

理 科

(物 理)

120 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 12 ページ，答案用紙は 3 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，受験番号を記入し，下の枠内には，受験番号の下 2 桁の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題番号

1

 等のあとの (50 点) は 150 点満点中の配点である。
7. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

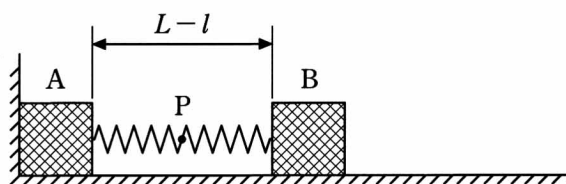
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1

(50 点)

質量が m である 2 つの小さな物体 A と B を、自然長 L 、ばね定数 k の重さが無視できるばねの両端につける。それを、物体 A が鉛直な壁に接するように、水平な床の上に置く。図に示すように、物体 B に力を加えてばねを自然長から長さ l だけゆっくり縮め、瞬時に力を除く。物体 A が壁から離れた後、ばねの midpoint P から見て、物体 A と物体 B はそれぞれ単振動する。物体の運動に関する以下の問いに答えよ。ただし、床と壁は平らでなめらかである。



- (a) 物体 A が壁から離れるときの、物体 B の速さ v_0 を求めよ。
- (b) 物体 A が壁から離れた直後の、ばねの midpoint P の速さ v_P を v_0 を用いて表せ。
- (c) 物体 A が壁から離れる時刻を $t = 0$ とし、その後、ばねの長さがはじめて自然長 L になる時刻を $t = t_1$ とする。 t_1 を求めよ。

- (d) 時刻 $t = t_1$ の後、ばねの長さが次に自然長 L になる時刻を $t = t_2$ とする。
時刻 $t = (t_1 + t_2)/2$ におけるばねの長さ L_s を L と l を用いて表せ。
- (e) 時刻 $t = t_2$ における物体 A の速さ v_A を求めよ。
- (f) 時刻 $t = t_2$ に、物体 B に水平方向の撃力を加えたところ、ばねの midpoint P が静止した。撃力とは極めて短い時間に物体に作用する力である。撃力の力積の大きさ I を v_0 を用いて表せ。

2

(50 点)

図 1 のように、真空中に、面積 S の 2 枚の水平な金属円板からなる平行板コンデンサーがある。平行板コンデンサーの下電極はつねに固定されているが、上電極は鉛直方向のみに自由に動くことができる。下電極の位置を基準とし、鉛直上向きを正とする座標 x を考える。上電極の質量を m 、重力加速度の大きさを g 、真空の誘電率を ϵ_0 とする。ただし、電極間の距離はつねに金属円板の半径より十分に小さいものとする。また、電極の厚さ、および電極の振動によって発生する電磁波は無視できるとして以下の問いに答えよ。

〔A〕 平行板コンデンサーの上下電極に、それぞれ $+Q$ および $-Q$ ($Q > 0$) の電荷を蓄え、はじめに上電極を $x = D$ の位置に外力によって固定した。

(a) 外力を変化させ、上電極を位置 $x = D$ から $x = D + d$ に移動させた。

コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーの変化 ΔU を求めよ。

(b) 静電エネルギーの変化をもとに、上電極の位置が $x = D$ のときに、極板間に働く静電気力の大きさ F_E を求めよ。

(c) 図 2 のように、ばね定数 k の重さが無視できるばねを上電極に取り付け、ばねの上端を固定した。このとき、上電極は $x = D$ の位置で外力によって支えられており、ばねは自然長である。上電極を支えていた外力をはずしたところ、上電極は下電極に接触することなく単振動をはじめた。上下電極の間隔が最も狭いとき、下電極の電位を基準として上電極の電位 V_1 を求めよ。ただし、上下電極にはそれぞれ $+Q$ および $-Q$ の電荷が常に蓄えられており、ばねに電荷が逃げることはないものとする。

