2015 级本科班概率统计期末试卷

一、选择填空题（每空 3 分，共 30 分）（将正确答案填在表格里）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 口袋中有 4 个白球，2 个黑球，从中随机地取出 3 个球，则取得 2 个白球，1 个黑球的概率是***填表***.

2. 设 A、B 是随机事件, $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A\cup B)=0.6$,则 $P(A\bar{B})=$***填表***.

3. 已知随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立，且 $X_1 \sim U(0,6), X_2 \sim N(1,3)$， X_3 服从参数为 3 的指数分布， $Y=X_1-2X_2+3X_3$，则 $E(Y^2)=$***填表***.

4. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为-2 和 2，方差分别为 1 和 4，且 X 和 Y 相互独立，则根据切比雪夫不等式，有 $P\{|X+Y|\geq 5\}\leq$***填表***.

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，均服从正态分布 $N(0,3^2)$，且 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_9$ 分别为来自总体 X, Y 的简单随机样本，则统计量 $U=\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+Y_2^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从***填表***.

6. 设总体 X 在区间 $[0,\theta]$ 上服从均匀分布，则未知参数 θ 的矩估计量为***填表***.

7. 设 X 是随机变量，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\leq x\leq 0\\ 1-x, & 0<x\leq 1\\ 0, & others\end{cases}$，则 $DX=$***填表***.

8. 设随机变量 X 服从 0-1 分布， $p=0.8$，则 X 的分布函数为***填表***.

(A) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 0.8, & 0\leq x<1\\ 1, & x\geq 1\end{cases}$；　(B) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 0.2, & 0\leq x<1\\ 1, & x\geq 1\end{cases}$；

(C) $F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1, & x>0\end{cases}$；　(D) $F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 0.2, & x>0\end{cases}$.

9. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为来自总体 X 的样本，则下列关于 μ 的 4 个估计量中最有效的是***填入上表***.

(A) $2\bar{X}-X_1$；　(B) $\bar{X}$；　(C) $\frac{1}{2}(X_1+X_2)$；　(D) $\frac{1}{2}X_1+\frac{2}{3}X_2-\frac{1}{6}X_3$.

10．设 X 服从二项分布，其分布律为 $P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$，$(k=0,1,\cdots,n)$，若 $(n+1)p$ 不是整数，则 k 取***填入上表*** 时 $P\{X=k\}$ 最大。

(A) $(n+1)p$；　　(B) $(n+1)p-1$；　　(C) np；　　(D) $[(n+1)p]$.

二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分）

1．某次大型体育运动会有 1000 名运动员参加，其中有 100 人服用了违禁药品。在服用者中，假定有 90 人的药物检查呈阳性，而在未服用者中也有 5 人检验结果呈阳性。如果一个运动员的药物检查结果是阳性，求这名运动员确实服用了违禁药品的概率。（记 A={服用违禁药品}，B={药检是阳性}）

2．设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|},-\infty<x<+\infty$, 求：

(1) 系数 A；(2) $P\{0<X<1\}$；(3) X 的分布函数。

3．设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，求 $Y=1-e^{-2X}$ 的概率密度函数。

4．设随机变量 X 与 Y 相互独立，$X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，求 $Z=X/Y$ 的概率密度。

三、解答下列各题（每题 10 分，共 30 分）

1．设 $X_1,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一个样本，总体 X 服从参数为 p 的几何分布，即 $P\{X=x\}=p(1-p)^{x-1}$，$x=1,2,3\cdots$，其中 p 未知，$0<p<1$，求 p 的最大似然估计量。

2．某地早稻收割，根据长势估计平均亩产为 310kg，收割时，随机抽取了 10 块地，测出每块的实际亩产量为 $x_1,x_2,\cdots x_n$，计算得 $\bar{x}=320$. 如果已知早稻亩产量 X 服从正态分布 $N(\mu,144)$，试问所估计的平均亩产 310kg 是否正确？

$(\alpha=0.05)$　　　附：$u_{0.05}=1.64,\ u_{0.025}=1.96.$

3．设二维随机变量 (X,Y) 服从在区域 D 上的均匀分布，其中 D 为由直线

$x+y=1,x+y=-1,x-y=1,x-y=-1$ 围成的区域，求：

(1) X 和 Y 的边缘密度函数；(2) $P\{|X|<Y\}$；(3) X 与 Y 是否独立，为什么？