

第二章 电路的分析方法及电路定理

第二章 电路的分析方法与电路定理

2-1 等效变换法

2-2 支路电流法

2-3 结点电压法

2-4 叠加定理

2-5 戴维南定理

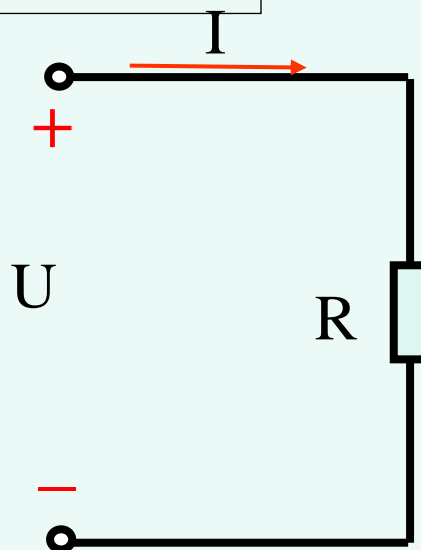
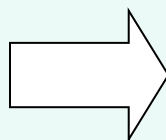
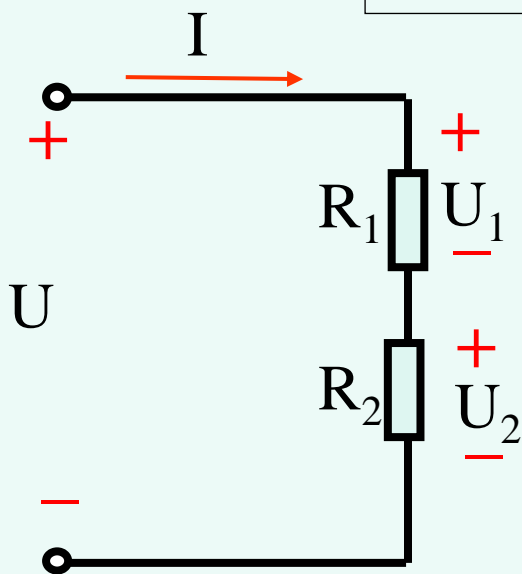
2-1 等效变换法分析电路

一、电阻串联

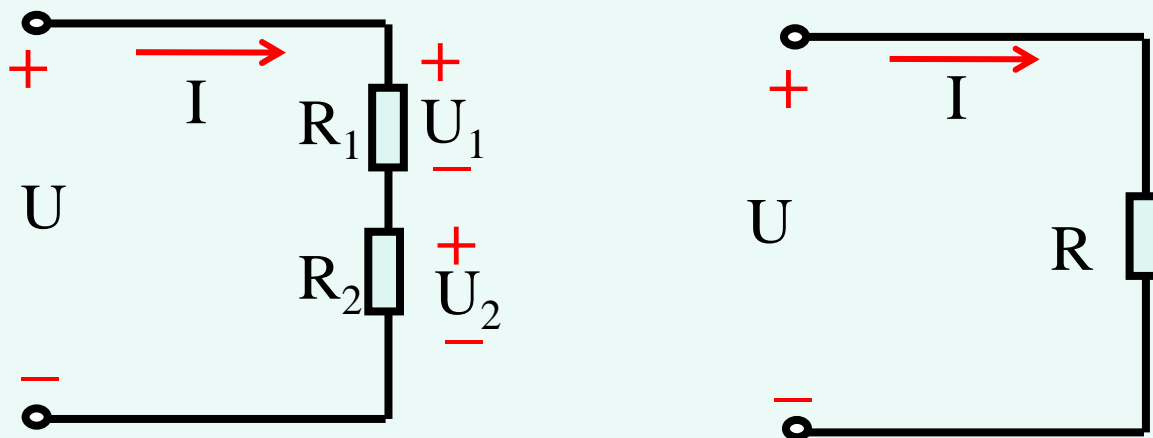
1. 定义: 若干个电阻元件一个接一个顺序相连, 并且流过同一个电流。

2. 等效电阻:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum R_n$$



2-1 等效变换法分析电路



$$U = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2) = IR$$

$$R = R_1 + R_2$$

3. 分压公式：各段电压降与阻值成正比。

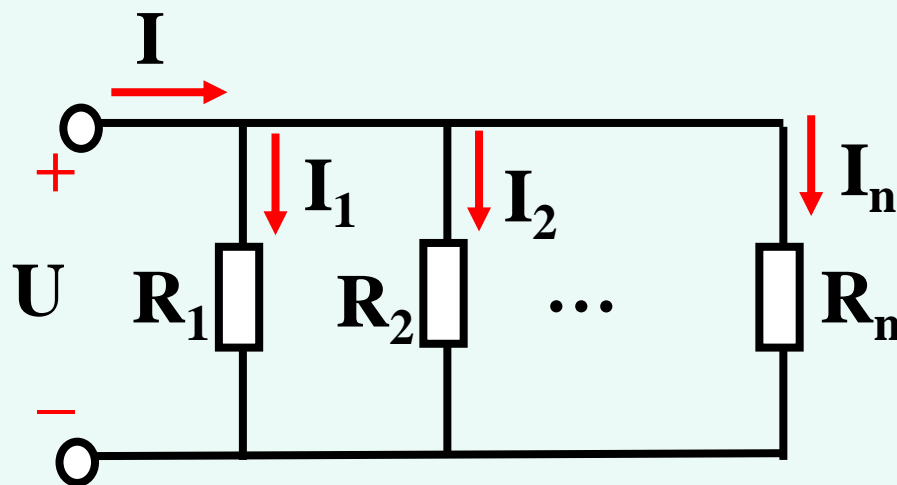
$$U_1 = \frac{R_1}{R} U, \quad U_2 = \frac{R_2}{R} U,$$

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2 \quad P_1 : P_2 = R_1 : R_2$$

4. 作用：分压、限流

2-1 等效变换法分析电路

二、电阻的并联



1. 定义：若干个电阻都连接到同一对节点上,并联时**各电阻承受同一电压**。

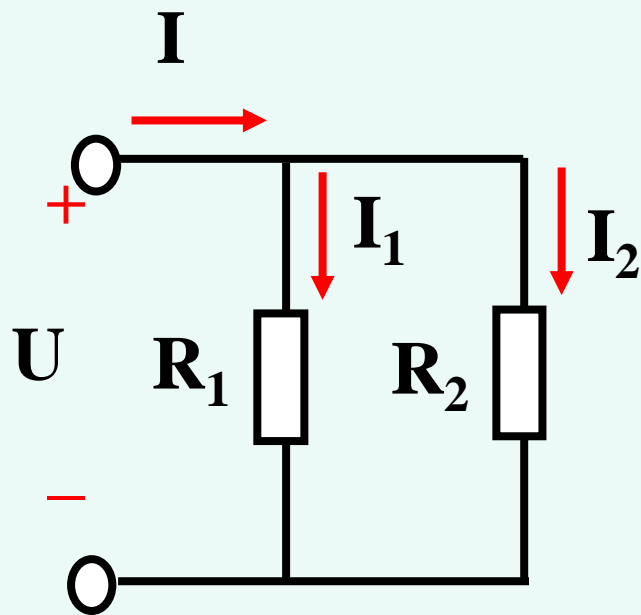
2. 等效电阻：
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} = U \sum \frac{1}{R_i}$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

2-1 等效变换法分析电路

3. 分流公式:



$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{IR}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{IR}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

$$\therefore I_1 : I_2 = R_2 : R_1$$

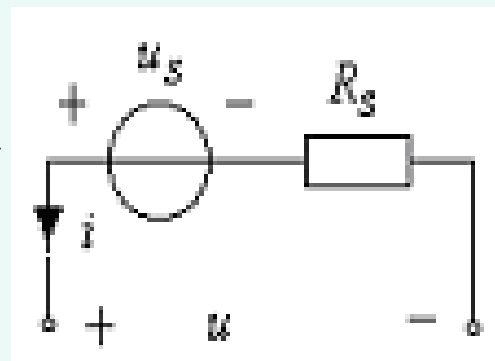
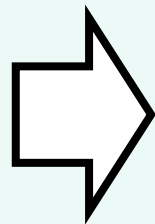
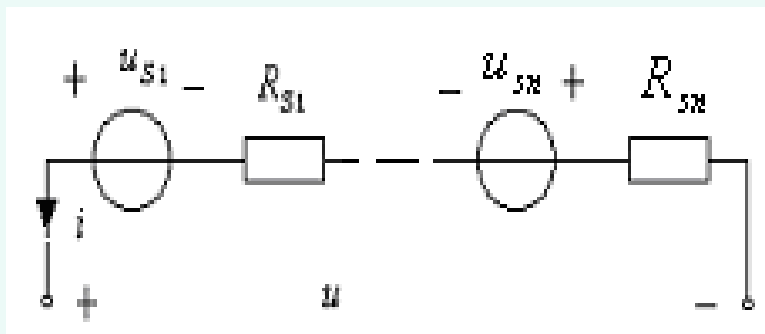
即 **电流分配与电阻成反比.**

$$\text{功率 } P_1 : P_2 = R_2 : R_1$$

2-1 等效变换法分析电路

三. 电源的等效互换

1、电压源的串联



$$u_s = \sum_{k=1}^n u_{sk}$$

$$R_s = \sum_{k=1}^n R_{sk}$$

n 个电压源串联后的等效电压源的电压为 n 个电压源的电压的**代数和**，等效电源的内阻为串联内阻之和。

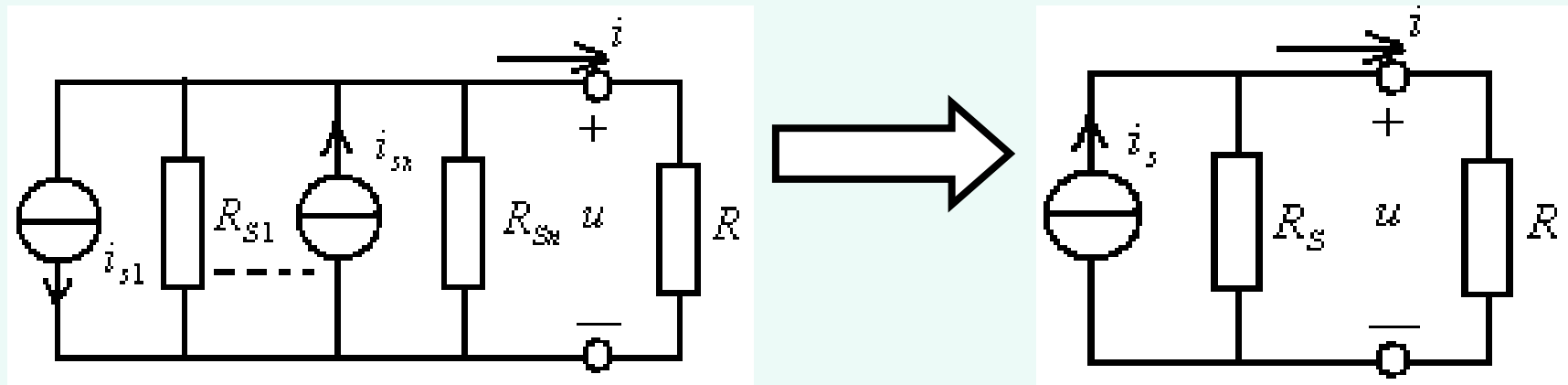
注意： u_{sk} 与 u_s 参考方向相同取“+”，反之取“-”



