真空中静电场

静电场的基本规律：库仑定律、叠加原理

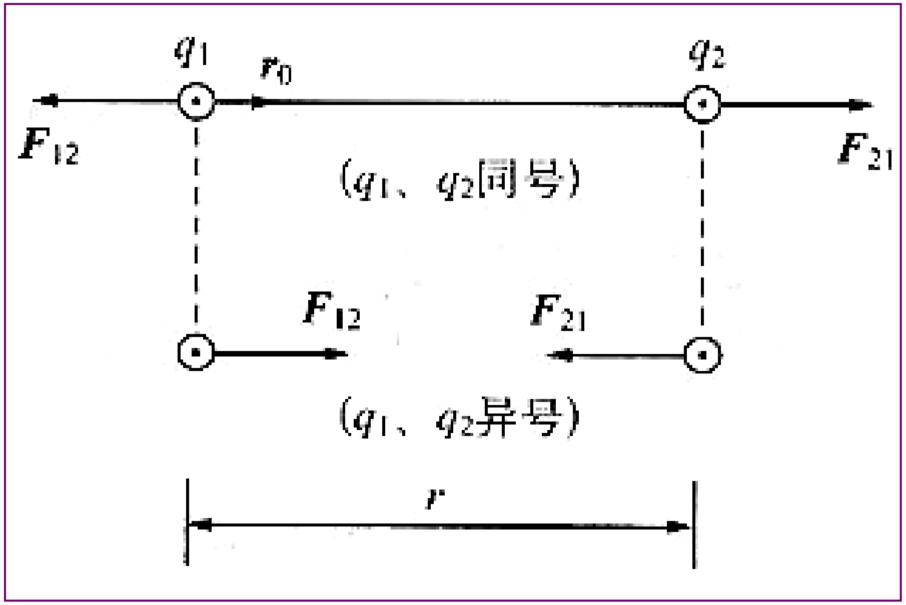
静电场的基本定理：高斯定理、环路定理

描述静电场的物理量：电场强度、电势

静电场对电荷的作用

库伦定律：

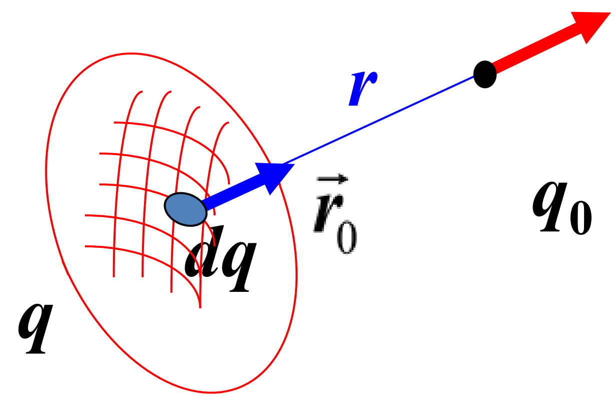
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0$$



静电力叠加原理

连续分布带电体对点电荷的作用力

$$d\vec{F} = \frac{q_0 dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0 \qquad \vec{F} = \int d\vec{F}$$

