

平衡二叉树（AVL树 – 红黑树）

王红元 coderwhy

目录

content



1 平衡的二叉搜索树

2 AVL树介绍和特性

3 AVL树节点的封装

4 AVL左旋转右旋转

5 不同情况旋转代码

6 AVL插入时的调整

目录

content



1 AVL删除时的调整

2 AVL再平衡的优化

3 红黑树介绍和特性

4 红黑树的相对平衡

5 红黑树的代码思路

6 红黑树的性能分析

平衡树 (Balanced Tree)

■ 平衡树 (Balanced Tree) 是一种特殊的二叉搜索树：

- 其目的是通过一些特殊的技巧来维护树的高度平衡；
- 从而保证树的搜索、插入、删除等操作的时间复杂度都较低；

■ 为什么需要平衡树呢？

- 如果一棵树退化成链状结构，那么搜索、插入、删除等操作的时间复杂度就会达到最坏情况，即 $O(n)$ ，因此不能满足要求。
- 平衡树通过不断调整树的结构，使得树的高度尽量平衡，从而保证搜索、插入、删除等操作的时间复杂度都较低，通常为 $O(\log n)$ 。
- 因此，如果我们需要高效地处理大量的数据，那么平衡树就显得非常重要了。

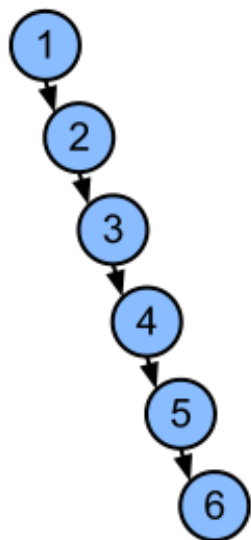
■ 平衡树的应用非常广泛，如索引、内存管理、图形学等领域均有广泛使用。

平衡树 (Balanced Tree)

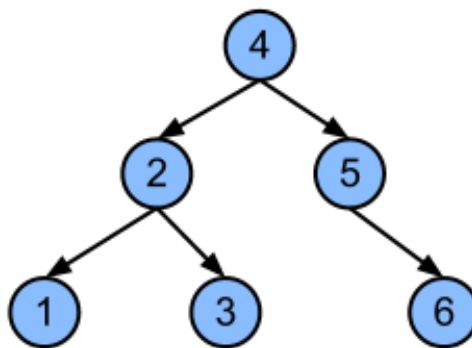
- 比如我们连续的插入1、2、3、4、5、6的数字，那么前面的二叉搜索树最终形成的结构如下

Balanced binary tree

Non-balanced



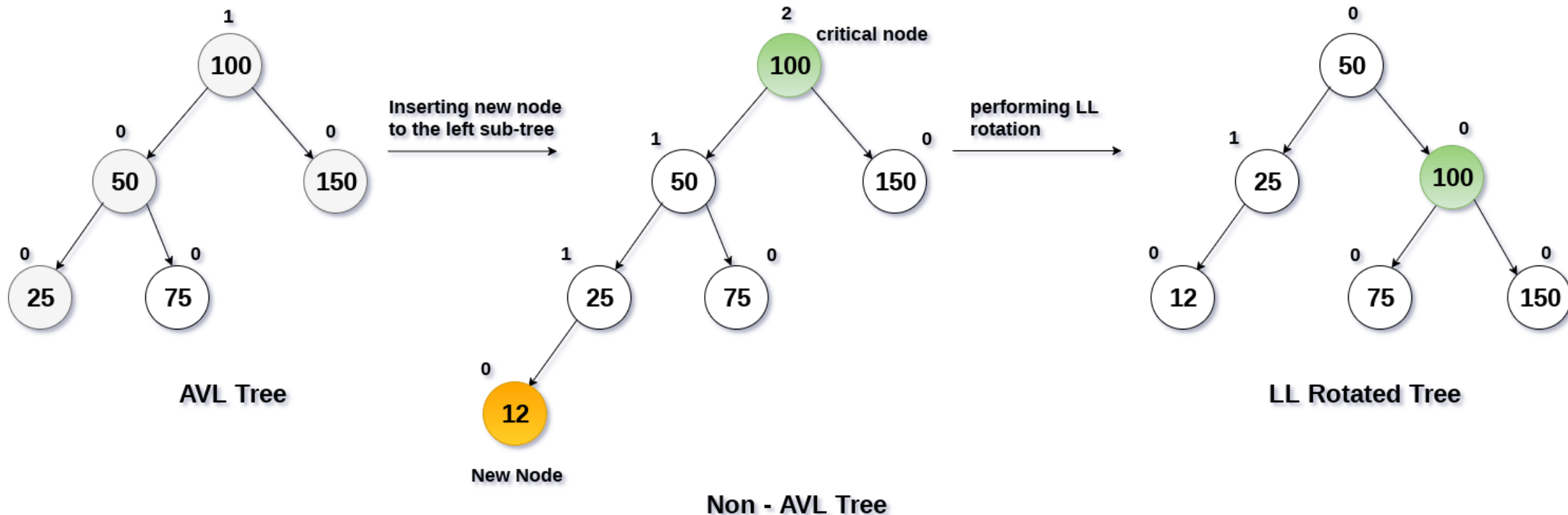
Balanced



- 事实上不只是添加会导致树的不平衡，删除元素也可能导致树的不平衡。

如何让树可以更加平衡呢？

- 方式一：限制插入、删除的节点（比如在树特性的状态下，不允许插入或者删除某些节点，不现实）
- 方式二：在随机插入或者删除元素后，通过某种方式观察树是否平衡，如果不平衡通过特定的方式（比如旋转），让树保持平衡。



常见的平衡二叉搜索树

■ 常见的平衡二叉搜索树有哪些呢？

- **AVL树**：这是一种最早的平衡二叉搜索树，在1962年由G.M. Adelson-Velsky和E.M. Landis发明。
- **红黑树**：这是一种比较流行的平衡二叉搜索树，由R. Bayer在1972年发明。
- **Splay树**：这是一种动态平衡二叉搜索树，通过旋转操作对树进行平衡。
- **Treap**：这是一种随机化的平衡二叉搜索树，是**二叉搜索树**和**堆**的结合。
- **B-树**：这是一种适用于磁盘或其他外存存储设备的多路平衡查找树。

■ 这些平衡二叉搜索树都用于保证搜索树的平衡，从而在插入、删除、查找操作时保证了较低的时间复杂度。

■ 红黑树和AVL树是应用最广泛的平衡二叉搜索树：

- **红黑树**：红黑树被广泛应用于实现诸如操作系统内核、数据库、编译器等软件中的数据结构，其原因在于它在插入、删除、查找操作时都具有较低的时间复杂度。
- **AVL树**：AVL树被用于实现各种需要**高效查询的数据结构**，如计算机图形学、数学计算和计算机科学研究中的一些特定算法。

AVL树

■ AVL树 (Adelson-Velsky and Landis Tree) 是由G.M. Adelson-Velsky和E.M. Landis在1962年发明的