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-1 等效变换法分析电路

2、电流源的并联



$$i_s = \sum_{k=1}^n i_{sk}$$

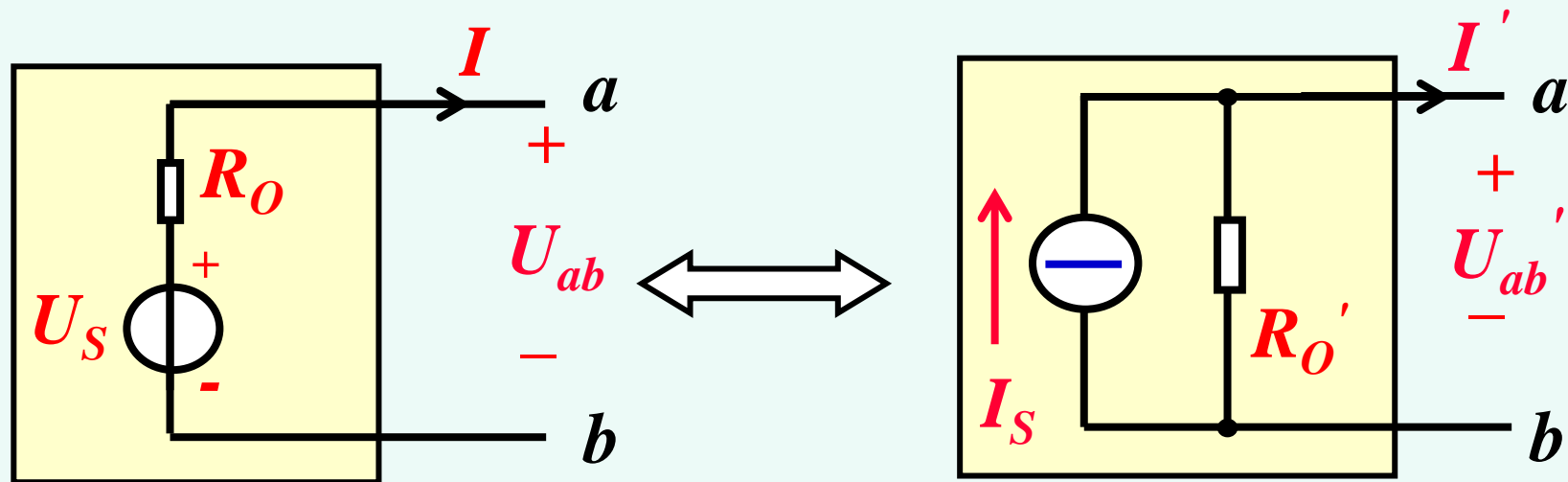
$$\frac{1}{R_S} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_{sk}}$$

n 个电流源并联后的等效电流源的电流为 n 个电流源的电流的**代数和**，等效电流源内阻为 n 个电阻的并联。

注意： i_{sk} 与 i_s 的参考方向相同时取“+”，反之取“-。”

2-1 等效变换法分析电路

3、电压源与电流源的等效互换



等效互换的条件：等效前后电源的输出电压和输出电流相同。

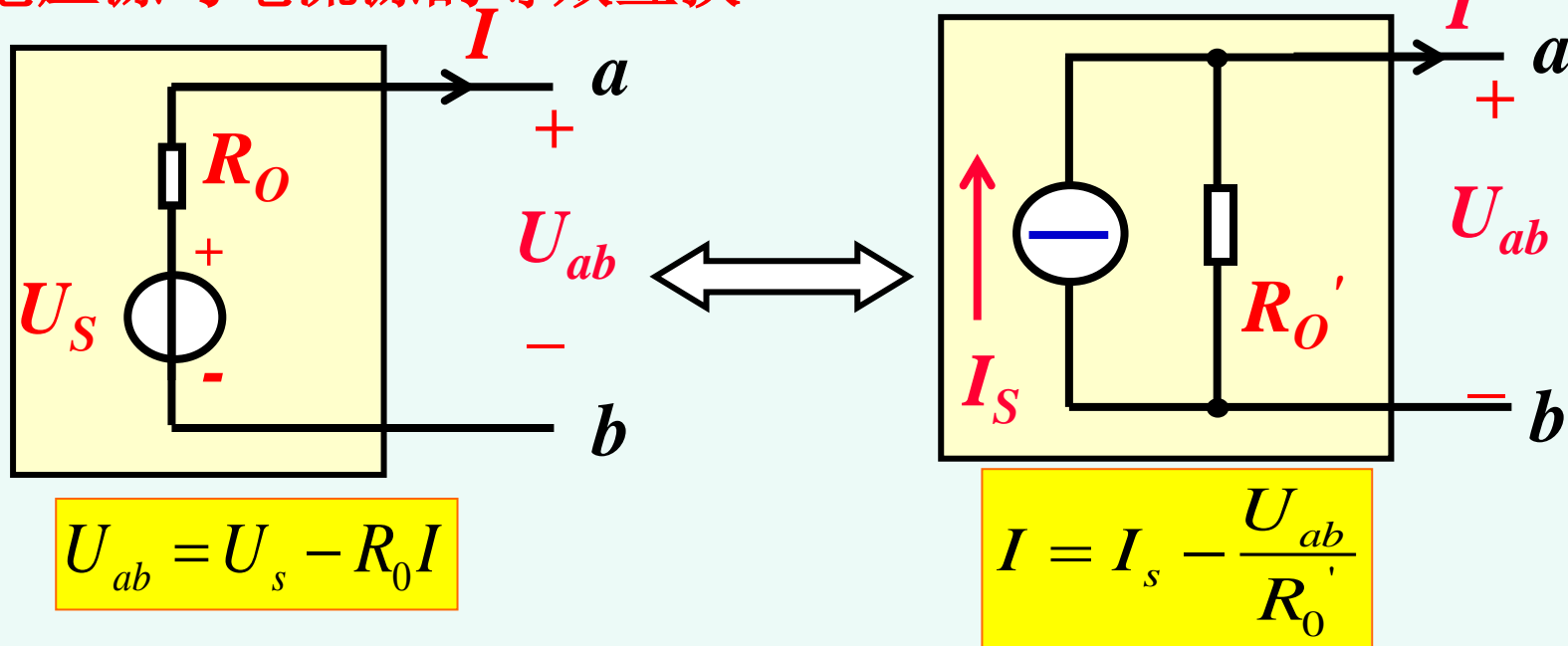
$$\begin{aligned} I &= I' \\ U_{ab} &= U_{ab}' \end{aligned}$$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-1 等效变换法分析电路

电压源与电流源的等效互换



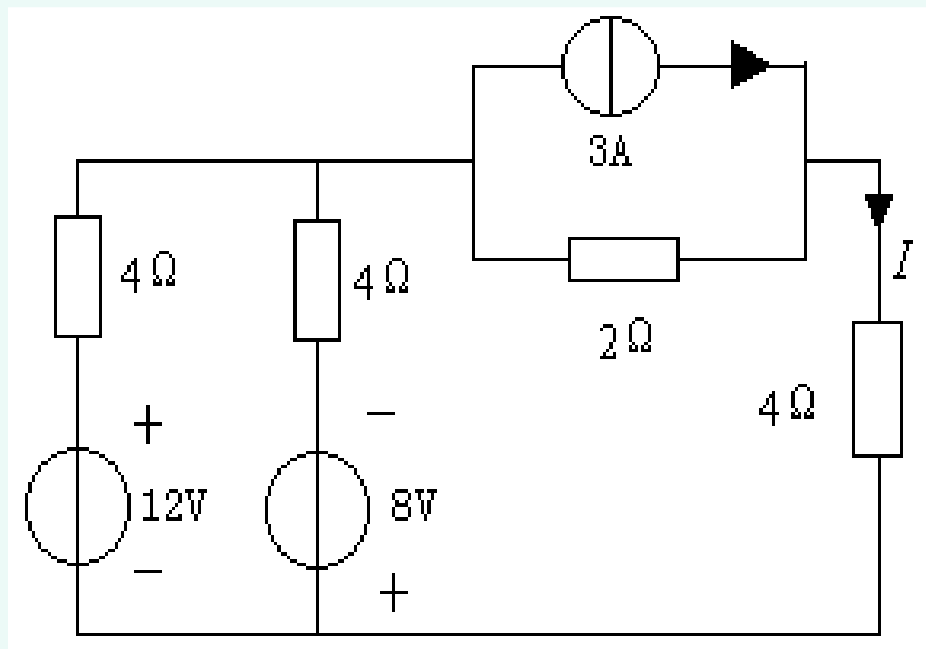
如果令： $I_s = \frac{U_s}{R_0}$ ， $R_0 = R_0'$

则电压源与电流源的伏安特性是一样的。

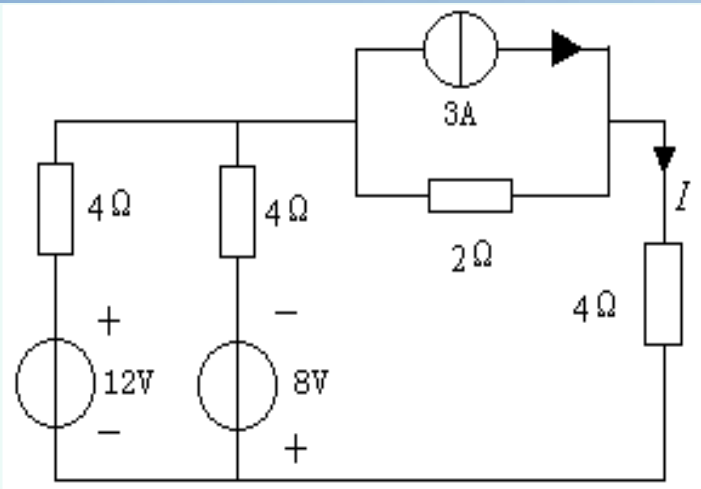
注意： I_s 的方向指向 U_s 的正极性端

2-1 等效变换法分析电路 -- 例题

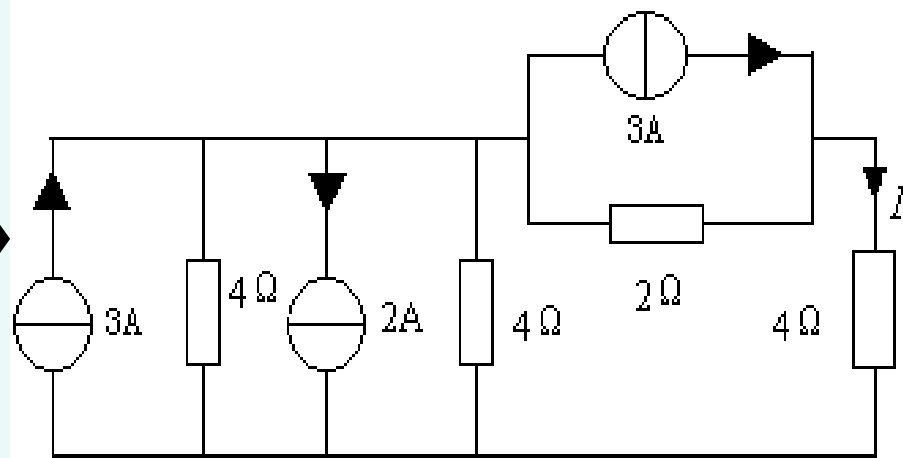
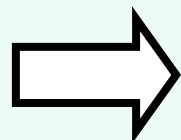
【例2-2】 电路如图所示，求电流 I 。



