

理 科

(物 理)

120 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 14 ページ，答案用紙は 3 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，受験番号を記入し，下の枠内には，受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題番号

 等のあとの(50 点)は 150 点満点中の配点である。
7. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1

(50 点)

ばねと摩擦の力によって生じる振動現象に関連した以下の問いに答えよ。

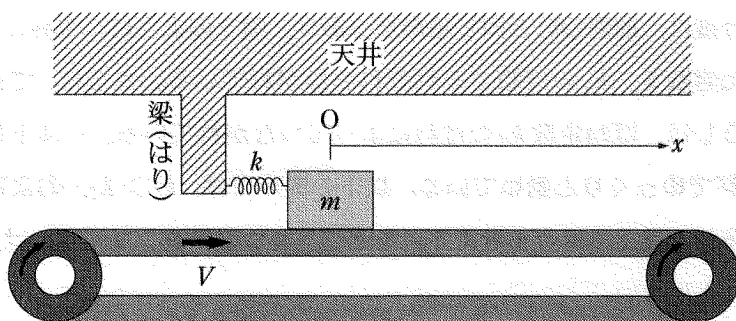
〔A〕 図1のように、水平方向に一定の速度 V でゆっくりと動くベルトコンベヤーの上に、質量 m の箱が置かれている。天井には梁(はり)があり、箱は、この梁とばね定数 k の水平なばねでつながれている。ばねが自然の長さのときの箱の位置を原点として、水平方向右側が正になるように座標軸 x をとる。ただし、この箱の底面はベルトから離れることがない。また、箱とベルトの間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とし、重力加速度を g とする。

(a) 時刻 $t = 0$ において箱は原点にあり、ベルトに付着して速度 V で移動している。その後、ある時刻に箱はベルトから滑り出した。この滑り出した時刻における箱の座標 x_1 とばねの持つ弾性エネルギー E_1 を求めよ。

(b) 滑っているときの箱の運動は、ある座標 x_0 を中心とした周期が T_1 の単振動の運動方程式によって表される。ただし、1周期分の振動をする前に、箱は速度がベルトの速度 V と同じになった時点で、静止摩擦力によって再びベルトに付着することになる。箱の加速度を a として、この滑っている状態における箱の運動方程式を書け。また、上記の x_0 と T_1 を求めよ。

(c) 前問において、箱がベルトに再び付着する座標 x'_1 を求めよ。

(d) この後、箱はベルトに付着したまま速度 V で座標 x_1 まで移動し、そこで滑りはじめ、座標 x'_1 でベルトに再び付着するという振る舞いを繰り返す。 $\mu = 2\mu'$ を満たす場合について、 μ を用いてこの繰り返しの周期 T を表せ。ただし、箱が滑っている間の時間は、箱がベルトに付着して移動している時間に比べて無視できるほど短いものとする。



速度 V で動くベルトコンベヤー

図 1

〔B〕 今度は、前問〔A〕と同じ箱が2つあり、図2のように、天井の2つの梁とばね定数 k_1 , k_2 のばねでそれぞれつながれている。さらに、この2つの箱どうしは、ばね定数 k_0 のばねによってつながれている。ベルトは一定の速度 V でゆっくりと動いている。以下の問いでは、 $k_1 > k_2$ 、および $\mu = 2\mu'$ の条件を満たす場合を考える。ただし、2つの箱をつなぐばねは梁に接触することはない。

(e) ある時刻で、2つの箱はベルトに付着しており、3つのばねは自然の長さであった。その後、左右どちらかの箱が最初に滑り出し、再びベルトに付着した。この間、もう一方の箱がベルトに付着したままであるとき、ばね定数 k_0 が満たすべき条件を k_1 , k_2 を用いて表せ。ただし、箱が滑り出してから付着するまでの時間は短く、その間のベルトの動きは無視できるものとする。

(f) 図2の設定で2つの箱の運動を観察し続けたとき、どのような動きが見られるか。箱どうしをつなぐばねが、他のばねに比べて非常に弱い場合と非常に強い場合について予想されることを90文字以内で答えよ。

