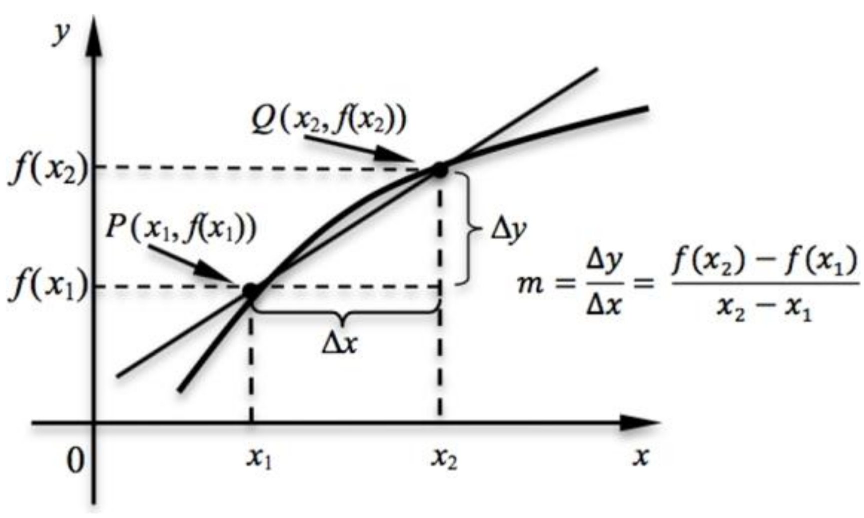
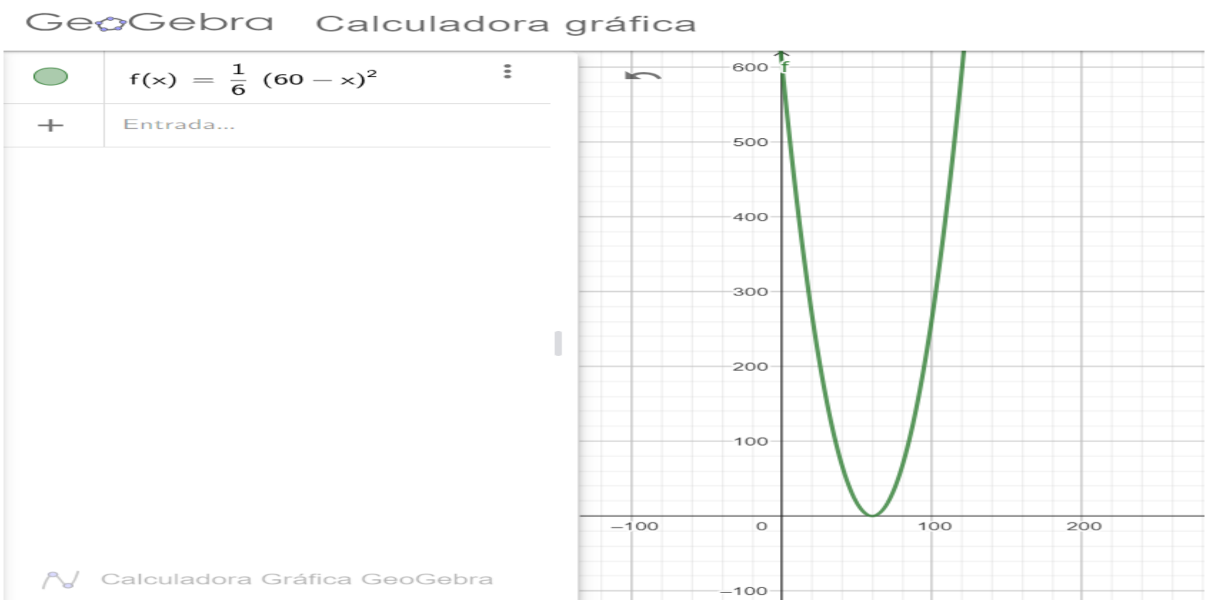
DERIVACIÓN Y RAZÓN DE CAMBIO

