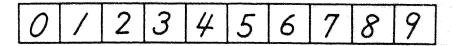
数 学

150 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は8ページ、答案用紙は4ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し、裏面は使用しないこと。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は250点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



1 (60点)

以下の問に答えよ。

- (1) 自然数 n に対し $I(n) = \int_0^{n\pi/2} |\sin x| dx$ を求めよ。
- (2) 次の不等式を示せ。

$$0 \le \int_0^{s\pi/2} \cos x \, dx - s \le \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) s \qquad (0 \le s \le 1)$$

(3) a を正の数とし、a を超えない最大の整数を[a]で表す。[a]が奇数のとき次の不等式が成り立つことを示せ。

$$0 \le \int_0^{\pi/2} |\sin at| dt - 1 \le \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \left(1 - \frac{\lceil a \rceil}{a}\right)$$

(下書き用紙)

11、我也曾知识"自智强心"。

2 (70点)

以下の問に答えよ。

- (1) a, b を正の定数とし、 $g(t) = \frac{1}{b} t^a \log t$ とおく。t > 0 における関数 g(t) の増減を調べ極値を求めよ。
- (2) m を正の定数とし、xy 座標平面において条件
 (a) y>x>0; (b) すべての t>0 に対し $\frac{1}{y}t^x-\log t \ge m$ を満たす点(x,y)からなる領域をDとする。D の概形を図示せよ。
- (3) (2)の領域 D の面積を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

_ 4 _

3 (60点)

平面上を半径 1 の 3 個の円板が下記の条件 (a) と (b) を満たしながら動くとき、これら 3 個の円板の和集合の面積 S の最大値を求めよ。

- (a) 3個の円板の中心はいずれも定点 P を中心とする半径 1の円周上にある。
- (b) 3個の円板すべてが共有する点はPのみである。

(下書き用紙)

en de la companya de la co

4 (60点)

空間内の四面体 ABCD を考える。辺 AB, BC, CD, DA の中点を、それぞれ K, L, M, N とする。

- (1) $4\overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{LN} = |\overrightarrow{AC}|^2 |\overrightarrow{BD}|^2$ を示せ。ここに $|\overrightarrow{AC}|$ はベクトル $|\overrightarrow{AC}|$ の長さを表す。
- (2) 四面体ABCDのすべての面が互いに合同であるとする。このとき $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|, |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}|, |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ を示せ。
- (3) 辺ACの中点をPとし、 $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$ 、 $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{5}$ 、 $|\overrightarrow{CA}| = \sqrt{6}$ とする。(2)の仮定のもとで、四面体 PKLN の体積を求めよ。

(下書き用紙)