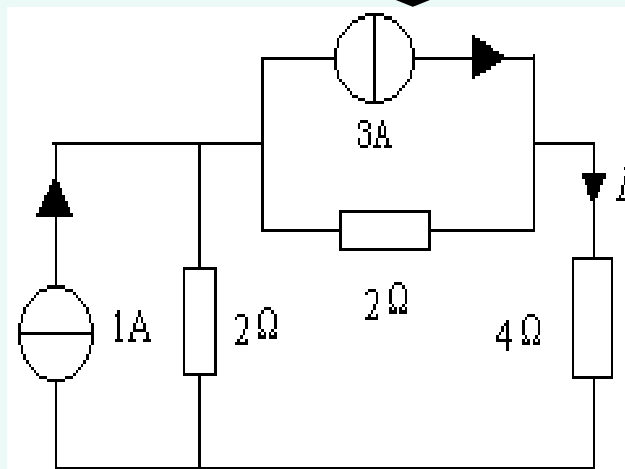
2-1 等效变换法分析电路 -- 例题



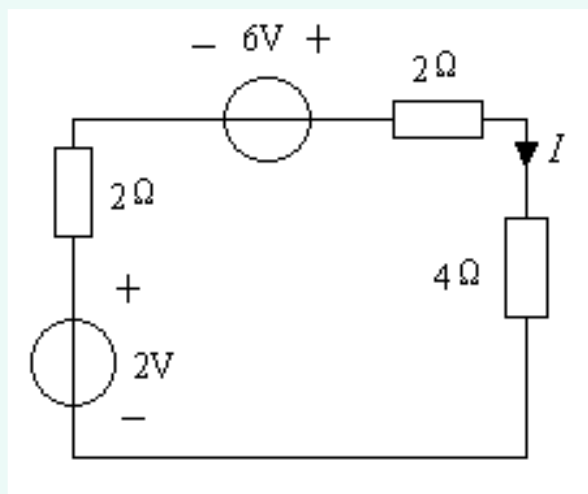
(a)



(b)



(c)



(d)

$$I = \frac{6 + 2}{2 + 2 + 4} = 1 \text{ A}$$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-2 支路电流法

未知量：各支路电流

分析步骤：

1. 对每一支路假设一未知电流 (I_1 -- I_6)，标明参考方向

2. 列电流方程

对每个节点有

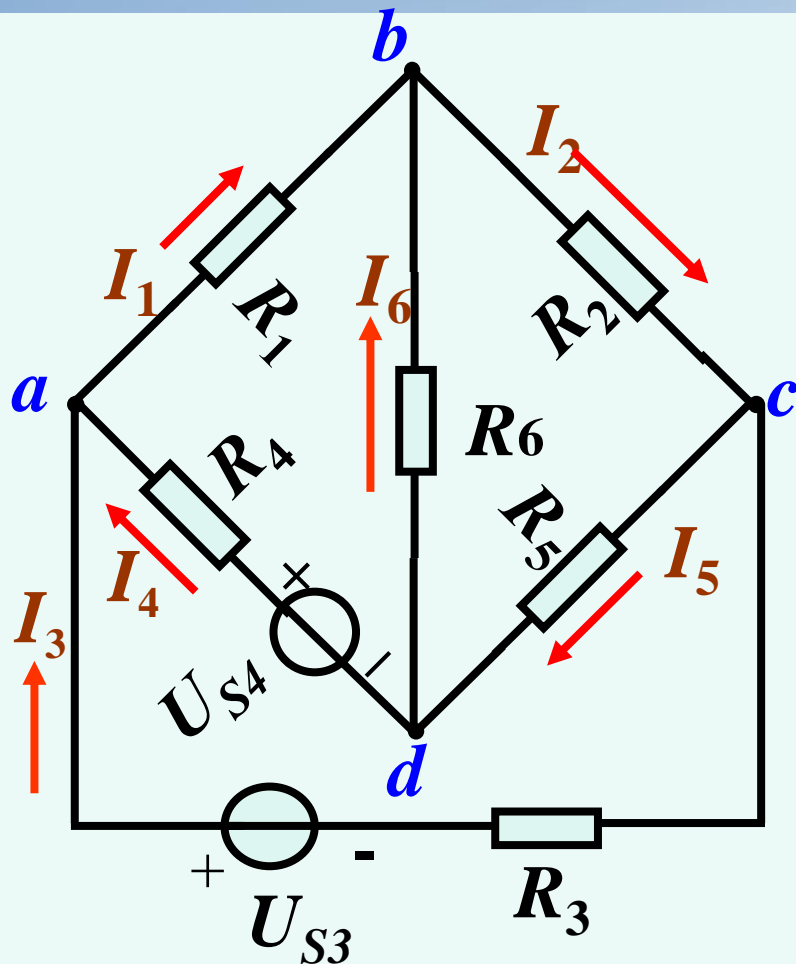
$$\sum I = 0$$

3. 列电压方程

对每个回路有

$$\sum Ri = \sum U_s$$

4. 解联立方程组



节点数 $n=4$, (a, b, c, d)

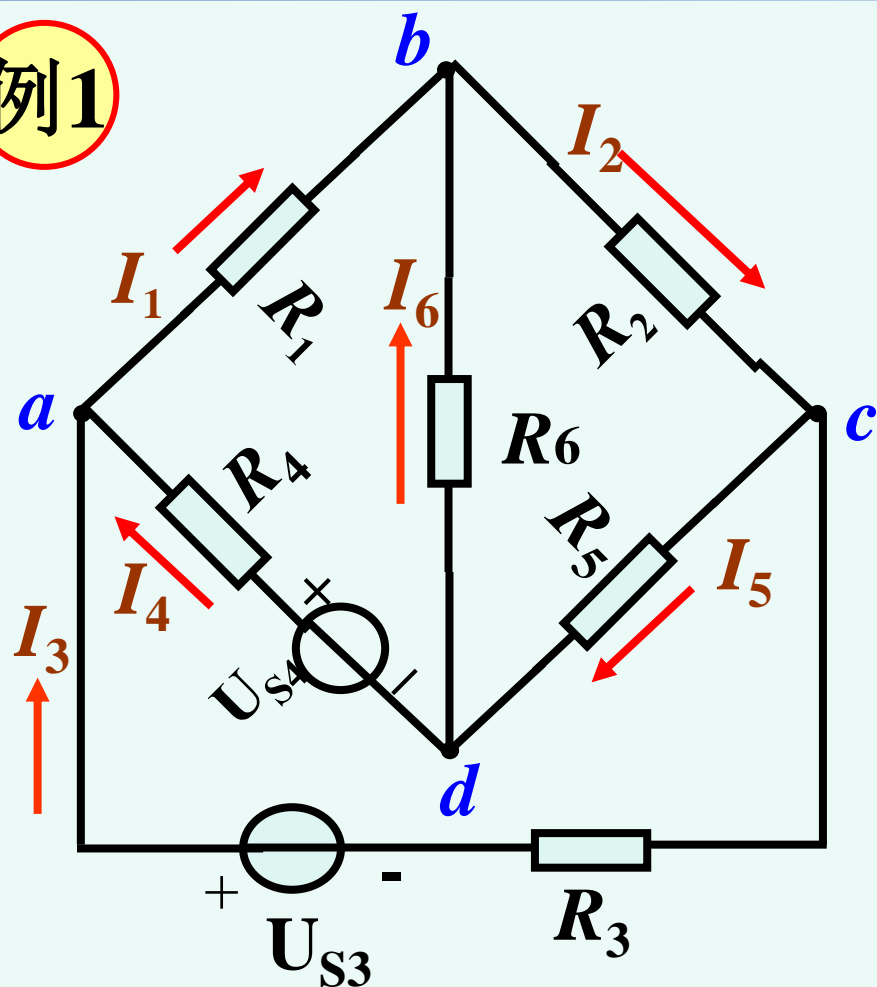
支路数 $b=6$, (ab, ad, bd, bc, cd, ca)



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-2 支路电流法

例1



节点数 $n=4$
支路数 $b=6$

列电流方程

节点a: $I_3 + I_4 = I_1$

节点b: $I_1 + I_6 = I_2$

节点c: $I_2 = I_5 + I_3$

节点d: $I_5 = I_4 + I_6$

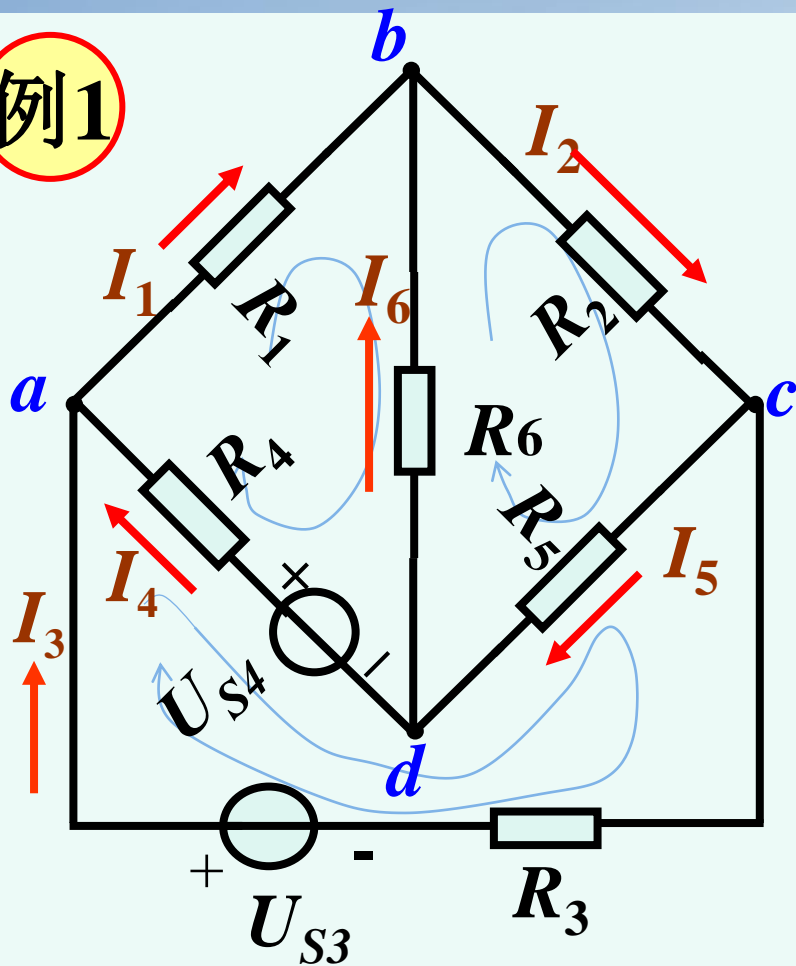
(其中三个方程是独立的)



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-2 支路电流法

例1



根据独立回路，列电压方程

abda :

$$I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_6 R_6 = U_{S4}$$

bcdb :

$$I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = 0$$

adca :


$$I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = U_{S3} - U_{S4}$$

电压、电流方程联立求得： $I_1 \sim I_6$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

支路电流法小结

	解题步骤	结论与引申
1	对每一支路假设一未知电流	1. 假设未知电流时，方向可任意选择。 2. 原则上，有 b 个支路就设 b 个未知电流。
2	列电流方程： 对每个节点有 $\sum I = 0$	若电路有 n 个节点， 则可以列出 $n-1$ 个独立KCL方程。
3	列电压方程： 对每个回路有 $\sum Ri = \sum U_s$	1. 未知电流数= b ，已有 $(n-1)$ 个节点方程， 需补足 $b - (n-1)$ 个KVL方程。 2. 独立回路的选择：一般按网孔选择 
4	联立解方程组	根据结果的正负确定电流的实际方向。

