

20240507 数算B-12班-笔试（模考）

Updated 1921 GMT+8 May 8, 2024

2024 spring, Compiled by Hongfei Yan

说明：

- 1) 2024/5/7 15:10 ~ 17:00, 笔试, 线下理教410教室有x人+线上y人。
- 2) 周二5月7日15:00 ~ 17:00, 课堂上进行笔试（电脑上完成）, 考题在canvas平台, 届时开放。

题目包括：选择、判断、填空、简答、算法填空；有的题目需要拍照上传。

请大家带笔记本（pad没有试过，估计也可以），草稿纸，cheat paper，个人独立完成。

预计考100分题目，包括：15个选择题30分，10个判断题10分，10个填空题（改造为选择形式）20分，3个简答14分，4个算法26分。期末考试是120分钟，我们利用两节课加课间时间120分钟完成。

不计分。笔试后再上课，可能线下/线上同学顺序来讲解题目，每人一个。讲解时候（最好到讲台），先介绍下自己的姓名、院系，复述一下题面，然后讲解该题目答案。

笔试范围包括：栈、队列、优先队列、排序、散列表、哈夫曼、调度场、各种树的定义、操作（如各种遍历），时间复杂度、图等。

一. 选择题（30 分，每小题 2 分）

1. 下列叙述中正确的是（ ）。 A: 散列是一种基于索引的逻辑结构 B: 基于顺序表实现的逻辑结构属于线性结构 C: 数据结构设计影响算法效率，逻辑结构起到了决定作用 D: 一个逻辑结构可以有多种类型的存储结构，且不同类型的存储结构会直接影响到数据处理的效率
2. 在广度优先搜索算法中，一般使用什么辅助数据结构？（ ）。 A: 队列 B: 栈 C: 树 D: 散列
3. 若某线性表采取链式存储，那么该线性表中结点的存储地址（ ）。 A: 一定不连续 B: 既可连续亦可不连续 C: 一定连续 D: 与头结点存储地址保持连续
4. 若某线性表常用操作是在表尾插入或删除元素，则时间开销最小的存储方式是（ ）。 A: 单链表 B: 仅有头指针的单循环链表 C: 顺序表 D: 仅有尾指针的单循环链表
5. 给定后缀表达式（逆波兰式） $ab+-c*d$ -对应的中缀表达式是（ ）。 A: $a - b - c * d$ B: $-(a + b) * c - d$ C: $a + b * c - d$ D: $(a + b) * (-c - d)$
6. 今有一空栈 S，基于待进栈的数据元素序列 a, b, c, d, e, f 依次进行进栈、进栈、出栈、进栈、进栈、出栈的操作，上述操作完成以后，栈 S 的栈顶元素为（ ）。
A: f B: c C: a D: d
7. 对于单链表，表头节点为 head，判定空表的条件是（ ）。 A: $head.next == None$ B: $head != None$ C: $head.next == head$ D: $head == None$

8. 以下典型排序算法中, 具有稳定排序特性的是 ()。 A:冒泡排序 (Bubble Sort) B: 直接选择排序 (Selection Sort)
- C:快速排序 (Quick Sort) D:希尔排序 (Shell Sort)
9. 以下关键字列表中, 可以有效构成一个大根堆 (即最大值二叉堆, 最大值在堆顶) 的序列是 ()。 A: 5 8 1 3 9 6 2 7 B: 9 8 1 7 5 6 2 33 C: 9 8 6 3 5 1 2 7 D: 9 8 6 7 5 1 2 3
10. 以下典型排序算法中, 内存开销最大的是 ()。 A: 冒泡排序 B: 快速排序 C: 归并排序 D: 堆排序
11. 排序算法依赖于对元素序列的多趟比较/移动操作 (即执行多轮循环), 第一趟结束后, 任一元素 都无法确定其最终排序位置的算法是 ()。
- A: 选择排序 B: 快速排序 C: 冒泡排序 D: 插入排序
12. 考察以下基于单链表的操作, 相较于顺序表实现, 带来更高时间复杂度的操作是 ()。 A: 合并两个有序线性表, 并保持合成后的线性表依然有序 B: 交换第一个元素与第二个元素的值 C: 查找某一元素值是否在线性表中出现 D: 输出第 i 个 ($0 < i < n$, n 为元素个数) 元素
13. 已知一个整型数组序列, 序列元素值依次为 (19, 20, 50, 61, 73, 85, 11, 39), 采用某种排序算法, 在多趟比较/移动操作 (即执行多轮循环) 后, 依次得到以下中间结果 (每一行对应一趟) 如下:
(1) 19 20 11 39 73 85 50 61 (2) 11 20 19 39 50 61 73 85 (3) 11 19 20 39 50 61 73 85 请问, 上述过程使用的排序算法是
- A: 冒泡排序 B: 插入排序 C: 希尔排序 D: 归并排序
14. 今有一非连通无向图, 共有 36 条边, 该图至少有 () 个顶点。 A: 8 B: 9 C: 10 D: 11
15. 令 $G=(V, E)$ 是一个无向图, 若 G 中任何两个顶点之间均存在唯一的简单路径相连, 则下面说法中错误的是 ()。 A: 图 G 中添加任何一条边, 不一定造成图包含一个环 B: 图 G 中移除任意一条边得到的图均不连通 C: 图 G 的逻辑结构实际上退化为树结构 D: 图 G 中边的数目一定等于顶点数目减 1

