大学物理电子教案

2-3 动量 动量守恒定律

复习

1、牛顿运动三定律

2、几种常见的力

3、惯性参考系 力学相对性原理

4、牛顿运动定律的应用

对上式运算 → 寻找物理意义

乘以时间元dt → 动量定理

点乘元位移dr → 动能定理

与r叉乘 → 角动量定理

（第三章学习）

······· → ·······

牛顿第二定律是力的瞬时作用定律。

力持续作用的累积效应使质点的运动状态变化。

力的累积效应反映在两个方面：

1. 力的时间累积效应 $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t$

→ 冲量、动量、动量定理、动量守恒定律

2. 力的空间累积效应 $\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

→ 功、动能、动能定理、势能、机械能、功能原理、机械能守恒定律

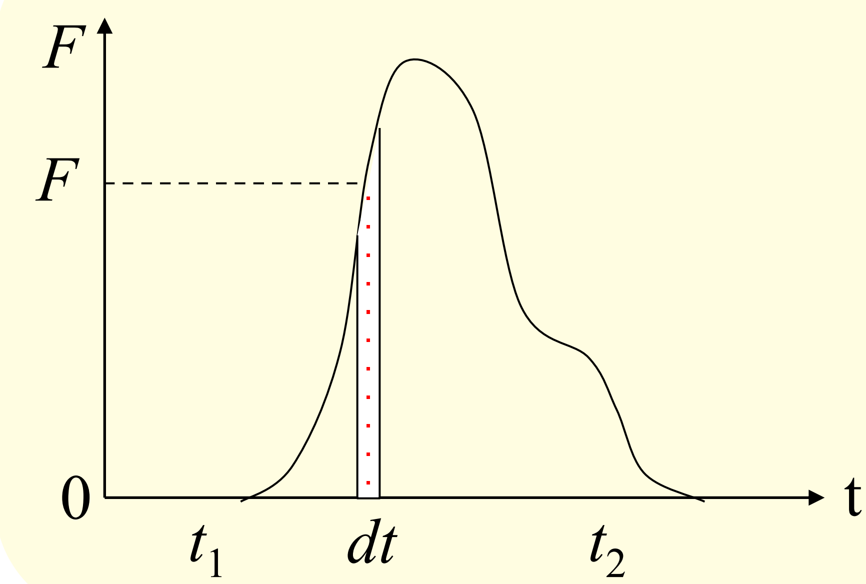
2-3 动量 动量守恒定律

一、冲量 质点的动量定理

1、冲量（力的作用对时间的积累，矢量）

定义：

$$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$$



方向：速度变化的方向

单位：N·s

说明

•冲量是表征力持续作用一段时间的累积效应；

•过程量，改变物体机械运动状态的原因。

2、动量

定义：物体的质量与速度的乘积叫做物体的动量

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

•动量是矢量，大小为 mv，方向就是速度的方向；

•表征了物体的运动状态，状态量

•单位： $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$

牛顿第二定律的另外一种表示方法

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

3、动量定理

动量定理的微分形式

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt} \qquad d\vec{P}=\vec{F}dt$$

$$\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} d\vec{P}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt \qquad \vec{P}_2-\vec{P}_1=\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$$

动量定理的积分形式

a)内容：物体所受外力的冲量等于物体的动量的增量 ——质点动量定理

b) 说明

$$\vec{P}_2-\vec{P}_1=\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$$

（1）动量定理由牛顿定律推得，只适用于惯性系.

（2）动量定理在直角坐标系中的分量式

$$I_x=\int_{\Delta t}F_x dt=mv_{2x}-mv_{1x}$$

$$I_y=\int_{\Delta t}F_y dt=mv_{2y}-mv_{1y}$$

$$I_z=\int_{\Delta t}F_z dt=mv_{2z}-mv_{1z}$$

（3）动量定理是过程量冲量和状态量动量的关系:

冲量的大小等于动量增量
冲量的方向是动量增量的方向

→

通过求动量增量获得冲量的情况.

