버블/선택/합병/퀵 정렬

주요 내용

- 버블 정렬
- 선택 정렬
- 합병 정렬
- 퀵 정렬

정렬

- 모음 객체에 포함된 항목들을 특정 크기 기준에 따라 오름차순 또는 내림차순으로 순서대로 위치시키는 과정
- 문자열들로 이루어진 리스트의 항목을 알파벳 순서대로 정렬하기
- 도시들의 리스트를 인구, 면적, 또는 우편번호 등으로 정렬하기
- 정렬 활용 예제: 어구전철 관계 확인, 이진탐색 등

정렬 알고리즘

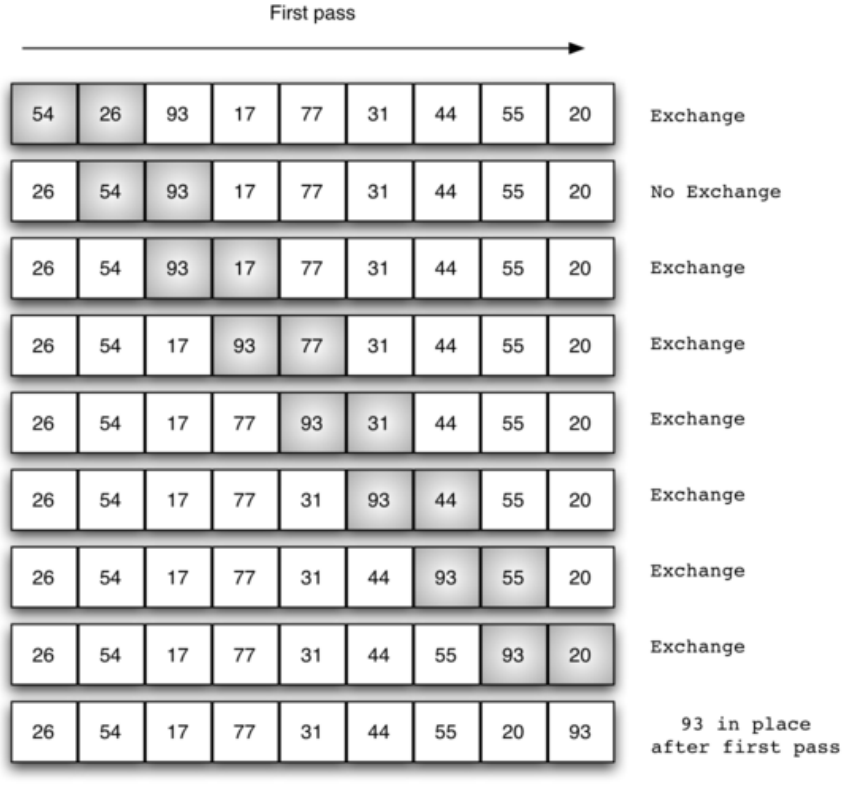
- 다양한 종류의 정렬 알고리즘 존재
- 모든 경우에 항상 효율적으로 작동하는 정렬 알고리즘은 없음.
- 정렬 알고리즘의 시간복잡도 분석에 사용되는 기본 단위연산
    - 두 값의 크기 비교: 두 항목의 크기를 서로 비교할 수 있어야 함.
    - 두 항목의 자리 교환: 예를 들어, 보다 작은 값을 보다 큰 값보다 왼편에 위치하도록 해야 함.

버블 정렬

패스

- **버블 정렬**bubble sort 알고리즘은 **패스**pass로 구성됨.
- 패스: 연속된 위치의 두 수를 비교하여 작은 항목은 왼쪽으로, 큰 항목은 오른쪽으로 자리를 바꾸는 일을 리스트의 맨 왼쪽에서 시작하여 오를쪽 끝까지 진행
- 하나의 패스가 완료되면 패스 과정에서 확인된 가장 큰 항목이 리스트의 맨 오른쪽에 위치
- 가장 큰 수가 위치한 곳을 제외한 왼쪽 구간을 대상으로 패스 반복
- 가장 큰 항목은 리스트의 맨 오른편에 위치하고 모든 항목이 크기 순서대로 정렬된 리스트 생성

