§7—4 电容 电容器

一、孤立导体的电容

1、引入

•孤立导体是指其它导体或带电体都离它足够远，以至于其它导体或带电体对它的影响可以忽略不计。

•真空中一个半径为R、带电量为Q 的孤立球形导体的电势为

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

电量与电势的比值却是一个常量，只与导体的形状有关，由此可以引入电容的概念。

2、电容的定义

孤立导体所带的电量与其电势的比值叫做孤立导体的电容

$$C = \frac{Q}{U}$$

孤立球形导体的电容为

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

孤立导体的电容与导体的形状有关，与其带电量和电势无关。

3、电容的单位

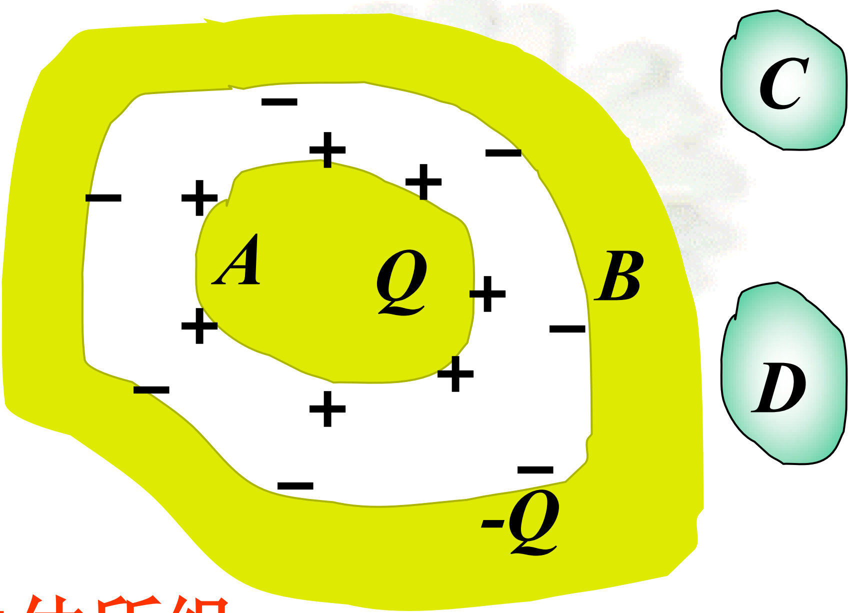
法拉(F)　1F=1C.V^{-1}
微法 1μF=10^{-6}F
皮法 1pF=10^{-12}F