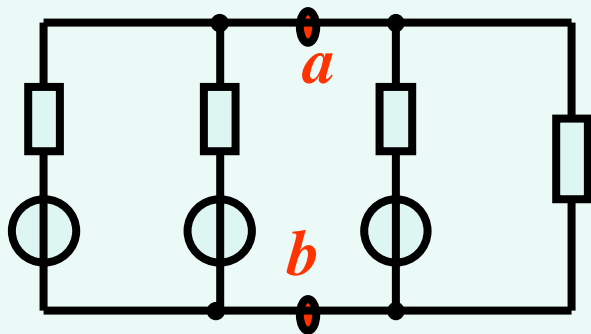


石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

支路电流法的优缺点

优点：支路电流法是电路分析中最基本的方法之一。只要根据**基尔霍夫电流电压定律**、**欧姆定律**列方程，就能得出结果。

缺点：电路中支路数多时，所需方程的个数较多，求解不方便。

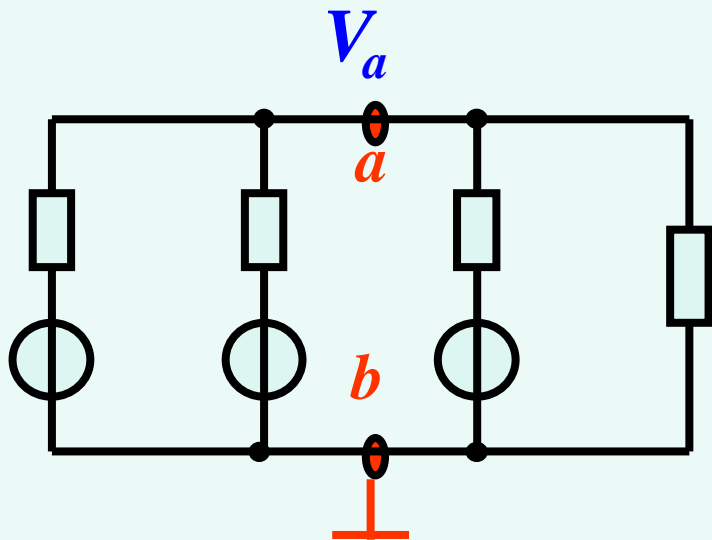


支路数 $b=4$
须求4个未知电流

2-3 结点电压法

结点电压法中的未知量：结点电压 “ V_x ”。

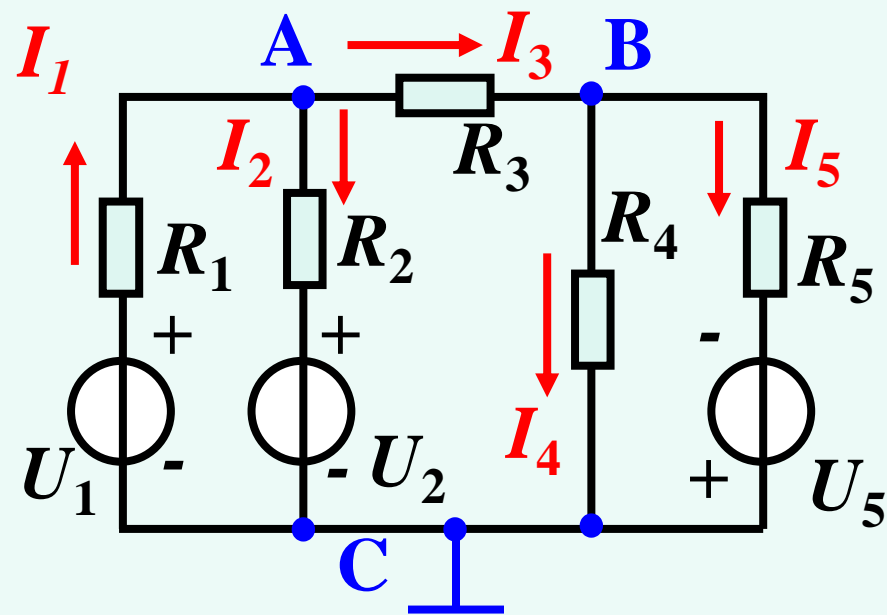
节点电位法适用于支路数多，节点少的电路。如：



共 a 、 b 两个节点， b 设为参考点后（ $V_b=0$ ），仅剩一个未知量—— a 点电位 V_a 。

2-3 结点电压法

结点电压法应用举例



结点电流方程:

A点: $I_1 = I_2 + I_3$

B点: $I_3 = I_4 + I_5$

设: $V_C = 0 \text{ V}$

则: 各支路电流分别为:

$$I_1 = \frac{U_1 - V_A}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_A - U_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{V_B}{R_4}$$

$$I_5 = \frac{V_B + U_5}{R_5}$$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-3 结点电压法

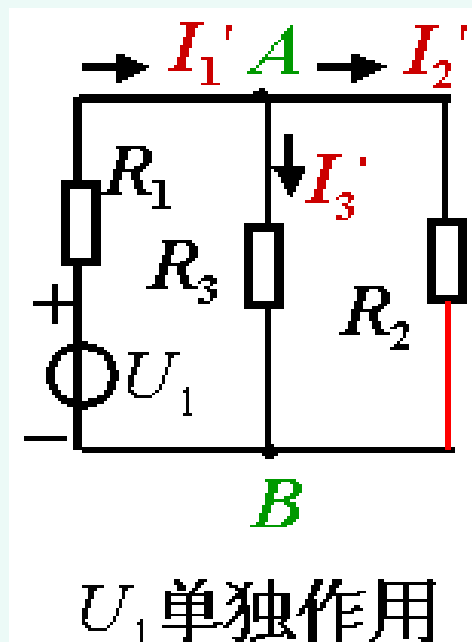
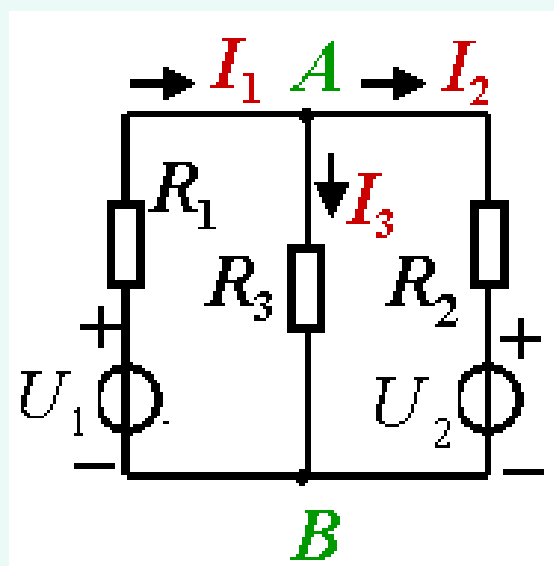
将各支路电流代入A、B两结点电流方程，
然后整理得：

$$\begin{cases} V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_B \left(\frac{1}{R_3} \right) = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \\ V_B \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - V_A \left(\frac{1}{R_3} \right) = -\frac{U_5}{R_5} \end{cases}$$

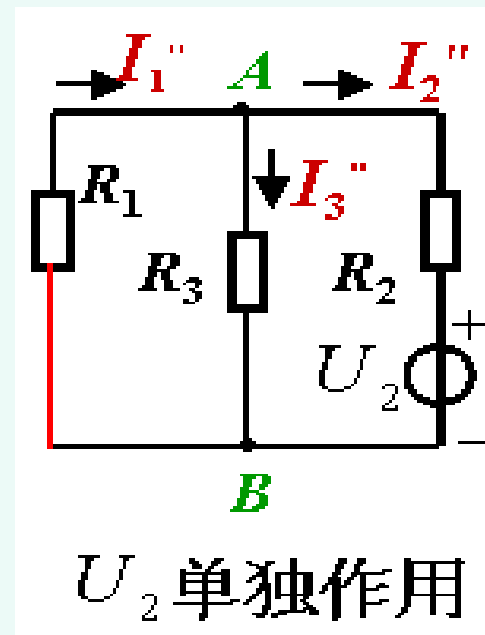
其中未知量仅有： V_A 、 V_B 两个。

2-4 叠加定理

在多个电源同时作用的线性电路(电路元件参数不随电压、电流的变化而改变)中，任何支路的电流或任意两点间的电压，都是各个电源单独作用时所得结果的代数和。



+



$$I_1 = I_1' + I_1''$$

$$I_2 = I_2' + I_2''$$

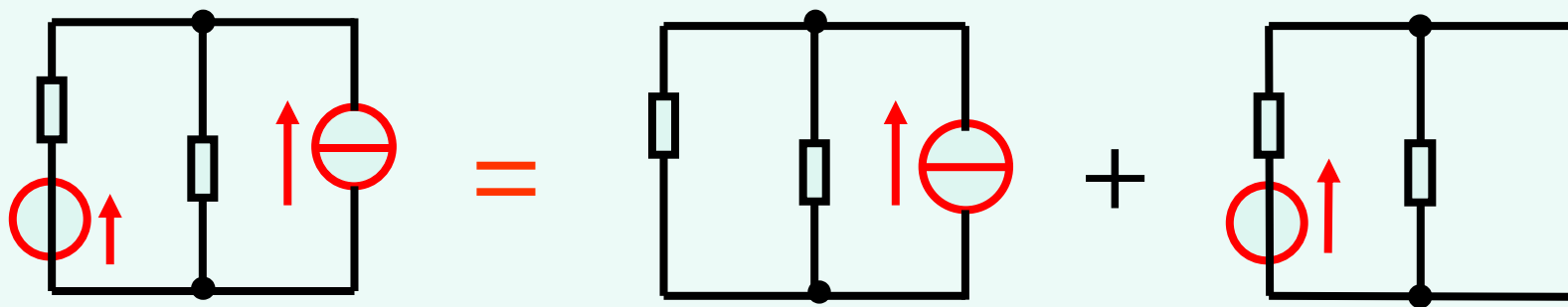
$$I_3 = I_3' + I_3''$$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

应用叠加定理要注意的问题

1. 叠加定理只适用于**线性电路**（电路元件参数不随电压、电流的变化而改变）。
2. 叠加时只将电源分别考虑，电路的结构和参数不变。
暂时不予考虑的**恒压源应予以短路**，即令 $U=0$ ；
暂时不予考虑的**恒流源应予以开路**，即令 $I_S=0$ 。

