

第二章 质点动力学

§ 2-1 牛顿运动定律

- 一、牛顿运动定律及其适用条件
- 二、几种常见力
- 三、牛顿运动定律的应用

§ 2-2 惯性系与非惯性系 惯性力

- 一、惯性系
- 二、非惯性系与惯性力

小结

§ 2-1 牛顿运动定律

一、牛顿运动定律及其适用条件

1. 牛顿第一运动定律
2. 牛顿第二运动定律
3. 牛顿第三运动定律
4. 牛顿三定律的关系
5. 牛顿定律的适用条件

1. 牛顿第一定律

a) 内容:任何物体都将保持静止或匀速直线运动状态,直到作用在它上面的力迫使它改变这种状态为止

b) 说明:

(1) 惯性定律 (质量是惯性大小的量度)

(2) 给出了力的概念,指出力是改变物体运动状态的原因.

(3) 惯性系 牛顿第一定律还定义了惯性系。

在这种参考系中观察,一个不受力或处于受力平衡状态下的物体,将保持其静止或匀速直线运动的状态不变。

有关惯性参考系的详细讨论后面还要讲到。

2. 牛顿第二定律

a) 内容: $\vec{F} = m\vec{a}$

b) 说明:

(1) 定量地研究了力的效果

$$m \text{一定} \quad F \propto a$$

(2) 定量地量度了惯性

$$F \text{一定} \quad a \propto \frac{1}{m} \quad \text{惯性质量}$$

(3) 瞬时性的理解

(4) 矢量性的理解

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

a) 直角坐标系中

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$F_y = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$F_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

b) 自然坐标系中

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}$$

$$F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho}$$

(5) 叠加原理

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_i \\ &= m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \cdots + m\vec{a}_i = m\vec{a}\end{aligned}$$

3. 牛顿第三定律

a) 内容: $\vec{F} = -\vec{F}'$

b) 说明:

(1) 作用力和反作用力同时产生, 同时消失.

(2) 作用于不同的物体, 不能相互抵消.

(3) 作用力和反作用力是性质相同的力.

4. 牛顿三定律的关系：

三定律是一个整体；

牛一律指出牛顿定律只能在惯性系中应用，适用于质点模型；

牛二律指出力与物体运动变化之间的数学关系式；

牛三律指出了力的相互作用关系，为正确分析物体受力提供了依据。

5. 牛顿定律的适用条件总结如下：

1. 惯性系

2. 质点

3. 低速运动

$$v \ll c$$

4. 宏观物体



二、几种常见力

1.万有引力和重力

2.弹力

3.摩擦力

1.万有引力和重力

(1) 万有引力

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

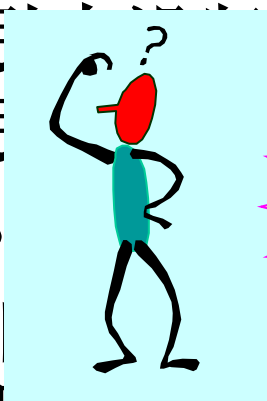
$$G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$



(2) 重力

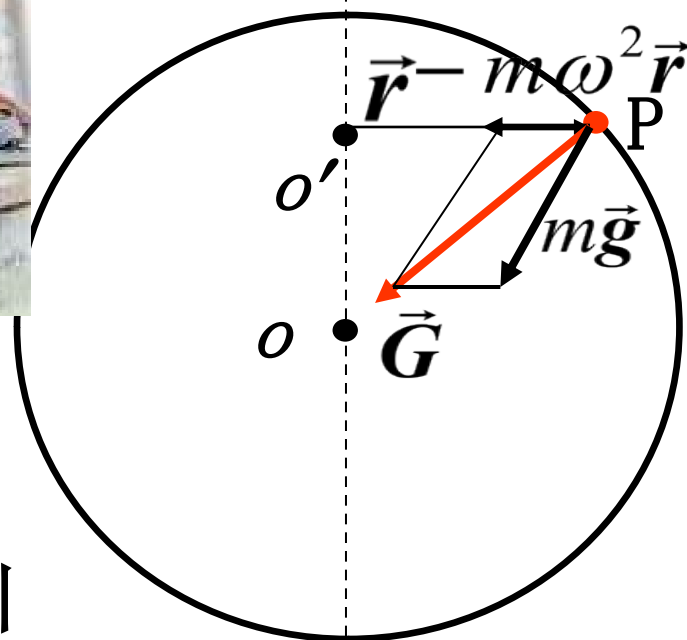
重力不是地球对物体的万有引力，而是万有引力的一个分力。地球对物体的万有引力的一部分提供向心力。