- 它是一种自 (Self) 平衡二叉搜索树。
- 它是二叉搜索树的一个变体，在保证二叉搜索树性质的同时，通过旋转操作保证树的平衡。

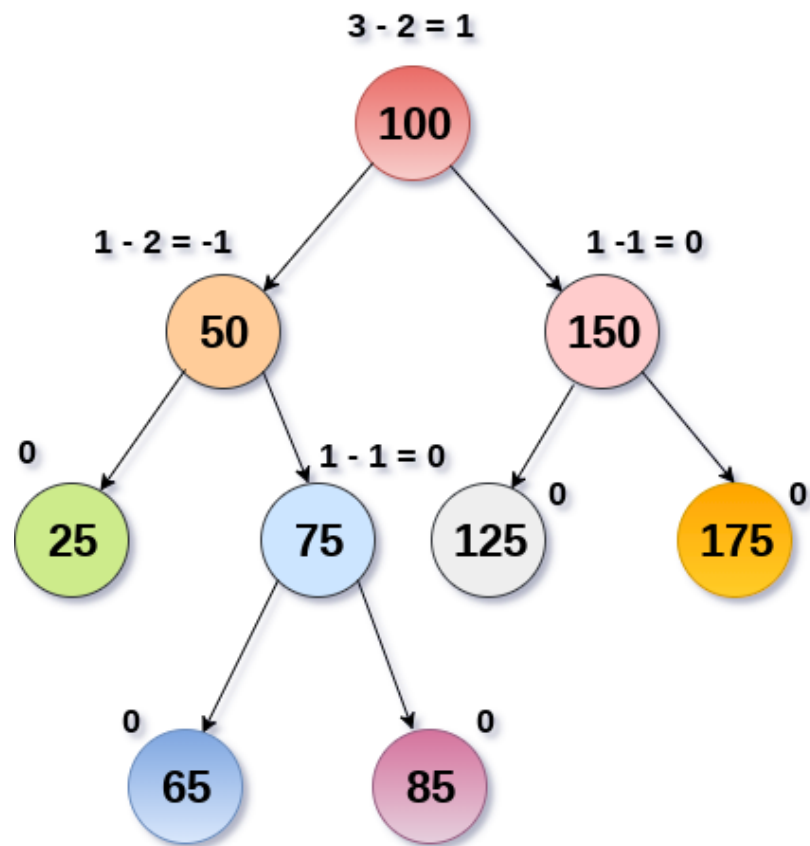
■ 在AVL树中，每个节点都有一个权值，该权值代表了以该节点为根节点的子树的高度差。

- 在AVL树中，任意节点的权值只有1或-1或0，因此AVL树也被称为高度平衡树。
- 对于每个节点，它的左子树和右子树的高度差不超过1。
- 这使得AVL树具有比普通的二叉搜索树更高的查询效率。
- 当插入或删除节点时，AVL树可以通过旋转操作来重新平衡树，从而保证其平衡性。

■ AVL树的插入和删除操作与普通的二叉搜索树类似，但是在插入或者删除之后，需要继续保持树的平衡。

- AVL树需要通过旋转操作来维护平衡。
- 有四种情况旋转操作：左左情况、右右情况、左右情况和右左情况双旋。
- 具体使用哪一种旋转，要根据不同的情况进行区分和判断。

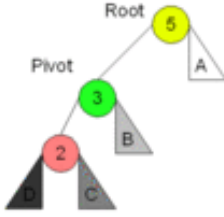
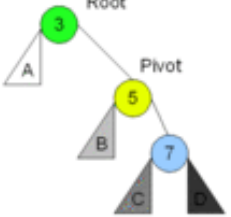
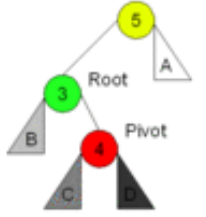
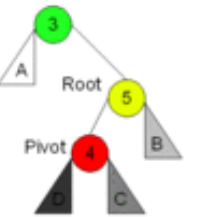
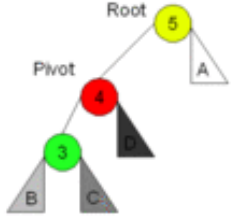
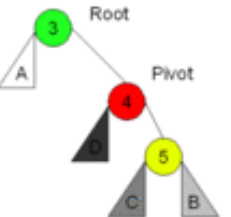




■ 由于AVL树具有自平衡性，因此其最坏情况下的时间复杂度仅 $O(\log n)$ 。



AVL Tree

AVL树的旋转情况

Root 是失去平衡的树的根节点，Pivot 是旋转后重新平衡的树的根节点。

<p>左左情况</p>  <p>右旋</p>	<p>右右情况</p>  <p>左旋</p>	<p>左右情况</p>  <p>左旋</p>	<p>右左情况</p>  <p>右旋</p>
		 <p>右旋</p>	 <p>左旋</p>
			

AVL树结构的封装过程

- 手写实现AVL树本身的过程是相当的复杂的，所以对于它的学习路线我进行了专门的设计。
- 我们如何学习呢？
 - 步骤一：学习AVL树节点的封装；
 - 步骤二：学习AVL树的旋转情况下如何编写代码；
 - 步骤三：写出不同情况下进行的不同旋转操作；
 - 步骤四：写出插入操作后，树的再平衡操作；
 - 步骤五：写出删除操作后，树的再平衡操作；
- 我们可以通过分治的思想，一步步实现上面的功能，再将功能组合在一起就完成了AVL树的编写过程。

AVLTreeNode – 节点的封装

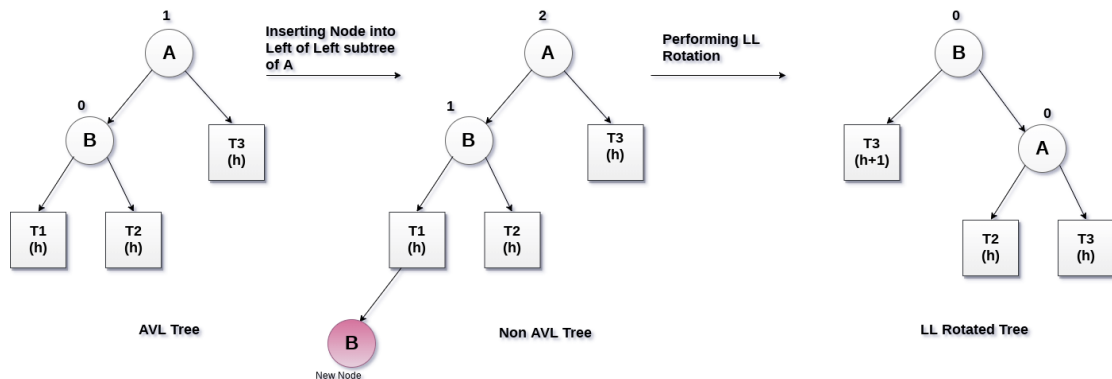
```
class AVLTreeNode<T> extends TreeNode<T> {  
  left: AVLTreeNode<T> | null = null  
  right: AVLTreeNode<T> | null = null  
  parent: AVLTreeNode<T> | null = null  
  
  private getHeight(): number {  
    const leftHeight = this.left ? this.left.getHeight() : 0;  
    const rightHeight = this.right ? this.right.getHeight() : 0;  
  
    return Math.max(leftHeight, rightHeight) + 1;  
  }  
  
  public getBalanceFactor(): number {  
    const leftHeight = this.left ? this.left.getHeight() : 0;  
    const rightHeight = this.right ? this.right.getHeight() : 0;  
    return leftHeight - rightHeight;  
  }  
  
  public get isBalanced(): boolean {  
    const balanceFactor = this.getBalanceFactor();  
    return balanceFactor >= -1 && balanceFactor <= 1;  
  }  
  
  public get higherChild(): AVLTreeNode<T> | null {  
    let leftHeight = this.left ? this.left.getHeight() : 0  
    let rightHeight = this.right ? this.right.getHeight() : 0  
    if (leftHeight > rightHeight) return this.left  
    if (leftHeight < rightHeight) return this.right  
    // 高度一样, 返回同方向节点  
    return this.left ? this.left : this.right  
  }  
}
```

