

বৃত্ত:

১. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 5) বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়। $x^2+y^2+3x+12y+2=0$ (RUET:04-05)

$$x^2+y^2+4x-6y-12=0$$

let বৃত্তের সমীকরণ,

$$g = -2$$

$$f = 3$$

$$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$$

কেন্দ্র (4,5) হওয়ায়,

① নং (-2,3) বিন্দুগামী,

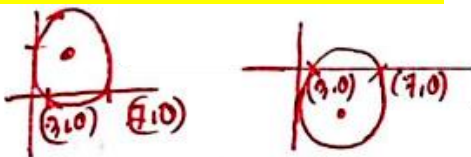
$$x^2+y^2-8x-10y+c=0 \quad \text{--- ①}$$

$$4+9+16-30+c=0$$

$$c=1$$

∴ নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,
 $x^2+y^2-8x-10y+1=0$

২. একটি বৃত্ত y-অক্ষকে স্পর্শ করে এবং (3,0) ও (7,0) বিন্দুগামী; বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
 $x^2+y^2-10x+2\sqrt{21}y+21=0$ (RUET:17-18, 07-08)



we know,

$$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$$

③ - ①

$$9-6g+c=0$$

$$49-14g+c=0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (4) \quad (5) \quad (6) \\ \hline -40+8g=0 \end{array} \quad \text{--- ⑦}$$

$$\therefore g=5$$

বৃত্তের সমীকরণ,

$$9+0-6g-0+c=0 \quad \text{--- ⑧}$$

$$49+0-14g-0+c=0 \quad \text{--- ⑨}$$

এ অক্ষ দ্বারা ⑧ নং সমীকরণে

$$9-6 \times 5 + c = 0$$

$$\Rightarrow c=21$$

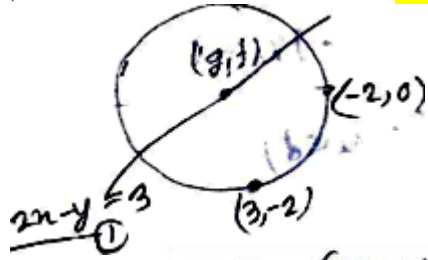
we know,

$$y \text{ অক্ষকে স্পর্শ করে তাই } f=0$$

$$\therefore f=\pm\sqrt{21}$$

$$x^2+y^2-10x \pm \sqrt{21} \times 2y + 21 = 0 \quad \text{--- ⑩}$$

৩. $2x-y=3$ রেখার ওপর কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত $(3, -2)$ ও $(-2, 0)$ বিন্দু দুইটি দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। $x^2+y^2+3x+12y+2=0$



$(-2, 0)$ বিন্দুগামী হওয়ায়,
 $4+4g+c=0$
 $g=-\frac{3}{2}, f=-6, c=2$

১ নং $(3, -2)$ বিন্দুগামী হওয়ায়, \therefore বৃত্তের সমীকরণ,

$$2g-f-3=0$$

বৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দুগামী হওয়ায়
 $9+4-6g+4f+c=0$

$$x^2+y^2+2\frac{3}{2}x+12y+2=0$$

$$x^2+y^2+3x+12y+2=0 \quad (\text{Ans})$$

৪. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র $(6, 0)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা $x^2+y^2-4x=0$ বৃত্ত, এবং $x=3$ রেখার ছেদ বিন্দু দিয়ে যায়। $x^2+y^2-12x+24=0$

$(g, f) = (6, 0)$
 $x=3$

$$x^2+y^2-4x=0$$

$$9+y^2-12=0$$

$$y=\pm\sqrt{3}$$

$(3, \pm\sqrt{3})$ বিন্দুগামী,

$$9+3-36+c=0$$

$$\therefore c=24$$

let বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$$

\therefore বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2+y^2-12x+24=0 \quad (\text{Ans})$$

কেন্দ্র $(6, 0)$ হওয়ায়,

$$x^2+y^2-12x+c=0$$

৫. একটি বৃত্ত $(-6, 5)$, $(-3, -4)$ এবং $(2, 1)$ বিন্দু তিনটি দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ, কেন্দ্রের স্থানাংক এবং ব্যাস নির্ণয় কর। মূল বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে না বাহিরে অবস্থিত। $x^2+y^2+6x-2y-15=0$, $(-1, 1)$, ভিতরে অবস্থিত।

৬. বৃত্তের সমীকরণ,

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (g, f) = (-3, 1)$$

$$x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0 \quad r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

(6, 5) বিন্দুগামী,

$$r = \sqrt{9 + 1 + 15}$$

$$36 + 25 + 12g - 10f + c = 0 \quad \therefore r = \sqrt{25} = 5$$

(-3, -1) বিন্দুগামী,

$$\text{--- ① : বৃত্তের ব্যাস} = 5 \times 2 = 10$$

$$9 + 16 + 6g + 8f + c = 0$$

(2, 1) বিন্দুগামী,

$$\text{--- ②}$$

$$4 + 1 - 4g - 2f + c = 0 \quad \text{--- ③}$$

from ① ② ③

$$\therefore g = -3$$

$$f = 1$$

$$c = -15$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (g, f) = (-3, 1)$$

$c < 0$ শুধুমাত্র

মূল বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্রে

অবস্থিত।

(Ans)

৬. (-4, 3) ও (12, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তা দ্বারা খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0, 4\sqrt{13}$

বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 48 + y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$$

$$f = 1$$

$$c = -51$$

[Ans]

৭ অংশের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য

$$2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{1 + 51} = 4\sqrt{13}$$

(Ans)

৭. দেখাও যে A (1, 1) বিন্দুটি $x^2+y^2+4x+6y-12=0$ বৃত্তের ওপর অবস্থিত। এ বিন্দু দিয়ে বৃত্তটির যে, ব্যাস অঙ্কন করা যায় তার প্রান্তর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **(-5, -7)**

A (1, 1) বিন্দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত,
 $1+1+4+6-12=0$
 $= 0$ (shown)

Now,

$$-2 = \frac{m+1}{2}$$

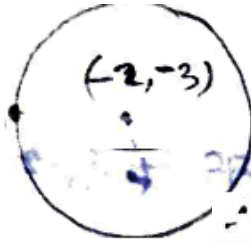
$$\Rightarrow m = -4-1 = -5$$

$$-3 = \frac{y+1}{2}$$

$$\Rightarrow y = -6-1 = -7$$

প্রান্তর স্থানাঙ্ক **(-5, -7)**

(Ans)



$$g = 2$$

$$f = -3$$

Now,

$$-2 = \frac{m+1}{2}$$

$$\Rightarrow m = -4-1 = -5$$

৮. $\sqrt{10}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত (1, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং তার কেন্দ্র $y=3x-7$ রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **$x^2+y^2-5x-y+4=0$**