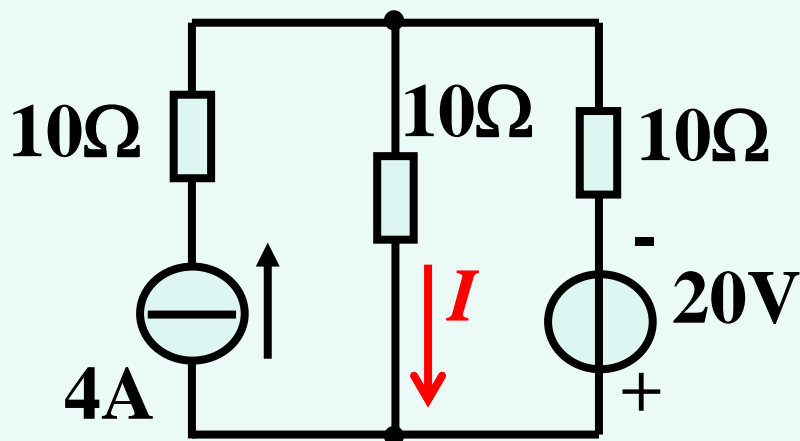


3. 解题时要**标明各支路电流、电压的正方向**。原电路中电压、电流的最后结果是各独立电源作用下电压、电流的**代数和**。



2-4 叠加定理

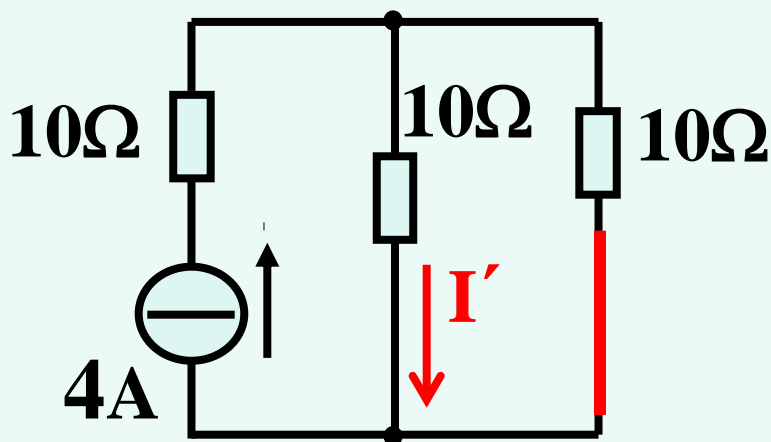
例



用叠加原理求:

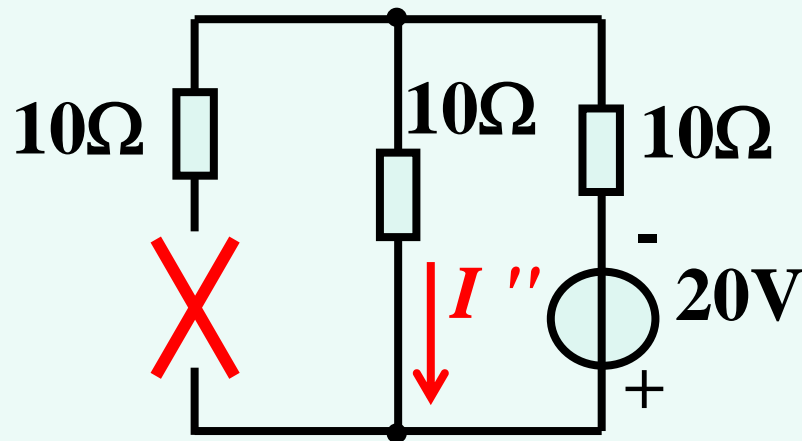
$$I = ?$$

解:



$$I' = 2A$$

+



$$I'' = -1A$$

$$I = I' + I'' = 1A$$

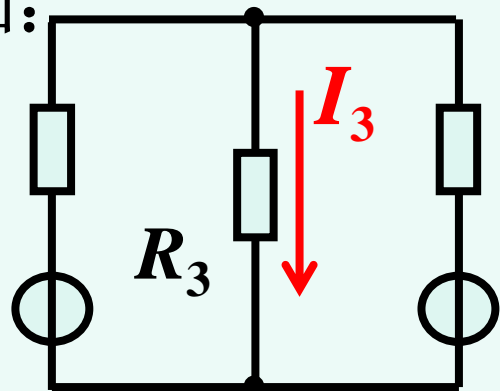


石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

应用叠加定理要注意的问题

4. 叠加原理只能用于电压或电流的计算，不能用来求功率。

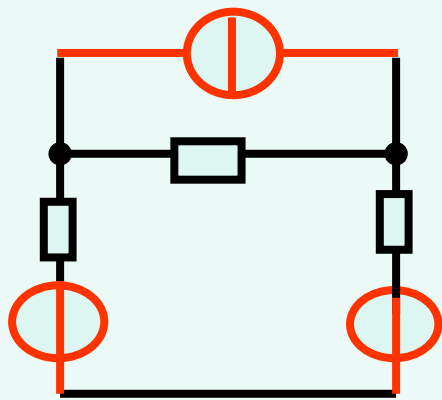
如：



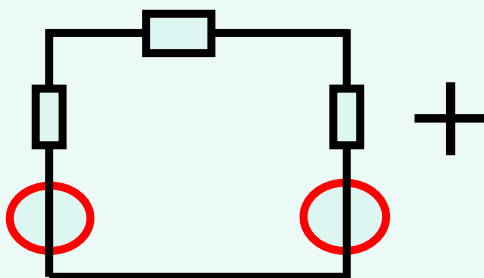
设： $I_3 = I_3' + I_3''$

则： $P_3 = I_3^2 R_3 = (I_3' + I_3'')^2 R_3$
 $\neq (I_3')^2 R_3 + (I_3'')^2 R_3$

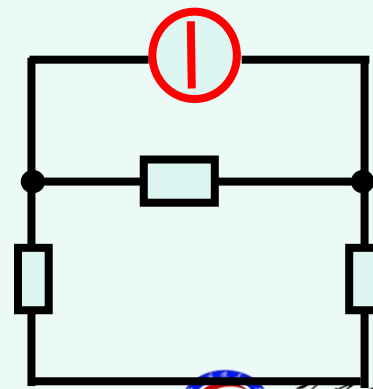
5. 运用叠加定理时也可以把电源分组求解，每个分电路的电源个数可能不止一个。



=



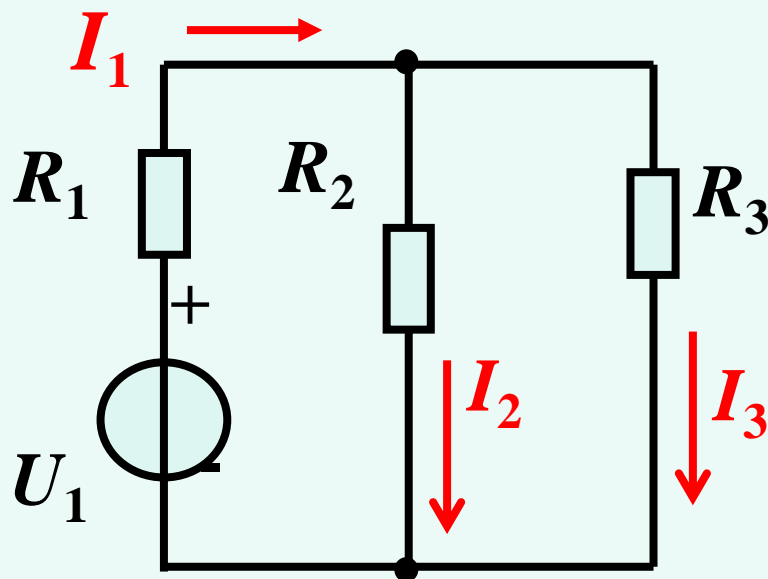
+



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

齐次性定理

线性电路中独立电源同时增大或缩小 K 倍时，电路中的各支路电压和各支路电流也同时增大或缩小 K 倍



若 U_1 增加 n 倍，各支路电流也会增加 n 倍。

齐次性定理

例

已知 $I_S = 12A$

用齐次性定理求:

$I = ?$ $U = ?$

解: 先假设 $I = 1A$ 得

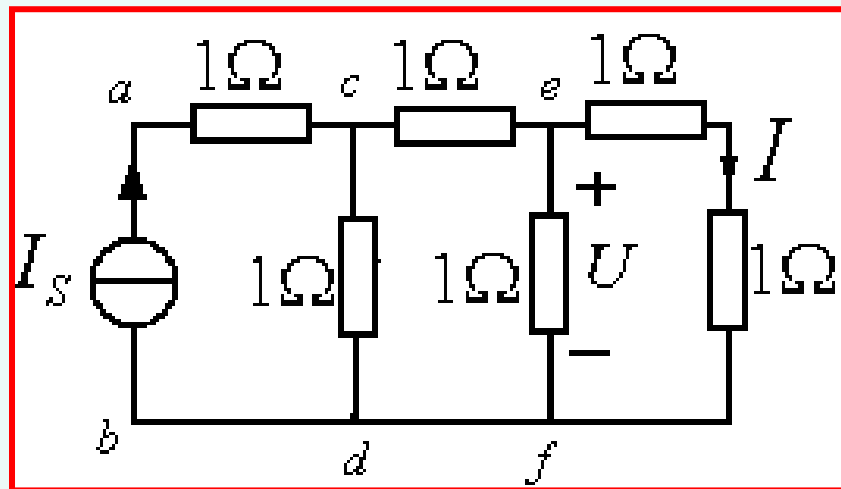
$$U_{ef} = 2V$$

$$I_{ef} = 2A$$

$$I_{ce} = 3A$$

$$U_{cf} = 5V$$

$$I_{ac} = 8A$$



实际 $I_{ac} = I_S = 12A$

所以 $I = \frac{12}{8} \times 1 = 1.5A$

$$U = 2 \times 1.5 = 3V$$



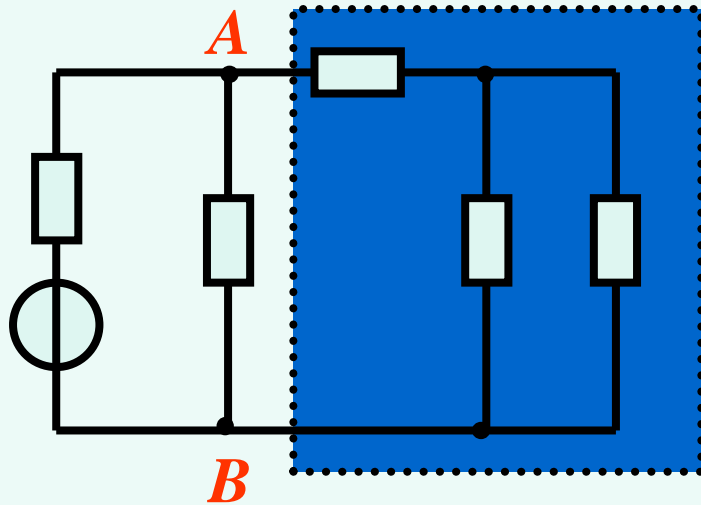
石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