AVL树的旋转 – 右旋转

左左情况



右旋



实现步骤分析

处理pivot的位置

- 1. 选择当前节点的左子节点作为旋转轴心(pivot)
- 2. pivot的父节点指向this(root) 当前节点的父节点

处理pivot右节点的位置

- 3. this(root) 当前节点的左节点, 指向pivot的右节点
- 4. 如果右节点有值, 那么右节点的父节点指向this节点

处理this节点的位置

- 5. pivot的右节点指向this
- 6. this节点的父节点指向pivot
- 7. 判断是否有父节点, 父节点的left/right指向pivot

```
public rotateRight(): AVLTreeNode<T> {
    const isLeft = this.isLeft
    const isRight = this.isRight

    // 1. 选择当前节点的左子节点作为旋转轴心(pivot)
    const pivot = this.left!
    // 2. pivot的父节点指向this(root) 当前节点的父节点
    pivot.parent = this.parent

    // 3. this(root) 当前节点的左节点, 指向pivot的右节点
    this.left = pivot.right
    // 4. 如果右节点有值, 那么右节点的父节点指向this节点
    if (pivot.right) {
        pivot.right.parent = this
    }

    // 5. pivot的右节点指向this
    pivot.right = this
    // 6. this节点的父节点指向pivot
    this.parent = pivot

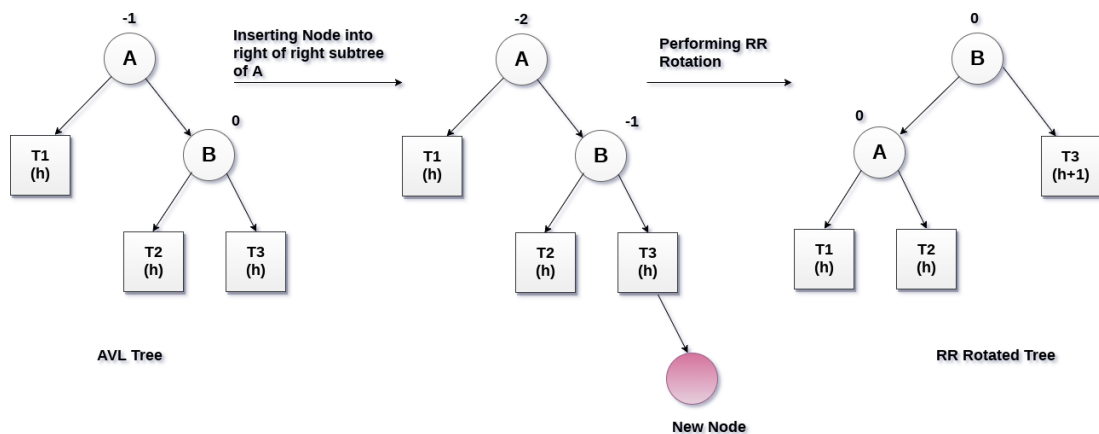
    // 7. 判断是否有父节点, 父节点的left/right指向pivot
    if (!pivot.parent) {
        return pivot
    } else if (isLeft) {
        pivot.parent.left = pivot
    } else if (isRight) {
        pivot.parent.right = pivot
    }
    return pivot
}
```

AVL树的旋转 – 左旋转

右右情况



左旋



实现步骤分析

- 1. 选择当前节点的右子节点作为旋转轴心(pivot)
- 2. pivot的父节点指向 this(root) 当前节点的父节点
- 3. this(root) 当前节点的右节点, 指向pivot的左节点
- 4. 如果左节点有值, 那么左节点的父节点指向this节点
- 5. pivot的右节点指向this
- 6. this节点的父节点指向 pivot
- 7. 判断是否有父节点, 父节点的 left/right指向pivot

```
public rotateLeft(): AVLTreeNode<T> {
    const isLeft = this.isLeft
    const isRight = this.isRight

    // 1. 选择当前节点的右子节点作为旋转轴心(pivot)
    const pivot = this.right!
    // 2. pivot的父节点指向this(root) 当前节点的父节点
    pivot.parent = this.parent

    // 3. this(root) 当前节点的右节点, 指向pivot的左节点
    this.right = pivot.left
    // 4. 如果左节点有值, 那么左节点的父节点指向this节点
    if (pivot.left) {
        pivot.left.parent = this
    }

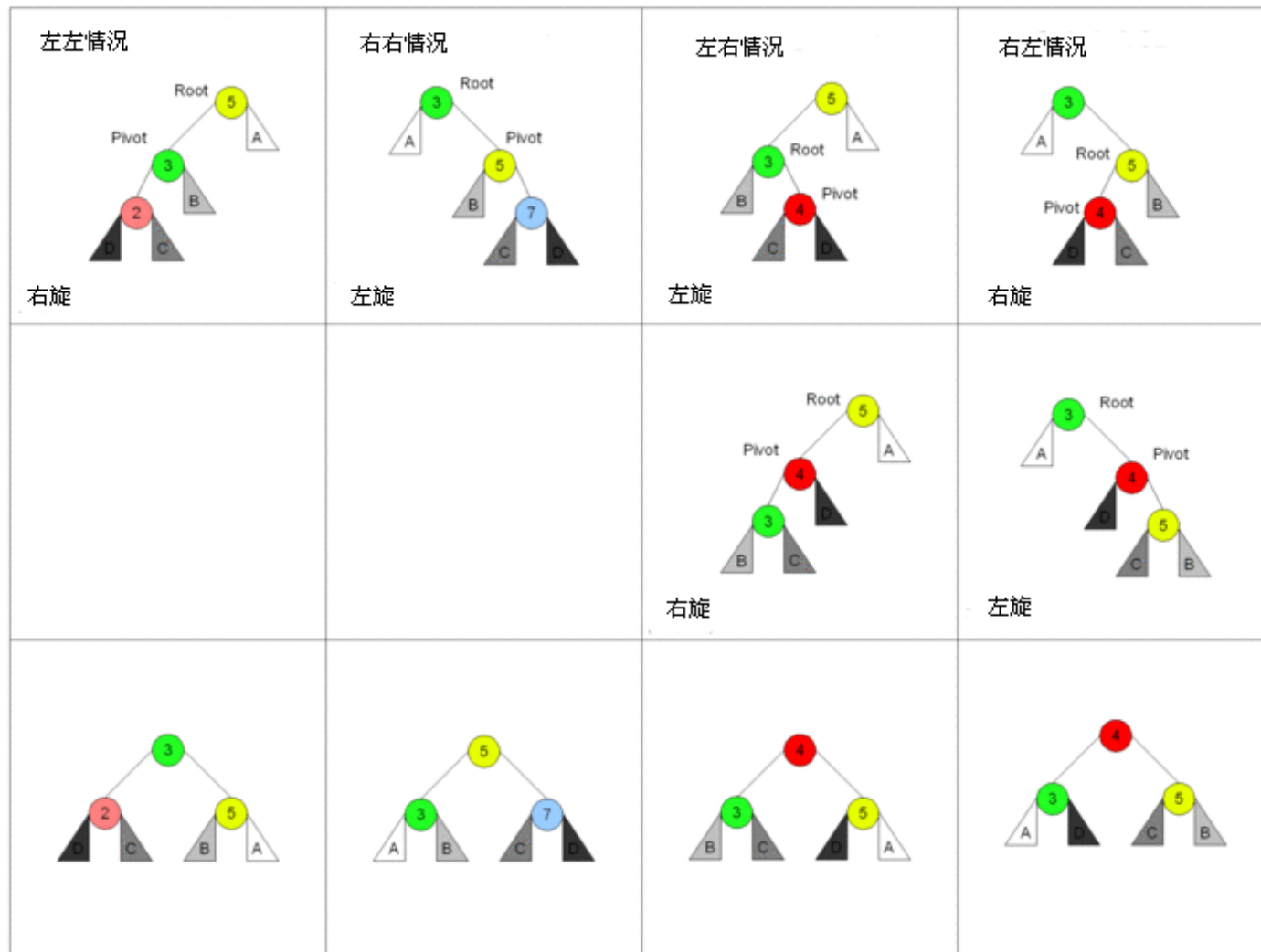
    // 5. pivot的左节点指向this
    pivot.left = this
    // 6. this节点的父节点指向pivot
    this.parent = pivot

    // 7. 判断是否有父节点, 父节点的left/right指向pivot
    if (!pivot.parent) {
        return pivot
    } else if (isLeft) {
        pivot.parent.left = pivot
    } else if (isRight) {
        pivot.parent.right = pivot
    }

    return pivot
}
```