৯. (3, 5) ও (6, 4) বিন্দুগামী এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (ক) x-অক্ষের উপর অবস্থিত (খ) y- অক্ষের উপর অবস্থিত। **$x^2+y^2-6x-16=0$; $x^2+y^2+18y-124=0$**

কেন্দ্র x অক্ষের উপর হলে $f=0$ হতে।

(3, 5) বিন্দুগামী বৃত্ত,

$$9+25-6g+e=0$$

(6, 4) বিন্দুগামী,

$$36+16-12g+e=0$$

$$g = 3 \quad e = -16$$

∴ সমীকরণ

$$x^2+y^2-6x-16=0 \quad (\text{Ans})$$

(খ) কেন্দ্র y অক্ষের উপর হলে $g=0$ হতে।

$$9+25-10f+e=0 \quad [(3, 5) \text{ বিন্দুগামী}]$$

$$36+16-6f+e=0 \quad [(6, 4) \text{ বিন্দুগামী}]$$

∴ সমীকরণ,

$$x^2+y^2+18y-124=0 \quad (\text{Ans})$$

১০. একটি বৃত্ত মূল বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y-অক্ষের ধনাত্মক দিক হতে যথাক্রমে 3 ও 5 একক অংশ ছেদ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। $x^2+y^2-3x-5y=0$

$$c=0$$

১ম মতে,

$$2\sqrt{g^2-c}=3$$

$$\sqrt{g^2}=\frac{3}{2}$$

$$g=\frac{3}{2}$$

২য় মতে,

$$2\sqrt{f^2-c}=5$$

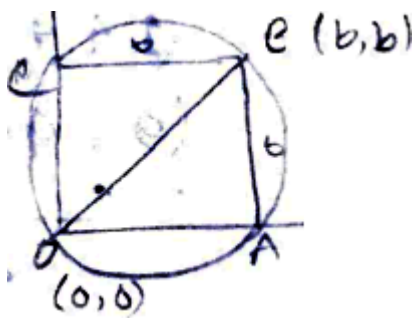
$$f=\frac{5}{2}$$

∴ বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2+y^2-2\cdot\frac{3}{2}x-2\cdot\frac{5}{2}y=0$$

$$x^2+y^2-3x-5y=0$$

১১. b বাহুবিশিষ্ট OABC একটি বর্গ। OA এবং OC কে অক্ষ ধরে প্রমাণ কর যে, বর্গটির পরিবৃত্তের সমীকরণ $x^2+y^2=b(x+y)$



∴ বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-0)(x-b)+(y-0)(y-b)=0$$

$$x^2-xb+y^2-yb=0$$

$$x^2+y^2=b(x+y) \text{ (Ans)}$$

১২. $x^2+y^2-4x-6y+c=0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে। এর মান এবং স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

4, (2,0) (KUET:03-04)

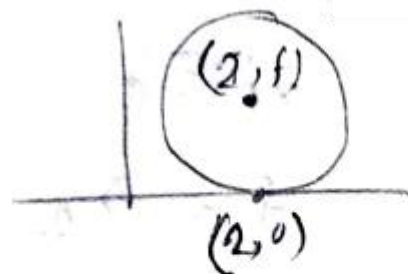
$$x^2+y^2-4x-6y+c=0$$

$$g=2$$

$$f=3$$

∴ অক্ষ স্পর্শ বিন্দু

$$g^2+c=4 \text{ (Ans)}$$



g=2 থেকে
যতদূর দূরত্ব

∴ অক্ষের উপর y=0

$$\therefore \text{স্পর্শ বিন্দু } (2,0) \text{ (Ans)}$$

১৩. একটি বৃত্ত (1, 2) এবং (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। $2x^2+2y^2-8x-5y+8=0$

অর্থাৎ,

২ অক্ষ স্পর্শ বিন্দু $g^2 = c$

$$(1+4) - 2g - 4f + g^2 = 0 \quad (1, 2) \text{ বিন্দু}$$

$$5 - 4 = 4f + 4 = 0$$

$$f = -5/4$$

$$(9+4) - 6g - 4f + g^2 = 0 \quad (3, 2) \text{ বিন্দু}$$

$$4g^2 = 8 \quad \text{সমীকরণ}$$

$$g = 2$$

$$c = 2^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 5/2 y + 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 5/2 y + 4 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0 \quad (\text{Ans})$$

১৪. এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x-অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং যার দ্বারা y-অক্ষের ছেদাংশের পরিমাণ 6 একক। দেখায় যে এরূপ দুটি বৃত্ত পাওয়া যাবে। $x^2+y^2-8x+10y+16=0$;

$x^2+y^2-8x+10y+16=0$ (BUET: 11-12, 02-03, KUET:05-06)

$$g^2 = c \quad / \quad c = 4^2 = 16$$

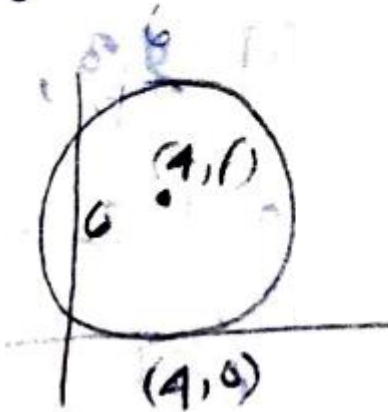
অর্থাৎ

$$2\sqrt{f^2 - c} = 6$$

$$2\sqrt{f^2 - 16} = 6$$

$$\Rightarrow f^2 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow f = \pm 5$$



∴ বৃত্তের সমীকরণ,

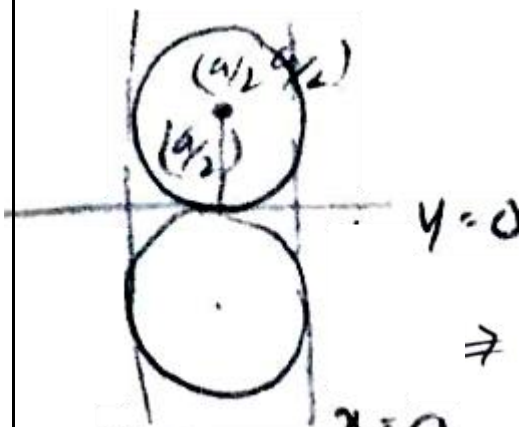
(Ans)

$$x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$$

১৫. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং (1, 8) বিন্দু দিয়ে যায়। $x^2+y^2-10x-10y+25=0$; $x^2+y^2-26x-26y+169=0$ (CUET:08-09)