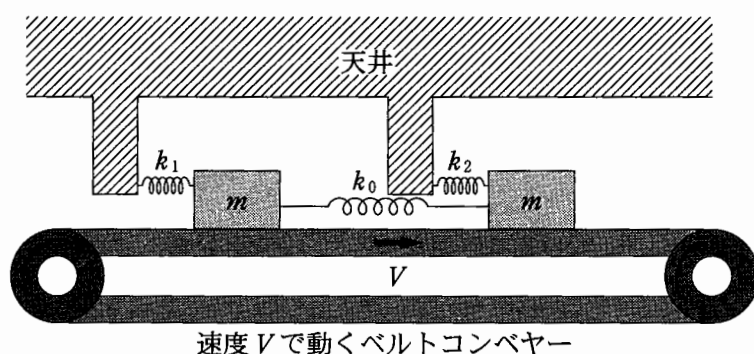


図 2

(下 書 き 用 紙)

2 (50 点)

図 1 に示すように、断面積 S [m^2] の円筒状シリンダー密閉容器が、滑らかに動く質量 m [kg] のピストンにより A 室と B 室に仕切られている。A 室と B 室にはそれぞれ気体を封入することができる。両室の気密性は高く、気体の漏れは無視できる。ピストンおよびシリンダーの側面と底面は熱を通さない。一方、シリンダーの上面は熱を通す。シリンダー各室内では温度と圧力は常に均一である。重力加速度を g [m/s^2]、シリンダーに封入される理想気体の定積モル比熱を C_V [$\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$]、気体定数を R [$\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$] とし、以下の問いに答えよ。ただし、シリンダーに封入される理想気体の質量はピストンの質量に対し十分に小さく無視できる。

[A] まず、A 室のみに 1 モルの理想気体を封入したシリンダーを水平な床に垂直に立てた。B 室は真空である。ピストンはシリンダー上面から糸によりつるされた状態で静止しており、このときの A 室内の気体の体積、温度、圧力は、それぞれ $2V_0$ [m^3]、 T_0 [K]、 p_0 [Pa] であった。B 室の体積は V_0 [m^3] であった。この状態を初期状態と呼ぶ。

(a) ピストンをつるしている糸を切断したところ、ピストンは気体の体積が V_0 [m^3] になるまで下方に移動し、その後は上方に向かう運動に転じた。ピストンが最下点に達したときの気体の温度を T_1 [K] とする。このときの気体の内部エネルギーの初期状態に対する変化量 ΔU_1 [J] を T_1 [K]、 T_0 [K]、 C_V [$\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$] を用いて表せ。

(b) ピストンが最下点に達したときのピストンの位置エネルギーの初期状態に対する変化量 ΔU_P [J] を V_0 [m^3]、 m [kg]、 S [m^2]、 g [m/s^2] を用いて表せ。