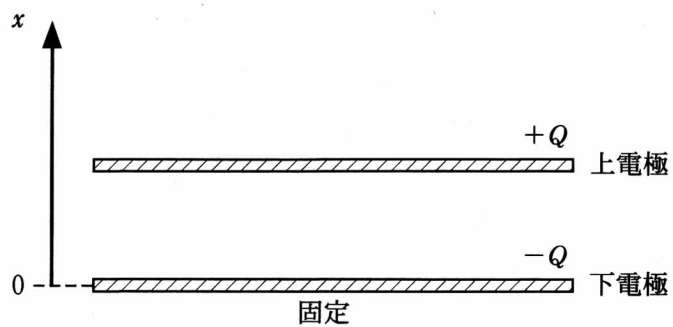


図 1

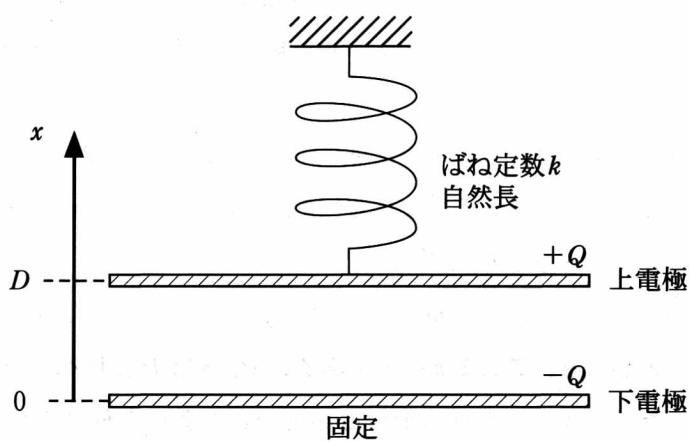


図 2

(問題は次ページへ続く)

〔B〕 図1の平行板コンデンサーの上下電極を完全に放電した後、図3に示すように厚さ $\frac{1}{2}D$ 、誘電率 $3\epsilon_0$ 、面積 S の誘電体円板を、下電極に完全に重なるように置き、電流計と起電力 V_0 の電池を接続した。さらに外力を用いて、図4に示すように、上電極の位置が $x = D$ から $x = D + a$ の間で周期 T をもって周期運動するように動かした。上電極は時刻 $\frac{1}{2}nT$ から $\frac{1}{2}(n+1)T$ (n は0以上の整数)の間、一定の速度で動いている。電池と電流計の内部抵抗は無視できるものとする。

(d) $0 < t < \frac{1}{2}T$ を満たすある時刻 t において、上電極は $x = D + b$ の位置にあった ($0 < b < a$)。平行板コンデンサーの容量 C' を求めよ。また、平行板コンデンサーの上電極に蓄えられている電荷量 Q' を求めよ。

(e) a は D に比べて十分に小さいとして、問(d)で求めた Q' の近似値を求めよう。問(d)で求めた Q' は、上電極の位置が $x = D$ のときのコンデンサーの容量を C_0 とすると、

$$Q' = \boxed{\text{(ア)}} \left(1 + \boxed{\text{(イ)}} \right)^{-1}$$

と書ける。ここで $b < a$ であるので、 b は D に比べて十分に小さい。そのため、(イ)は1よりも十分に小さい。1より十分に小さい z ($|z| \ll 1$) に対して成り立つ近似式 $(1+z)^{-1} = 1-z$ を使うと Q' は

$$Q' = \boxed{\text{(ア)}} \left(1 - \boxed{\text{(イ)}} \right)$$

と近似できる。(ア)と(イ)を求めよ。

- (f) 問(e)で求めた Q' の近似値を用いて、電流計が示す電流の変化の様子を時刻 0 から $2T$ の範囲で答案用紙の解答欄に図示せよ。また、電流計が示す電流の最大値 I_m を答えよ。ただし、電池の正極から電流が流れ出すときの電流値を正とする。また、時刻が $\frac{1}{2}nT$ 付近(答案用紙中の斜線の領域)における様子は示さなくてよい。

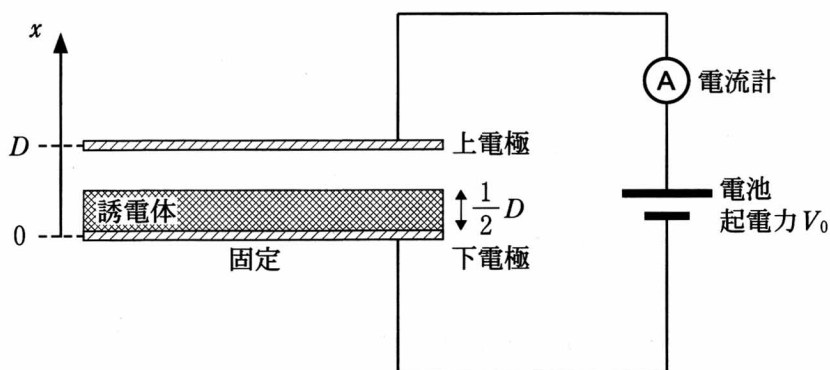


図 3

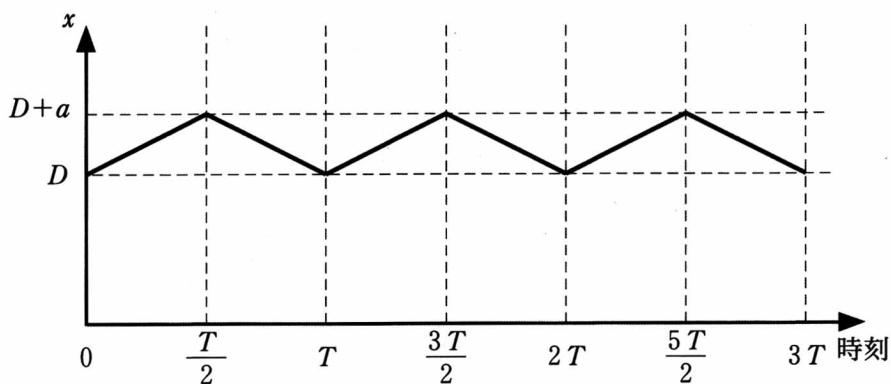


図 4

(下 書 き 用 紙)