$g^2 = f^2 = c = a^2$ অন্যভাবে,
 (1, 8) বিন্দু দিয়ে যায়, $x^2+y^2-26x-26y+169=0$
 $1+64-2a-16a+a^2=0$ $x^2+y^2-10x-10y+25=0$
 $65-18a+a^2=0$ (Ans)
 $a=13, 5$

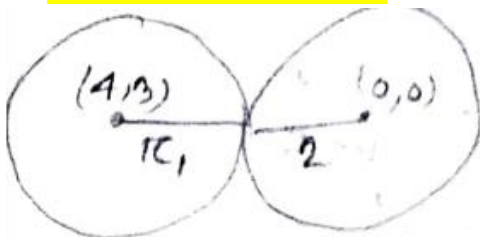
১৬. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x=0$, $y=0$ এবং $x=a$ রেখাশ্রায়কে স্পর্শ করে। $x^2+y^2-ax+ay+1/4a^2=0$; $x^2+y^2-ax-ay+1/4a^2=0$



\therefore বৃত্তের সমীকরণ,
 $(x-g)^2 + (y-f)^2 = r^2$

$x=0$ $x=a$
 $g = \frac{a}{2}$ $f = \pm \frac{a}{2}$
 $r = \frac{a}{2}$
 $\Rightarrow (x-\frac{a}{2})^2 + (y \pm \frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{4}$
 $\Rightarrow x^2 - 2 \times \frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4} + y^2 \pm 2 \times \frac{a}{2}y + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{a^2}{4} = 0$

১৭. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাংক (4, 3) এবং যা $x^2+y^2=4$ বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। $x^2+y^2-8x-6y+16=0$; (BUET:14-15)



কেন্দ্রের দূরত্ব,

২য় বৃত্ত, $x^2+y^2=2^2$ $\therefore r=2$

$\sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

$$\therefore r_1 = 5 - 2 = 3$$

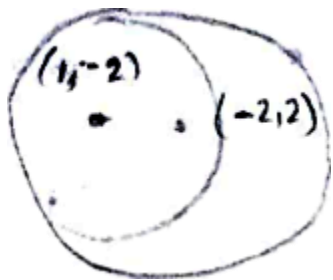
$$c = 4^2 + 3^2 - 9$$

$$= 4^2 = 16$$

সমীকরণ

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0 \quad (\text{Ans})$$

১৮. দেখাও যে, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$ বৃত্তদুটি পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করে। সাধারণ স্পর্শক নির্ণয় কর। **$3x - 4y + 19 = 0$**



২য় বৃত্তে,
 $g_1 = 1$

$f_1 = -2$

$c = -31$

$$r_1 = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 31}$$

$$= 6$$

① - ②

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$$

$$-6x + 8y - 38 = 0$$

$$3x - 4y + 19 = 0$$

↳ (Ans)

২য় বৃত্তে, $g_2 = -2$

$f_2 = 2$

$c_2 = 7$

$$r_2 = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 7}$$

$$= 1$$

কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $= \sqrt{(1+2)^2 + (-2-2)^2}$

$$= \sqrt{9 + 16} = 5$$

আমর্ষিকের দিগাংকল $= 6 - 1$
 $= 5$

(shown)

১৯. বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় করঃ $r = 2a \cos \theta$

$(a, 0)$, a একক

$$r = 2a \cos \theta$$

$$r^2 = 2ar \cos \theta$$

$$x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

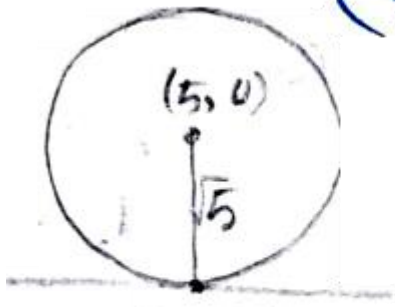
(কেন্দ্র $(g, f) = (a, 0)$)

আমর্ষিক $= \sqrt{a^2 + 0 + 0}$
 $= a \quad (\text{Ans})$

২০. মূলবিন্দু থেকে $x+y^2-10x+20=0$ বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। $x-2y=0$;

$x+2y=0$

(মূলবিন্দু ও কেন্দ্র)



$y=mx$
 $mx-y=0$

$x^2+y^2-10x+20=0$
 $g=5$
 $f=0$
 $c=20$

$R = \sqrt{5^2+0-20} = \sqrt{5}$

অতঃপর,

$\sqrt{5} = \left| \frac{mx-y}{\sqrt{m^2+1}} \right|$

$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 = \left| \frac{5m}{\sqrt{m^2+1}} \right|^2$

$\Rightarrow 5 = \frac{25m^2}{m^2+1}$

$\Rightarrow 25m^2 - 5m^2 - 5 = 0$

$\Rightarrow 20m - 5 = 0$

$\Rightarrow 20m^2 - 5 = 0$

$\Rightarrow 5(4m^2 - 1) = 0$

$\Rightarrow (2m+1)(2m-1) = 0$

$m = -\frac{1}{2}, m = \frac{1}{2}$

$m = -\frac{1}{2}$ ক্ষেত্রে,

$y = -\frac{1}{2}x$
 $2y+x=0$

অথবা, $m = \frac{1}{2}$ ক্ষেত্রে,

$y = \frac{1}{2}x$
 $2y-x=0$

$\therefore x-2y=0$ (Ans)

অন্যভাবে,

$x+2y=0$

$x-2y=0$

২১. $x^2+y^2=81$ বৃত্তের একটি জ্যা - এর মধ্য বিন্দু $(-2, 3)$ ঐ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর। **2x-**

3y+13=0



$\rightarrow (-2,3)$
 $\rightarrow 2x - 3y = 0$

$x^2+y^2=81$
 $x^2+y^2=9^2$

০ নতুন নতুন রেখা,
 $2x - 3y + k$ $(-2,3)$ বিন্দুগামী
 $-4 - 9 + k$
 $k = 13$

AB রেখার সমীকরণ,

$\frac{x-0}{0+2} = \frac{y-0}{0-3}$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{-3}$

$\Rightarrow 2y + 3x = 0$

$\Rightarrow 3x + 2y = 0$

— ০

\therefore সমীকরণ,

$2x - 3y + 13 = 0$ (Ans)

২২. $x+y-2ax+4ay=0$ এবং $x^2+y^2-3ax+5ay+c=0$ বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা'র এর সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। **ax-ay-c=0** (KUET: 06-07, 05-06)