4、关于电容的说明：

是导体的一种性质，与导体是否带电无关；
是反映导体储存电荷或电能的能力的物理量；
只与导体本身的性质和尺寸有关。

二、电容器

1、电容器的定义



用空腔B 将非孤立导体 A 屏蔽, 消除其他导体及带电体 (C、D) 对A 的影响。

两个带有等值而异号电荷的导体所组成的系统，叫做电容器。

2 电容器的电容

A 带电 Q，B 内表面带电 -Q，腔内场强E，A B间电势差

$$U_{AB}=U_A-U_B$$

电容器两个极板所带的电量为$+Q$、$-Q$，它们的电势分别为U_A、U_B，定义电容器的电容为：

$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{U_A-U_B}$$

3 电容器的分类

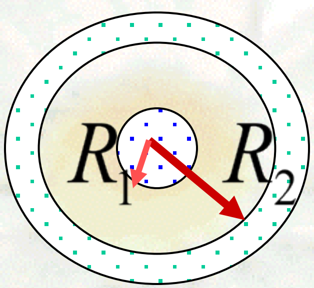
按可调分类： 可调电容器、微调电容器、固定电容器

按介质分类： 空气电容器、云母电容器、陶瓷电容器、纸质电容器、电解电容器

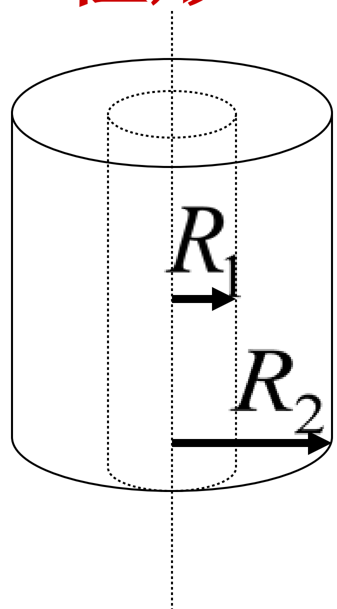
按体积分类： 大型电容器、小型电容器、微型电容器

按形状分类： 平板电容器、圆柱形电容器、球形电容器

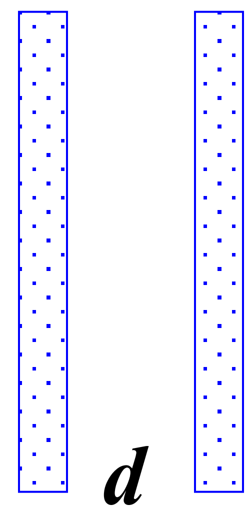
球形



柱形



平行板



4、电容器的作用

•在电路中：通交流、隔直流；
•与其它元件可以组成振荡器、时间延迟电路等；
•储存电能的元件；
•真空器件中建立各种电场；

5、电容器电容的计算

步骤

1）设两极板分别带电 $\pm Q$；

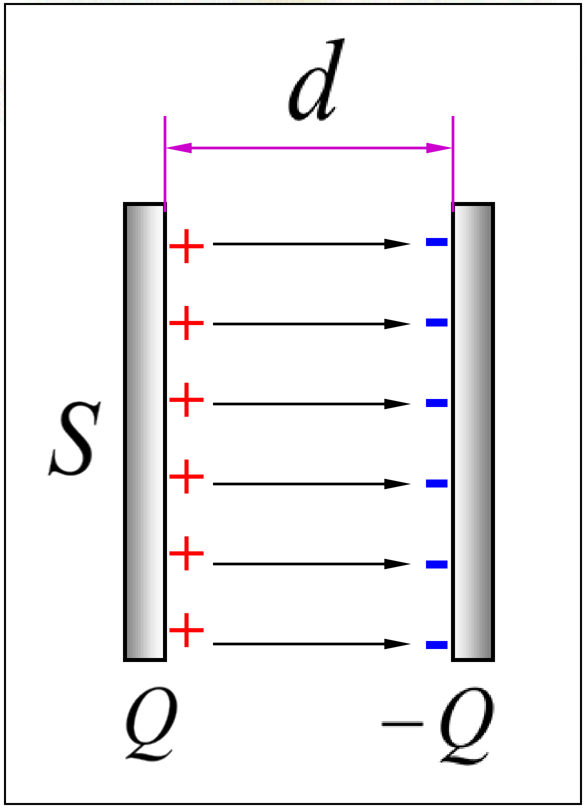
2）求 $\bar{E}$ ；

3）求 U ；

4）求 C .

(1) 平板电容器

（1）设两导体板分别带电 $\pm Q$



（2）两带电平板间的电场强度

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

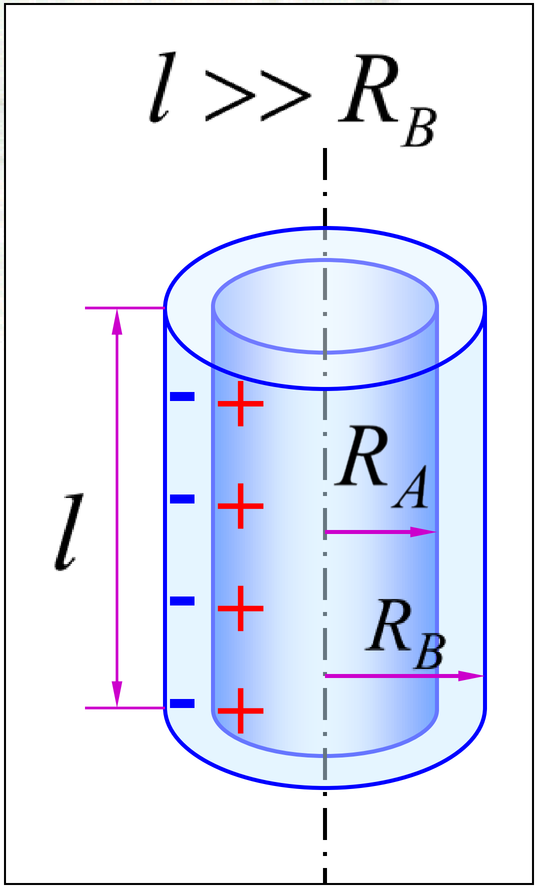
（3）两带电平板间的电势差

$$U = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

（4）平板电容器电容

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

(2) 圆柱形电容器



（1）设两导体圆柱面单位长度上分别带电 $\pm\lambda$

（2）$E = \dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}, \quad (R_A < r < R_B)$

