Föreläsning 2 sammanfattning

Codin H

November 22, 2019

Sannolikhetsgrunder repetition

Slumpförsök

Experiment som kan upprepas flera gånger och resultatet kan inte på förhand avgöras.

Utfall

Resultat av slumpförsök.

Händelse

Samling utfall.

Kolmogorovs axiomsystem

1. För varje händelse A gäller $0 \leq P(A) \leq 1$.
2. För hela utfallsrummet Ω gäller $P(\Omega) = 1$.
3. Om $A_1, A_2, \cdots,$ är en följd parvis oförenliga händelser så gäller att

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$

Kombinatorik - välj k utav n

	Med återläggning	Utan återläggning
Med ordningshänsyn	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Utan ordningshänsyn	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Betingad sannolikhet

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Tolkning: Sannolikheten för att B skall inträffa om A har inträffat.

Lagen om total sannolikhet

Om $H_1, \ldots, H_n$ är parvis oförenliga händelser och $\bigcup_{i=1}^{n} H_i = \Omega$. Då gäller för varje händelse A att

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|H_i)P(H_i)$$

Bayes' formel

Innebär att man tar den omvända betingade sannolikheten. Om man känner till $P(A|B)$ hur kan man beräkna $P(B|A)$?

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

ger

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}.$$

Genom kombination med lagen om total sannolikhet fås

$$P(H_i|A) = \frac{P(A|H_i)P(H_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A|H_j)P(H_J)} \quad \text{för} \quad i = 1, \ldots, n.$$

Oberoende händelser

Sannolikheten för att A inträffar om B har inträffat är densamma som den totala sannolikheten för att A inträffar. Dvs $P(A|B) = P(A)$. Detta kan även uttryckas som snittet av att A inträffar och B inträffar är samma som produkten av sannolikheten att A inträffar och B inträffar. Dvs $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.