(4) 求平均冲力

在碰撞打击(宏观)、散射(微观)一类问题中：

力的作用时间很短或力随时间变化很快，无法知其细节，可通过求动量增量获得冲量，进而获得作用力—平均冲力的情况。

平均冲力的大小计算如下：

$$\overline{F}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2}F\mathrm{d}t$$

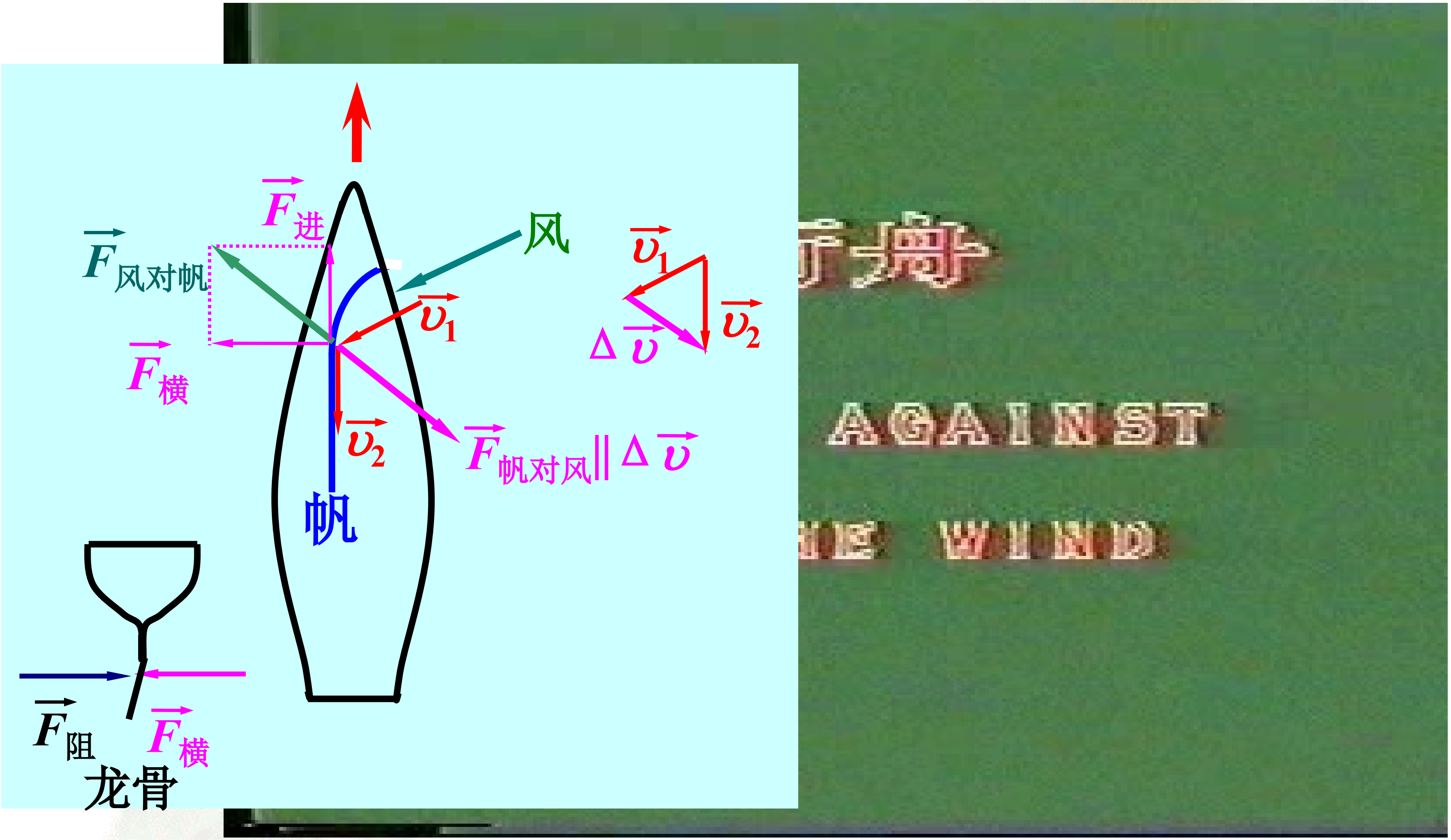
$$=\frac{1}{\Delta t}(P_2-P_1)$$

4. 动量定理的应用

鸟本身的速度不快，质量也不大。但相对于飞机来说，由于飞机速度很快，所以它们相互靠近的速度很快。因此，鸟相对于飞机的速度很快，具有很大的相对动能，因此两者相撞时，会造成严重的空难事故。

逆风行舟!

