离散数学 II
Discrete Mathematics Ⅱ

封筠

fengjun@stdu.edu.cn

20-09

第二篇　　集合论

集合论已渗透到概率论、信息论、排队论等现代数学各个领域，是现代各科数学的基础。对于从事计算机科学工作的人们来说，集合论是必不可少的基础知识。例如集合理论在开关理论、数据结构、有限状态机、形式语言等有广泛应用。关系理论在逻辑设计、编译程序设计、数据库原理中也都有重要应用。

本篇从集合的直观概念出发，介绍了集合论中的一些基本概念和基本理论，其中包括集合、关系、函数等。

第三章 集合与关系

本章主要讲授集合论的基本知识，包括集合运算、序偶与笛卡尔积、关系及其性质、复合关系与逆关系、闭包运算、集合划分与覆盖、关系的运算、特殊关系(包括等价关系、相容关系、序关系)等。

重点：集合的运算、关系及其表示、关系的性质、关系的闭包、等价关系、偏序关系。

难点：关系的性质、等价关系、偏序关系的证明。

学习《集合与关系》这章的要求

一、学习目的与要求

本章目的是介绍集合的基本概念，讲授集合运算的基本理论，关系的定义与运算。通过本章的学习，使学生了解集合是数学的基本语言，掌握主要的集合运算方法和关系运算方法，为学习后续章节打下良好基础。

二、知识点

1．集合的基本概念与表示方法；

2．集合的运算；

3．序偶与笛卡尔积；

4．关系及其表示、关系矩阵、关系图；

5．关系的性质，复合关系、逆关系；

6．关系的闭包运算；

7．集合的划分与覆盖、等价关系与等价类；相容关系；

8．序关系、偏序集、哈斯图。

三、要求

1．识记

集合的层次关系、集合与其元素间的关系，自反关系、对称关系、传递关系的识别，复合关系、逆关系的识别。

2．领会

领会下列概念：两个集合相等的概念证明方法，关系的闭包运算，关系等价性证明。

第三章 学时安排（16学时，共8讲）

学时	教学内容
2	3-1 集合的概念和表示法 3-2 集合的运算及其性质
2	3-4 序偶和笛卡尔积 3-5 关系及其表示
2	3-6 关系的性质 3-7 复合关系和逆关系
2	3-8 关系的闭包运算 3-9 集合的划分与覆盖
2	3-10 等价关系与等价类
2	3-11 相容关系
2	3-12 序关系
2	习题课

3-1 集合的概念和表示法

要求：

1、掌握如下概念：

集合、有限集、无限集、集合相等

2、掌握集合之间的关系(相等、包含、真包含)

3、会证明两个集合相等，求集合的幂集。

一、集合的基本概念

集合是一些确定的、作为整体识别的、互相区别的对象的总体。

组成集合的对象称为集合的**成员**（**member**）或**元素**（**elements**）。

一般用大写字母表示集合，用小写字母表示元素。例如A表示一个集合，a表示元素，如果a是A的元素，记为：$a \in A$，读作“a属于A”、“a是A的元素”、“a是A的成员”、“a在A之中”、“A 包含a”。如果a不是A的元素，记为：$a \notin A$，读作“a不属于A”、

集合的特征：

- 互异性　$\{1,2,3,2,4\}=\{1,2,3,4\}$
- 无序性　$\{4,2,1,3\}=\{1,2,3,4\}$

元素和集合之间的关系：

属于（$\in$）或 不属于（$\notin$

思考：4, {4}, {{4}}呢？

如：对于$A=\{1,\{2,3\},\{\{4\}\}\}$，

$1 \in A$, $\{2,3\} \in A$, $3 \notin A$.