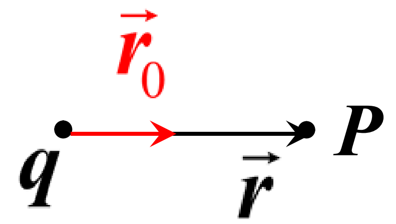


电场性质：

a. 力的角度:对电荷施加作用力	电场强度
b.功的角度:电场力对电荷作功	电势

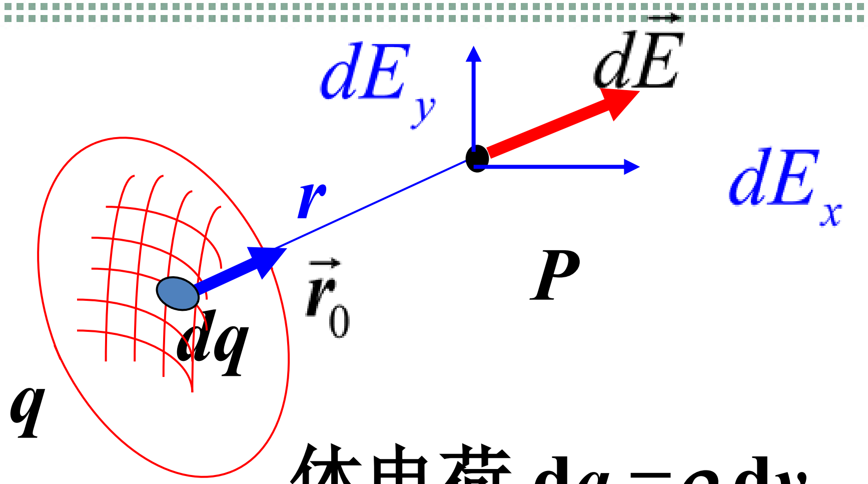
电场强度 $\vec{E} = \vec{F}/q_0$

点电荷的电场 $\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$



叠加原理： $\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$

3. 连续带电体的电场



取电荷元：dq

$$d\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{r}_0$$

体电荷 $\mathrm{d}q=\rho\,\mathrm{d}v$

面电荷 $\mathrm{d}q=\sigma\,\mathrm{d}s$

线电荷 $\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l$

在坐标轴分解

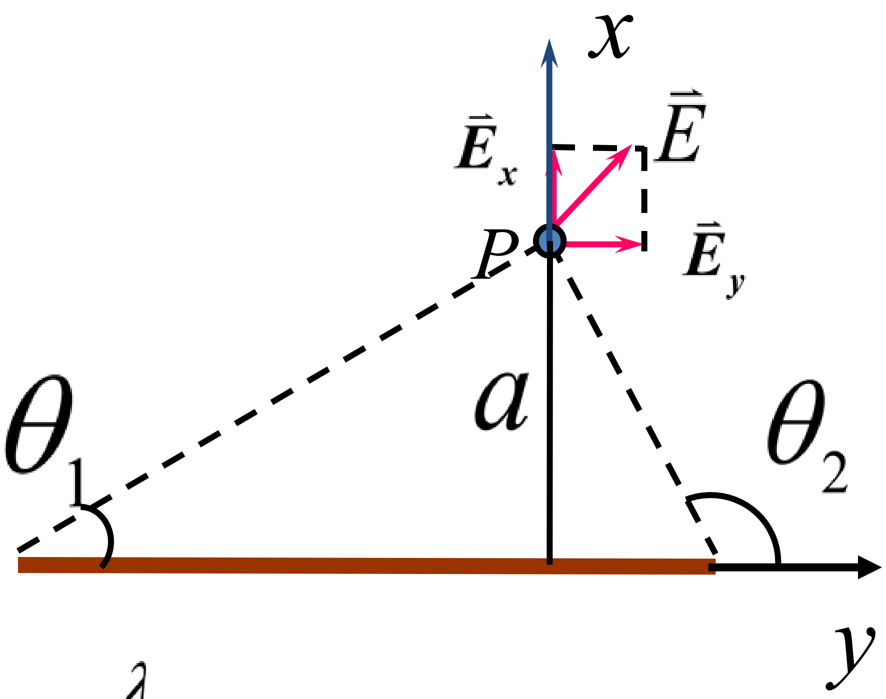
$$dE_x=dE\cdot\cos\alpha$$

$$dE_y=dE\cdot\cos\beta$$

$$\begin{cases} E_x=\int \mathrm{d}E_x \\ E_y=\int \mathrm{d}E_y \\ E_z=\int \mathrm{d}E_z \end{cases}$$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$$

