(平成 17 年度前期日程)

理　　　　科

(物　理)

120　分

注　意　事　項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 14 ページ，答案用紙は 3 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，**受験番号**を記入し，下の枠内には，受験番号の**下 2 桁**の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を記入すること。
6. 問題番号 $\boxed{1}$ 等のあとの(50 点)は 150 点満点中の配点である。
7. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

◇M5(665—30)

試験問題は，つぎのページより始まります。

1 (50 点)

図1のように，支点Oに一端が固定された長さRのひもに，質量mのおもりが取り付けられている。支点Oを通る鉛直線上，Oから下に距離$R-r$のところに釘Nがあり，おもりが右側に振れると，図2のようにひもが釘に引っかかる。ただし，$0<r<R/2$とする。

おもりを，ひもがたるまないように鉛直線ONの左側で静止させる。このとき，ひもと鉛直線のなす角をθ_0とする。この状態で静かに手を離し，おもりを自由に運動させる。

ひもの質量と伸びは無視できるものとし，支点Oや釘Nも含めて摩擦はないと仮定する。釘とおもりの大きさは無視できるものとする。重力加速度をgとする。

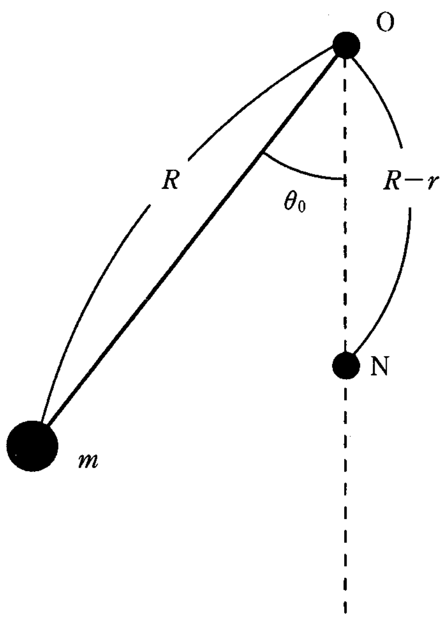

図1

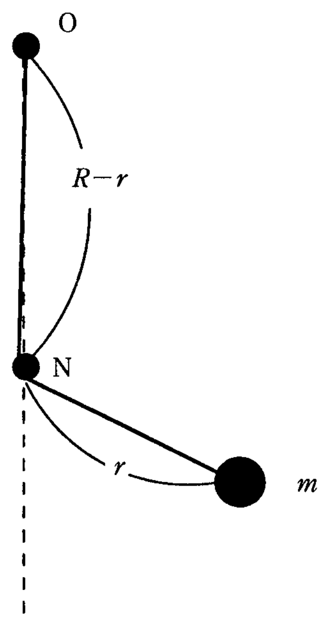

図2

(a) 角 θ_0 が非常に小さいとき，このおもりが初めて元の位置に戻るまでの時間を求めよ。

(b) 一般の(小さいとは限らない)角 θ_0 を考える。手を離してから，おもりが運動し，釘Nの真下に来るまで，ひもはたるまないものとする。おもりが釘Nの真下まで来て，ひもが釘Nに接触する直前と接触した直後のそれぞれについて，支点Oがひもから受ける力の大きさを求めよ。

(c) $r = R/8$，$\theta_0 = \pi/3$ の場合を考える。おもりが釘Nの右側で，釘Nと同じ高さに達した時，釘がひもから受ける力の向きと大きさを求めよ。

(d) $\theta_0 = \pi/3$ の場合を考える。ひもがたるまないまま，おもりが釘Nのまわりを一回転するとき，r が満たす条件を求めよ。ただし，おもりとひもは衝突しないものとする。

（下　書　き　用　紙）

（下 書 き 用 紙）

2 (50 点)

図1のように磁束密度 $B = 0.8$ [Wb/m^2] の一様な磁界中に，長さ $\ell = 50$ [cm]の金属棒 MN が，ばね定数 $k = 0.4$ [N/m]のばねで吊り下げられている。金属棒の両端には2本の平行な導体棒がついている。2本の導体棒は，固定された台に取り付けられた円筒状の金属端子 P および Q の中を，端子と電気的に接触を保ちながら摩擦なく鉛直方向に上下する。外部からの導線は固定された端子 P と Q に接続する。この装置の内部抵抗は $R_m = 45$ [Ω]である。

磁界は金属棒と導体棒がつくる面に垂直である。金属棒は常に水平を保って動く。金属棒の下向きの変位を x [cm]で表し，電流を流さないときを $x = 0$ とする。

〔A〕 図1の装置を電流計として使うことを考えよう。

(a) 金属棒に電流を流したところ，金属棒の変位が $x = 4$ [cm]となって静止した。流した電流の向き(M から N の向きか，N から M の向きか)と大きさを求めよ。

