(平成 20 年度前期日程)

理　　科

(物　理)

120　分

注　意　事　項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 本問題冊子は 12 ページ，答案用紙は 4 ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，**受験番号**を記入し，下の枠内には，受験番号の**下 2 桁**の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題番号 $\boxed{1}$ 等のあとの(25 点)等は 150 点満点中の配点である。
7. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
8. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

◇M5(414—31)

1 (25 点)

〔A〕 図1のように，焦点距離が12 cmの凸レンズから20 cm離れた場所に，光軸に垂直に長さ4 cmの物体PQを配置する。レンズの左側を前方，右側を後方と呼ぶことにする。図1には，後方および前方の焦点をそれぞれF，F′で記してある。

(a) PQの像P′Q′を，答案用紙上に作図によって求めよ。

(b) PQの像P′Q′は，レンズの中心面(中心を通り光軸に垂直な面，図の点線)から前方または後方に何cm離れたところにできるか。計算で求めよ。解答欄では，(前方，後方)の適切な方を選んで○で囲み，何cmかを記入せよ。

(c) Pの像P′は，光軸から上または下に何cm離れたところにできるか。計算で求めよ。解答欄では，(上，下)の適切な方を選んで○で囲み，何cmかを記入せよ。

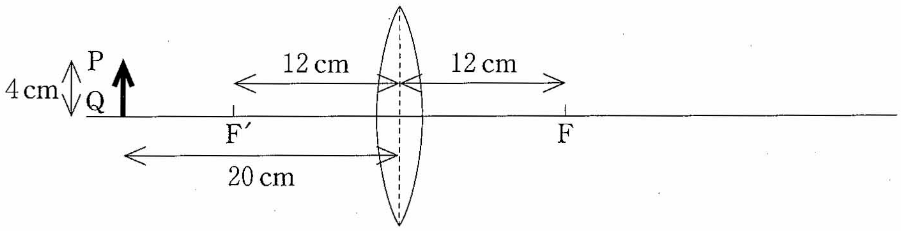


図1

〔B〕 図2に示すように，物体PQの代わりにPの位置に点光源Rを置く。さらに，レンズの後方39 cmのところに光軸に垂直に平面鏡を置く。

(d) Rのレンズによる像をR′とし，さらにR′の平面鏡による像をSとする。R′およびSを答案用紙上に作図によって求めよ。

(e) レンズによるSの像S′の位置（レンズの中心面からの距離および光軸からの距離）を計算により求めよ。解答欄では，（前方，後方）および（上，下）の各かっこ内の適切な方を選んで○で囲み，それぞれ何cmかを記入せよ。

(f) 次の各像が実像か虚像かを答えよ。

(ア) R′　　(イ) S　　(ウ) S′

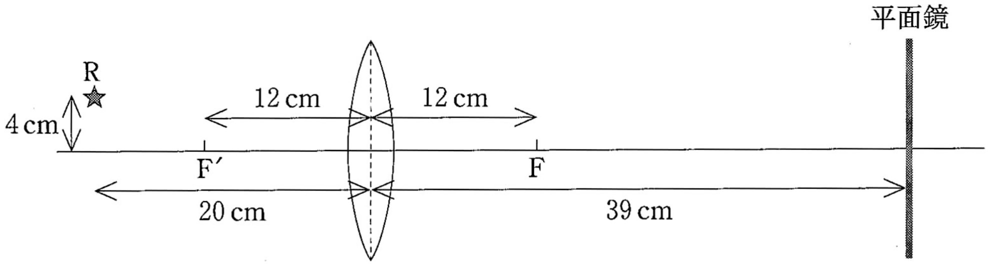


図2

2 (25 点)

n モルの単原子分子理想気体を考える。気体の圧力を p，体積を V，温度を T，気体定数を R としたとき，状態方程式は $pV = nRT$ で与えられ，内部エネルギー E は $E = \frac{3}{2}nRT$ である。以下では，その理想気体が，なめらかに動くピストンの付いた密閉された容器に入れられ，断熱変化する過程を扱うことにする。

〔A〕 ピストンを少し動かすことにより，内部エネルギーが E から $E + \Delta E$ へ，体積が V から $V + \Delta V$ へ，温度が T から $T + \Delta T$ へそれぞれ微小変化した。

(a) ΔE と ΔV の間に成り立つ関係式を求めよ。

(b) $\dfrac{\Delta T}{\Delta V}$ を T と V を用いて表せ。

(c) C，a を定数として，T と V との間に $T = CV^a$ の関係が成り立つと仮定する。このとき $\dfrac{\Delta T}{\Delta V} = CaV^{a-1}$ となることを示せ。ただし，微小量 ε および実数 b について，$(1 + \varepsilon)^b = 1 + b\varepsilon$ としてよい。

(d) 問い(b)と(c)の結果より，a の値を求めよ。

〔B〕 ゆっくりとした状態変化により，この理想気体が体積 V_1，温度 T_1 の状態から体積が V_2 の状態に移った。

(e) 設問〔A〕の結果に基づき，その間に気体が行った仕事を n，R，T_1，V_1，V_2 を用いて表せ。

3 (50 点)

