কণিক

অধ্যায়ন নির্দেশ :-

(1) ① নং এর লম্ব (সমান্তরাল) হবে,

$3x - 4y + k = 0$

$9 - 4 + k = 0$ {(3,1) বিন্দুগামী}

$k = -5$

$\therefore 3x - 4y - 5 = 0$

$\therefore$ স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{7}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

$3 = \frac{7/5 + p}{2}$

$p = 6 - \frac{7}{5} = \frac{23}{5}$

$1 = \frac{-\frac{1}{5} + q}{2}$

$q = 2 + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$

$(p, q) = \left(\frac{23}{5}, \frac{11}{5}\right)$

$\therefore$ অধ্যায়ন $SP = PM$

$$\left(x - \frac{23}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2 = \frac{(4x + 3y - 5)^2}{25}$$

$$\Rightarrow 25\left\{x^2 - 2 \cdot \frac{23}{5} \cdot x + \left(\frac{23}{5}\right)^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{11}{5} \cdot y + \left(\frac{11}{5}\right)^2\right\} = 16x^2 + 9y^2 + 25 + 24xy - 130y - 90x.$$

$$\Rightarrow 25\left(x^2 - \frac{46}{5}x + \frac{529}{25} + y^2 - \frac{22}{5}y + \frac{121}{25}\right) = 16x^2 + 9y^2 + 25 + 24xy - 130y - 90x$$

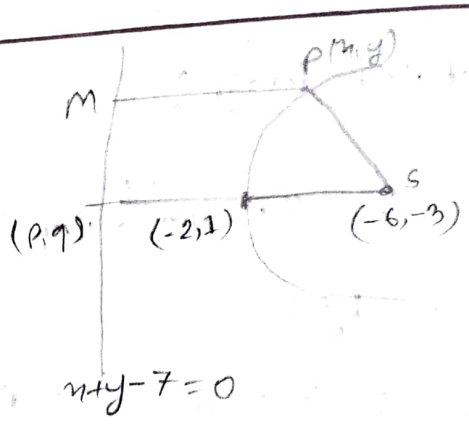
$$\Rightarrow 9x^2 + 16y^2 - 24xy - 190x - 80x + 625 = 0$$

$$\Rightarrow (3x)^2 + (4y)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4y - 190x - 80x + 625 = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 4y)^2 - 190x - 80x + 625 = 0$$

(Ans)

②



$-2 = \frac{p+6}{2}$

$\Rightarrow p = -4+6 = 2$

$1 = \frac{q-3}{2}$

$q = 2+3 = 5$

$(p,q) = (2,5)$

$(-2,1)$ ও $(-6,-3)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$\frac{x+2}{-2+6} = \frac{y-1}{1+3}$

$\Rightarrow \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{4}$

$x-y+3 = 0$ ——— ①

① নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$x+y+k = 0$

$2+5+k = 0$ ∵ $(2,5)$ বিন্দুগামী

$k = -7$

$\therefore x+y-7 = 0$

∴ বৃত্তের সমীকরণ,

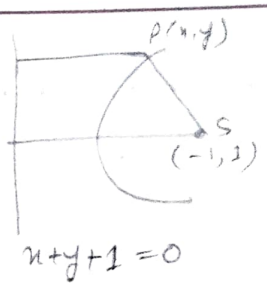
$(x+6)^2 + (y+3)^2 = \frac{(x+y-7)^2}{2}$

$\Rightarrow 2(x^2+12x+36+y^2+6y+9) = x^2+y^2+49+2xy-14y-14x$

$\Rightarrow x^2+y^2-2xy+38x+26y+41 = 0$

$\Rightarrow (x-y)^2 + 38x+26y+41 = 0$ (Ans)

(3)



প্রশ্নানুসারে, $SP = PM$

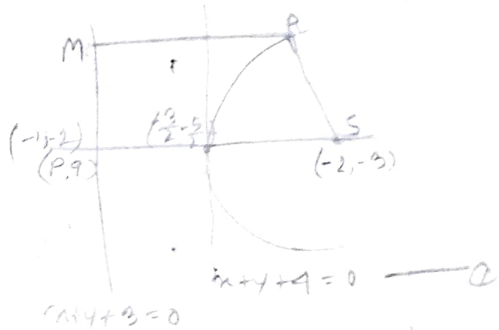
$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = \frac{(x+y+1)^2}{2}$$

$$\Rightarrow 2(x^2+2x+1+y^2-2y+1) = x^2+y^2+1+2xy+2y+2x$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+2xy = x^2+y^2-2xy+2x-6y+3=0$$

$$= (x-y)^2+2x-6y+3=0 \quad \text{(Ans)}$$

(4)



① নং রেখার সমীকরণ নির্ণয়,

$x-y+k=0$

$-2+3+k=0$ ($(-2,-3)$ বিন্দুগামী)