均匀带电直线

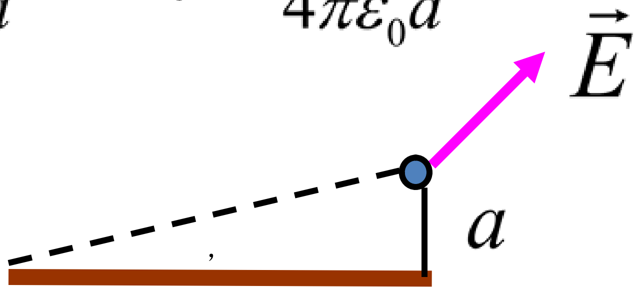


$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

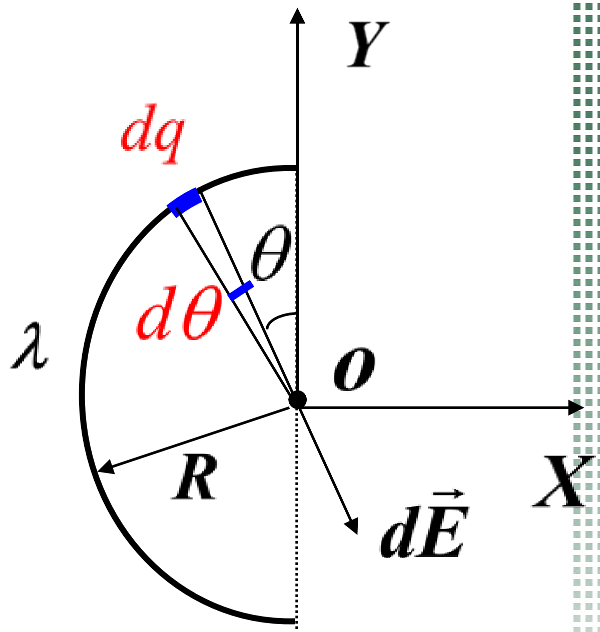
无限长均匀带电直线 $E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$ $E_y = 0$

半无限长均匀带电直线 $E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$ $E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$



课堂练习：

1. 求均匀带电半圆环圆心处的 $\vec{E}$，已知 R、λ



电荷元dq： $dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$

产生的电场： $dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

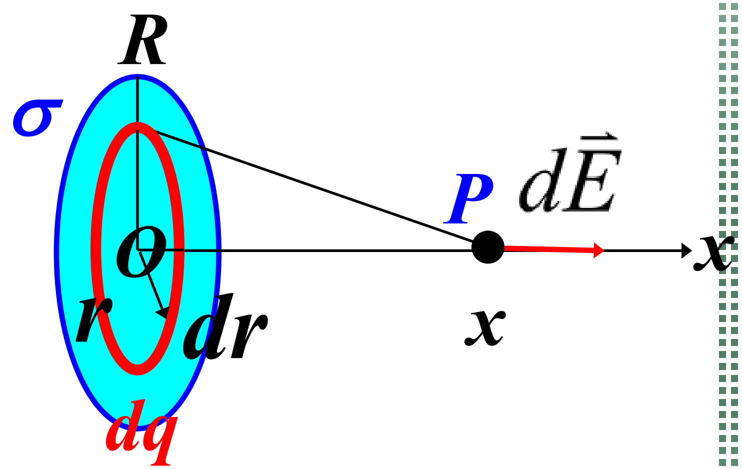
根据对称性： $\int dE_y = 0$

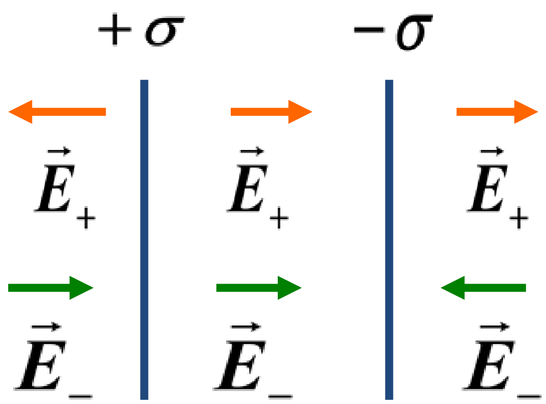
$$E = \int dE_x = \int dE \sin\theta = \int_0^{\pi} \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \sin\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