2-5戴维南定理

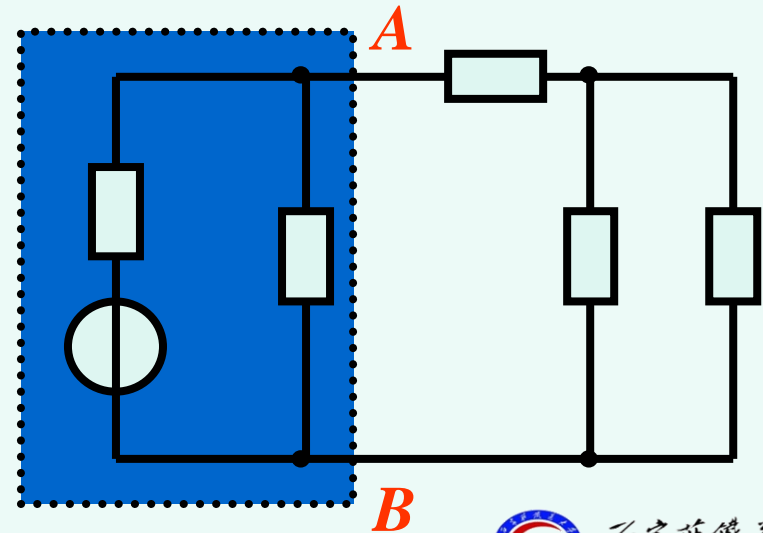
一、名词解释：

二端网络： 若一个电路只通过两个端子与外电路相联，则该电路称为“二端网络”。

无源二端网络：
二端网络中没有电源



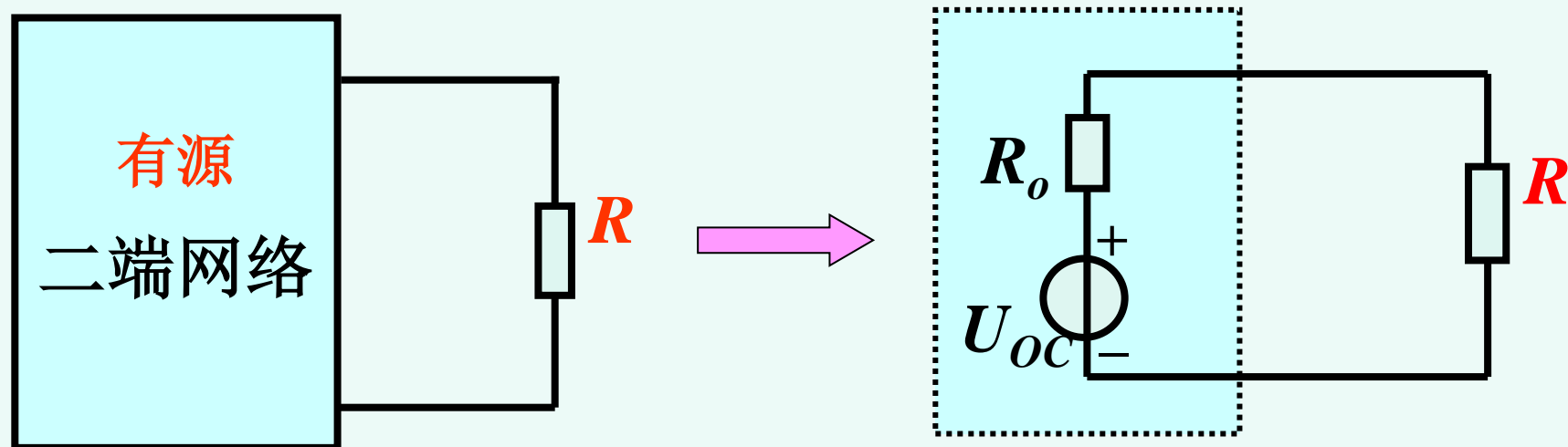
有源二端网络：
二端网络中含有电源



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

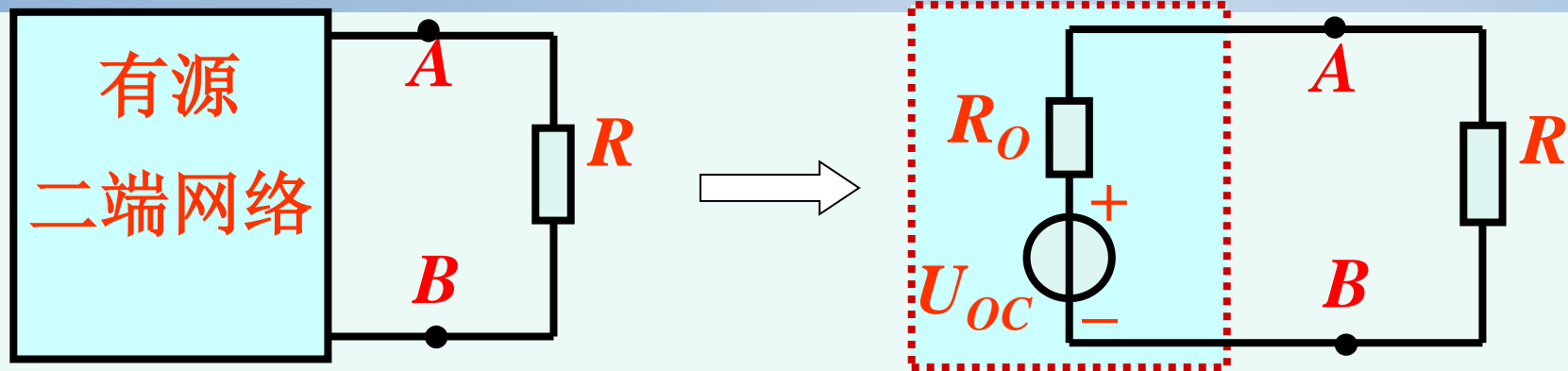
2.5.1 戴维南定理

对于任意**线性有源**二端网络都可以用一个**理想电压源**和**电阻**的串联形式来等效。

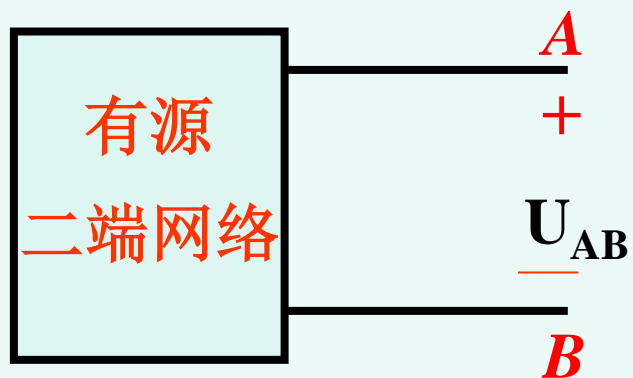


注意：“等效”前后与外电路相联部分的电压和电流相同

2.5.1 戴维南定理

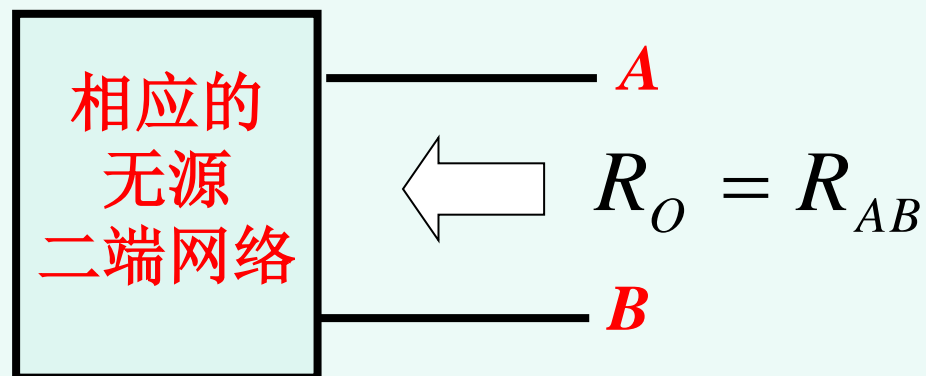


等效电压源的电压 (U_{OC}) 等于有源二端网络的开端电压

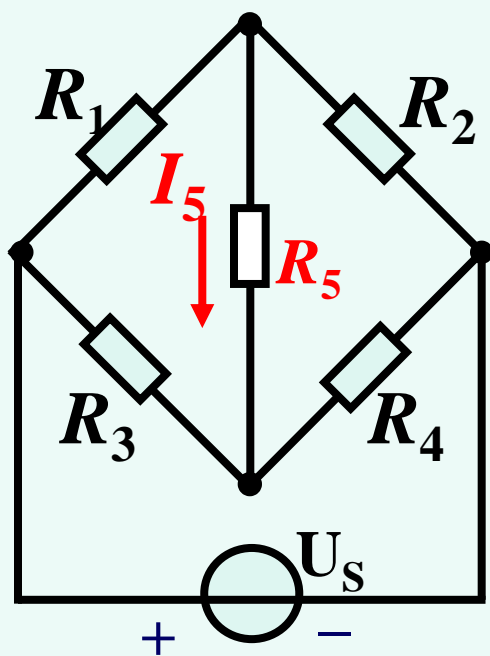


$$U_{OC} = U_{AB}$$

等效电压源的内阻等于有源二端网络的输入电阻（电压源短路，电流源断路）

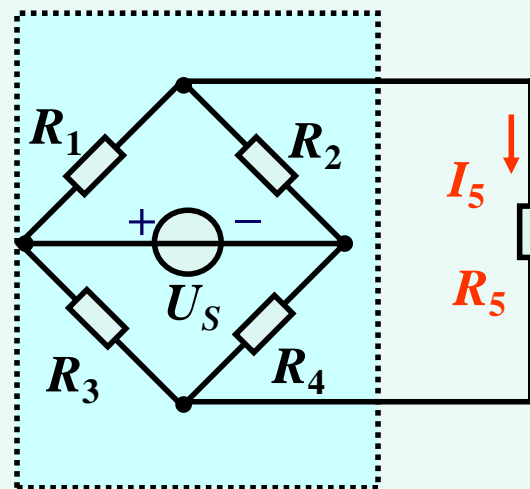


戴维南定理应用举例 (一)

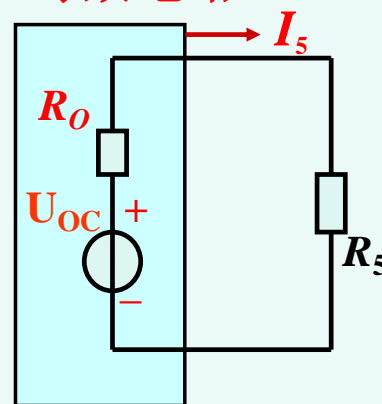


已知: $R_1=20\ \Omega$ 、 $R_2=30\ \Omega$
 $R_3=30\ \Omega$ 、 $R_4=20\ \Omega$
 $U_S=10V$

