

理 科

(物 理)

120 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 14 ページ，答案用紙は 3 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，受験番号を記入し，下の枠内には，受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を必ず記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題番号

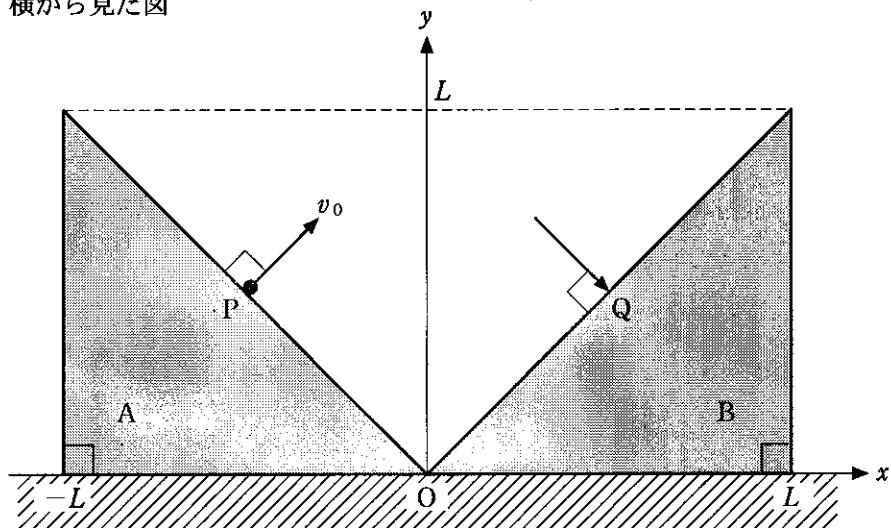
 等のあとの (50 点) は 150 点満点中の配点である。
7. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	/	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

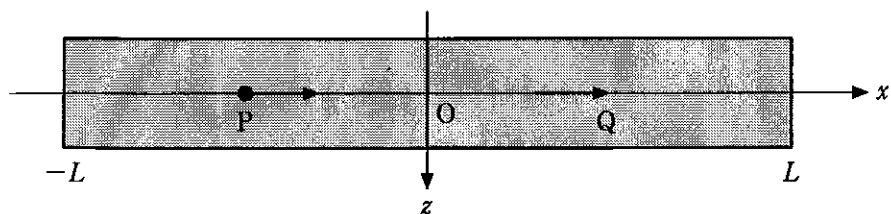
1 (50 点)

密度が一様で等辺の長さが L である直角二等辺三角柱の形状をした 2 つの物体 A と B がある。図に示すように、等辺の 1 つを下にして、2 つの物体を z 軸上で接するようになめらかな水平面上に置く。接する線分の中点を原点 O とし、物体に沿って x 軸を、鉛直上向きに y 軸をとる。物体 A を水平面に固定し、物体 A の斜面の中点 P から斜面に垂直に速さ v_0 で小球を投げ出したところ、小球は物体 A に衝突することなく、物体 B の斜面上の点 Q に、斜面に垂直に衝突した。小球と物体 B との衝突は弾性衝突であり、小球は xy 平面内を運動する。小球の質量を m 、物体 B の質量を M 、重力加速度の大きさを g として、物体 B を水平面に固定した場合と固定しない場合について、以下の問いに答えよ。

横から見た図



上から見た図



〔A〕 物体 B を水平面に固定した場合について考える。このとき、小球は物体 B の斜面上の点 Q に衝突した後、点 P に衝突した。

(a) 点 Q の x 座標と y 座標を L を用いて表せ。また、 v_0 を g と L を用いて表せ。

(b) 小球が点 Q で物体 B と衝突してから、物体 A に衝突するまでに到達し得る最高点の水平面からの高さ H を L を用いて表せ。

〔B〕 物体 B を水平面に固定せず、物体 B が水平面上を x 軸の正の向きに自由に運動できる場合について考える。このとき、物体 B の斜面上の点 Q に衝突した小球は、その後、2 つの物体に衝突せずに原点 O に落下した。

(c) 小球が物体 B と衝突してから原点 O に落下するまでに、小球が到達し得る最高点の水平面からの高さ H' を H を用いて表せ。

(d) 小球が物体 B と衝突した直後の、小球の速度の x 成分 v と、物体 B の速度 V を、 m 、 M および v_0 を用いて表せ。

(e) 小球が点 P から点 Q まで運動するのに要する時間を T とするとき、小球が点 Q に衝突してから原点 O に落下するまでに要する時間 T' を T を用いて表せ。

(f) 物体 B の質量と小球の質量の比 M/m を有効数字 2 桁で求めよ。

(下 書 き 用 紙)