忽略地球自转及其它因素

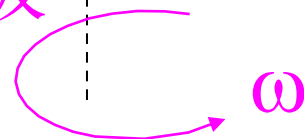


重力是地球对物体的万有引力吗？

北极



南极



$$g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



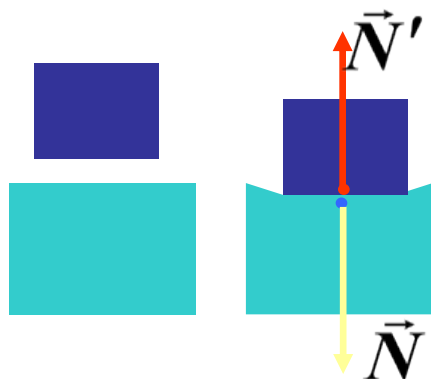
2.弹力

a) 条件:物体间接触, 物体发生形变。

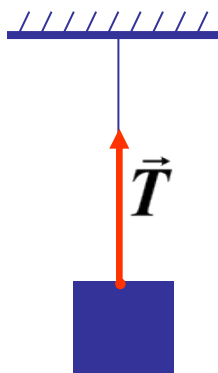
b) 方向:始终与使物体发生形变的外力方向相反。

c) 三种表现形式

(1) 正压力;

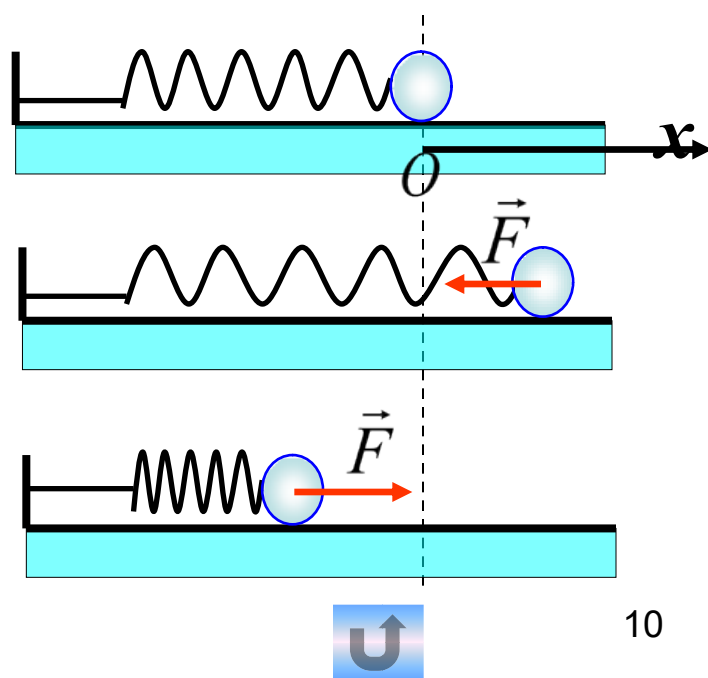


(2) 绳的张力.



(3) 弹簧的弹力, 在弹性限度内有胡克定律

$$F = -kx$$



3. 摩擦力

- a) 条件: 表面接触挤压; 相对运动或相对运动趋势
b) 方向: 与物体相对运动或相对运动趋势的方向相反

c) 两个计算公式

(1) 最大静摩擦力 $f_s = \mu_s N$

(2) 滑动摩擦力 $f_k = \mu_k N$

$$\mu_k < \mu_s < 1$$



三、牛顿定律的应用

两类力学问题：

- 已知力求运动 $\vec{F} \rightarrow \vec{a} \rightarrow \vec{v} \rightarrow \vec{r}$
- 已知运动求力 $\vec{r} \rightarrow \vec{v} \rightarrow \vec{a} \rightarrow \vec{F}$

解题步骤：

- (1) 确定研究对象
- (2) 使用隔离法分析受力情况，作出受力图
- (3) 分析运动情况，判断加速度
- (4) 建立坐标系，根据牛顿第二运动定律列方程
- (5) 求解，进行讨论