（3）$U = \displaystyle\int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda \mathrm{d}r}{2\pi\,\varepsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\,\varepsilon_0 l} \ln\frac{R_B}{R_A}$

（4）电容 $C = \dfrac{Q}{U} = 2\pi\,\varepsilon_0 l \Big/ \ln\dfrac{R_B}{R_A}$

$$d = R_B - R_A << R_A, \quad C \approx \frac{2\pi\,\varepsilon_0 l R_A}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

平行板电容器电容

(3)　球形电容器的电容

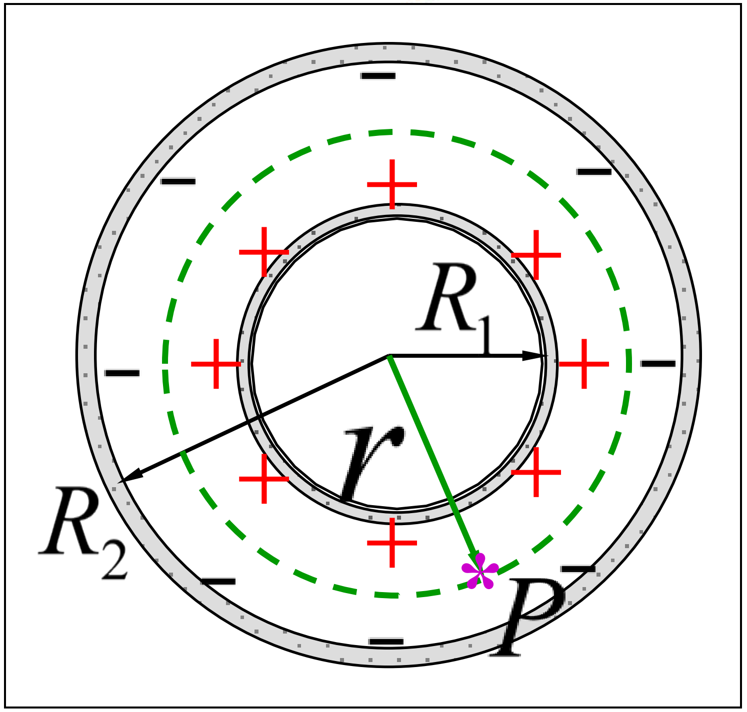
球形电容器是由半径分别为 R_1和 R_2的两同心金属球壳所组成.

解　设内球带正电（$+Q$），外球带负电（$-Q$）.

$$\vec{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}\quad (R_1<r<R_2)$$

$$U=\int_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$



$$C=\frac{Q}{U}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}$$

$$R_2\to\infty,\ C=4\pi\varepsilon_0 R_1$$

孤立导体球电容

例　两半径为 R 的平行长直导线中心间距为 d，且 $d >> R$，求单位长度的电容．

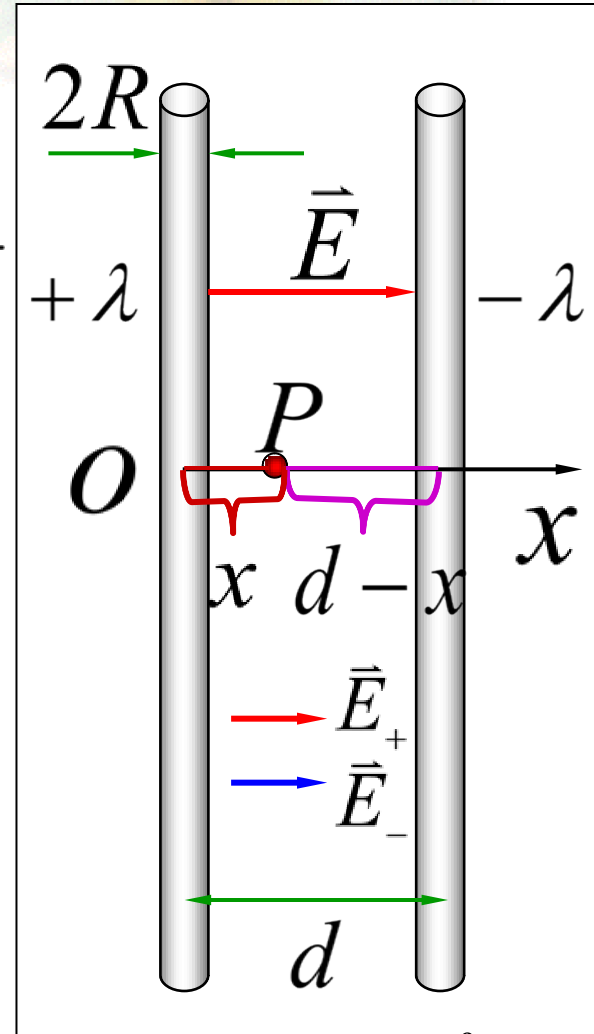
解　设两金属线的电荷线密度为 $\pm\lambda$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

