2012 级本科班概率统计期末试卷

一、选择题和填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1．一口袋装有 6 只球（4 只白球、2 只红球），从袋中取球两次，每次随机地取一只，令 A 表示有放回抽样时第二次抽到白球，B 表示不放回抽样时第二次抽到白球，则下列结论正确的是_______

（A）$P(A) > P(B)$　　（B）$P(A) < P(B)$　　（C）$P(A) = P(B)$

2．设 A，B 互不相容，且 $P(A)P(B) > 0$，则下列结论正确的是_______

（A）$P(A|B) = P(A)$　　（B）$P(AB) = P(A)P(B)$

（C）$P(B|A) > 0$　　（D）$P(A|B) = 0$

3．设有四张卡片分别标以数字 1,2,3,4. 今任取一张，设事件 A 表示取到 1 或 2，事件 B 表示取到 1 或 3，事件 C 表示取到 1 或 4，则下列结论不正确的是______

（A）$P(AB) = P(A)P(B)$　　（B）$P(AC) = P(A)P(C)$

（C）$P(BC) = P(B)P(C)$　　（D）$P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$

4．设二维随机变量（X，Y）的联合分布函数为

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则下列结论不正确的是______

（A）$F_X(x)F_Y(y) \neq F(x,y)$　　（B）$F_X(x)F_Y(y) = F(x,y)$

（C）$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$　　（D）$F_Y(y) = \begin{cases} 1 - e^{-y}, & y \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

5．设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的一组样本，则下列结论不正确的是______

（A）$\bar{X}$ 是 λ 的无偏估计　　（B）$\bar{X} + S^2$ 是 λ 的无偏估计

（C）S^2 是 λ 的无偏估计　　（D）$\frac{1}{2}(\bar{X} + S^2)$ 是 λ 的无偏估计

6．设(X, Y)的分布函数为 $F(x,y) = \frac{1}{\pi^2}(B + \arctan\frac{x}{2})(C + \arctan\frac{y}{3})$，则 $(B,C) =$ ____

7．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，$X \sim B(1,p)$，则 $X_1 + X_2 + \cdots + X_n \sim$ ____

8．设 $X \sim N(0,1),\quad Y \sim N(0,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 的概率密度函数 $f_Z(z) = \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

____

9．设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，σ^2 已知而 μ 未知，$X_1, X_2, \ldots, X_{16}$ 为一组样本，又 $\Phi(x)$ 表

示标准正态分布的分布函数，且 $\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为____________

10．设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为 0.5，若第一次落下未打破，第二次落下打破的概率为 0.7，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为 0.9，以 B 表示事件“透镜落下三次未打破”，则 P(B)=__________

二、解答下列各题（每小题 10 分，共 40 分）

1．设某工厂有甲、乙、丙三个车间，生产同一种产品，每个车间的产量分别占总产量的 25%、35%、40%，次品率分别为 5%、4%、2%，如果从全厂产品中任取一件，取得次品记为事件 B，产品为甲、乙、丙车间生产分别记为 A_1, A_2, A_3，求 $P(B)$ 和 $P(A_1 \mid B)$

2．一整数 X 随机地在 1,2,3,4 四个数中取一个值，另一整数 Y 随机地在 $1 \sim X$ 中取一个值，写出（X，Y）的联合分布律、$X+Y$ 的分布律和 EX.

3．设随机变量 X 的分布密度函数为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}} & |x|<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求（1）系数 A,（2）分布函数 $F(x)$,（3）方差 $D(X)$

4．设电流 I 是一个随机变量，它均匀分布在 9 安~11 安之间，若此电流通过 2 欧的电阻，在其上消耗的功率 $W=2I^2$，求 W 的分布密度 $f_W(y)$

三、解答下列各题（每小题 10 分，共 30 分）

1．设二维随机变量（X，Y）的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 1 & 0\le x\le 1, |y|\le x \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求（1）边缘分布密度 $f_X(x), f_Y(y)$；（2）X 与 Y 是否独立，为什么？

2．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为总体 X 的一个样本，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为样本观察值，总体 X 的分布密度 $f(x)=\begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$，求参数 λ 的矩估计和极大似然估计.

3.从某厂生产的一批电子元件中抽取 6 个，测得电阻的样本均值和方差分别为 $\bar{x}=14.067,\ s^2=0.097$，设这批元件的电阻 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，问这批元件的电阻的方差是否为 0.04？取水平 $\alpha=0.05$

附表：$\chi^2_{0.025}(5)=12.833,\ \chi^2_{0.975}(5)=0.831,\ \chi^2_{0.025}(6)=14.449,\ \chi^2_{0.975}(6)=1.237$