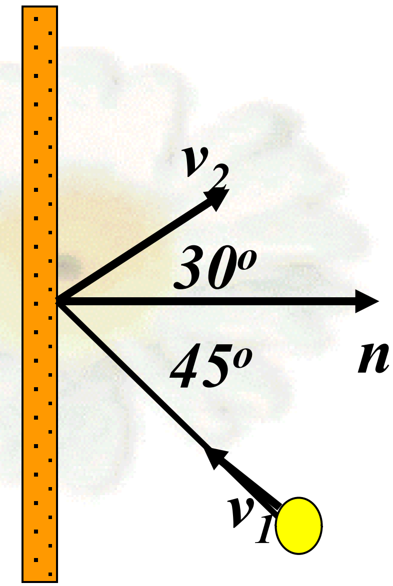
原理图



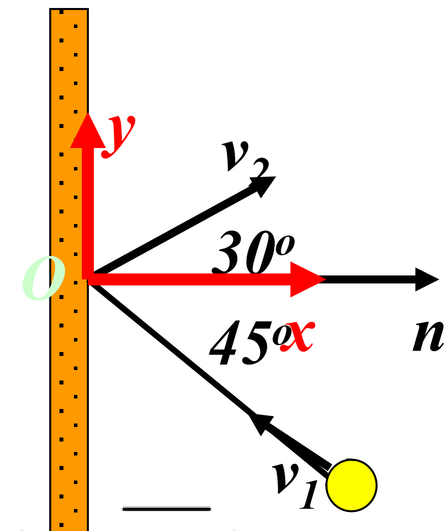
解得

$$\overline{N} = Mg + M\sqrt{2gh}/\tau$$

例1、 质量为2.5g的乒乓球以10m/s的速率飞来，被板推挡后，又以20m/s的速率飞出。设两速度在垂直于板面的同一平面内，且它们与板面法线的夹角分别为45°和30°，求：（1）乒乓球得到的冲量；（2）若撞击时间为0.01s，求板施于球的平均冲力的大小和方向。



解：取挡板和球为研究对象，由于作用时间很短，忽略重力影响。设挡板对球的冲力为F则有：



$$\vec{I}=\int\vec{F}\cdot dt=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$$

$$I_x=\int F_x dt=mv_2\cos 30^\circ-(-mv_1)\cos 45^\circ=\overline{F_x}\Delta t$$

$$I_y=\int F_y dt=mv_2\sin 30^\circ-mv_1\sin 45^\circ=\overline{F_y}\Delta t$$

$$\Delta t = 0.01\text{s} \quad v_1 = 10\text{m/s} \quad v_2 = 20\text{m/s} \quad m = 2.5\text{g}$$

$$\overline{F_x} = 6.1\text{N} \quad \overline{F_y} = 0.7\text{N} \quad F = \sqrt{\overline{F}_x^2 + \overline{F}_y^2} = 6.14\text{N}$$

$$I_x = 0.061\text{Ns} \qquad I_y = 0.007\text{Ns}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 6.14 \times 10^{-2}\,\text{Ns}$$

$$\tan\alpha = {I_y}/{I_x} = 0.1148$$

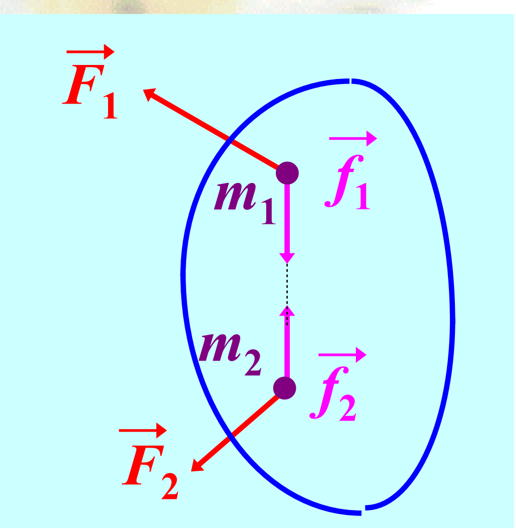
$$\alpha = 6.54^\circ$$

α为 I 与x方向的夹角。

二、质点系的动量定理

1．质点系： 由有相互作用的质点组成的系统。

(以由两个质点组成的质点系为例)



