln|3x - 2| + C$; 4) $\frac{(3x+2)^4}{16} + C$; 5) $3x - 2\ln 2 + C$.

8. Значение интеграла $\int x\sqrt{x-3}dx$ равно

Варианты ответов: 1) $0{,}4\left(\sqrt{x+3}\right)^5 - 4\left(\sqrt{x+3}\right)^3$;

2) $\frac{2\left(\sqrt{x-3}\right)^5}{5} + 2\left(\sqrt{x-3}\right)^3 + C$; 3) 1; 4) $\frac{\left(\sqrt{x-3}\right)^4}{4} + \left(\sqrt{x-3}\right)^3 + C$; 5) 0.

9. В результате вычисления интеграла $\int x\sin x dx$ получим

Варианты ответов: 1) $\sin x-2x\cos x+C$;
2) $x\cos x-\sin x+C$; 3) $\sin x+x\cos x+C$;
4) $\sin x-x\cos x+C$; 5) $\sin x-x\operatorname{ctg} x+C$.

10. В результате вычисления интеграла $\int\frac{2dx}{(2x-3)^2+25}$ получим

Варианты ответов: 1) $0{,}1\operatorname{arctg}\ 0{,}04(2x-3)^2+C$;
2) $0{,}1\operatorname{arctg}(0{,}4x-0{,}6)+C$; 3) $0{,}2\operatorname{arcctg}(0{,}4x-0{,}6)$;
4) $0{,}04\operatorname{arctg}(0{,}08x-0{,}12)+C$; 5) $0{,}2\operatorname{arctg}(0{,}4x-0{,}6)+C$.

Тест 11.3 для проверки умений и навыков по теме «Неопределенный интеграл»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если $f(0)=f(2)=0$ и $f''(x)=-1$, то значение $f(1)$ равно

Варианты ответов: 1) 1; 2) 0; 3) 0,5; 4) – 0,5; 5) 1,5.

2. Если точки $A(4;0)$ и $B(-4;0)$ принадлежат графику первообразной $F(x)$ функции $f(x)=\begin{cases}1 \text{ при } x<1,\\ \sqrt{x^{-1}} \text{ при } x\ge 1,\end{cases}$ то значение $F(0)$ равно

Варианты ответов: 1) 4; 2) – 4; 3) 1; 4) 2; 5) – 3.

3. Значение интеграла $\int\frac{(2x+1)dx}{x^2+x-6}$ равно

Варианты ответов: 1) $\ln|x+3|+\ln|x-4|+C$; 2) $3x+C$;
3) $\ln|(x+3)(x-2)|+C$; 4) $\ln|2x-4|+3x^2+C$; 5) $\frac{3}{x}+2x+C$.

4. Значение интеграла $\int e^{\cos x}\sin x dx$ равно

Варианты ответов: 1) $-e^{\sin x}+C$; 2) $-e^{x}\cos x+C$;
3) $e^{-\cos x}+C$; 4) $e^{\cos x+C}$; 5) $-e^{\cos x}+C$.

5. Значение интеграла $\int x^2e^x dx$ равно

Варианты ответов: 1) $x^2e^x-2xe^x+2e^x+C$;

2) $x^3e^x+2xe^x-2e^x+C$; 3) $x^2e^x+2e^x+C$;

4) $x^2e^x-2e^x+5xe^x+C$; 5) $x^2e^x+\ln 3^x+2e^x+C$.

6. В результате вычисления интеграла $\int \arcsin x dx$ получим

Варианты ответов: 1) $\arcsin x^2+\sqrt{1-x^2}+C$;

2) $x\arcsin x+\sqrt{1-x^2}+C$; 3) $x\arcsin x+\ln\left|1-x^2\right|+C$;

4) $\arcsin x-\ln\left|1-x^2\right|+C$; 5) $x\arcsin x+C$.

7. В результате вычисления интеграла $\int\frac{dx}{8x-x^2-7}$ получим

Варианты ответов: 1) $-\frac{1}{9}\operatorname{arctg}\frac{x-4}{3}+C$; 2) $-\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+C$; 3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-7}{x-1}\right|+C$; 4) $-\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-7}{x-1}\right|+C$; 5) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-1}{x-7}\right|+C$.

8. В результате вычисления интеграла $\int\frac{dx}{(\sin x\cos x)^2}$ получим

Варианты ответов: 1) $\ln\sin 2x+C$; 2) $\sin 2x+C$;

3) $2\operatorname{tg} x+C$; 4) $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x+C$; 5) $-2\operatorname{ctg} 2x+C$.

9. В результате вычисления интеграла $\int\frac{(2x+5)dx}{3x+x^2-10}$ получим

Варианты ответов: 1) $\ln\sqrt{(x+5)(x-2)}+C$;

2) $\ln\sqrt[7]{(x+5)^5(x-2)^9}+C$; 3) $\ln\sqrt[7]{(x+5)^5}+\ln\sqrt[7]{(x-2)^9}$;

4) $(x-5)^{\frac{5}{7}}(x+2)^{\frac{9}{7}}+C$; 5) $\ln(x-5)^{\frac{5}{7}}(x+2)^{\frac{9}{7}}+C$.

10. В результате вычисления интеграла $\int\sin(\ln x)dx$ получим

Варианты ответов: 1) $0{,}5x(\sin x-\cos x)+C$;

2) $0{,}5(\sin(\ln x))+C$; 3) $x(\cos(\ln x))+C$;

4) $0{,}5x(\sin(\ln x)-\cos(\ln x))+C$; 5) $x(\sin(\ln x)-\cos(\ln x))+2C$.

12. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Структура тестов

1. Определенный интеграл и его свойства.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры; объем тела вращения; длина дуги кривой.
4. Несобственные интегралы.
5. Двойные интегралы.

Тест 12.1 для проверки теоретических знаний по теме «Определенный интеграл»

Укажите правильный вариант ответа:

1. Формула Ньютона – Лейбница имеет вид:

1) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$; 2) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$;

3) $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$; 4) $\int_a^b f(x)dx = F(x) + C$.

Установите соответствие (2 – 3):

2. Свойства определенного интеграла:

1) $\int_a^b f(x)dx$;	а) $\int_b^a f(x)dx$;
2) $\int_a^a f(x)dx$;	б) $-\int_b^a f(x)dx$;
3) $\int_a^b kf(x)dx$;	в) $\int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$;
4) $\int_a^b \left(f_1(x) + f_2(x)\right)dx$.	г) $kx\int_a^b f(x)dx$;

д) $\int_a^b f_1(x)dx \cdot \int_a^b f_2(x)dx$;

е) $k\int_a^b f(x)dx$;

ж) 0;

з) 1.

3. Приложение определенного интеграла:

ЗАДАЧА	ФОРМУЛА
1) площадь криволинейной трапеции; ограниченной кривой $y=f(x)>0$ и прямыми $x=a$, $x=b$;	а) $V=\left\|\pi\int_a^b f(x)dx\right\|$;
2) площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ и прямыми $x=a$, $x=b$;	б) $S=\left\|\int_a^b (f_1(x)-f_2(x))dx\right\|$;
3) объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси абсцисс;	в) $S=\int_a^b f(x)dx$;
4) объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси ординат;	г) $V=\left\|\pi\int_a^b f^2(x)dx\right\|$;
5) длина дуги кривой $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$.	д) $V=\pi\left\|\int_a^b f^2(y)dy\right\|$;
	е) $L=\int_a^b\sqrt{1-(f'(x))^2}\,dx$.;
	ж) $L=\int_a^b\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$.