$x^2+y^2-2ax+4ay=0$
সাধারণ জ্যা'র বিন্দু বিন্দু
যা'র সমীকরণ দুইটি
বিমোদ্য করতে হয়।

$x^2+y^2-2ax+4ay=0$
 $x^2+y^2-3ax+5ay+c=0$

$ax - ay - c = 0$

সমীকরণঃ-

$ax - ay - c = 0$ (Ans)

২৩. $px+qy=1$ রেখাটি $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। দেখাও যে, (p, q) বিন্দুটি একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।



অতঃপর, $a = \frac{+|pm+qn-1|}{\sqrt{p^2+q^2}}$

$a = \frac{+|p-1|}{\sqrt{p^2+q^2}}$

$a = \frac{1}{\sqrt{p^2+q^2}}$

$\therefore p^2+q^2 = \left(\frac{1}{a}\right)^2$

যেহেতু এটি বৃত্তের সমীকরণ সুতরাং

(p, q) বৃত্তের কেন্দ্র অঙ্কিত।

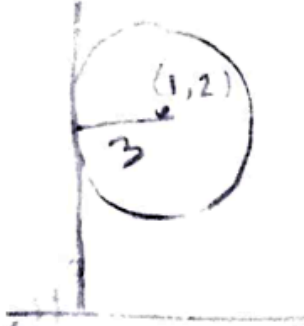
২৪. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্ত অঙ্কিত স্পর্শক $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। $4x + 3y + 5 = 0$; $4x + 3y - 25 = 0$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

$$g = 1$$

$$f = 2$$

$$c = -4/r = \sqrt{1+2+4} = 3 \quad 3x - 4y + 5 \quad \text{--- ①}$$



① নতুন দুটি সমীকরণ রেখা -
 $4x + 3y + k = 0$

স্পর্শক, $3 = \pm \left| \frac{4x + 3y + k}{5} \right|$

$$3 = \pm \left| \frac{4 + 6 + k}{5} \right|$$

'+' নাও,

$$15 = 10 + k$$

$$k = 5$$

(-) নিয়ে,

$$15 = -10 - k$$

$$k = -25$$

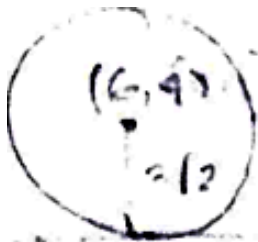
∴ স্পর্শকের সমীকরণ

$$4x + 3y + 5 = 0 \quad (\text{Ans})$$

$$4x + 3y - 25 = 0$$

২৫. $(0, -1)$ ও $(2, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। এবং দেখাও যে, $x + y = 4$ সরলরেখাটি ঐ বৃত্তের একটি স্পর্শক। স্পর্শ বিন্দুটি নির্ণয় কর। $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$; $(3, 1)$ (CUET: 13-14)

$$12x - 8y + 34 = 0; (3, 1) \quad (\text{CUET: 13-14})$$



$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$$

বৃত্তের সমীকরণ

$$(x-6)(x-6) + (y-4)(y-4) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 36 + y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$$

(Ans)

$$g = 6$$

$$f = 4$$

$$c = 34$$

$$r = \sqrt{6^2 + 4^2 - 34}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

$$r_1 = \frac{+}{-} \left| \frac{x+y-9}{\sqrt{2}} \right|$$

$$r = \frac{6+4-9}{\sqrt{2}}$$

$$r = 3\sqrt{2}$$

তাহার (r) = দূরত্ব (r)
(Proved)

১) নং ২০ নম্বর রেখা,

$$x-y+k=0$$

$$6-4+k=0$$

$$k=-2$$

$$x-y+2=0 \text{ — (10)}$$

from (i) & (11)

∴ স্পর্শ বিন্দুটি (3, 1)

২৬. প্রমাণ কর যে, $x-3y=5$ রেখাটি $x^2+y^2-6x+8y+15=0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসের সমীকরণ নির্ণয় কর। **$3x+y=5$** ;



$$x-3y-5=0 \text{ — (12)}$$

$$x^2+y^2-6x+8y+15=0$$

$$g = 3$$

$$f = -4$$

$$c = 15$$

$$r = \sqrt{3^2 + (-4)^2 - 15}$$

$$= 1$$

∴ তাহার = দূরত্ব (Proved)

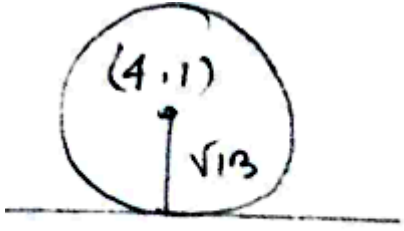
১) নং ২৪ নম্বর রেখা,

$$\begin{cases} 3x+y+k=0 \\ 9-9+k=0 \end{cases} \quad (3, -1) \text{ স্পর্শ}$$

$$k = -8$$

$$3x+y=5 \text{ (Ans)}$$

২৭. $3x+by-1=0$ রেখাটি $x^2+y^2-8x-2y+4=0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে। এর মান নির্ণয় কর। **2 অথবা -1/6;**



$$3x+by-1=0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{(11+b)^2}{9+b^2}$$

$$\Rightarrow 117 + 13b^2 = 121 + 22b + b^2$$

$$\Rightarrow 12b^2 - 22b - 4 = 0$$

$$b = 2, -\frac{1}{6} \text{ (Ans)}$$

$$x^2+y^2-8x-2y+4=0$$

$$g = 4$$

$$f = 1$$

$$c = 4$$

$$r = \sqrt{4^2 + 1^2 - 4} = \sqrt{13}$$

অতঃপর,

$$\sqrt{13} = \pm \frac{|3x+by-1|}{\sqrt{9+b^2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{13} = \pm \frac{|12+b-1|}{\sqrt{9+b^2}}$$