无限大带电平面的电场

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$





两板之间：$E=E_++E_-=2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

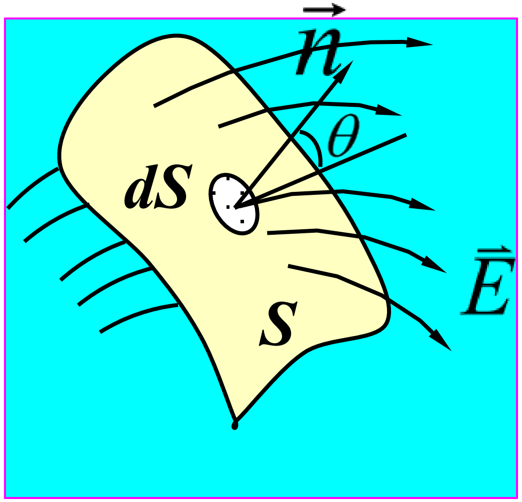
两板之外：　$E=0$

两板间的作用力　$F=\int Edq=q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$

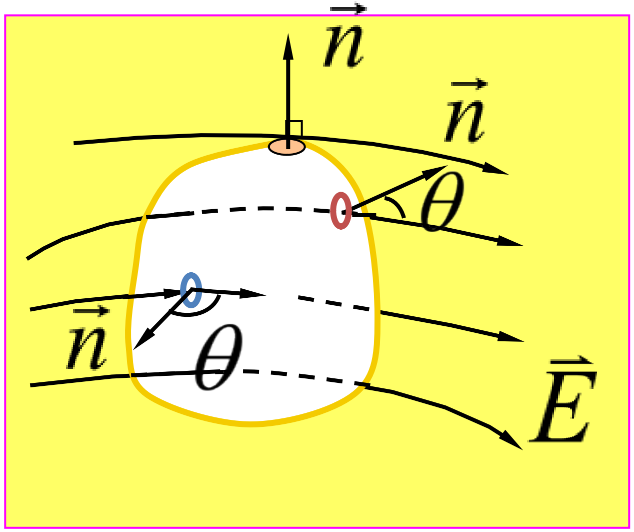
电场线　高斯定理

电场线的性质

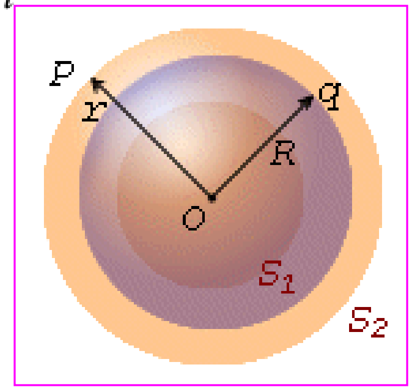
电场强度通量 $\Phi_e = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

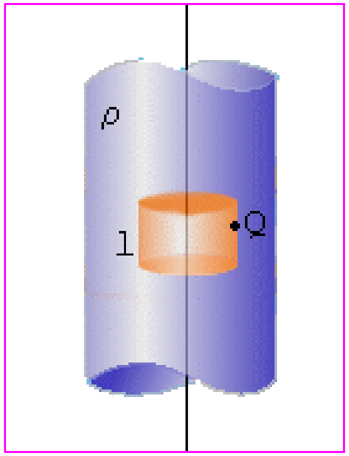


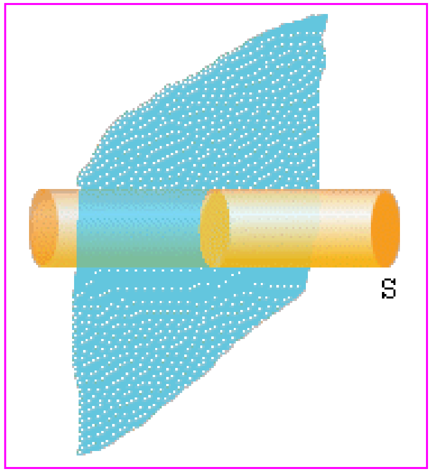
高斯定理 $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$