(下 書 き 用 紙)

2

(50 点)

真空中に半径 R の絶縁体球があり、この球内に単位体積あたり $-\rho$ ($\rho > 0$) の負電荷が一様に分布している。図 1 に示すように、この球の中心を含む平面に沿って狭い隙間を開ける。平面状の隙間を含む平面を xy 平面とし、球の中心を座標の原点 O とする。隙間の幅は無視できるとする。この隙間内で原点 O より距離 r ($\leq R$) の点における、絶縁体球全体の電荷による電場は、原点 O を中心とする半径 r の球内に存在する全電荷が原点 O に集中していると考えたときに、この電荷が作る電場と等しいことが知られている。

この隙間内で、正電荷 q をもち、質量 m で大きさの無視できる荷電粒子が摩擦なく運動する。以下の問いに答えよ。ただし、重力の影響を無視し、この荷電粒子は絶縁体球と絶縁されており、この荷電粒子の運動に伴う絶縁体球内の電荷分布の変化はないとする。

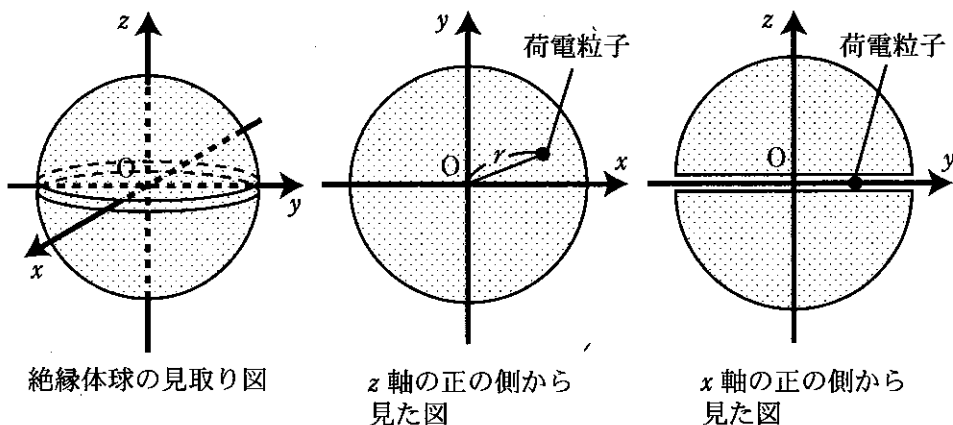


図 1

[A]

- (a) 原点 O から距離 $r (\leq R)$ にこの荷電粒子があるとき、この荷電粒子の受ける力は原点 O に向かう向きであり、大きさは $F(r) = Cr$ と書ける。 C を求めよ。ただし、真空中のクーロンの法則の比例定数を k_0 とする。

以下の問いでは、答に C が含まれるときには、問(a)で得られた C の値は代入せずに C を用いよ。

- (b) $F(r) = Cr$ が r に比例する形であることに着目して、原点 O から距離 $r (\leq R)$ にこの荷電粒子があるときの静電気力による位置エネルギー $U(r)$ を答えよ。ただし、原点 O を位置エネルギーの基準点にとることとする。

- (c) 原点 O にあるこの荷電粒子に x 軸の正の向きに速さ v_0 を与える。この荷電粒子が絶縁体球の表面 ($r = R$) まで到達するための v_0 の最小値を求めよ。

(問題は次ページへ続く)

〔B〕 つぎに、 z 軸の正の向きに磁束密度の大きさが B の一様磁場を加える。

- (d) 問(c)と同様に、原点 O にあるこの荷電粒子に x 軸の正の向きに速さ v_1 を与えたところ、図 2 に示す曲線に沿ってこの荷電粒子は運動し、絶縁体球の表面に到達した。球の表面に到達したときのこの荷電粒子の速さ v を求めよ。

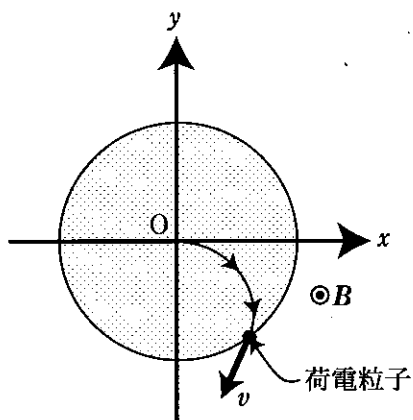


図 2

- (e) 原点 O から距離 $r (< R)$ にあるこの荷電粒子に適当な速度を与えると、この荷電粒子が隙間内で原点 O を中心とする半径 r の等速円運動を行う。図 3 に示すように、円運動が xy 面内で(i)時計回りのとき、(ii)反時計回りのとき、それぞれについて円運動の角速度の大きさを求めよ。