常力作用下的连结体问题

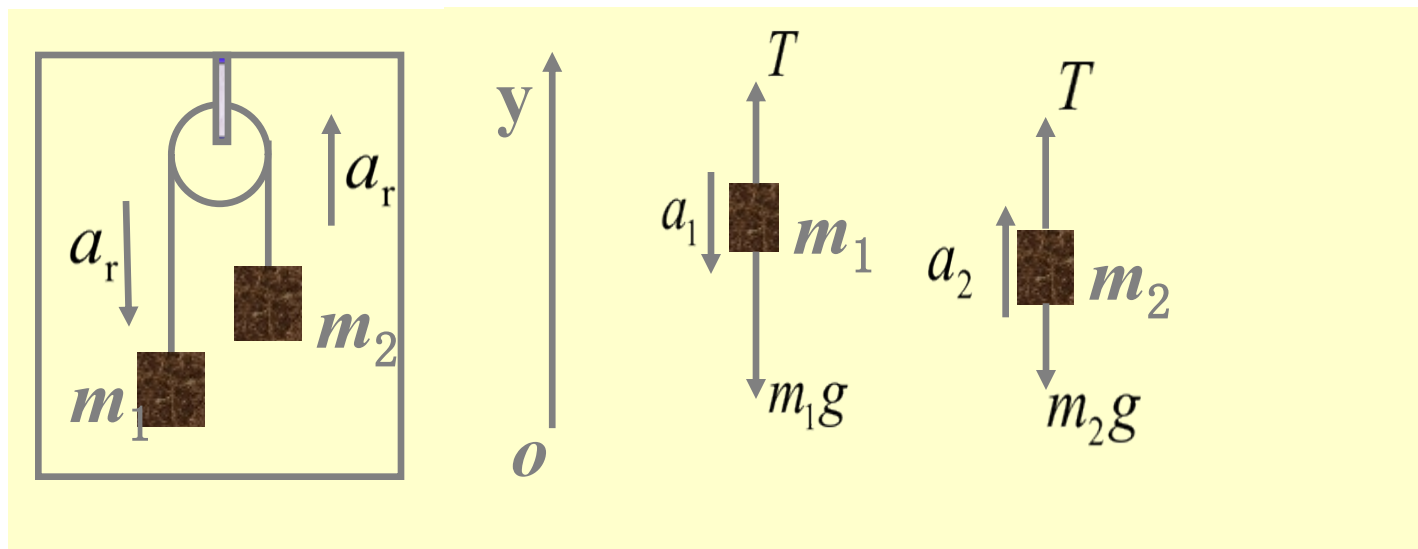
例1 电梯中的连接体

例2 小车上的摆锤

例3 圆锥摆

例1 设电梯中有一质量可以忽略的滑轮，在滑轮两侧用轻绳悬挂着质量分别为 m_1 和 m_2 的重物A和B，已知 $m_1 > m_2$ 。当电梯(1)匀速上升，(2)匀加速上升时，求绳中的张力和物体A相对于电梯的加速度。

解：以地面为参考系，物体A和B为研究对象，分别进行受力分析。



物体在竖直方向运动，建立坐标系 oy

(1) 电梯匀速上升，物体对电梯的加速度等于它们对地面的加速度，大小有 $a_1 = a_2 = a_r$ 。 A 的加速度为负， B 的加速度为正，根据牛顿第二定律，对 A 和 B 分别得到：

