বৃত্ত

1. $x^2+y^2+4x-6y-12=0$

$g=-2$

$f=3$

সূত্রে (কেন্দ্র থেকে)

Let বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$

কেন্দ্র $(4,5)$ হওয়ায়,

$x^2+y^2-8x-10y+c=0$ —①

① নং $(-2,3)$ বিন্দুগামী,

$4+9+16-30+c=0$

$c=1$

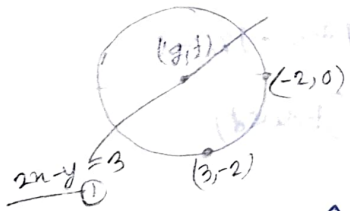
∴ নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,

~~$x^2+y^2+4x-6y+1=0$~~

$x^2+y^2-8x-10y+1=0$

সূত্রে

(2)



~~② নং $(3,-2)$ বিন্দুগামী,~~

① নং (g,f) বিন্দুগামী হওয়ায়,

$2g-f-3=0$

বৃত্তটি $(3,-2)$ বিন্দুগামী হওয়ায়,

$9+4-6g+4f+c=0$

$(-2,0)$ বিন্দুগামী হওয়ায়,

$4+4g+c=0$

$g=-\frac{3}{2}, f=-6$ $c=2$

∴ x^2+y^2

∴ বৃত্তের সমীকরন,

$x^2+y^2+2\frac{3}{2}x+12y+2=0$

$x^2+y^2+3x+12y+2=0$ (Ans)

(3)

$(g,f)=(6,0)$

$x=3$

$x^2+y^2-4x=0$

$9+y^2-12=0$

$y=\pm\sqrt{3}$

Let বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$

কেন্দ্র $(6,0)$ হওয়ায়,

$x^2+y^2-12x+c=0$

$(3,\pm\sqrt{3})$ বিন্দুগামী,

$9+3-36+c=0$

$\therefore c=24$

∴ বৃত্তটির সমীকরণ,

$x^2+y^2-12x+24=0$ (Ans)

(4) ধরি বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$

(6,5) বিন্দুগামী,

$36+25+12g-10f+c=0$ ——(i)

(-3,-1) বিন্দুগামী,

$9+16+6g+8f+c=0$ ——(ii)

(2,1) বিন্দুগামী,

$4+1-4g-2f+c=0$ ——(iii)

from (i) (ii) (iii)

$\therefore g=-3$

$f=1$

$c=-15$

$\therefore$ কেন্দ্র $(g,f)=(-3,1)$

$r=\sqrt{g^2+f^2-c}$

$r=\sqrt{9+1+15}$

$\therefore r=\sqrt{25}=\pm 5$.

$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাস $=5\times 2$
$=10$

$c<0$ হওয়ায়

দুটি বিন্দু বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত। (Ans)

(5) বৃত্তের সমীকরণ,

$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

$\Rightarrow (x+4)(x-12)+(y-13)(y+1)=0$

$\Rightarrow x^2-8x-48+y^2-2y-3=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-8x-2y-51=0$ Ans

$f=1$

$c=-51$

y অক্ষের সাথে জ্যা এর দৈর্ঘ্য

$2\sqrt{f^2-c}=2\sqrt{1+51}=4\sqrt{13}$ (Ans)

(6) A (1,1) বিন্দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত,

$1+1+4+6-12=0$

$=0$ (showed)

$g=2$

$f=-3$

Now,

$-2=\frac{x+1}{2}$

$\Rightarrow x=-4-1=-5$

$-3=\frac{y+1}{2}$

$\Rightarrow y=-6-1=-7$

$\therefore$ প্রান্তের স্থানাংক $(-5,-7)$ (Ans)

(৪) * কেন্দ্র x অক্ষের উপর হলে $f = 0$ হবে। $c = 0$

(3,5) বিন্দুগামী বৃত্ত,

$9 + 25 - 6g + c = 0$

(6,1) বিন্দুগামী,

$36 + 16 - 12g + c = 0$

$g = 3 \quad c = -16$

∴ সমীকরণ,

$x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$ (Ans)