空集和只含有有限多个元素的集合称为**有限集**（**finite sets**），否则称为**无限集**（**infinite sets**）。

有限集合中元素的个数称为集合的**基数**（**cardinality**）

集合**A**的基数表示为 **|A|**。

二、集合的表示方式有三种：

（1）列举法

将集合的元素列举出来。

（2）描述法

利用一项规则（一个谓词公式），描述集合中的元素的共同性质，以便决定某一物体是否属于该集合。

（3）归纳法

用递归方法定义集合。

1、列举法

例：A={a，b，c，d}，

A1={1，3，5，7，9，……}

使用列举法，须列出足够多的元素以反映集合中成员的特征。

如：B={2，4，8，……}

若$x=2^n$，则

B={2，4，8，16，32，……}

若x=2+n(n-1)，则

B={2，4，8，14，22，……}

2、描述法（叙述法）

$A=\{x \mid P(x)\}$或$A=\{x：P(x)\}$

例：　$C=\{x \mid 1\le x\le 5，x\in R\}$，

$D=\{(x，y) \mid x^2+y^2\le 1，x，y\in R\}$

$F=\{x \mid x$是中国的一个省$\}$

说明：

描述法中$C=\{x \mid 1\le x\le 5，x\in R\}$与

$C=\{y \mid 1\le y\le 5，x\in R\}$表示同一个集合。

三、集合的关系

1、集合相等

外延性公理：两个集合是相等的，当且仅当它们有相同的元素。即对任意集合A、B,

$$A=B \Leftrightarrow \forall x(x\in A \leftrightarrow x\in B)$$

两个集合A和B相等，记作A=B，两个集合不相等，记作$A\neq B$。

$\{0，1\}=\{x|x(x^2-2x+1)=0，x \in I\}$

$\{0，1\}\neq\{1，2\}$

2、包含关系

定义3-1.1 设A、B是任意两个集合，如果A的每一个元素都是B的元素，则称集合A是集合B的**子集合**（或**子集**，***subsets***），或称A包含在B内，记为$A \subseteq B$；或称B包含A，记为$B \supseteq A$。

即 $$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$$

设A，B，C为任意集合，根据定义，显然有：

包含关系具有**自反性**：$A \subseteq A$

包含关系具有**传递性**：若$A \subseteq B$且$B \subseteq C$，则$A \subseteq C$。

注：可能$A\subseteq B$或$B\subseteq A$，也可能两者均不成立，不是两者必居其一。

例：A={1，2，3}，B={1，2}，C={1，3}，

D={3}，F={1，4}，

则$B\subseteq A$，$C\subseteq A$，$D\subseteq C$，$F\not\subseteq A$

若A不被B包含，则记作$A\not\subseteq B$。

即 $A\not\subseteq B \Leftrightarrow (\exists x)\ (x\in A \wedge x\notin B)$

定理3-1.1 集合A和集合B相等的充要条件是这两个集合互为子集。

证明：设任意两集合相等，则根据定义，有相同的元素。故$(\forall x)(x\in A\rightarrow x\in B)$为真，且

$(\forall x)(x\in B\rightarrow x\in A)$为真，即$A\subseteq B$且$B\subseteq A$。

反之，若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，假设$A\neq B$，则A与B的元素不完全相同，设有某一元素$x\in A$

但$x\notin B$，这与$A\subseteq B$条件相矛盾；或有某一元素$x\in B$但$x\notin A$，这与$B\subseteq A$条件相矛盾。

故A与B的元素必须相同，即$A=B$。

$$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$$

$$A \neq B \Leftrightarrow (\exists x)(x\in A \wedge x\notin B)$$

3、真包含

设 A 和 B 是两个集合，如果 A 的每一个元素都属于 B，但 B 中至少有一个元素不属于 A，则称 A 为 B 的真子集。记作 $A \subset B$，或 $B \supset A$。

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \to x \in B) \wedge (\exists x)(x \in B \wedge x \notin A)。$$

$$A \subset B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{且} A \neq B。$$

例：$A = \{1,2,3\}, B = \{1,2\}$，则 $B \subset A$。

四、特殊的集合

1、空集

定义3-1.3：不含任何元素的集合称为空集，记作$\varnothing$。

$\varnothing=\{x|P(x)\wedge\neg P(x)\}$，$P(x)$为任意谓词

例如：$X=\{x|x^2+1=0，x\in R\}$是空集。

注意：$\varnothing\in\{\varnothing\}$，$\varnothing\neq\{\varnothing\}$

定理3-1.2：对于任意一个集合A，$\varnothing \subseteq A$。

证明：反证法，假设存在一个集合A，使得$\varnothing \subseteq A$为假。则存在$x \in \varnothing$且$x \notin A$，这与空集的定义矛盾，所以$\varnothing \subseteq A$，空集是任意集合的子集。