$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

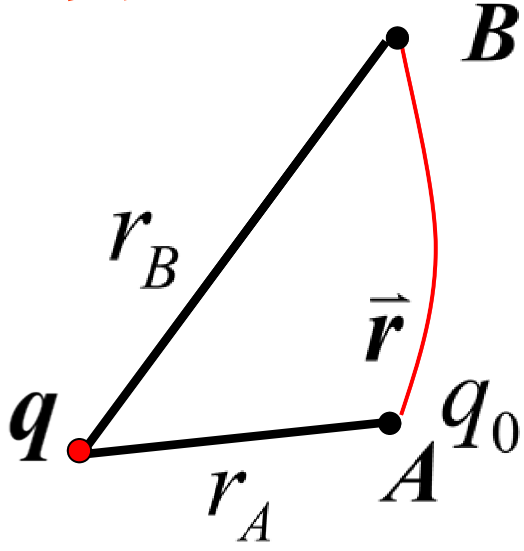






高斯面	球面	圆柱面	圆柱面
$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} =$	$E\cdot 4\pi r^2$	$E\cdot 2\pi rh$	$2E\Delta S$
	$E=\dfrac{\sum q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	$E=\dfrac{\sum q}{2\pi\varepsilon_0 hr}$	$\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}$

静电场的环路定理 电势



静电场力作功

$$A=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

只和起始与终了位置有关

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

在真空中，一试验电荷在静电场中移动时，静电场力对它所作的功，仅与起始与终了位置有关，而与试验电荷所经过的路径无关。
静电场力也是保守力，静电场是保守场。

电势能 $W_A = q_0 \int_A^{B(W=0)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

电势 $U_A = \dfrac{W_A}{q_0} = \int_A^{B(W=0)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\boldsymbol{U_p = \int_p^{U=0} \vec{E} \cdot d\vec{l}} \qquad U_{AB} = U_A - U_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

点电荷电势： $U = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

均匀带电球面： $U_{内} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ $\qquad U_{外} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

1. 场强积分法：

$$U_a = \int_a^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

注意：

(1) 积分与路径无关，可依题意选最简便的积分路径。

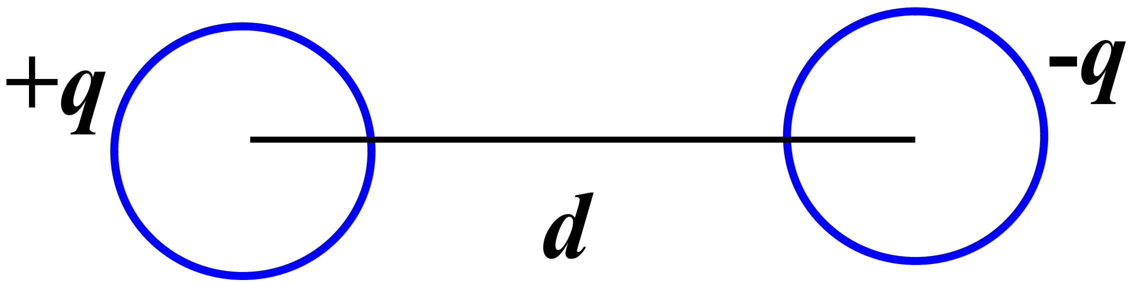
(2) $\vec{E}$ 为路径上各点总场，若各区域 $\vec{E}$ 表达式不同，应分段积分。

(3) 积分值与零势点选取有关 。选取原则：

电荷有限分布选 $U_{\infty} = 0$ 电荷无限分布选 $U_{有限处} = 0$

2. 叠加法

思路: $\mathrm{d}q \to \mathrm{d}U \to U = \int \mathrm{d}U$ $\quad U = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$



$$U_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$U_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\Delta U = U_+ - U_-$$