·内力：$\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$ (内力成对出现)

·外力：$\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$

2．质点系的动量定理：

对m_1和m_2分别应用质点的动量定理：

$$\text{对}m_1\quad \int_{\text{初}}^{\text{末}} (\vec{F}_1+\vec{f}_1)\mathrm{d}t = \vec{p}_{1\text{末}} - \vec{p}_{1\text{初}}$$

$$\text{对}m_2\quad \int_{\text{初}}^{\text{末}} (\vec{F}_2+\vec{f}_2)\mathrm{d}t = \vec{p}_{2\text{末}} - \vec{p}_{2\text{初}}$$

·两式相加有 $\boxed{\int_{\text{初}}^{\text{末}} (\vec{F}_1+\vec{F}_2)\mathrm{d}t = \vec{p}_{\text{末}} - \vec{p}_{\text{初}}}$ 或 $\boxed{\vec{I} = \vec{P}_{\text{末}} - \vec{P}_{\text{初}}}$

系统所受的合外力的冲量等于系统动量的增量！

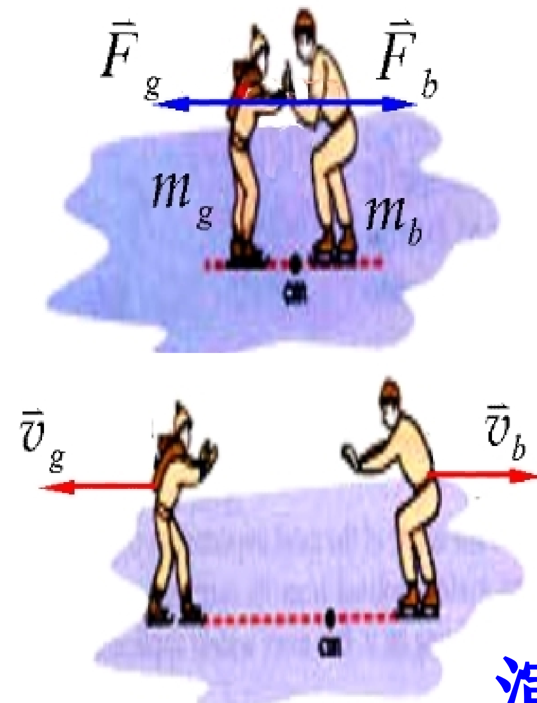
推广到n个质点有：

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i外}\right)\mathrm{d}t=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_{i2}-\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_{i1}=\vec{p}_{末}-\vec{p}_{初}$$

思考：

什么力可改变系统的动量?

·用质点系动量定理处理问题可避开内力， 较为方便。



内力不改变系统的动量

演示

三、动量守恒定律

1、内容:

如果质点系的合外力为零，即 $\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i外}\right)=0$ 则

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i外}\right)\mathrm{d}t=\vec{p}_{末}-\vec{p}_{初}=0 \longrightarrow \vec{p}_{末}=\vec{p}_{初} \longrightarrow \vec{p}=\text{恒量}$$

2、 说明:

（1）动量守恒定律只适用于惯性系。

（2）动量守恒定律是关于自然界一切过程的最基本的定律之一。

它适用于： 宏观粒子系统；电磁场；微观粒子系统，

更普遍的动量守恒定律并不依赖牛顿定律。

（3）有时系统所受的合外力虽不为零，但与系统的内力相比较，外力远小于内力，这时可以略去外力对系统的作用，近似认为系统的动量是守恒的。像碰撞、打击、爆炸等这类问题，一般都可以这样来处理。