$$T - m_1 g = -m_1 a_r$$

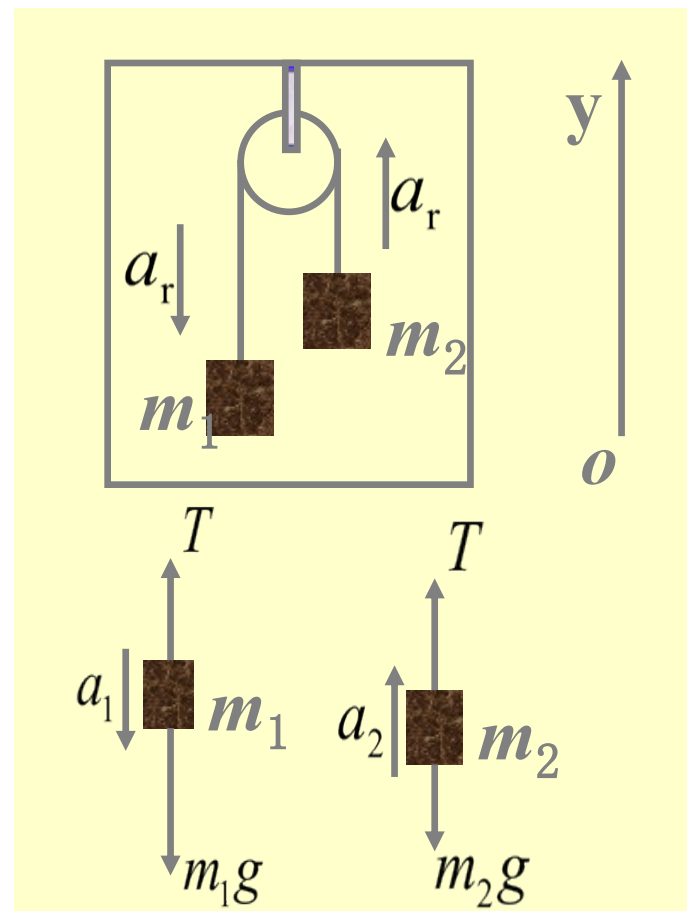
$$T - m_2 g = m_2 a_r$$

上两式消去 T ，得到：

$$a_r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

将 a_r 代入上面任一式 T ，得到：

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



(2) 电梯以加速度 a 上升时, A对地的加速度 $a_1 = a - a_r$, B对地的加速度为 $a_2 = a + a_r$, 根据牛顿第二定律, 对A和B分别得到:

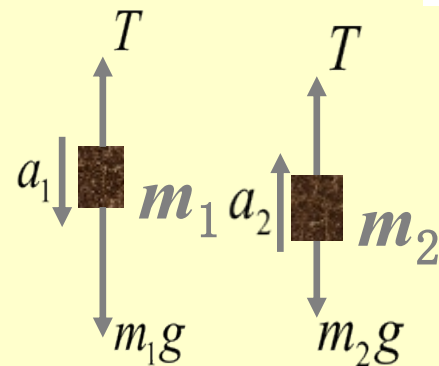
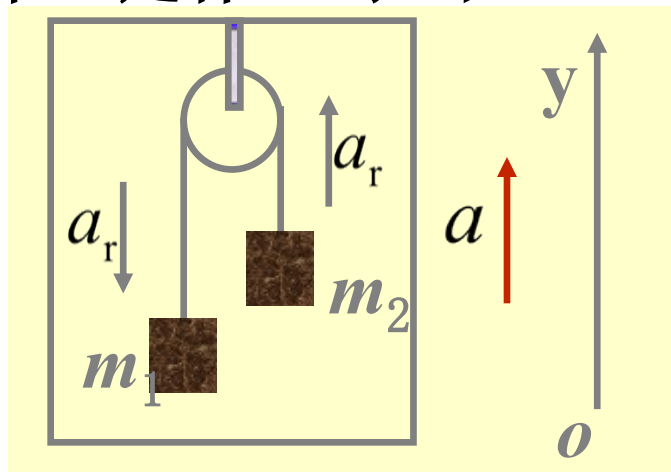
$$T - m_1 g = m_1 (a - a_r)$$

$$T - m_2 g = m_2 (a + a_r)$$

解此方程组得到:

$$a_r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (a + g)$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} (a + g)$$



讨论:

(1) 由(2)的结果, 令 $a=0$, 即得到(1)的结果

(2) 由(2)的结果, 电梯加速下降时, $a < 0$, 得到

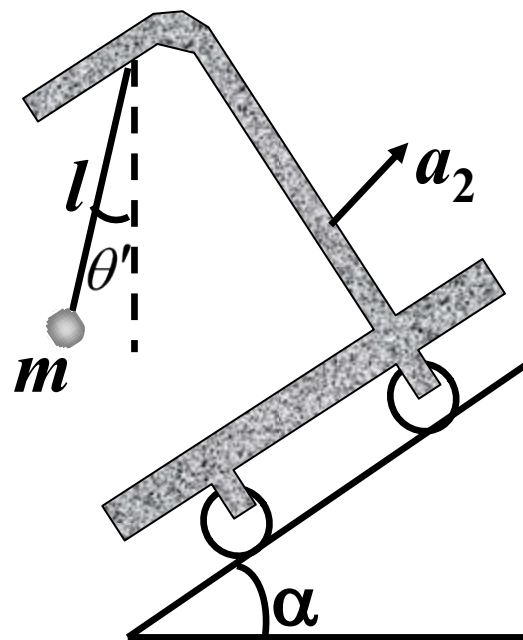
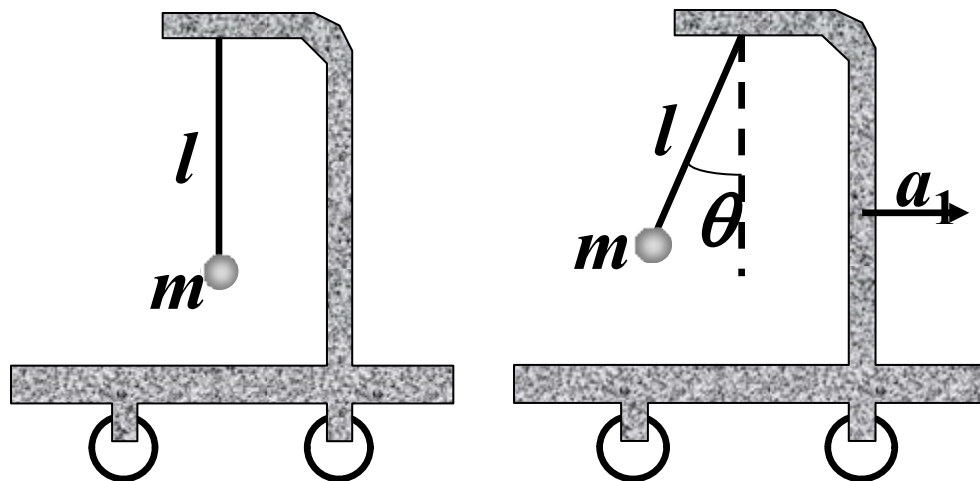
$$a_r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (g - a) \quad T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} (g - a)$$



例2 一个质量为 m 、悬线长度为 l 的摆锤，挂在架子上，架子固定在小车上，如图所示。求在下列情况下悬线的方向(用摆的悬线与竖直方向所成的角 θ 表示)和线中的张力：

(1) 小车沿水平方向以加速度 a_1 作匀加速直线运动。

(2) 当小车以加速度 a_2 沿斜面(斜面与水平面成 α 角)向上作匀加速直线运动。



解：(1) 以小球为研究对象，当小车沿水平方向作匀加速运动时，分析受力：

在竖直方向小球加速度为零，水平方向的加速度为 a 。建立图示坐标系：

利用牛顿第二定律，列方程：

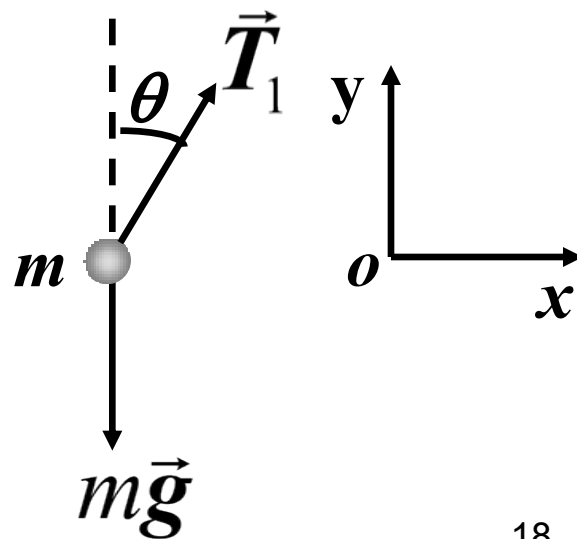
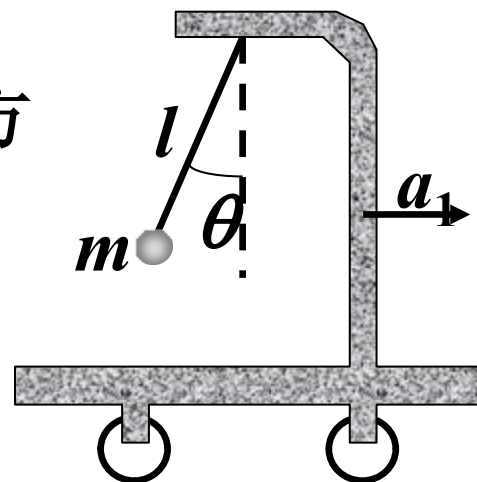
$$x\text{方向: } T_1 \sin \theta = ma_1$$