첫번째 패스


First pass
54 26 93 17 77 31 44 55 20
Exchange
26 54 93 17 77 31 44 55 20
No Exchange
26 54 93 17 77 31 44 55 20
Exchange
26 54 17 93 77 31 44 55 20
Exchange
26 54 17 77 93 31 44 55 20
Exchange
26 54 17 77 31 93 44 55 20
Exchange
26 54 17 77 31 44 93 55 20
Exchange
26 54 17 77 31 44 55 93 20
Exchange
26 54 17 77 31 44 55 20 93
93 in place
after first pass

버블 정렬 알고리즘 구현

```
def bubble_sort(a_list):
    # 패스. 자리교환 인덱스 끝자리 지정
    for a_pass in range(len(a_list) - 1, 0, -1):
        # 크기비교 및 자리교환
        for j in range(a_pass):
            if a_list[j] > a_list[j + 1]:
                a_list[j], a_list[j+1] = a_list[j + 1], a_list[j]
```

버블 정렬 시간복잡도 분석

패스	비교 횟수
1	$n-1$
2	$n-2$
3	$n-3$
$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	1

- 항목 비교

  $$1+2+\cdots+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n\in O(n^2)$$

- 자리교환: 하나의 패스 동안 최소 0, 최대 비교횟수와 동일하게 발생. 평균적으로 비교횟수의 절반정도 발생.

- 최선, 최악, 평균 시간복잡도 모두: $O(n^2)$

버블 정렬 조기종료

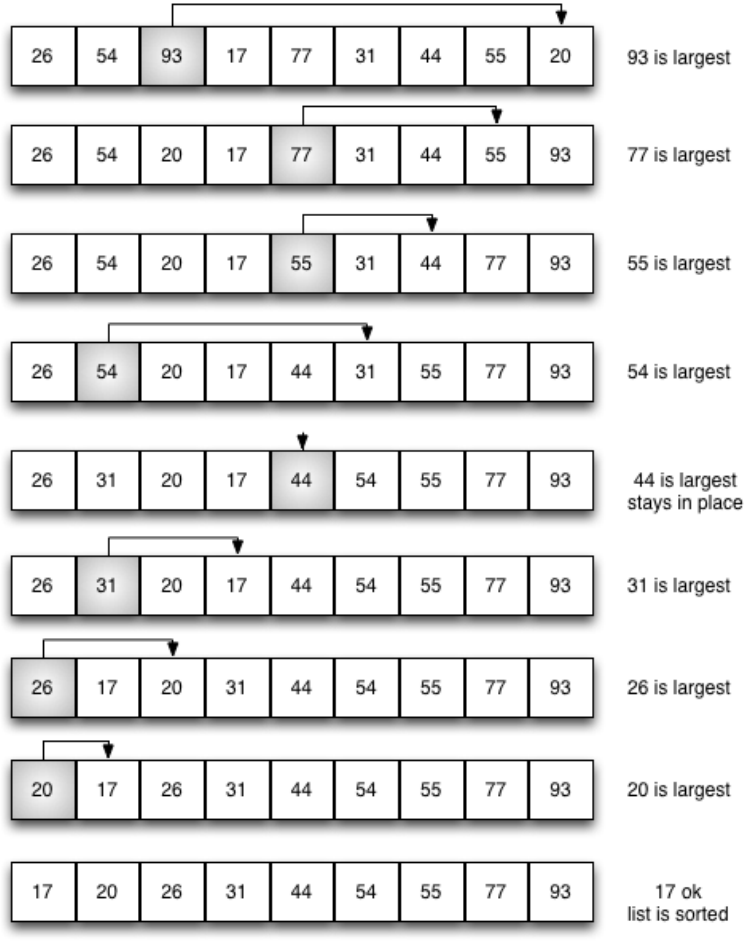
```
def bubble_sort_early_stop(a_list):
    for a_pass in range(len(a_list) - 1, 0, -1):
        exchanges = False # 패스 기간 내 자리교환 발생 여부 저장
        for j in range(a_pass):
            if a_list[j] > a_list[j + 1]:
                a_list[j], a_list[j+1] = a_list[j + 1], a_list[j]
                exchanges = True

        # 자리교환이 발생하지 않은 경우 조기종료
        if not exchanges:
            print("조기종료!")
            break
```

퀴즈

리스트 `[19, 1, 9, 7, 3, 10, 13, 15, 8, 12]`에 대해 버블 정렬을 진행할 때 세 번의 패스가 완성된 후의 리스트는 어떤 모습인가?