$k=-1$

$\therefore x-y-1=0$

$\therefore$ (2) নং বিন্দু $(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$

$$\therefore -\frac{3}{2} = \frac{p+2}{2}$$

$$p = -3+2 = -1$$

$$-\frac{5}{2} = \frac{q-3}{2}$$

$$q = -5+3 = -2$$

② নং রেখার সমীকরণ নির্ণয়,

$x+y+k=0$

$-1-2+k=0$ ($(-1,-2)$ বিন্দুগামী)

$k=3$

$x+y+3=0$

$\therefore SP = PM$

$$(x+2)^2+(x+3)^2 = \frac{(x+y+3)^2}{2}$$

$$\Rightarrow 2(x^2+4x+4+y^2+6y+9) = x^2+y^2+9+2xy+6y+6x$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-2xy+2x+6y+17=0 \quad \text{(Ans)}$$

(6) x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ -

$x = ay^2 + by + c$ যা $(3,3)$ $(6,5)$ $(6,-3)$ বিন্দুগামী।

$3 = 9a + 3b + c$ ——— (i)

$6 = 25a + 5b + c$ ——— (ii)

$6 = 9a - 3b + c$ ——— (iii)

from (i) (ii) & (iii)

$a = \frac{1}{4}$

$b = -\frac{1}{2}$

$c = 9/4$

∴ সমীকরণ,

$x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{9}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{y^2 - 2y + 9}{4}$

$\Rightarrow y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$ (Ans)

(7) y অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$y = ax^2 + bx + c$ যা $(4,5)$ $(-2,11)$ $(-4,21)$ বিন্দুগামী।

$5 = 16a + 4b + c$ ——— (i)

$11 = 4a - 2b + c$ ——— (ii)

$21 = 16a - 4b + c$ ——— (iii)

from (i) (ii) (iii)

$a = 1/2 \quad b = -2 \quad c = 5$

$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$

$\Rightarrow y = \frac{x^2 - 4x + 10}{2}$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 10 - 2y = 0$

(Ans)

$y^2 = 4ax$ সমীকরণ দ্বারা কোনো বিন্দুর অবস্থান (কোনো বিন্দুর দূরত্ব)

① $y^2 = 16x$ দূরত্ব 6 একক
স্থানাঙ্ক বের কর।

কোনো দূরত্ব $= x + a$

$x + a = 6$

$x + 4 = 6$

$x = 2$

$\therefore y^2 = 32$

$y = \pm 4\sqrt{2}$

$(x, y) = (2, \pm 4\sqrt{2})$ Ans

(2)

~~$x + a = \frac{25}{4}$~~ (কোনো দূরত্ব $= x + a$

$x + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$

$x = 5$ $\quad (y-2)^2 = 5(x-1)$

$x - 1 + a = \frac{25}{4}$

$\Rightarrow x - 1 + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$

$\Rightarrow x = 6$

Again, $(y-2)^2 = 5(5-1)$

$(y-2)^2 = 25$

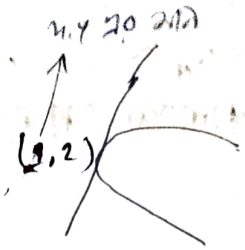
$y = \pm 5 + 2$

$+y = 7$, $-$ একক $y = -3$

$\therefore$ Farabi, $(6, 7)$ বা $(6, -3)$ (Ans)

স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয়

Teeh-1 $y^2 = 4x$



$yy_1 = 4\frac{x+x_1}{2}$

$2y = 4\frac{x+1}{2}$

$x - y + 1 = 0$ (Ans)

$y^2 = yy_1$

$x^2 = xx_1$

$x_1 = \frac{x+x}{2}$

$y = \frac{y+y_1}{2}$

Teeh-2

$y = mx + c$ (ও নির্ণয় করতে

$y = mx + c$

$c = \frac{m}{a}$

(1,2) বিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ,

$(y-2) = m(x-1)$

$y - 2 = mx - m$

$y = mx + (2-m)$

$y^2 = 4x$

$a = \frac{4}{4} = 1$

Now, $(2-m) = \frac{m}{1}$ ~~$(c = \frac{m}{a})$~~

$2 - m = m$

$\Rightarrow 2 = 2m$

$\Rightarrow m = 1$

$c = \frac{a}{m}$.