Укажите все необходимые действия:

4. Для того чтобы найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций $y=f_1(x)$ и $y=f_2(x)$, необходимо:

1) найти абсциссы x_1 и x_2 точек пересечения графиков функций $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$;

2) найти ординаты точек пересечения графиков функций $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$;

3) записать пределы интегрирования $a = x_1$ и $b = x_2$;

4) записать пределы интегрирования $a = f_1(x_1)$ и $b = f_2(x_2)$;

5) записать подынтегральную функцию $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$;

6) записать подынтегральную функцию $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$;

7) вычислить интеграл $\int\limits_a^b f(x)dx = A$;

8) записать искомую площадь фигуры $S = A$;

9) записать искомую площадь $S = |A|$.

Укажите все правильные варианты ответов:

5. Несобственным интегралом называют:

1) определенный интеграл, у которого хотя бы один из его пределов бесконечен;

2) определенный интеграл, у которого оба его предела бесконечны;

3) определенный интеграл от неограниченной функции;

4) неопределенный интеграл от ограниченной функции.

Установите соответствие (6 – 9)*:*

6. Методы вычисления несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования:

ИНТЕГРАЛ	ФОРМУЛА
1) $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$;	а) $\lim\limits_{a\to-\infty}\int\limits_a^b f(x)dx$;
2) $\int\limits_{-\infty}^b f(x)dx$;	б) $\lim\limits_{b\to+\infty}\int\limits_a^b f(x)dx$;
3) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$.	в) $\lim\limits_{a\to\infty}\int\limits_a^b f(x)dx$;
	г) $\lim\limits_{a\to-\infty}\int\limits_a^c f(x)dx + \lim\limits_{b\to+\infty}\int\limits_c^b f(x)dx$;

д) $\lim\limits_{a\to-\infty}\int\limits_a^c f(x)dx - \lim\limits_{b\to+\infty}\int\limits_c^b f(x)dx$.

7. Методы вычисления несобственных интегралов $I=\int\limits_a^b f(x)dx$ от неограниченной функции $y=f(x)$:

ФУНКЦИЯ	ФОРМУЛА
1) не ограничена в окрестности точки b;	а) $I=\lim\limits_{c\to b-0}\int\limits_a^c f(x)dx$;
2) не ограничена в окрестности точки a.	б) $I=\lim\limits_{c\to b+0}\int\limits_a^c f(x)dx$;
	в) $I=\lim\limits_{c\to a-0}\int\limits_c^b f(x)dx$;
	г) $I=\lim\limits_{c\to a+0}\int\limits_c^b f(x)dx$.

8. Сходимость несобственных интегралов:

ИНТЕГРАЛ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) сходится;	а) предел соответствующего ему собственного интеграла не существует;
2) расходится.	б) предел соответствующего ему собственного интеграла равен бесконечности;
	в) предел соответствующего ему собственного интеграла не существует или равен бесконечности;
	г) существует конечный предел соответствующего ему собственного интеграла.

9. Методы вычисления двойных интегралов $I=\iint\limits_S f(x;y)dxdy$:

ОБЛАСТЬ S	ФОРМУЛА
1) задана неравенствами $a\le x\le b$ и $c\le y\le d$;	а) $I=\int\limits_a^b dy\int\limits_c^d f(x;y)dx$;

2) задана неравенствами $a \le x \le b$ и $f_1(x) \le y \le f_2(x)$;

3) задана неравенствами $f_1(y) \le x \le f_2(y)$ и $c \le y \le d$.

б) $I = \int_a^b dx \int_c^d f(x;y)dy$;

в) $I = \int_a^b dy \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x;y)dx$;

г) $I = \int_a^b dx \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x;y)dy$;

д) $I = \int_c^d dy \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} f(x;y)dx$.

Тест 12.2 для проверки умений и навыков по теме «Определенный интеграл»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Результат вычисления интеграла $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+2x}}$ равен

Варианты ответов:
1) $0{,}75\left(\sqrt[3]{25}-1\right)$; 2) $1{,}5\left(\sqrt[3]{25}+1\right)$; 3) 12; 4) 8; 5) 45.

2. Результат вычисления интеграла $\int_0^{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)dx$ равен

Варианты ответов: 1) 3; 2) – 3; 3) $6\sqrt{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 5) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

3. Результат вычисления интеграла $\int_0^{\pi} \sin 2x \cos 3x dx$ равен

Варианты ответов: 1) 1; 2) – 0,8; 3) – 4; 4) 0,3; 5) 19.

4. В результате вычисления интеграла $\int_{-1}^{15} \frac{dx}{\sqrt{x+10} - \sqrt{x+1}}$ получим

Варианты ответов: 1) 5; 2) 8; 3) – 6; 4) 33; 5) 12.

5. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $y=2$, $x=9$, равна

Варианты ответов: 1) 8; 2) 1,63; 3) $\frac{8}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$;5) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

6. Объем тела, полученного в результате вращения вокруг осиOx криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=\frac{6}{x}$, $x=1$ и $x=36$, равен

Варианты ответов: 1) 35; 2) 35π; 3) 5π; 4) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$; 5) $\frac{\pi}{53}$.

7. Длина дуги кривой $f(x)=\frac{2}{3}x^{1,5}+\frac{2}{3}$, ограниченной прямыми $x=0$ и $x=3$, равна

Варианты ответов: 1) 2; 2) 1,5; 3) $\frac{14}{3}$; 4) $\frac{8}{3}$; 5) 2,5.

8. Результат вычисления интеграла $\int\limits_{1}^{+\infty} x^{-4}dx$ равен

Варианты ответов: 1) ∞; 2) 0; 3) 1; 4) $\frac{8}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$.

9. Значение интеграла $\int\limits_{-1}^{1} dx\int\limits_{0}^{2}(x+y)dy$ равно

Варианты ответов: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{8}{3}$; 3) 3; 4) 4; 5) – 6.

10. Значение интеграла $\iint\limits_{S}(2x+3y)dxdy$ при условии, что прямоугольная область S ограничена линиями $x_1=0$, $x_2=3$ и $y_1=0$, $y_2=2$, равно

Варианты ответов: 1) 8; 2) 2; 3) 3, 56; 4) 36; 5) 16.

Тест 12.3 для проверки умений и навыков по теме «Определенный интеграл»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 8):

1. В результате вычисления интеграла $\int\limits_{-1}^{2}\left(10^{\frac{x}{4}}-\sin\pi x\right)dx$ получим

Варианты ответов: 1) $4\lg e\left(\sqrt{10}-0{,}1\sqrt[4]{10^3}\right)+2\pi^{-1}$;
2) $4\lg e\left(\sqrt{10}-0{,}1\sqrt[4]{10^3}\right)$; 3) $4\left(\sqrt{10}+\sqrt[4]{10^3}\right)+2\pi^{-1}$;
4) $4\lg e+2\pi^{-1}$; 5) 0.