$$U = \int_R^{d-R} E\mathrm{d}x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

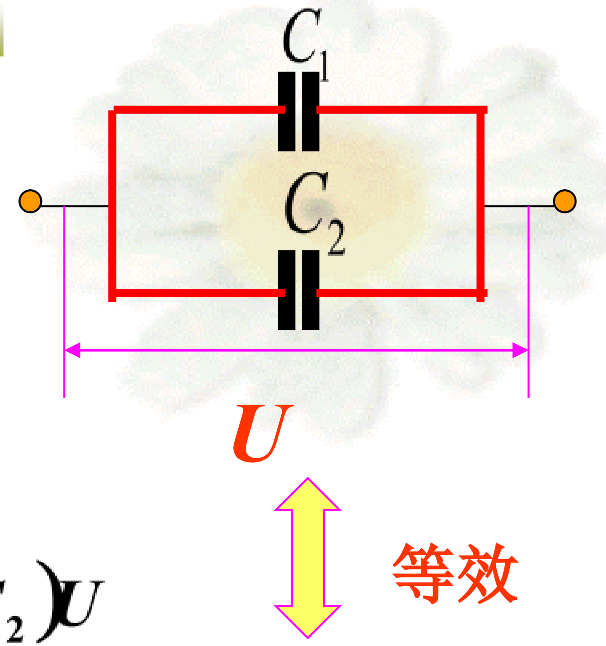
$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

单位长度的电容　$C = \dfrac{\lambda}{U} = \pi\varepsilon_0 \Big/ \ln\dfrac{d}{R}$



三、电容器的并联和串联

1、电容器的并联



特点：

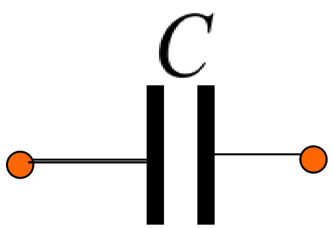
每个电容器两端的电势差相等

总电量：

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2)U$$

等效电容：

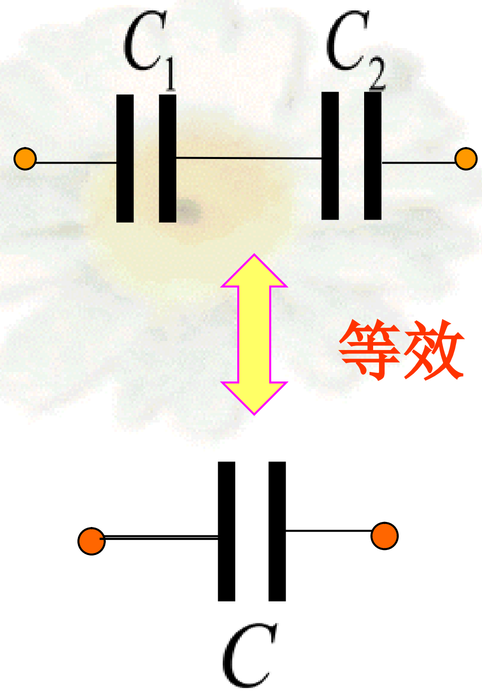
$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2$$



结论：

- 当几个电容器并联时，其等效电容等于几个电容器电容之和；
- 各个电容器的电压相等；
- 并联使总电容增大。

2、电容器的串联



特点

每个电容器极板所带的电量相等

总电压

$$U=U_1+U_2=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)Q$$

等效电容

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} \qquad \frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

结论：

- 当几个电容器串联时，其等效电容的倒数等于几个电容器电容的倒数之和；
- 每个串联电容的电压与电容成反比
- 等效电容小于任何一个电容器的电容，但可以提高电容的耐压能力； 。