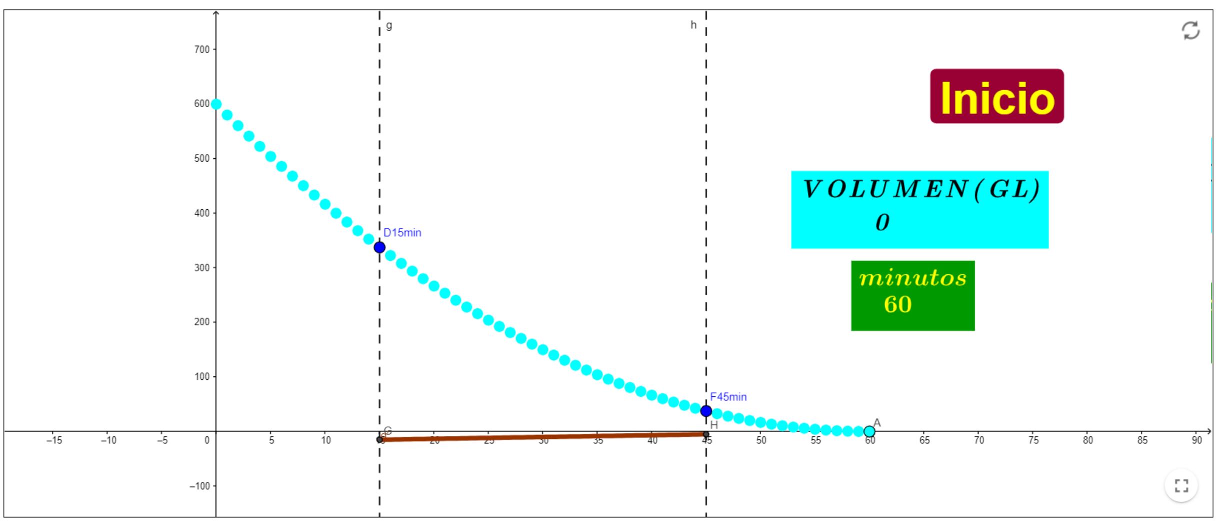
DEFINICIÓN 1. La razón de cambio en derivación se refiere a la medida de cómo una cantidad cambia en relación con otra cantidad, específicamente cuando utilizamos la derivada para calcular esta relación. Es una medida instantánea de la velocidad o tasa de cambio de una cantidad en relación con otra en un punto específico. La razón de cambio en derivación nos permite comprender cómo una variable está cambiando con respecto a otra en un momento preciso.

DEFINICIÓN 2. La razón de cambio se define como el cociente de diferencias: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, donde y = f (x). Δx representa lo que cambia x de x1 a x2, que se cuantifica mediante la diferencia: Δx = x2 – x1 y Δy los cambios en f (x) que se cuantifican también con las diferencias: Δy = f (x2) – f (x1) (Stewart, 2012: 147-148). En términos geométricos la razón de cambio se interpreta como la pendiente de la recta secante a la curva f que corta a ésta en los puntos P y Q (Figura 1). Pendiente, velocidad y rapidez son conceptos estrechamente vinculados, se consideran como casos particulares de razones de cambio. La velocidad (Figura 2) es una razón de cambio de distancia sobre el cambio en el tiempo, la rapidez es un caso particular de la velocidad que admite sólo valores positivos.



EJEMPLO 1 la función $V(t) = 1/6(60 - t)^2$ obedece al comportamiento de cómo se vacía un tanque cilíndrico lleno con 600 gl de agua. El cual tarda 60min en vaciarse después de abrir el desagüe ubicado en la parte Inferior del tanque. Se supone la apertura del desagüe en el instante t = 0. A continuación se muestra la gráfica de la función.





Análisis

Para la función dada V(t) = 1/6(60 - t)^2, que describe el comportamiento del vaciado de un tanque cilíndrico lleno con 600 gl de agua, podemos calcular la derivada para obtener información sobre la velocidad de vaciado.

Derivando la función V(t) respecto al tiempo t utilizando las reglas de derivación, obtenemos:

V'(t) = d/dt [1/6(60 - t)^2] = (1/6) * 2(60 - t) * (-1) = -(1/3)(60 - t)

La derivada de la función es V'(t) = -(1/3)(60 - t). Esta derivada representa la velocidad de vaciado del tanque en función del tiempo.

En este contexto, la derivada -V'(t) representa la tasa de cambio negativa del volumen de agua en el tanque en relación con el tiempo. Indica cómo el volumen de agua disminuye a medida que el tiempo avanza durante el proceso de vaciado del tanque.

La derivada V'(t) nos proporciona información sobre la velocidad instantánea de vaciado del tanque en cualquier instante de tiempo t. A medida que el tiempo t aumenta, la magnitud de la derivada también aumenta, lo que indica que la velocidad de vaciado se acelera a medida que el agua se agota del tanque.

En resumen, la derivada V'(t) = -(1/3)(60 - t) representa la velocidad de vaciado del tanque en función del tiempo. Indica la tasa a la cual el volumen de agua disminuye a medida que transcurre el tiempo durante el proceso de vaciado del tanque.