2. Объем тела вращения вокруг оси *Oy* криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y^2=x$, прямой $y=2$ и осью *Ox*, равен

Варианты ответов: 1) $6{,}4\pi$; 2) 5; 3) 1,55; 4) 9; 5) $4{,}5\pi$.

3. Площадь фигуры, ограниченная линиями $y=\dfrac{1}{x}$, $y=\dfrac{1}{2x-1}$, $x=2$, $x=a$, равна $\ln 0{,}3\sqrt{15}$ при значении *a* из промежутка

Варианты ответов:
1) $[-2;2]$; 2) $[-1;1{,}7]$; 3) $(5;8)$; 4) $(4;9)$; 5) $(0{,}5;4)$.

4. Значение интеграла $\int\limits_{-\infty}^{1}\dfrac{dx}{x^2+1}$ равно

Варианты ответов: 1) 12; 2) $\dfrac{3\pi}{4}$; 3) $\dfrac{\pi}{4}$; 4) $\dfrac{\pi}{12}$; 5) $-\infty$.

5. Значение интеграла $\int\limits_{1}^{+\infty}xe^{-x^2}dx$ равно

Варианты ответов: 1) e^2; 2) 0; 3) 123; 4) $\dfrac{1}{2e}$; 5) ∞.

6. Значение интеграла $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{dx}{\sqrt{x-1}}$ равно

Варианты ответов: 1) – 5; 2) 2; 3) 21; 4) 1; 5) ∞.

7.Значение интеграла $\int\limits_{2}^{3} 6dy \int\limits_{6-y}^{4y-y^2} dx$ равно

Варианты ответов: 1) – 5; 2) 0; 3) 2,1; 4) 1; 5)– 2.

8. Значение интеграла $\iint\limits_{S} e^{\frac{y}{x}} dxdy$, при условии, что область S – треугольник с вершинами в точках $O(0;0)$, $A(1;0)$ и $B(1;1)$, равно

Варианты ответов: 1) 5,5; 2) $0{,}5e - 0{,}5$; 3) 1; 4) $e-1$; 5) 3,14.

Дополните (9 – 10):

9.Значение интеграла $\iint\limits_{S} 3dxdy$, при условии, что область Sограничена кривыми $y=-x^2$ и $x=y^2$, равно _____.

10. Объем тела, ограниченного плоскостями $x+2y=z$, $x+1{,}5y=9$, $x-2y=2$, $x=3$ и $z=0$, равен _____.

13. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЭКОНОМИКЕ

Структура тестов

1. Нахождение объема производства.
2. Определение среднего времени изготовления единицы продукции.
3. Нахождение дисконтированного дохода.
4. Определение издержек производства.
5. Определение дисконтированной стоимости при непрекращающемся денежном потоке.

Тест 13.1 для проверки теоретических знаний по теме «Применение интегралов в экономике»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 6):

1. Если $y = f(t)$ – производительность труда в момент времени *t*, то объем продукции, выпущенной производителем за промежуток времени $[0; T]$ равен:

1) $V = \int\limits_0^T (1 + f(t))dt$; 2) $V = \int\limits_0^T f'(t)dt$;

3) $V = \int\limits_0^T f^2(t)dt$; 4) $V = \int\limits_0^T f(t)dt$.

2. Если функция Кобба-Дугласа имеет вид $g(t) = (\alpha t + \beta)e^{\gamma t}$, то объем продукции, выпущенной производителем за *t* лет, равен:

1) $V = \int\limits_0^t (\alpha t + \beta)e^{\gamma t}dt$; 2) $V = \int\limits_0^t (\beta t + \alpha)e^{t}dt$;

3) $V = \int\limits_0^t (\alpha t + \beta)dt$; 4) $V = \int\limits_0^t (\gamma t + \beta)e^{\alpha t}dt$.

3. Если функция $t(x)$ выражает время, затраченное на изготовление продукции, то среднее время, затраченное на изготовление единицы продукции, в период освоения изделий от x_1 до x_2 находят по формуле:

1) $t_{ср.} = \frac{1}{x_2 + x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x)dx$; 2) $t_{ср.} = \frac{1}{x_1 - x_2} \int_{x_1}^{x_2} t(x)dx$;

3) $t_{ср.} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x)dx$; 4) $t_{ср.} = \int_{x_1}^{x_2} t(x)dx$.

4. Если функция $f(t)$ показывает поступление дохода за время *t*, а *i* – удельная норма непрерывно начисляемого процента, то дисконтированный доход*K* за время *T* равен:

1) $K = i\int_0^T f(t)dt$; 2) $K = \int_0^T f(t)e^{-it}dt$;

3) $K = \int_0^T f(t)e^{it}dt$; 4) $K = \int_0^T (f(t))^i dt$.

5. Если q – объем выпуска продукции, C_0 – издержки для производства первой единицы продукции, $MC = C'(q)$ – функция предельных издержек, то функция издержек $C(q)$ имеет вид:

1) $C(q) = \int_1^q MCdq$; 2) $C(q) = \int_1^q MCdq + C_0$;

3) $C(q) = C_0\int_1^q MCdq$; 4) $C(q) = \int_0^q MCdq + C_0$.

6. Если $R(t)$ – рента земельного участка, а *r* – непрерывная процентная ставка, то дисконтированная стоимость земельного участка может быть найдена по формуле:

1) $S = e^r \int_0^\infty R(t)dt$; 2) $S = \int_{-\infty}^\infty R(t)e^{-rt}dt$;

3) $S = \int_0^\infty R(t)e^{rt}dt$; 4) $S = \int_0^\infty R(t)e^{-rt}dt$.

Тест 13.2 для проверки умений и навыков по теме «Применение интегралов в экономике»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если производительность труда бригады рабочих задана функцией $f(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$, то объем продукции, выпущенной бригадой за второй и третий часы работы, равен

Варианты ответов: 1) $\ln\sqrt{2}$; 2) $0{,}5\ln 5$; 3) 9; 4) 1; 5) 85.

2. Если поступление товара на склад характеризуется функцией $f(t)=3t^2+2t$, то за 4 дня запас товара на складе будет составлять

Варианты ответов:

1) 230 ед.; 2) 425 ед.; 3) 15 ед.; 4) 80 ед.; 5) 50 ед.

3. Если функция Кобба-Дугласа имеет вид $g(t)=(3+t)e^{5t}$, то объем продукции, выпущенной за 5 лет работы предприятием, равен

Варианты ответов:

1) $\dfrac{3e^{20}+4}{25}$; 2) $\dfrac{39e^{25}-14}{25}$; 3) 125; 4) 25; 5) $4\left(39e^{2,5}-14\right)$.

4. Если функция издержек производства имеет вид

$$K(x)=4x^3+3x^2-2\,,$$

а объем продукции, выпускаемой станком, изменился от 10 до 20 единиц, то среднее значение издержек производства составит

Варианты ответов:

1) 150; 2) 16 000; 3) 17 002; 4) 15 698; 5) 18 000.

5. Если функция издержек производства имеет вид

$$K(x)=9x^2-6x-3,$$

а объем производства изменился от 2 до 6 единиц, то количество продукции, выпускаемой при средних издержках производства, превысит

Варианты ответов: 1) 6 изделий; 2) 5 изделий; 3) 4 изделия; 4) 10 изделий; 5) 13 изделий.