선택 정렬

- 작동과정은 기본적으로 버블 정렬과 동일
- 자리교환을 바로 실행하는 게 아니라 패스 별로 최댓값을 확인한 다음에 최종적으로 필요에 따라 딱 한 번 자리교환 실행


26 54 93 17 77 31 44 55 20
93 is largest
26 54 20 17 77 31 44 55 93
77 is largest
26 54 20 17 55 31 44 77 93
55 is largest
26 54 20 17 44 31 55 77 93
54 is largest
26 31 20 17 44 54 55 77 93
44 is largest
stays in place
26 31 20 17 44 54 55 77 93
31 is largest
26 17 20 31 44 54 55 77 93
26 is largest
20 17 26 31 44 54 55 77 93
20 is largest
17 20 26 31 44 54 55 77 93
17 ok
list is sorted

선택 정렬 알고리즘 구현

```
def selection_sort(a_list):

    for a_pass in range(len(a_list)-1, 0, -1):
        max_idx = 0
        for j in range(a_pass):
            if a_list[j] > a_list[max_idx]:
                max_idx = j
        # a_pass 인덱스 이전까지 찾은 최댓값과
        # a_pass 위치의 값 자리교환 여부 판단
        if a_list[max_idx] > a_list[a_pass]:
            a_list[max_idx], a_list[a_pass] = a_list[a_pass], a_list[max_idx]
```

선택 정렬 시간복잡도 분석

- 크기비교: 버블 정렬의 경우와 동일
- 자리교환 횟수: 최대 $(n-1)$ 번 발생
- 버블 정렬보다 조금 빠름.

퀴즈

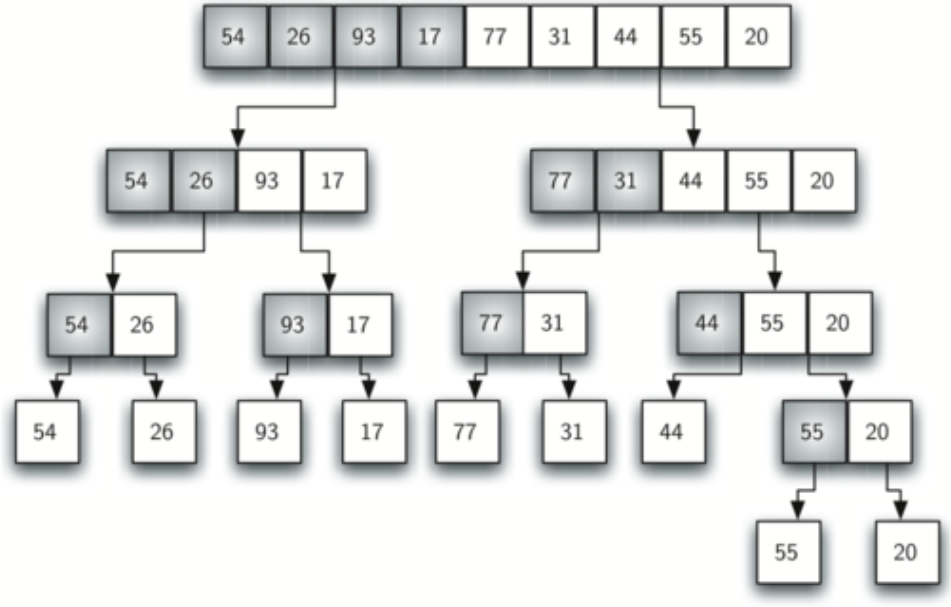
리스트 `[11, 7, 12, 14, 19, 1, 6, 18, 8, 20]`에 대해 선택 정렬을 진행할 때 세 번의 패스가 완성된 후의 리스트는 어떤 모습인가?

합병 정렬

- 분할 정복 기법을 이용
- **합병 정렬**merge sort에 사용되는 분할과 정복
    - 분할: 리스트의 길이가 1이 될 때까지 반복적으로 이등분한다.
    - 정복: 길이가 작은 두 개의 리스트를 합병해서 보다 큰 길이의 리스트를 생성한다. 합병 과정에서 항목들을 크기 순으로 정렬한다.

