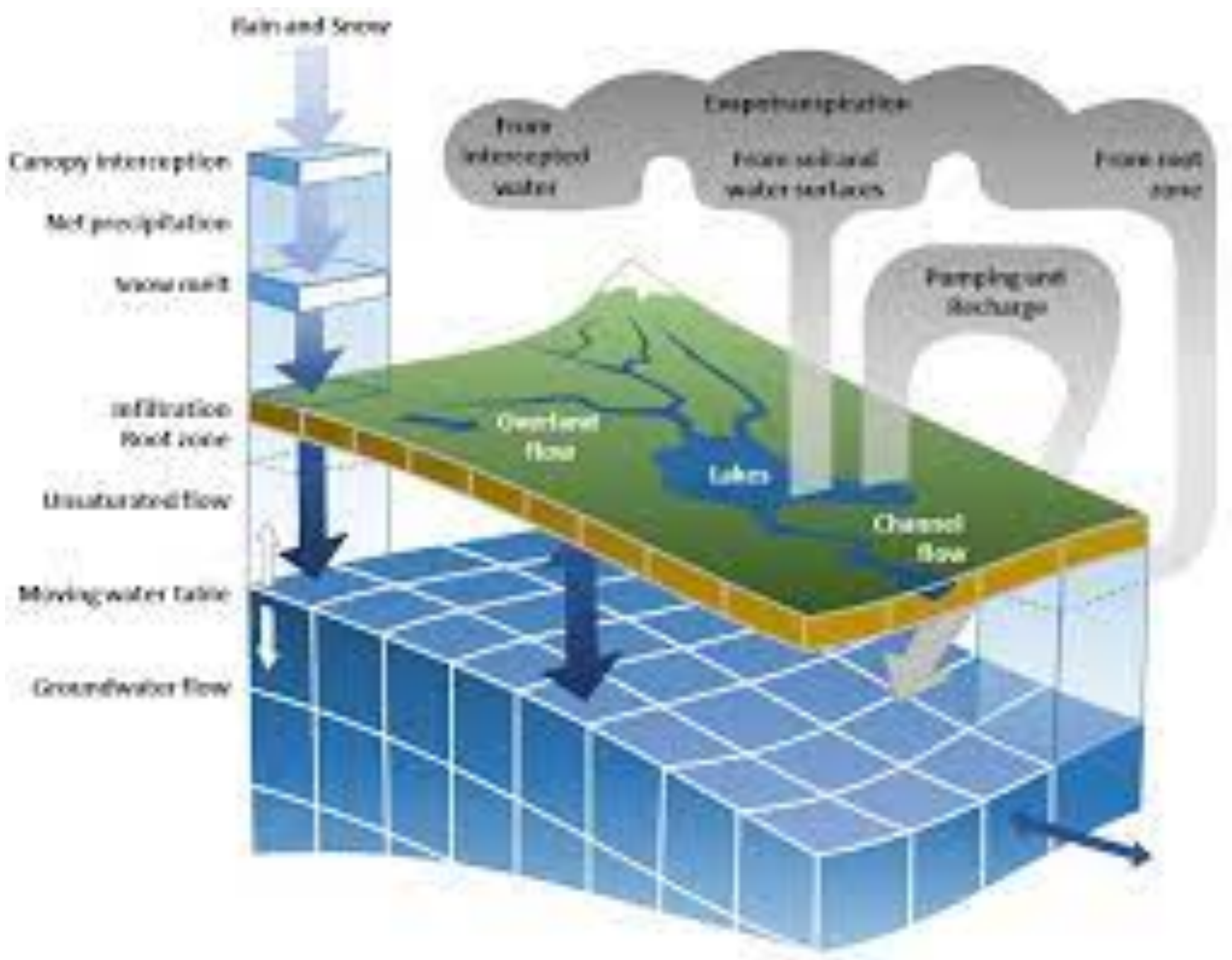
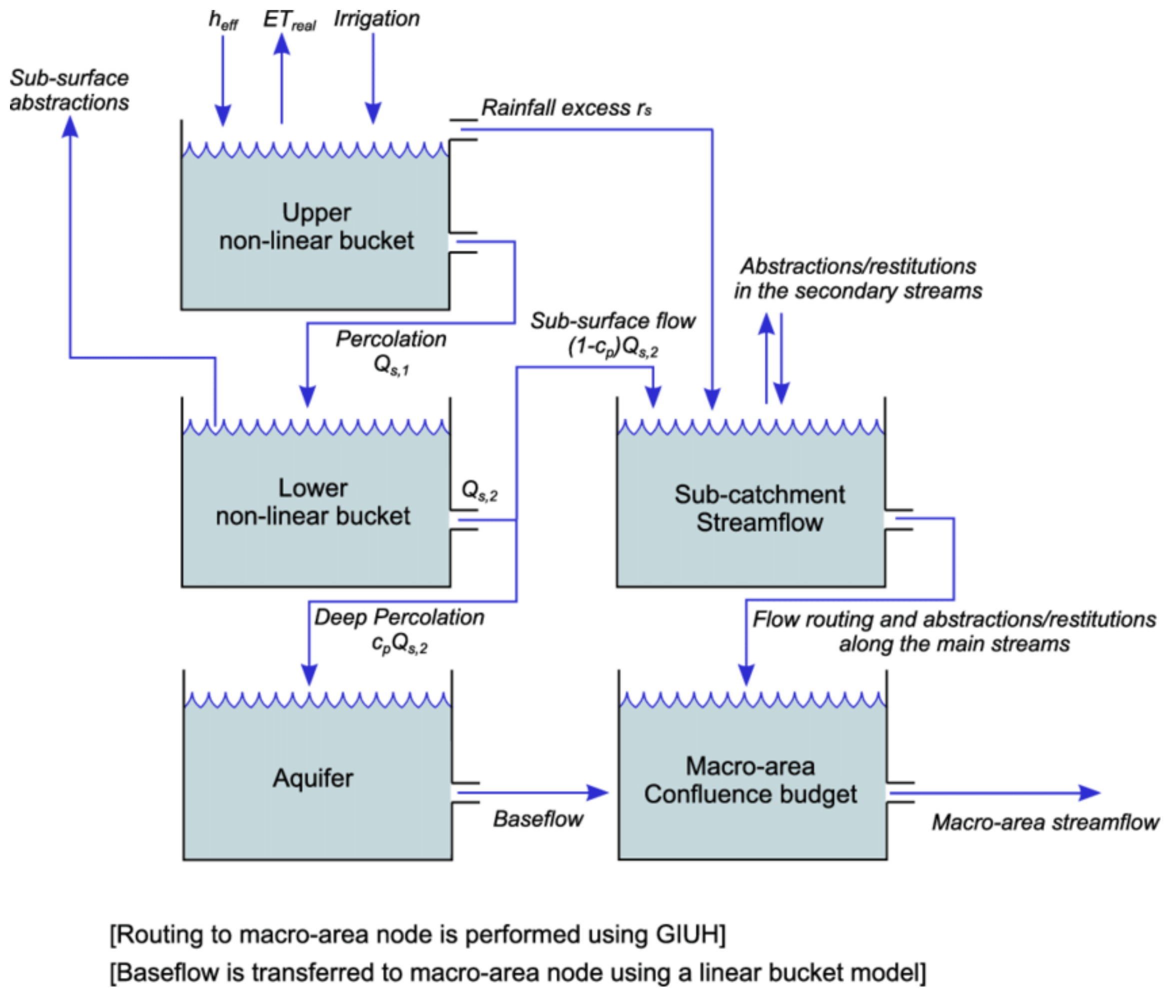
conrad.jackisch@tbt.tu-freiberg.de

Die Ressourcenuniversität. Seit 1765.
TU BERGAKADEMIE FREIBERG





Hydrologische Modelle (2)

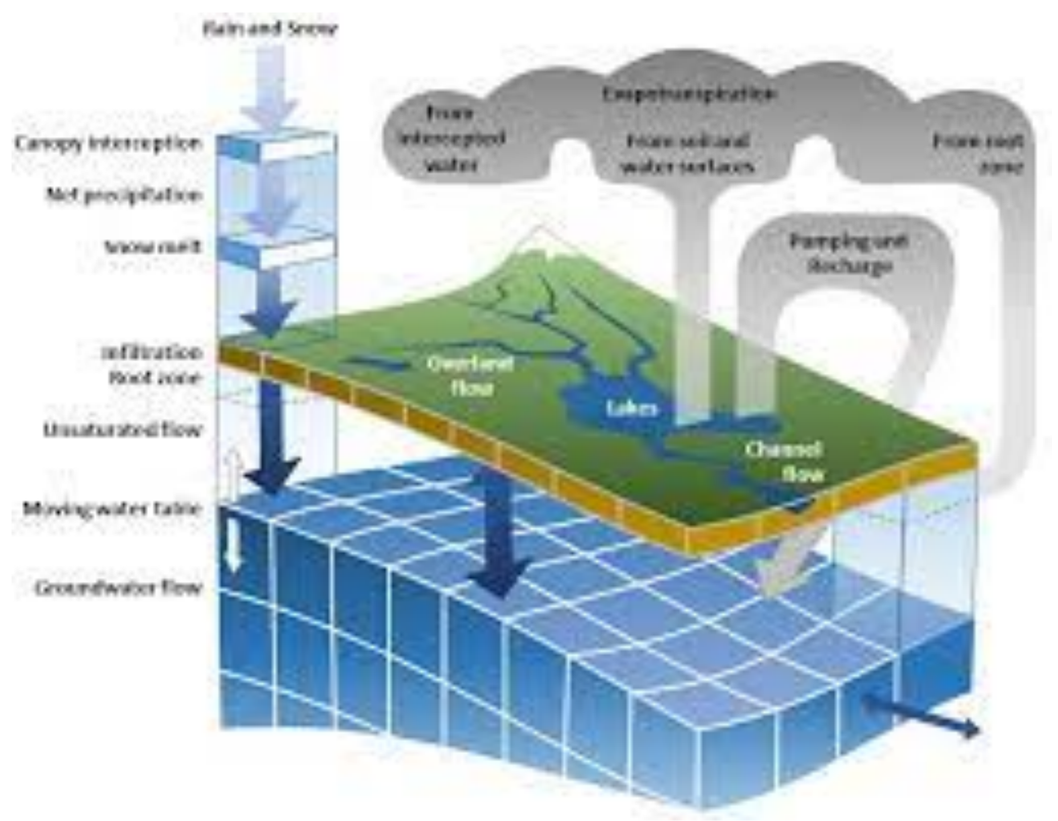
10

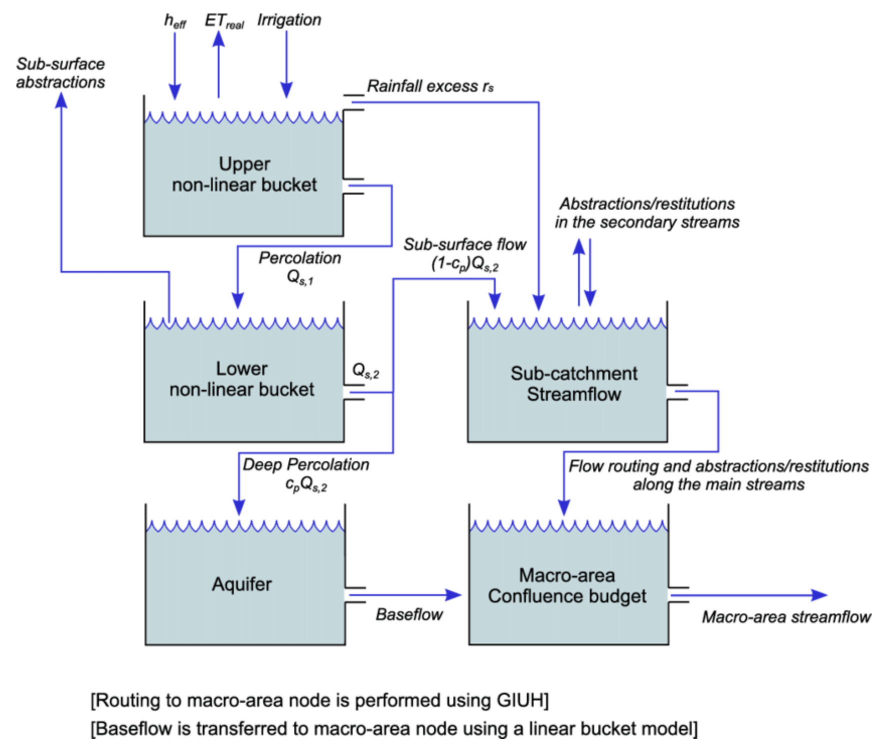
Grundlagen der Hydrologie
Primer in Hydrology

