

Esercizi sui grafi

Dijkstra, DSU e DP su grafi

Lorenzo Ferrari, Davide Bartoli

January 25, 2023

Table of contents

Problemi

investigation

ois_xmastree

ois_patrol

ois_cannons

crocodile

Problemi

investigation

<https://cses.fi/problemset/task/1202>

- ci vengono chieste diverse informazioni riguardo gli shortest path

Problemi

investigation

<https://cses.fi/problemset/task/1202>

- ▶ ci vengono chieste diverse informazioni riguardo gli shortest path
- ▶ dobbiamo fare contemporaneamente dijkstra e dp su un grafo

Problemi

ois_xmastree

https://training.olinfo.it/#/task/ois_xmastree/statement

- ▶ sembra tanto una dp su albero

Problemi

ois_xmastree

https://training.olinfo.it/#/task/ois_xmastree/statement

- ▶ sembra tanto una dp su albero
- ▶ radichiamo l'albero in 0

Problemi

ois_xmastree

https://training.olinfo.it/#/task/ois_xmastree/statement

- ▶ sembra tanto una dp su albero
- ▶ radichiamo l'albero in 0
- ▶ se switcho un nodo diverso dalla root, anche il suo parent viene switchato
- ▶ per ogni nodo v non foglia, il numero di volte che v viene switchato è la somma del numero di volte in cui i figli vengono switchati

Problemi

ois_xmastree

https://training.olinfo.it/#/task/ois_xmastree/statement

- ▶ sembra tanto una dp su albero
- ▶ radichiamo l'albero in 0
- ▶ se switcho un nodo diverso dalla root, anche il suo parent viene switchato
- ▶ per ogni nodo v non foglia, il numero di volte che v viene switchato è la somma del numero di volte in cui i figli vengono switchati
- ▶ siano $dp[v][0]$ e $dp[v][1]$ la risposta per il subtree del nodo v , dove v è switchato rispettivamente un numero pari e un numero dispari di volte

Problemi

ois_patrol

https://training.olinfo.it/#/task/ois_patrol/statement

Problemi

ois_cannons

https://training.olinfo.it/#/task/ois_cannons/statement

- ▶ prima idea importante: vediamo il problema come un grafo pesato, gli archi in input hanno costo 0, gli archi che vanno dal nodo i al nodo j hanno costo $j - i$

Problemi

ois_cannons

https://training.olinfo.it/#/task/ois_cannons/statement

- ▶ prima idea importante: vediamo il problema come un grafo pesato, gli archi in input hanno costo 0, gli archi che vanno dal nodo i al nodo j hanno costo $j - i$
- ▶ possiamo quindi fare dijkstra per trovare la risposta al problema. Il numero di archi però è $O(N^2)$, quindi questa soluzione non ottiene punteggio pieno.

Problemi

ois_cannons

https://training.olinfo.it/#/task/ois_cannons/statement

- ▶ prima idea importante: vediamo il problema come un grafo pesato, gli archi in input hanno costo 0, gli archi che vanno dal nodo i al nodo j hanno costo $j - i$
- ▶ possiamo quindi fare dijkstra per trovare la risposta al problema. Il numero di archi però è $O(N^2)$, quindi questa soluzione non ottiene punteggio pieno.

Possiamo ridurre il numero di archi senza perdere informazioni?

Problemi

ois_cannons

https://training.olinfo.it/#/task/ois_cannons/statement

- ▶ prima idea importante: vediamo il problema come un grafo pesato, gli archi in input hanno costo 0, gli archi che vanno dal nodo i al nodo j hanno costo $j - i$
- ▶ possiamo quindi fare dijkstra per trovare la risposta al problema. Il numero di archi però è $O(N^2)$, quindi questa soluzione non ottiene punteggio pieno.

Possiamo ridurre il numero di archi senza perdere informazioni?
Rappresentando gli archi aggiunti da noi, notiamo che alcuni non sono necessari!

Problemi

crocodile

<https://training.olinfo.it/#/task/crocodile/statement>

Problemi

crocodile

<https://training.olinfo.it/#/task/crocodile/statement>

- ▶ il problema non è banale
- ▶ facciamo dijkstra al contrario, partendo dalle uscite

Problemi

crocodile

<https://training.olinfo.it/#/task/crocodile/statement>

- ▶ il problema non è banale
- ▶ facciamo dijkstra al contrario, partendo dalle uscite
- ▶ per ogni nodo, teniamo le due distanze minime
- ▶ “propaghiamo” con la seconda distanza minima: l'avversario bloccherà il cammino migliore

Problemi

crocodile

<https://training.olinfo.it/#/task/crocodile/statement>

- ▶ il problema non è banale
- ▶ facciamo dijkstra al contrario, partendo dalle uscite
- ▶ per ogni nodo, teniamo le due distanze minime
- ▶ “propaghiamo” con la seconda distanza minima: l'avversario bloccherà il cammino migliore

Un problema molto simile è `pre_boi_sbarramento`

https://training.olinfo.it/#/task/pre_boi_sbarramento/statement

Problemi

<https://cses.fi/problemset/task/1202>

<https://cses.fi/problemset/task/1679>

https://training.olinfo.it/#/task/ois_patrol/statement

https://training.olinfo.it/#/task/ois_xmastree/statement

https://training.olinfo.it/#/task/ois_words/statement

https://training.olinfo.it/#/task/ois_cannons/statement

https://training.olinfo.it/#/task/ois_minperm/statement

https://training.olinfo.it/#/task/ois_waterslide/statement

<https://training.olinfo.it/#/task/crocodile/statement>