২৮. $(4, -11)$ বিন্দুতে $x^2+y^2-3x+10y=15$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। **$5x-12y=152$**



$$B(4, -11)$$

$$x^2+y^2-3x+10y=15$$

$$g = \frac{3}{2}$$

$$f = -5$$

$$c = -15$$

AB এর সমীকরণ,

$$\frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - 4} = \frac{y + 5}{-5 + 11}$$

$$= \frac{2x - 3}{3 - 8} = \frac{y + 5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2x - 3}{-5} = \frac{y + 5}{6}$$

$$= 12x - 18 + 5y + 25 = 0$$

$$= 12x + 5y + 7 = 0 \quad \text{--- ①}$$

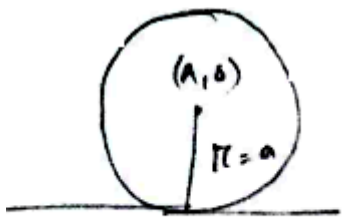
∴ নির্ণয় সমীকরণ

① ২০ ২০ নম্বর সমীকরণ, $5x - 12y - 152 = 0$ (Any)
 $5x - 12y + k = 0$

$$20 + 132 + k = 0 \quad (4, -11 \text{ বিন্দু}) \parallel$$

$$k = -152$$

২৯. দেখাও যে, $lx + my = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি $a^2m^2 + 2al = 1$ হয়।



$$lx + my - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2l^2 + a^2m^2 = \frac{1}{l^2} - 2la + 1$$

$$\Rightarrow a^2m^2 + 2la = 1 \quad (\text{shown})$$

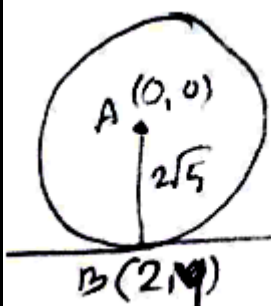
অর্থাৎ

$$a = \frac{|lx + my - 1|}{\sqrt{l^2 + m^2}}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{(la - 1)^2}{l^2 + m^2}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{(la - 1)^2}{l^2 + m^2}$$

৩০. $x^2 + y^2 = 20$ বৃত্তের ২ ভূজবিশিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। $x + 2y - 10 = 0$ $x - 2y - 10 = 0$



$$x^2 + y^2 = 20$$

$$(2\sqrt{5})^2 = (2-0)^2 + (4-0)^2$$

$$\Rightarrow 20 = 4 + y^2$$

$$\Rightarrow y = \pm 4$$

(+) নিচে, AB এর সমীকরণ

$$\frac{x-0}{0-2} = \frac{y-0}{0-4}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2} = \frac{y}{-4}$$

$$\Rightarrow 2x - y = 0$$

লম্বু সমীকরণ,

$$x + 2y + k = 0$$

$$2 + 8 + k = 0$$

$$k = -10$$

$$x + 2y - 10 = 0$$

(-)

নিচ,

$$\frac{x-0}{0-2} = \frac{y-0}{0+4}$$

$$\frac{x}{-2} = \frac{y}{+4}$$

$$2x + y = 0$$

লম্বু সমীকরণ,

$$x - 2y + k = 0$$

$$2 + 8 + k = 0$$

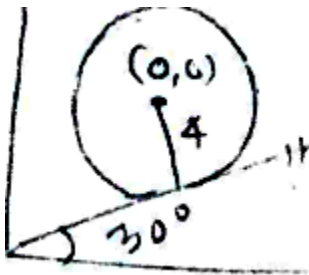
$$k = -10$$

$$\therefore x - 2y - 10 = 0$$

Ans)

৩১. $x^2 + y^2 = 16$ বৃত্তের স্পর্শক অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$\sqrt{3}y = x + 8; \sqrt{3}y = x - 8;$$



$$x^2 + y^2 = 4^2$$

let সমীকরণ,

$$y = mx + c$$

$$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + c$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}y = x + c$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{3}y + c = 0$$

অতীত,

$$4 = \pm \left| \frac{x - \sqrt{3}y + c}{\sqrt{1 + (\sqrt{3})^2}} \right|$$

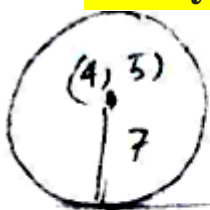
$$\Rightarrow 4 = \pm \frac{c}{2}$$

$$\Rightarrow c = \pm 8 \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{সমীকরণ, } x - \sqrt{3}y \pm 8 = 0$$

(Ans)

৩২. $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$ বৃত্ত অঙ্কিত স্পর্শক $5x - 12y = 9$ রেখার সমান্তরাল। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। $5x - 12y - 51 = 0; 5x - 12y + 131 = 0$



$$5x - 12y + k = 0$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$$

$$g = 4$$

$$f = 5$$

$$c = -8$$

$$k = \sqrt{4^2 + 5^2} + 8 = 7$$

$$5x - 12y - 9 = 0$$

অন্তিম,

$$r = \pm \left| \frac{5x - 12y + k}{13} \right|$$

$$\Rightarrow r = \pm \left| \frac{20 - 60 + k}{13} \right|$$

$$\Rightarrow r = \pm \left| \frac{-40 + k}{13} \right|$$

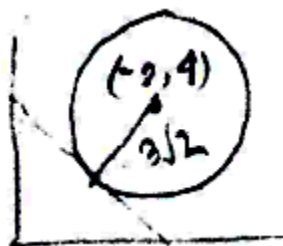
(+) নিচে, $k = 131$

(-) নিচে, $140 - k = 51$
 $k = -51$

সমীকরণ, $5x - 12y + 131 = 0$

$5x - 12y - 51 = 0$
 (Ans)

৩৩. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা অক্ষদ্বয় হতে সমান দৈর্ঘ্য এবং একই চিহ্নবিশিষ্ট অংশ খণ্ডিত করে। $x + y + 4 = 0, x + y - 8 = 0$



$$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$$

$$g = -2$$

$$f = 4$$

$$c = 2$$

$$r = \sqrt{f^2 + g^2 + c} - 2$$

$$= 3\sqrt{2}$$

স্পর্শকের সমীকরণ,

$$x + y = a$$

অন্তিম,

$$3\sqrt{2} = \pm \left| \frac{x + y - a}{\sqrt{2}} \right|$$

$$3\sqrt{2} = \pm \left| \frac{-2 + 4 - a}{\sqrt{2}} \right|$$

অন্তিম,

$$3\sqrt{2} = \pm \left| \frac{x + y - a}{\sqrt{2}} \right|$$

$$3\sqrt{2} = \pm \left| \frac{-2 + 4 - a}{\sqrt{2}} \right|$$

$$3\sqrt{2} = \pm \left| \frac{2 - a}{\sqrt{2}} \right|$$

(+) নিচে,

$$-a = 6 - 2$$

$$a = -4$$

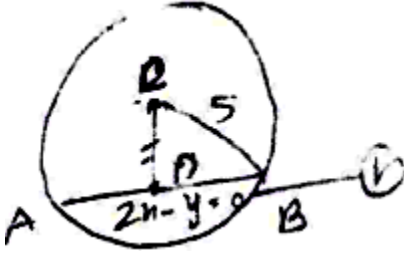
(-) নিচে, $-2 + a = 6$
 $a = 8$

সমীকরণ,

$$x + y + 4 = 0$$

$$x + y - 8 = 0$$

৩৪. $y=2x$ যদি $x^2+y^2=10x$ বৃত্তের কোনো জ্যা এর সমীকরণ হয়, তবে উক্ত জ্যা কে ব্যাস ধরিয়া অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। $x^2+y^2-2x-4y=0$



$$x^2+y^2-10x=0$$

$$g = -5$$

$$f = 0$$

$$c = 0$$

$$r = 5$$

সমীকরণ, $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 = \sqrt{5}$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \text{ (Ans)}$$