(৫) $x \to 0$

y, অক্ষকে, $2\sqrt{g^2 - c} = 3$

$\sqrt{g^2} = \frac{3}{2}$

$g = 3/2$

x অক্ষকে, $2\sqrt{f^2 - c} = 5$

$f = 5/2$

∴ বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2 + y^2 - 2\frac{3}{2}x - 2\frac{5}{2}y = 0$

$x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$

(৭)

কেন্দ্র y অক্ষের উপর হলে $g = 0$ হবে।

$9 + 25 - 10f + c = 0$ [(3,5) বিন্দুগামী]

$36 + 16 - 8f + c = 0$ [(6,1) বিন্দুগামী]

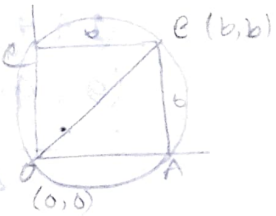
$f = -9$

$c = -124$

∴ সমীকরণ,

$x^2 + y^2 + 18f - 124 = 0$ (Ans)

(১০)



∴ বৃত্তের সমীকরণ,

$(x-0)(x-b) + (y-0)(y-b) = 0$

$x^2 - xb + y^2 - yb = 0$

$x^2 + y^2 = b(x+y)$ (Ans)

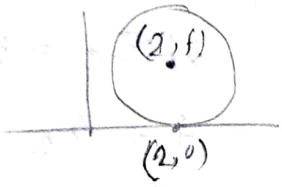
(11) $x^2+y^2-4x-6y+c=0$

$g=2$

$f=3$

x অক্ষ স্পর্শ করলে,

$g^2=c=4$ (Ans)



$g=x$ বরাবর সর্বোচ্চ দূরত্ব

x অক্ষের উপর $y=0$

∴ স্পর্শ বিন্দু (2, 0) (Ans)

(12) x অক্ষ স্পর্শ করায় $g^2=c$

$(1+4)-2g-4f+g^2=0$ (1,2)

$(9+4)-6g-4f+g^2=0$ (3,2)

$4g=8$

$g=2$

$c=2^2=4$

আবার,

$5-4-4f+4=0$

$f=5/4$

∴ সমীকরণ

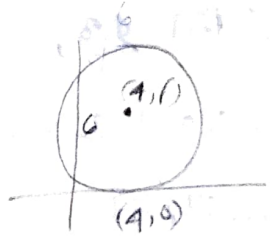
$x^2+y^2-\frac{4}{8}x-2\times\frac{5}{4}y+4=0$

$x^2+y^2-\frac{4}{8}x-\frac{5}{2}y+4=0$

$2x^2+2y^2-10y+8=0$

$2x^2+2y^2-8x-5y+8=0$ (Ans)

(13) $g^2=c$ / $c=4^2=16$



আবার,

$2\sqrt{f^2-c}=6$

$2\sqrt{f^2-16}=6$

$\Rightarrow f^2-16=9$

$\Rightarrow f=\pm5$

∴ বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2+y^2-8x\pm10y+16=0$ (Ans)

(14) $g^2=f^2=c=a^2$

(1,8) বিন্দুগামী,

$1+64-2a-16a+a^2=0$

$65-18a+a^2=0$

$a=13,5$

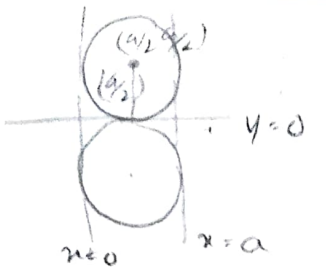
সমীকরণ,

$x^2+y^2-26x-26y+169=0$

$x^2+y^2-10x-10y+25=0$

(Ans)

(15)



$g = \frac{a}{2}$

$f = \pm a/2$

$r = a/2$

∴ বৃত্তের সমীকরণ,

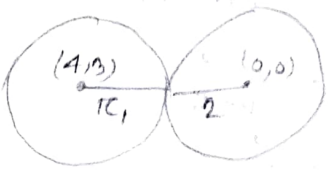
$(x-g)^2 + (y-f)^2 = r^2$

$\Rightarrow (x - a/2)^2 + (y \pm a/2)^2 = \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow x^2 - 2x\frac{a}{2}x + y\frac{a^2}{4} + y^2 \pm 2x\frac{a}{2}y + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{a^2}{4} = 0$

(16)