二. 判断

(10 分, 每小题 1 分; 对填写“Y”, 错填写“N”)

1. () 按照前序、中序、后序方式周游一棵二叉树, 分别得到不同的结点周游序列, 然而三种不同的周游序列中, 叶子结点都将以相同的顺序出现。
2. () 构建一个含 N 个结点的 (二叉) 最小值堆, 时间效率最优情况下的时间复杂度大 O 表示为 $O(N \log N)$ 。
3. () 对任意一个连通的无向图, 如果存在一个环, 且这个环中的一条边的权值不小于该环中任意一个其它的边的权值, 那么这条边一定不会是该无向图的最小生成树中的边。
4. () 通过树的周游可以求得树的高度, 若采取深度优先遍历方式设计求解树高度问题的算法, 算法空间复杂度大 O 表示为 $O(\text{树的高度})$ 。
5. () 树可以等价转化二叉树, 树的先序遍历序列与其相应的二叉树的前序遍历序列相同。
6. () 如果一个连通无向图 G 中所有边的权值均不同, 则 G 具有唯一的最小生成树。
7. () 求解最小生成树问题的 Prim 算法是一种贪心算法。
8. () 使用线性探测法处理散列表碰撞问题, 若表中仍有空槽 (空单元), 插入操作一定成功。
9. () 从链表中删除某个指定值的结点, 其时间复杂度是 $O(1)$ 。
10. () Dijkstra 算法的局限性是无法正确求解带有负权值边的图的最短路径。

三. 填空 (20 分, 每题 2 分)

1. 定义二叉树中一个结点的度数为其子结点的个数。现有一棵结点总数为 101 的二叉树, 其中度数为 1 的结点数有 30 个, 则度数为 0 结点有 ____ 个。
2. 定义完全二叉树的根结点所在层为第一层。如果一个完全二叉树的第六层有 23 个叶结点, 则它的总结点数可能为 ____ (请填写所有 3 个可能的结点数, 写对 1 个得 1 分, 2 个得 1.5 分, 写错 1 个不得分)。
3. 对于初始排序码序列 (51, 41, 31, 21, 61, 71, 81, 11, 91), 用双指针原地交换实现, 第 1 趟快速排序 (以第一个数字为中值) 的结果是: ____
4. 如果输入序列是已经正序, 在(改进)冒泡排序、直接插入排序和直接选择排序算法中, ____ 算法最慢结束。
5. 已知某二叉树的先根周游序列为 (A, B, D, E, C, F, G), 中根周游序列为 (D, B, E, A, C, G, F), 则该二叉树的后根次序周游序列(____)。
6. 使用栈计算后缀表达式 (操作数均为一位数) "1 2 3 + 4 * 5 + 3 + -", 当扫描到第二个+号但还未对该+号进行运算时, 栈的内容 (以栈底到栈顶从左往右的顺序书写) 为 ____。
7. 51 个顶点的连通图 G 有 50 条边, 其中权值为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的边各 5 条, 则连通图 G 的最小生成树各边的权值之和为 ____。
8. 包含 n 个顶点无向图的邻接表存储结构中, 所有顶点的边表中最多有 ____ 个结点。具有 n 个顶点的有向图, 顶点入度和出度之和最大值不超过 ____。
9. 给定一个长度为 7 的空散列表, 采用双散列法解决冲突, 两个散列函数分别为: $h_1(key) = key \% 7$, $h_2(key) = key \% 5 + 1$ 请向散列表依次插入关键字为 30, 58, 65 的集合元素, 插入完成后 65 在散列表中存储地址为 ____。
10. 阅读算法 ABC, 回答问题。

```
def ABC(n):  
    k, m = 2, int(n**0.5)  
    while (k <= m) and (n % k != 0):  
        k += 1  
    return k > m
```

- 1) 算法的功能是: ____。
- 2) 算法的时间复杂度是 $O(\text{____})$ 。

四. 简答 (3题, 共14分)

