2010 级本科班概率统计期末试卷参考答案

一．（30 分）

1．（10 分）记 A 为事件“利率下调”，那么 $\overline{A}$ 即为“利率不变”，记 B 为事件“股票价格上涨”．则 $P(A)=60\%,\ P(\overline{A})=40\%,\ P(B|A)=80\%,\ P(B|\overline{A})=40\%,$

（1）$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=60\%\times 80\%+40\%\times 40\%=64\%.$

（2）$P(A|B)=\dfrac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{3}{4}$

2．（10 分）解：（1）

X	0	1	2	Y	−1	0	2
P	0.3	0.45	0.25	P	0.55	0.25	0.2

$p_{11}\neq p_{1\cdot}\cdot p_{\cdot 1}$，所以不独立

（2）

XY	−2	−1	0	2	4
P	0.15	0.3	0.35	0.1	0.1

（3）$E(X+2Y)=EX+2EY=0.95-0.3=0.65$

3．（10 分）解： $f_X(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

(1) $F_X(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\begin{cases}0, & x<0\\ x, & 0\le x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$

(2) $y=e^x\Rightarrow x=\ln y\Rightarrow x'=\dfrac{1}{y}$， $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{y}, & 1<y<e\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

二．（20 分）

1．（12 分）解：（1）区域 D 的面积为 $|D|=\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx=\dfrac{4}{3}$

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3}{4}, & 0\le y\le 1-x^2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

（2）$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\mathrm{d}y=\begin{cases}\int_0^{1-x^2}\dfrac{3}{4}\mathrm{d}y, & -1<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}=\begin{cases}\dfrac{3}{4}(1-x^2), & -1<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\mathrm{d}x=\begin{cases}\int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}}\frac{3}{4}\mathrm{d}x, & 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}=\begin{cases}\frac{3}{2}\sqrt{1-y}, & 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

$f(x,y)\neq f_X(x)\cdot f_Y(y)$，所以 X,Y 不独立.

（3） $p\{Y\geq X^2\}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

2．(8 分）解：

Y \ X	0	1	2
0	.25	0	.25
1	0	1/3	0
2	1/12	0	1/12

三．(20 分）

1．（10 分）解：似然函数 $L(x_1,x_2,\cdots,x_n;\lambda)=\begin{cases}\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i}, & x_i>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

对数似然函数 $\ln L_1(x_1,x_2,\cdots,x_n;\lambda)=n\ln\lambda-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i$

令 $\frac{d\ln L_1(x_1,x_2,\cdots,x_n;\lambda)}{d\lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$

解得： $\hat{\lambda}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}x_i}=\frac{1}{\overline{x}}$

2．(10 分)解： $H_0:\mu=50,\ H_1:\mu\neq 50.$

取检验统计量 $T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1).$

拒绝域 $|t|=\frac{\left|\overline{X}-50\right|}{s/\sqrt{n}}>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(8)=2.306$

由样本观测值算得， $|t|=\frac{\left|\overline{x}-50\right|}{s/\sqrt{n}}=0.56<2.306$

故接受原假设 H_0，即认为包装机正常工作.

四．(每空 3 分）

1~6．DBCBDD；7．0.6；　8．1，16；　9．$\Phi(2)$．