২য় বৃত্ত, $x^2 + y^2 = 2^2$ ∴ $r = 2$

কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব,

$= \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2}$

$= 5$

∴ $r_1 = 5 - 2 = 3$

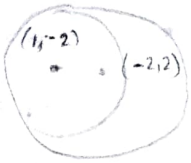
∴ সমীকরণ $c = 4^2 + 3^2 - 9$

$= 4^2 = 16$

∴ সমীকরণ

$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ (Ans)

(17)



১ম বৃত্তে,

$g_1 = 1$

$f_1 = -2$

$c = -31$

$r_1 = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 31}$

$= 6$

২য় বৃত্তে,

$g_2 = -2$

$f_2 = 2$

$c_2 = 7$

$r_2 = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 7}$

$= 1$

কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{(1+2)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{9+16} = 5$

বৃত্তদ্বয়ের বিয়োগফল $= 6 - 1$

$= 5$

(Showed)

(18)

$r = 2a\cos\theta$

$r^2 = 2ar\cos\theta$

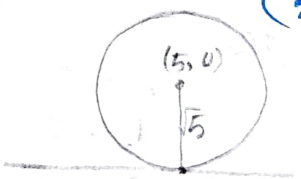
$x^2+y^2-2ax = 0$

(কেন্দ্র $(g,f) = (a,0)$

ব্যাসার্ধ $= \sqrt{a^2+0+0}$

$= a$ (Ans)

(19) ** (মূলবিন্দু ও দাগ)



$x^2+y^2-10x+20 = 0$

$g = 5$

$f = 0$

$c = 20$

$r = \sqrt{5^2+0-20} = \sqrt{5}$

শর্তমতে,

$\sqrt{5} = \pm\left|\frac{mx-y}{\sqrt{m^2+1}}\right|$

$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 = \left(\pm\left|\frac{5m}{\sqrt{m^2+1}}\right|\right)^2$

$\Rightarrow 5 = \frac{25m^2}{m^2+1}$

$\Rightarrow 25m^2-5m^2-5 = 0$

$\Rightarrow 20m^2-5 = 0$

$\Rightarrow 5(4m^2-1) = 0$

$\Rightarrow (2m+1)(2m-1) = 0$

$m = -\frac{1}{2}, m = \frac{1}{2}$

$m = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে,

$y = -\frac{1}{2}x$

$2y+x = 0$

আবার,

$m = \frac{1}{2}$ বসিয়ে,

$y = \frac{1}{2}x$

$2y-x = 0$

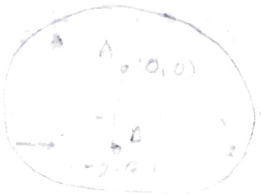
$\therefore x-2y = 0$ ~~(Ans)~~

সমীকরণদ্বয়,

$x+2y = 0$

$x-2y = 0$

(20)



$x^2+y^2 = 81$

$x^2+y^2 = 9^2$

AB রেখার সমীকরণ,

$\frac{x-0}{0+2} = \frac{y-0}{0-3}$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{-3}$

$\Rightarrow 2y+3x = 0$

$\Rightarrow 3x+2y = 0$ ——— (1)

(1) নং রেখার সমান্তরাল রেখার,

$2x-3y+K$

$-4-9+K$ (+2,3) বিন্দুগামী

$K = 13$

$\therefore$ সমীকরণ,

$2x-3y+13 = 0$

(Ans)

(21)

$$x^2+y^2-2ax+4ay=0$$
$$x^2+y^2-3ax+5ay+c=0$$
$$- \quad - \quad + \quad - \quad +$$

$$ax-ay-c=0$$

(22)

$px+qy-1=0$

সূত্রমতে,

$$a=\pm\left|\frac{p\cdot x+q\cdot y-1}{\sqrt{p^2+q^2}}\right|$$

$$a^2=\pm\left|\frac{p-1}{\sqrt{p^2+q^2}}\right|$$

$$a^2=\frac{1}{p^2+q^2}$$

$$\therefore p^2+q^2=\left(\frac{1}{a}\right)^2$$

যেহেতু বৃত্তের সমীকরন মুলাংশ (p,q) বৃত্তের উপর অবস্থিত।

(23)

