সমাবেশ

* ^nC_r → n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস যতভাবে বাছাই করা যায়।

$$^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$$

$$^7P_3 = \frac{\lfloor 7}{\lfloor 7-3} = \frac{7.6.5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1}} = 7.6.5$$

$$^7C_3 = \frac{\lfloor 7}{\lfloor 3 \lfloor 7-3} = \frac{7.6.5.\cancel{4.3.2.1}}{3.2.1.\cancel{4.3.2.1}} = \frac{7.6.5}{3.2.1}$$

∴ $^7P_3$ ও $^7C_3$ এর মধ্যে পার্থক্য r তে নিচে মান থাকবেনা।

$$^nC_2 = \frac{n(n-1)}{1.2}$$

$n(n-1)$ → নিচে 2 থাকায় 2 বার বের

1.2 → " " " 2 এর ফ্যাক্টোরিয়াল

$$^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$$

$$^nP_2 = n(n-1)$$

2 বার বের

$$\left[\frac{\lfloor n}{\lfloor n-2} = \frac{n(n-1)\cancel{\lfloor n-2}}{\cancel{\lfloor n-2}} = n(n-1)\right.$$

সূত্র

$$\frac{^nC_{r+1}}{^nC_r} = \frac{\dfrac{\lfloor n}{\lfloor r+1 \lfloor n-r-1}}{\dfrac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}} = \frac{n-r}{r+1}$$

* $^nC_r + {^nC_{r-1}} = {^{n+1}C_r}$

যদি, n এর মান সমান হয় এবং উপরের r নিচের r এর চেয়ে বড় হয় তাহলে, n মাইনাস নিচের r ডিভাইডেড উপরের বড় r.

বিন্দু থেকে সরলরেখা তৈরী $^nC_2$ n হচ্ছে বিন্দু সংখ্যা

20 টি বিন্দু থেকে সরলরেখা তৈরী $^{20}C_2 = 190$ টি

বাহু থেকে ত্রিভুজ তৈরী $^nC_3$

কর্ণের / কর্ণ বের করার ক্ষেত্রে, $^nC_2 - n$

চতুর্ভুজের কর্ণ নির্ণয় $^4C_2 - 4 = 2$

পঞ্চভুজের " " $^5C_2 - 5 = 5$

$\boxed{1}$ (i) $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

সবখানেই বা পাশটি ধাপে কাজ করতে হবে।

L.H.S =

$$^nC_r + {}^nC_{r-1}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\,\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\,\underline{|n-r+1}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{r\underline{|r-1}\,\underline{|n-r}} + \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\,(n-r+1)\underline{|n-r}}$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r-1}\,\underline{|n-r}}\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right)$$

$$= \frac{\underline{|n+1}}{\underline{|r}\,\underline{|n-r+1}}$$

$$= {}^{n+1}C_r$$

(proved)

(ii) $^nC_r = {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

R.H.S = $^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

$$= \frac{\underline{|n-1}}{\underline{|r}\,\underline{|n-1-r}} + \frac{\underline{|n-1}}{\underline{|r-1}\,\underline{|n-1-r+1}}$$

$$= \frac{\underline{|n-1}}{r\underline{|r-1}\,\underline{|n-1-r}} + \frac{\underline{|n-1}}{\underline{|r-1}\,(n-r)\,\underline{|n-r-1}}$$

$$= \frac{\underline{|n-1}}{\underline{|r-1}\,\underline{|n-r-1}}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r}\right)$$

$$= \frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\,\underline{|n-r}} = {}^nC_r$$

(proved)

(iii) L.H.S =

$$^nC_r + {}^nC_{r+1} + {}^{n+1}C_r$$

$$= {}^{n+1}C_{r+1} + {}^{n+1}C_r$$

$$= {}^{n+2}C_{r+1}$$

(proved)

$\boxed{2}$ (i) R.H.S =

$$^{n-2}C_r + 2\,{}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$$

$$= {}^{n-2}C_r + {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$$

$$= {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$$

$$= {}^nC_r$$

(proved)