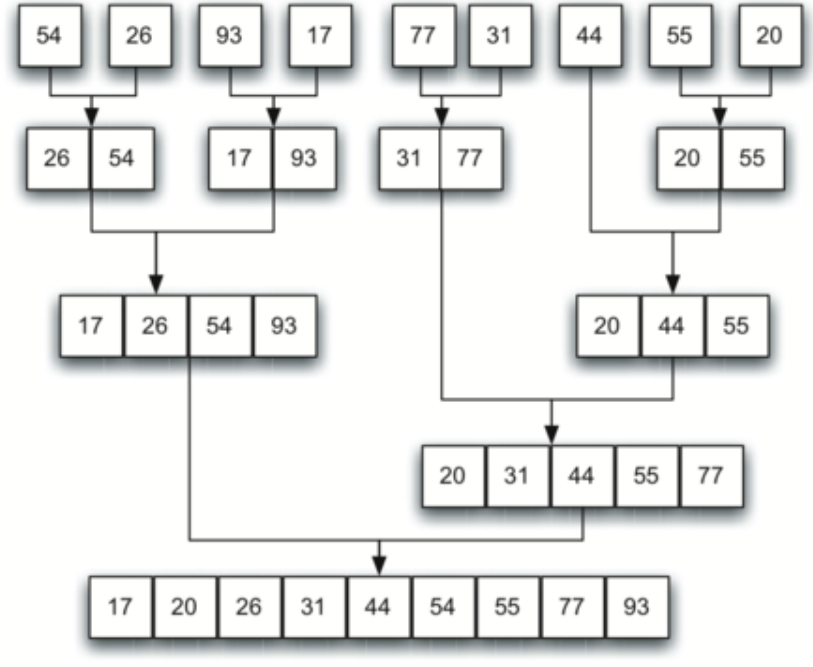
분할 과정

```
def merge_sort(a_list):
    # 분할 과정: 이등분 반복
    if len(a_list)>1:
        print("분할:", a_list)

        mid = len(a_list) // 2
        left_half = a_list[:mid]
        right_half = a_list[mid:]

        # 재귀 호출
        merge_sort(left_half)
        merge_sort(right_half)

        # 합병 과정: 작은 리스트 두 개 합병하면서 정렬
        merge(a_list, left_half, right_half)
        print("합병:", a_list)
```


54 26 93 17 77 31 44 55 20
54 26 93 17
77 31 44 55 20
54 26
93 17
77 31
44 55 20
54
26
93
17
77
31
44
55 20
55
20

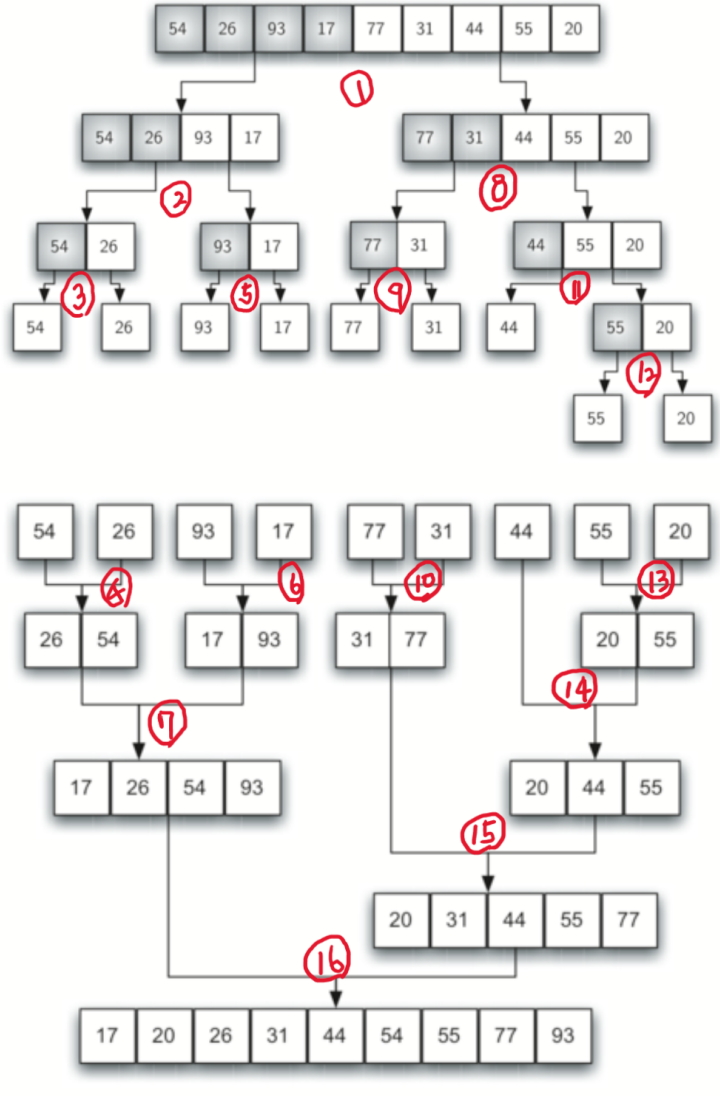
합병 과정

```
def merge(a_list, left_half, right_half):
    i, j, k = 0, 0, 0
    while i < len(left_half) and j < len(right_half):
        if left_half[i] <= right_half[j]:
            a_list[k] = left_half[i]
            i = i + 1
        else:
            a_list[k] = right_half[j]
            j = j + 1
        k = k + 1

    while i < len(left_half):
        a_list[k] = left_half[i]
        i = i + 1
        k = k + 1

    while j < len(right_half):
        a_list[k] = right_half[j]
        j = j + 1
        k = k + 1
```