Ziel der heutigen Vorlesung

Bewertung der Modellgüte

10

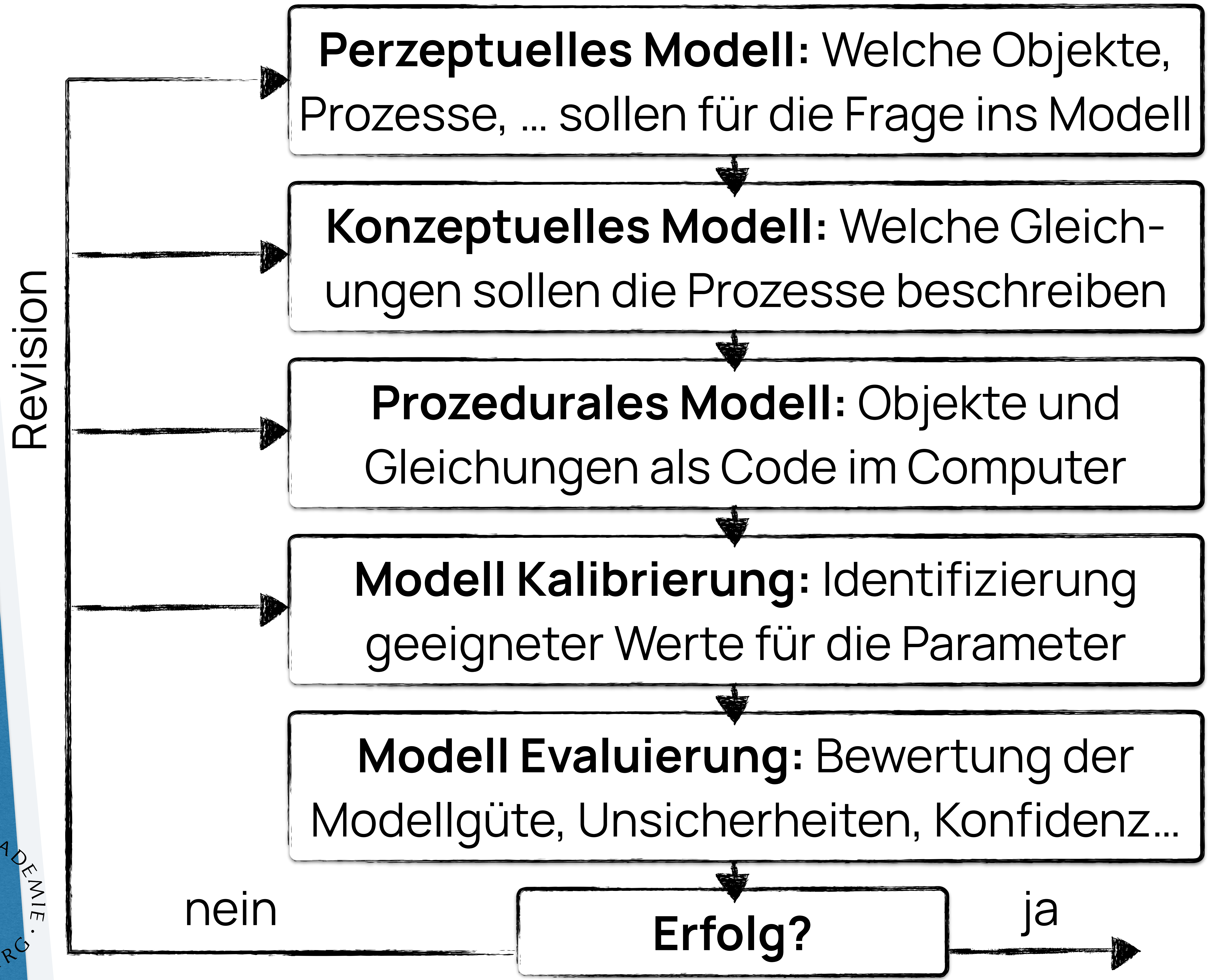




Ziele:

- All models are wrong – but some are useful (after George Box)
- Konzept von Vorwärts-Modellen verstehen
- Konzept Numerischer Verfahren für die Modellierung von Speicherdynamik verstehen
- Bewertungsmethoden für die Modellgüte/ Modellevaluation kennen

Was verstehen wir unter “Modellierung”?



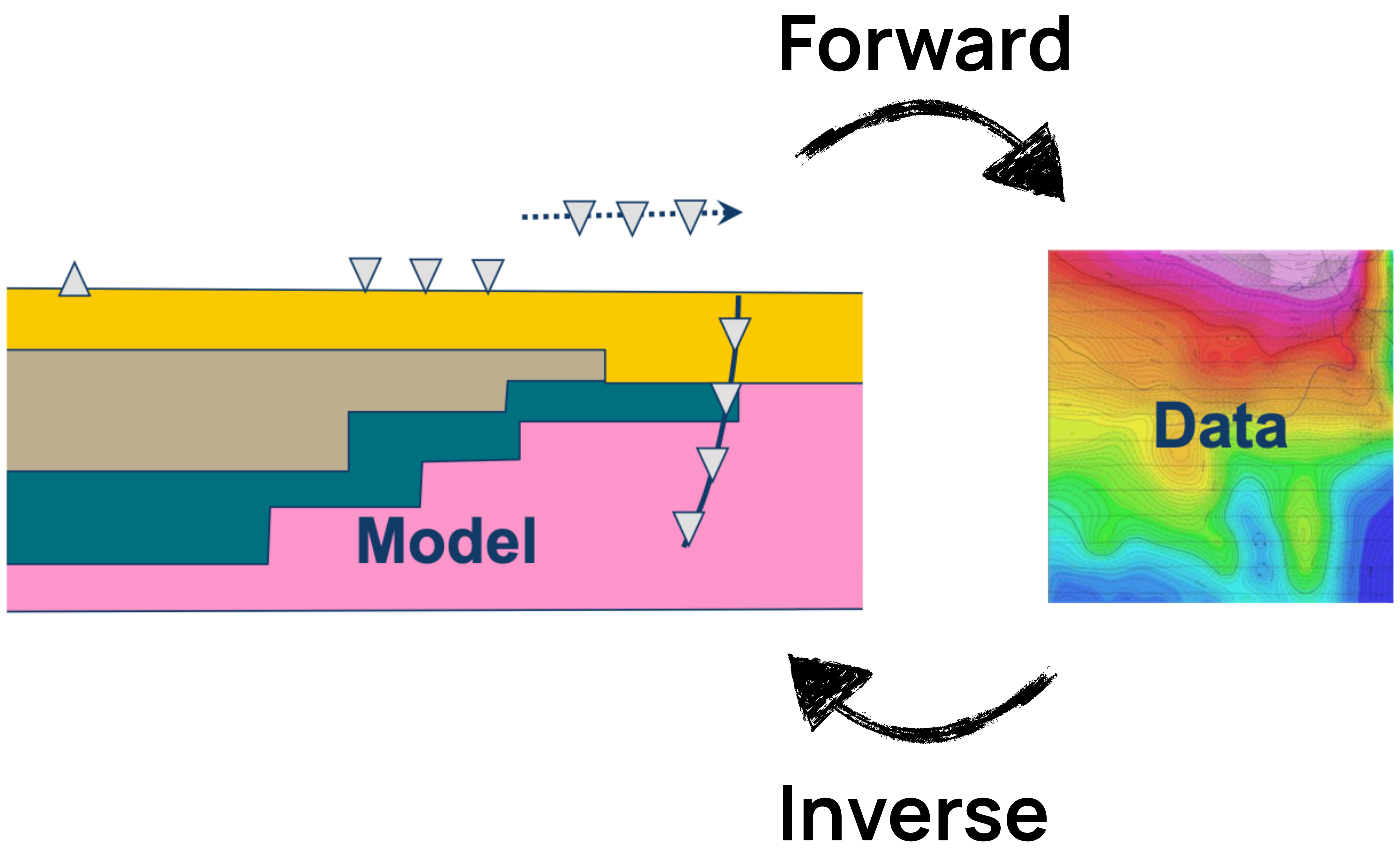
das Entwickeln, Anpassen, Evaluieren, Benutzen von Modellen

Der Modellierungs-Prozess beginnt weit vor der Verfahrens-anleitung von Berech-nungen im Computer.

verschiedene Modellsituationen

Analogie zu Geophysik

- **Forward**: Wir berechnen Daten aus gegebenen Modellparametern. data = F(model)
- **Inverse**: Wir schätzen Modellparameter aus beobachteten Daten. model = F^{-1}(data)



verschiedene Modellsituationen

Analogie zu Geophysik

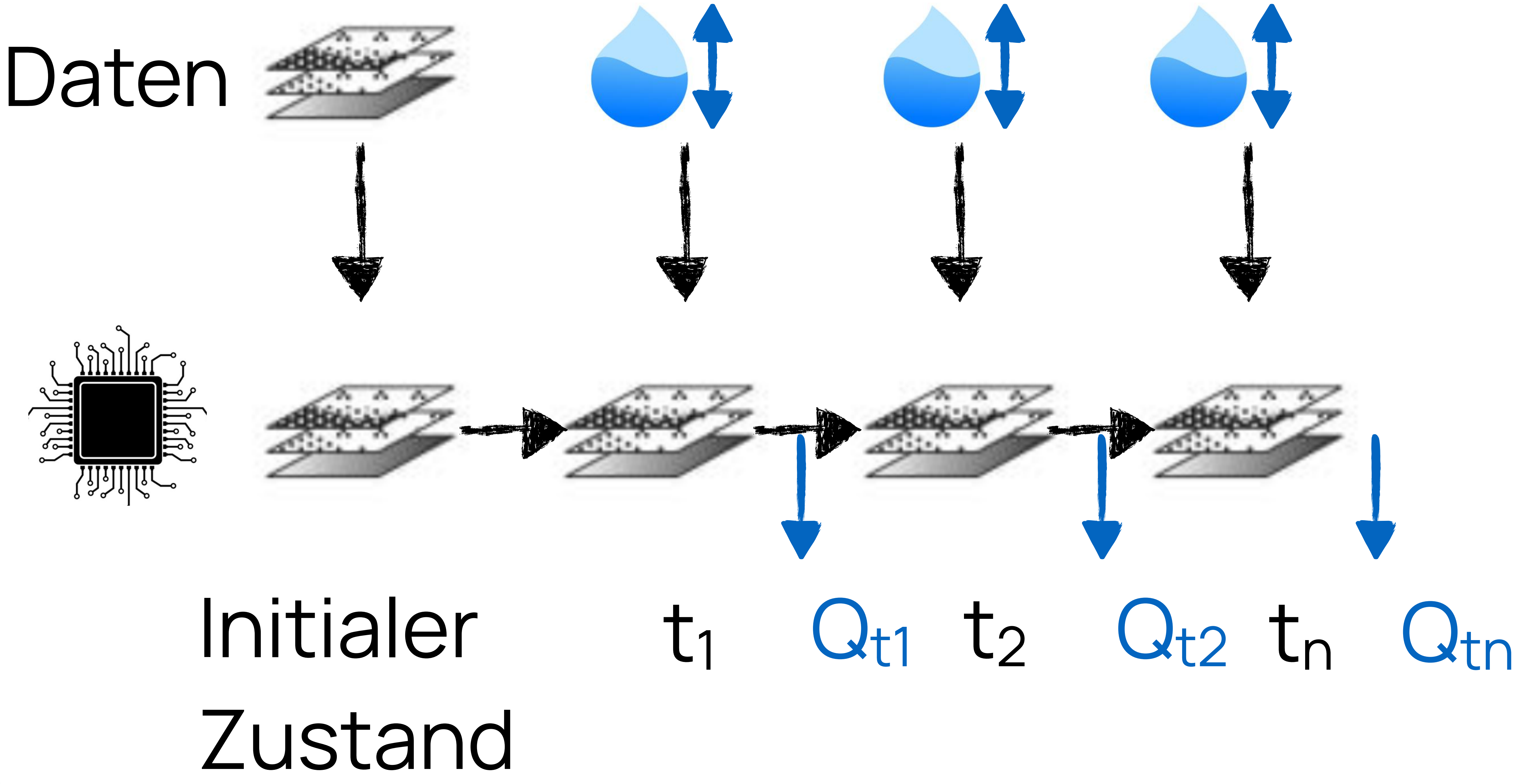
- **Forward**: Wir berechnen Daten aus gegebenen Modellparametern.
  data = F(model)
- **Inverse**: Wir schätzen Modellparameter aus beobachteten Daten.
  model = F^{-1}(data)

Hydrologie

- **direct Forward**: Wir berechnen Zustände mit gegebenen Modellparametern Zeit-schritt für Zeitschritt
  $state_t$ = model($state_{t-1}$)
- **Iterativ**: Wir berechnen Zustände nach Ausbalancieren von Zufluss und Ausfluss
  $state_t$ = model($state_{t-1}$, q_{in}, q_{out})
- **Inverse**: Wir schätzen Modellparameter aus beobachteten Daten
  model = F^{-1}(data)