(ii) R.H.S =

$$^nC_r + 2\,{}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-2}$$

$$= {}^nC_r + {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-1} + {}^nC_{r-2}$$

$$= {}^{n+1}C_r + {}^{n+1}C_{r-1}$$

$$= {}^{n+2}C_r$$

(proved)

(5) $\frac{{}^nC_4}{{}^nC_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{n-2}{\cancel{4}2} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow n-2 = \cancel{6}\,10$

$\Rightarrow n = 8$ (Ans)

3. এখানে,

$${}^nC_{12} = {}^nC_8$$

$$\Rightarrow \frac{{}^nC_{12}}{{}^nC_8} = \frac{n-8}{12} = 0$$

$$\Rightarrow n = 20$$

অনেকক্ষেত্রে এই সূত্র কাজ করেনা তাই শুদ্ধ পরীক্ষা করতে হবে।

এখন, ${}^{22}C_{20} = 231$ (Answer)

4.

$${}^nC_r : {}^nC_{r+1} : {}^nC_{r+2} = 1:2:3$$

$$\Rightarrow \frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{n-r}{r+1} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow n-r-2r-2=0$$

$$\Rightarrow n-3r-2=0 \text{ --- (i)}$$

আবার, $\frac{{}^nC_{r+2}}{{}^nC_{r+1}} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \frac{n-r-1}{r+2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2n-5r-8=0 \text{ --- (ii)}$$

from (i) ও (ii)

$n = 14$

$r = 4$ (Answer)

5. $\therefore {}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{1.2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}$$

$$\Rightarrow n^2-5n+6 = \frac{5}{2} \times 12$$

$$\Rightarrow n^2-5n-24=0$$

$\therefore n = 8$ এবং $n = -3$ (যা গ্রহণযোগ্য নয়)

সুতরাং $n = 8$ (Answer)

6.

$${}^nP_r = 240$$

$$\frac{\lfloor n}{\lfloor n-r} = 240 \text{ --- (i)}$$

$${}^nC_r = 120$$

$$\frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} = 120 \text{ --- (ii)}$$

(i) ÷ (ii)

$$\frac{\lfloor n}{\lfloor n-r} \times \frac{\lfloor r \lfloor n-r}{\lfloor n} = \frac{240}{120}$$

$$\Rightarrow \lfloor r = \lfloor 2$$

$$r = 2$$

$\therefore {}^nP_r = 240$ এ r বসিয়ে

$n(n-1) = 240$

$\Rightarrow n^2-n-240=0$

$n = 16,\ n = -15$

$\therefore n = 16, r = 2$ (Ans)

[7]

$${}^{n+3}C_2 : {}^{n+8}C_3 = 3 : 56$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{(n+3)(n+2)}{1\cdot 2} \times \frac{(n+8)(n+7)(n+6)}{1\cdot 2\cdot 3}} = \frac{3}{56}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+3)(n+2)}{1\cdot 2} \times \frac{1\cdot 2\cdot 3}{(n+8)(n+7)(n+6)} = \frac{3}{56}$$

1,2

$$\Rightarrow 56n^2 + 280n + 336 = (n+8)(n^2+13n+42)$$

$$\Rightarrow 56n^2 + 280n + \cancel{336} = n^3 + 13n^2 + 42n + 8n^2 + 104n + \cancel{336} = 0$$

$$\Rightarrow n^3 - 35n^2 - 134n = 0$$

$$\Rightarrow n(n^2 - 35n - 134) = 0$$

$$\therefore n = 0, \quad n \neq \frac{35}{2}, \quad n \neq -\frac{1761}{4}$$

(গ্রহণযোগ্য নয়)

সুতরাং $n = 0$ (Answer)

[8] THEI SS

case	combination
4 টি ভিন্ন THEIS	${}^{5}C_4 = 5$
2টি একই + 2টি ভিন্ন SS THEI	${}^{1}C_1 \times {}^{4}C_2 = 6$

