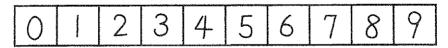
数 学

180 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は10ページ、答案用紙の冊子は5ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて答案用紙の枠内に記入すること。裏面は採点の対象としない。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は300点満点中の配点である。
- 6. 問題冊子および答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



試験問題は、つぎのページより始まります。

3以上の奇数nに対して、 α_n と δ_n を次のように定める.

$$a_n = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^{n-1} (k-1)k(k+1), \ b_n = \frac{n^2-1}{8}$$

- (1) $a_n \ge b_n$ はどちらも整数であることを示せ.
- (2) $a_n b_n$ は 4 の倍数であることを示せ.

(下書き用紙)

a > 1 とし, 次の不等式を考える.

$$(*) \qquad \frac{e^t - 1}{t} \ge e^{\frac{t}{a}}$$

- (1) a=2 のとき、すべての t>0 に対して上の不等式(*)が成り立つことを示せ、
- (2) すべての t > 0 に対して上の不等式(*)が成り立つような a の範囲を求め よ.

(下 書 考 田 紙)

_ 4 _

1個のさいころを投げて、出た目が 1 か 2 であれば行列 $A=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$ を、出た目が 3 か 4 であれば行列 $B=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$ を、出た目が 5 か 6 であれば行列 $C=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$ を選ぶ、そして、選んだ行列の表す 1 次変換によって xy 平面上の点 R を移すという操作を行う、点 R は最初は点(0,1)にあるものとし、さいころを投げて点 R を移す操作を n 回続けて行ったときに点 R が点(0,1)にある確率を p_n 、点(0,-1)にある確率を q_n とする.

- (1) p1, p2と q1, q2を求めよ.
- (2) $p_n + q_n \ge p_{n-1} + q_{n-1}$ の関係式を求めよ、また、 $p_n q_n \ge p_{n-1} q_{n-1}$ の関係式を求めよ、
- (3) p_n を n を用いて表せ.

(下書き用紙)

点 P(t, s) が $s = \sqrt{2} t^2 - 2t$ を満たしながら xy 平面上を動くときに、点 P を 原点を中心として 45° 回転した点 Q の軌跡として得られる曲線を C とする. さらに、曲線 C と x 軸で囲まれた図形を D とする.

- (1) 点 Q(x, y) の座標を、t を用いて表せ、
- (2) 直線y = aと曲線Cがただ1つの共有点を持つような定数aの値を求めよ.
- (3) 図形 D を y 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積 V を求めよ.

(下書き用紙)

xy 平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + 1$ を考え、C上の点(1,3)を P_0 とする、 $k = 1, 2, 3, \cdots$ に対して、点 $P_{k-1}(x_{k-1}, y_{k-1})$ における C の接線と C の交点のうちで P_{k-1} と異なる点を $P_k(x_k, y_k)$ とする、このとき、 P_{k-1} と P_k を結ぶ線分と C によって囲まれた部分の面積を S_k とする.

- (1) S1を求めよ.
- (2) x_k を k を用いて表せ.
- (3) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{S_k}$ を求めよ.

(下 書 き 用 紙)

·	