54
26
93
17
77
31
44
55
20
26
54
17
93
31
77
20
55
17
26
54
93
20
44
55
20
31
44
55
77
17
20
26
31
44
54
55
77
93

분할과 합병이 재귀적으로 발생하는 순서

```
>>> a_list = [54, 26, 93, 17, 77, 31, 44, 55, 20]
>>> merge_sort(a_list)
분할: [54, 26, 93, 17, 77, 31, 44, 55, 20]
분할: [54, 26, 93, 17]
분할: [54, 26]
합병: [26, 54]
분할: [93, 17]
합병: [17, 93]
합병: [17, 26, 54, 93]
분할: [77, 31, 44, 55, 20]
분할: [77, 31]
합병: [31, 77]
분할: [44, 55, 20]
분할: [55, 20]
합병: [20, 55]
합병: [20, 44, 55]
합병: [20, 31, 44, 55, 77]
합병: [17, 20, 26, 31, 44, 54, 55, 77, 93]
```


54 26 93 17 77 31 44 55 20
1
54 26 93 17
77 31 44 55 20
2
8
54 26
93 17
77 31
44 55 20
3
5
9
11
54
26
93
17
77
31
44
55 20
12
55
20
54 26 93 17 77 31 44 55 20
4
6
10
13
26 54
17 93
31 77
20 55
14
7
17 26 54 93
20 44 55
15
20 31 44 55 77
16
17 20 26 31 44 54 55 77 93

합병 정렬 시간복잡도 분석

- 입력 크기: 리스트의 길이 n
- 분할 과정
    - 비교연산이나 위치 이동이 전혀 없음.
- 합병 과정
    - 합병과정을 그래프로 간주하면 높이가 `int(log(n)) + 1` 인 가지가 두 개로 갈라지는 이진 트리임.
    - 하나의 레벨(나무의 동일한 높이)에서 합병이 여러 번 발생하는 데 각각의 합병 과정에서 발생하는 항목 비교와 위치 이동을 다 합치면 최대 `2*n` 번임.
    - 따라서 합병 과정에서 발생하는 항목 비교와 위치 이동은 최악의 경우 $O(n \log n)$의 시간복잡도를 가짐.

슬라이싱과 추가 메모리 사용

- 슬라이싱을 이용: 실제 시간복잡도는 $O(n^2 \log n)$
- 길이가 k인 구간을 슬라이싱 하는 알고리즘의 시간복잡도: $O(k)$
- 버블 정렬과 선택 정렬: 추가 메모리 사용하지 않음