讨论

$$C=\sum_i C_i$$

并联电容器的电容等于各个电容器电容的和。

$$\frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$

串联电容器总电容的倒数等于各串联电容倒数之和。

串联使用可以提高耐压能力
并联使用可以提高容量

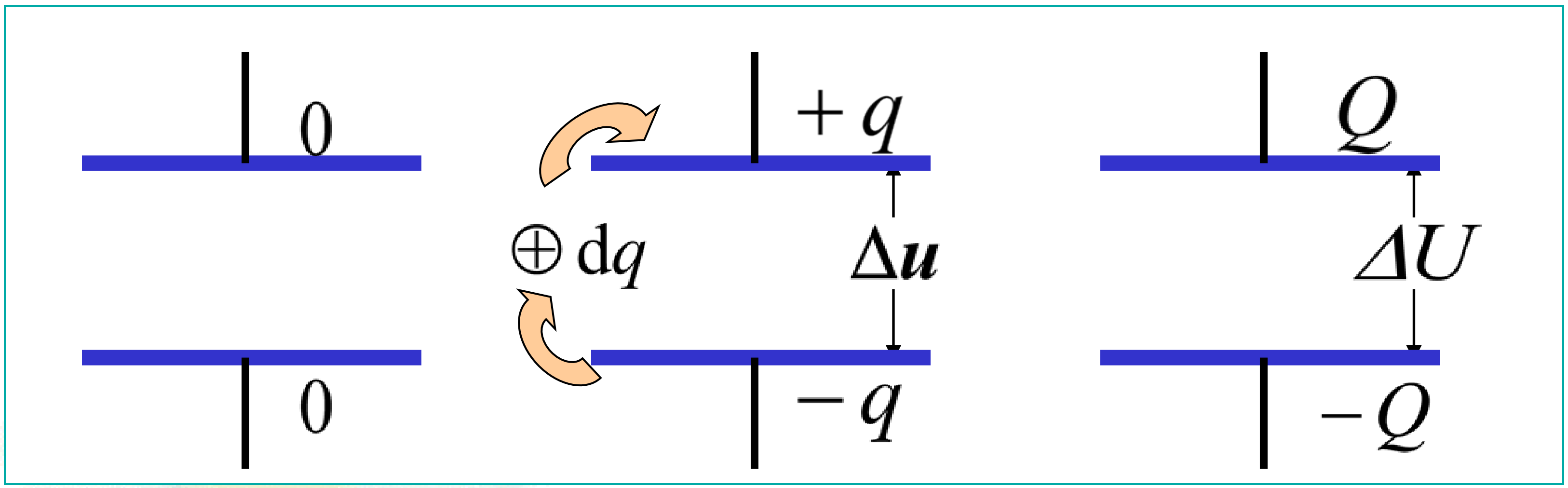
电介质的绝缘性能遭到破坏，称为击穿。
所能承受的不被击穿的最大场强叫做击穿场强或介电强度。