6. Если в период освоения изделий от $x_1=4$ до $x_2=9$ функция изменения затрат времени на изготовление этих изделий имеет вид

$t(x)=5x^{-0,5}$, то среднее время, затраченное на освоение одного изделия, составит

Варианты ответов: 1) 1; 2) 5; 3) 7; 4) 13; 5) 2.

7. Если известна функция предельных издержек

$$MC=6q^2+5q-10 \text{ и } 1\le q\le 10,$$

то функция издержек имеет вид

Варианты ответов: 1) $C(q)=2q^3+2{,}5q^2-10q$;

2) $C(q)=2q^3+2{,}5q^2-10q+C_0$; 3) $C(q)=2q^3+2{,}5q^2-10q+11$;

4) $C(q)=4q^3+5q^2-20q+C_0$; 5) $C(q)=6q^2+5q-10+C_0$.

8. Если функция предельных издержек задана формулой $MC=4q^3+2q-1$, $1\le q\le 10$, а издержки для производства первой единицы товара составляют 25 ден. ед., то при производстве 5 единиц товара издержки составят

Варианты ответов: 1) 670 ден. ед.; 2) 700 ден. ед.; 3) 0 ден. ед.; 4) 1234 ден. ед.; 5) 43 ден. ед.

9. Если первоначальные капиталовложения при процентной ставке 10 % составляли 20 тыс. ден. ед., то при намеченном ежегодном увеличении капиталовложения на 1 тыс. ден. ед. дисконтированный доход за 2 года составит ден. ед.

Варианты ответов: 1) 1256 тыс.; 2) 130 тыс.; 3) $300-\dfrac{320}{e^{0,2}}$ тыс.;

4) $30-\dfrac{32}{e^2}$ тыс.; 5) $300+\dfrac{320}{e^{0,2}}$ тыс.

10. Если рента Rзадается формулой $R(t)=75e^{-0,5t}$, а предельная ставка $r=10$ %, то дисконтированная стоимость земельного участка составит

Варианты ответов: 1) 22 ден. ед.; 2) 876 ден. ед.;

3) $76\dfrac{43}{131}$ ден. ед.; 4) $\dfrac{900}{13}$ ден. ед.; 5) 125 ден. ед.

. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Структура тестов

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Тест 14.1 для проверки теоретических знаний по теме «Дифференциальные уравнения»

Укажите все варианты правильных ответов (1 – 2):

1. Дифференциальными являются уравнения:

1) $xy + 3y' = 9x^2$; 2) $y''' - 5y' + 45x = \cos y$;

3) $(5x - 4y)dx = (x^{10} + 10y)dy$;

4) $dx + 5x = y - 8$; 5) $(2x + y^3)dy = 0$.

2. Решить задачу Коши – значит:

1) найти общее решение дифференциального уравнения;

2) найти интегральную кривую, проходящую через заданную точку $M_0(x_0; y_0)$;

3) найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(x_0) = y_0$;

4) найти множество интегральных кривых;

5) найти общий интеграл дифференциального уравнения.

Установите соответствие (3 – 5):

3. Дифференциальные уравнения первого порядка:

УРАВНЕНИЕ	ОБЩИЙ ВИД	МЕТОД РЕШЕНИЯ
1) с разделенными переменными;	а) $f(y)dy = f(x)dx$;	з) проинтегрировать обе части уравнения;
2) с разделяющимися переменными;	б) $f(x; y)dy = f(x)dx$;	и) разделить переменные и проинтегрировать обе части

3) однородные;	в) $f_1(x)g(y)dx = f_2(x)dy$;	уравнения; к) применить подстановку $y = ux$, где $u = f(x)$;
4) линейные.	г) $y' + p(x)y + q(x) = 0$;	л) применить подстановку $y = uv$, где $u = f_1(x)$, $v = f_2(x)$;
	д) $P(x,y)dx = Q(x,y)dy$, где $P(kx,ky) = k^n P(x,y)$ и $Q(kx,ky) = k^m Q(x,y)$;	м) применить подстановку $y = \frac{u}{v}$, где $u = f_1(x)$, $v = f_2(x)$.
	е) $P(x,y)dx = Q(x,y)dy$, где $P(kx,ky) = k^n P(x,y)$ и $Q(kx,ky) = k^n Q(x,y)$;	
	ж) $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$.	

4. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

УРАВНЕНИЕ	ОБЩИЙ ВИД
1) однородные;	а) $y'' + py' + qy = 0$;
2) неоднородные.	б) $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$;
	в) $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$;
	г) $y'' + py' + qy = f(x)$.

5. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, где $k^2 + pk + q = 0$ – характеристическое уравнение:

КОРНИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ	ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ
1) $k_1 \neq k_2 \in \mathrm{R}$;	а) $y = c_1 e^{kx} + c_2 x e^{kx}$;
2) $k_1 = k_2 \in \mathrm{R}$;	б) $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$;
3) $k_{1,2} = a \pm ib$.	в) $y = c_1 \cos ax + c_2 \sin bx$;
	г) $y = e^{ax}(c_1 \cos bx + c_2 \sin bx)$;
	д) $y = e^{ax}(c_1 \cos ibx + c_2 \sin ibx)$.

Укажите все правильные действия:

6. Чтобы решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами (*) необходимо:

1) записать в общем виде частное решение $\tilde{y}$ уравнения (*);

2) найти общее решение y_0 соответствующего уравнению (*) однородного уравнения $y'' + py' + qy = 0$;

3) подставить значения $\tilde{y}$, $\tilde{y}'$ и $\tilde{y}''$ в уравнение (*) и найти значения неопределенных коэффициентов;

4) найти значения выражений $\tilde{y}'$ и $\tilde{y}''$;

5) записать решение $\tilde{y}$ с определенными коэффициентами;

6) записать общее решение уравнения (*) в виде $y = y_0 \cdot \tilde{y}$;

7) записать общее решение уравнения (*) в виде $y = y_0 + \tilde{y}$.

Установите соответствие:

7. Решение нелинейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

p, *q*– коэффициенты, k_1, k_2 – корни характеристического уравнения $k^2 + pk + q = 0$; $y = f(x)$ – вид правой части уравнения; *a*, *b*, *m*– постоянные коэффициенты; *A*, *B*, *C*– неопределенные коэффициенты:

ПРАВАЯ ЧАСТЬ УРАВНЕНИЯ

1) $f(x) = ae^{mx}$ и $m \neq k_1 \neq k_2$;

2) $f(x) = ae^{mx}$ и $m = k_1$;

3) $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $q \neq 0$;

4) $f(x) = a\sin mx + b\cos mx$ и $p^2 + (q - m)^2 \neq 0$;

5) $f(x) = ax + b$, $q = 0$, $p \neq 0$.

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ

а) $\tilde{y} = Ae^{mx}$;

б) $\tilde{y} = Axe^{mx}$;

в) $\tilde{y} = Ax + B$;

г) $\tilde{y} = Ax^2 + Bx + C$;

д) $\tilde{y} = A\sin mx + B\cos mx$;

е) $\tilde{y} = x(A\sin mx + B\cos mx)$;

ж) $\tilde{y} = Ax^2 + Bx$.