旋转的四种情况 - 分析

Root 是失去平衡的树的根节点，Pivot 是旋转后重新平衡的树的根节点。



■ 如何对AVL树进行旋转呢？

■ 首先，我们需要先找到失衡的节点：

- 失衡的节点称之为grandParent
- 失衡节点的儿子（更高的儿子）称之为parent
- 失衡节点的孙子（更高的孙子）称之为current

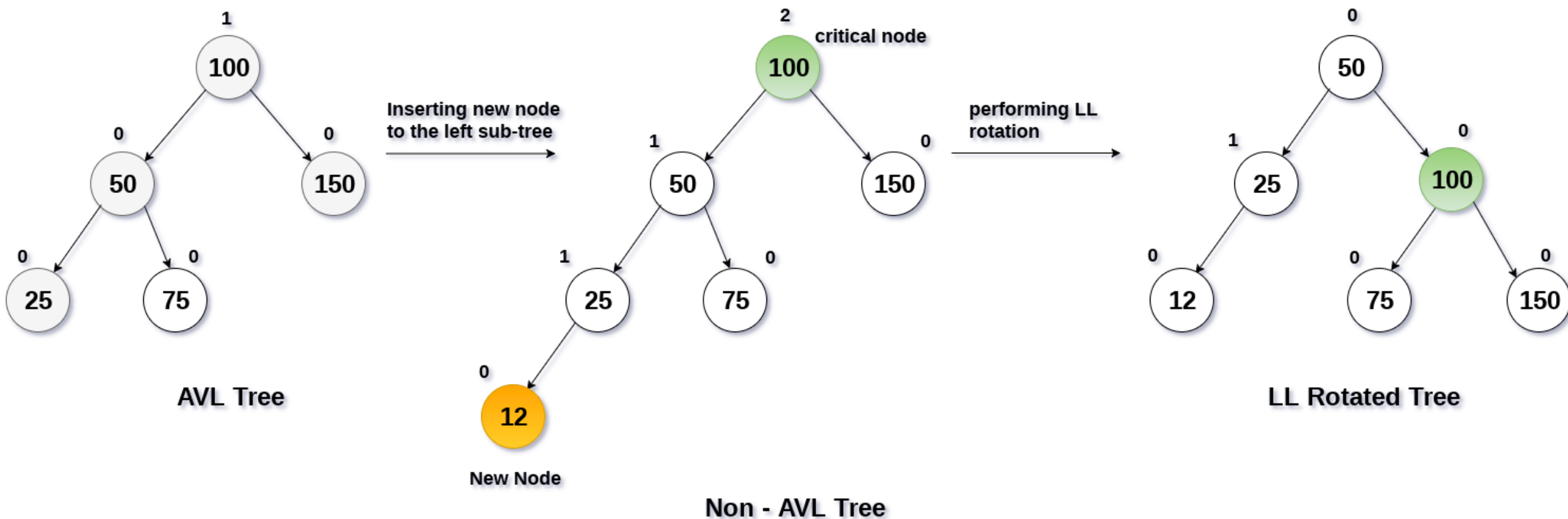
■ 如果从grandParent到current的是：

- LL：左左情况，那么右旋转；
- RR：右右情况，那么左旋转；
- LR：左右情况，那么先对parent进行左旋转，再对grandParent进行右旋转；
- RL：右左情况，那么先对parent进行右旋转，再对grandParent进行左旋转；

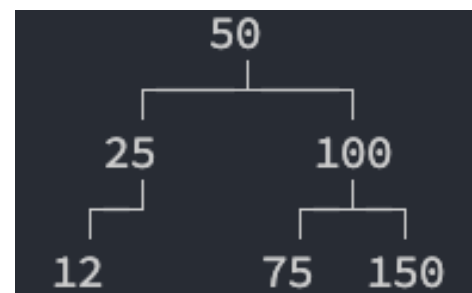
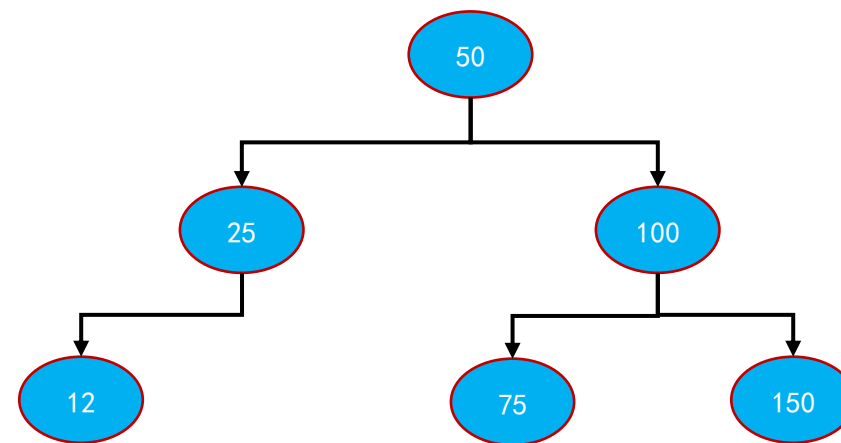
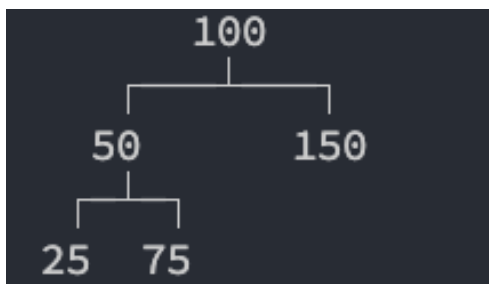
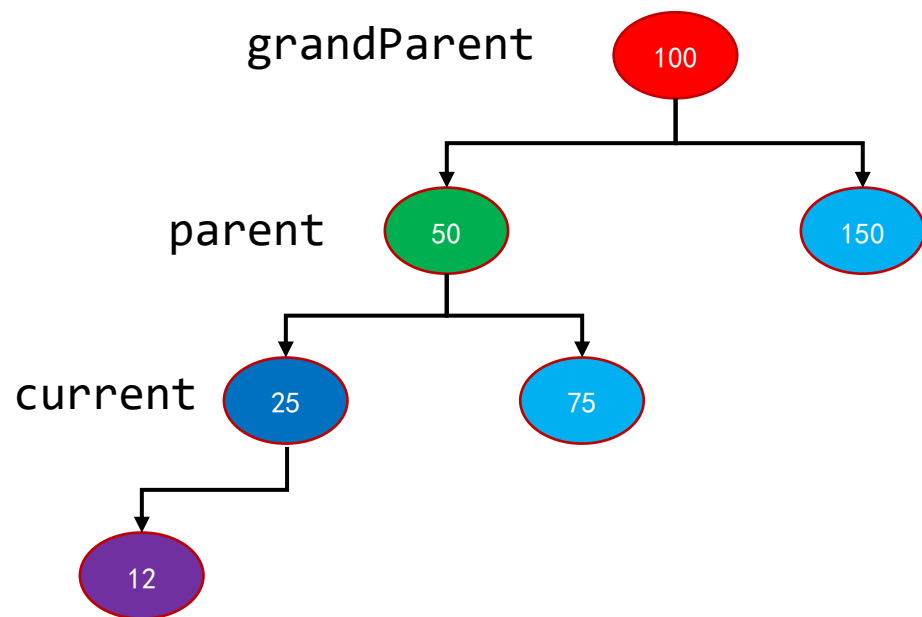
旋转的四种情况 - 代码实现

```
rebalance(grand: AVLTreeNode<T>) {  
    const parent = grand.higherChild  
    const current = parent?.higherChild  
  
    let resultNode: AVLTreeNode<T> | null = null  
  
    if (parent?.isLeft) { // L左  
        if (current?.isLeft) { // LL左左  
            resultNode = grand.rotateRight()  
        } else { // LR左右  
            parent.rotateLeft()  
            resultNode = grand.rotateRight()  
        }  
    } else { // R右  
        if (current?.isLeft) { // RL右左  
            parent?.rotateRight()  
            resultNode = grand.rotateLeft()  
        } else { // RR右右  
            resultNode = grand.rotateLeft()  
        }  
    }  
}  
  
if (resultNode.parent === null) {  
    this.root = resultNode  
}
```