等势面

- 在等势面上移动电荷时，电场力不作功；
- 除电场强度为零处外，电场线与等势面正交。
- 电场线的方向指向电势降落的方向。

静电场中的导体

静电平衡条件：

a）用电场表示

- 导体内部任一点的电场强度为零；
- 导体表面处的电场强度，与导体的表面垂直。

b）用电势表示：

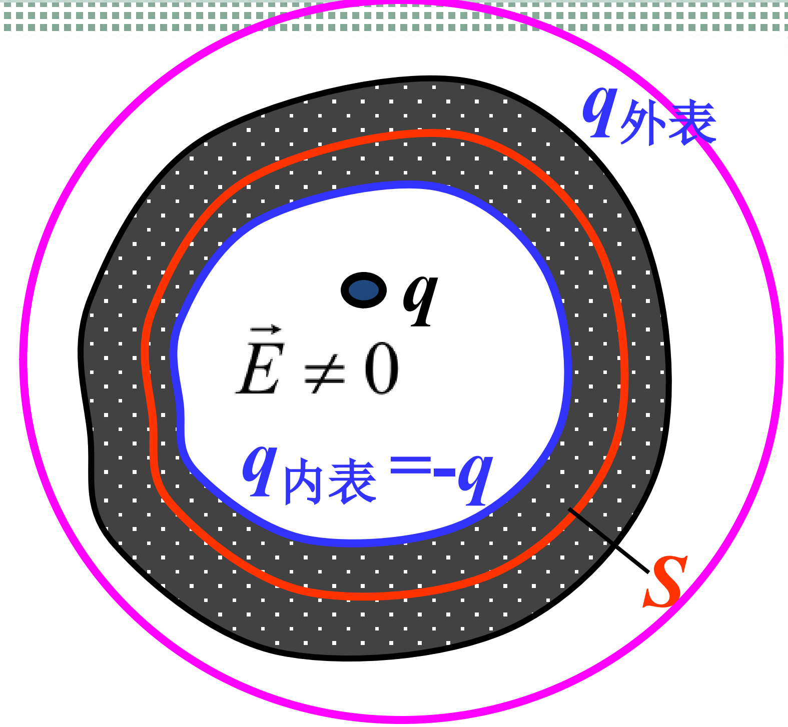
- 导体是个等势体；
- 导体表面是等势面。

静电平衡时导体上电荷的分布

1、实心导体

- 导体内部的电场强度为零
- 导体所带的电荷只能分布在导体的表面上，导体内部没有净电荷。

2、空腔导体

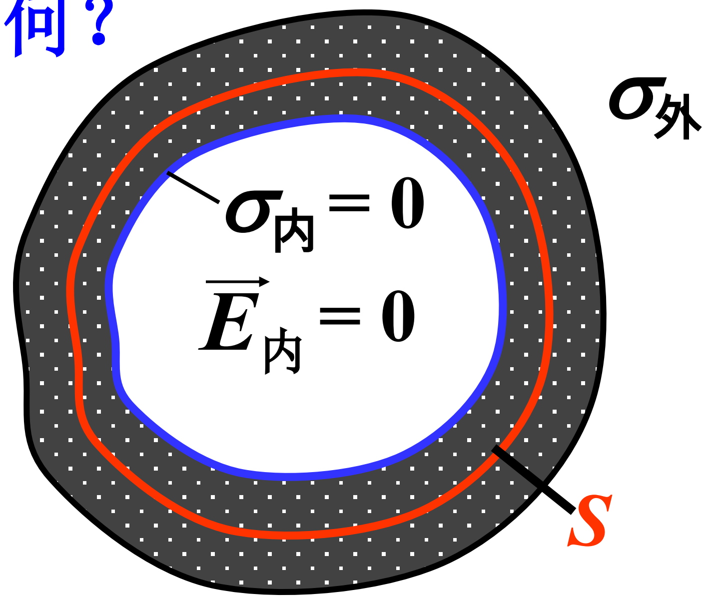


情况1、空腔内有电荷$+q$

空腔的内表面有感应电荷$-q$，
空腔的外表面有感应电荷$+q$

问题：空腔导体带电Q，情况如何？

情况2、空腔内无电荷



空腔的内表面没有电荷，电荷只能分布在空腔的外表面。

3、导体表面附近的电场

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

有电介质时的高斯定理

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

电容 电容器

孤立导体的电容 $C=\dfrac{Q}{U}$

电容器 $C=\dfrac{Q}{U_{AB}}=\dfrac{Q}{U_A-U_B}$

三种电容器电容

平行板电容器 $C=\dfrac{q}{U_{AB}}=\dfrac{\varepsilon_0 s}{d}$

球形板电容器 $C=\dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1R_2}{R_2-R_1}$

柱形板电容器 $C=\dfrac{q}{U_{12}}=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$

电容器并联　电势差相等　$C = C_1 + C_2$

电容器串联　**电量相等**　$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

电容器的储能　$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

电场的能量密度　$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$