Topic: Combination:

① (i) $^nC_r + {}^nC_{r+1} = {}^{n+1}C_r$

L.H.S $= {}^nC_r + {}^nC_{r-1}$

$= \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} + \frac{\lfloor n}{\lfloor r-1 \lfloor n-r+1}$

$= \frac{\lfloor n}{r \lfloor r-1 \lfloor n-r} + \frac{\lfloor n}{\lfloor r-1 (n-r+1) \lfloor n-r}$

$= \frac{\lfloor n}{\lfloor r-1 \lfloor n-r} \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1} \right\}$

$= \frac{\lfloor n+1}{\lfloor r \lfloor n+1-r} = {}^{n+1}C_r$

= R.H.S (Proved)

(ii) $^nC_r = {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

L.H.S $= {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

$= \frac{\lfloor n-1}{\lfloor r \lfloor n-1-r} + \frac{\lfloor n-1}{\lfloor r-1 \lfloor n-1-r+1}$

$= \frac{\lfloor n-1}{r \lfloor r-1 \lfloor n-r-1} + \frac{\lfloor n-1}{\lfloor r-1 (n-r) \lfloor n-r-1}$

$= \frac{\lfloor n-1}{\lfloor r-1 \lfloor n-r-1} \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{n-r} \right\}$

$= \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} = {}^nC_r$

= L.H.S (Proved)

(iii) $^nC_r + {}^nC_{r+1} + {}^{n+1}C_r = {}^{n+2}C_{r+1}$

L.H.S $= {}^nC_r + {}^nC_{r+1} + {}^{n+1}C_r$

$= {}^{n+1}C_{r+1} + {}^{n+1}C_r$

$= {}^{n+2}C_{r+1}$

= R.H.S (Proved).

② (i) $^nC_r = {}^{n-2}C_r + 2 \cdot {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$

L.H.S $= {}^{n-2}C_r + 2 \cdot {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$

$= {}^{n-2}C_r + {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$

$= {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

$= {}^nC_r$ = R.H.S (Proved).

(ii) $^{n+2}C_r = {}^nC_r + 2 \cdot {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-2}$

L.H.S $= {}^nC_r + 2 \cdot {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-2}$

$= {}^nC_r + {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-2}$

$= {}^{n+1}C_r + {}^{n+1}C_{r-1}$

$= {}^{n+2}C_r$ = R.H.S (Proved)

③ Here,

$^nC_{12} = {}^nC_8$

বা, $\frac{{}^nC_{12}}{{}^nC_8} = 1$

বা, $\frac{n-8}{12} = 1$

বা, $n-8 = 12$

বা, $n = 20$

$\therefore {}^{22}C_n = {}^{22}C_{20} = 231$ (Ans:)

(4) ১ম,

$$\frac{^nC_{r+1}}{^nC_r} = \frac{2}{1}$$

বা, $\frac{n-r}{r+1} = 2$

বা, $n-3r-2=0$

২য়, $\frac{^nC_{r+2}}{^nC_{r+1}} = \frac{3}{2}$

বা, $\frac{n-r-1}{r+2} = \frac{3}{2}$

বা, $2n-2r-2=3r+6$

বা, $2n-5r-8=0$

∴ নির্ণেয় $n=14$ এবং $r=4$ (Ans.)

(5) Here,

$$^nC_2 = \frac{2}{5} * {^nC_4}$$

বা, $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4\times3\times2\times1}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{n^2-5n+6}{12}$

বা, $2n^2-10n+12=60$

বা, $2n^2-10n-48=0$

∴ $n=8$ | $n=-3$

(Ans.)

(6) $^nP_r = 240$

বা, $\frac{\lfloor n}{\lfloor n-r} = 240$ ... (i)

again, $^nC_r = 120$

বা, $\frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} = 120$ ... (ii)

(i) নং কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\lfloor r = 2$

∴ $r=2$

(i) নং এ মান বসিয়ে পাই,

$^nP_2 = 240$

বা, $n(n-1)=240$

বা, $n^2-n-240=0$

$n=16$ | $n=15$.

(Ans.)