LL的案例演示



插入的案例演示



insert的调整和再平衡

- 我们可以继续使用之前的插入操作，在插入完成后去检查树的平衡：

```
protected checkBalance(current: TreeNode<T>) {}
```

```
/** 插入数据的操作 */
```

```
insert(value: T) {
```

```
    // 1. 根据传入value创建Node(TreeNode) 节点
```

```
    const newNode = new TreeNode(value)
```

```
    // 2. 判断当前是否已经有了根节点
```

```
    if (!this.root) { // 当前树为空
```

```
        this.root = newNode
```

```
    } else { // 树中已经有其他值
```

```
        this.insertNode(this.root, newNode)
```

```
    }
```

```
    // 3. 检查节点是否平衡
```

```
    this.checkBalance(newNode)
```

```
}
```

```
protected checkBalance(currentNode: AVLTreeNode<T>, isAdd = true): void {  
    let current = currentNode.parent  
    while (current) {  
        // 找到不平衡的节点后，就让它恢复平衡  
        if (!current.isBalanced) {  
            this.rebalance(current)  
            if (isAdd) break  
        }  
        current = current.parent  
    }  
}
```

细节一 – Node节点的类型

- 这里有一个小细节 - BSTree插入的节点类型 `TreeNode`
- 我们可以封装一个模板方法，让子类来进行重写即可

```
protected createNode(value: T): TreeNode<T> {  
    return new TreeNode(value)  
}
```

```
protected checkBalance(current: TreeNode<T>) {}
```

```
/** 插入数据的操作 */
```

```
insert(value: T) {
```

```
    // 1. 根据传入value创建Node(TreeNode)节点
```

```
    const newNode = this.createNode(value)
```

```
protected createNode(value: T): AVLTreeNode<T> {  
    return new AVLTreeNode(value)  
}
```

细节二 – Node节点需要保存父节点

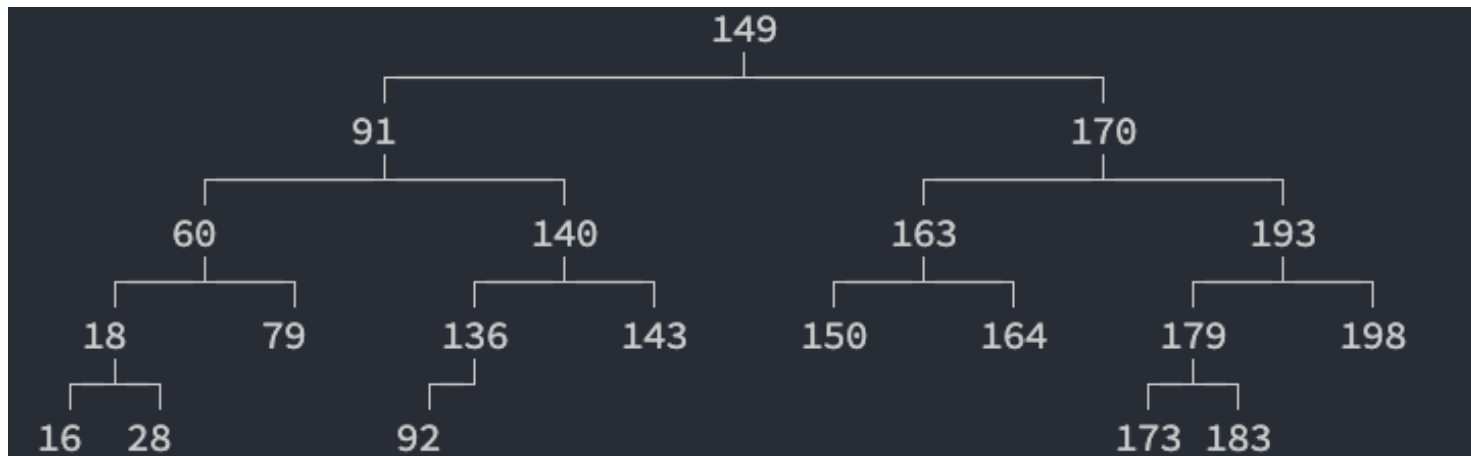
- 因为之后我们需要从当前节点中寻找parent节点，所以最好让每一个节点都保存一份parent节点（之前代码是不需要的）

```
private insertNode(node: TreeNode<T>, newNode: TreeNode<T>) {  
    if (newNode.value < node.value) { // 去左边继续查找空白位置  
        if (node.left === null) { // node节点的左边已经是空白  
            node.left = newNode  
            newNode.parent = node  
        } else {  
            this.insertNode(node.left, newNode)  
        }  
    } else { // 去右边继续查找空白位置  
        if (node.right === null) {  
            node.right = newNode  
            newNode.parent = node  
        } else {  
            this.insertNode(node.right, newNode)  
        }  
    }  
}
```

