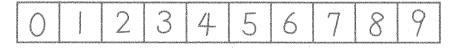
数学

180 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は10ページ、答案用紙の冊子は5ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて答案用紙の枠内に記入すること。裏面は採点の対象としない。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は300点満点中の配点である。
- 6. 問題冊子および答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



· 是我们的特别,但如何有些对人的一种的对人,但是这种事情的一个一点的。要是这种。 (1987年)

試験問題は、つぎのページより始まります。

数列{an}を

$$a_1 = 5$$
, $a_{n+1} = \frac{4a_n - 9}{a_n - 2}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

で定める. また数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_1 + 2 a_2 + \dots + n a_n}{1 + 2 + \dots + n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める.

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (2) すべてのnに対して、不等式 $b_n \le 3 + \frac{4}{n+1}$ が成り立つことを示せ、
- (3) 極限値 $\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ.

(下書き用紙)

東京である。その主意では、東京で表である。その発生できたのは ・ これを含まる

四面体 OABC において、OA = OB = OC = BC = 1、AB = AC = x とする. 頂点 O から平面 ABC に垂線を下ろし、平面 ABC との交点を H とする. 頂点 A から平面 OBC に垂線を下ろし、平面 OBC との交点を H' とする.

- (1) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{c}$ とし, $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{pa} + \overrightarrow{qb} + \overrightarrow{rc}$, $\overrightarrow{OH}' = \overrightarrow{sb} + \overrightarrow{tc}$ と表す. このとき, \overrightarrow{p} , \overrightarrow{q} , \overrightarrow{r} および \overrightarrow{s} , \overrightarrow{t} を \overrightarrow{s} の式で表せ.
- (2) 四面体 OABC の体積 V を x の式で表せ、また、x が変化するときの V の最大値を求めよ、

(下書き用紙)・

a>0 とする. 曲線 $y=e^{-x^2}$ と x 軸, y 軸, および直線 x=a で囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体を A とする.

- (1) Aの体積 V を求めよ.
- (2) 点(t, 0) ($-a \le t \le a$)を通りx軸と垂直な平面によるAの切り口の面積をS(t)とするとき、不等式

$$S(t) \le \int_{-a}^{a} e^{-(s^2 + t^2)} ds$$

を示せ.

(3) 不等式

$$\sqrt{\pi (1 - e^{-a^2})} \le \int_{-a}^{a} e^{-x^2} dx$$

を示せ.

(下書き用紙)

xy 平面上を運動する点 P の時刻 t (t > 0) における座標 (x, y) が $x = t^2 \cos t, y = t^2 \sin t$

で表されている。原点をOとし、時刻tにおけるPの速度ベクトルをvとする。

- (1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と \overrightarrow{v} のなす角を $\theta(t)$ とするとき、極限値 $\lim_{t\to\infty}\theta(t)$ を求めよ.
- (2) $\stackrel{\rightarrow}{v}$ が y 軸に平行になるような t (t > 0) のうち、最も小さいものを t_1 、次に小さいものを t_2 とする.このとき、不等式 $t_2 t_1 < \pi$ を示せ.

(下書き用紙)

Leading the Company of the Company o

我接着1. 大海,我们们就会通过的一个人。这个人会

..

♦M1 (683—10)

n を相異なる素数 p_1 , p_2 , …, p_k ($k \ge 1$)の積とする. a, b を n の約数とするとき, a, b の最大公約数を G, 最小公倍数を L とし,

$$f(a, b) = \frac{L}{G}$$

とする.

- (1) f(a, b)がnの約数であることを示せ.
- (2) f(a, b) = b ならば、a = 1 であることを示せ.
- (3) m を自然数とするとき、m の約数であるような素数の個数をS(m)とす。 る、S(f(a, b)) + S(a) + S(b) が偶数であることを示せ、

(下 書 き 用 紙)

* .

. · ·