(7) $^{n+3}C_2 : {^{n+8}C_3} = 3:56$

বা, $\frac{(n+3)(n+2)}{2\times1} \times \frac{3\times2\times1}{(n+8)(n+7)(n+6)} = \frac{3}{56}$

বা, $(n+3)(n+2)\times56 = (n+8)(n+7)(n+6)$

বা, $56n^2+280n+336 = (n+8)(n^2+13n+42)$

বা, $56n^2+280n+336 = n^3+13n^2+42n+8n^2+104n+336$

বা, $n^3-35n^2-134n=0$

বা, $n(n^2-35n-134)=0$

∴ $n=0$ (Ans.) | $n=-3.48$, $n=38.48$ গ্রহণযোগ্য নয়।

(8) Thesis শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে প্রতিবারে 4 টি নিয়ে সমাবেশ (Theis)

১ম: 4 টি ভিন্ন — $^5C_4$

২য়: 2 টি একই (ss), 2 টি ভিন্ন (Thei) $^1C_1 \times {^4C_2}$

∴ মোট সমাবেশ $= {^5C_4} + ({^1C_1} \times {^4C_2})$

$= 11$ (Ans.)

(9) Degree শব্দটির অক্ষর হতে 4 টি নিয়ে: D g r eee

১ম: 4 টি ভিন্ন $^4C_4$

২য়: 2 টি একই, 2 টি ভিন্ন $^3C_2 \times {^2C_2}$

৩য়: তিনটি একই, একটি ভিন্ন $^3C_3 \times {^3C_1}$

মোট $= {^4C_4} + ({^3C_2} \times {^2C_2}) + ({^3C_3} \times {^3C_1})$

$= 7$ (Ans.)

(10) Professor শব্দটির অক্ষরগুলি হতে 4টি করে বর্ণ নিয়ে:

pfe rr oo ss

১ম: 4টি ভিন্ন $^6C_4$

২য়: 2টি একই, 2টি ভিন্ন $^3C_1 \times {}^5C_2$

৩য়: 2টি একই, 2টি একই $^3C_2$

∴ মোট ~~[illegible]~~ সমাবেশ=

$= {}^6C_4 + ({}^3C_1 \times {}^5C_2) + {}^3C_2 = 48$ সংখ্যা। (Ans.)

(11) ৫ জনের কমিটি

মহিলা (4)	পুরুষ (6)
4	1
3	2
2	3
1	4

∴ মোট কমিটি গঠন:

$({}^4C_4 \times {}^6C_1) + ({}^4C_3 \times {}^6C_2) + ({}^4C_2 \times {}^6C_3) + ({}^4C_1 \times {}^6C_4) = 246$ সংখ্যা। (Ans.)

(12) বিষয় 6টি

গ্রুপ-1 (5)	গ্রুপ-2 (5)
4	2
3	3
2	4

মোট বাছাই $= ({}^5C_4 \times {}^5C_2) + ({}^5C_3 \times {}^5C_3) + ({}^5C_2 \times {}^5C_4) = 200$ (Ans.)

(13) we known,

কর্ণ $= {}^nC_2 - n$

$= \frac{n(n-1)}{2} - n$

$= \frac{n^2-n}{2} - n$

$= \frac{n^2-n-2n}{2}$

$= \frac{n}{2}(n-3)$ (Showed)

again,

${}^nC_3$

$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

$= \frac{n}{6}(n-1)(n-2)$ (Showed)

(14) we known,

${}^nC_4$

$= {}^7C_4$

$= 35$

1, 2, 3	6	ছিটিয়ে
1, 2, 3	7	থাকা
1, 2, 4	7	বিন্দুগুলি

চতুর্ভুজ সম্ভব নয়

∴ R = 35 − 3

= 32 সংখ্যা। (Ans.)

(15) মোট দাওয়াত করতে পারেন:

$= {}^8C_5 \times {}^4C_2$

$= 336$ ভাবে। (Ans.)

(16) মোট (9)

অংশ-১	অংশ-2
7	2
6	3
5	4

∴ ছাত্রটি মোট প্রশ্ন করতে পারেন:

$({}^9C_7 \times {}^2C_2) + ({}^9C_6 \times {}^3C_3) + ({}^9C_5 \times {}^4C_4) = 246$ সংখ্যা (Ans)

(17) কমিটি (4)

বিজ্ঞান (5)	কলা (3)
4	0
3	1
2	2
1	3

(i) বিজ্ঞানের কমপক্ষে ১ জন নিয়ে কমিটি
$= ({}^5C_4 \times {}^3C_0) + ({}^5C_3 \times {}^3C_1) + ({}^5C_2 \times {}^3C_2) + ({}^5C_1 \times {}^3C_3) = 70$ প্রকার। (Ans.)