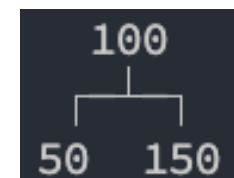
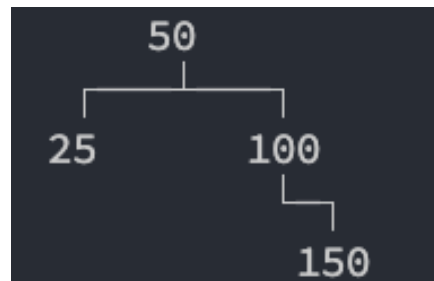
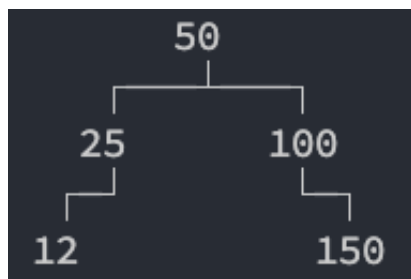
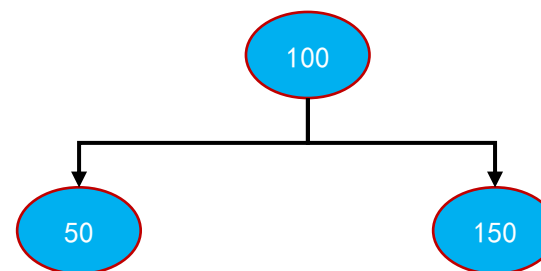
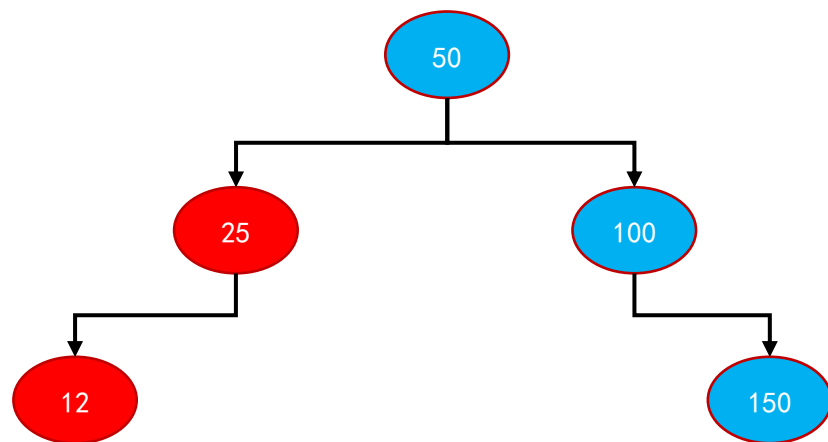
随机插入数据的案例演示

- 我们可以随机一些数字，插入到AVLTree中来查看树是否平衡：

```
for (let i = 0; i < 20; i++) {  
  const num = Math.ceil(Math.random() * 200)  
  avltree.insert(num)  
}  
  
avltree.print()
```



删除的案例演示



remove的调整和再平衡

```
remove(value: T): boolean {  
    // 1. 搜索: 当前是否有这个value  
    const current = this.searchNode(value)  
    if (!current) return false  
  
    // 2. 获取到三个东西: 当前节点/父节点/是属于父节点的左子节点, 还是右子节点  
    let replaceNode: TreeNode<T> | null = null  
    if (current.left === null && current.right === null) {  
        replaceNode = null  
    } else if (current.right === null) {  
        replaceNode = current.left  
    } else if (current.left === null) {  
        replaceNode = current.right  
    } else {  
        const successor = this.getSuccessor(current)  
        replaceNode = successor  
    }  
  
    if (current === this.root) {  
        this.root = replaceNode  
    } else if (current.isLeft) {  
        current.parent!.left = replaceNode  
    } else {  
        current.parent!.right = replaceNode  
    }  
  
    this.checkBalance()  
  
    return true  
}
```

问题 – checkBalance传入谁？

■ 思考：checkBalance传入谁？

- 很明显应该是删除的节点；
- 但是如果有两个子节点的情况，我们需要找的是前期和后继，最终是将前驱和后继位置的节点删除掉的；
- 寻找的应该是从AVL树中被移除位置的节点；

■ 情况一：删除节点本身是叶子节点

- 传入current节点即可，并且需要根据current节点的parent去寻找失衡节点；

■ 情况二：删除节点只有一个子节点

- 传入current节点即可，并且需要根据current节点的parent去寻找失衡节点；

■ 情况三：删除节点有两个子节点：

- 找到后继节点successor原来的位置，并且需要根据successor节点去寻找失衡节点；

■ 这里的关键点是两个：

- 关键点一：必须要找到检测位置的节点；
- 关键点二：检测位置的节点必须有父节点；

关键点一 – 寻找delNode节点

```
remove(value: T): boolean {  
    // 1. 搜索: 当前是否有这个value  
    const current = this.searchNode(value)  
    if (!current) return false  
  
    let delNode: TreeNode<T> = current  
  
    // 2. 获取到三个东西: 当前节点/父节点/是属于父节点的左子节点, 还是右子节点  
    let replaceNode: TreeNode<T> | null = null  
    if (current.left === null && current.right === null) {  
        replaceNode = null  
    } else if (current.right === null) {  
        replaceNode = current.left  
    } else if (current.left === null) {  
        replaceNode = current.right  
    } else {  
        const successor = this.getSuccessor(current)  
        replaceNode = successor  
  
        // 这里是successor  
        delNode = successor  
    }  
  
    if (current === this.root) { ...  
    } else if (current.isLeft) { ...  
    } else { ...  
    }  
  
    this.checkBalance(delNode)  
  
    return true  
}
```

关键点二 – delNode节点的父节点

■ 情况一和情况二：

- delNode节点有正确的父节点，但是后面的替换节点会失去正确的父节点；

```
if (replaceNode) {  
    replaceNode.parent = current  
}
```

关键点二 – delNode节点的父节点

■ 情况三:

- 如果需要找后继节点，那么父节点的操作会比较复杂；
- 我们可以利用我之前提到的第二种方案，来减少一些父节点的设置操作；

```
private getSuccessor(delNode: TreeNode<T>): TreeNode<T> {  
    // 获取右子树  
    let current = delNode.right  
    let successor: TreeNode<T> | null = null  
    while (current) { ...  
    }  
  
    // 拿到了后继节点  
    if (successor !== delNode.right) {  
        successor!.parent!.left = successor!.right  
        // successor!.right = delNode.right  
        if (successor!.right) {  
            successor!.right.parent = successor!.parent  
        }  
    } else {  
        delNode.right = successor!.right  
    }  
  
    // 一定要进行的操作: 将删除节点的left, 赋值给后继节点的left  
    // successor!.left = delNode.left  
  
    return successor!  
}
```

```
remove(value: T): boolean {  
    // 1. 搜索: 当前是否有这个value  
    const current = this.searchNode(value)  
    if (!current) return false  
  
    let delNode: TreeNode<T> = current  
  
    // 2. 获取到三个东西: 当前节点/父节点/是属于父节点的左子节点, 还是右子节点  
    let replaceNode: TreeNode<T> | null = null  
    if (current.left === null && current.right === null) {  
        replaceNode = null  
    } else if (current.right === null) {  
        replaceNode = current.left  
    } else if (current.left === null) {  
        replaceNode = current.right  
    } else {  
        const successor = this.getSuccessor(current)  
        current.value = successor.value  
        // 这里是successor  
        delNode = successor  
        this.checkBalance(delNode)  
        return true  
    }  
}
```

随机插入和删除测试

- 我们可以随机一些数字，插入，再删除，AVLTree中来查看树是否平衡：

```
const avltree = new AVLTree<number>()
const nums: number[] = []
for (let i = 0; i < 20; i++) {
  const num = Math.ceil(Math.random() * 200)
  if (i < 10) nums.push(num)
  avltree.insert(num)
}

avltree.print()

for (const item of nums) {
  console.log("删除节点:", item)
  avltree.remove(item)
  avltree.print()
}
```