Тест 14.2 для проверки умений и навыков по теме «Дифференциальные уравнения»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Функция $y = 2x^2 + 9x - 1$ является решением дифференциального уравнения

Варианты ответов: 1) $35y'' + 3y' - 24x = 0$;

2) $y'' + 6y' - 24x = 58$; 3) $y'' + 3(y')^2 - x + 5 = 0$;

4) $4yy' + 4x = 5$; 5) $y'' + y' = 2x^2 + 9x$.

2. Решение дифференциального уравнения $(x-2)dy + (2y-3)dx = 0$ при условии, что $x_0 = 3$, а $y_0 = 5$, имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = \frac{7 + 3(x-2)^2}{2(x-2)^2}$; 2) $y = \frac{21 + (x-2)^2}{2(x-2)^2}$;

3) $y = \frac{3(x-2)^2}{(x+2)^2}$; 4) $y = \frac{C + 3(x-2)^2}{2(x-2)^2}$; 5) $y = 5$.

3. Общее решение дифференциального уравнения $3xyy' = 2y^2$ имеет вид*Варианты ответов:*

1) $y = \frac{x^2}{C}$; 2) $y^3 = Cx^4$; 3) $y^3 = -\frac{x^4}{5}$; 4) $y^3 = x^2$; 5) $y^3 = Cx^2$.

4. Решение уравнения $y'\sin x + y\cos x = 0$ при $x = -\frac{\pi}{2}$ имеет вид

Варианты ответов:

1) $y = -\sin x$; 2) $y = -1$; 3) $y = 2$; 4) $y = -C$; 5) $y = C$.

5. Общий интеграл уравнения $xyy' = 4x^2 + y^2$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = 8\ln x^3 + 2Cx^2$; 2) $y = 8x^2 \ln x + 2Cx^2$;

3) $y^2 = 8x^2 \ln x + 2Cx^2$; 4) $y^2 = 8x^2 + Cx^2$; 5) $y^2 = 4\ln x + C$.

6. Решение дифференциального уравнения $2y' + 5y = 1$, удовлетворяющего начальным условиям $y(0) = -1$, имеет вид

*Варианты ответов:*1) $y = 1 - 6e^{-2,5x}$; 2) $y = 0,2 - 1,2e^{-2,5x}$;

3) $y=e^{2,5x}+4$; 4) $y=\left(\frac{e^{2,5x}}{5}-\frac{1}{3}\right)e$; 5) $y=-e^{-2,5x}$.

7. В результате интегрирования дифференциального уравнения $y''=\sin x$ получим

Варианты ответов: 1) $y=-\sin x+Cx+C$; 2) $y=\sin x+Cx$;

3) $y=-\sin x+C_1x+C_2$; 4) $y'=-\cos x+C$; 5) $y=\sin x+2x$.

8. Общее решение дифференциального уравнения $y''-5y'+6y=0$ имеет вид

*Варианты ответов:*1) $y=Ce^{2x}+Cxe^{3x}$; 2) $y=C_1e^{2x}+C_2e^{3x}$;

3) $y=C_1e^{x}+C_2xe^{3x}$; 4) $y=3e^{2x}+2e^{3x}$; 5) $y=C_1e^{-2x}+C_2xe^{-3x}$.

9. Частное решение уравнения $2y''-4y'+2y=0$, удовлетворяющее условиям $y(0)=1$ и $y'(0)=-1$, имеет вид

*Варианты ответов:*1) $y=3e^{2x}+9e^{2x}$; 2) $y=0$;3) $y=e^{x}(1+x)$;

4) $y=2e^{x}$; 5) $y=e^{x}-2xe^{x}$.

10. Если $x=\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$, то общий интеграл уравнения $y''+y'+y=0$ имеет вид *Варианты ответов:*1) $y=5e^{-0,5x}$; 2) $y=Ce^{-0,5x}$; 3) $y=Ce^{-\frac{2\pi}{\sqrt{3}}}$; 4) $y=e^{-\frac{\pi}{4}}$; 5) $y=Ce^{-0,5x}$.

Тест 14.3 для проверки умений и навыков по теме «Дифференциальные уравнения»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10)*:*

1. Общий интеграл дифференциального уравнения

$$\left(xy^3-2x\right)dy-\left(2y+3xy\right)dx=0$$

имеет вид

Варианты ответов: 1) $\frac{y^3}{3}-2\ln y=2\ln 2x+3x$;

2) $\frac{y^3}{3}-2\ln y=2\ln x+3x+C$; 3) $\frac{2y^3}{3}+2\ln y=3x+C$;

4) $2\ln y = 2\ln x - 5x + C$; 5) $\dfrac{y^3}{3} = 2\ln x + 3x^2 - 7x + C$.

2. В результате решения задачи Коши для дифференциального уравнения $y = xy' + 2x\operatorname{ctg}\dfrac{y}{x}$ при $x_0 = -1$, $y_0 = \pi$ получим

Варианты ответов: 1) $Cx = \cos y$; 2) $x^2 = -\sin\dfrac{x}{y}$;

3) $x^2 + \cos\dfrac{y}{x} = 0$; 4) $x\pi = \cos\dfrac{y}{x}$; 5) $x^2 = \cos\dfrac{y}{x}$.

3. Решением дифференциального уравнения $y' - 3x\left(x^2 - 1\right) = \dfrac{xy}{x^2 - 1}$ является функция

Варианты ответов: 1) $y = \left(\left(x^2 - 1\right)^{3x} + C\right)\sqrt{2x^2 - 1}$;

2) $y = \left(\left(x^2 - 1\right)^{1,5} + C\right)2x$; 3) $y = \left(\left(x^2 + 1\right)^{-1,5} + C\right)\sqrt{x^2 + 1}$;

4) $y = \left(\left(x^2 - 1\right)^{1,5} + C\right)\sqrt{x^2 - 1}$; 5) $y = \left(\left(x^2 - 1\right)^{5} - C\right)x^2$.

4. Общий интеграл уравнения $y'' + 2 = 2x^{-2}$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = -2\ln x - x^2 + Cx$;

2) $y = \ln x^2 - x^2 + C$; 3) $y' = -2x^{-1} - 2x + C$;

4) $y = \ln\dfrac{1}{x^2} - x^2 + C_1 x + C_2$; 5) $y = -2\ln x - x^2 + Cx + C$.

5. Если уравнение имеет вид $y'' + 9y = 0$, то значение выражения $y'(60^\circ)$ равно

Варианты ответов:

1) $-3C$; 2) $3(C_1 - C_2)$; 3) $6C_1C_2$; 4) –3; 5) 0.

6. Общий интеграл дифференциального уравнения $y'' + y = e^x$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = C_1\cos x + C_2\sin x$;

2) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + 0{,}5e^x$; 3) $y = 0{,}5e^x$;

4) $y = \cos x + \sin x + Ae^x$; 5) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + Ae^x$.

7. Частное решение уравнения $y'' + 3y' - 4y = 2e^x$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $\tilde{y} = 0{,}4e^{x}(1+x)$; 2) $\tilde{y} = C_1 e^{x} + C_2 e^{-4x}$;

3) $\tilde{y} = 0{,}4e^{x}$; 4) $\tilde{y} = C_1 e^{x} + C_2 e^{-4x} + 0{,}4xe^{x}$; 5). $\tilde{y} = 0{,}4xe^{x}$.

