石家庄铁道大学 2019 年春季学期

2017 级本科班期末考试参考答案与评分标准（A）

课程名称: 概率论与数理统计 A（闭卷）任课教师：全体数学教师

一、填空题（每小题 3 分，共 30 分）：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.5	0	B	B	1	0.5	0.5	B	1

二、解答题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 解：$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是相应的样本观测值，总体 X 的分布律为：

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, k=0,1,\cdots$$ ....2 分

故似然函数为：

$$L\left(x_1,x_2,\cdots,x_n;\lambda\right)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda}=e^{-n\lambda}\frac{\lambda^{\sum_{i=1}^{n}x_i}}{\prod_{i=1}^{n}x_i!}$$ ....6 分

取对数得：

$$\ln L=-n\lambda+\ln\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i!)$$

令

$$\frac{\mathrm{d}\ln L}{\mathrm{d}\lambda}=-n+\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}x_i=0$$ ....8 分

解得极大似然估计值为 $\hat{\lambda}=\bar{x}$，故 λ 的极大似然估计量 $\hat{\lambda}=\bar{X}$ ....10 分

2.解：这是关于正态总体均值的双侧假设检验问题，在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设：

H_0 : $\mu=\mu_0=30$ ；H_1 : $\mu\neq\mu_0=30$ . ...2 分

取检验统计量为：$U=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ ； ....4 分

拒绝域为：$|u|>u_{\frac{\alpha}{2}}=u_{0.025}=1.96$ ； ....6 分

由样本观测值算得 $u=$ 0.6<1.96 ，故 接受 H_0 . ...10 分

3. 解：记 B 为“该款手游宣传视频被用户秒关”的事件，A_i 为“A、B、C 代言”的事件，则：$P(A_0)=0.7, P(A_1)=0.2, P(A_2)=0.1, P(B|A_0)=0.9, P(B|A_1)=0.3, P(B|A_2)=0.1$

……………………………………………6 分

(1)由全概率公式知

$P(B)=\sum_{i=0}^{2}P(A_i)P(B|A_i)=0.7$ ……………………………………………8 分

(2)由贝叶斯公式知

$P(A_0|B)=\dfrac{P(A_0)P(B|A_0)}{P(B)}=0.9$ ……………………………………………10 分

4. 解： 设 Y 为 WHC 本人及其父母名下的共有房产数量，由题意可知所有可能取值为 0，1，2。 ……………………………………………4 分

下面求其分布律：

$P\{Y=0\}=P\{X<10\}=\Phi(\dfrac{10-10}{10})=\Phi(0)=0.5$ ………6 分

$P\{Y=1\}=P\{10\le X\le 30\}=\Phi(\dfrac{30-10}{10})-\Phi(\dfrac{10-10}{10})=\Phi(2)-\Phi(0)=0.4772$ ……….8 分

$P\{Y=2\}=P\{X>30\}=1-\Phi(\dfrac{30-10}{10})=1-\Phi(2)=0.0228$ 或者

$P\{Y=2\}=1-P\{Y=0\}-P\{Y=1\}=0.0228$ ………10 分

综上所述得：

Y	0	1	2
P	0.5	0.4772	0.0228

三、解答题（每小题 10 分，共 30 分）

1.解：(1)由密度函数的归一化条件有：$1=\int_0^{+\infty}dx\int_0^{+\infty}Ce^{-(3x+y)}dy$，计算得 C=3 …………2 分

(2)当 $x\le 0$ 时，因为 $f(x,y)=0$，所以 $f_X(x)$=0

当 $x>0$ 时，有 $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{-\infty}^{+\infty}3e^{-(3x+y)}dy=3e^{-3x}$，

综上所述有 $f_X(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ ……………………………………………6 分

同理有 $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$ ……………………………………………8 分

(3)独立，因为有 $f_X(x)f_Y(y)=f(x,y)$ ....10 分

2. 解：随机变量 Z 的密度函数为 $f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(x)f_Y(z-x)\mathrm{d}x$

这里： $f_X(x)=\begin{cases}1, 0<x<1\\0, 其他\end{cases}$， $f_Y(z-x)=\begin{cases}e^{-(z-x)}, z>x\\0, \quad ,其他\end{cases}$，

可求得上述积分中被积函数的非零区域为 $D:0<x<1, z>x$ ....4 分

因此，当 $z<0$ 时，有 $f_Z(z)=0$； ....6 分

当 $0\le z<1$ 时，有 $f_Z(z)=\int_0^z e^{-(z-x)}\mathrm{d}x=1-e^{-z}$； ....8 分

当 $z\ge 1$ 时，有 $f_Z(z)=\int_0^1 e^{-(z-x)}\mathrm{d}x=e^{1-z}-e^{-z}$；

综上所述有 $f_Z(z)=\begin{cases}0, & z<0\\1-e^{-z}, & 0\le z<1\\e^{1-z}-e^{-z}, & z\ge 1\end{cases}$ ....10 分

3.解： (1)由密度函数的归一化条件有：$1=\int_0^2 kx^2\mathrm{d}x+\int_2^3 kx\mathrm{d}x$，计算得 k=6/31 ....4 分

(2)当 $x\le 0$ 时， $F(x)=0$；

当 $0<x<2$ 时， $F(x)=\int_0^x \frac{6}{31}x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{31}x^3$；

当 $2\le x\le 3$ 时， $F(x)=\int_0^2 \frac{6}{31}x^2\mathrm{d}x+\int_2^x \frac{6}{31}x\mathrm{d}x=\frac{3}{31}x^2+\frac{4}{31}$；

当 $x>3$ 时， $F(x)=1$；

..........8 分

(3) $P\{1<X<2.5\}=F(2.5)-F(1)=\frac{83}{124}$ ....10 分