১) নং ১০ নম্বর সমীকরণ,

$$x + 2y + k = 0$$

$$5 + k = 0$$

$$k = -5$$

$$\therefore x + 2y - 5 = 0 \text{ — (ii)}$$

২) নং স্থানাঙ্ক = (1, 2)

$$OD = \sqrt{(5-1)^2 + (0-2)^2}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$BD = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{5})^2}$$

৩৫. প্রমাণ কর যে, বৃত্তদুটি পরস্পর কে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে অথবা অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে। (বই থেকে এই টাইপের যে কোন দুইটি অংক করবেন)

৩৬. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যহা মূলবিন্দু এবং $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ বৃত্ত ও $2x+3y+1=0$ রেখার ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। $x^2+y^2+6x+8y=0$

$$x^2+y^2-2x-4y-4=0$$

$$2x+3y+1=0$$

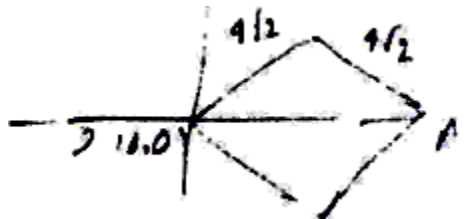
$$\therefore x^2+y^2-2x-4y-4+k(2x+3y+1)=0 \text{ — (i)}$$

$$(0,0) \cdot 0+0+0+0-4+k(0+0+1)=0$$

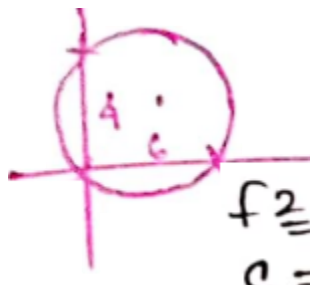
$$k = 4$$

ক. প্রমাণ ১ নং ৬. আদে,
 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 + 8x + 12y + 4 = 0$
 $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ (Ans)

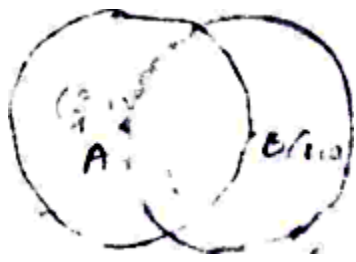
৩৭. $4\sqrt{2}$ বাহুবিশিষ্ট বর্গের একটি শীর্ষ মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং ইহার বিপরীত শীর্ষটি x -অক্ষের উপর অবস্থিত। ঐ বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। $x^2 + y^2 + 8x = 0$

 \therefore বৃত্তের সমীকরণ, বৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দু (Ans)
 $(x-0)(x+8) + (y-0)(y-0) = 0$
 $OA^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$
 $OA = \pm 8$
 $x^2 + 8x + y^2 = 0$ (Ans)

৩৮. একরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা মূলবিন্দু হইতে -4 একক দূরত্বে y -অক্ষকে স্পর্শকরে এবং x -অক্ষ হতে 6 একক দীর্ঘ একটি জ্যা কড়ন করে। $x^2 + y^2 + 10x + 8y + 16 = 0$

 $f^2 = c$
 $c = 16$
 $2\sqrt{g^2 - 16} = 6$
 $\Rightarrow \sqrt{g^2 - 16} = 3$
 $\Rightarrow g^2 = 25$
 $g = \pm 5$
 $2\sqrt{g^2 - c} = 6$
 \therefore বৃত্তের সমীকরণ
 $f^2 = c = 16$
 $x^2 + y^2 + 10x + 8y + 16 = 0$ (Ans)

৩৯. দেখাও যে, $2x^2 + 2y^2 - 3x - 4y + 1 = 0$ এবং $16x^2 + 16y^2 - 32x - 1 = 0$ বৃত্তদ্বয় প্রতিটির কেন্দ্র, অপরটির পরিধির উপর অবস্থিত। (RUET: 08-09, 03-04)

 $2x^2 + 2y^2 - 3x - 4y + 1 = 0$
 $x^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x - 2y + \frac{1}{2} = 0$
 $g = \frac{3}{4}, f = 1, c = \frac{1}{2}$

$$g = \frac{3}{4}, f = 1, c = \frac{1}{2} \quad r_2 = \sqrt{1^2 + \frac{1}{16}}$$

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$16x^2 + 16y^2 - 32x - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - \frac{1}{16} = 0$$

$$g = 1, f = 0$$

$$c = -\frac{1}{16}$$

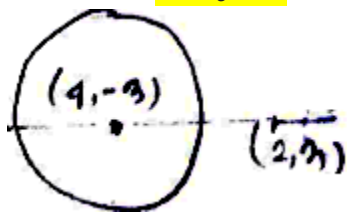
$$r_2 = \frac{17}{4}$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{3}{4} - 1\right)^2 + (1 - 0)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$AB = r_1 = r_2 \text{ (Proved)}$$

80. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 21 = 0$ বৃত্তের বর্ধিত যে ব্যাসটি $(2, 3)$ বিন্দুদিয়ে অতিক্রম করে উহার সমীকরণ নির্ণয় কর। **$4x - y = 9$**



$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 21 = 0$$

$$g = 4$$

$$f = -3$$

$$c = 21$$

$$\frac{x - 4}{4 - 2} = \frac{y + 3}{-3 - 3}$$

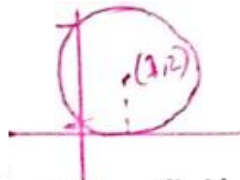
$$\frac{x - 4}{2} = \frac{y + 3}{-6}$$

$$\rightarrow 6x + 2y - 18 = 0$$

$$\rightarrow 6x + 2y - 18 = 0$$

$$3x + y = 9 \text{ (Ans)}$$

81. $(1, 2)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ এবং y -অক্ষ থেকে তা কি পরিমাণ অংশছেদ করে তা নির্ণয় কর। **$x^2 - y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$; $2\sqrt{3}$ (BUET: 02-03, DUET: 22-23);**