$3x-4y+5=0$ ①

$x^2+y^2-2x-4y-4=0$

$g=1$

$f=2$

$c=-4$

$r=\sqrt{1^2+2^2+4}=3$

① নং এর সমান্তরাল রেখার—

$$4x+3y+k=0$$

সূত্রমতে,

$$3=\pm\left|\frac{4x+3y+k}{5}\right|$$

$$3=\pm\left|\frac{4+6+k}{5}\right|$$

'+' নিয়ে,

$15=10+k$

$k=5$

'-' নিয়ে,

$15=-10-k$

$k=-25$

∴ সমাধান সমীকরণ,

$4x+3y+5=0$

$4x+3y-25=0$ (Ans)

(24)

বৃত্তের সমীকরণ,

$(x-3)(x-9)+(y-\cancel{3})(y-1)=0$

$\Rightarrow x^2-12x+27+y^2-8y+7=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-12x-8y+34=0$ (Ans)

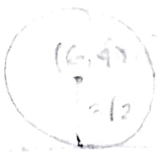
$g=6$

$f=4$

$c=34$

$r=\sqrt{6^2+4^2-34}$

$=3\sqrt{2}$



(1)

$r_1=\pm\left|\frac{x+y-4}{\sqrt{2}}\right|$

$r=\frac{6+4-4}{\sqrt{2}}$

$r=3\sqrt{2}$

ব্যাসার্ধ (r) = ঘুরত্ব (r_1)

(Proved)

① নং এর সাথে তুলনা করে,

$x-y+k=0$

$6-4+k=0$

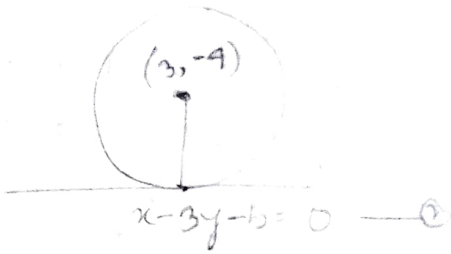
$k=-2$

$x-y+2$ $x-y-2=0$ —— (11)

from (1) & (11)

∴ সমান্তর বিন্দুটি (3,1)

(২৫)



$x^2+y^2-6x+8y+15=0$

$g=-3$

$f=-4$

$c=15$

$r=\sqrt{3^2+(-4)^2-15}$

$=10$

Again,

ঘুরত্ব (r_1) $=\pm\left|\frac{x-3y-5}{\sqrt{10}}\right|$

$r=\frac{3+12-5}{\sqrt{10}}$

$=\frac{10}{\sqrt{10}}$

$=\sqrt{10}$

∴ ব্যাসার্ধ = ঘুরত্ব

(Proved)

① নং এর সাথে তুলনা করে,

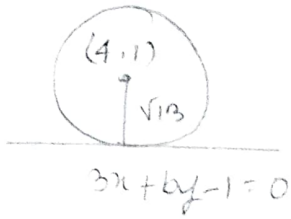
$3x+y+k=0$

$9-4+k=0$ (3,-4) বসিয়ে

$k=-5$

$3x+y-5=0$

২৮।



$x^2+y^2-8x-2y+4=0$

$g=4$

$f=1$

$c=4$

$r=\sqrt{4^2+1-4}=\sqrt{13}$

অর্থাৎ,

$$\sqrt{13}=\pm\left|\frac{3x+by-1}{\sqrt{9+b^2}}\right|$$

$$\Rightarrow \sqrt{13}=\pm\left|\frac{12+b-1}{\sqrt{9+b^2}}\right|$$

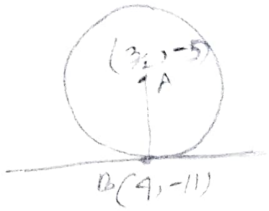
$$\Rightarrow (\sqrt{13})^2=\frac{(11+b)^2}{9+b^2}$$

$$\Rightarrow 117+13b^2=121+22b+b^2$$

$$\Rightarrow 12b^2-22b-4=0$$

$b=2, -\frac{1}{6}$ (Ans)

(২৯)