$$y\text{方向: } T_1 \cos \theta - mg = 0$$

解方程组，得到：

$$T_1 = m\sqrt{g^2 + a_1^2}$$

$$\tan \theta = \frac{a_1}{g} \Rightarrow \theta = \arctan \frac{a_1}{g}$$



(2) 以小球为研究对象，当小车沿斜面作匀加速运动时，分析受力：

小球的加速度沿斜面向上，垂直于斜面处于平衡状态，建立图示坐标系，重力与轴的夹角为 α 。

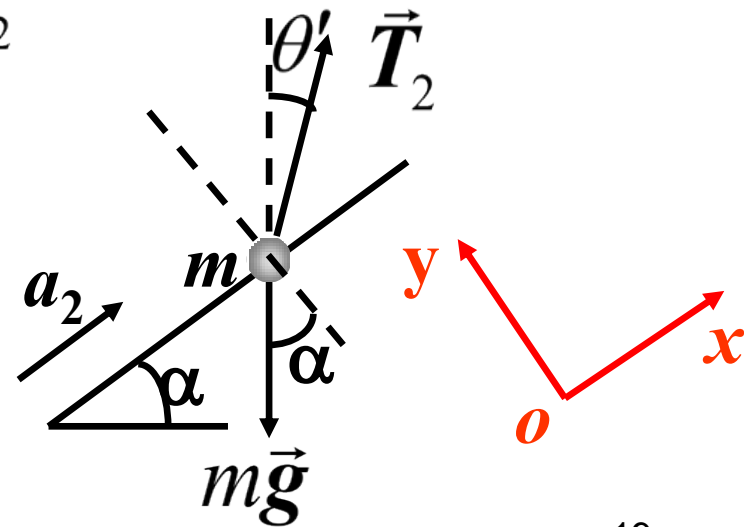
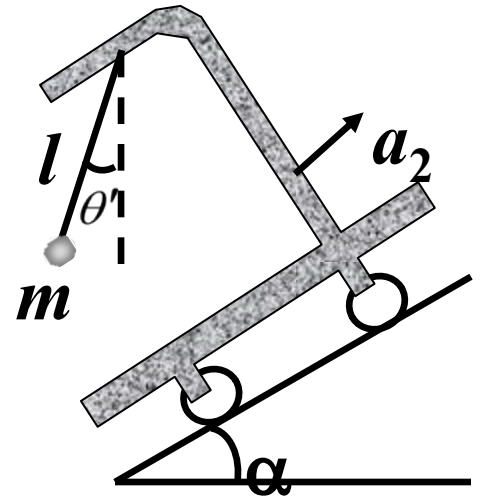
利用牛顿第二定律，列方程：

x方向：

$$T_2 \sin(\alpha + \theta') - mg \sin \alpha = ma_2$$

y方向：

$$T_2 \cos(\alpha + \theta') - mg \cos \alpha = 0$$



求解上面方程组，得到：

$$\begin{aligned} T_2 &= m\sqrt{(g \sin \alpha + a_2)^2 + g^2 \cos^2 \alpha} \\ &= m\sqrt{2ga_2^2 \sin \alpha + a_2^2 + g^2} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \theta') = \frac{g \sin \alpha + a_2}{g \cos \alpha} \Rightarrow \theta' = \arctan \frac{g \sin \alpha + a_2}{g \cos \alpha} - \alpha$$

讨论：如果 $\alpha=0$ ， $a_1=a_2$ ，则实际上是小车在水平方向作匀加速直线运动；如果 $\alpha=0$ ，加速度为零，悬线保持在竖直方向。