(c) 前問(a)と(b)の結果を用いて T_1 [K] を求めよ。

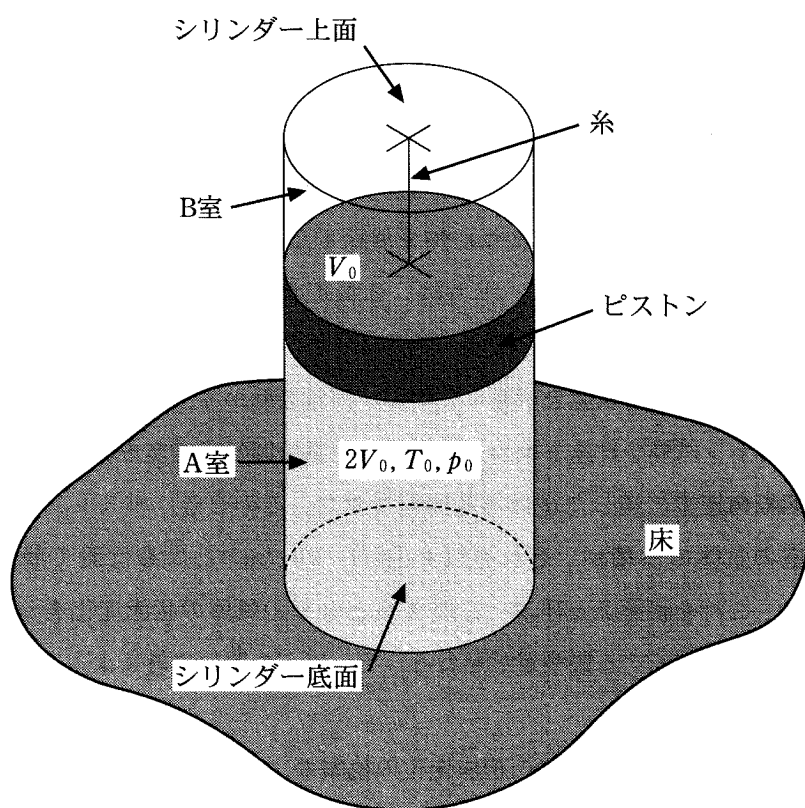


図 1

〔B〕 次に、B室にもA室と同じ理想気体を1モル封入した。このシリンダーを、図2に示すように、水平面内で回転できる円盤上に固定した。シリンダーの中心軸は円盤の回転軸に直交し、A室が円盤の外側を向いている。B室側のシリンダー端面には熱源を接続し、B室の気体が圧力を常に一定に保ちながら状態変化するように熱を供給する。円盤が静止しているときのA室の気体の体積、温度、圧力は、それぞれ $2V_0$ [m³]、 T_0 [K]、 p_0 [Pa] であり、B室の気体の体積、温度、圧力は、それぞれ V_0 [m³]、 $\frac{T_0}{2}$ [K]、 p_0 [Pa] であった。この状態を状態1と呼ぶ。円盤を静かに回転させ始めたところ、ピストンは静かに動き始め、その後、円盤の回転角速度を徐々に増し、ある回転角速度に達した後は等速回転させた。このとき、ピストンはA室とB室の気体の体積が、それぞれ V_0 [m³]、 $2V_0$ [m³] となる位置で静止していた。これを状態2と呼ぶ。このA室とB室の気体の状態変化をシリンダーとともに回転する観測者が見るとして、以下の問いに答えよ。

(d) A室とB室の気体の状態変化の概略を、それぞれ解答欄の p - V 図上に描け。A室とB室の状態1、2をそれぞれA1、A2、B1、B2として図中に示し、各状態における圧力と体積を明記すること。ただし、A室の気体の状態2における圧力として p_2 [Pa] を用いてよい。なお、解答欄の図には、1モルの理想気体の温度 T_0 [K]、 $\frac{T_0}{2}$ [K] における等温変化の曲線が記入されている。これらの曲線との関係も考慮して記入すること。さらに、円盤の回転によりピストンにはたらく遠心力がA室の気体にした仕事に対応する領域を斜線で示せ。