$x^2+y^2-3x+10y=15$

$g=\frac{3}{2}$

$f=-5$

$c=-15$

AB এর সমীকরণ,

$$\frac{x-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}-4}=\frac{y+5}{-5+11}$$

$$=\frac{2x-3}{3-8}=\frac{y+5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-3}{-5}=\frac{y+5}{6}$$

$$=12x-18+5y+25=0$$

$$=12x+5y+7=0 \quad \text{—— ①}$$

① নং এর লম্ব সমীকরণ,

$5x-12y+k=0$

$20+132+k=0$ (4,-11 বিবেচনা)

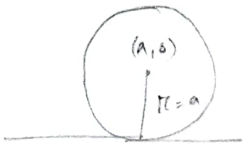
$k=-152$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ

$5x-12y-152=0$

(Ans)

(28)



$x^2+y^2-2ax=0$

$g=a$

$f=0$

$c=0$

$r=a$

সূত্রমতে

$$a=\frac{\pm|lx+my-1|}{\sqrt{l^2+m^2}}$$

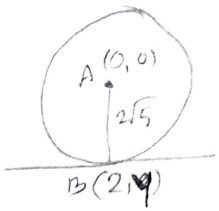
$$\Rightarrow a^2=\frac{|la-1|}{\sqrt{l^2+m^2}}$$

$$\Rightarrow a^2=\frac{(la-1)^2}{l^2+m^2}$$

$$\Rightarrow a^2l^2+a^2m^2=l^2a^2-2la+1$$

$$\Rightarrow a^2m^2+2la=1 \quad \text{(Showed)}$$

(29)



$x^2+y^2=2\sqrt{5}$

$(2\sqrt{5})^2=(2-0)^2+(4-0)^2$

$\Rightarrow 20=4+y^2$

$\Rightarrow y=\pm 4$

(+) নিয়ে, AB এর সমীকরণ,

$$\frac{x-0}{0-2}=\frac{y-0}{0-4}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2}=\frac{y}{-4}2$$

$$\Rightarrow 2x-y=0$$

নতুন সমীকরণ,

$x+2y+k=0$

~~$x+8y+k$~~

$2+8+k=0$

$k=-10$

$\therefore x+2y-10=0$

(-) নিয়ে,

$$\frac{x-0}{0-2}=\frac{y-0}{0+4}$$

$$\frac{x}{-2}=\frac{y}{+4}2$$

$2x+y=0$

নতুন সমীকরণ,

$x-2y+k=0$

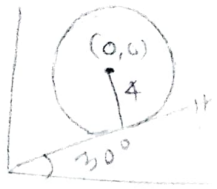
$2+8+k=0$

$k=-10$

$\therefore x-2y-10=0$

Ans

(30)



$x^2+y^2 = 4^2$

ধরি সমীকরণ,

$y = mx+c$

অতএব, $\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + c$

$\Rightarrow \sqrt{3}y = x + c$

$\Rightarrow x - \sqrt{3}y + c$

আবার,

$4 = \pm \left| \frac{x - \sqrt{3}y + c}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} \right|$

$\Rightarrow 4 = \pm \frac{c}{2}$

$\Rightarrow c = \pm 8$

$\therefore$ সমীকরণ, $x - \sqrt{3}y \pm 8 = 0$ (Ans)

(31)

$5x - 12y + k = 0$

$5x - 12y - 9 = 0$

$x^2+y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$

$g = 4$

$f = 5$

$c = -8$

$r = \sqrt{4^2+5^2+8} = 7$

আবার,

$7 = \pm \left| \frac{5x - 12y + k}{13} \right|$

$\Rightarrow 7 = \pm \left| \frac{20 - 60 + k}{13} \right|$

$\Rightarrow 7 = \pm \left| \frac{-40 + k}{13} \right|$

(+) নিয়ে,

$k = 131$

(−) নিয়ে,

$+40 - k = 51$

$k = -51$

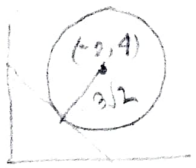
$\therefore$ সমীকরণ,

$5x - 12y + 131 = 0$

$5x - 12y - 51 = 0$

(Ans)

(32)