(b) ばねを壊さないために，金属棒に流す電流が $I_{max} = 100$ [mA]を超えると，それ以上金属棒が下がらないようになっている。金属棒の変位の最大値 x_{max} [cm]を求めよ。変位 x が電流 I に対応するように，解答用紙の目盛 A に 0 から I_{max} まで 20 mA おきに目盛を記せ。

(c) 図1の電流計と抵抗 R_1 [Ω]を用いて測定可能な最大電流を 1 A としたい。図2の(ア)と(イ)のどちらがふさわしい回路であるかを選び，必要な抵抗 R_1 [Ω]の値を求めよ。

〔B〕 図1の電流計を使って図3の回路を組み，未知抵抗 R [Ω]を測定することを考えよう。電池の起電力は $E = 15$ [V]であり，内部抵抗は無視できるとする。スイッチ S は初め開いている。測定する抵抗 R が 0 Ω のときに電流計に流れる電流が $I_{max} = 100$ [mA]になるように抵抗 R_a を設定した。

(d) 抵抗 R_a [Ω]の値はいくらか。

(e) 次に未知抵抗 R を測定した。このとき電流計の読みから R の値が読み取れるように，解答用紙の目盛 B に 0 から 200 Ω まで 50 Ω おきに目盛を記せ。

(f) 図3の回路のスイッチ S を閉じて未知抵抗 R を測定した。$R_b = (R_a + R_m)/9$ のとき，問い(e)で作った目盛 B から読み取った値を何倍すれば R の真の値が得られるか。

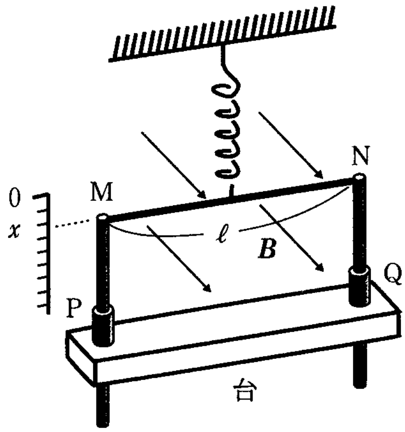

図 1（電流計として用いる）

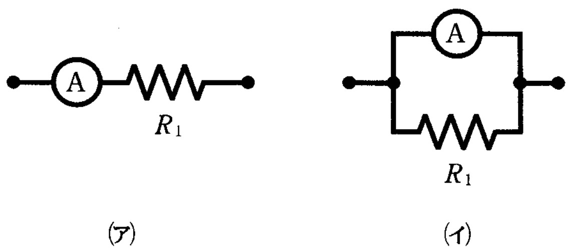

図 2

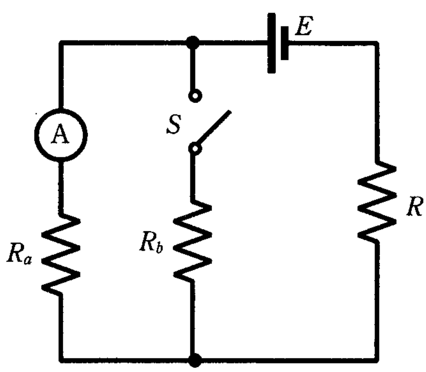

図 3

(下 書 き 用 紙)

（下　書　き　用　紙）

3 （50 点）

以下の文章中の①から⑦の $\boxed{}$ にあてはまる適当な式または数値を記せ。また，問いに答えよ。ただし，プランク定数を h[J·s]，光速を c[m/s]，電気素量を e[C]とする。数値を求めるときには $h = 6.63 \times 10^{-34}$[J·s]，$c = 3.00 \times 10^{8}$[m/s]，$e = 1.60 \times 10^{-19}$[C]を用いよ。数値は有効数字3桁で示せ。

〔A〕 X 線は光より波長の短い電磁波であり，波動性と粒子性の 2 重性をもつ。粒子と考えたとき，波長 λ の X 線の粒子(光子)のエネルギーと運動量はそれぞれ $\boxed{①}$ および $\boxed{②}$ と表される。たとえば，波長 1.00×10^{-10} m の光子 1 個がもつエネルギーは $\boxed{③}$ eV である。

X 線の粒子性はコンプトン効果に現れる。コンプトン効果では X 線を光子と考え，静止している自由電子と光子との衝突のモデルから X 線の波長変化が説明される。図 1 のように衝突前の光子の波長を λ，衝突後の波長を λ' とする。衝突後，光子は入射方向に対し角度 ϕ の方向に散乱され，質量 m の電子は角度 α の方向に速さ v ではね飛ばされる。この衝突の前後におけるエネルギー保存則を式で表すと

$$\frac{\boxed{④}}{\lambda} = \frac{\boxed{④}}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$$