(e) ピストンにはたらく遠心力がA室の気体にした仕事 W_c [J] を求めよ。ただし、〔A〕の結果を用いてもよい。

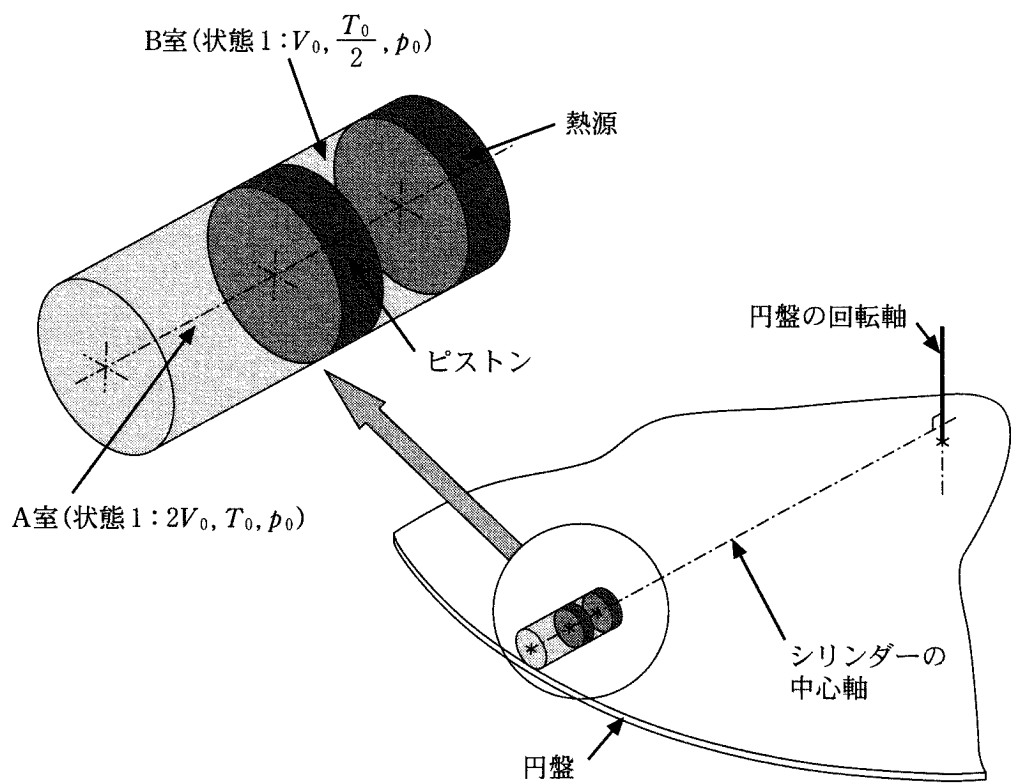


図 2

(下 書 き 用 紙)

(下 書 き 用 紙)

3 (50 点)

電磁波は電場と磁場が振動しながら伝わる横波である。ある地点での電場の時間変化を図 1 に示す。波の最も高いところを山、最も低いところを谷と呼ぶ。また、電磁波の速さを $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。ある人工衛星が、波長 $\lambda = 0.30 \text{ m}$ の電磁波を発信している。この人工衛星の仰角 θ を測定する装置を開発する。仰角とは人工衛星を見上げる角度のことで、水平方向が 0° 、真上が 90° である。まず図 2 に示すような 2 台の受信器 A、B と時間差計測器からなる装置を用意した。受信器 A の真下に受信器 B を置き、その間隔 d を 3.0 m にした。この装置は受信器 A が電場の山を検出してから受信器 B が電場の山を最初に検出するまでの時間差を計測する。次に装置をテストするため、人工衛星と同じ波長の電磁波を発信する発信器を装置から十分離れた位置に置いた。以下の問いに答えよ。必要なら「 $\sin \theta$ から角度 θ を求める表」を用いてもよい。

- (a) この電磁波の周波数 f [Hz] を求めよ。
- (b) 発信器を仰角 $\theta = 0^\circ$ の場所に置いたところ、2 台の受信器で同時刻に山が検出された。発信器を少しずつ高く上げて θ を少しずつ大きくしていくと、2 つの受信器の検出時刻に差が生じ、その差は徐々に大きくなっていった。この時間差 Δt [s] を θ で表せ。
- (c) 仰角 θ をさらに大きくすると、ある角度で再び時間差が 0 になってしまう。この時の角度 θ_c を求めよ。
- (d) 前問(c)で述べたことが起こるため、この装置では θ を一つに決めることができない。このことを考えに入れて時間差が Δt のときの θ の正弦($\sin \theta$)を小さい方から 3 つ求めよ。
- (e) 角度 θ_c を大きくするためには 2 台の受信器の間隔を小さくすればよい。2 台の受信器の間隔 d を 0.30 m にした場合には、 θ_c は何度になるか。
- (f) この時間差計測器の測定精度には限界があり、 0.1 ns ($1 \text{ ns} = 1 \times 10^{-9} \text{ s}$) 未満の時間差は切り捨てられてしまう。たとえば、 0.2 ns 以上 0.3 ns 未満の時間差は 0.2 ns と測定される。いま、間隔 d が 3.0 m の装置で時間差が 0.5 ns と検出されたとき、仰角 θ は何度から何度の範囲になるか。ただし、 θ は d が 3.0 m の装置での θ_c より小さいとする。この同じ電磁波を間隔 d が 0.30 m の装置で計測すると時間差は何 ns になるか。これから求められる仰角 θ の範囲は何度から何度になるか。

- (g) このように受信器の間隔を小さくすると θ_c は大きくなるが、求められる θ の精度は悪くなってしまいます。 θ_c を大きく保ちつつ高精度の計測を行なうため、3 台の受信器 A, B, C を用いる。B は A の真下に 3.0 m 離して設置し、C は A の真下に 0.30 m 離して設置した。この装置で実際の人工衛星を観測したところ、受信器 A が電場の山を検出してから受信器 B, 受信器 C が最初に電場の山を検出するまでの時間はそれぞれ 0.4 ns, 0.7 ns であった。人工衛星の仰角 θ は何度から何度の範囲にあるか。