推论：空集是唯一的。

证明：设$\varnothing_1$，$\varnothing_2$是两个空集，则$\varnothing_1 \subseteq \varnothing_2$，$\varnothing_2 \subseteq \varnothing_1$，得$\varnothing_1 = \varnothing_2$，所以空集是唯一的。

A与∅是A的平凡子集。

2、全集

定义3-1.4：在一定范围内，如果所有集合均是某一集合的子集，则称该集合为全集。记作E。

$$E=\{x \mid P(x)\vee\neg P(x)\}$$

$E=(\forall x)(x\in A\rightarrow x\in E)$　　A为任意一集合

全集的概念相当于论域。

3、幂集

定义3-1.5：给定集合A，由A的所有子集为元素组成的集合称为A的**幂集**，记作$\wp(A)$或2^A。

$$\wp(A)=\{u|u\subseteq A\}$$

例1：设A={1，2，3}，写出A的幂集$\wp(A)$。

解：$\wp(A)=\{\varnothing，\{1\}，\{2\}，\{3\}，\{1，2\}，\{1，3\}，\{2，3\}，\{1，2，3\}\}$

任给一个n元集，共有几个子集？

它的0元子集的个数为：C_n^0, 即φ；

它的1元子集的个数为：C_n^1,即单元集；

它的2元子集的个数为：C_n^2；

……

它的n元子集的个数为：C_n^n.

显然：任一n元集A的子集总数为：

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 \ldots + C_n^n = 2^n$$

定理3-1.3：如果有限集A有n个元素，其幂集$\wp(A)$有2^n个元素。

即若$|A|=n$，则$|\wp(A)| = 2^n$。

例2：$A=\{a, \varnothing\}$，判断下列结论是否正确。

（1）$\varnothing \in A$，（2）$\varnothing \subseteq A$，（3）$\{\varnothing\} \subseteq A$