(下 書 き 用 紙)

3

(50 点)

図1のように、気球部と機械部で構成される気球がある。気球部は熱を通さない断熱膜でできており、その内部には n モルの空気が密閉されていて気体の出入りはない。気球部の体積は変化でき、内部の空気と外部の大気の圧力は常に等しい。一方、気球内部の空気(以後、気球内ガスと呼ぶ)に対しては、機械部にある装置によって熱を加えたり奪ったりすることができる。気球は質量の無視できるロープで地上の巻き上げ機につながっており、断熱膜と機械部の体積は無視できるとする。

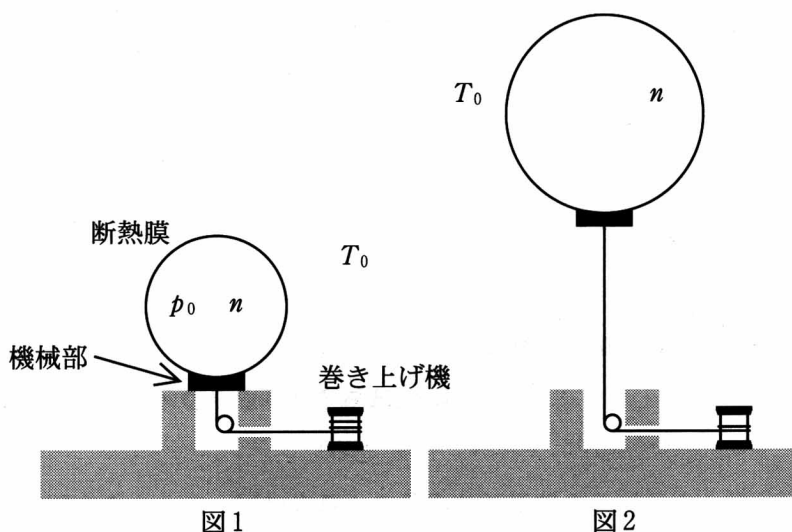


図1

図2

大気の圧力は地上においては p_0 であり、高さとともに減少する。一方、大気の温度は高さによらず一定の値 T_0 であるとする。空気は理想気体と見なしてよい。また、気体定数を R 、温度を T とすると、1 モルの空気の内部エネルギー u は $u = \frac{5}{2} RT$ としてよい。

気球が押しのけた領域にあった大気の平均密度は、気球の中心の高さにおける大気の密度で近似できるものとする。空気1モルあたりの質量を m とし、重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

- (a) 圧力が p で温度が T_0 の大気の密度(単位体積あたりの質量) ρ を, p , T_0 , R , m を用いて表せ。
- (b) 図 1 のように, 気球を地上の台上に固定したまま気球内ガスを加熱したところ, 気球内ガスの温度が T_1 になったとき気球に働く浮力と重力がつり合った。このとき, 気球内ガスをのぞいた気球の質量(断熱膜と機械部の質量の和) M を, T_0 , T_1 , n , m を用いて表せ。
- (c) 気球を地上の台上に固定したまま気球内ガスをさらに加熱し, 温度を T_2 にした。温度 T_1 の状態から温度 T_2 になるまでに加えられた熱量 Q を, R , n , T_1 , T_2 を用いて表せ。
- (d) 問(c)で温度が T_2 のときのロープの張力はどれだけか。問(b)の結果も使い, 張力を g , m , n , T_0 , T_1 , T_2 を用いて表せ。
- (e) 問(c)で温度を T_2 にしたあと, 図 2 のように巻き上げ機をゆるめて気球をゆっくりと上昇させる。すると気球はある高さまで上昇し, つり合って止まった。このときの気球内ガスの温度 T_3 を求めよ。
- (f) 問(e)の上昇過程で, 気球内ガスが外の大気に対してした仕事 W_{23} を求めよ。
- (g) 問(e)の過程ののち, ロープを切り離す。その後, 気球内ガスから熱をゆっくりと奪い, 気球をゆっくりと下降させて地上の台上にもどした。このときの気球内ガスの状態変化はどのようなものか。次の 5 つの選択肢の中から 1 つを選んでその番号を記せ。
- ① 定積変化, ② 定圧変化, ③ 等温変化, ④ 断熱変化
⑤ ①～④のどれでもない

(下書き用紙)

(下 書 き 用 紙)