합병 정렬 연습


54
26
93
17
77
31
44
55
20


5
3
8
4
9
1
6
2
7

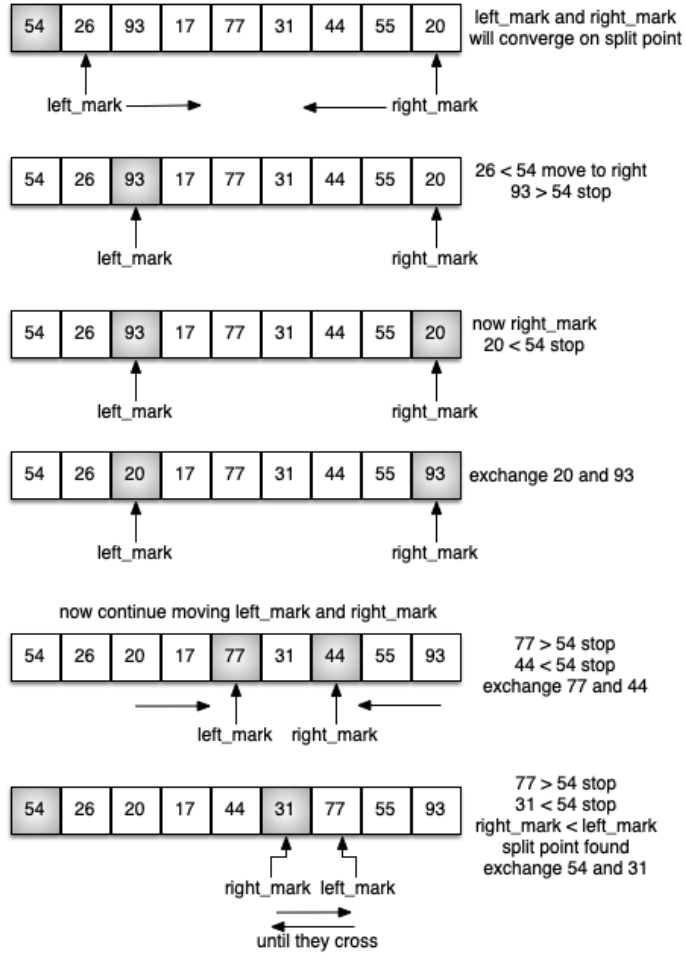
퀵 정렬

피벗 지정

- 리스트의 임의의 값을 사용 가능
- 여기서는 맨 왼편에 위치한 값을 사용
- 경우에 따라 양끝과 중앙에 위치한 세 값의 중앙값을 사용
- 오른쪽 맨 끝, 또는 중앙에 위치한 값 등도 사용
- 알고리즘의 성능 차이는 기본적으로 없으며, 입력 사례에 따라 달라짐.

분할과 정복

- 분할과 정복을 동시에 진행
- 한 번의 분할과정을 통해 두 개의 보다 작은 리스트로 분할
- 분할 과정 중에 정복을 동시 실행
- 쪼개진 작은 구간에 대해 동일 과정 반복 적용

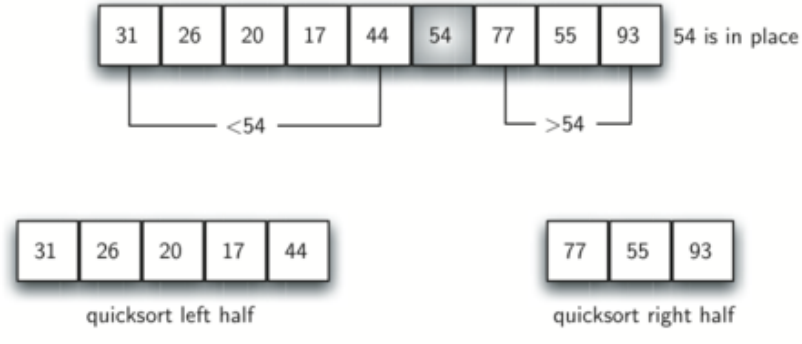

54 26 93 17 77 31 44 55 20
left_mark and right_mark
will converge on split point
left_mark
right_mark
54 26 93 17 77 31 44 55 20
26 < 54 move to right
93 > 54 stop
left_mark
right_mark
54 26 93 17 77 31 44 55 20
now right_mark
20 < 54 stop
left_mark
right_mark
54 26 20 17 77 31 44 55 93
exchange 20 and 93
left_mark
right_mark
now continue moving left_mark and right_mark
54 26 20 17 77 31 44 55 93
77 > 54 stop
44 < 54 stop
exchange 77 and 44
left_mark
right_mark
54 26 20 17 44 31 77 55 93
77 > 54 stop
31 < 54 stop
right_mark < left_mark
split point found
exchange 54 and 31
right_mark
left_mark
until they cross