$\therefore$ মোট সমাবেশ সংখ্যা $5 + 6 = 11$ (Ans)

$5 \times \lfloor 4 = 120$

$6 \times \frac{\lfloor 4}{\lfloor 2} = 72$

$= 192$

একই সংখ্যাগুলো নেয়ার সময় ${}^{1}C_1$ হয়।

[9] Dgr eee

case	combination
4 টি ভিন্ন Dgre	${}^{4}C_4 = 1$
2 টি একই + 2 টি ভিন্ন ee Dgr	${}^{1}C_1 \times {}^{3}C_2 = 3$
3 টি একই + 1টি ভিন্ন eee Dgr	${}^{1}C_1 \times {}^{3}C_1 = 3$

$\therefore$ মোট বাছাই সংখ্যা $= (1+3+3) = 7$ (Ans)

10 P t e nn oo ss

case	combination
4 টি ভিন্ন p t e n o s	$^6C_4 = 15$
2 টি একই + 2 টি একই nn oo ss	$^3C_2 = 3$
2 টি একই + 2 টি ভিন্ন, আগে একই বাছাই করতে হবে nn oo ss p t e	$^3C_1 \times {^5C_2} = 30$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা $= (15+3+30)$
$= 48$ (Answer)

11

ভদ্র মহিলা (4)	অন্যান্য (6)
1	4
2	3
3	2
4	1

$(^4C_1 \times {^6C_4}) + (^4C_2 \times {^6C_3}) + (^4C_3 \times {^6C_2}) + (^4C_4 \times {^6C_1}) = 246$ (Answer)

12

১ম গ্রুপ (5)	২য় গ্রুপ (5)
4	2
3	3
2	4

$(^5C_4 \times {^5C_2}) + (^5C_3 \times {^5C_3}) + (^5C_2 \times {^5C_4})$

= 200 প্রকারে বাছাই করতে পারবে।

13

নির্ণেয় কর্ণের সংখ্যা $= {^nC_2} - n = \frac{n(n-1)}{1.2} - n$

$= \frac{n^2-n-2n}{2}$

$= \frac{1}{2} \times n^2 - 3n$

$= \frac{1}{2} . n(n-3)$ (Showed)

আবার, ত্রিভুজের সংখ্যা =

$^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$

$= \frac{1}{6} n(n-1)(n-2)$

(Showed)

14

নির্ণেয় চতুর্ভুজের সংখ্যা $^7C_4 = 35$

কিন্তু যদি যেকোনো তিন বাহুর যোগফল চতুর্থটির সমান বা কম হয়, তবে চতুর্ভুজ গঠন করা সম্ভব নয়। এরূপ ঘটার সম্ভাবনা হচ্ছে -

(i) যখন, 1, 2, 3, 6 অর্থাৎ $1+2+3=6$

(ii) সরলরেখা, 1, 2, 3, 7 অর্থাৎ $1+2+3<7$

(iii) " $\underline{1+2+4} = 7$ হয়,

এই তিনটি ক্ষেত্রে চতুর্ভুজ গঠন সম্ভব নয়।

∴ নির্ণেয় চতুর্ভুজের সংখ্যা $(35-3)$
$= 32$ টি
(Answer)

15

স্কুল বন্ধু (4)	আত্মীয় (8)
2	5

$\therefore ({}^4C_2 \times {}^8C_5) = 336$ প্রকারে নিমন্ত্রণ করতে পারবে।

16

১ম যানবাহন (7)	২য় যানবাহন (4)
7	2
6	3
5	4

$({}^9C_7 \times {}^2C_2) + ({}^9C_6 \times {}^3C_3) + ({}^9C_5 \times {}^4C_4)$

$= 246$ প্রকারে ভ্রমণ করবে

বি.দ্র. এখানে Total 9 লোক Fixed তাই total থেকে বাছাই।

17

(i)