“vorwärts” Modellierung

Schritt für Schritt

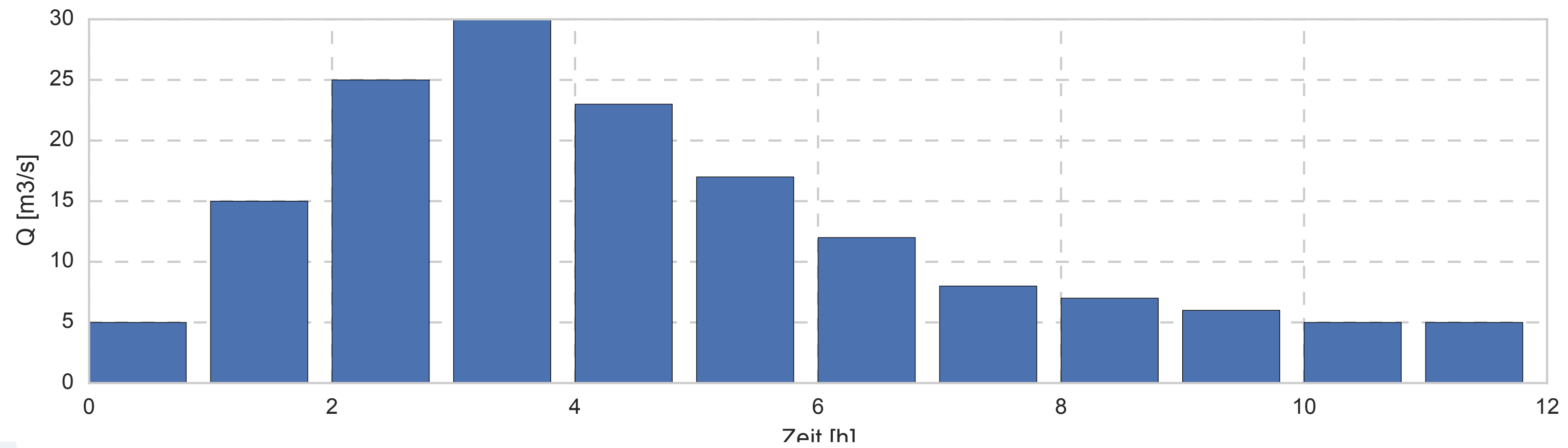


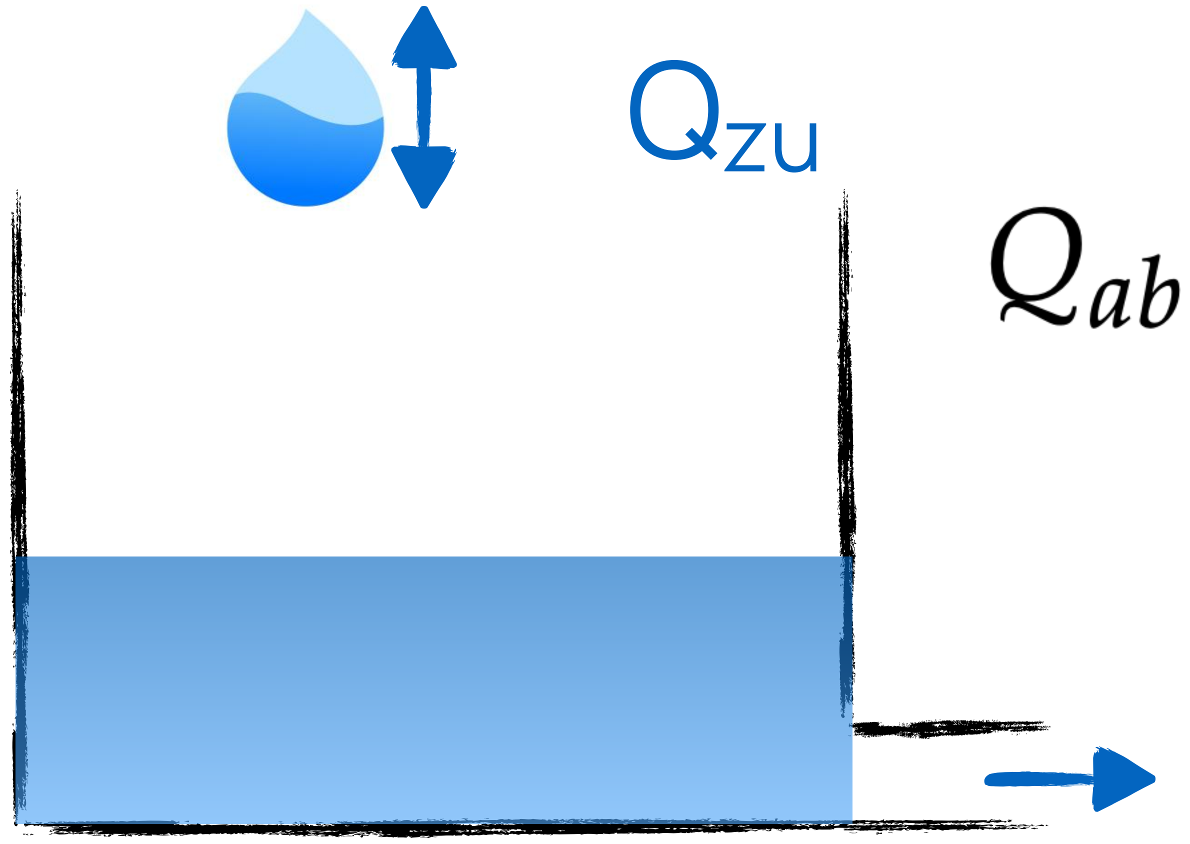
Das Modell wird immer wieder mit dem aktuellen Zustand und den Randbedingungen ausgeführt

- ausreichend bei kleinen Zeitschritten und nahezu linearen Änderungen
- Probleme mit dem Über/ Unterschätzen der berechneten zustandsabhängigen Flüsse

“vorwärts” Modellierung

Schritt für Schritt





$$Q_{ab}(t_i) = \mu A \sqrt{2gh(t_i)}$$

$$A = 3.0\,\mathrm{m}^2$$

$$\mu = 0.5$$

Q_{ab}

$$h(S) = 0.018 \cdot \sqrt{S}$$

Q_{ab} wird unterschätzt → zu viel S

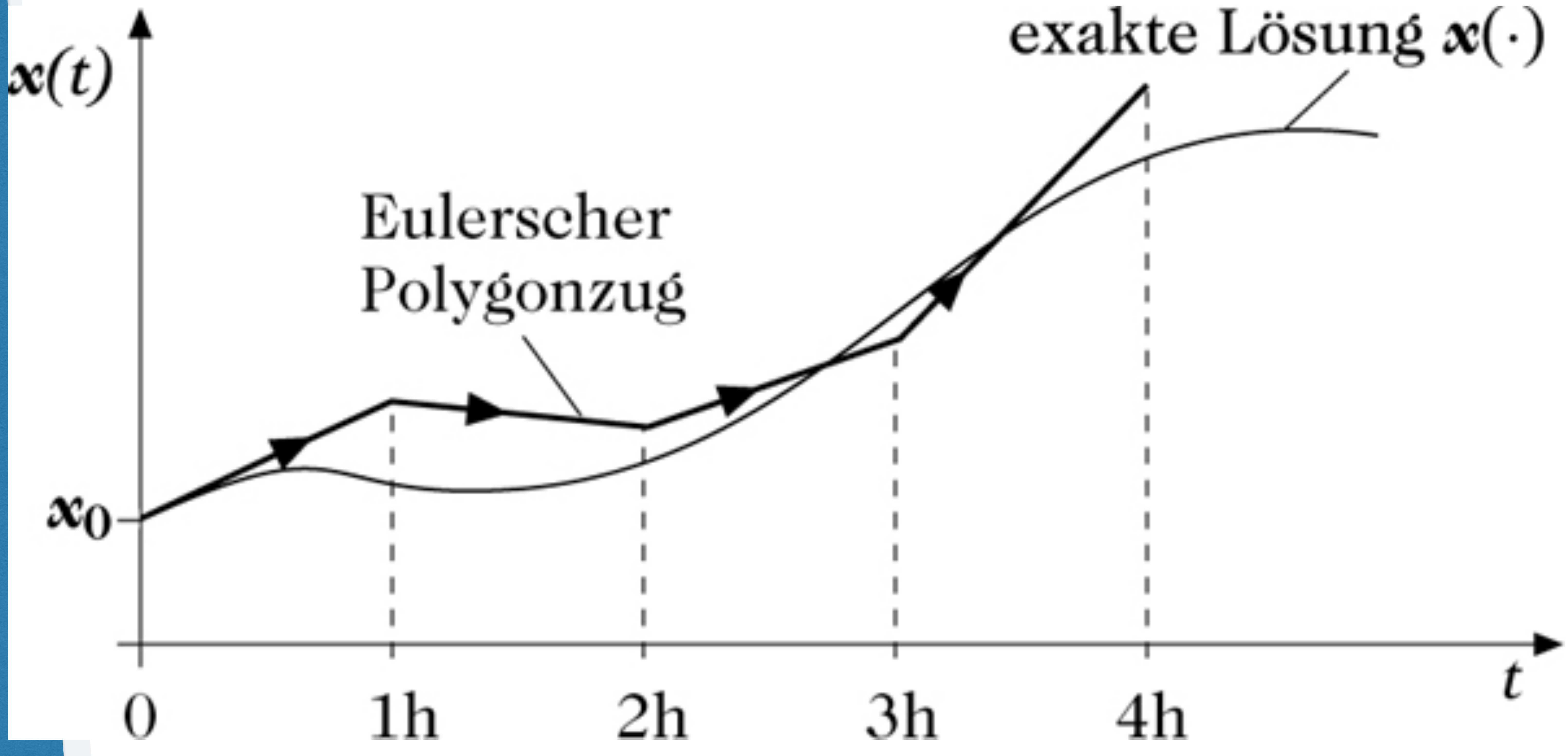
Q_{ab2} wird überschätzt → zu wenig S

Das Modell wird immer wieder mit dem aktuellen Zustand und den Randbedingungen ausgeführt

- ausreichend bei kleinen Zeitschritten und nahezu linearen Änderungen
- Probleme mit dem Über/ Unterschätzen der berechneten zustandsabhängigen Flüsse

