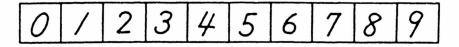
数 学

150 分

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
- 2. 本問題冊子は8ページ,答案用紙は4ページである。
- 3. 各答案用紙の上の枠内に**受験番号**を記入し、下の枠内には受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
- 4. 解答はすべて各答案用紙の枠内に記入し、裏面は使用しないこと。
- 5. 問題番号のあとのカッコ内の点数は250点満点中の配点である。
- 6. 答案用紙の冊子は切りはなさないこと。
- 7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は、下記の例にならい、明瞭に記入すること。



試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (60点)

点 Pから放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 \wedge 2$ 本の接線が引けるとき, 2つの接点を A,B とし,線分 PA,PB およびこの放物線で囲まれる図形の面積を S とする. PA,PB が直交するときの S の最小値を求めよ.

2 (60点)

実数 a に対し、次の1次変換

$$f(x,y) = (ax + (a-2)y, (a-2)x + ay)$$

を考える. 以下の2条件をみたす直線Lが存在するようなaを求めよ.

- (1) Lは点(0,1)を通る.
- (2) 点QがL上にあれば、そのfによる像f(Q)もL上にある.

3 (60点)

Nを正の整数とする。 2N以下の正の整数 m,n からなる組(m,n)で,方程式 $x^2-nx+m=0$ が N以上の実数解をもつようなものは何組あるか.

4 (70点)

xyz 空間の原点と点(1,1,1)を通る直線を ℓ とする.

- (1) ℓ 上の点 $(\frac{t}{3}, \frac{t}{3}, \frac{t}{3})$ を通り ℓ と垂直な平面が、xy 平面と交わってできる直線の方程式を求めよ.
- (2) 不等式 $0 \le y \le x(1-x)$ の表す xy 平面内の領域を D とする。 ℓ を軸として D を回転させて得られる回転体の体積を求めよ。