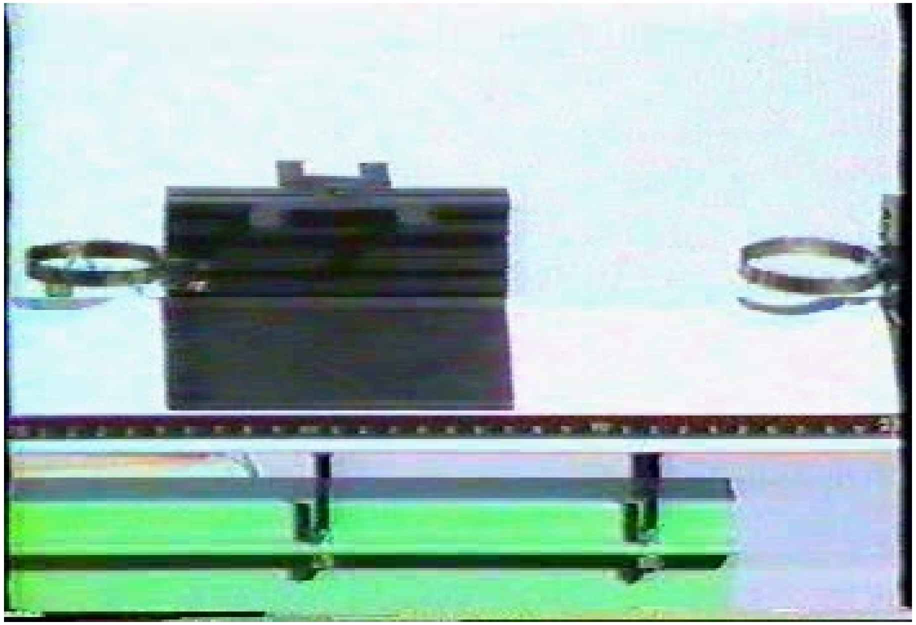
（4）分动量守恒

若 $(\Sigma\vec{F})_x = 0$，则 $p_{末x} = p_{初x}$，即动量的x方向分量守恒

若 $(\Sigma\vec{F})_y = 0$，则 $p_{末y} = p_{初y}$，即动量的y方向分量守恒

·用守恒定律作题，注意分析:

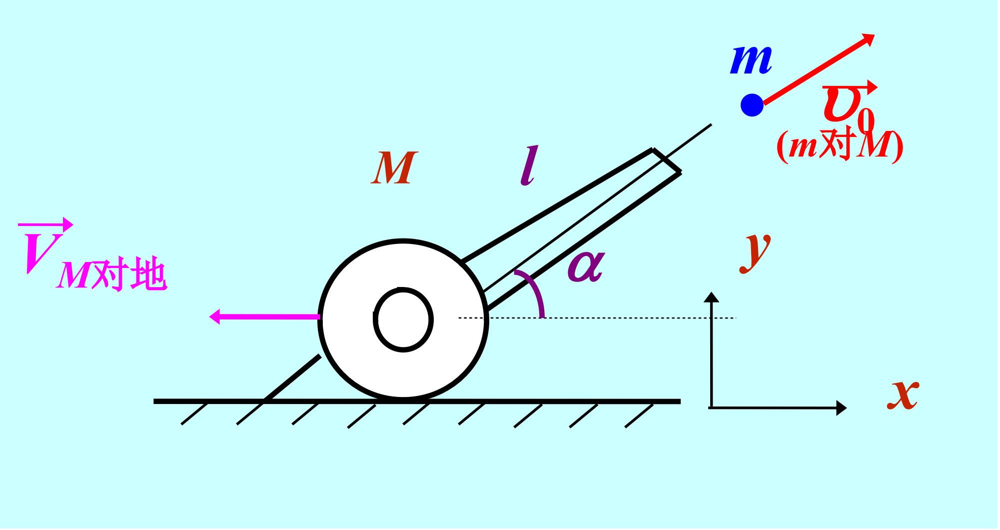
过程、系统、条件



动量守恒实验

动量守恒台球

[例2]如图大炮质量M，炮弹质量m，炮筒长l ，仰角α，炮弹出口速度 v_0（相对于炮车），且水平地面光滑。求：(1)炮车反冲速度V；(2)炮弹出口时，炮车移动的距离D。

