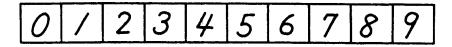
# 数 学

150 分

#### 注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は8ページ、答案用紙は4ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し,下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し、裏面は使用しないこと。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は250点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60点)

e を自然対数の底とし、数列 $\{a_n\}$ を次式で定義する。

$$a_n = \int_1^e (\log x)^n dx \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

(1) n≥3のとき,次の漸化式を示せ。

$$a_n = (n-1)(a_{n-2} - a_{n-1})$$

- (2)  $n \ge 1$  に対し $a_n > a_{n+1} > 0$  なることを示せ。
- (3)  $n \ge 2$  のとき、以下の不等式が成立することを示せ。

$$a_{2n} < \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{4 \cdot 6 \cdots (2n)} (e-2)$$

# (下書き用紙)

- ATT COMMENT OF ART COMMENT - ART COMMENT

# 2 (50点)

1から6までの目が $\frac{1}{6}$ の確率で出るサイコロを振り、1回目に出る目を $\alpha$ 、2回目に出る目を $\beta$ とする。2次式 $(x-\alpha)(x-\beta)=x^2+sx+t$ をf(x)とおき $f(x)^2=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ とする。

- (1) s および t の期待値を求めよ。
- (2) a, b, c および d の期待値を求めよ。

# (下 書 き 用 紙)

### 3 (70点)

Dを半径1の円盤, Cをxy 平面の原点を中心とする半径1の円周とする。Dがつぎの条件(a), (b)を共に満たしながらxyz 空間内を動くとき, Dが通過する部分の体積を求めよ。

- (a) *D* の中心は *C* 上にある。
- (b) Dが乗っている平面は常にベクトル(0,1,0)と直交する。

### (下 書 き 用 紙)

# 4 (70点)

実数x, y が $x^2 + y^2 \le 1$  を満たしながら変化するとする。

- (1) s = x + y, t = xy とするとき, 点(s,t)の動く範囲をst 平面上に図示せよ。
- (2) 負でない定数  $m \ge 0$  をとるとき、xy + m(x + y) の最大値、最小値を m を用いて表せ。

# (下 書 き 用 紙)