図のような荷電粒子の質量を測定する装置を考える。荷電粒子は正の電荷 q を持ち，線分 OC と直交するように速さ v_0 でスリット X に入射する(図の☆印)。灰色の領域には紙面垂直上向きに大きさ B の磁束密度をもつ一様磁界がかけられている。また領域 Y(白抜きの狭い領域)には，粒子が横切ると加速または減速されるような交流電圧 $V = V_0\cos(2\pi ft)$ がかけられている(f は交流周波数)。図に示すように，この装置の中で粒子は平面内を 2 周し，再び X 付近に戻ってくる。この間 Y を 2 回通過するが，1 回目と 2 回目の加速・減速(あるいは減速・加速)のつり合いをうまくとれば 2 周後にスリット X を再び通過させることができ，そこで粒子検出の信号が発生するようになっている。

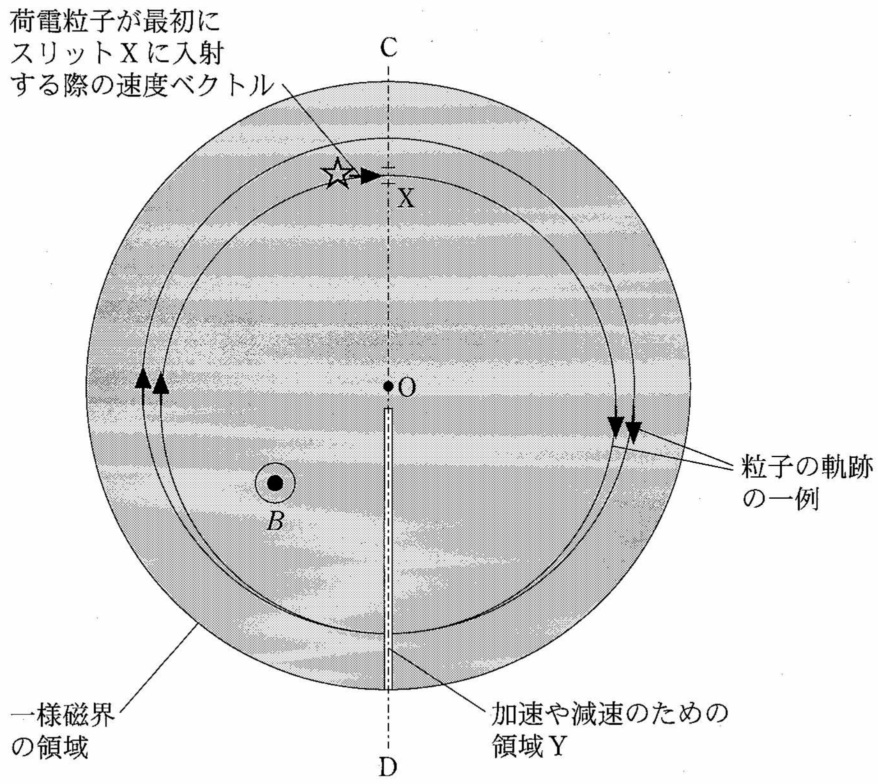
以下の設問では，粒子は，磁界の領域からはみ出ることなく真空中を運動し，障害物に衝突することはないものとする。また，スリット X の厚みは無視できるものとする。さらに，Y の電極間の幅は円運動の半径に比べて無視でき，粒子は，線分 OD を横切る際，瞬時に加速(または減速)されるものとする。

まず，設問〔A〕〔B〕においては X のスリットの幅 d の大きさを無視する。

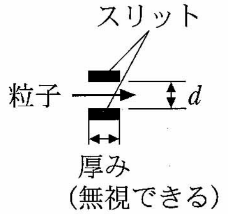
〔A〕 (a) スリット X を通過し最初に Y に入射するまでの粒子の回転半径 r_0 と角速度 ω_0 を，粒子の質量 m および q，B，v_0 の中から必要な記号を用いて表せ。

(b) 粒子が 1 回目に Y を通過したときに，電位差 V_1 で加速された。1 回目に Y を通過してから 2 回目に Y に入射するまでの粒子の回転半径 r_1 と角速度 ω_1 を，粒子の質量 m および V_1，q，B，v_0 の中から必要な記号を用いて表せ。

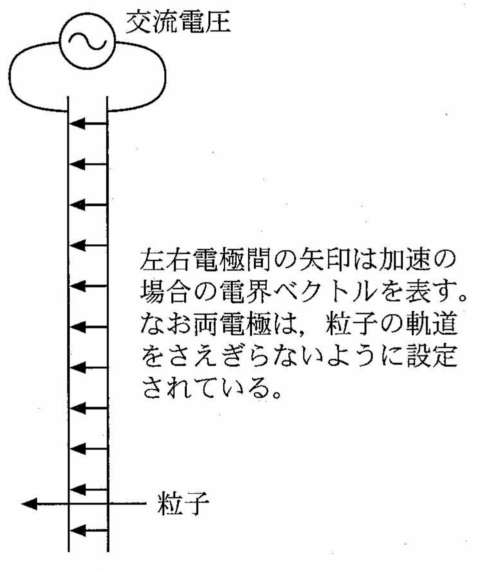
(c) 1 回目に Y を通過してから 2 回目に Y に入射するまでの時間 T を，粒子の質量 m および V_1，q，B，v_0 の中から必要な記号を用いて表せ。(以後 T を周回時間と呼ぶ。)