8. Решением уравнения $y'' + 2y' - 3y = 5x^2 + 2x - 3$ является семейство интегральных кривых вида

Варианты ответов: 1) $y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-3x} - \dfrac{5}{3}x^2 - \dfrac{26}{9}x - \dfrac{55}{27}$;

2) $y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-3x}$; 3) $y = -\dfrac{5}{3}x^2 - \dfrac{26}{9}x - \dfrac{55}{27}$;

4) $y = 45x^2 + 78x + 55$; 5) $y = 5x^2 + 2x - 3$.

9. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения

$$y'' - y' - 6y = 52\sin x \cos x$$

при условии, что $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$, имеет вид

Варианты ответов: 1) $y = 0{,}2\sin 2x + 0{,}5\cos 2x$;

2) $y = \dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{23}{16}e^{3x}$; 2) $y = -5\sin 2x + \cos 2x$.

4) $y = 0{,}3e^{-2x} + 1{,}2e^{3x} - 2{,}5\sin 2x + 0{,}5\cos 2x$;

5) $y = e^{-2x} + e^{3x} - \sin 2x + \cos 2x$.

10. Решение системы уравнений $\dfrac{dx}{dt} = x + y$, $\dfrac{dy}{dt} = 2x - y$ при $t = 0$ имеет вид

Варианты ответов: 1) $x = 2C$, $y = 2\sqrt{3}C$;

2) $x = C_1 - C_2$, $y = C_1(\sqrt{3} - 1) + C_2(\sqrt{3} + 1)$;

3) $x = C_1 + 2C_2$, $y = \sqrt{6}(C_1 - C_2)$;

4) $x = C_1 + C_2$, $y = C_1(\sqrt{3} - 1) - C_2(\sqrt{3} + 1)$;

5) $x = C_1 + C_2$, $y = C_2(\sqrt{3} - 1) - C_1(\sqrt{3} + 1)$.

15. РЯДЫ

Структура тестов

1. Числовые ряды: необходимое и достаточное условия их сходимости.
2. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.
3. Абсолютная и условная сходимость знакочередующихся рядов.
4. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
5. Ряд Тейлора и ряд Маклорена.

Тест 15.1 для проверки теоретических знаний по теме «Ряды»

Установите соответствие (1 – 2):

1. Виды рядов:

РЯД	ЗАПИСЬ
1) числовой с произвольными членами;	а) $\sum\limits_{-\infty}^{\infty} c_n x^n$;
2) числовой знакочередующийся;	б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$;
3) функциональный;	в) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$;
4) степенной.	г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$;
	д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

2. Дан числовой ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\{S_n\}$ – последовательность его частичных сумм:

РЯД	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) сходится;	а) предел последовательности частич-

2) расходится.	ных сумм ряда существует; б) предел последовательности частичных сумм ряда равен нулю; в) предел последовательности частичных сумм ряда равен бесконечности; г) предел последовательности частичных сумм ряда не существует или равен бесконечности.

Укажите правильный вариант ответа:

3. Необходимое условие сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$: если ряд сходится, то

1) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;
2) $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$;
3) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$;
4) предел n-го члена ряда не существует.

Установите соответствие:

4. Следствие из необходимого признака сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$:

ЕСЛИ	РЯД
1) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, то;	а) сходится;
2) $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то.	б) расходится;
	в) может сходиться, а может и расходиться.

Укажите все правильные варианты ответов:

5. Признаки сравнения рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (1) и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (2) с положительными членами при $a_n \le b_n$ $\forall n \in \mathrm{N}$:

1) если ряд (1) сходится, то ряд (2) расходится;
2) если ряд (1) сходится, то и ряд (2) сходится;
3) если ряд (2) сходится, то и ряд (1) сходится;
4) если ряд (2) расходится, то и ряд (1) расходится;
5) если ряд (1) расходится, то и ряд (2) расходится.

Установите соответствие (6 – 7)*:*

6. Признак Даламбера. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами и существует $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$:

ЕСЛИ	РЯД
1) $l > 1$;	а) сходится;
2) $l < 1$;	б) расходится;
3) $l = 1$.	в) может, как сходиться, так и расходиться;
	г) не существует.

7. Радикальный признак Коши. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами и существует $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = l$:

ЕСЛИ	РЯД
1) $l < 1$;	а) сходится;
2) $l > 1$;	б) расходится;
3) $l = 1$.	в) может, как сходиться, так и расходиться;
	г) не существует.

Укажите все правильные варианты ответов (8 – 14)*:*

8. Интегральный признак Коши. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, члены которого положительны и не возрастают и несобственный интеграл $\int_1^{\infty} a_n dn$:

1)если интеграл сходится, то и ряд сходится;
2) если интеграл равен бесконечности или не существует, то ряд расходится;
3) если интеграл равен бесконечности или нулю,то ряд расходится;
4)если интегралне существует или равен нулю, то ряд расходится.

9. Признак Лейбница для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$:

1) если $\forall n \in \mathrm{N}$: $a_n \geq a_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, то ряд сходится;

2) если $\forall n \in \mathrm{N}$: $a_n \leq a_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, то ряд сходится;

3) если $\forall n \in \mathrm{N}$: $a_n \leq a_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то ряд расходится;

4)если и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то ряд расходится.

10. Дан знакочередующийся ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ (1) и ряд, составленный из модулей его членов $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ (2):

1) если ряд (2) сходится, то ряд (1) сходится абсолютно;
2) если ряд (2) расходится, а ряд (1) сходится, то ряд (1) сходится условно;
3) если ряд (2) сходится, то ряд (1) сходится условно;
4) если ряд (2) расходится, то ряд (1) расходится условно.

11. Радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ находят по формуле: 1) $R = \lim\limits_{n\to\infty} \left| \frac{c_{n+1}}{c_n} \right|$; 2) $R = \left(\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n} \right)^{-1}$; 3) $R = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n}$;

4) $R = \left(\lim\limits_{n\to\infty} \left| \frac{c_{n+1}}{c_n} \right| \right)^{-1}$; 5) $R = \left(\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n} \right)^2$.

12. Теорема Абеля и следствие из нее для ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n x^n$:

1) если ряд сходится в точке x_0, то он сходится в любой точке *x*, такой, что $|x| > |x_0|$;

2) если ряд расходится в точке x_0, то он расходится в любой точке *x*, такой, что $|x| \leq |x_0|$;

3) если ряд расходится в точке x_0, то он расходится в любой точке *x*, такой, что $|x| > |x_0|$;

4) если ряд сходится в точке x_0, то он сходится абсолютно в любой точке *x*, такой, что $|x| < |x_0|$.

13. Ряд Тейлора для функции $y = f(x)$ в окрестности точки $x = a$ имеет вид:

1) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots$;

2) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x+a) + \frac{f''(a)}{2!}(x+a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x+a)^n + \ldots$;

3) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}x + \frac{f''(a)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}x^n + \ldots$.

14. Ряд Маклоренадля функции $y = f(x)$ имеет вид:

1) $f(x) = f(1) + \frac{f'(1)}{1!}(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(1)}{n!}(x-1)^n + \ldots$;

2) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1}x + \frac{f''(a)}{2}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n}x^n + \ldots$;

3) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \ldots$.

