

hns2023-3

December 28, 2023

## 1 Toán học

### Câu 1

Cho  $x \in \mathbb{N}$  và  $0 < x \leq 10$  ;

$p, q$  là các số nguyên tố khác nhau và khác  $x$  thỏa mãn:

$$(x + p + q)^2 = x^3 + p^3 + q^3$$

Tính giá trị của  $T = x^5 + p^5 + q^5$

### Câu 2

Cho 3 đa thức:

$$f(x) = x^2 - 3x - 7$$

$$g(x) = x^2 - ax + 2$$

$$h(x) = x^2 + bx + c$$

với  $a, b, c \in \mathbb{R}$

Xét các phương trình sau:

$$f(x) + g(x) = 0; \quad g(x) + h(x) = 0; \quad h(x) + f(x) = 0$$

Biết mỗi cặp hai phương trình đều có 1 nghiệm thực chung và các nghiệm chung này đôi một khác nhau. Tìm  $c$ .

### Câu 3

Cho 3 số thực  $x, y, z$  thỏa mãn đồng thời:

$$x \geq y \geq z \geq 0 \text{ và } x + y + z = 3$$

Biết  $A$  và  $a$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = 3x + 4y^3 + 3z^2$ . Giá trị của  $A + a$  là ?

### Câu 4

Có 2023 số nguyên dương đôi một phân biệt được viết trên một vòng tròn. Một cặp số  $a, b$  được viết trên vòng tròn được gọi là **một cặp vượt trội** nếu  $a, b$  không viết cạnh nhau, đồng thời trong

hai cung nối a và b (không tính a và b), có ít nhất một cung mà tất cả các số thuộc cung đó đều nhỏ hơn cả a và b. Hỏi, có tất cả bao nhiêu **cặp vượt trội** ?

### Câu 5

Cho hình vuông ABCD. Điểm M di động trên cạnh BC, dựng hình vuông AMNP.  $MN \cap CD = \{H\}$ . Dựng hình vuông AHIK. Tính  $\frac{HB}{BC}$  khi diện tích hình vuông AHIK đạt giá trị nhỏ nhất.

## 2 Tin học lập trình

### Câu 6: Tái sử dụng

Trong một lần vệ sinh môi trường, Duy và các bạn tìm thấy một đồng rác. Đồng rác đó được coi là một xâu ký tự S (chỉ gồm các chữ cái tiếng Anh in thường). Trong đồng rác đó có một số đồ vật vẫn có thể tái sử dụng được. Hãy giúp Duy và các bạn đếm xem có bao nhiêu món đồ có thể tái sử dụng nhé.

Dữ liệu vào:

- Dòng 1: xâu ký tự S chỉ gồm các chữ cái tiếng Anh in thường là đồng rác.
- Dòng 2: xâu ký tự X chỉ gồm các chữ cái tiếng Anh in thường là tên đồ vật có thể tái sử dụng.

Dữ liệu ra:

- Một dòng duy nhất là số lượng rác có thể tái sử dụng.

Input	Output
abcnlondefnilon	2
nilon	

*Giải thích:* Trong đồng rác S có 2 đồ vật X có thể tái sử dụng: abcn**il**ondef**ni**lon

*Ràng buộc:* với n và m lần lượt là độ dài xâu S và X:

- Có 5/10 test ứng với 50% số điểm:  $0 < n, m \leq 10^3$
- Có 5/10 test ứng với 50% số điểm:  $10^3 \leq n, m \leq 10^6$

### Câu 7: Chọn rác

Duy và các bạn nhận được một túi rác và được yêu cầu chọn ra một số rác trong túi để đem đi tái chế. Túi rác có n rác, trong đó có m loại rác khác nhau. Túi rác là một dãy gồm n số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  trong đó ( $1 \leq a_i \leq m$ ). Hãy giúp Duy chọn ra một dãy liên tiếp ngắn nhất sao cho có đủ m loại rác khác nhau để đem đi tái chế.

Dữ liệu vào

- Dòng 1: 2 số nguyên n và m.
- Dòng 2: gồm n số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$

Dữ liệu ra

- Một dòng duy nhất là độ dài của dãy cần tìm.

Input	Output
10 3 1 2 2 3 2 3 2 2 1	4

*Giai thích:* Dãy con cần tìm là 1 2 2 3 có độ dài là 4.

*Ràng buộc*

- Có 5/10 số test ứng với 50% số điểm ứng với  $0 < n \leq 10^2$ .
- Có 2/10 số test ứng với 20% số điểm ứng với  $10^2 < n \leq 10^3$
- Có 3/10 số test ứng với 30% số điểm ứng với  $10^3 < n \leq 10^6$

**Câu 8:** Robot thu gom rác thải

Duy và các bạn trong CQO rất đam mê lập trình. Một lần họ tìm thấy một bãi rác, được coi là một bảng gồm m dòng, đánh số từ 1 đến m và n cột, đánh số từ 1 đến n. Giao giữa dòng i và cột j là ô (i, j). Mỗi ô chứa một số nguyên dương là số lượng rác ở ô đó. Duy và nhóm bạn vừa lập trình xong một chú robot thu gom rác thải. Ban đầu họ đặt nó ở ô (1, 1). Vì chưa hoàn thiện nên robot chỉ có thể đi sang phải hoặc đi xuống dưới và không thể quay, khi đến một ô nào đó thì robot sẽ thu gom hết rác ở ô đó. Duy và các bạn muốn điều khiển cho robot đi đến ô (m, n). Có rất nhiều cách đi, nhưng họ muốn lượng rác thu được là lớn nhất. Hãy giúp họ giải bài toán này nhé.