求: 当 $R_5=10\ \Omega$ 时, $I_5=?$



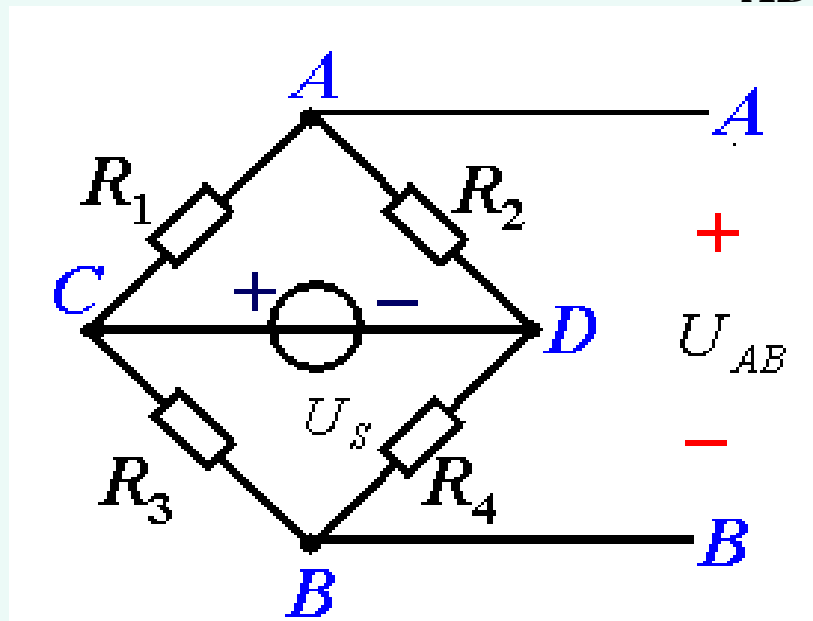
等效电路



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

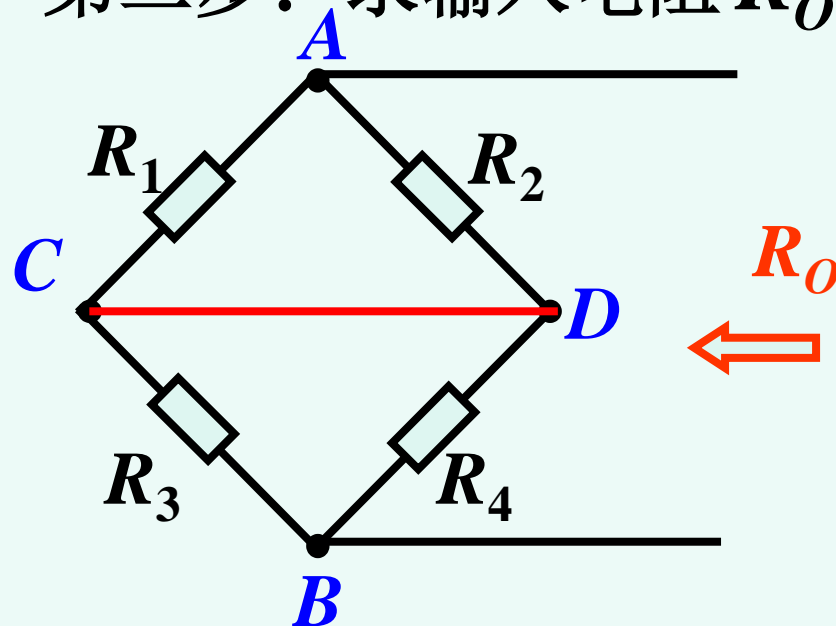
戴维南定理应用举例 (一)

第一步：求开路电压 U_{AB}



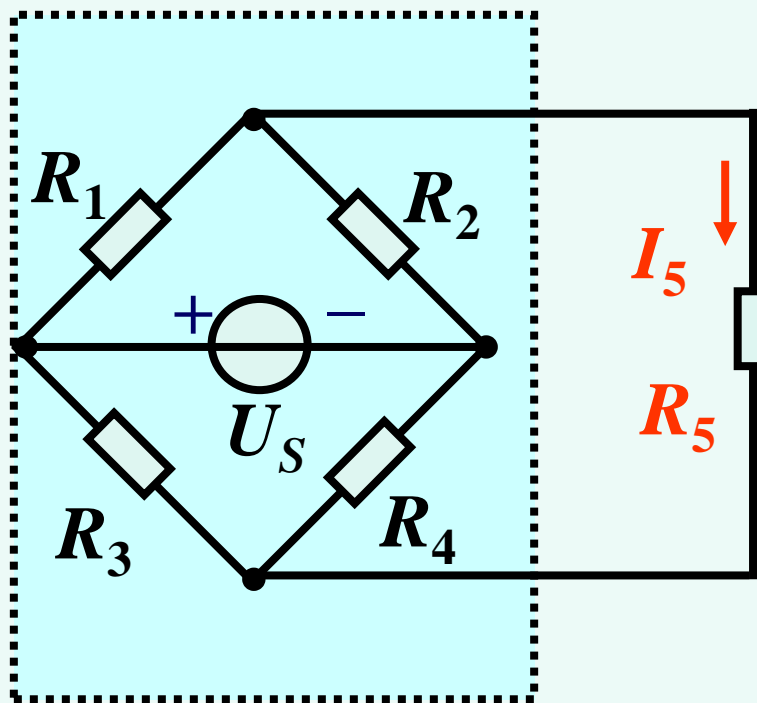
$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AD} + U_{DB} \\ &= U_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_s \frac{R_4}{R_3 + R_4} \\ &= 2V \end{aligned}$$

第二步：求输入电阻 R_o

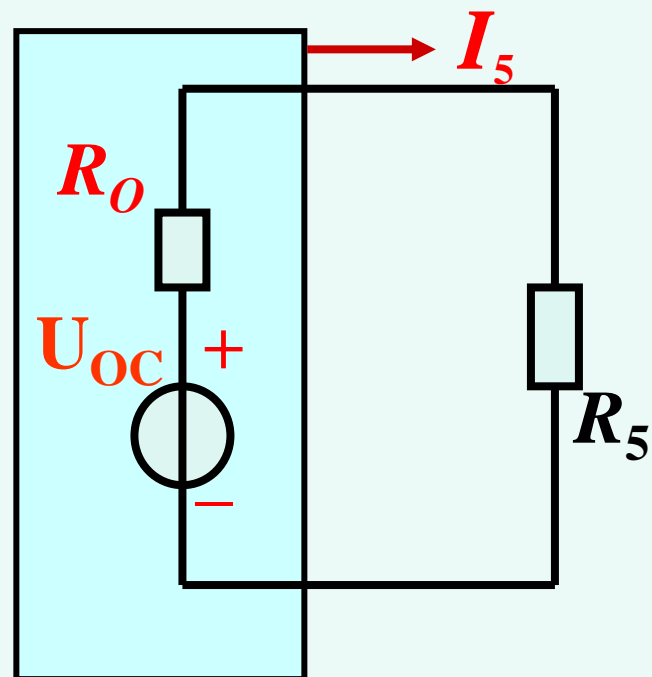


$$\begin{aligned} R_o &= R_1 // R_2 + R_3 // R_4 \\ &= 20 // 30 + 30 // 20 \\ &= 24\Omega \end{aligned}$$

戴维南定理应用举例 (一)



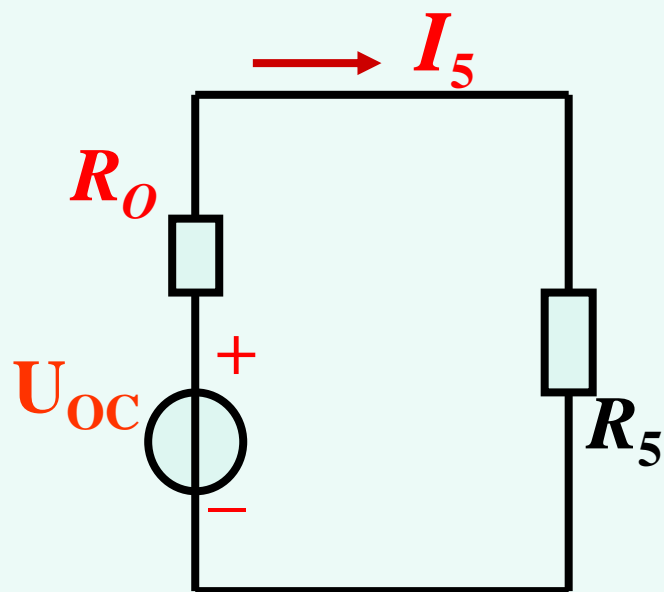
等效电路



$$U_{OC} = U_{AB} = 2V$$
$$R_O = 24\Omega$$

戴维南定理应用举例 (一)

第三步：求未知电流 I_5



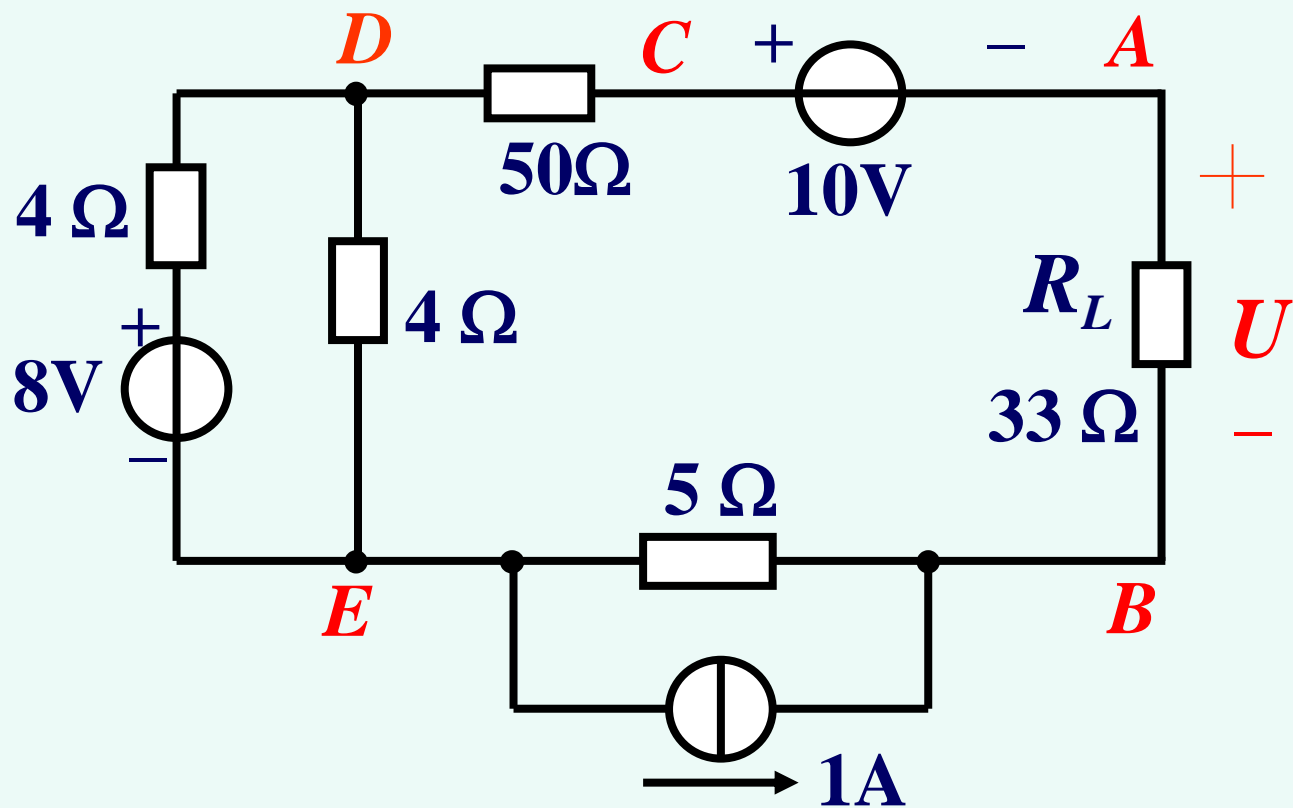
$$U_{oc} = U_{AB} = 2\text{V}$$

$$R_o = 24\Omega$$

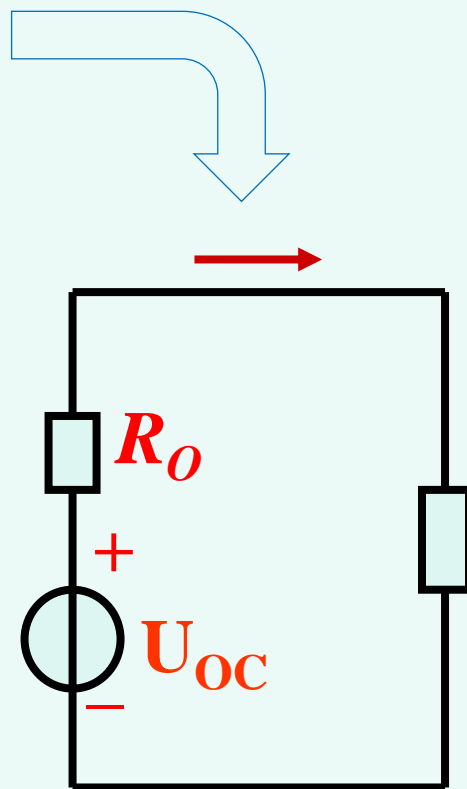
$$R_5 = 10\Omega \quad \text{时}$$

$$I_5 = \frac{U_{oc}}{R_o + R_5} = \frac{2}{24 + 10} = 0.059\text{A}$$

戴维南定理应用举例 (二)