“vorwärts” Modellierung

Euler-Cauchy’sches Polygonzug-Verfahren



Anfangswertproblem

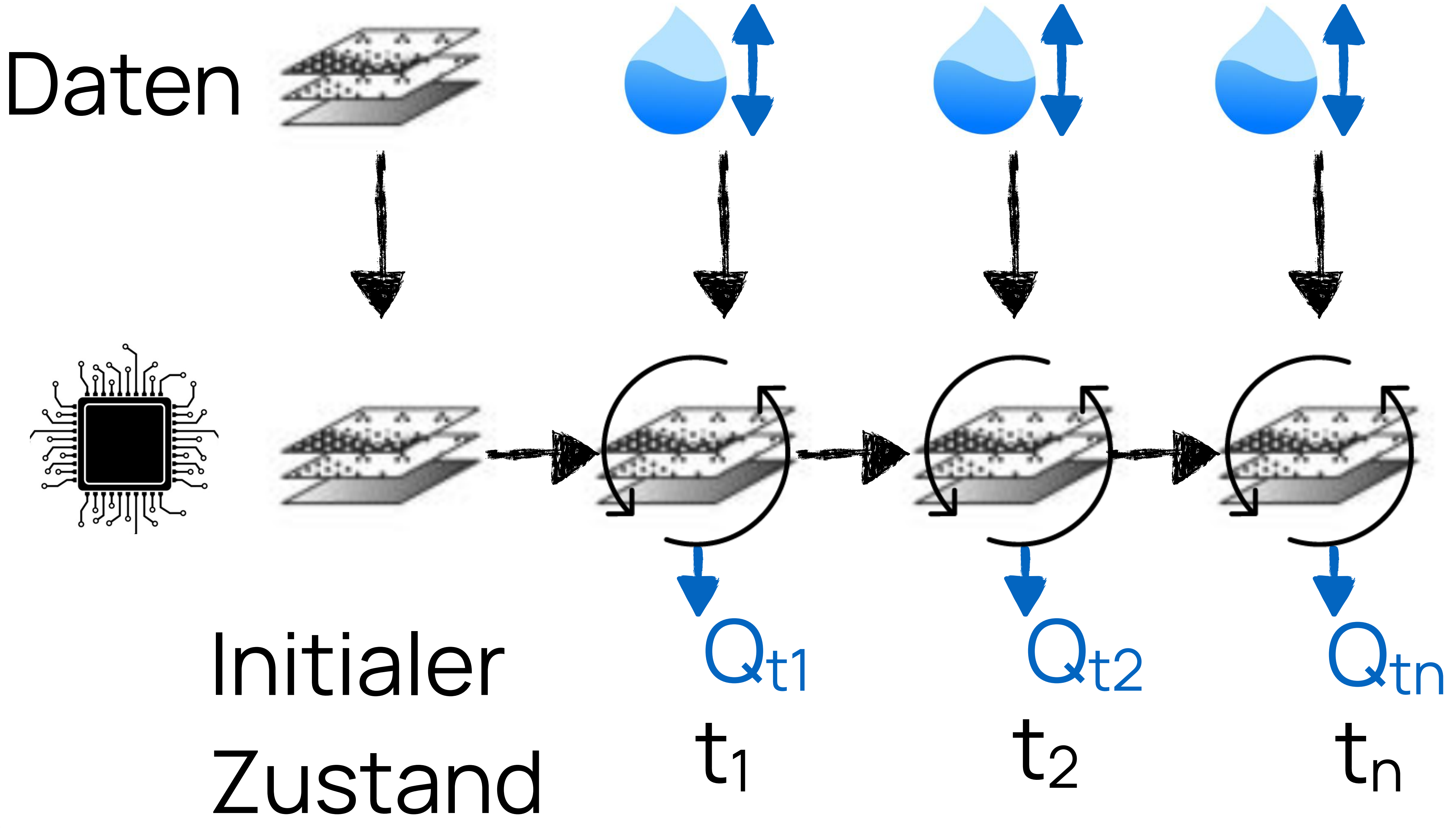
$x'_t = f(x_t, t)$

$x_{t+1} = x_t + f(x_t)$

Wir erhalten eine Annäherung an die exakte Lösung

iterative Modellierung

Bilanzierung der Fehler im Zeitschritt

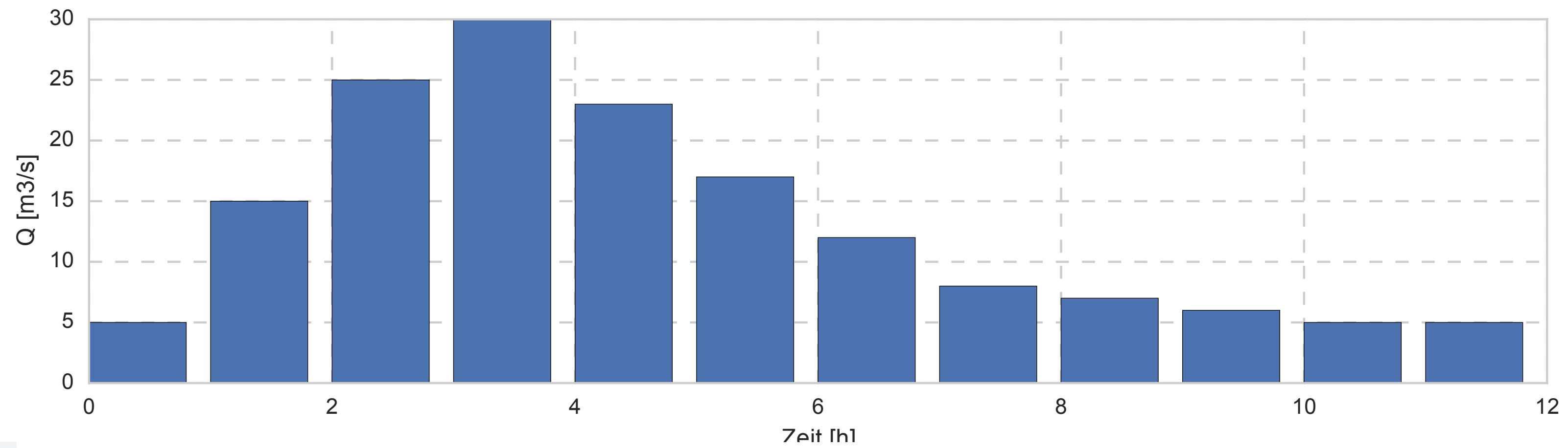


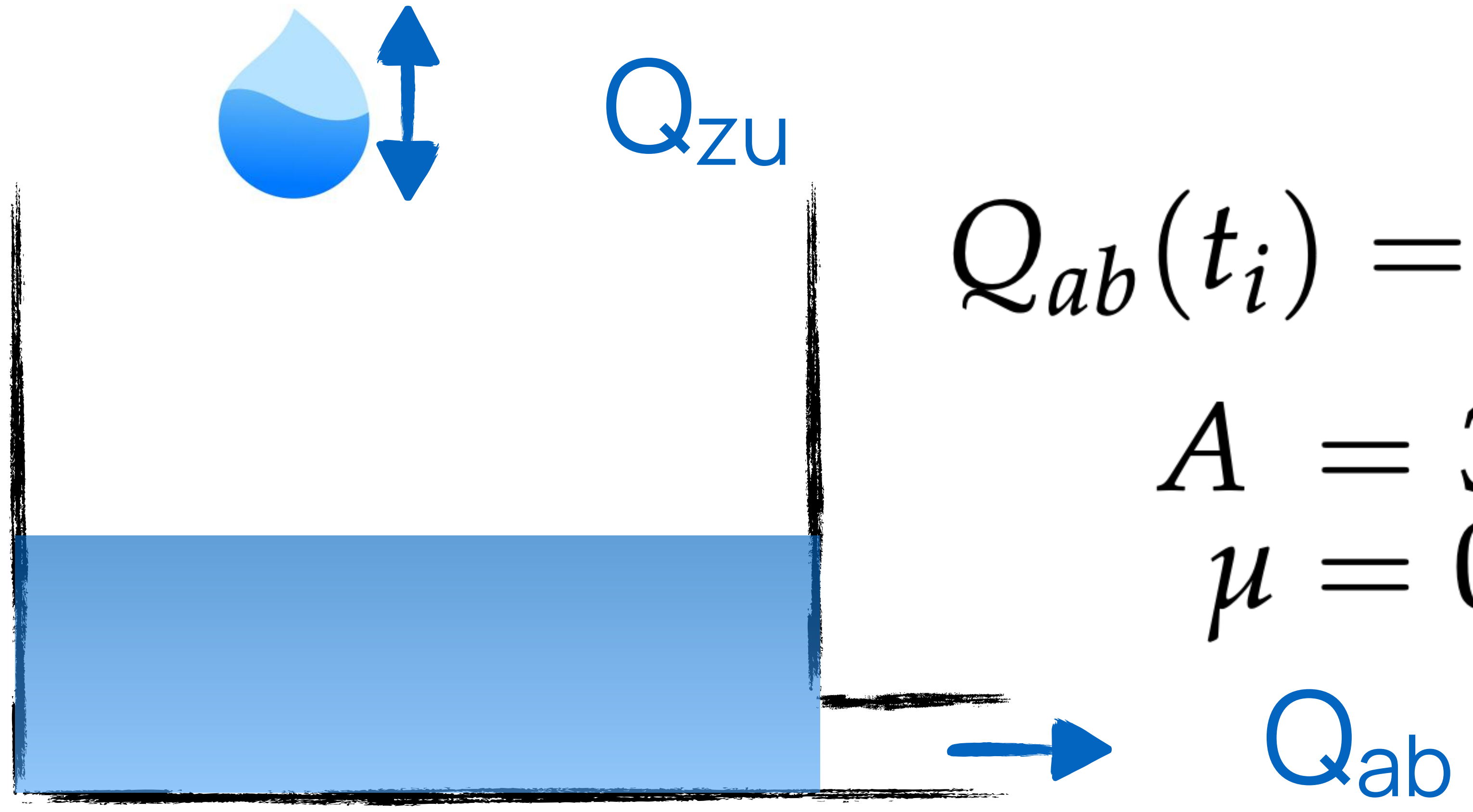
Das Modell schätzt den Zustand, in dem es Zu- und Abfluss zueinander passend einstellt

- viel robuster, kleinere Fehler
- höherer Rechenaufwand
- Zeitschritte können dynamisch angepasst werden

Iterative Modellierung

Bilanzierung der Fehler im Zeitschritt





$$Q_{ab}(t_i) = \mu A \sqrt{2gh(t_i)}$$

$$A = 3.0\,\mathrm{m}^2$$

$$\mu = 0.5$$

$$h(S) = 0.018 \cdot \sqrt{S}$$

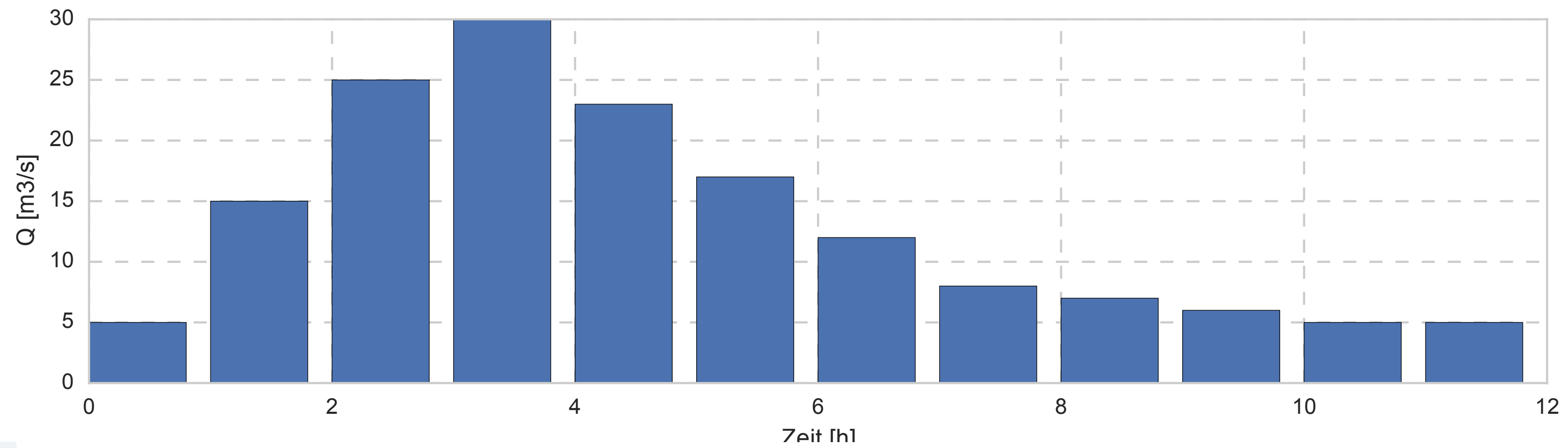
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_i) - S(t_{i-1})}{\Delta t_{i-1}^{i}}$$

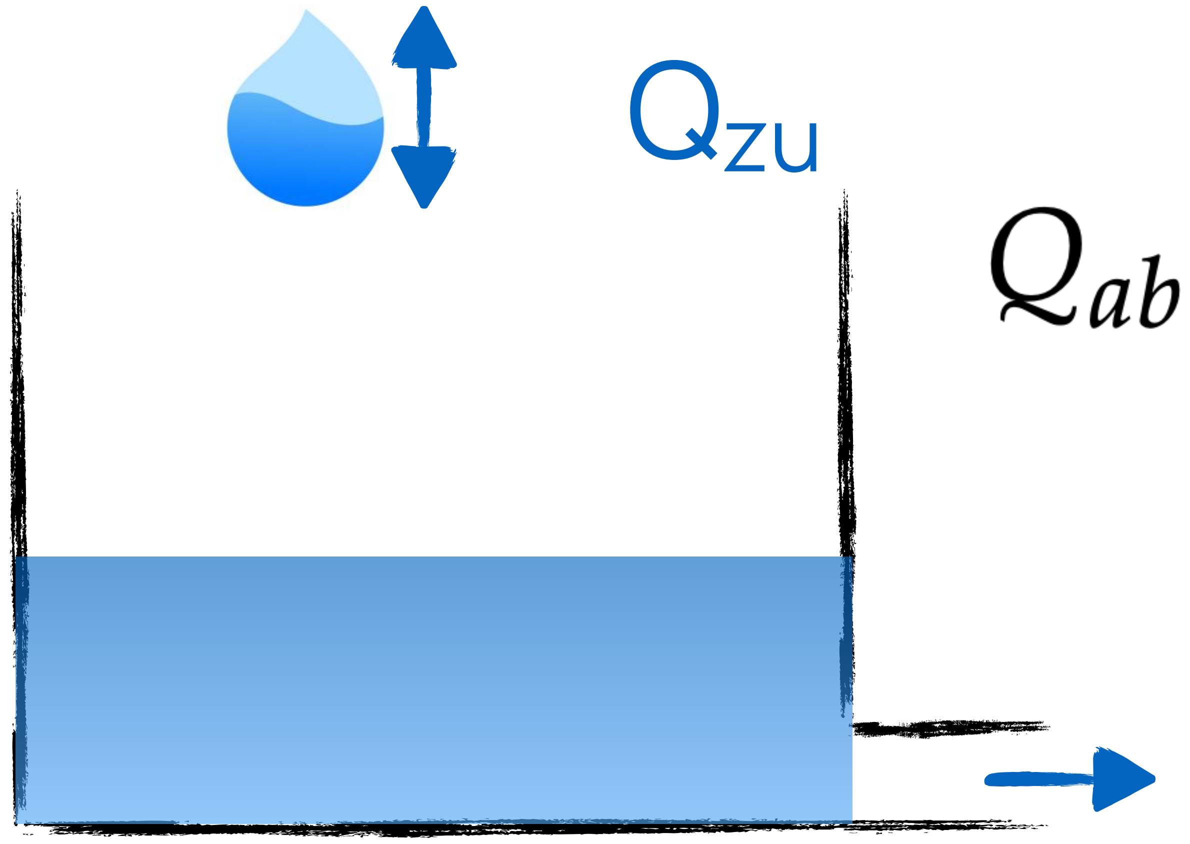
Das Modell schätzt den Zustand, in dem es Zu- und Abfluss zueinander passend einstellt