*Dữ liệu vào*

- Dòng 1: 2 số nguyên m, n.
- m dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa n số nguyên là số lượng rác ở các ô.

*Dữ liệu ra*

- Một dòng duy nhất là số rác tối đa thu được.

Input	Output
5 6 1 2 3 4 5 6 3 2 1 9 1 2 3 7 8 9 10 3 2 2 7 7 9 9 1 11 3 4 5 5	64

*Ràng buộc*

- Có 10/10 test ứng với 100% số điểm:  $0 < n, m \leq 10^3$

**Câu 9:** Xe chở rác.

Cho bản đồ của một thành phố là một bảng gồm m dòng, đánh số từ 1 đến m và n cột, đánh số từ 1 đến n. Giao của dòng i và cột j được gọi là ô (i, j). Các ô của bảng được đánh số 0, ứng với

ô đó không có vật cản hoặc 1, ứng với ô đó có vật cản. Ban đầu, ô được đặt ở ô  $(Sx, Sy)$  (ô này không có vật cản), và nhà máy tái chế rác thải được đặt ở ô  $(Ex, Ey)$  (ô này không có vật cản). Mỗi lần di chuyển, xe có thể đi lên, xuống hoặc sang trái, phải. Hay tìm độ dài con đường ngắn nhất (**đi qua ít ô nhất**) để xe đi từ ô xuất phát đến nhà máy tái chế rác.

*Dữ liệu vào*

- Dòng 1: 2 số nguyên  $m$  và  $n$ .
- $m$  dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa  $n$  số nguyên 0 hoặc 1.

*Dữ liệu đầu ra*

- Một dòng duy nhất là độ dài con đường ngắn nhất để đi từ ô xuất phát đến nhà máy tái chế rác, nếu không có đường đi thì in ra -1.

Input	Output
5 5	7
1 1 0 0 0	
0 0 0 1 0	
0 1 1 0 1	
0 1 0 1 1	
0 0 1 0 1	
1 3 5 1	

*Ràng buộc*

- Có 10/10 test ứng với 100% số điểm:  $0 < n, m \leq 10^3$

**Câu 10:** Độ cao xe.

Một đất nước gồm  $n$  thành phố được đánh số từ 1 đến  $n$ . Giữa 2 thành phố bất kỳ có nhiều nhất một đường đi và không có đường đi nào nối một thành phố với chính nó. Trên mỗi đường đi có một cây cầu có độ cao  $h$ . Khi xe đi qua cây cầu, chiều cao xe bắt buộc phải nhỏ hơn hoặc bằng  $h$  thì mới có thể đi qua. Ở thành phố  $S$  có một bãi rác và ở thành phố  $E$  có một nhà máy xử lý rác thải. Duy là giám đốc công ty môi trường, anh ta muốn thiết kế một số xe chở rác để chở rác từ thành phố  $S$  đến thành phố  $E$ . Vì muốn xe chở được nhiều rác nhất nên anh ta muốn những chiếc xe có chiều cao thật lớn, nhưng tất nhiên thỏa mãn có thể chui qua tất cả các cây cầu trên đường thành phố  $E$  (tất nhiên chiều cao xe có thể cao hơn chiều cao của cây cầu nào đó nếu xe không đi qua cây cầu đó). Hãy giúp Duy tìm ra chiều cao lớn nhất có thể để xe có thể đến được thành phố  $E$ . Biết giữa 2 thành phố bất kỳ luôn tồn tại đường đi (đường đi trực tiếp hoặc qua một số thành phố trung gian).

*Dữ liệu vào*

- Dòng 1: 2 số nguyên  $n$  và  $m$  số thành phố và lượng đường đi trực tiếp giữa 2 thành phố.
- $m$  dòng tiếp theo mỗi dòng gồm 3 số nguyên  $u, v, w$  thể hiện rằng có đường đi trực tiếp giữa thành phố  $u$  và thành phố  $v$  và cây cầu trên đường đi đó có độ cao  $w$ .
- Dòng cuối cùng gồm 2 số nguyên  $S$  và  $E$ .

Input	Output
6 4	1
1 2 2	
2 3 1	
3 4 5	
1 5 6	
1 4	

*Ràng buộc:*

- Có 5/10 test ứng với 50% số điểm  $0 < n, m \leq 10^2$
- Có 5/10 test ứng với 50% số điểm  $10^2 < n, m \leq 10^5$ .
- 100% số test với  $\max(w) \leq 10^9$