$x^2+y^2+4x-8y+2=0$

$g=-2$
$f=4$
$c=2$
$r=\sqrt{(-2)^2+4^2-2}$
$=3\sqrt{2}$

সমান্তরাল সমীকরণ,
$x+y=a$

দূরত্বসাপ,
$3\sqrt{2}=\pm\left|\frac{x+y-a}{\sqrt{2}}\right|$

$3\sqrt{2}=\pm\left|\frac{-2+4-a}{\sqrt{2}}\right|$

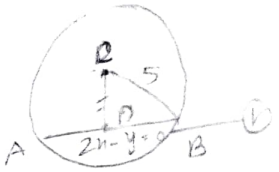
$3\sqrt{2}=\pm\left|\frac{2-a}{\sqrt{2}}\right|$

(+) নিয়ে,
$-a=6-2$
$a=-4$

(−) নিয়ে,
$-2+a=6$
$a=8$

∴ সমীকরণ,
$x+y+4=0$
$x+y-8=0$

(33)



$x^2+y^2-10x=0$

$g=5$
$f=0$
$c=0$
$r=\sqrt{25}$

① নং এর লম্ব সমীকরণ,
$x+2y+k=0$
$5+k=0$
$k=-5$

$\therefore x+2y-5=0$ ——— (iii)

∴ P এর স্থানাঙ্ক $=(1,2)$

$CD=\sqrt{(5-1)^2+(0-2)^2}$
$=2\sqrt{5}$

$BD=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}$
$=\sqrt{5}$

সমীকরণ,
$\therefore (x-1)^2+(y-2)^2=5$
$\Rightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4-5=0$
$\Rightarrow x^2+y^2-2x-4y=0$

(Ans)

(35)

$x^2+y^2-2x-4y-4=0$

$2x+3y+1=0$

$\therefore x^2+y^2-2x-4y-4+k(2x+3y+1)=0$ ——— ①

(0,0) বিন্দু

$0+0+0+0-4+k(0+0+1)=0$

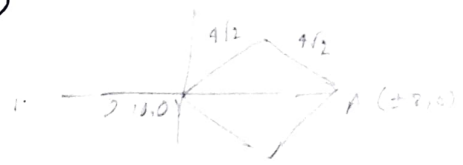
$k=4$

k এর মান ① নং এ বসাই,

$x^2+y^2-2x-4y-4+8x+12y+4=0$

$x^2+y^2+6x+8y=0$ (Ans)

(36)



$OA^2=(4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2$

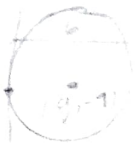
$OA=\pm 8$

$\therefore$ বৃত্তের সমীকরণ, (ব্যাসের প্রান্তবিন্দু দেওয়া থাকলে)

$(x-0)(x\pm 8)+(y-0)(y-0)=0$

$x^2\pm 8x+y^2=0$ (Ans)

(37)



$2\sqrt{g^2-c}=6$

x ও y এর সহগ সমান থাকায়

$f^2=c=16$

$\therefore 2\sqrt{g^2-16}=6$

$\Rightarrow \sqrt{g^2-16}=3$

$\Rightarrow g^2=25$

$g=\pm 5$

$\therefore$ সমীকরণ,

$x^2+y^2\pm 10x+8y+16=0$

(Ans)

(38)

$2x^2+2y^2-3x-4y+1=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-2.\frac{3}{4}x-2y+\frac{1}{2}=0$

$g=\frac{3}{4}, f=1, c=1/2$

$r_1=\sqrt{(\frac{3}{4})^2+1^2-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{17}}{4}$

$16x^2 + 16y^2 - 32x - 1 = 0$

$x^2 + y^2 - 2x - \frac{1}{16} = 0$

$g = 1 \quad f = 0$

$c = -1/16$

$r_2 = \sqrt{(1^2 + 1/16)}$

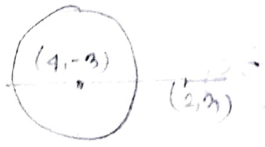
$= \frac{17}{4}$

$AB = \sqrt{(\frac{3}{4} - 1)^2 + (1-0)^2}$

$= \frac{\sqrt{17}}{4}$

$AB = r_1 = r_2$ (Showed)

(39)



$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$

$g = 4$

$f = -3$

$c = 21$

$\frac{x-4}{4-2} = \frac{y+3}{-3-3}$

$\frac{x-4}{2} = \frac{y+3}{-6}$

$\Rightarrow 6x + 24 - 2y - 6 = 0$

$\Rightarrow 6x + 2y - 18 = 0$

$3x + y = 9$ (Ans)