§7—5　静电场的能量

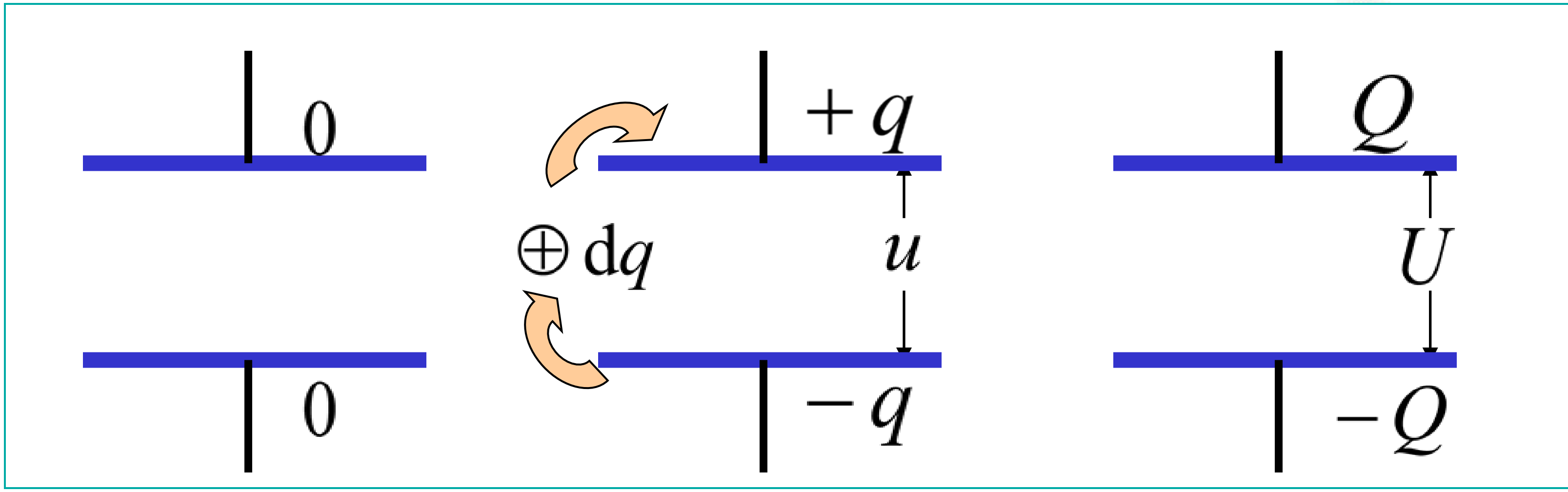
一．电容器的能量

电容器（储能元件）储能多少？

模型： 极板电量 $0 \to Q$，板间电压 $0 \to \Delta U$ } 将 Q 由负极移向正极板的过程



储能 = 过程中反抗电场力的功。



计算：
$$\mathrm{d}A = u \cdot \mathrm{d}q = \frac{q}{C}\mathrm{d}q$$

$$A = \int \mathrm{d}A = \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(U)^2 = \frac{1}{2}QU$$

二. 电场的能量

1. 电场能量密度

以平行板电容器为例 $C=\dfrac{\varepsilon S}{d}$ $U=Ed$

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}\cdot(Ed)^2=\frac{1}{2}\varepsilon(Sd)\cdot E^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2\cdot V$$

电场的能量密度 $w_e=\dfrac{W}{V}=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2=\dfrac{1}{2}ED$

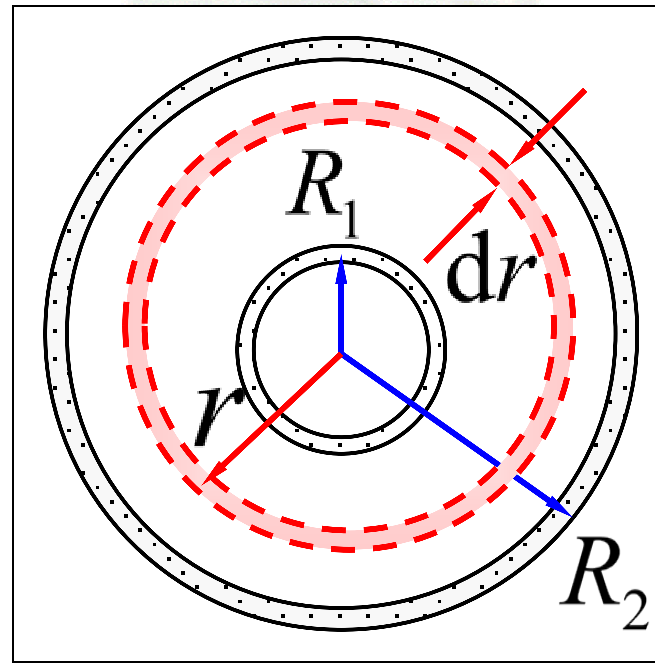
2. 电场的能量

$$W=\int_V w_e\mathrm{d}V=\int_V\frac{1}{2}ED\mathrm{d}V=\int_V\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{d}V$$

例1 如图所示，球形电容器的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，所带电荷为 $\pm Q$．若在两球壳间充以电容率为 ε 的电介质，问此电容器贮存的电场能量为多少？

解

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$$



$$w_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4}$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{e}} = w_{\mathrm{e}}\mathrm{d}V = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r$$

$$W_{\mathrm{e}} = \int \mathrm{d}W_{\mathrm{e}} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\frac{R_2R_1}{R_2 - R_1}}$$

讨 论

（1） $W_e = \dfrac{Q^2}{2\ C}$ $\qquad C = 4\pi\ \varepsilon\dfrac{R_2R_1}{R_2 - R_1}$

（球形电容器电容）

（2） $R_2 \to \infty$ $\qquad W_e = \dfrac{Q^2}{8\pi\ \varepsilon R_1}$

（孤立导体球贮存的能量）