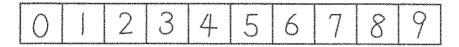
数学

180 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は10ページ、答案用紙の冊子は5ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に受験番号を記入し、下の枠内には受験番号の下2桁の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて答案用紙の枠内に記入すること。裏面は採点の対象としない。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は300点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60点)

- (1) 2次方程式 $x^2 3x + 5 = 0$ の 2 つの解 α 、 β に対し、 $\alpha'' + \beta'' 3''$ はすべての正の整数 n について 5 の整数倍になることを示せ、
- (2) 6個のさいころを同時に投げるとき、ちょうど4種類の目が出る確率を既約分数で表せ、

(下 書 き 用 紙)

- 2 (60 点) $2 次の正方行列 A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} に対して、 \Delta(A) = ad bc. \ t(A) = a + d と定める$
 - (1) 2次の正方行列A, Bに対して、 $\Delta(AB) = \Delta(A)\Delta(B)$ が成り立つことを示せ、
 - (2) A の成分がすべて実数で、 $A^5=E$ が成り立つとき、 $x=\Delta(A)$ と y=t(A) の値を求めよ、ただし、E は 2 次の単位行列とする。

3 (60点)

kを定数とするとき、方程式 $e^x - x^e = k$ の異なる正の解の個数を求めよ、

4 (60点)

正の整数 n に対し、 $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ の範囲において $\sin 4nx \ge \sin x$ を満たすx の区間の長さの総和を S_n とする.このとき、 $\lim_{n \to \infty} S_n$ を求めよ.

- 5 (60点)
 - a, b を正の実数とし、円 C_1 : $(x-a)^2+y^2=a^2$ と楕円 C_2 : $x^2+\frac{y^2}{b^2}=1$ を考える.
 - (1) C_1 が C_2 に内接するための a, b の条件を求めよ.
 - (2) $b = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とし、 C_1 が C_2 に内接しているとする.このとき、第 1 象限における C_1 と C_2 の接点の座標 (p, q) を求めよ.
 - (3) (2) の条件のもとで、 $x \ge p$ の範囲において、 $C_1 \ge C_2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