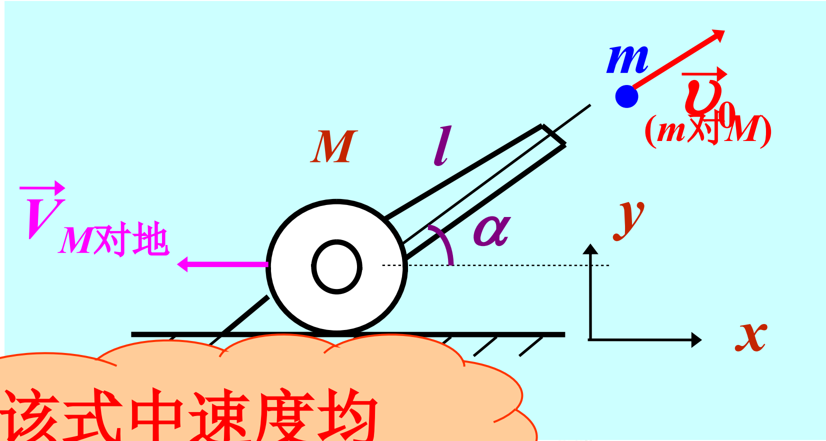


分析：

过程：自点火 → 炮弹出口

系统：$m+M$

条件：地面坐标系（惯性系）中水平合外力为零⇒水平分动量守恒



解：(1)取如图坐标

水平分动量守恒式

$$0 = m\,\upsilon_x + M(-V)$$

该式中速度均为相对地面

又 $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha - V$

为何此处不是$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha$？

代入守恒式

$$V = \left(\frac{m}{M+m}\right)\upsilon_0 \cos\alpha$$

(2)在过程中的任一时刻t都有 $m\,\upsilon_x(t) - M\,V_x(t) = 0$

两边对 t积分 $m\int_{初}^{末}\upsilon_x(t)\mathrm{d}t - M\int_{初}^{末}V_x(t)\mathrm{d}t = 0$