と書ける。また，衝突の前後における運動量保存則を，入射方向とそれに垂直な方向の成分に分けて書くと，

$$\text{入射方向成分：}\frac{\boxed{⑤}}{\lambda} = \frac{\boxed{⑥}}{\lambda'} + mv\cos\alpha$$

$$\text{垂直方向成分：}0 = -\frac{\boxed{⑦}}{\lambda'} + mv\sin\alpha$$

となる。これらの式から衝突による X 線の波長変化 $\Delta\lambda$ は，$\Delta\lambda \ll \lambda,\ \lambda'$ と近似して

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \fallingdotseq \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi) = \lambda_c(1 - \cos\phi)$$

と表される。ここで，λ_c は電子のコンプトン波長で $\lambda_c = 2.43 \times 10^{-12}$[m]である。

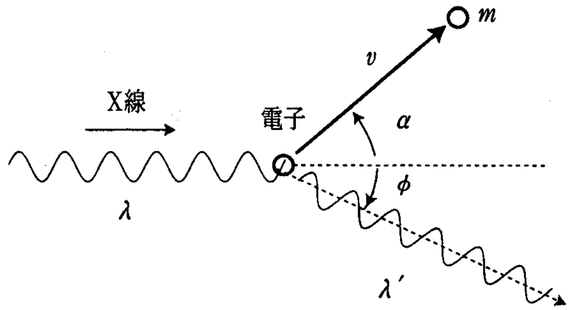

図 1

(設問は次頁へつづく)

〔B〕 コンプトン効果は，図2に示すように単色X線を石墨に入射させ，X線分光器を用いて散乱X線のスペクトルを測定することで確認される。X線分光器ではX線をスリットを通して結晶表面に入射させ，反射したX線の強度を検出器で測定する。このとき結晶をX線の入射方向に対して回転角θだけ回転すると，結晶の回転に連動して散乱角2θの方向に検出器が移動するように設定されている。この設定により回転角を変えていくことで，さまざまな波長のX線に対し結晶表面に平行な格子面によるブラッグ反射が起こる。その反射強度を測定することで，入射X線のスペクトルを得ることができる。この測定により，石墨からの散乱X線の中に入射X線と同じ波長のX線の他に，コンプトン効果によりわずかに波長の異なるX線が含まれているのが観測される。

(a) 波長λの単色X線をX線分光器に入射させ，結晶を0 radから徐々に回転していくと，ある角度θのところで最初の散乱強度のピークが現れた。表面に平行な格子面の面間隔をdとして，λ，θ，dの間の関係を式で表せ。

(b) 入射X線の中にλよりわずかに長い波長$\lambda + \Delta\lambda$のX線が含まれている場合，この波長のX線が検出器で検出されるときの結晶の回転角を$\theta + \Delta\theta$とする。$\Delta\theta$がθや1に比べ十分小さいとして，θ，d，$\Delta\lambda$を用いて$\Delta\theta$を表す近似式を求めよ。ただし，xが小さいとき$\sin x \fallingdotseq x$，$\cos x \fallingdotseq 1$と近似してよい。

(c) 波長λの単色X線を石墨に入射し，散乱角$\phi = \pi/2$ radの方向に散乱されたX線のスペクトルをX線分光器で測定した。散乱X線の中で波長変化の無いX線が結晶の回転角θのところで検出されたとすると，コンプトン効果により波長の変化したX線はθからどれだけの角度離れた回転角のところで検出されるか。θ，λ，λ_cを用いて表せ。

(d) 結晶はX線に対し回折格子の役割をしている。コンプトン効果が光の領域で回折格子を用いた測定では見つからず，X線領域で発見された理由を，(c)の答えを参考にして100字程度で説明せよ。

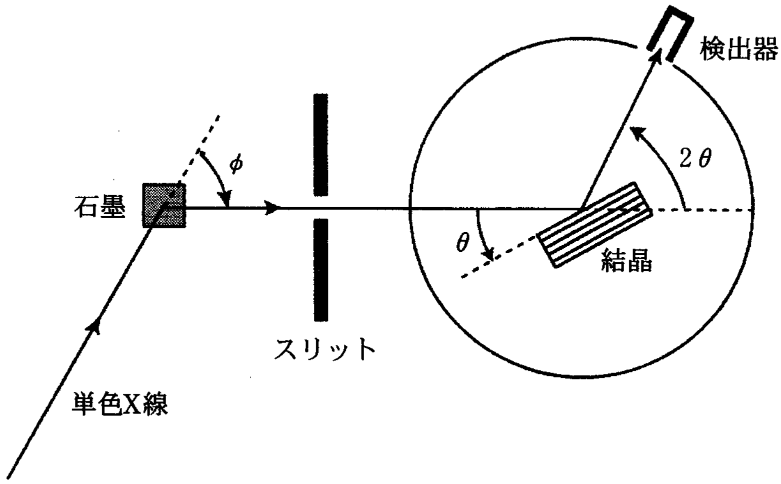

図 2

(下　書　き　用　紙)

(下　書　き　用　紙)