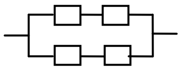
2011级本科班概率统计期末试卷

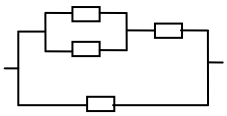
一、解答下列各题（共30分）

1. (10分)称一个元件能正常工作的概率 p 为这个元件的可靠性，称由元件组成的一个系统能正常工作的概率为这个系统的可靠性. 设有 4 个元件按照以下两种连接方式构成两个系统，若构成每个系统的每个元件的可靠性均为 r $(0<r<1)$，且各元件能否正常工作是相互独立的，求各个系统的可靠性.

（1）



（2）



2.（10分）设 X 与 Y 的联合概率分布律为

X \ Y	0	1	2
1	0.1	0.2	0
2	0.3	0.05	a
3	0.15	0	0.1

（1）求 a 的值；

（2）求 X 与 Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 是否相互独立；

（3）求 $2X+3Y$ 的分布律.

3.（10分）设随机变量 X 服从区间 $[-2,2]$ 上的均匀分布，求 $Y=X^2$ 的概率密度函数.

二、（20分）设随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y}, & x>0, y>0 \\ 0\quad, & \text{其它} \end{cases}$$

(1)求 X，Y 的数学期望；(2)求 X，Y 的边缘概率密度函数，并判断 X 与 Y 是否相互独立；(3)求 $Z=X+2Y$ 的概率密度函数.

三、解答下列各题（共20分）

1.（10分）设 $X\sim B(1,p)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一组样本，求 p 的最大似然估计量.

2.（10分）设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取36位考生的成绩，算得平均成绩为66.5分，标准差为15分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为这次考试的考生成绩为70分？并给出检验过程.

附： $t_{0.025}(35)=2.0301$, $t_{0.025}(36)=2.0281$, $t_{0.05}(35)=1.6896$.

四、选择填空题（每空 3 分，共 30 分）

1．若 $P(A)>0$，$P(B)>0$，$P(A|B)=P(A)$，则下列结论不正确的是（　）

（A）$P(B|A)=P(B)$；（B）$P(\overline{A}|\overline{B})=P(\overline{A})$；（C）$A$，$B$ 相容；（D）A，B 不相容.

2．下列函数中，可以作为随机变量分布函数的是（　）

（A）$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$；　　（B）$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}\arctan x$；

（C）$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x}{1+x}, & x>0\end{cases}$；　　（D）$F(x)=\dfrac{2}{\pi}\arctan x+1$.

3．设 X,Y 是任意两个随机变量，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列式子正确的是（　）

（A）$D(XY)=D(X)D(Y)$；　　（B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；

（C）X 与 Y 独立；　　（D）X 与 Y 不独立.

4．设随机变量 X,Y 有相同的分布律

X	-1	0	1
p	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{4}$

并且 $P(XY=0)=1$，则 $P(X\ne Y)=$（　）

（A）0；　　（B）$\dfrac{1}{4}$；　　（C）$\dfrac{1}{2}$；　　（D）1.

5．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，则总体期望 μ 的置信区间长度 L 与置信度 $1-\alpha$ 的关系时（　）

（A）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 缩短；　　（B）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 增大；

（C）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 不变；　　（D）以上说法均错.

6．已知 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$ __________.

7．设随机变量 X_1，X_2，X_3 相互独立，且 X_1 服从区间 $(0,6)$ 上的均匀分布，$X_2\sim N(1,3)$，X_3 服从参数为 3 的指数分布，$Y=X_1-2X_2+3X_3-4$，则 $D(Y)=$ __________.

8．设 0, 2, 2, 3, 3, 为来自均匀分布 $U(0,\theta)$ 的样本观测值，则 θ 的矩估计值为__________.

9．设 $\overline{X}$ 和 S^2 分别为正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本均值和样本方差，样本容量为 n，则 $\dfrac{\sqrt{n}\overline{X}}{S}\sim$.

10．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为相互独立的随机变量序列，且 $X_i(i=1,2,\cdots)$ 均服从参数为 λ 的泊松分布，则 $\lim\limits_{n\to\infty}p\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{\infty}X_i-n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\le 0\}=$ __________.