

数 学

150 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 8 ページ，答案用紙は 4 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内に受験番号を記入し，下の枠内には受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し，裏面は使用しないこと。
5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は 250 点満点中の配点である。
6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1

(60 点)

点 P から放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ へ 2 本の接線が引けるとき、2 つの接点を A, B とし、線分 PA, PB およびこの放物線で囲まれる図形の面積を S とする。 PA, PB が直交するときの S の最小値を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

2

(60 点)

実数 a に対し, 次の 1 次変換

$$f(x, y) = (ax + (a - 2)y, (a - 2)x + ay)$$

を考える. 以下の 2 条件をみたす直線 L が存在するような a を求めよ.

(1) L は点 $(0, 1)$ を通る.

(2) 点 Q が L 上にあれば, その f による像 $f(Q)$ も L 上にある.

(下 書 き 用 紙)

3 (60 点)

N を正の整数とする. $2N$ 以下の正の整数 m, n からなる組 (m, n) で, 方程式 $x^2 - nx + m = 0$ が N 以上の実数解をもつようなものは何組あるか.

(下 書 き 用 紙)

4

(70 点)

xyz 空間の原点と点 $(1, 1, 1)$ を通る直線を ℓ とする.

- (1) ℓ 上の点 $(\frac{t}{3}, \frac{t}{3}, \frac{t}{3})$ を通り ℓ と垂直な平面が, xy 平面と交わってできる直線の方程式を求めよ.
- (2) 不等式 $0 \leq y \leq x(1-x)$ の表す xy 平面内の領域を D とする. ℓ を軸として D を回転させて得られる回転体の体積を求めよ.

(下 書 き 用 紙)