- viel robuster, kleinere Fehler
- höherer Rechenaufwand
- Zeitschritte können dynamisch angepasst werden

Iterative Modellierung

Bilanzierung der Fehler im Zeitschritt





$$Q_{ab}(t_i) = \mu A \sqrt{2gh(t_i)}$$

$$A = 3.0\,\mathrm{m}^2$$

$$\mu = 0.5$$

$$h(S) = 0.018 \cdot \sqrt{S}$$

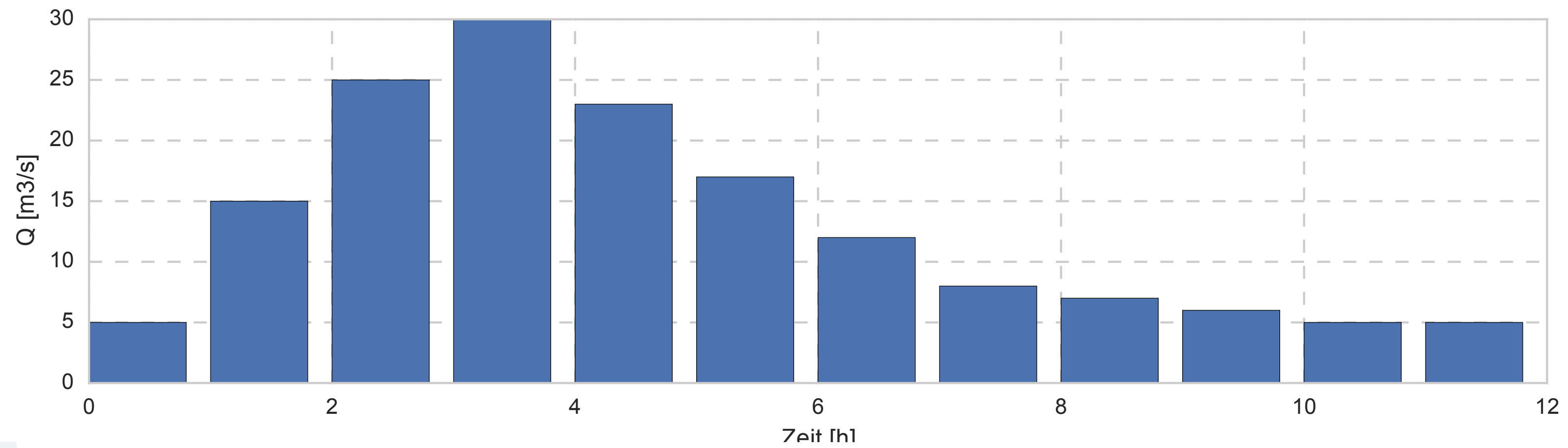
Das Modell schätzt den Zustand, in dem es Zu- und Abfluss zueinander passend einstellt

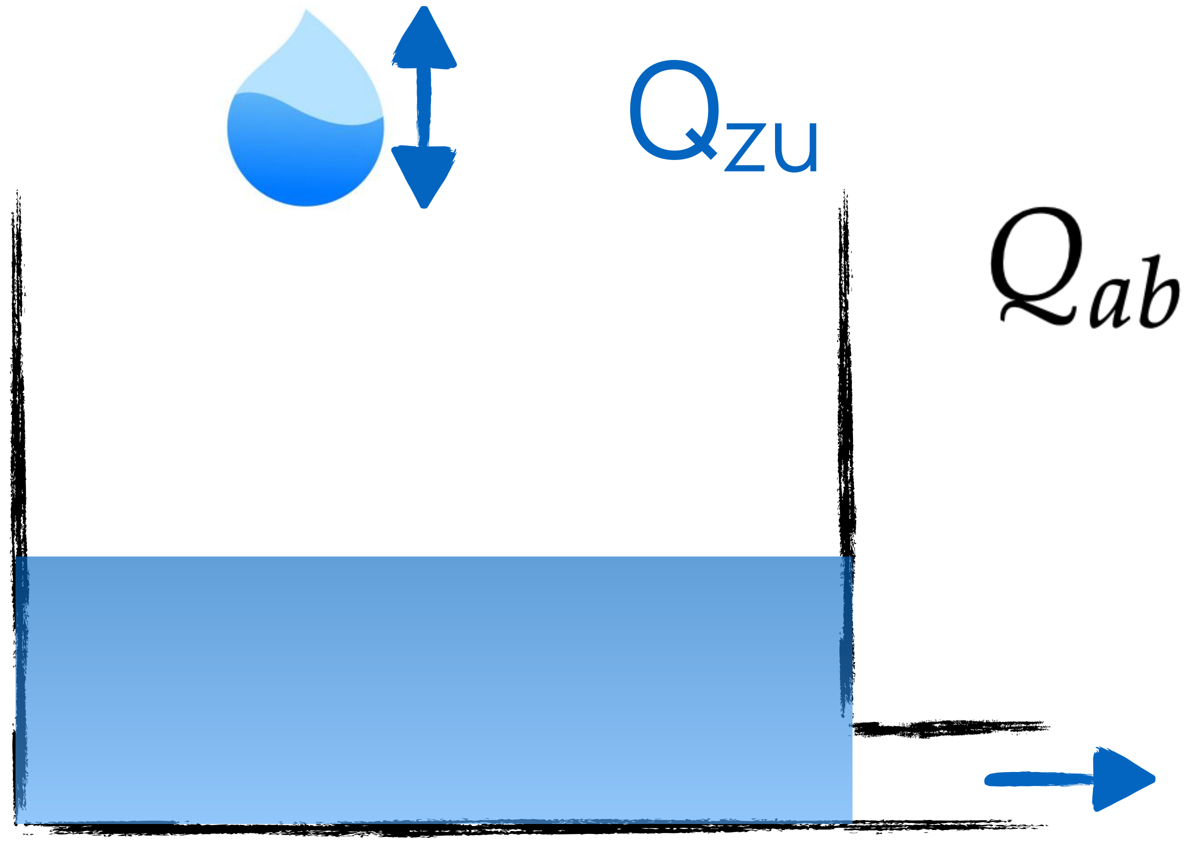
- viel robuster, kleinere Fehler
- höherer Rechenaufwand
- Zeitschritte können dynamisch angepasst werden

$$\left(\frac{Q_{zu}(t_i) + Q_{zu}(t_{i-1})}{2} - \frac{Q_{ab}(t_i) + Q_{ab}(t_{i-1})}{2}\right)$$

Iterative Modellierung

Bilanzierung der Fehler im Zeitschritt





$$Q_{ab}(t_i) = \mu A \sqrt{2gh(t_i)}$$

$$A = 3.0\,\mathrm{m}^2$$

$$\mu = 0.5$$

$$h(S) = 0.018 \cdot \sqrt{S}$$

$$\left(\frac{Q_{zu}(t_i) + Q_{zu}(t_{i-1})}{2} - \frac{Q_{ab}(t_i) + Q_{ab}(t_{i-1})}{2}\right)$$

1. Schätzung Q_{ab} aus t_{-1}
2. Berechne S & h_{iter} mit Q_{ab}
3. Berechne $Q_{ab,iter}$ aus mit h_{iter}
4. Berechne Kriterium

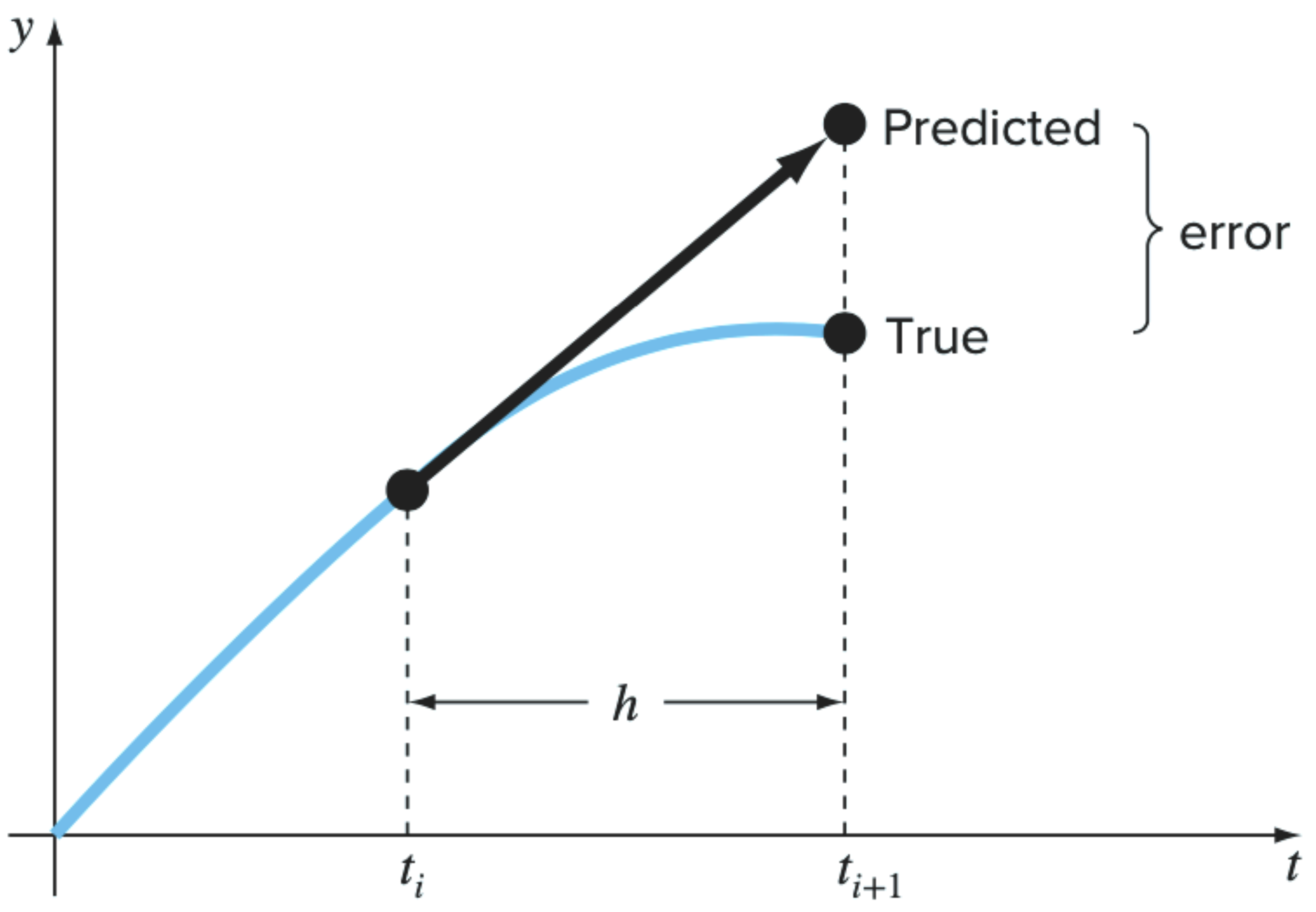
$$crit = \frac{abs(Q_{ab}(t_i) - Q_{ab}(t_i)_{\text{iter}})}{Q_{ab}(t_i)} \leq 0.1$$

