

2010 级本科班概率统计期末试卷

一、解答下列各题（共 20 分）

1. (10 分) 人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化，往往会去分析影响股票价格的基本因素，比如利率的变化。现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%，利率不变的概率为 40%。根据经验，人们估计，在利率下调的情况下，该支股票价格上涨的概率为 80%，而在利率不变的情况下，其价格上涨的概率为 40%，求该支股票将上涨的概率。若已知该支股票上涨，求利率下调的概率。

2. (10 分) 设 X 与 Y 的联合概率分布律为：

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	0.15	0	0.1

- (1) 求 X 与 Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 是否相互独立；
- (2) 求 XY 的分布律；
- (3) 求 $E(X + 2Y)$ 。

二、解答下列各题（共 30 分）

1. (10 分) 假设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布，(1) 求 X 的分布函数；(2) 求随机变量 $Y = e^X$ 的概率密度函数。

2. (12 分) 设 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ 上的均匀分布，(1) 写出 (X, Y) 的联合概率密度函数；(2) 求 X 和 Y 的边缘概率密度函数并判断它们是否相互独立；(3) 求 $p\{Y \geq X^2\}$ 。

3. (8 分) 已知 X ， Y 以及 XY 的分布律如下表

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Y	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

XY	0	1	2	4
P	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{12}$

求 (X, Y) 的联合分布律.

三、解答下列各题（共 20 分）

1. (10 分) 设总体 X 服从指数分布, 其概率密度函数

$$f(x, \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$, 是未知参数. x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的样本观察值, 求参数 λ 的最大似然估计值.

2. (10 分) 水泥厂用自动包装机包装水泥, 每袋额定重量是 50kg, 某日开工后随机抽查了 9 袋, 称得重量如下:

49.6 49.3 50.1 50.0 49.2 49.9 49.8 51.0 50.2

设每袋重量服从正态分布, 问包装机工作是否正常 ($\alpha = 0.05$)?

附: $t_{0.025}(8) = 2.306$, $t_{0.025}(9) = 2.2622$, $t_{0.05}(8) = 1.8595$

四、选择填空题（每空 3 分, 共 30 分）

1. 对于事件 A, B , 下列结论不正确的有 ()

- (A) 若 A, B 对立, 则 $p(\overline{A \cup B}) = 0$;
- (B) 若 A, B 对立, 则 $\overline{A}, \overline{B}$ 也对立;
- (C) 若 A, B 独立, 则 $p(\overline{A} \overline{B}) = 1 - p(A) - p(B) + p(A)p(B)$;
- (D) 若 A, B 互斥, 则 $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A)p(B)$.

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$, 则 $E(X) = ()$

- (A) $\int_0^{+\infty} x^3 dx$;
- (B) $\int_0^1 2x^2 dx$;
- (C) $\int_0^1 x^2 dx + \int_1^{+\infty} dx$;
- (D) $\int_0^{+\infty} 2x^2 dx$.

3. 设随机变量 X, Y 的方差存在且为正, 则 $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ 是 X 和 Y ()

- (A) 不相关的充分条件, 但不是必要条件;
- (B) 独立的必要条件, 但不是充分条件;
- (C) 不相关的充要条件;
- (D) 独立的充要条件.

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知而 μ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为容量为 n 的样本, 记

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 又 $\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数, 已知 $\Phi(1.96) = 0.975$,

$\Phi(1.64) = 0.95$, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ()

- (A) $(\bar{X} - 0.975 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 0.975 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$; (B) $(\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$;
 (C) $(\bar{X} - 1.64 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.64 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$; (D) $(\bar{X} - 0.95 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 0.95 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

5. 设 X 是一个离散型的随机变量, 则 () 可成为 X 的分布律.

- (A)

X	0	1
P	$1-p$	p

 p 为任意实数;

- (B)

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	0.1	0.3	0.3	0.2	0.2

- (C) $p\{X=n\} = \frac{e^{-3}3^n}{n!}, n=1,2,\dots$; (D) $p\{X=n\} = \frac{e^{-3}3^n}{n!}, n=0,1,2,\dots$

6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自泊松分布 $P(\lambda)$ 的一个样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值和样本方差, 则 $E(\bar{X}), D(\bar{X}), E(S^2)$ 分别为 ()

- (A) $\lambda, \lambda, \lambda$; (B) $\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{n\lambda^2}, \frac{1}{\lambda}$; (C) $\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\lambda^2}, \frac{1}{\lambda}$; (D) $\lambda, \frac{\lambda}{n}, \lambda$.

7. 已知 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A|B) = 0.5$, 则 $P(\bar{A} \cup \bar{B} | A \cup B) =$ _____.

8. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 且 X_1 服从 $(0, 6)$ 上的均匀分布, $X_2 \sim N(1, 3), X_3$ 服从参数为 3 的指数分布, 则 $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3 - 1$ 的数学期望为 _____, 方差为 _____.

9. 设 $Y_n \sim B(n, p)$, $\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p\left\{\frac{Y_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq 2\right\} = \underline{\hspace{2cm}}$$