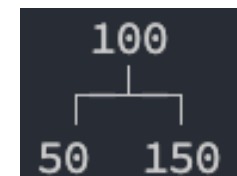
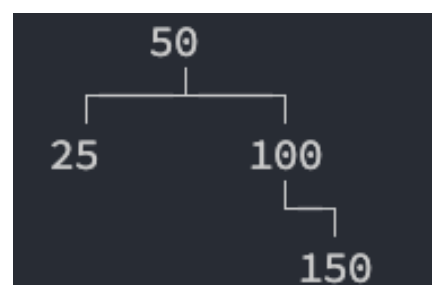
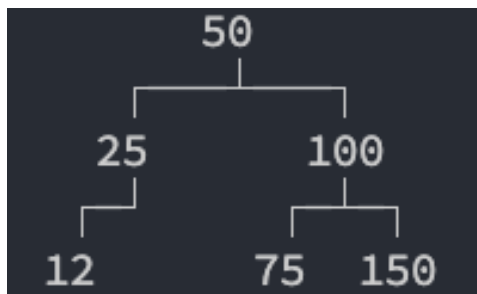
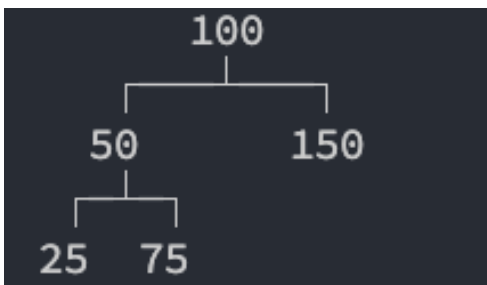
rebalance的优化

■ 目前我们rebalance的操作是哪些节点会执行呢？

- 插入节点的所有父节点（一直向上查找父节点）；
- 删除节点的所有父节点（一直向上查找父节点）；

■ 但是 是否需要每次插入、删除都需要将所有的父节点都rebalance操作呢？

- 这个取决于在插入一个节点后后，是否改变了祖父节点的高度；
- 这个取决于在删除一个节点后后，是否改变了祖父节点的高度；



■ 我们得出结论：

- 插入节点，再平衡rebalance后不需要继续后续节点的再平衡rebalance；
- 删除节点，再平衡rebalance后需要继续后续节点的再平衡rebalance；

如何优化代码呢?

```
protected checkBalance(currentNode: AVLTreeNode<T>, isAdd = true): void {  
    let current = currentNode.parent  
    while (current) {  
        // 找到不平衡的节点后, 就让它恢复平衡  
        if (!current.isBalanced) {  
            this.rebalance(current)  
            if (isAdd) break  
        }  
        current = current.parent  
    }  
}
```

邂逅 红黑树

■ 首先，红黑树是数据结构中很难的一个知识点，难到什么程度呢？

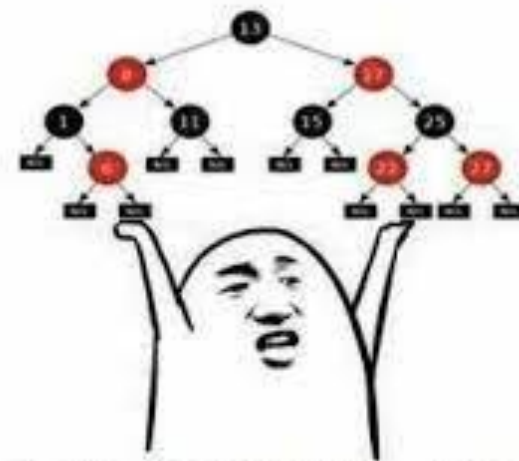
- 基本你跟别人聊数据结构的时候，他不会和你聊红黑树，因为它是数据结构中一个难点中的难点。
- 数据结构的学习本来就比较难了，红黑树是又将难度上升一个档次的知识点。

■ 面试的时候经常出现这个场景：

- 面试官：你知道红黑树吗？
- 面试者：知道啊。
- 面试官：知道原理吗？
- 面试者：不知道啊。
- 面试官：那你让‘不’过来面试我们公司吧，你先回去等通知吧。

■ 哪些面试会出现红黑树呢？

- 在面试时基本不会让手写红黑树（即使是面试Google、Apple这样的公司，也很少会出现）。
- 通常是这样问题的（比如腾讯的一次面试题）：为什么已经有平衡二叉树（比如AVL树）了，还需要红黑树呢？

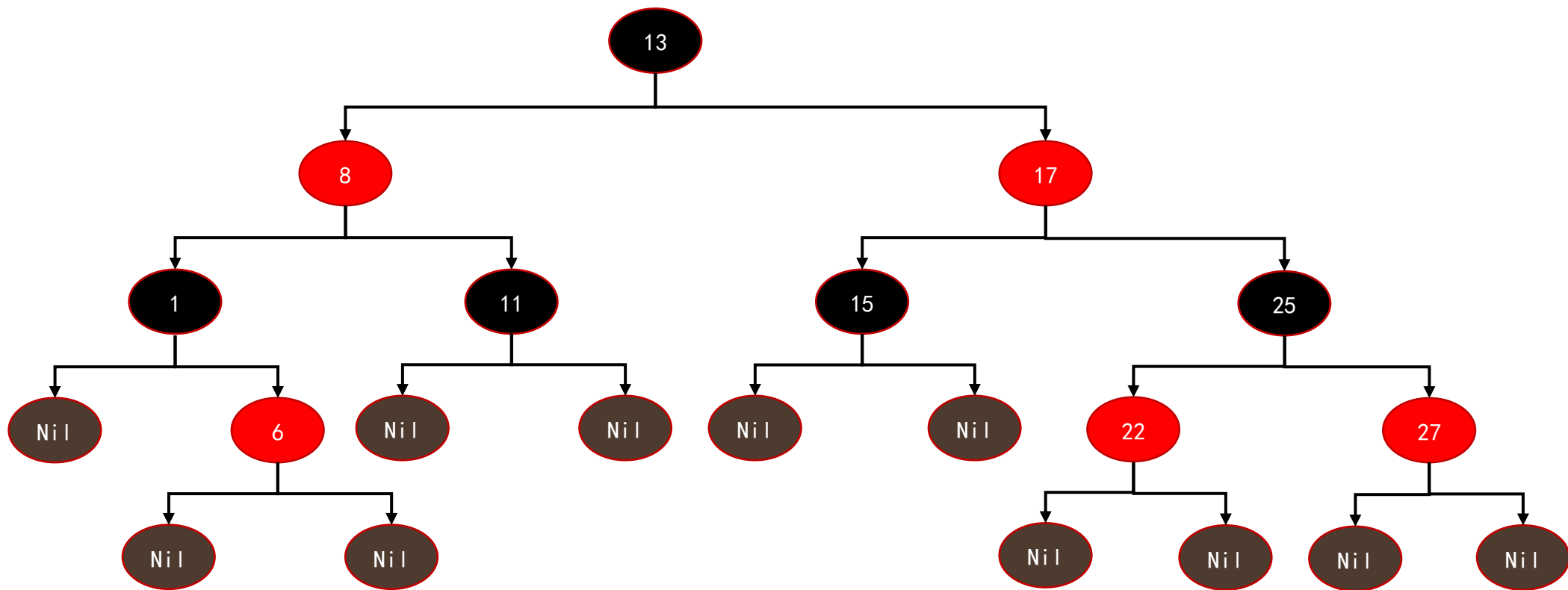


对方不想和你说话，并向你扔了一棵红黑树，要求你写出代码实现。

红黑树的介绍

- 红黑树 (英语: Red-black tree) 是一种自平衡二叉查找树, 是在计算机科学中用到的一种数据结构。
 - 它在1972年由鲁道夫·贝尔发明, 被称为“**对称二叉B树**”, 它现代的名字源于Leo J. Guibas和罗伯特·塞奇威克于1978年写的一篇文章。
- 红黑树, 除了符合二叉搜索树的基本规则外, 还添加了一下特性:
 - 1.节点是红色或黑色。
 - 2.根节点是黑色。
 - 3.每个叶子节点都是黑色的空节点 (NIL节点, 空节点) 。
 - ✓ 第三条性质要求每个叶节点 (空节点) 是黑色的
 - ✓ 这是因为在红黑树中, 黑色节点的数量表示从根节点到该节点的黑色节点数量。
 - 4 每个红色节点的两个子节点都是黑色。(从每个叶子到根的所有路径上不能有两个连续的红色节点)
 - ✓ 第四条性质保证了红色节点的颜色不会影响树的平衡, 同时保证了红色节点的出现不会导致连续的红色节点。
 - 5.从任一节点到其每个叶子的所有路径都包含相同数目的黑色节点。
 - ✓ 第五条性质是最重要的性质, 保证了红黑树的平衡性。
- 这些规则会让人一头雾水
 - 完成搞不懂规则叠加起来, 怎么让一棵树平衡的。
 - 但是它们还是被一些聪明的人发明出来了。

