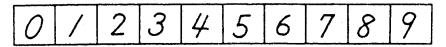
## 数 学

150 分

## 注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は8ページ、答案用紙は4ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し、裏面は使用しないこと。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は250点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



## 1 (60点)

正の実数 a, b に対し、x>0 で定義された 2 つの関数  $x^a$  と  $\log bx$  のグラフが 1 点で接するとする.

- (1) 接点の座標 (s,t) を a を用いて表せ、また、b を a の関数として表せ、
- (2) 0 < h < s をみたすhに対し、直線x = hおよび2つの曲線 $y = x^a$ 、 $y = \log bx$  で囲まれる領域の面積をA(h)とする。  $\lim_{h \to 0} A(h)$ をa で表せ.

2 (60点)

実数xに対し、x以上の最小の整数ef(x)とする。a,bを正の実数とするとき、極限

$$\lim_{x \to \infty} x^c \left( \frac{1}{f(ax-7)} - \frac{1}{f(bx+3)} \right)$$

が収束するような実数 c の最大値と、そのときの極限値を求めよ.

3 (60点)

いびつなサイコロがあり、1から6までのそれぞれの目が出る確率が $\frac{1}{6}$ とは限らないとする。このサイコロを2回ふったとき同じ目が出る確率をPとし、1回目に奇数、2回目に偶数の目が出る確率をQとする。

- (1)  $P \ge \frac{1}{6}$  であることを示せ、また、等号が成立するための必要十分条件を求めよ、
- (2)  $\frac{1}{4} \ge Q \ge \frac{1}{2} \frac{3}{2} P$ であることを示せ.

## 4 (70点)

平面の原点Oを端点とし、x軸となす角がそれぞれ  $-\alpha$ 、 $\alpha$ (ただし $0<\alpha<\frac{\pi}{3}$ )である半直線を $L_1,L_2$ とする。 $L_1$ 上に点P、 $L_2$ 上に点Qを線分PQの長さが1となるようにとり、点Rを、直線PQに対し原点Oの反対側に $\triangle PQR$ が正三角形になるようにとる。

- (1) 線分PQがx軸と直交するとき、点Rの座標を求めよ。
- (2) 2 点 P, Q が、線分 PQ の長さを1 に保ったまま  $L_1, L_2$  上を動くとき、点 R の軌跡はある楕円の一部であることを示せ.