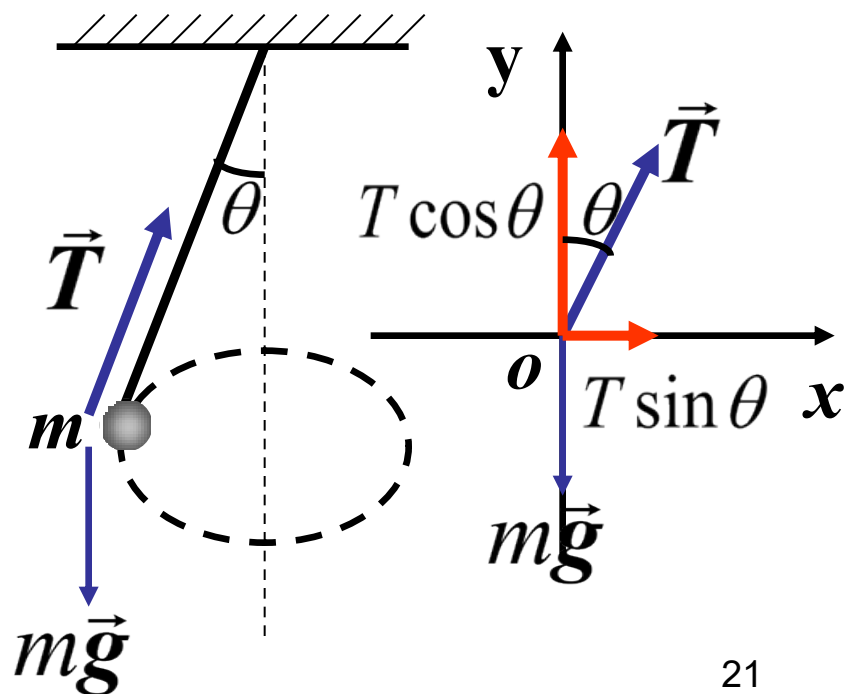


例3 一重物 m 用绳悬起，绳的另一端系在天花板上，绳长 $l=0.5m$ ，重物经推动后，在一水平面内作匀速率圆周运动，转速 $n=1\text{r/s}$ 。这种装置叫做圆锥摆。求这时绳和竖直方向所成的角度。

解：以小球为研究对象，对其进行受力分析：

小球的运动情况，竖直方向平衡，水平方向作匀速圆周运动，建立坐标系如图：

拉力沿两轴进行分解，
竖直方向的分量与重力平衡，
水平方向的分力提供
向心力。利用牛顿定律，
列方程：



x方向 $T \sin \theta = m \omega^2 r = m \omega^2 l \sin \theta$

y方向 $T \cos \theta = mg$

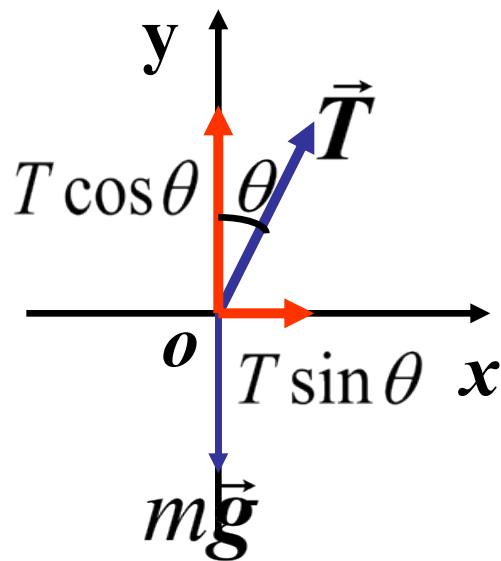
由转速可求出角速度: $\omega = 2\pi n$

求出拉力: $T = m \omega^2 l = 4\pi^2 n^2 m l$

$$\cos \theta = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l} = \frac{9.8}{4\pi^2 \times 0.5} = 0.497$$