（4）$\{\varnothing\} \in A$，（5）$a \in A$，（6）$a \subseteq A$，

（7）$\{a\} \in A$，（8）$\{a\} \subseteq A$，

结论（1）、（2）、（3）、（5）、（8）正确。

例3：计算以下幂集。

（1） $\wp(\emptyset)=\{\emptyset\}$

（2） $\wp(\{\emptyset\})=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

（3） $\wp(\{\emptyset, \{\emptyset\}\})$

$=\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

（4） $\wp(\{1, \{2, 3\}\})$

$=\{\emptyset, \{1\}, \{\{2, 3\}\}, \{1, \{2, 3\}\}\}$

对幂集的编码：

用于唯一地表示有限集幂集的元素。

一般地，$\wp(S)=\{S_0, S_1, \ldots, S_{2^n-1}\}$，即

$\wp(S)=\{S_i \mid i \in J\}$,

$J=\{i \mid i$是二进制且 $000\ldots0 <= i <= 111\ldots1\}$

例如，$S=\{a,b,c\}$

$S_3=S_{011}=\{b,c\}$, $S_6=S_{110}=\{a,b\}$

$\wp(S)=\{S_0, S_1, \ldots, S_7\}$

幂集基本性质：

（1） 若$B \subseteq C$，则$\wp(B) \subseteq \wp(C)$

（2） $\wp(A \cap B) = \wp(A) \cap \wp(B)$

（3） $\wp(A) \cup \wp(B) \subseteq \wp(A \cup B)$

仅当$A \subseteq B$或 $B \subseteq A$时等式成立

（4）若$\wp(A) = \wp(B)$，则$A=B$

例4：假定$x \in B$, $y \in B$，证明

$$\{\{x\}, \{x, y\}\} \in \wp(\wp(B))。$$

证明

由$x \in B$, $y \in B$，得$\{x\} \in \wp(B)$,

$$\{x, y\} \in \wp(B),$$

故$\{\{x\},\{x,y\}\} \subseteq \wp(B)$,

所以$\{\{x\},\{x,y\}\} \in \wp(\wp(B))$。

3-2 集合的运算及其性质

要求：

1、掌握如下概念：

交集、并集、补集、绝对补、对称差

2、熟练掌握集合运算定律，会使用运算定律证明两个集合相等。

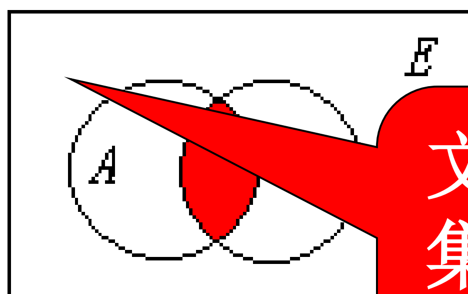
一、集合的运算

1、交

定义3-2.1：设任意两个集合A和B，由A和B的所有共同元素组成的集合，称为A和B的**交集**，记为$A\cap B$。

$$A\cap B=\{x \mid x\in A\wedge x\in B\}$$

文氏图



文氏图是用来描述集合关系与运算的很好的工具

例1：A={0，2，4，6，8，10，12}，

B={1，2，3，4，5，6}，A∩B={2，4，6}

例2：设A是平面上所有矩形的集合，B是平面上所有菱形的集合，A∩B是所有正方形的集合。

例3：设A是所有能被K整除的整数的集合，B是所有能被L整除的整数的集合，A∩B是所有能被K与L最小公倍数整除的整数的集合。

交运算性质：

1) $A \cap A = A$ 幂等律

2) $A \cap \varnothing = \varnothing$ 零律

3) $A \cap E = A$ 同一律

4) $A \cap B = B \cap A$ 交换律

5) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 结合律

6) $A \cap B \subseteq A$，$A \cap B \subseteq B$

证明：（5）

$$(A\cap B)\cap C=\{x\mid (x\in A\cap B)\wedge (x\in C)\}$$

$$A\cap (B\cap C)=\{x\mid (x\in A)\wedge (x\in B\cap C)\}$$

$$(x\in A\cap B)\wedge (x\in C)\Leftrightarrow (x\in A\wedge x\in B)\wedge (x\in C)$$

$$\Leftrightarrow (x\in A)\wedge (x\in B\wedge x\in C)\Leftrightarrow (x\in A)\wedge x\in (B\cap C)$$

因此$(A\cap B)\cap C=A\cap (B\cap C)$

例题1：设$A \subseteq B$，求证$A \cap C \subseteq B \cap C$。

证明：对任一$x \in A \cap C$，则$x \in A$且$x \in C$，

因为有若$x \in A$，则$x \in B$，

所以$x \in B$且$x \in C$，故$x \in B \cap C$。

因此$A \cap C \subseteq B \cap C$。

若$A \cap B = \varnothing$，称为A与B不相交。

因为集合交的运算满足结合律，故n个集合A_1，A_2，…，A_n的交可记为：

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

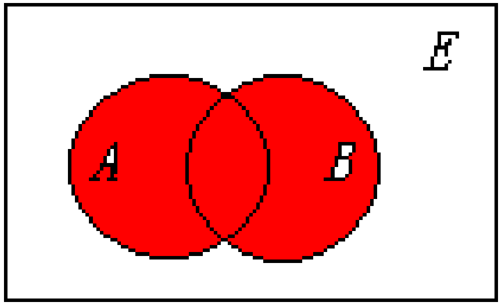
例：$A_1 = \{1,2,8\}, A_2 = \{2,8\}, A_3 = \{4,8\}, \bigcap_{i=1}^{3} A_i = \{8\}$

2、并

定义3-2.2：设任意两个集合A和B，所有属于A或属于B的元素组成的集合，称为A和B的并集，记作A∪B。

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

文氏图



例1：A={1，2，3，4}，B={2，4，5}，

$A \cup B=\{1，2，3，4，5\}$

例2：设A是奇数集合，B是偶数集合，

$A \cup B$是整数集合，$A \cap B=\varnothing$。

并运算性质：

1) $A \cup A = A$ 幂等律

2) $A \cup E = E$ 零律

3) $A \cup \varnothing = A$ 同一律

4) $A \cup B = B \cup A$ 交换律

5) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ 结合律

6) $A \subseteq A \cup B$，$B \subseteq A \cup B$

例题2：设$A \subseteq B$，$C \subseteq D$，求证$A \cup C \subseteq B \cup D$。

证明：对任一$x \in A \cup C$，

则$x \in A$或$x \in C$，

若$x \in A$，则$x \in B$，故$x \in B \cup D$；

若$x \in C$，则$x \in D$，故$x \in B \cup D$。

因此$A \cup C \subseteq B \cup D$。

定理3-2.1 设A，B，C为三个集合，则下列分配律成立。

a) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

b) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

证明：

a)设$S= A\cap(B\cup C)$，$T= (A\cap B)\cup(A\cap C)$，若$x \in S$，则$x \in A$且

$x \in B\cup C$，即$x \in A$且 $x \in B$或 $x \in A$且 $x \in C$，

$x \in A\cap B$或$x \in A\cap C$即$x \in T$，所以$S \subseteq T$。

反之，若$x \in T$，则$x \in A\cap B$或$x \in A\cap C$， $x \in A$且 $x \in B$或 $x \in A$且 $x \in C$，即$x \in A$且$x \in B\cup C$，于是$x \in S$，所以$T\subseteq S$。