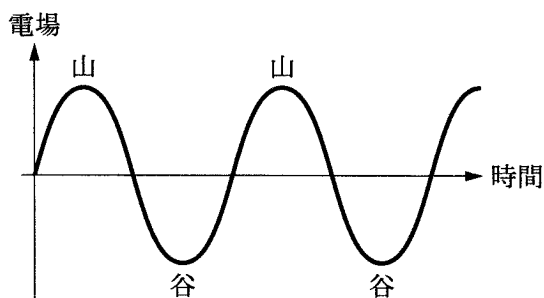


図 1

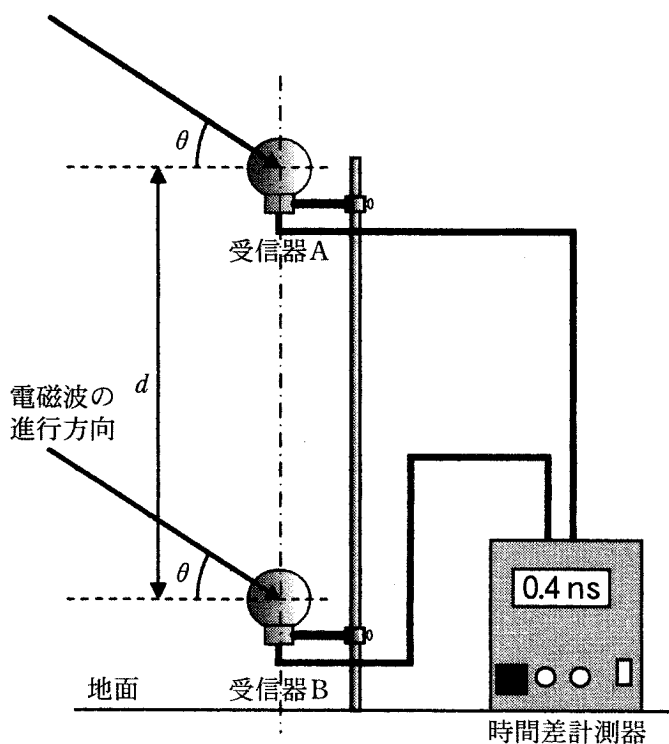


図 2

$\sin \theta$ から角度 θ を求める表

$\sin \theta$	θ	$\sin \theta$	θ	$\sin \theta$	θ	$\sin \theta$	θ
0.00	0.0°	0.20	11.5°	0.40	23.6°	0.60	36.9°
0.01	0.6°	0.21	12.1°	0.41	24.2°	0.61	37.6°
0.02	1.1°	0.22	12.7°	0.42	24.8°	0.62	38.3°
0.03	1.7°	0.23	13.3°	0.43	25.5°	0.63	39.1°
0.04	2.3°	0.24	13.9°	0.44	26.1°	0.64	39.8°
0.05	2.9°	0.25	14.5°	0.45	26.7°	0.65	40.5°
0.06	3.4°	0.26	15.1°	0.46	27.4°	0.66	41.3°
0.07	4.0°	0.27	15.7°	0.47	28.0°	0.67	42.1°
0.08	4.6°	0.28	16.3°	0.48	28.7°	0.68	42.8°
0.09	5.2°	0.29	16.9°	0.49	29.3°	0.69	43.6°
0.10	5.7°	0.30	17.5°	0.50	30.0°	0.70	44.4°
0.11	6.3°	0.31	18.1°	0.51	30.7°	0.71	45.2°
0.12	6.9°	0.32	18.7°	0.52	31.3°	0.72	46.1°
0.13	7.5°	0.33	19.3°	0.53	32.0°	0.73	46.9°
0.14	8.0°	0.34	19.9°	0.54	32.7°	0.74	47.7°
0.15	8.6°	0.35	20.5°	0.55	33.4°	0.75	48.6°
0.16	9.2°	0.36	21.1°	0.56	34.1°	0.76	49.5°
0.17	9.8°	0.37	21.7°	0.57	34.8°	0.77	50.4°
0.18	10.4°	0.38	22.3°	0.58	35.5°	0.78	51.3°
0.19	11.0°	0.39	23.0°	0.59	36.2°	0.79	52.2°

(下 書 き 用 紙)