

BÀI TẬP TỔ HỢP NÂNG CAO

Bài 1. TỔ HỢP LỚN

Cho hai số nguyên không âm n, k , $n \geq k$ với $0 \leq k \leq n$. Hãy tính giá trị tổ hợp sau theo modulo $10^9 + 7$.

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Input: Một dòng chứa hai số nguyên n k (cách nhau bởi khoảng trắng).

Output: In ra một số nguyên là $C(n, k) \bmod 10^9 + 7$

Giới hạn gợi ý cho bài thi

- $0 \leq n \leq 10^6$
- $0 \leq k \leq n$

Bài 2. dãy nhị phân không có hai số 1 liên nhau

Một dãy nhị phân độ dài n là một dãy gồm n kí tự, mỗi kí tự là '0' hoặc '1'. Hãy đếm số dãy nhị phân độ dài n sao cho trong dãy **không có hai số 1 đứng cạnh nhau**. Kết quả lấy theo modulo $10^9 + 7$.

Input: Một dòng chứa số nguyên n .

Output: Một số nguyên là số lượng dãy thỏa mãn, modulo $10^9 + 7$.

Giới hạn gợi ý

- $1 \leq n \leq 10^6$
- Gợi ý: Quy hoạch động với công thức Fibonacci:
 - $f(1) = 2, f(2) = 3,$
 - $f(n) = f(n-1) + f(n-2) \pmod{10^9 + 7}.$

Bài 3. PHÂN PHỐI KẸO CÓ GIỚI HẠN

Có k em nhỏ và n viên kẹo giống hệt nhau. Mỗi em có thể nhận từ 0 đến m viên kẹo (không nhiều hơn m). Hỏi có bao nhiêu cách phân phối kẹo cho k em sao cho tổng số kẹo phát ra đúng bằng n .

Hai cách phân phối khác nhau nếu tồn tại ít nhất một em nhận số kẹo khác nhau. Nếu không có cách phân phối nào, in ra 0. Kết quả lấy theo modulo $10^9 + 7$.

Input: Một dòng gồm ba số nguyên n k m .

Output: Một số nguyên là số cách phân phối modulo $10^9 + 7$.

Giới hạn gợi ý

- $0 \leq n \leq 1000$
- $1 \leq k \leq 50$
- $0 \leq m \leq 1000$
- Gợi ý: Dùng công thức bao hàm – loại trừ hoặc quy hoạch động.