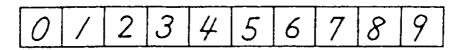
# 数 学

150 分

#### 注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は8ページ、答案用紙は4ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し、裏面は使用しないこと。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は 250 点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



1 (70点)

 $f(x) = 1 - \cos x - x \sin x$  とする.

- (1)  $0 < x < \pi$  において、f(x) = 0 は唯一の解を持つことを示せ.
- (2)  $J = \int_0^\pi |f(x)| dx$  とする. (1)の唯一の解を  $\alpha$  とするとき、J を  $\sin \alpha$  の式で表せ.
- (3) (2)で定義された  $J \ge \sqrt{2}$  の大小を比較せよ.

# 2 (60点)

aを正の整数とする。正の実数xについての方程式

$$(*) x = \left[ \frac{1}{2} \left( x + \frac{a}{x} \right) \right]$$

が解を持たないようなaを小さい順に並べたものを $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , … とする、ここに[]はガウス記号で、実数uに対し、[u]はu以下の最大の整数を表す。

- (1) a = 7, 8, 9の各々について(\*)の解があるかどうかを判定し、ある場合は解xを求めよ。
- (2) a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>を求めよ.
- (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} を求めよ.$

## 3 (60点)

1からnまでの数字がもれなく一つずつ書かれたn枚のカードの東から同時に2枚のカードを引く、このとき、引いたカードの数字のうち小さい方が3の倍数である確率をp(n)とする。

- (1) p(8)を求めよ.
- (2) 正の整数 k に対し、p(3k+2) を k で表せ.

### 4 (60点)

a を正の定数とする。原点を O とする座標平面上に定点 A=A(a,0) と、A と 異なる動点 P=P(x,y) をとる。次の条件

A から P に向けた半直線上の点 Q に対し

$$\frac{AQ}{AP} \le 2$$
 to State  $\frac{QP}{OQ} \le \frac{AP}{OA}$ 

を満たすPからなる領域をDとする。Dを図示せよ。