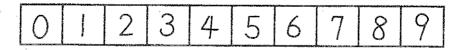
数 学

180 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は12ページ、答案用紙の冊子は6ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に受験番号を記入し、下の枠内には受験番号の下2桁の 数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて答案用紙の枠内に記入すること。裏面は採点の対象としない。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は300点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



- 1 (50点)
 - (1) 辺の長さが1である正四面体 OABC において辺AB の中点を D,辺OC の中点を E とする. 2つのベクトル \overrightarrow{DE} と \overrightarrow{AC} との内積を求めよ.
 - (2) 1 から 6 までの目がそれぞれ $\frac{1}{6}$ の確率で出るさいころを同時に 3 個投げるとき、目の積が 10 の倍数になる確率を求めよ.

- 2 (50点)
 - (1) $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、 $\sum_{n=0}^{99} 3^n$ の桁数を求めよ、
 - (2) 実数 a に対して、a を超えない最大の整数を [a] で表す。10000 以下の正の整数 n で $[\sqrt{n}]$ が n の約数となるものは何個あるか。

(下 書 き 用 紙)

- 3 (50点)
 - 3次関数 $y = x^3 3x^2 + 2x$ のグラフを C, 直線 y = ax を l とする.
 - (1) $C \ge 1$ が原点以外の共有点をもつような実数 a の範囲を求めよ.
 - (2) a が(1)で求めた範囲内にあるとき、C とl によって囲まれる部分の面積をS(a) とする。S(a) が最小となる a の値を求めよ。

4 (50点)

nを正の整数とする.数列 $\{a_k\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{n(n+1)}$$
, $a_{k+1} = -\frac{1}{k+n+1} + \frac{n}{k} \sum_{i=1}^{k} a_i$ $(k=1, 2, 3, \cdots)$

によって定める

- (1) a2 および a3 を求めよ.
- (2) 一般項 a を求めよ.
- (3) $b_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k}$ とおくとき、 $\lim_{n \to \infty} b_n = \log 2$ を示せ、

5 (50点)

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で定まる1次変換をfとする。原点O(0,0)と異なる任意の2点P, Qに対して $\frac{OP'}{OP} = \frac{OQ'}{OQ}$ が成り立つ。ただし,P, Q はそれぞれP, Q のf による像を表す。

- (1). $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ を示せ、
- (2) 1次変換fにより、点 $(1,\sqrt{3})$ が点(-4,0)に移るとき、A を求めよ.

6 (50点)

xyz 空間に 4 点 P(0,0,2), A(0,2,0), $B(\sqrt{3},-1,0)$, $C(-\sqrt{3},-1,0)$ をとる. 四面体 PABC の $x^2+y^2 \ge 1$ をみたす部分の体積を求めよ.