Тест 15.2 для проверки умений и навыков по теме «Ряды»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+3}$ сходится, то найдите произведение первого и третьего его членов, а если ряд расходится, то найдите произведение четвертого и пятого членов ряда

Варианты ответов: 1) $\frac{14}{21}$; 2) $\frac{16}{45}$; 3) $\frac{14}{13}$; 4) 53; 5) 234.

2. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^{n+1}}$ сходится, то найдите $a_2 + a_4$, а если ряд расходится, то найдите $a_1 + a_3$

Варианты ответов: 1) $\frac{31}{21}$; 2) $\frac{31}{16}$; 3) 1, 34; 4) 4; 5) 3.

3. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^2}{n!}$ расходится, то найдите его третий член, а если ряд сходится, то найдите его пятый член

Варианты ответов: 1) $\frac{3}{40}$; 2) $\frac{9}{5}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 6,4.

4. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{n+5}\right)^n$ расходится, то найдите $|a_1 - a_3|$, а если ряд сходится, то найдите $|a_2 - a_3|$

Варианты ответов: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{25}{49}$; 5) $\frac{9}{94}$.

5. Если ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ сходится, то запишите $e^{a_n^{-1}}$, а если ряд расходится, то запишите a_n^{-1}

Варианты ответов: 1) $(e^n)^n$; 2) ne^n; 3) n^2; 4) $\ln n^n$; 5) n^n.

6. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^{-1}$ сходится абсолютно, то найдите $|a_4|$, а если ряд сходится условно, то запишите a_4

Варианты ответов: 1) 0,5; 2) – 0,2; 3) 1,2; 4) – 0,25; 5) 0,25.

7. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 7^n}$ равен

Варианты ответов: 1) 7; 2) 1; 3) 0; 4) $\frac{1}{7}$; 5) $\frac{2}{21}$.

8. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n (n-2)}{n+3}$ равен

Варианты ответов: 1) 0,25; 2) 0; 3) 1; 4) 1,2; 5) ∞.

9. Наибольшее целое число, принадлежащее интервалу сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} 0{,}5^n \cdot x^n$, равно

Варианты ответов: 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) – 1; 5) 5.

10. Число целых чисел, принадлежащих промежутку сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^{-n}}$, равно

Варианты ответов: 1) 5; 2) 0; 3) 2; 4) 1; 5) 3.

Тест 15.3 для проверки умений и навыков по теме «Ряды»

Укажите правильный вариант ответа (1 – 10):

1. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \sin 2n$ расходится, то запишите его второй член, а если ряд сходится, то запишите первый член ряда

Варианты ответов:

1) $0{,}5\sin 4$; 2) $0{,}5\sin 2$; 3) $\sin 2$; 4) $-\sin 2$; 5) $-0{,}2\sin 4$.

2. Если ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n-1)!}$ сходится, то найдите $\frac{a_n}{a_{n+1}}$, а если ряд расходится, то найдите $\frac{a_{n+1}}{a_n}$

Варианты ответов:

1) $\frac{n^2}{(n+1)^2}$; 2) $\frac{n-1}{(n+1)^2}$; 3) $\frac{n^3}{(n+1)^2}$; 4) $\frac{(n+1)^2}{n^3}$; 5) $\frac{(n+1)^2}{n^2}$.

3. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2-5}$ сходится, то запишите его пятый член, а если ряд расходится, то найдите четвертый член ряда

Варианты ответов: 1) 1,25; 2) – 0,25; 3) – 2; 4) $\frac{6}{31}$; 5) $\frac{4}{11}$.

4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-p}$ сходится, для всех значений *p*, принадлежащих промежутку

Варианты ответов:

1) $(1;+\infty)$; 2) $(-\infty;1)$; 3) $(-\infty;+\infty)$; 4) $[1;+\infty)$; 5) $[-1;0)$.

5. Если ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{7}{n^2+1}$ сходится, то найдите предел его n-го члена, а если ряд расходится, то найдите сумму трех первых членов ряда

Варианты ответов: 1) 5,6; 2) 0; 3) ∞; 4) 1; 5) 11,9.

6. Ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}x^n$ сходится на интервале

Варианты ответов:

1) $(-1;1)$; 2) $(-0{,}2;0{,}2)$; 3) $\left(-e^{-1};e^{-1}\right)$; 4) $(-e;e)$; 5) $\left(0;e^{-1}\right)$.

7. Количество целых чисел, принадлежащих промежутку сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 2^n}$, равно

Варианты ответов: 1) 7; 2) 3; 3) 0; 4) 5; 5) 4.

8. Разложение функции $f(x)=e^x$ в ряд Маклорена имеет вид

Варианты ответов:

1) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$; 3) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$; 4) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}$; 5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{e^n}{n!}$.

9. Разложение функции $f(x)=\ln(x+1)$ в ряд Маклорена имеет вид

Варианты ответов: 1) $f(x)=x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\ldots+\frac{x^n}{n}+\ldots$;

2) $f(x)=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^n\frac{x^n}{n}+\ldots$;

3) $f(x)=x-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

4) $f(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\ldots$

10. Четвертый член ряда, полученного в результате разложения функции $f(x)=(x+1)^{-1}$ в ряд Маклорена, имеет вид

Варианты ответов: 1) $-x^3$; 2) x^3; 3) x^4; 4) $-\frac{x^3}{3!}$; 5) $\frac{x^4}{4}$.

ОТВЕТЫ

Тест 1.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Вариант правил.ответа	2, 5	3	1 – а, 2 – б, 3 – е, 4 – в	1 – а, 2 – б, 3 – в	1 – в, 2 – г, 3 – а	1 – б, 2 – е, 3 – а, 4 – в, 5 – г
Номер задания	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Вариант правил.ответа	1 – б, 2 – д, 3 – в	3, 4	1– г, 2 – а, 3 – б	1, 2, 3, 4, 5	1	5
Номер задания	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	
Вариант правил.ответа	2	1, 4	1, 3, 4	1, 4	1 – а, 2 – в	

Тест 1.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Вариант правил.ответа	1 – д – к; 2 – в – ж; 3 – а – з	1 – г; 2 – а; 3 – д	1 – г; 2 – а; 3 – д	1 – д; 2 – б; 3 – в	1 – а – к; 2 – г – ж; 3 – д – и
Номер задания	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1 – г; 2 – б; 3 – д; 4 – а	1 – а; 2 – г; 3 – б; 4 – в	2	1 – а; 2 – в	1 – б; 2 – в; 3 – д

Тест 1.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Вариант правил.ответа	1 – в; 2 – а	1 – д; 2 – г; 3 – б	1 – г; 2 – б	1	2
Номер задания	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	3	5	4	0,4	216

Тест 2.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	1 – ж; 2 – е; 3 – б; 4 – а; 5 – в	1 – д; 2 – г; 3 – в; 4 – е; 5 – а	1; 2; 3; 5; 6; 8	1; 2; 5	2; 4; 6	1; 3; 5; 9	1 – а; 2 – г

Тест 2.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	5	1	3	5	4	4	3	5	1	4

Тест 2.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1 – а; 2 – а	1 – в; 2 –г; 3 – а	2	1; 5	1	3	5	4	2	4