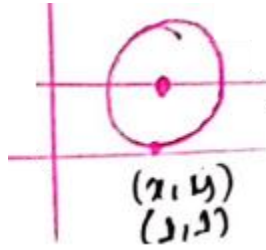


$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$\begin{array}{l|l|l} g^2 = c & g = 1 & d = 2\sqrt{f^2 - c} \\ c = 1 & c = 1 & = 2\sqrt{4 - 1} \\ & f = 2 & = 2\sqrt{3} \text{ (Ans)} \end{array}$$

y অক্ষ থেকে $2\sqrt{3}$ অংশ
ছেদ করেছে।

৪২. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র প্রথম চতুর্ভাগে $x+y=3$ রেখায় অবস্থিত। বৃত্তটি x -অক্ষকে স্পর্শ করে এবং $(1, 1)$ বিন্দুগামী। $x^2+y^2-4x-2y+4=0$ (BUET:16-17)



$$x+y=3$$

$$g^2 = c$$

$$\Rightarrow c=4$$

We know,

$$x^2+y^2-2gx-2fy+c=0$$

$(1,1)$ বিন্দু দিয়ে যায়

$$2-2g-2f+g^2=0 \quad \text{--- ①}$$

কেন্দ্র (g,f) যদি $(x+y=3)$ বিন্দুতে অবস্থিত হয় তাহলে
বিন্দুটি রেখাটিতে কেন্দ্র
বসবে।

$$g+f=3 \quad \text{--- ②}$$

$$f=3-g$$

$$\therefore f=1$$

① নং এ মান বসিয়ে
পাই।

$$2-2(g+f)+g^2=0$$

$$\Rightarrow 2-2 \times 3 + g^2=0$$

$$\Rightarrow 2-6+g^2=0$$

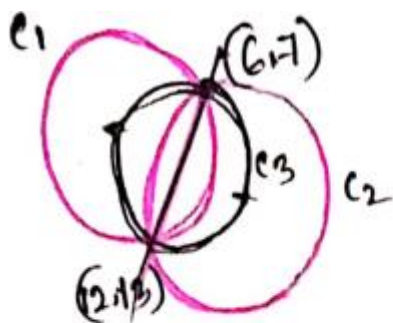
$$g=\pm 2$$

অর্থাৎ + ও - দুই প্রযুক্ত
চতুর্ভাগে :-

মূলক বাক্য :-

$$x^2+y^2-4x-2y+4=0$$

৪৩. r এর মান কত হলে। ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট শুধুমাত্র একটি বৃত্ত পাওয়া যাবে যা $(6, 7)$ ও $(12, 13)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। $3\sqrt{2}$ (RUET: 06-07)



$$r = \frac{C\sqrt{2}}{2}$$

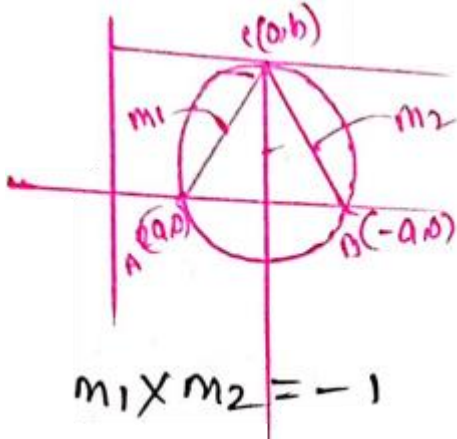
$$23\sqrt{2} \text{ (Ans)}$$

$$d = \sqrt{C^2 - C'^2}$$

$$= \sqrt{(6-12)^2 + (7-13)^2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

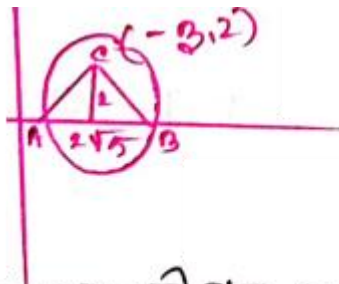
88. A(2a, 0) ও B(-a, 0) বিন্দুদ্বয় দিয়ে গমনকারী দুইটি সরলরেখা y-অক্ষের উপর C বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে। C এর স্থানাংক এবং $\triangle ABC$ অইঙ্গ এর পরিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। **(0, $\pm\sqrt{2}a$); $x^2+y^2-ax-2a^2=0$ (RUET: 19-20)**



$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{b-0}{0+2a} \times \frac{b-0}{0-a} = -1 \\ &\frac{b^2}{-2a^2} = -1 \quad \left| \begin{array}{l} a = (0, \pm\sqrt{2}a) \\ b = \pm\sqrt{2}a \end{array} \right. \end{aligned}$$

A ও B এর সমীকরণ,
 $(x-2a)(x+a) + (y-0)(y-0) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 - ax - 2a^2 = 0$ (Ans)

89. C কেন্দ্রবিশিষ্ট $x^2+y^2+6x-4y+4=0$ বৃত্তটি x-অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। x-অক্ষের খন্ডিতাংশ এবং ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **$2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}$; (BUET: 14-15)**



x-অক্ষের উপর তাই $y=0$

Now,

$$x^2 + y^2 + 6x + 0 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 0 + 6x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 4 = 0 \text{ [দ্বিঘাত এর সাহায্যে]}$$

সমীকরণ বসে]

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2}$$

$$= -3 \pm \sqrt{5}$$

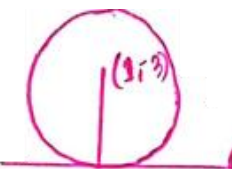
A ও B এর দূরত্ব

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-3-\sqrt{5}+3-\sqrt{5})^2 - 0} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

ABC ত্রিভুজ এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} \times 2 \\ &= 2\sqrt{5} \text{ (Ans).} \end{aligned}$$

৪৬. $(1, -3)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত $2x - y - 4 = 0$ রেখাকে স্পর্শ করে, তার সমীকরণ নির্ণয় কর। $5x^2 + 5y^2 - 10x + 30y + 49 = 0$ (KUET: 07-08)



$$r = \frac{|2x - y - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$$r = \frac{|2 \times 1 + 3 - 4|}{\sqrt{5}}$$

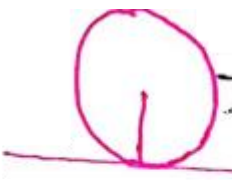
$$\Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 5y^2 - 10x + 30y + 49 = 0 \quad (\text{Ans})$$