(ii) বিজ্ঞান ও কলা হতে কমপক্ষে ১ জন করে
$= ({}^5C_3 \times {}^3C_1) + ({}^5C_2 \times {}^3C_2) + ({}^5C_1 \times {}^3C_3)$
$= 65$ প্রকার। (Ans.)

(18) কমিটি (5)

কলা (6)	মুক্ত (7)
2	3
1	4
0	5

∴ মোট কমিটি গঠন:
$({}^6C_2 \times {}^7C_3) + ({}^6C_1 \times {}^7C_4) + ({}^6C_0 \times {}^7C_5)$
$= 756$ প্রকার (Ans.)

(20) ${}^nC_{n+1} : {}^nC_{n+2} : {}^nC_{n+3} = 15 : 24 : 28$

১ম, $\frac{{}^nC_{n+2}}{{}^nC_{n+1}} = \frac{24}{15}$

বা, $\frac{n-n-1}{n+2} = \frac{24}{15}$

বা, $15n - 15n - 15 = 24n + 48$

বা, $15n - 39n - 63 = 0$

২য়, $\frac{{}^nC_{n+3}}{{}^nC_{n+2}} = \frac{28}{24}$

বা, $\frac{n-n-2}{n+3} = \frac{28}{24}$

বা, $24n - 24n - 48 = 28n + 84$

বা, $24n - 52n - 132 = 0$

∴ $n = 12$ এবং $n = 3$ (Ans.)

(21) মোট কমিটি গঠন করার পদ্ধতি:
$= ({}^6C_4 \times {}^4C_2) + ({}^6C_5 \times {}^4C_1) + ({}^6C_6 \times {}^4C_0)$
$= 115$ পদ্ধতি (Ans.)

(22) Engineering →
Eee nnn ggg ii rr.
১ম: ৪টি ভিন্ন $= {}^5C_4 \times \lfloor 4 =$
Engin
২য়: 2টি একই
EE, GG, nn, ii, $= {}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2}$
2টি ভিন্ন (R)
৩য়: 3টি একই $= {}^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 3}$
১টি ভিন্ন
৪র্থ: 2টি একই $= {}^4C_2 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2 . \lfloor 2}$
2টি একই

∴ মোট শব্দ গঠন $= ({}^5C_4 \times \lfloor 4) + ({}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2}) + ({}^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 3}) + ({}^4C_2 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2 . \lfloor 2}) = 476$ পদ্ধতি। (Ans.)

(23) মোট দল গঠন:
$= ({}^6C_4 \times {}^8C_7) + ({}^6C_5 \times {}^8C_6) + ({}^6C_6 \times {}^8C_5) = 344$ পদ্ধতি। (Ans.)

(24) মোট বীজ প্রদান =
$= ({}^5C_4 \times {}^5C_2) + ({}^5C_3 \times {}^5C_3) + ({}^5C_2 \times {}^5C_4) = 200$ পদ্ধতি। (Ans.)

(25) মোট বিন্যাস $= {}^{10}P_3 = 720$ প্রকার। (Ans.)

(26) মোট সমাবেশ $= ({}^{7}C_6 \times {}^{1}C_1) + ({}^{7}C_5 \times {}^{2}C_2) + ({}^{7}C_4 \times {}^{3}C_3) + ({}^{7}C_3 \times {}^{4}C_4)$

$= 98$ প্রকার। (Ans.)

(27) মোট বন্টন

$= {}^{15}C_5 \times {}^{10}C_5 \times {}^{5}C_5$

$= 756756$. (Ans.)

(28) ~~মোট সমাবেশ~~ =

বোস(4)	মোট (4)	বিজোড় (4)
1		3
2		2
3		1

∴ মোট সমাবেশ $= ({}^{4}C_1 \times {}^{4}C_3) + ({}^{4}C_2 \times {}^{4}C_2) + ({}^{4}C_3 \times {}^{4}C_1)$

$= 68$. (Ans.)