



# LỜI GIẢI THAM KHẢO ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN TOÁN 10 TRƯỜNG THPT QO

—  Coder QO - Nguyễn Nam Khánh Hải

—  Wed, Feb 15, 2023 2:01 AM

## Câu 1

Cho  $a, b \in \mathbb{R}$  và  $a > 0$ . Xét 2 hàm số  $f_x = 2x^2 - 4x + 5$  và  $g(x) = x^2 + ax + b$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  và  $b$  biết giá trị nhỏ nhất của  $g(x)$  nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  là 8 đơn vị và đồ thị hai hàm số trên có đúng một điểm chung.

**Lời giải**

$$\text{Min } f(x) = 3 \Rightarrow \text{Min } g(x) = -5$$

$$\Rightarrow a^2 = 4b + 20. \quad (1)$$

Mặt khác theo đề bài có phương trình sau có 1 nghiệm:

$$2x^2 - 4x + 5 = x^2 + ax + b$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x(a + 4) + 5 - b = 0 \text{ có một nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 + 8a - 4 + 4b = 0. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) kết với } a > 0 \Rightarrow (a; b) = (2; -4)$$

## Câu 2

$$\text{Giải phương trình } 2x^2 + 2x - 3 + 3\sqrt{x^2 + x + 1} = 0$$

**Lời giải**

$$\text{ĐKXD: } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ptbt} \Leftrightarrow 2a^2 + 3a - 5 = 0 (\sqrt{x^2 + x + 1} = a > 0)$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; -1\}$$

## Câu 3

Cho bất phương trình  $\sqrt{x^2 - 2x + 2} \geq 2m + 1 - 2x^2 + 4x$ ,  $m$  là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của  $m \in [-5; 50]$  để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc tập xác định của nó.

**Lời giải:**

$$\text{BPT} \Leftrightarrow 2a^2 + a - 5 - 2m \geq 0 (a = \sqrt{x^2 - 2x + 2} \geq 1)$$

Xét  $\Delta$  về trái bất phương trình:

$$\Delta = 41 + 16m$$

$$\text{Nếu } \Delta < 0 \Rightarrow m < \frac{-41}{16} \Rightarrow \text{bất phương trình luôn có nghiệm}$$

$$\text{Nếu } \Delta \geq 0 \Rightarrow m \geq \frac{-41}{16} \Rightarrow \text{VT bpt có 2 nghiệm } a_1, a_2 (a_2 \geq a_1)$$

và bpt có nghiệm thỏa mãn:  $a \in (-\infty; a_1] \cup [a_2; +\infty)$ .

Để bpt có nghiệm đúng với  $a \geq 1 \Leftrightarrow a_2 \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1 + \sqrt{41 + 16m}}{4} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow m \leq -1$$

Kết hợp với các điều kiện đã xét và đã cho  $\Rightarrow m \in [-5; -1]$

$\Rightarrow$  Tổng các giá trị nguyên của  $m$  là -15

## Câu 4

Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm di động trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Tìm vị trí điểm  $M$  để  $MB^2 + MC^2 - 2MA^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \text{Có : } MB^2 + MC^2 - 2MA^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{OA}) (OA = OB = OC = OM = R) \\ &= 4\overrightarrow{MO}(\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OA}) (I \text{ là trung điểm BC}). \\ &= 4\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{AI} = 4 \cdot MO \cdot AI \cdot \cos(\overrightarrow{MO}; \overrightarrow{AI}) \geq -4MO \cdot AI = \text{const} \end{aligned}$$

Dấu '=' xảy ra khi  $\cos(\overrightarrow{MO}; \overrightarrow{AI}) = -1 \Leftrightarrow M$  thuộc  $(O)$  sao cho  $\overrightarrow{MO}$  và  $\overrightarrow{AI}$  ngược hướng.

## Câu 5:

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } T &= \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c} \\ &= \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{4(2a+3b)}{2a+3c} - 4 \\ &= \frac{3(b+c)}{2a} + 2 + \frac{4a+3c}{3b} + 1 + \frac{4(2a+3b)}{2a+3c} + 4 - 11 \\ &= (4a+3b+3c)\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{3b} + \frac{4}{2a+3b}\right) - 11 \\ &\geq (4a+3b+3c) \cdot \frac{16}{(4a+3b+3c)} - 11 = 5\end{aligned}$$

Dấu '=' xảy ra khi  $b = c = \frac{2}{3}a$

Vậy Min  $T = 5$  khi  $b = c = \frac{2}{3}a$ .