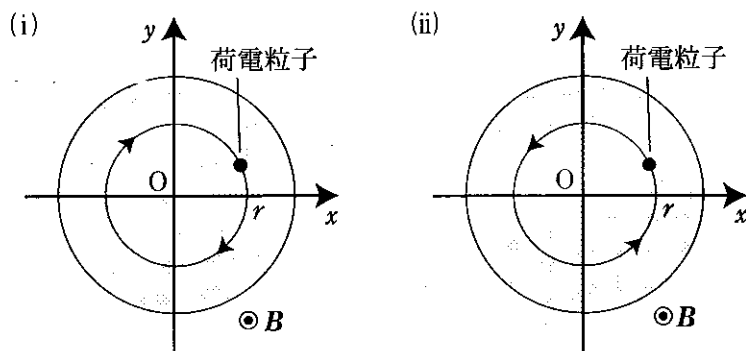


図 3

(f) 以下の空欄に入る適切な数式を答えよ。

問(e)では、この荷電粒子の円運動が(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとで角速度の大きさが異なっている。もし、この荷電粒子の運動を、原点 O を中心として、角速度 $\Omega =$ ① で xy 面内を時計回りに回転運動している観測者 K から見ると、(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとでこの荷電粒子の円運動の角速度の大きさは等しく、ともに $\omega' =$ ② と観測される。

これは物理的には次のように解釈できる。観測者 K から見たときの電場や磁場の観測値は、静止している観測者 S から見たときとは異なる。観測者 K から観測すると、この隙間内の磁場はなく、電場は原点 O に向かう向きとなっている。このために、観測者 K から見たときのこの荷電粒子の円運動の角速度の大きさが、(i)時計回りのときと(ii)反時計回りのときとで等しくなっている。また、観測者 K から見たときの電場からこの荷電粒子が受ける力の大きさは $F(r) = C'r$ (C' は定数) と書ける。ここで $C' =$ ③ であり、この値は C とは異なっていて、確かに電場の観測値は、観測者 K と観測者 S とで異なっていることが分かる。

(下 書 き 用 紙)

(下 書 き 用 紙)

3

(50 点)

シリンダーとなめらかに動くピストンからなる、熱容量が無視できる密封容器に、1モルの単原子分子理想気体(以後、気体という)を封入する。気体定数を R とし、気体の圧力と温度は、容器内で場所によらず同じ値をとるものとする。以下の問いに答えよ。ただし、温度は全て絶対温度で表すものとする。

〔A〕 容器の外には、気体と熱のやりとりをする物体などはないものとして、ピストンに加えた力による気体の状態変化を考える。状態変化前の気体の圧力、体積、温度をそれぞれ p_0 , V_0 , T_0 とする。

(a) 気体を圧縮すると、体積が aV_0 、温度が bT_0 となった。この状態変化では、気体の圧力 p と体積 V との間に $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ の関係があることを利用し、 b のみを用いて a を表せ。

(b) 問(a)の状態変化において、ピストンに加えた力が気体にした仕事を W とする。 b , p_0 , V_0 のみを用いて W を表せ。

[B]

(c) 問(a)の状態変化の後、ピストンを固定し、熱容量 xR の物体を容器に接触させ、容器を通して物体と気体との間のみに熱が伝わるようにした。容器に接触する前の物体の温度を T_0 とする。物体を容器に接触させてしばらくすると、気体と物体が同じ温度 cT_0 になった。 b と x のみを用いて c を表せ。

(d) 一方、問(a)の状態変化の後、熱容量 xR の物体と容器を接触させると同時に、気体の圧力を一定に保つようにピストンを動かし、しばらくすると気体と物体が同じ温度になった。このときの気体の体積を eV_0 とするとき、 b と x のみを用いて e を表せ。

[C]

(e) 問(d)の状態変化の後、ピストンを固定し、温度 T_0 の熱源を物体に接触させた。気体、物体、熱源の三者の間で熱が伝わるものとする。熱源を物体に接触させてしばらくすると、気体、物体、熱源ともに温度 T_0 になった。このときの気体の圧力を fp_0 とするとき、 b と x のみを用いて f を表せ。

(f) 問(e)の状態変化の後、気体、物体、熱源の温度を一定に保たせながら、ゆっくりとピストンを動かし、気体を膨張させた。この間に熱源と気体との間でやりとりされる熱量を Q' 、ピストンを介して気体が行う仕事を W' とするとき、 Q' の絶対値と W' の絶対値の大小関係を答え、その理由を簡潔に記せ。