분할과 정복의 한 단계

```
def partition(a_list, first, last):
    pivot_val = a_list[first]   # 피벗
    left_mark = first + 1       # 탐색 구간 시작
    right_mark = last           # 탐색 구간 끝
    done = False                # 탐색 종료여부 확인

    while not done:
        while left_mark <= right_mark and a_list[left_mark] < pivot_val:
            left_mark = left_mark + 1
        while left_mark <= right_mark and a_list[right_mark] >= pivot_val:
            right_mark = right_mark - 1
        # 자리 교환
        if right_mark < left_mark:
            done = True
        else:
            a_list[left_mark], a_list[right_mark] = a_list[right_mark],
a_list[left_mark]

    # 피벗 자리 교환
    a_list[first], a_list[right_mark] = a_list[right_mark], a_list[first]

    # 피벗 위치 반환
    return right_mark
```

재귀 적용

```
def quick_sort_helper(a_list, first, last):
    if first < last:
        split = partition(a_list, first, last)

        quick_sort_helper(a_list, first, split - 1)
        quick_sort_helper(a_list, split + 1, last)
```



재귀 함수 구현

```
def quick_sort(a_list):
    quick_sort_helper(a_list, 0, len(a_list) - 1)
```

퀵 정렬 시간복잡도 분석

- 이상적인 경우
    - 리스트를 거의 정확하게 이등분
    - 이 경우 분할 횟수: $\log n$
    - 한 번 분할할 때마다 피벗과 나머지 값들이 비교되고 필요에 따라 자리교환이 발생: $O(n)$
    - 최선 시간복잡도: $O(n \log n)$

- 최악의 경우
    - 분할이 한쪽으로 쏠림.
    - 예를 들어, 거의 정렬이 되어있는 경우: 피벗을 기준으로 1대 (n-1) 개의 부분 리스트로 분할될 수 있음
    - 최대 n 번에 가까운 분할이 필요
    - 최악 시간복잡도: $O(n^2)$

합병 정렬 대 퀵 정렬

- 합병 정렬
    - 퀵 정렬에 비해 시간복잡도 측면에서 이론적으로 좋음
    - 하지만 공간복잡도와 자리 교환 횟수 측면에서 비효율적

- 퀵 정렬이 대부분의 운영체제와 프로그래밍언어에서 최적화된 형식으로 활용됨

정렬 알고리즘 시간복잡도 비교

- 1부터 100까지의 정수 중에서 무작위로 선택된 1,000 개의 정수들로 구성된 리스트 대상
- 조기 종료를 사용하는 버블 정렬은 조기 종료가 없는 경우보다 미세하게 느림. 이유는 `if` 명령문을 실행하기 때문에 조기 종료의 장점이 상쇄되는 것으로 추정.
- 선택 정렬이 버블 정렬 보다 두 배 정도 빠름.
- 퀵 정렬 대 합병 정렬: 퀵 정렬이 합병 정렬보다 1.5배 정도 빠름. 일반적으로 퀵 정렬이 합병 정렬보다 평균적으로 2배 정도 빠르다고 알려져 있음.

알고리즘	최선	평균	최악	모의실험
버블 정렬	n^2	n^2	n^2	0.022219
버블 정렬(조기 종료)	n^2	n^2	n^2	0.022225
선택 정렬	n^2	n^2	n^2	0.011253
합병 정렬	n log n	n log n	n log n	0.000853
퀵 정렬	n log n	n log n	n^2	0.000560

- 리스트의 길이를 몇 만 단위로 늘리면 퀵 정렬이 오히려 합병 정렬보다 느려짐
- 파이썬에서 매우 긴 리스트를 다루는 방식의 한계때문으로 추정됨.
- 리스트의 길이를 2만으로 할 경우의 모의실험 결과는 다음과 같음.

알고리즘	최선	평균	최악	모의실험
버블 정렬	n^2	n^2	n^2	9.129473
버블 정렬(조기 종료)	n^2	n^2	n^2	9.414862
선택 정렬	n^2	n^2	n^2	4.365451
합병 정렬	n log n	n log n	n log n	0.023475
퀵 정렬	n log n	n log n	n^2	0.056168

퀵 정렬 연습


54
26
93
17
77
31
44
55
20


5
3
8
4
9
1
6
2
7