因此，$S=T$。

b)证明完全与a)类似。

定理3-2.2 设A，B为任意两个集合，则下列**吸收律**成立。

a) $A \cup (A \cap B) = A$

b) $A \cap (A \cup B) = A$

证明：

a) $A \cup (A \cap B) = (A \cap E) \cup (A \cap B)$

$= A \cap (E \cup B) = A \cap E = A$

b) $A \cap (A \cup B) = (A \cup A) \cap (A \cup B)$

$= A \cup (A \cap B) = A$

定理3-2.3 $A \subseteq B$，当且仅当$A \cup B=B$或$A \cap B=A$。

证明：若$A \subseteq B$，对任意$x \in A$必有$x \in B$，对任意$x \in A \cup B$，则$x \in A$或$x \in B$，即$x \in B$，所以$A \cup B \subseteq B$。又$B \subseteq A \cup B$，因此得到$A \cup B=B$。

反之，若$A \cup B=B$，因为$A \subseteq A \cup B$，所以$A \subseteq B$。

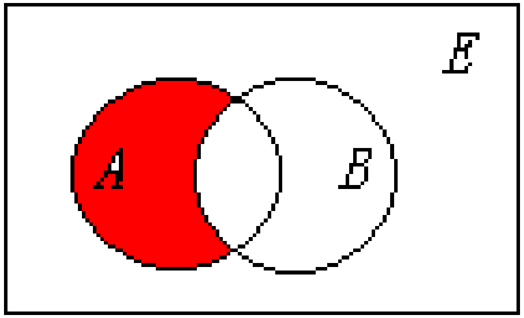
同理可证得$A \cap B=A$

3、差集、补集

定义3-2.3：设A、B是任意两个集合，所有属于A而不属于B的元素组成的集合称为B对A的补集，或相对补，(或A和B差集)记作A-B。

$$A-B=\{x \mid x\in A \wedge x\notin B\}$$

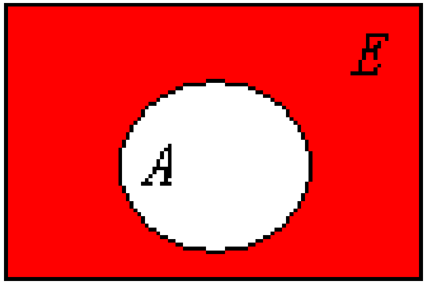
文氏图



定义3-2.4：设E为全集，任一集合A关于E的补，称为A的绝对补，记作~A。

$$\sim A=E-A=\{x \mid x\in E\wedge x\notin A\}$$

文氏图



补运算性质：

1) $\sim(\sim A)=A$　　双重否定

2) $\sim E=\varnothing$

3) $\sim\varnothing=E$

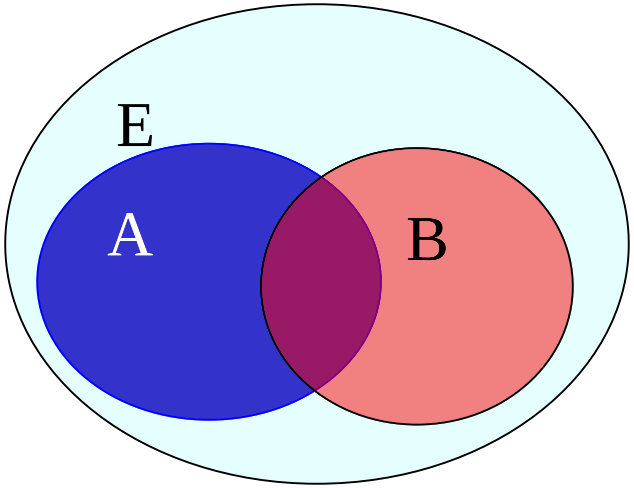
4) $A\cup\sim A=E$　　排中律

5) $A\cap\sim A=\varnothing$　　矛盾律

定理3-2.4 设A，B为任意两个集合，则下列关系式成立。 **德. 摩根律**

a) $\sim(A\cup B)=\sim A\cap\sim B$

b) $\sim(A\cap B)=\sim A\cup\sim B$



证明：对于$\forall x$,