红黑树的图例



红黑树的相对平衡

■ 前面的性质约束，确保了红黑树的关键特性：

- 从根到叶子的最长可能路径，不会超过最短可能路径的两倍长。
- 结果就是这个树基本是平衡的。
- 虽然没有做到绝对的平衡，但是可以保证在最坏的情况下，依然是高效的。

■ 为什么可以做到 最长路径不超过最短路径的两倍 呢？

- 性质五决定了最短路径和最长路径必须有相同的黑色节点；
- 路径最短的情况：全部是黑色节点 n ；
- 路径最长的情况：首尾解释黑色节点 n ，中间全部是红色节点 $n - 1$ ；
 - ✓ 性质二：根节点是黑节点；
 - ✓ 性质三：叶子节点都是黑节点；
 - ✓ 性质四：两个红色节点不能相连
- 最短路径为 $n - 1$ （边的数量）；
- 最长路径为 $(n + n - 1) - 1 = 2n - 2$ ；
- 所以 最长路径 一定不超过 最短路径的2倍；

红黑树的代码实现

■ 手写一个 TypeScript 红黑树的详细步骤：

- **定义红黑树的节点**：定义一个带有键、值、颜色、左子节点、右子节点和父节点的类；
- **实现左旋操作**：将一个节点向左旋转，保持红黑树的性质；
- **实现右旋操作**：将一个节点向右旋转，保持红黑树的性质；
- **实现插入操作**：在红黑树中插入一个新的节点，并保持红黑树的性质；
- **实现删除操作**：从红黑树中删除一个节点，并保持红黑树的性质；
- **实现修复红黑树性质**：在插入或删除操作后，通过旋转和变色来修复红黑树的性质；
- 其他方法较为简单，可以自行实现；

■ 具体代码参考我的Markdown笔记。

红黑树的性能分析

■ 事实上，红黑树的性能在搜索上是不如AVL树的，为什么呢？

■ 我们来看一下右边的红黑树：

□ 首先，它符合是一颗红黑树吗？符合。

□ 这个时候我们插入 节点30，会被插入到哪里呢？

✓ 27的右边，并且节点30是红色节点时，依然符合红黑树的性质

□ 也就是对于红黑树来说，它不需要进行任何操作；

■ 那么AVL树会怎么样呢？

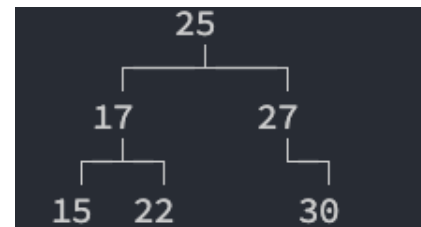
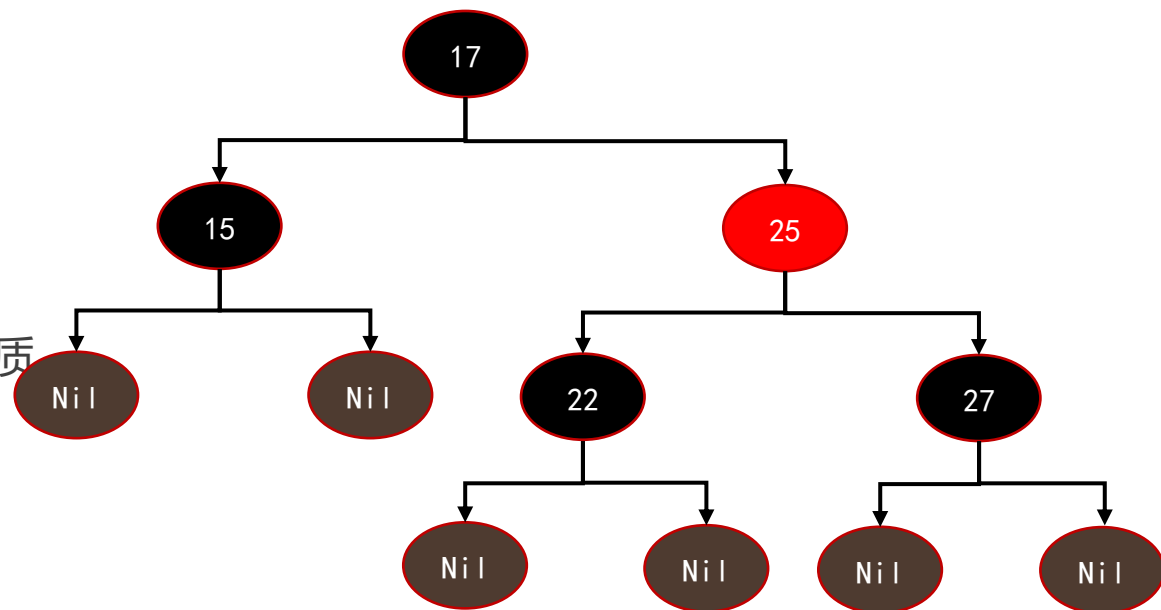
□ 如果是AVL树必然要对17、25、27节点进行右旋转；

□ 事实上右旋转是一系列的操作；

■ 但是红黑树的高度比AVL树要高：

□ 所以如果同样是搜索30，那么红黑树需要搜索4次，AVL树搜索3次；

□ 所以红黑树相当于牺牲了一点点的搜索性能，来提高了插入和删除的性能；



AVL树和红黑树的选择

■ AVL树和红黑树的性能对比：

- AVL树是一种平衡度更高的二叉搜索树，所以在搜索效率上会更高；
- 但是AVL树为了维护这种平衡性，在插入和删除操作时，通常会进行更多的旋转操作，所以效率相对红黑树较低；
- 红黑树在平衡度上相较于AVL树没有那么严格，所以搜索效率上会低一些；
- 但是红黑树在插入和删除操作时，通常需要更少的旋转操作，所以效率相对AVL树较高；
- 它们的搜索、添加、删除时间复杂度都是 $O(\log n)$ ，但是细节上会有一些差异；

■ 开发中如何进行选择呢？

- 选择AVL树还是红黑树，取决于具体的应用需求。
- 如果需要保证每个节点的高度尽可能地平衡，可以选择AVL树。
- 如果需要保证删除操作的效率，可以选择红黑树。

■ 在早期的时候，很多场景会选择AVL树，目前选择红黑树的越来越多（AVL树依然是一种重要的平衡树）。

- 比如操作系统内核中的内存管理；
- 比如Java的TreeMap、TreeSet底层的源码；