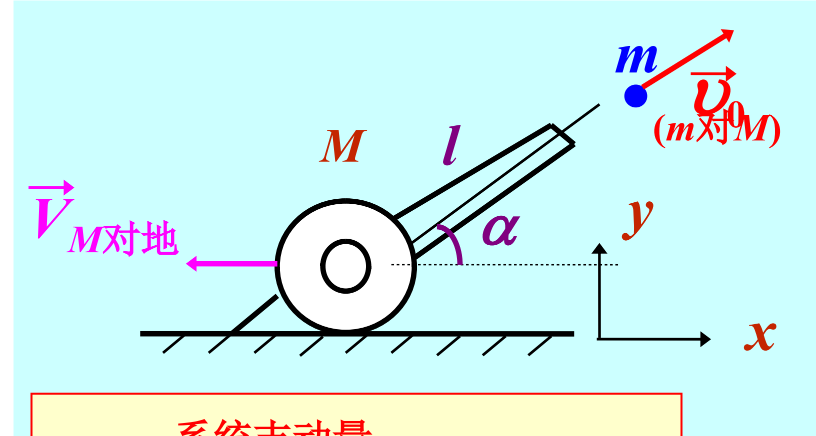
得 $md - MD = 0$

式中$d = l\cos\alpha - D$，为何不是$d = l\cos\alpha$

将d代入得

$$D = \left(\frac{m}{M+m}\right) l\cos\alpha$$

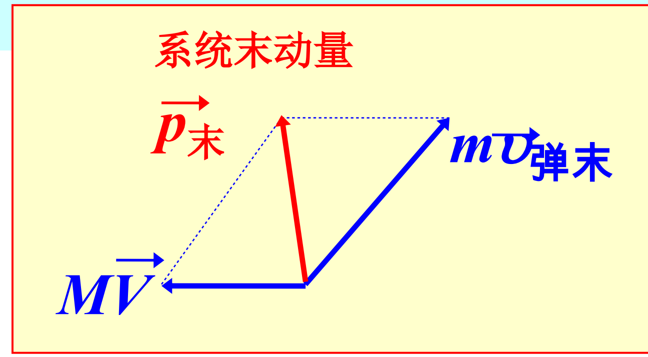
讨论：系统动量是否守恒？



(1) 由结果看

系统初动量为零，

系统末动量不为零，如图



(2) 由守恒条件看

点火前　地面支持力 $N=(M+m)g$

重力 $(M+m)g$

$\Big\}$ y向合力为零

点火后　$N>(M+m)g$　y向合力不为零

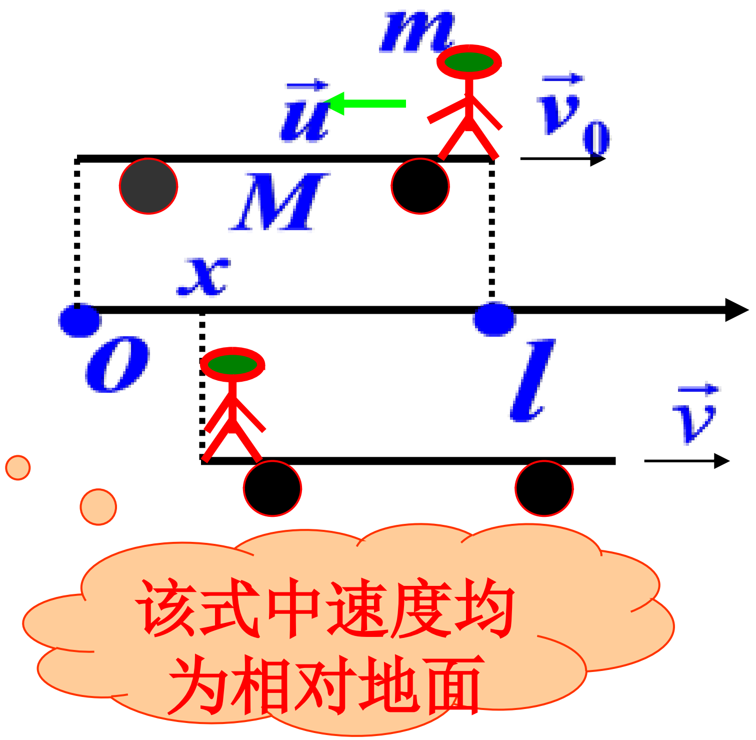
•y向动量不守恒 $\Rightarrow$系统动量不守恒！

[例3]如图，人与车（质量分别为m和M）在光滑水平面上以速度v_0运动。已知车长为l，人逆车运动方向从车头经 t 到达车尾。

求：（1）若人匀速运动，他到达车尾时车的速度；

（2）车的运动路程；

（3）若人以变速率运动，上述结论如何？



解： 以人和车为研究系统，取地面为参照系。水平方向系统动量守恒。

$$(M+m)\vec{v}_0 = M\vec{v} + m(\vec{u}+\vec{v})$$

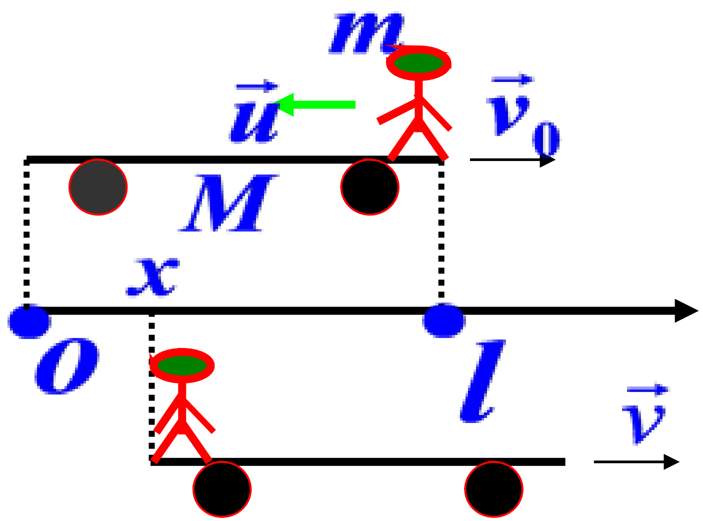
取如图坐标得

$$(M+m)v_0 = Mv + m(-u+v)$$

（1） $$v = v_0 + \frac{m}{M+m} u = v_0 + \frac{m}{M+m} \frac{l}{t}$$

（2） $$s = vt = (v_0 + \frac{m}{M+m} \frac{l}{t})t = v_0 t + \frac{m}{M+m} l$$

（3） $$v = v_0 + \frac{m}{M+m} u$$



$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + \frac{mu}{M+m}) dt$$

$$= v_0 t + \frac{m}{M+m} l$$

小　结

•冲量　$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt$

•动量定理　$\vec{I}=\int\vec{F}dt=\Delta\vec{P}$

•质点系的动量定理　$\vec{I}=\vec{P}-\vec{P}_0$

•动量守恒定律　$\vec{P}=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i=$ 恒矢量

作　业

习题册：