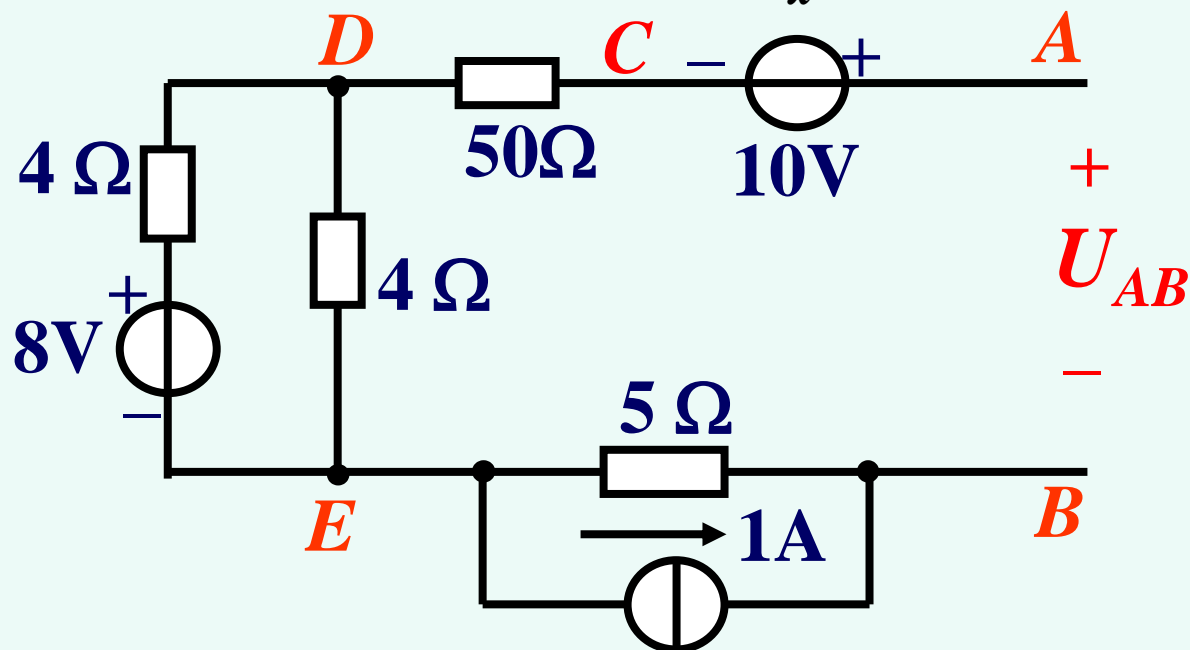
求: $U=?$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

戴维南定理应用举例 (二)

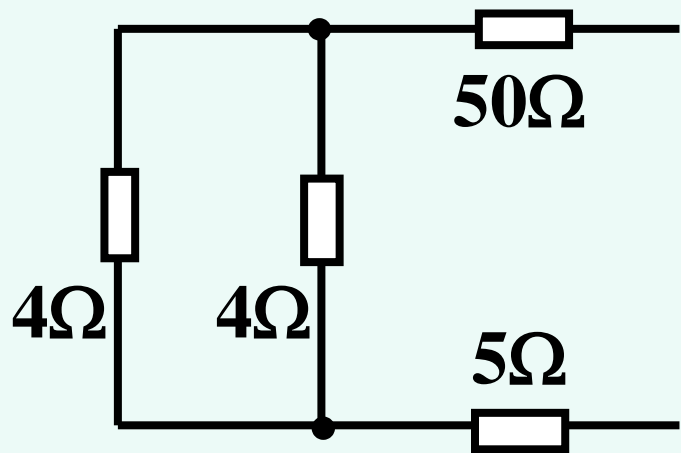
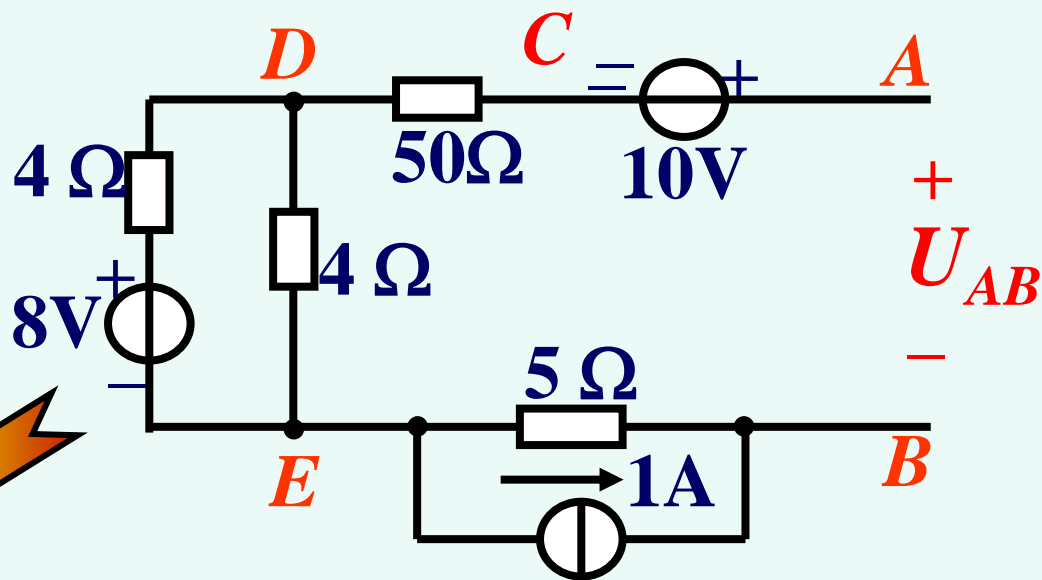
第一步：求开端电压 U_x 。



$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EB} \\ &= 10 + 0 + 4 - 5 \\ &= 9V \end{aligned}$$

戴维南定理应用举例 (二)

第二步：
求输入电阻 R_0 。

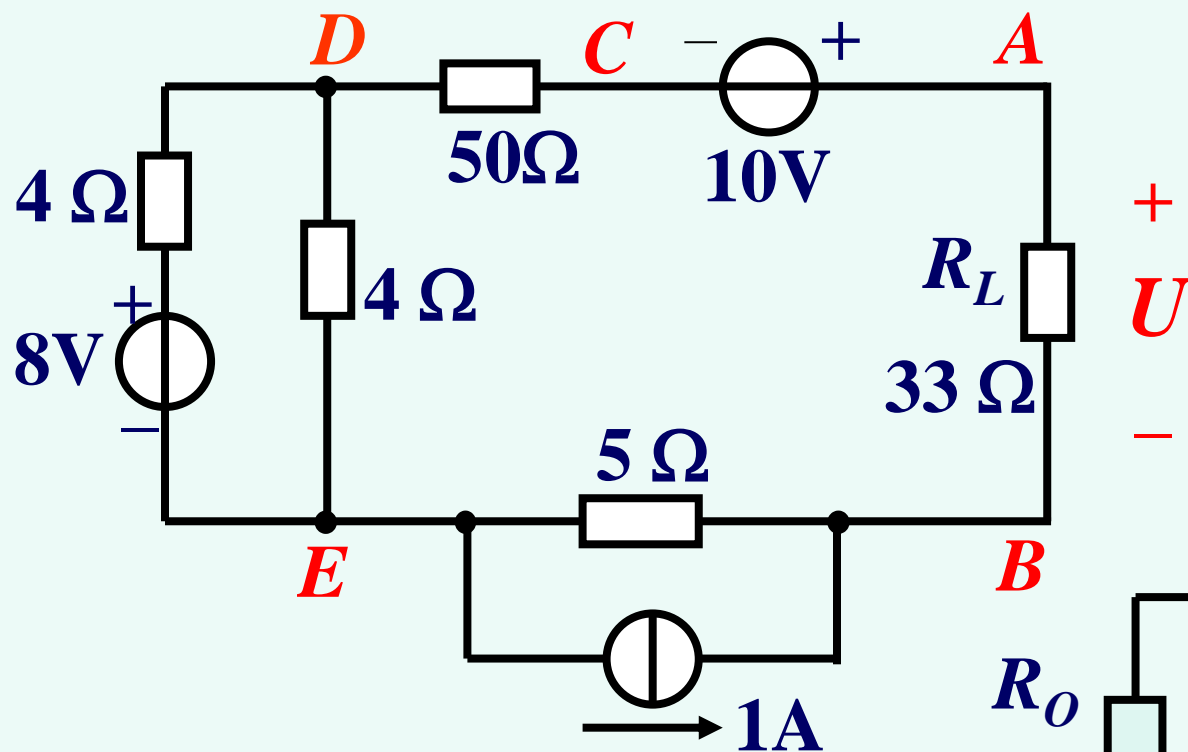


$$\begin{aligned} R_0 &= 50 + 4 // 4 + 5 \\ &= 57\Omega \end{aligned}$$

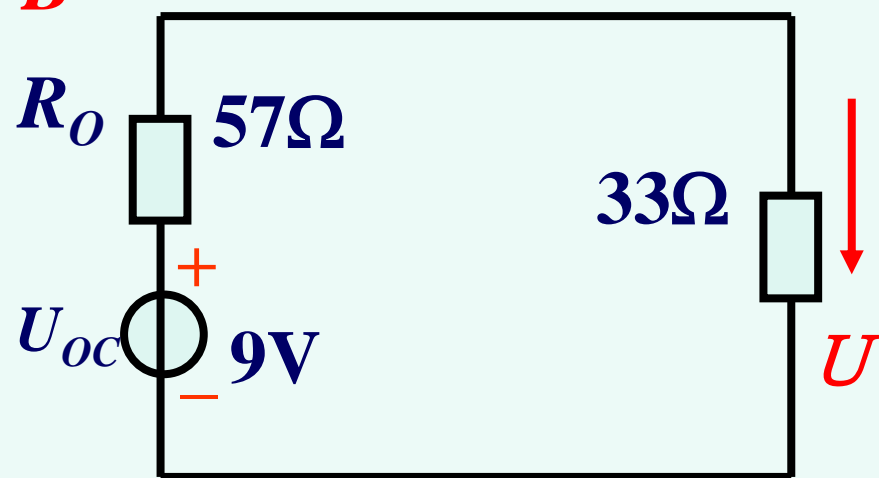


石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

戴维南定理应用举例 (二)



等效电路



$$U = \frac{9}{57 + 33} \times 33 = 3.3 \text{ V}$$



石家庄铁道大学
Shijiazhuang Tiedao University

第二章

结束

石家庄铁道学院

电工基础教研室

电工
电子学