$x \in \sim(A\cup B)$

$\Leftrightarrow x \notin (A\cup B)$

$\Leftrightarrow x \notin A \wedge x \notin B$

$\Leftrightarrow x \in \sim A \wedge x \in \sim B$

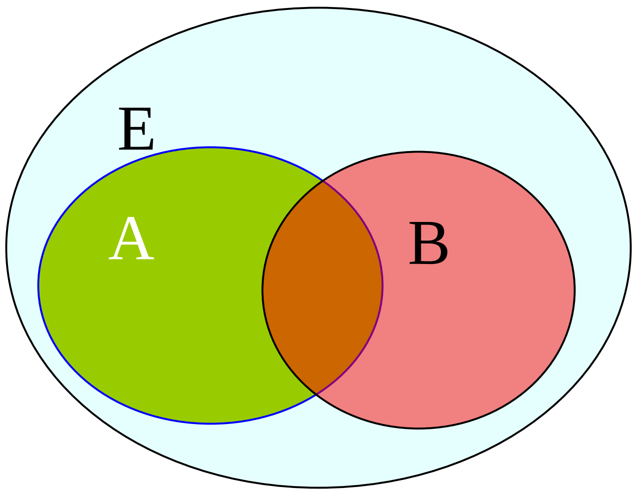
$\therefore \sim(A\cup B)= \sim A\cap\sim B$

同理可证 $\sim(A\cap B)= \sim A\cup\sim B$

定理3-2.5 设A，B为任意两个集合，则下列关系式成立。

a) $A-B=A\cap\sim B$

b) $A-B=A-(A\cap B)$



证明： 对于$\forall x$

$$x \in A-B$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

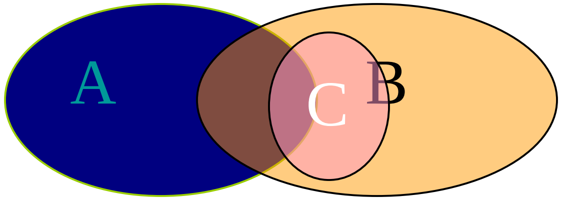
$$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in \sim B$$

$\therefore A-B = A \cap \sim B$

注意： 此公式提供了一种将相对补运算转换为交运算的重要方法！

定理3-2.6 设A，B，C为三个集合，则

$$A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$$



证明: $(A\cap B)-(A\cap C)$

$= (A\cap B)\cap\sim(A\cap C)$

$= (A\cap B)\cap(\sim A\cup\sim C)$

$= ((A\cap B)\cap\sim A)\cup((A\cap B)\cap\sim C)$

$= (A\cap B\cap\sim A)\cup(A\cap B\cap\sim C)$

$= ((A\cap\sim A)\cap B)\cup(A\cap(B\cap\sim C))$

$= (\varphi\cap B)\cup(A\cap(B-C))$

$= \varphi\cup(A\cap(B-C))$

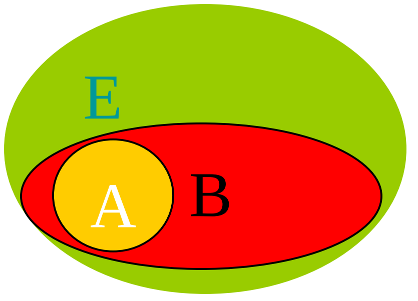
$= A\cap(B-C)$

$\therefore A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$

定理3-2.7 设A，B为任意两个集合，若$A\subseteq B$，

则 a) $\sim B\subseteq\sim A$

b) $(B-A)\cup A=B$



证明:

a) 对于$\forall x\in\sim B$，则$x\notin B$，

由于$A\subseteq B$则$x\notin A$，则$x\in\sim A$

b) $(B-A)\cup A=(B\cap\sim A)\cup A$

$=(B\cup A)\cap(\sim A\cup A)$

$=(B\cup A)\cap E$

$=B\cup A$

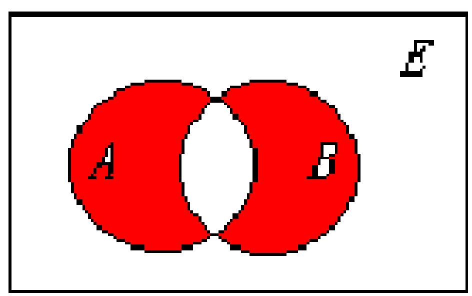
$=B$

4、对称差

定义3-2.5：设A、B是任意两个集合，集合A和B的对称差（异或），其元素或属于A，或属于B，但不能既属于A又属于B，记作$A \oplus B$。

$$A \oplus B=(A-B) \cup (B-A)=\{x \mid x \in A \ \overline{\vee}\ x \in B\}$$

文氏图



对称差性质：

1) $A\oplus B=B\oplus A$ 交换律

2) $A\oplus\varnothing=A$

3) $A\oplus A=\varnothing$

4) $A\oplus B=(A\cap{\sim}B)\cup({\sim}A\cap B)$

5) $(A\oplus B)\oplus C=A\oplus(B\oplus C)$ 结合律

本节证明的三种思路：

(1) 基本法：设 A_1、A_2 为集合公式，欲证 $A_1=A_2$，只须证 $A_1 \subseteq A_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$ 为真。

也即证 $\forall x \in A_1 \Rightarrow x \in A_2$

和 $\forall x \in A_2 \Rightarrow x \in A_1$

用逻辑等价式给出

(2) 公式法：利用已知的定理/恒等式代入。

(3) 图解法：利用文氏图对给定命题进行说明，一般仅作直观说明，不做严谨证明。

例3 证明 $A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$.

证明: 对于 $\forall x\in A-(B\cup C)$

$$
\begin{aligned}
& x \in A-(B\cup C) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A \wedge x \notin (B\cup C) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A \wedge \neg(x\in B \vee x\in C) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A \wedge (\neg(x\in B) \wedge \neg(x\in C)) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C \\
\Leftrightarrow\ & (x \in A \wedge x \notin B) \wedge (x \in A \wedge x \notin C) \\
\Leftrightarrow\ & x \in A-B \wedge x \in A-C \\
\Leftrightarrow\ & x \in (A-B)\cap(A-C)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$

练习1： 证明$A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$.

证明: 对于$\forall x \in A-(B\cap C)$

$$x \in A-(B\cap C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin (B\cap C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge \neg(x\in B \wedge x\in C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (\neg x\in B \vee \neg x\in C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \notin B \vee x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C)$$

$$\Leftrightarrow x \in A-B \vee x \in A-C$$

$$\Leftrightarrow x \in (A-B) \cup (A-C)$$

$$\therefore A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$$

练习2： 证明$(A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$.

证明：对于$\forall x\in(A\cup B)-C$

$x\in(A\cup B)-C$

$\Leftrightarrow x\in(A\cup B)\wedge x\notin C$

$\Leftrightarrow (x\in A\vee x\in B)\wedge x\notin C$

$\Leftrightarrow (x\in A\wedge x\notin C)\vee(x\in B\wedge x\notin C)$

$\Leftrightarrow x\in A-C\vee x\in B-C$

$\Leftrightarrow x\in(A-C)\cup(B-C)$

$\therefore (A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$

练习3： 证明$A \subseteq B \Leftrightarrow \wp(A) \subseteq \wp(B)$.

证明: 先证"$\Rightarrow$"，对于$\forall x$

$x \in \wp(A) \Rightarrow x \subseteq A \Rightarrow x \subseteq B \Rightarrow x \in \wp(B)$

$\therefore \wp(A) \subseteq \wp(B)$

$\because A \subseteq B$

再证"$\Leftarrow$"，对于$\forall x$

$\because \wp(A) \subseteq \wp(B)$

$x \in A \Rightarrow \{x\} \subseteq A \Rightarrow \{x\} \in \wp(A) \Rightarrow \{x\} \in \wp(B)$

$\Rightarrow \{x\} \subseteq B \Rightarrow x \in B$

$\therefore A \subseteq B$

作业

86页（6）

95页（4）、（6）、（11）a

The End