図



X の拡大図



Y の模式図

〔B〕 実際には，粒子は交流電圧の初期時刻 $t = 0$ とは関係なく不規則に次々と入射する。粒子が入射時刻によらず2周後にスリットXを必ず通過するように周波数 f の値を調整する。このような周波数はいくつも存在するが，これらを低い順に並べ f_0, $f_1, \cdots$, $f_n, \cdots$ と表す(ただし n は整数)。

(d) 周回時間 T を，f_n および n を用いて表せ。

(e) 質量 m を，f_n, q, B, n を用いて表せ。

〔C〕 設問〔B〕の結果が示すように，粒子の質量 m や周回時間 T を求めるには，スリットXに2周後に戻ってくるような周波数 f_n を見つければよいことがわかる。実際にはスリットXには幅 d があり，スリット中心から外側または内側にそれぞれ $\dfrac{d}{2}$ の範囲で位置がずれたとしても粒子検出の信号が発生する。したがって，この方法で質量を測定する際には誤差が生じる。以下では，1個の粒子に着目し誤差の大きさを評価する。簡単のため，粒子は最初スリットXの中心に正確に入射したものとし，2周後にXを通過する際のスリット幅のみ誤差の原因になるものとして問いに答えよ。

(f) 周波数が f_n から少しずれていたために，2回目にYを通過する時刻における電圧が，加速・減速のつり合いがとれる電圧より ΔV だけずれた。このため粒子は，スリットXを，その中心より $\dfrac{d}{2}$ だけ外側にずれて通過した。d を $|\Delta V|$, q, B, v_0 の中から必要な記号を用いて表せ。ここで電圧のずれによるエネルギーの変化は粒子の運動エネルギーに比べて十分小さく，$\sqrt{1 + x} = 1 + \dfrac{1}{2}x$ ($|x|$ が1に比べて十分小さいとき)としてよい。

(g) ずれた周波数に基づいて求めた周回時間と，真の周回時間 T との差を ΔT とする。そのとき，前問における $|\Delta V|$ は良い近似で $|\Delta V| = b|\Delta T|$ の関係式が成り立つものとする(ただし $b > 0$ とする)。スリットの幅に起因する質量の誤差の最大値 $|\Delta m|$ を q, B, v_0, b, d の中から必要な記号を用いて表せ。

4 （50 点）

図のように，水平面上に質量 m の物体 A を置き，ばね定数 k のばねをつなぐ。ばねが自然長となる物体 A の位置を原点 O とし，水平方向に x 軸をとり，右向きを正の向きとする。原点 O から点 P(位置 $x = l$) までの区間は摩擦のある領域であり，それ以外の領域は摩擦がないものとする。点 P の右側に質量 m の物体 B を置く。物体 A および物体 B の OP 間における静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' とする。重力加速度を g として以下の問いに答えよ。ただし，物体 A と B の大きさは無視できるものとする。

〔A〕 はじめに物体 A を原点 O に静止させておく。物体 B に原点 O に向かう速度を与え，摩擦のある領域を通過させたところ，物体 B は A に衝突し，その後 1 つの物体 AB となって運動した。はじめに物体 B に与えた運動エネルギーを E とする。

(a) 衝突直前の物体 B の運動エネルギー E' を，E，μ'，m，g，l を用いて表せ。

(b) 衝突直後の物体 AB の運動エネルギーを，E，μ'，m，g，l を用いて表せ。ただし物体 B と A の衝突は瞬間的に起こり，その際，摩擦力の影響は無視できるものとする。

設問〔A〕において，物体 B にはじめに与える運動エネルギー E を変化させて，物体 A と B の運動を調べる。ただし以下の問いでは，μ，μ'，l，k，m，g は $\mu = 2\mu'$ および $kl = 3\mu' mg$ を満たすものとする。

〔B〕 ある運動エネルギー E をはじめに物体 B に与えたところ，物体 A と B は，衝突して一体となった後，再び原点 O に戻り，OP 間のある位置 x で速度が 0 になった。

(c) 速度が 0 になる位置 x を，E，k，l を用いて表せ。

(d) 速度が 0 になった後，一体となった物体 AB はどのような運動をするか，理由をつけて答えよ。

〔C〕 設問〔B〕で与えた運動エネルギーより大きい運動エネルギー E をはじめに物体 B に与えたところ，一体となった物体 AB は P の右側に飛び出し，P から再び摩擦のある領域に入った後，OP 間のある位置 x で速度 0 となった。

(e) 位置 x を，E，k，l で表せ。

〔D〕 問い(e)の答 x を 0 とするような，物体 B に与える運動エネルギー E を E_1 とする。

(f) 物体 A (一体となった後は物体 AB) が最終的に静止する位置 x を，E の関数とみなし，$0 \leqq E \leqq E_1$ における関数のグラフの概略を描け。