$$\theta = 60^\circ 13'$$

可以看出, 物体的转速 n 愈大, θ 也愈大, 而与重物的质量 m 无关。



§ 2-2 惯性系与非惯性系 惯性力

一、惯性系

1. 惯性系是牛顿定律成立的参考系

a) 凡相对于惯性系作匀速直线运动的参考系都是惯性系。

b) 对于不同惯性系，牛顿力学的规律都具有相同的形式，与惯性系的运动无关。

2. 谁是惯性系只能由实验确定

a) 太阳系可以认为是惯性系；

b) 地球参考系可以近似地看成惯性系；

c) 在地面上作匀速直线运动的物体也可以近似地看作是惯性系。

二、非惯性系与惯性力

1 非惯性系

凡相对于惯性系作加速运动的参考系都是非惯性系。非惯性系中牛顿定律不再适用。

例：

1) 地面参考系：

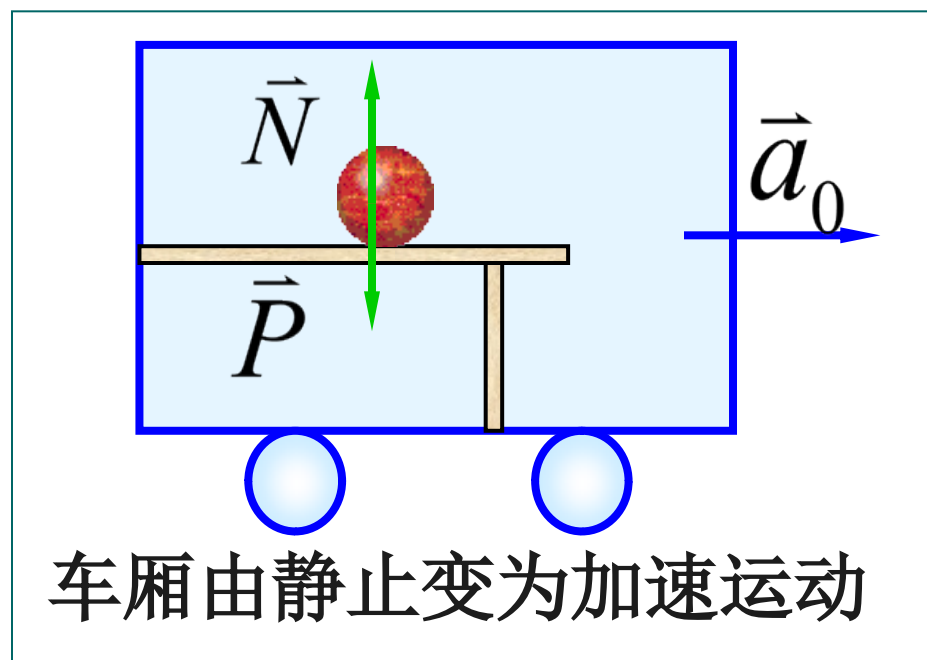
$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} = 0$$

小球保持匀速运动, 牛顿运动定律成立

2) 车厢参考系：

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} = 0$$


小球加速度不为零, 牛顿定律不成立





2 惯性力

在非惯性系中引入假想出的力——惯性力：

惯性力		大小	$F_i = ma_0$
$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$		方向与	\vec{a}_0 的方向相反

则非惯性系中牛顿定律仍然成立

$$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}' \qquad \vec{a}' = -\vec{a}_0$$

注意：惯性力不是作用力，没有施力物体，它是虚拟力，在非惯性系中来自参考系本身的加速效应。只有非惯性系中才能观察到惯性力。



平动加速系中



惯性力

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}$$

方向:与汽车加速方向相反



转动加速系中



惯性离心力

$$\vec{F}_i = -mR\omega^2\vec{n}$$

方向:沿着圆的半径向外

超重与失重

例4 一质量为60kg的人，站在电梯中的磅秤上，当电梯以 0.5m/s^2 的加速度匀加速上升时，磅秤上指示的读数是多少？试用惯性力的方法求解。

解 取电梯为参考系。已知这个非惯性系以 $a=0.5\text{m/s}^2$ 的加速度对地面参考系运动，与之相应的惯性力

$$\vec{F}_{\text{惯}} = m\vec{a}$$

从电梯这个非惯性系来看，人除受重力 G （方向向下）和磅秤对它的支持力 N （方向向上）之外，还要另加一个 惯性力 $\vec{F}_{\text{惯}}$ 。此人相对于电梯是静止的，则以上三个力必须恰好平衡。

即
$$N - G - F_{\text{惯}} = 0$$

于是
$$N = G + F_{\text{惯}} = m(g + a) = 618N$$

由此可见，磅秤上的读数（根据牛顿第三定律，它读的是人对秤的正压力，而正压力和N是一对大小相等的相互作用）不等于物体所受的重力G。当加速上升时， $N > G$ ；加速下降时， $N < G$ 。前一种情况叫做“**超重**”，后一种情况叫做“**失重**”。尤其在电梯以重力加速度下降时，失重严重，磅秤上的读数将为0。

宇宙飞船中的失重



★重点掌握牛顿定律及应用，会熟练进行受力分析、列方程求解问题。

★（不作要求）理解惯性系和非惯性系的物理意义，会用惯性力处理非惯性系中质点动力学问题。

知识拓展

牛顿 (Isaac Newton)



墓志铭（模仿《创世纪》）

“Nature and Nature’s law
lay hid in night, God said let
Newton be and all was light”

牛顿是英国物理学家, 经典物理学的奠基人。他对力学、光学、热学、天文学和数学等学科都有重大发现, 其代表作《自然哲学的数学原理》是力学的经典著作。牛顿是近代自然科学奠基时期具有集前人之大成的贡献的伟大科学家。

牛顿说：

“我不知道在别人看来，我是什么样的人；但在我自己看来，我不过就象是一个在海滨玩耍的小孩，为不时发现比寻常更为光滑的一块卵石或比寻常更为美丽的一片贝壳而沾沾自喜，对于展现在我面前浩瀚的真理的海洋，却全然没有发现。”

“如果说我比笛卡儿看得远些，那是因为我站在巨人的肩膀上。”