৪৭. K এর মান কত হলে $3x + 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে? $K = 40, -10$ (CUFT-02-04)



$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 10x = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 4y - k = 0$$

$$r = \frac{|3x + 4y - k|}{5}$$

$$\Rightarrow 25 = |3 \times 5 - k|$$

$$\Rightarrow 25 = \pm (15 - k)$$

$$k = 40$$

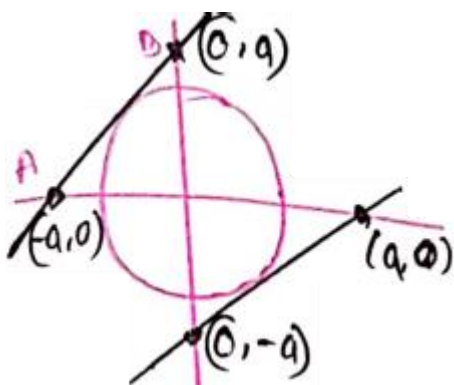
$$25 - 15 = -k$$

$$\Rightarrow k = -10 \quad (\text{Ans})$$

$$25 + 15 = k$$

$$k = 40 \quad (\text{Ans})$$

৪৮. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তটির এমন স্পর্শকগুলির সমীকরণ নির্ণয় কর। যারা অক্ষদ্বয়কে সমান ও বিপরীত চিহ্নে ছোঁত। $x - y = 0, x - y + 12 = 0$; (RUET: 09-10)



$$(x, y) = (-2, 4)$$

$$r = \sqrt{4 + 16 - 2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

০ এর সমীকরণ:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-a} + \frac{y}{a} = 1$$

$$\Rightarrow -x + y = -a$$

$$\Rightarrow x - y + a = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$12 \mid \frac{x-y+a}{\sqrt{2}} \mid$$

$$3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1-2-4+a$$

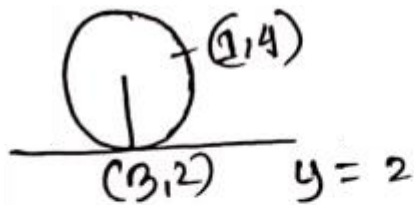
$$\Rightarrow \pm 6 = -6+a$$

$$\begin{array}{l|l} \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ 6+6=a & 6+6=a \\ a=12 & a=0 \end{array}$$

মূলবিন্দু :-

$$\begin{array}{l} 1-y+12=0 \\ x-y=0 \end{array} \quad \text{Ans}$$

৪৯. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা, $y=2$ রেখাকে $(3, 2)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং $(1, 4)$ বিন্দু দিয়ে যায়। $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ (BUET 13-14)



$$9 + 4 - 6g - 4f + e = 0 \quad \text{--- (I) } (2, 3)$$

$$(1, 4) \quad 1 + 16 - 2g - 8f + e = 0 \quad \text{--- (II)}$$

$$\textcircled{I} - \textcircled{II}$$

$$13 - 6g - 4f + e = 0$$

$$13 - 6g - 4f + e = 0$$

$$\begin{array}{r} 13 - 6g - 4f + e = 0 \\ -13 + 2g + 8f - e = 0 \\ \hline -4 - 4g + 4f = 0 \end{array}$$

$$-4(1+g-f) = 0$$

$$-f = -1$$

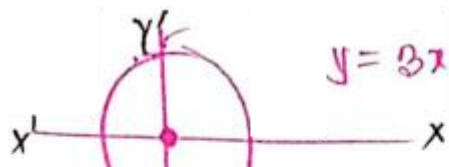
$$f = 4, g = 3$$

$$e = -13 + 18 + 16$$

$$= 21$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$$

৫০. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং $x+3y = 20$ রেখাকে স্পর্শ করে এবং যার একটি ব্যাসের সমীকরণ, $y=3x$; $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$; (BUET: 97-98)



$$\therefore r = 1$$

$$f = 3x \mid$$

$$= 3$$

স্থান বিন্দুগামী
তাই $c = 0$

we know,

$$x^2 + y^2 - 2fx - 2fy + c = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0 \quad (\underline{\text{Ans}})$$

$$r = \frac{|f + 3x + 3y - 20|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{f^2 + 9f^2} = \frac{|f + 3f - 20|}{\sqrt{10}} \quad f = 3f$$

$$r = \sqrt{f^2 + (3f)^2}$$

$$\Rightarrow f^2 + 9f^2 = \frac{(f + 3f - 20)^2}{10}$$

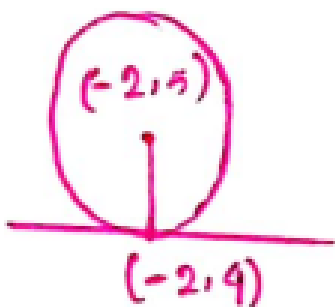
$$\Rightarrow 40f^2 = \frac{100f^2 - 2 \times 10f \times 20 + 400}{10}$$

$$\Rightarrow 400f^2 = 100f^2 - 400f + 400$$

$$\Rightarrow 400f = 400$$

$$\therefore f = 1$$

৫১. $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ বৃত্তের $(-2, 4)$ বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। **y-4=0, x+2=0;** (KUET 19-20, BUETEX 02-03)



$$(x, y) \equiv (-2, 5)$$

$$r = \sqrt{4 + 25 - 28}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

অভিলম্বের সমীকরণ:

$$\frac{x+2}{-2+2} = \frac{y-5}{5-4}$$

$$x+2 = 0$$

$$\Rightarrow x+2 = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$x \times 0 - y + k = 0 \quad (-2, 4) \text{ বিন্দুগামী}$$

$$0 - 4 + k = 0$$

$$k = 4$$

স্পর্শক এর

সমীকরণ:

① নং (১) ও ①

একত্র করে সমীকরণ

$k = 4$
 (২) এর মান ① নং এ লসকে
 $-9 + 4 = 0$
 $\Rightarrow y - 4 = 0$

৫২. $x^2 + y^2 = b(5x - 12y)$ বৃত্তের একটি ব্যাস মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম কর। ব্যাসটির সমীকরণ এবং মূলবিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। **$12x + 5y = 0, 5x - 12y = 0$; (BUET-10, KUET 4-5, BIT 97-98)**

৫৩. একটি বৃত্ত $(-1, -1)$ এবং $(3, 2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং এর কেন্দ্র $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 7 = 0$ বৃত্তের $(1, -2)$ বিন্দুতে স্পর্শকের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। **$x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$ (BUET 19-20)**

৫৪. $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তটির জ্যা $(-2, 3)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর। **$2x - 3y + 13 = 0$ (BUET 18-19)**

৫৫. $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের এমন দুইটি স্পর্শকের ছেদবিন্দুর সন্ধগরপথ নির্ণয় কর যারা পরস্পর লম্ব। **$x^2 + y^2 = 2a^2$; (CUET 4-5)**