$\therefore (y-2) = 1(x-1)$

$x - y + 1 = 0$ (Ans)

(Teeh-3) We know ঢাল $= m = \frac{dy}{dx}$

$y^2 = 4x$

$2y\frac{dy}{dx} = 4$

$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{2 \times 2} = 1$

$\therefore y - 2 = 1(x-1)$

$x - y + 1 = 0$

(Ans)

উপবৃত্ত ও অধিবৃত্তের সমীকরণ

(1) দেখাও যে, $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ $3x = \pm 4$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{2\sqrt{2}}$। (& e নির্ণয় করা)

Soln: $x^2 - 8y^2 = 2$

$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{y^2}{(\frac{1}{2})^2} = 1$

$a^2 = \sqrt{2}$

$b = \frac{1}{2}$

$a^2(e^2-1) = b^2$

$\Rightarrow 2(e^2-1) = \frac{1}{4}$ ②

$\Rightarrow e^2 = \frac{9}{8}$

$e = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

আমরা জানি, নিয়ামকের সমীকরণ $x = \pm(\frac{a}{e}, 0)$

$\frac{a}{e} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ সমীকরণ $x = \pm \frac{a}{e}$ $\left(\pm \frac{4}{3}, 0\right)$

$x = \pm 4/3$

$3x = \pm 4$ (Ans)

জানা আছে উপ $\frac{2b^2}{a}$

$\frac{2 \times \frac{1}{4^2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (Ans)

② একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার নিয়ামক রেখা $2x+y=1$, উপকেন্দ্র বিন্দুটি $(1,1)$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{3}$।

Soln অধিবৃত্তের সমীকরণ $SP = ePM$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = \left(\sqrt{3}\left(\frac{2x+y-1}{\sqrt{5}}\right)\right)^2$$

$\Rightarrow 5(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1) = 3(4x^2 + y^2 + 1 + 4xy - 2y - 4x)$

$\Rightarrow 5x^2 - 10x + 5 + 5y^2 - 10y + 5 = 12x^2 + 3y^2 + 3 + 12xy - 6y - 12x$

$\Rightarrow -7x^2 + 2y^2 - 12xy + 2x - 4y + 7 = 0$ (Ans)

(3) একটি অধিবৃত্ত (6,4) ও (-3,1) বিন্দুগামী, এর কেন্দ্র মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং অক্ষ দুটি স্থানাঙ্ক অক্ষের বরাবর অবস্থিত, অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

We know,

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{36}{a^2} - \frac{9}{b^2} = 1$ ((6,4) বিন্দুগামী)

$\frac{4\times9}{a^2} + \frac{1\times4}{b^2} = 4$ ((-3,1) বিন্দুগামী)

⊗ নং ৭ দ্বারা গুণ করে

$\frac{36}{b^2} - \frac{9}{b^2} = -3$

$= \frac{4-9}{b^2} = -3$

$= \frac{4-9}{-3} = b^2$

$\therefore b =$

(6,4) বিন্দুগামী,

$\frac{36}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$ ——— (I)

(-3,1) বিন্দুগামী

$\frac{9}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$ ——— (II)

$\frac{36}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 4$ (৭ দ্বারা গুণ)

(I) - (II) করে,

$\frac{36}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{36}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 4$

$-\frac{16}{b^2} + \frac{4}{b^2} = -3$

$\Rightarrow \frac{-16+4}{b^2} = -3$

$\Rightarrow \frac{-12}{-3} = b^2$

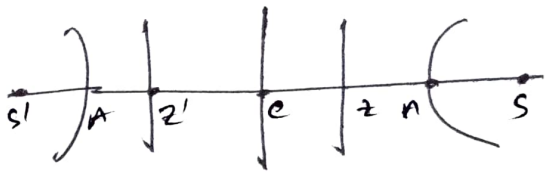
$= b^2 = 4$

b এর মান (I) এ বসাই

$\frac{9}{a^2} - \frac{1}{4} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 7.2$

$\therefore$ সমীকরণ, $\frac{x^2}{7.2} - \frac{y^2}{4} = 1$ (Ans)



(৪) $3x^2 + 4y^2 = 12$ সমীকরণটি হতে মৌলিক উপাদানগুলো নির্ণয় কর ?

$3x^2+4y^2 = 12$

$\Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

$= \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$

$a = 2, \; b = \sqrt{3}$

$\Rightarrow a^2(1-e^2) = b^2$

$\Rightarrow 4(1-e^2) = 3$

$\Rightarrow e^2 = 1/4$

$e = 1/2$ (Ans)

* অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $cs = (\pm ae, 0)$

$= (2 \times \frac{1}{2}, 0)$

$= (\pm 1, 0)$

* শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $ca = (\pm a, 0)$

$= (\pm 2, 0)$

* নিয়ামক ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $ez =$

$e(\pm \frac{a}{e}, 0)$

$= (2 \times \frac{2}{1}, 0)$

$= (\pm 4, 0)$

নিয়ামক / দিকাক্ষের সমী. $x = \pm 4$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমী. $x = \pm 1$

শীর্ষবিন্দুতে অভিলম্বের সমী. $x = \pm 2$

আড় অক্ষ $AA' = 2 \times 2 = 4$

অনুবন্ধী অক্ষ $2b = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(\sqrt{3})^2}{2} = 3$

(Ans)