Тест 3.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	1 – б; 2–а; 3 – г; 4–д; 5 – в	1 – б; 2 – а; 3 – г	3	1 – г; 2 – д; 3 – в	1 – в; 2 – г; 3 – д	1 – в – е; 2 – г – д	2
Номер задания	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
Вариант правил.ответа	1; 4	2; 3	1; 3	1 – е; 2 – б; 3 – г; 4 – а	1 – д – е; 2 – б – з; 3 – в – и	1 – е; 2 – ж; 3 – г; 4 – в	1

Тест 3.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	3	1	4	5	4	5	1	4	3	2

Тест 3.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	2	3	5	1	3	2	4	1 – а; 2 – г; 3 – д; 4 – б	4	0

Тест 4.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Вариант правил.ответа	1 – д; 2 – г; 3 – в	1 –а; 2– в; 3 – д	2	1 – а; 2 – в; 3 – д; 4 – б	1 – е; 2 – г; 3 – д; 4 – б
Номер задания	**6**	**7**	**8**		**9**
Вариант правил.ответа	1 – г; 2 – а; 3 – б; 4 – е	1 – а; 2 – г	1 – в; 2 – б; 3 – д		1 – а; 2 – в

Тест 4.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответ	3	4	2	1	3	5	2	1	5	2

Тест 4.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	4	3	2	5	1	2	3	1 – б; 2 – а	1 – а; 2 – в	1 – в; 2 – а

Тест 5.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Вариант правил.ответа	1 – а; 2 – е; 3 – д; 4 – б; 5 – з	1 – б; 2 – в; 3 – а	1 – е; 2 – а; 3 – в	1 – а; 2 – в; 3 – г	1 – в; 2 – а; 3 – д	4

Тест 5.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	4	1	4	3	5	2	3	5	2	1

Тест 5.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	2	4	1	3	5	4	2	30°	– 5

Тест 6.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Вариант правил.ответа	1 – б; 2 – г	1 – а; 2 – б	3	1 – б; 2 – г	2	1; 4
Номер задания	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Вариант правил.ответа	1 – г; 2 – а; 3 – в; 4 – д; 5 – ж	1 – д; 2 – г; 3 – е; 4 – в; 5 – а	3	1 – б; 2 – д	4	1

Тест 6.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	3	3	5	2	1	4	3	3	3

Тест 6.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	3	5	1	2	4	1	4	1	– 1	1

Тест 7.1

Номер задания	**1**	**2**		**3**	**4**
Вариант правил.ответа	1 – б; 2 – д; 3 – а	1– д; 2– в; 3– а; 4 – б; 5 – ж		1 – г; 2 – д; 3 – е; 4 – ж	1 – г; 2 – а; 3 – д; 4 – в
Номер задания	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Вариант правил.ответа	1 – г; 2 – в; 3 – е; 4 – б	1 – г; 2 – в; 3 – е; 4 – д	2	2; 3	1; 2; 4; 7

Тест 7.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	2	5	1	4	3	2	5	3	1	4

Тест 7.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	5	3	1	2	4	4	5	3	– 6	0,25

Тест 8.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Вариант правил.ответа	1 – г – з; 2 – б – м; 3 – д – к; 4 – в	1 – а; 2 – в	1	3	2	1 – б; 2 – в; 3 – е; 4 – д
Номер задания	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Вариант правил.ответа	4	1	2; 4; 1; 3	1 – а; 2 – б; 3 –е	3	1

Тест 8.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант	1	3	4	1	5	5	3	2	1	1

правил.ответа										

Тест 8.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	1	4	2	3	1	3	2	e^{-6}	3

Тест 9.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	1	3	3	2	2	1	2; 4; 5

Тест 9.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Номер правил.ответа	5	3	1	1	2	5	3	3	4	4

Тест 10.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	2	1 – в; 2 – г	1; 3; 4; 5	1	1 – б; 2 – г	1; 2; 3; 4; 7; 8	1; 2; 3; 4; 6; 8

Тест 10.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	5	1	3	5	2	4	1	1	4	3

Тест 10.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	5	1	4	5	3	2	2	3	12	59

Тест 11.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Вариант правил.ответа	2	1 – г; 2 – б; 3 – а	1 – е; 2 – а; 3 – д; 4 – в	1 – е; 2 – б; 3 – г; 4 – в	1 – в; 2 – г; 3 – а; 4 – е

Тест 11.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	4	1	5	3	5	2	1	2	4	5

Тест 11.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	3	1	3	5	1	2	4	5	2	4

Тест 12.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**
Вариант правил.ответа	1	1 – б; 2 – ж; 3 – е; 4 – в	1 – в; 2 – б; 3 – г; 4 – д; 5 – ж	1; 3; 5; 7; 9

Номер задания	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Вариант правил.ответа	1; 3	1 – б; 2 – а; 3 – г	1 – а; 2 – г	1 – г; 2 – в	1 – б; 2 – г; 3 – д

Тест 12.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	4	2	5	3	2	3	5	4	4

Тест 12.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	1	5	2	4	2	4	2	1	43,75

Тест 13.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Вариант правил.ответа	4	1	3	2	2	4

Тест 13.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	4	2	4	3	5	2	1	3	5

Тест 14.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	1; 2; 3	2; 3	1 – а – з; 2 – в – и; 3 – е – к; 4 – г – л	1 – а; 2 – г	1 – б; 2 – а; 3 – г	1; 2; 3; 4; 5; 7	1 – а; 2 – б; 3 – г; 4 – д; 5 – ж

Тест 14.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	2	1	5	4	3	2	3	2	5	3

Тест 14.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	2	3	4	4	1	2	5	1	4	4

Тест 15.1

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Вариант правил.ответа	1 – д; 2 – г; 3 – б; 4 – в	1 – а; 2 – г	1	1 – в; 2 – б	3; 5	1 –б; 2 – а; 3 – в	1 –а; 2 – б; 3 – в
Номер задания	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
Вариант правил.ответа	1; 2	1	1; 2	2; 4	3; 4	1	3

Тест 15.2

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	3	5	1	2	4	4	1	3	2	4

Тест 15.3

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Вариант правил.ответа	1	3	5	1	2	3	5	3	4	1

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусак А. А. Математика: учебник для студентов вузов. В двух томах. Том 1. / А. А. Гусак. – 6-ое изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 544 с.

2. Гусак А. А. Математика: учебник для студентов вузов. В двух томах. Том 2. / А. А. Гусак. – 6-ое изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 448 с.

3. Гусак А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, А. А. Бричикова. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – 576 с.

4. Гринберг А.С., Плющ О.Б. и др. Высшая математика. Учебное пособие. Ч. I. Минск: АУ, 2002.

5. Минюк С. А. Высшая математика для экономистов: учебник / С. А. Минюк, С. А. Самаль, Л. И. Шевченко. – 2-е изд., испр. – Минск: Элайда, 2007. – 512 с.

6. Плющ О.Б.Высшая математика: курс лекций. Часть I. Элементарная математика, аналитическая геометрия, линейная алгебра. / ПлющО.Б. –3-е стер. изд.–Мн.:Акад. упр. при Президенте Респ. Беларусь, 2004. – 168 с.

СОДЕРЖАНИЕ