	বিজ্ঞান (5)	কলা (3)
(ক)	1	3
(খ)	2	2
(গ)	3	1
(ঘ)	4	0

$({}^5C_1 \times {}^3C_3) + ({}^5C_2 \times {}^3C_2) + ({}^5C_3 \times {}^3C_1) + ({}^5C_4 \times {}^3C_0)$

$= 70$ প্রকারে গঠন করা যায়।

(ii) এক্ষেত্রে সম্ভাব্য বর্জন (ঘ) ব্যতিরেকে

1 নং শর্তে -

$\therefore ({}^5C_1 \times {}^3C_3) + ({}^5C_2 \times {}^3C_2) + ({}^5C_3 \times {}^3C_1) = 65$

(Answer)

18

বিজোড় (4)	জোড় (4)
1	3
2	2
3	1

$({}^4C_1 \times {}^4C_3) + ({}^4C_2 \times {}^4C_2) + ({}^4C_3 \times {}^4C_1)$

$= 68$ প্রকারে কার্ডের নির্বাচন করা যায়।

19

পুরুষ (7)	মহিলা (6)
3	2
4	1
~~5~~	~~0~~

$({}^7C_3 \times {}^6C_2) + ({}^7C_4 \times {}^6C_1) + ({}^7C_5 \times {}^6C_0)$

= 576 প্রকারে তৈরী করা যায়।

(Answer)

20

$${}^nC_{r+1} : {}^nC_{r+2} : {}^nC_{r+3} = 15 : 24 : 28$$

১ম ক্ষেত্রে,

$$\frac{{}^nC_{r+2}}{{}^nC_{r+1}} = \frac{24}{15}$$

বা, $\frac{n-r-1}{r+2} = \frac{24}{15}$

বা, $15n - 39r - 63 = 0$ —— (i)

২য় ক্ষেত্রে,

$$\frac{{}^nC_{r+3}}{{}^nC_{r+2}} = \frac{28}{24}$$

$\Rightarrow \frac{n-r-2}{r+3} = \frac{28}{24}$

$\Rightarrow 24n - 52r - 132 = 0$ —— (ii)

from (i) ও (ii)

$n = 12$

$r = 3$ (Answer)

23

১ম দল (6)	২য় দল (8)
4	7
5	6
6	5

$({}^6C_4 \times {}^8C_7) + ({}^6C_5 \times {}^8C_6) + ({}^6C_6 \times {}^8C_5)$

= 344 প্রকারে গঠন করা যায়

21

বিজ্ঞান গণিত (6)	পদার্থ (4)
6	0
5	1
4	2

$({}^6C_6 \times {}^4C_0) + ({}^6C_5 \times {}^4C_1) + ({}^6C_4 \times {}^4C_2)$

= 115 প্রকারে কমিটি গঠন করা যায়।

24

১ম বিভাগ (5)	২য় বিভাগ (5)
4	2
3	3
2	4

$({}^5C_4 \times {}^5C_2) + ({}^5C_3 \times {}^5C_3) + ({}^5C_2 \times {}^5C_4)$

= 200 উপায়ে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারে (Ans)

22. EEE NNN GG II R

case	combination	শব্দ
4 টি ভিন্ন E, N, G, I, R	$^5C_4$	$^5C_4 \times 4! = 120$
2 টি একই + 2 টি একই, EE NN GG II	$^4C_2$	$^4C_2 \times \frac{4!}{2!\,2!} = 36$
2 টি একই + 2 টি ভিন্ন EE NN GG II R	$^4C_1 \times {}^4C_2$	$^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$
3 টি একই + 1 টি ভিন্ন EEE NNN G, I, R	$^2C_1 \times {}^4C_1$	$^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!} = 32$

∴ শব্দ গঠন করা যাবে $120 + 36 + 288 + 32 = 476$ টি (Answer)

26.

1ম যানবাহন (7)	2য় যানবাহন (4)
6	1
5	2
4	3
3	4

$(^7C_6 \times {}^1C_1) + (^7C_5 \times {}^2C_2) + (^7C_4 \times {}^3C_3) + (^7C_3 \times {}^4C_4)$

= ৯8 প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে (Answer)