1. (4 分) 字符串匹配算法从长度为 n 的文本串 S 中查找长度为 m 的模式串 P 的首次出现。

- a) 字符串匹配的朴素算法使用暴力搜索，大致过程如下：对于 P 在 S 中可能出现的 $n-m+1$ 个位置，比对此位置时 P 和 S 中对应子串是否相等。其时间复杂度 $O((n-m+1)m)$ 。请举例说明算法时间复杂度一种最坏情况（注：例子中请只出现 a 和 b 两种字符）。（1分）
- b) 已知字符串 S 为“abaabaabaabcc”，模式串 t 为“abaabc”。采用朴素算法进行查找，请写出字符比对的总次数和查找结果。（2 分）
- c) 朴素算法存在很大的改进空间，说明在上述(b)步骤中，第一次出现不匹配 ($s[i+j] \neq t[j]$) 时 ($i=0, j=5$)，为了避免冗余比对，则下次比对时，i 和 j 的值可以分别调整为多少？（1分）

字符串匹配的朴素算法：

```
def issubstring(s, t):
    for i in range(len(s)):
        for j in range(len(t)):
            if s[i + j] != t[j]:
                break
        else:
            return True
    return False
```

2. (5 分) 有八项活动，每项活动标记为 V+编号 $n(0 \leq n \leq 7)$ ，每项活动要求的前驱如下：

活动	V0	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
前驱	无前驱	V0	V0	V0, V2	V1	V2, V4	V3	V5, V6

- (1) 画出相应的 AOV (Active On Vertex) 网络（即节点为活动，边为先后关系的有向图），（2）并给出一个拓扑排序序列，如存在多种，则按照编号从小到大排序，输出最小的一种。
3. (5 分) 简要回答下列 BST 树以及 BST 树更新过程的相关问题。（1）请简述什么是二叉查找树（BST）（1 分）（2）请图示 2,1,6,4,5,3 按顺序插入一棵 BST 树的中间过程和最终形态（2 分）（3）请图示以上 BST 树，依次删除节点 4 和 2 的过程和树的形态（2 分）

五. 算法填空（4题，共26分）

1. (6 分) 拓扑排序：给定一个有向图，求拓扑排序序列。

输入：第一行是整数 n，表示图有 n 顶点 ($1 \leq n \leq 100$)，编号 1 到 n。接下来 n 行，第 i 行列了顶点 i 的所有邻点，以 0 结尾。没有邻点的顶点，对应行就是单独一个 0。

输出：一个图的拓扑排序序列。如果图中有环，则输出“Loop”。

样例输入 (#及其右边的文字是说明，不是输入的一部分)：

```
5                #5 个顶点
0                #1 号顶点无邻点
4 5 1 0          #2 号顶点有邻点 4 5 1
```

```
1 0
5 3 0
3 0
```

样例输出

```
2 4 5 3 1
```

请对下面的解题程序进行填空

```
class Edge: # 表示邻接表中的图的边,v 是终点
    def __init__(self, v):
        self.v = v

def topoSort(G): # G 是邻接表, 顶点从 0 开始编号
    # G[i][j]是 Edge 对象, 代表边 <i, G[i][j].v>
    n = len(G)
    import queue
    inDegree = [0] * n # inDegree[i]是顶点 i 的入度
    q = queue.Queue()
    # q 是队列, q.put(x)可以将 x 加入队列, q.get()取走并返回对头元素
    # q.empty()返回队列是否为空

    for i in range(n):
        for e in G[i]:
            _____ # 【1 分】

    for i in range(n):
        if inDegree[i] == 0:
            _____ # 【1 分】

    seq = []
    while not q.empty():
        k = q.get()
        seq.append(k) # 【1 分】
        for e in G[k]:
            _____ # 【1 分】
            if inDegree[e.v] == 0:
                _____ # 【1 分】

    if _____: # 【1 分】
        return None
    else:
        return seq

n = int(input())
G = [[] for _ in range(n)] # 邻接表
```

```

for i in range(n):
    lst = list(map(int, input().split()))
    print(lst)
    G[i] = [Edge(x - 1) for x in lst[:-1]]
    print(G[i])

result = topoSort(G)
if result is not None:
    for x in result:
        print(x + 1, end=" ")
else:
    print("Loop")

```

2. (7 分) 链表操作：读入一个从小到大排好序的整数序列到链表，然后在链表中删除重复的元素，使得重复的元素只保留 1 个，然后将整个链表内容输出。

输入样例：

```
1 2 2 2 3 3 4 4 6
```

输出样例：

```
1 2 3 4 6
```

请对程序填空：

```

class Node:
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.next = None

a = list(map(int, input().split()))
head = Node(a[0])
p = head
for x in a[1:]:
    _____ # 【2 分】
    p = p.next

p = head
while p:
    while _____ and p.data == p.next.data: # 【2 分】
        _____ # 【1 分】
    p = p.next

p = head
while p:

```

```
print(p.data, end=" ")
_____ # 【2 分】
```

3. (7 分) 无向图判定：给定一个无向图，判断是否连通，是否有回路。输入：第一行两个整数 n, m ，分别表示顶点数和边数。顶点编号从 0 到 $n-1$ 。 ($1 \leq n \leq 110, 1 \leq m \leq 10000$) 接下来 m 行，每行两个整数 u 和 v ，表示顶点 u 和 v 之间有边。

输出: 如果图是连通的，则在第一行输出"connected:yes",否则第一行输出"connected:no"。 如果图中有回路，则在第二行输出"loop:yes ",否则第二行输出"loop:no"。

样例输入

```
3 2
0 1
0 2
```

样例输出

```
connected:yes
loop:no
```

请进行程序填空：

```
def isConnected(G): # G 是邻接表,顶点编号从 0 开始, 判断是否连通
    n = len(G)
    visited = [False for _ in range(n)]
    total = 0

    def dfs(v):
        nonlocal total
        visited[v] = True
        total += 1
        for u in G[v]:
            if not visited[u]:
                dfs(u)

    dfs(0)
    return _____ # 【2 分】

def hasLoop(G): # G 是邻接表,顶点编号从 0 开始, 判断有无回路
    n = len(G)
    visited = [False for _ in range(n)]

    def dfs(v, x): # 返回值表示本次 dfs 是否找到回路,x 是深度优先搜索树上 v 的父结点
        visited[v] = True
        for u in G[v]:
```

```
        if visited[u] == True:
            if _____: # 【2 分】
                return True
        else:
            if _____: # 【2 分】
                return True
    return False

for i in range(n):
    if _____: # 【1 分】
        if dfs(i, -1):
            return True
return False

n, m = map(int, input().split())
G = [[] for _ in range(n)]
for _ in range(m):
    u, v = map(int, input().split())
    G[u].append(v)
    G[v].append(u)

if isConnected(G):
    print("connected:yes")
else:
    print("connected:no")

if hasLoop(G):
    print("loop:yes")
else:
    print("loop:no")
```

4. (6 分) 堆排序：输入若干个整数，下面的程序使用堆排序算法对这些整数从小到大排序，请填空。程序中建立的堆是大顶堆（最大元素在堆顶）

输入样例：

```
1 3 43 8 7
```

输出样例：

```
1 3 7 8 43
```

请进行程序填空：

```
def heap_sort(arr):
    heap_size = len(arr)
```



```

def goDown(i):
    if i * 2 + 1 >= heap_size: # a[i]没有儿子
        return
    L, R = i * 2 + 1, i * 2 + 2

    if _____: # 【1 分】
        s = L
    else:
        s = R

    if arr[s] > arr[i]:
        _____ # 【2 分】
        goDown(s)

def heapify(): # 将列表 a 变成一个堆
    for k in range(len(arr) // 2 - 1, -1, -1): # 【1 分】
        goDown(k)

heapify()
for i in range(len(arr) - 1, -1, -1):
    _____ # 【1 分】
    heap_size -= 1
    _____ # 【1 分】

a = list(map(int, input().split()))
heap_sort(a)
for x in a:
    print(x, end=" ")

```

卷面写法怪异，正常写法应该是

```

def heapify(arr, n, i):
    largest = i # 将当前节点标记为最大值
    left = 2 * i + 1 # 左子节点的索引
    right = 2 * i + 2 # 右子节点的索引

    # 如果左子节点存在且大于根节点，则更新最大值索引
    if left < n and arr[i] < arr[left]:
        largest = left

    # 如果右子节点存在且大于根节点或左子节点，则更新最大值索引
    if right < n and arr[largest] < arr[right]:
        largest = right

    # 如果最大值索引发生了变化，则交换根节点和最大值，并递归地堆化受影响的子树
    if largest != i:
        arr[i], arr[largest] = arr[largest], arr[i]
        heapify(arr, n, largest)

```

```
def buildMaxHeap(arr):
    n = len(arr)

    # 从最后一个非叶子节点开始进行堆化
    for i in range(n // 2 - 1, -1, -1):
        heapify(arr, n, i)

def heapSort(arr):
    n = len(arr)

    buildMaxHeap(arr) # 构建大顶堆

    # 逐步取出堆顶元素（最大值），并进行堆化调整
    for i in range(n - 1, 0, -1):
        arr[i], arr[0] = arr[0], arr[i] # 交换堆顶元素和当前最后一个元素
        heapify(arr, i, 0) # 对剩余的元素进行堆化

    return arr

a = list(map(int, input().split()))
heapSort(a)
for x in a:
    print(x, end=" ")
```