5. Wiederhole 2-4 bis Kriterium erfüllt

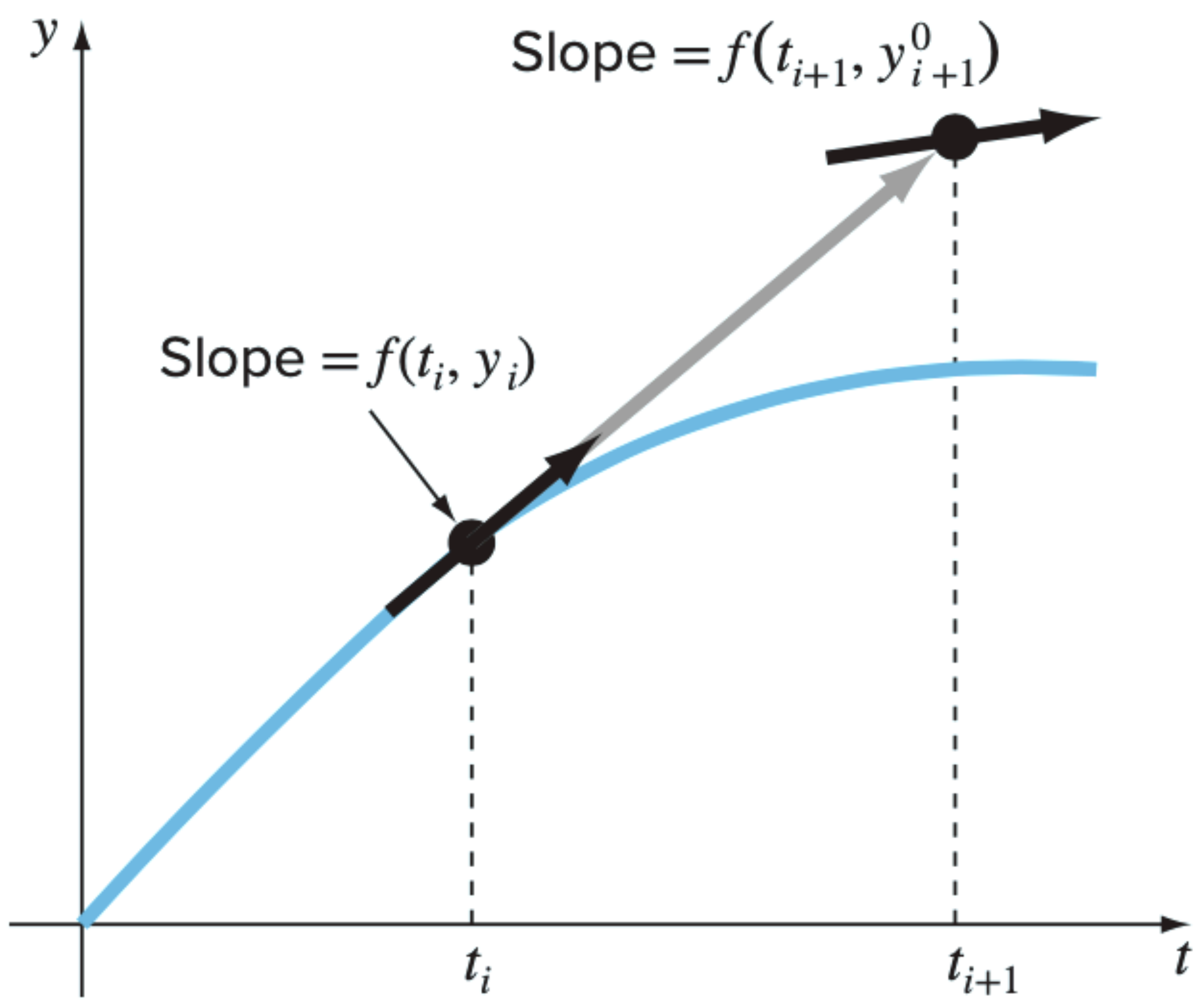
Iterative Modellierung

Bilanzierung und Reduzierung der Fehler im Zeitschritt

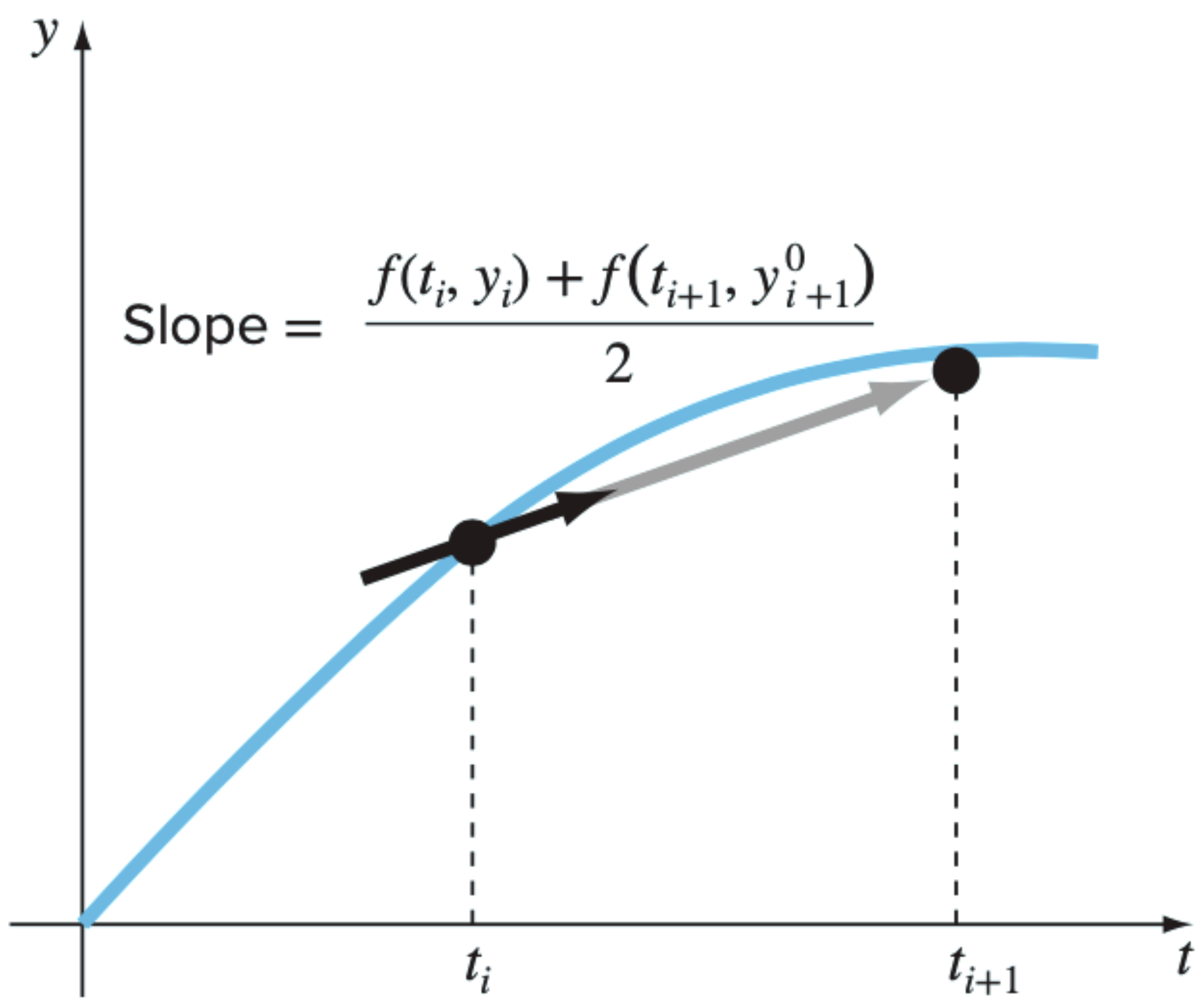
Euler Methode:



Heun-Runge-Kutta Methode:



Prädiktor

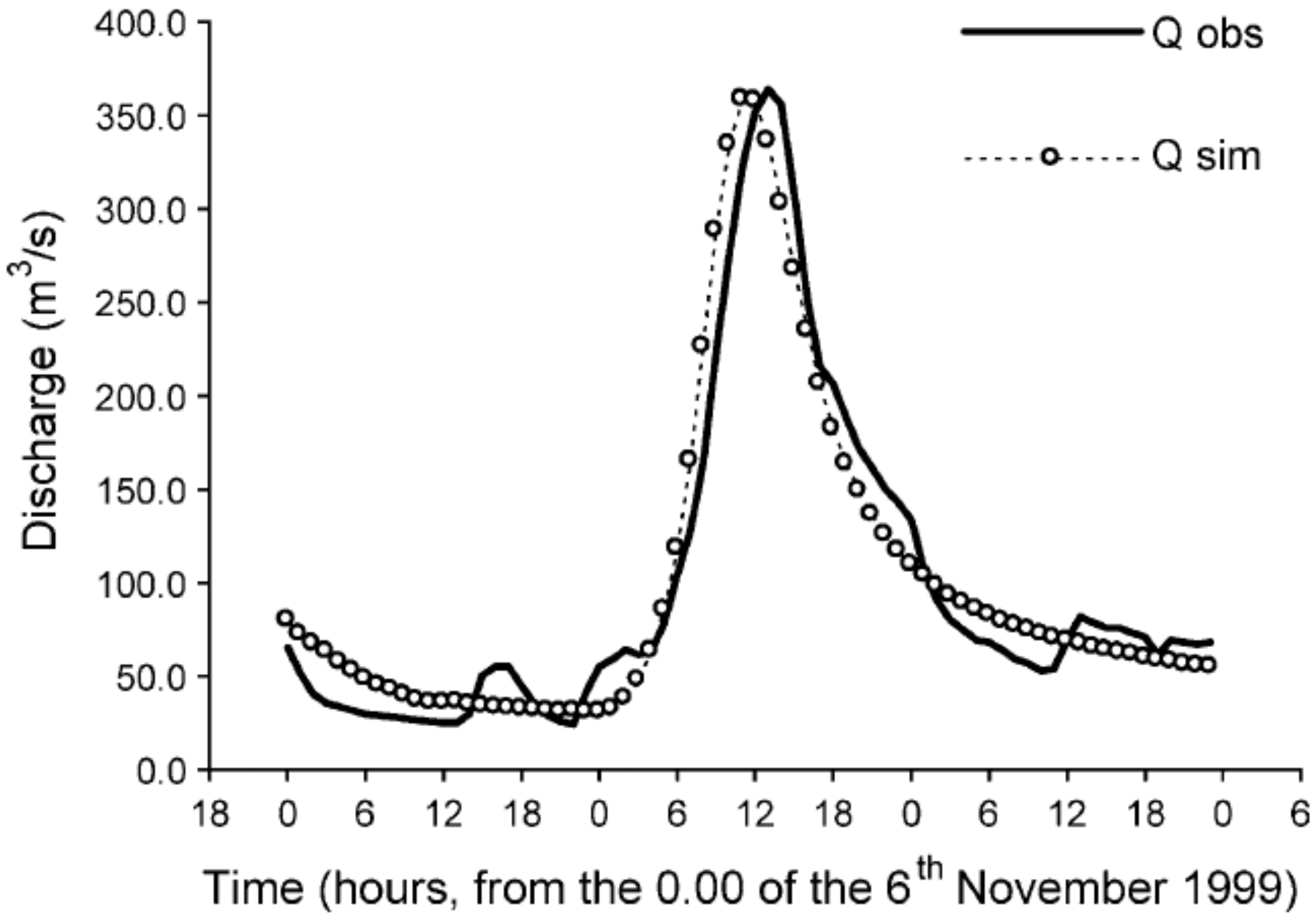


Korrektor

…nur ein erster Einblick in Numerik

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

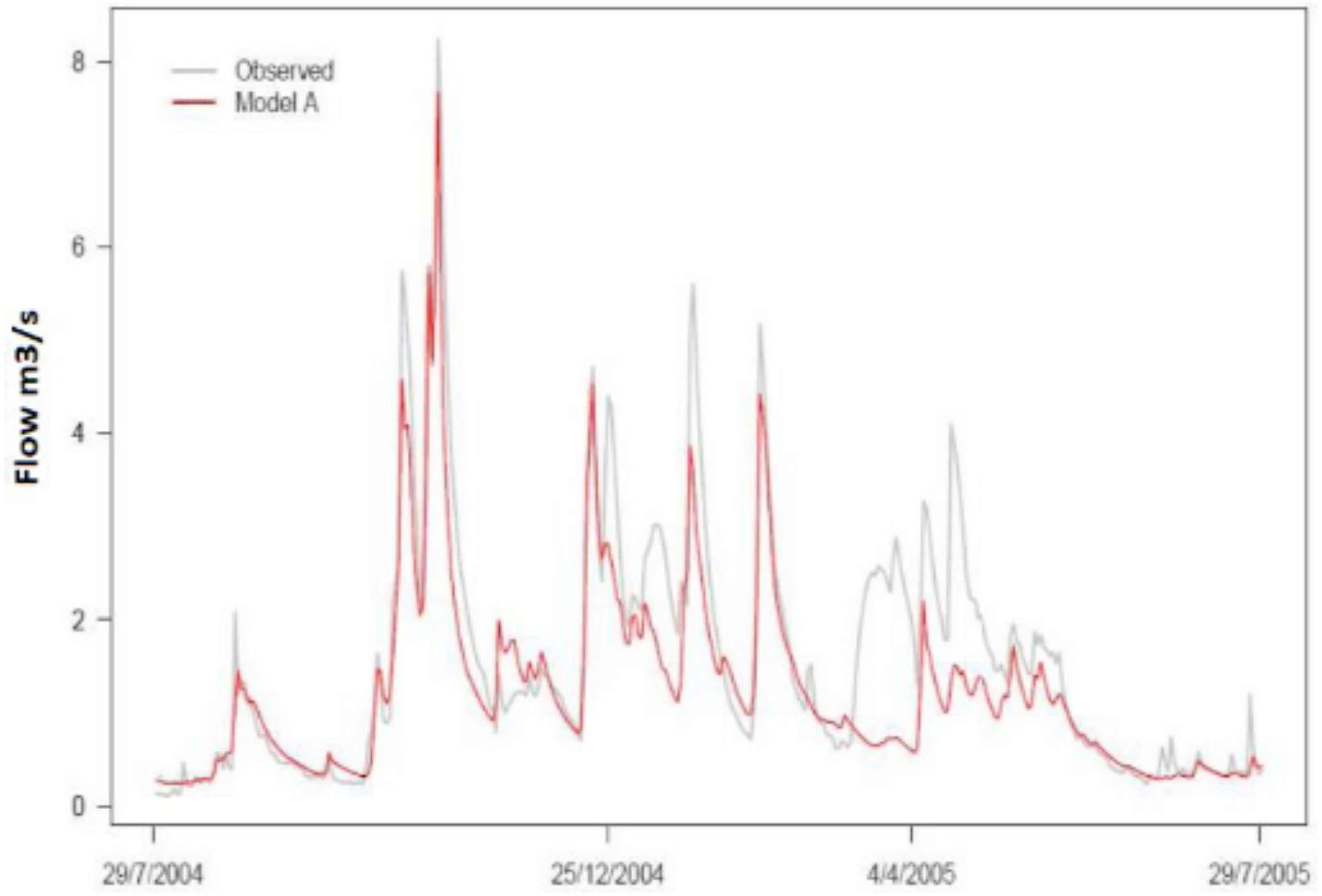


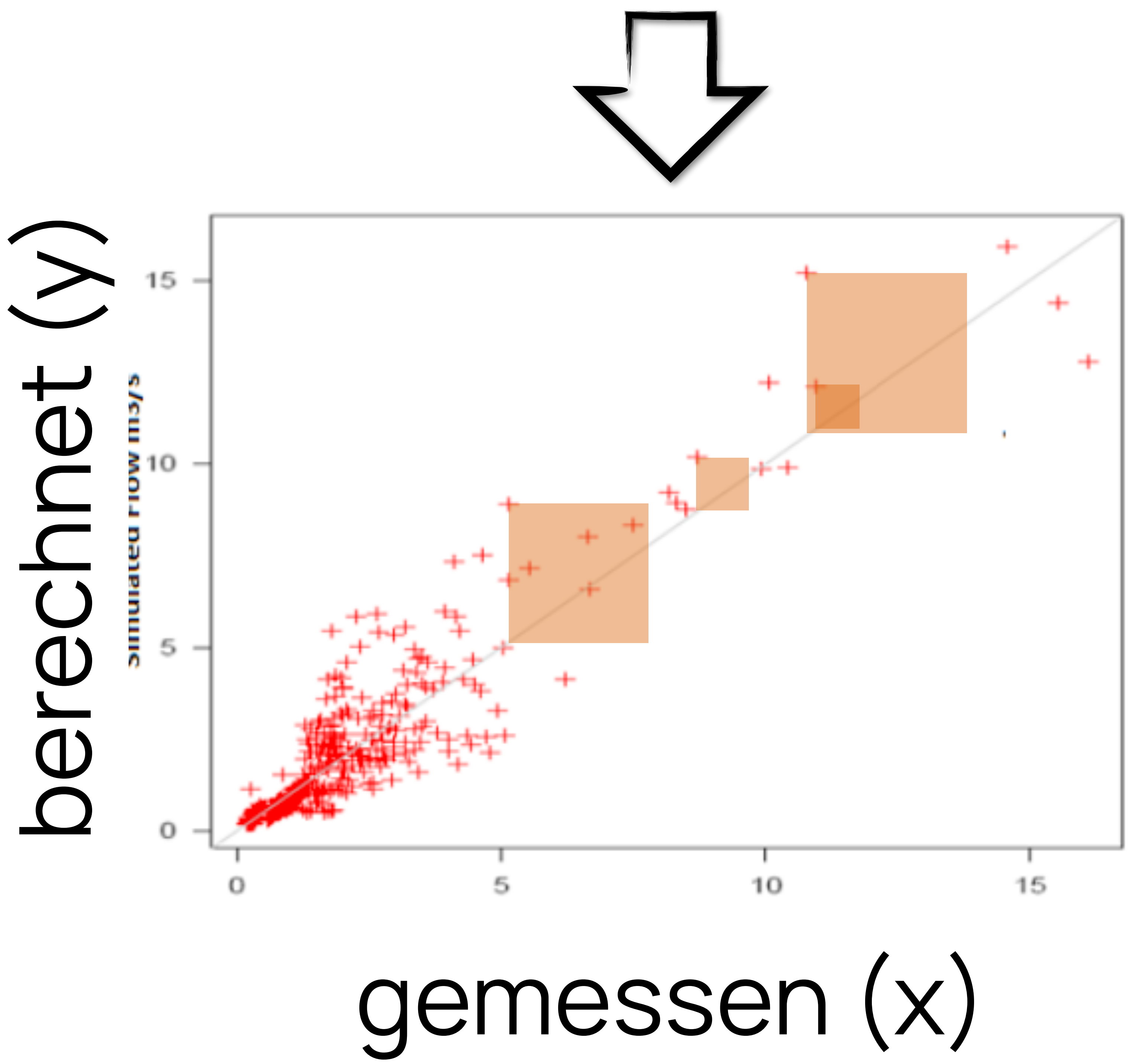
Es gibt sehr viele Bewertungsfunktionen (Objective Functions)

- alle: Maß für die Ähnlichkeit zweier Datenreihen
- jeweils sehr unterschiedliche Charakteristika

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte





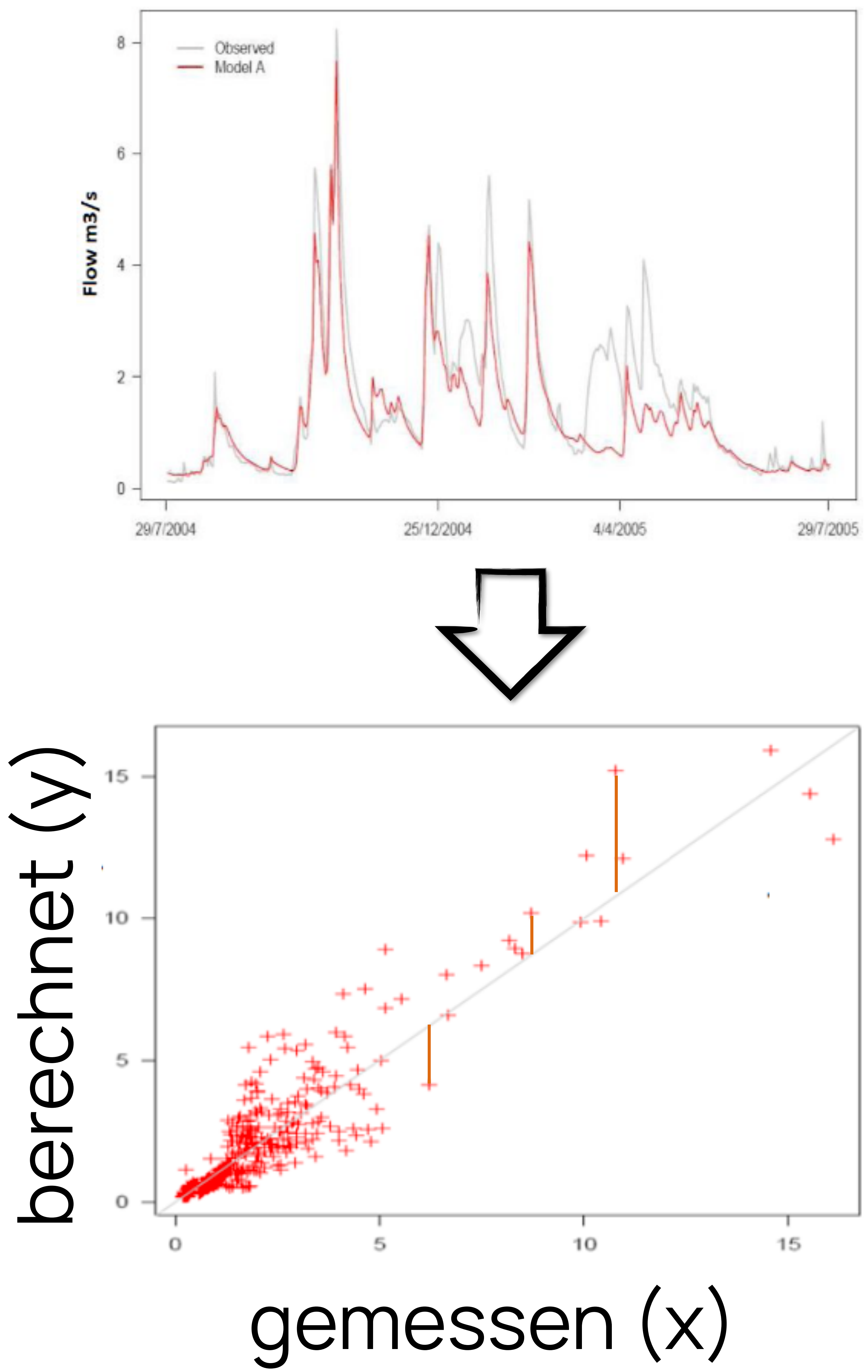
$$\mathrm{RSS} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i))^2$$

Res. sum of squares (Quadratsumme Resid.)

- Wertepaare gemessen/simuliert werden gegen den Erwartungswert (lin. Regression) verglichen
- die Dynamik wird auf das Zusammentreffen der Werte reduziert

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte



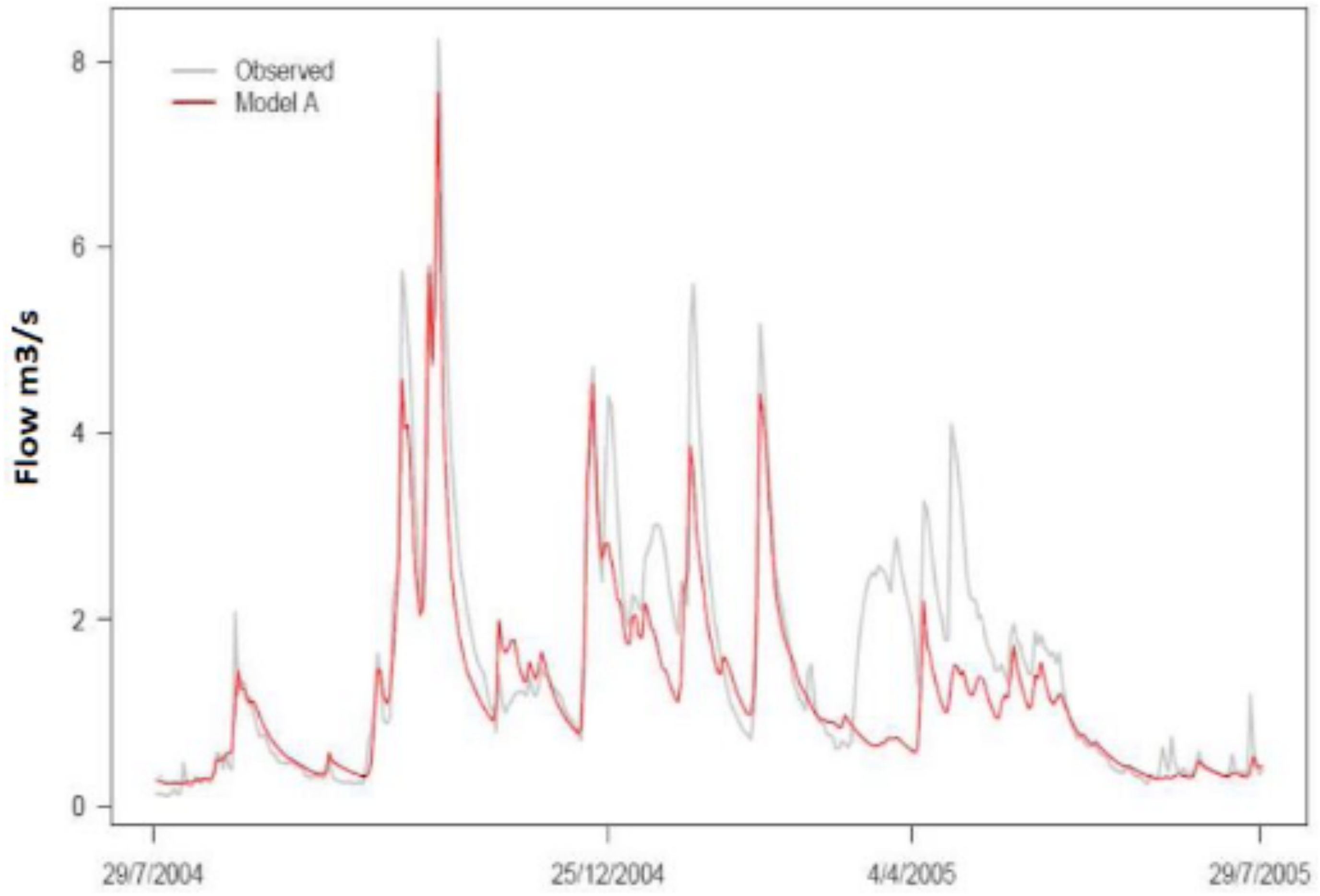
$$\mathrm{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - x_i|}{n}$$

