Modelos Matemáticos

Práctica 3

Instituto de Educación

Universidad Nacional de Hurlingham

1. Usted está estudiando la competencia entre escorpiones del desierto negros y rojos. Para el escorpión rojo $K_1 = 100$ y $\alpha = 2$. Para el escorpión negro $K_2 = 150$ y $\beta = 3$.

   Suponga que los tamaños poblacionales iniciales son 25 escorpiones rojos y 50 escorpiones negros. Dibuje el espacio de fase y las isoclinas de cada especie, representando también los tamaños poblacionales iniciales. Haga una predicción de la dinámica de las poblaciones a corto plazo y del resultado final de la competencia interespecífica.

2. Definimos *el peor escenario posible* para la especie N_1 cuando su abundancia es casi cero ($N_1 \approx 0$) y la abundancia de su competidora es casi la capacidad de su soporte ($N_2 \approx K_2$). Si N_1 consigue lograr un crecimiento por cápita positivo en esta situación, deberá persistir siempre. Deduzca una relación algebraica que exprese esta situación para N_1.

3. De forma análoga al ejercicio anterior es posible deducir una relación para la persistencia de N_2. Combinando todas las posibilidades surgen 4 casos. Identifique los mismos y responda, ¿Tienen alguna relación con los cuatro casos analizados gráficamente en el diagrama de fase?

4. Suponga que, para dos especies competidoras, $\alpha = 1,5$, $\beta = 0,5$, y $K_2 = 100$. ¿Cuál es el valor mínimo que la capacidad de carga de la especie 1 tiene que ser para que las dos especies puedan coexistir? ¿Cuál es la capacidad de carga necesaria para que la especie 1 gane la competencia?

5. Un buen modelado depende de un buen código. Considere una situación de competencia interespecífica. Los posibles **outputs** son bien conocidos. Queremos ver qué sucede cuando se le añade a una de las poblaciones una **población umbral**. Para ello se propone un modelado por pasos, respetando las buenas prácticas. Como primera medida, realice el análisis cualitativo usual, escribiendo las ecuaciones del sistema y analizando cómo evolucionarían las poblaciones en el plano $N_1 N_2$.

   a) Definir la función `aplicar_umbral(f, N1, N2, args_f)`, que toma una función f que depende de n_1, n_2 y sus argumentos en un contexto de competencia interespecífica, y le aplica el **término umbral**. Note que el parámetro que determina el umbral debe ser parte de los argumentos de f. Podemos pensar que están ordenados como $[r_1, K_1, \alpha, u]$, ya que tomaremos la población 1 como la suceptible de ser afectada por el umbral a posteriori.

   b) Defina las funciones que caracterizan el crecimiento de ambas poblaciones y establezca la población 1 como la que será suceptible de verse afectada o no por la población umbral (esto quiere decir que en sus argumentos estará presente el umbral u). Sin embargo en esta primera instancia la situación es idéntica a la de competencia interespecífica tradicional.

   c) Defina la función `dN1_con_competencia_y_umbral(N1, N2, args_f)` a partir de lo hecho en los ítems anteriores (1 línea de código).

d) Defina la función `euler_sistema(f1, f2, args_f1, args_f2, N1_0, N2_0, step, rango)` que toma las funciones que describen el crecimiento de las poblaciones y aplica el método de Euler con un paso **step** en un rango **rango** que será un intervalo $\left[t_i, t_f\right]$. Es importante notar que esta función deberá tener como **output** `muestras, aproximaciones1, aproximaciones2`.

e) Finalmente, grafique ambas situaciones en dos gráficos lado a lado. Para el caso sin población umbral en la población 1, puede utilizar `muestras, N1, N2 = euler_sistema(...)`, y para la situación con umbral, `muestras_umbral, N1_umbral, N2_umbral = euler_sistema(...)`. Utilice para la población 1; $r_1, K_1, \alpha, u = 0.18, 25000, 1, 5000$ y una población inicial de 4000 y para la población 2; $r_2, K_2, \beta, u = 0.2, 17000, 1, 5000$ y una población inicial de 5000. ¿Valida el modelo el análisis cualitativo hecho al comienzo?