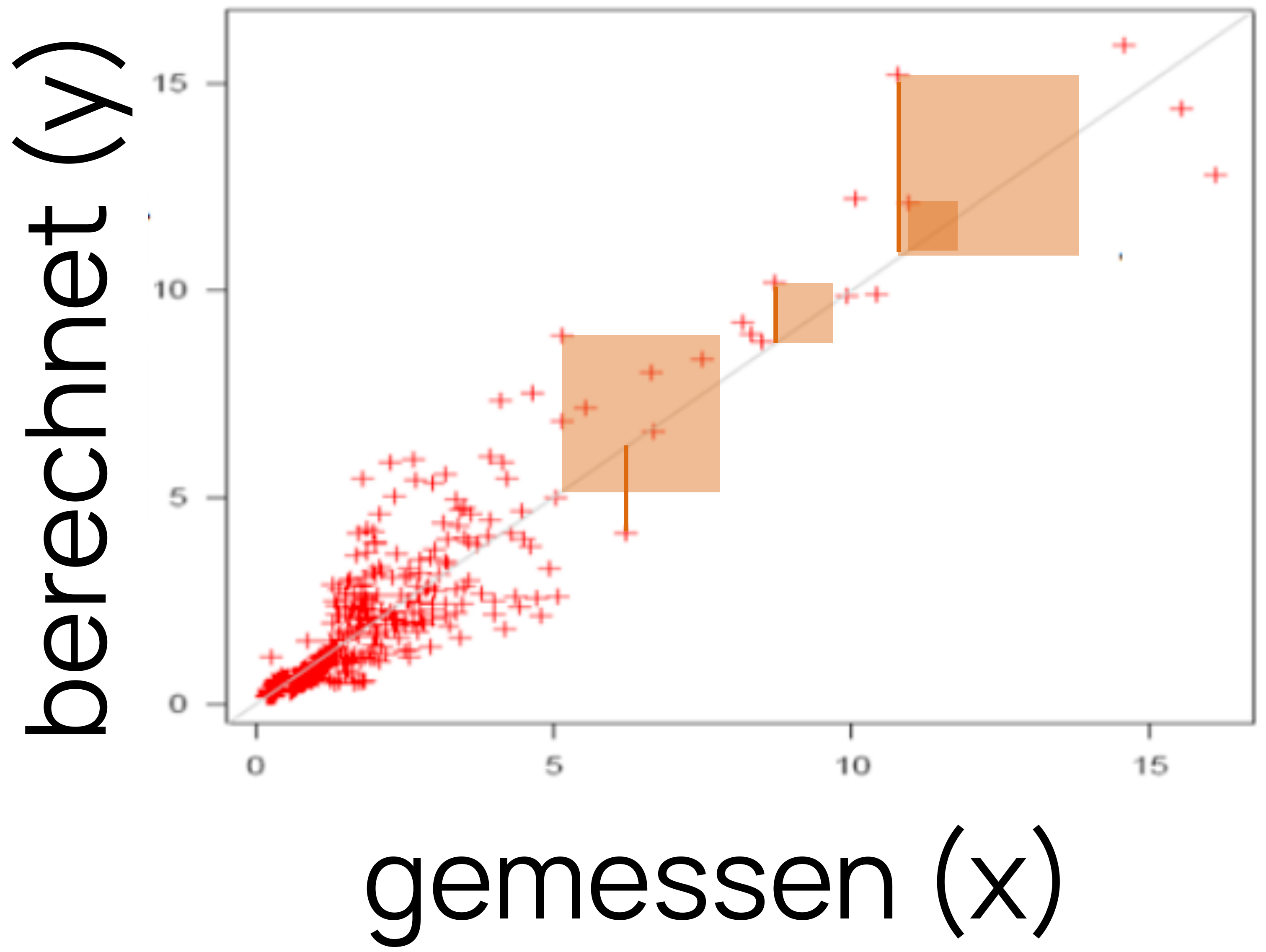
Mean absolute error (Mittlerer absol. Fehler)

- Wertepaare gemessen/ simuliert werden gegen den Erwartungswert verglichen
- Mittelwert der absol. Abweichungen
- analog MSE (squared error)

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte





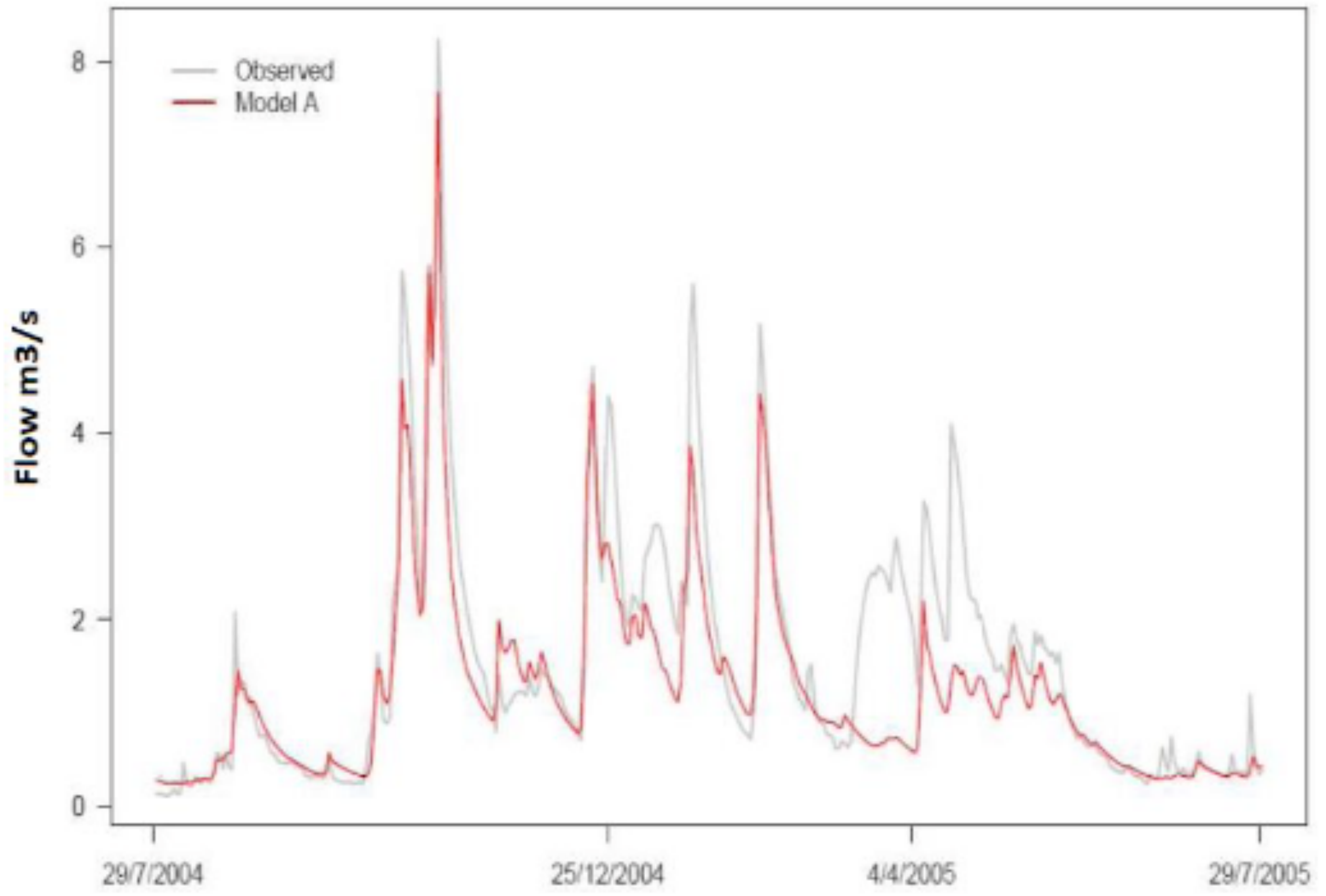
$$\mathrm{RMSD} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T} (\hat{y}_t - y_t)^2}{T}}$$

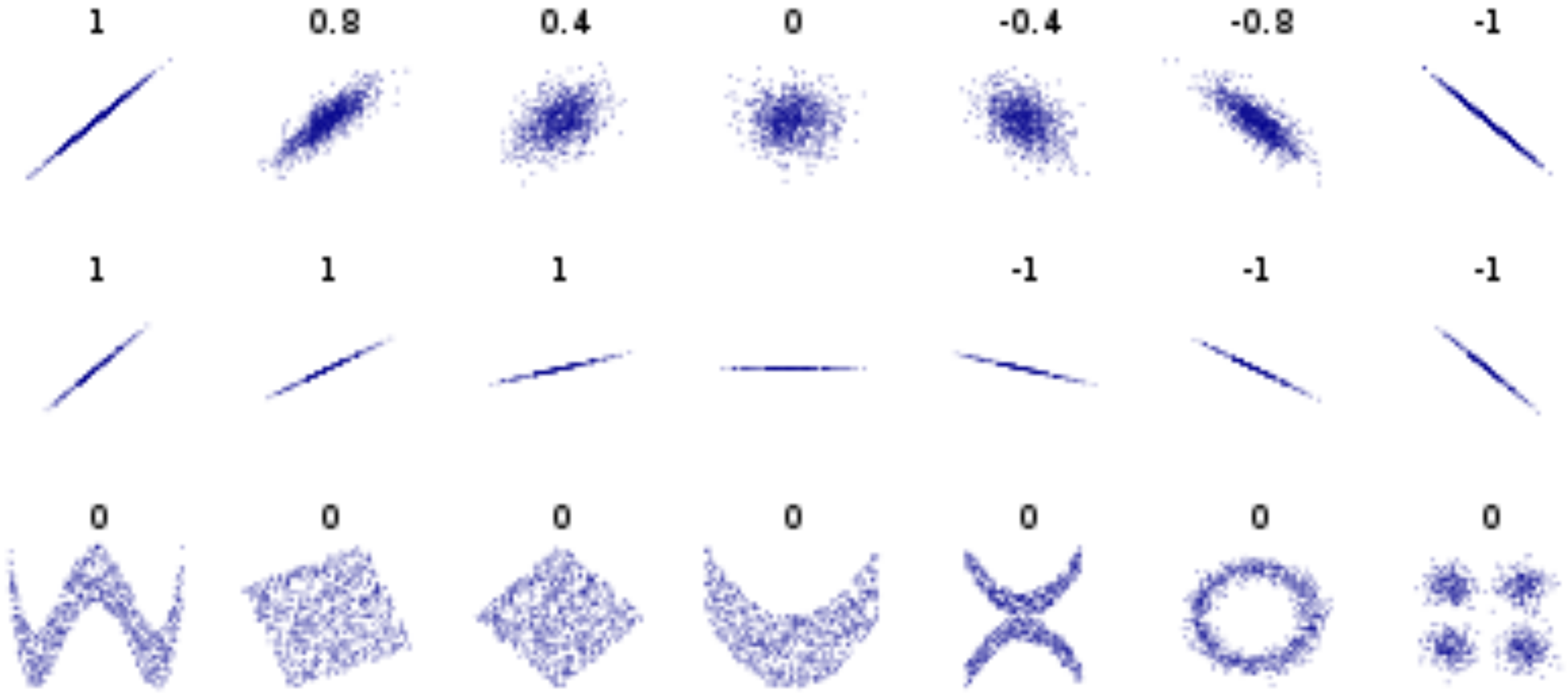
Root mean square error (Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers)

- Wertepaare gemessen/ simuliert werden gegen den Erwartungswert verglichen
- Wurzel der mittleren Fehlerquadrate

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte





Als allgemeine Korrelation

- Wertepaare Beobachtung-Simulation
- zeitl. Verlauf irrelevant
- Vergleich zweier Verteilungen auf allgemeine lineare Ähnlichkeit

zB. Pearson's ϱ

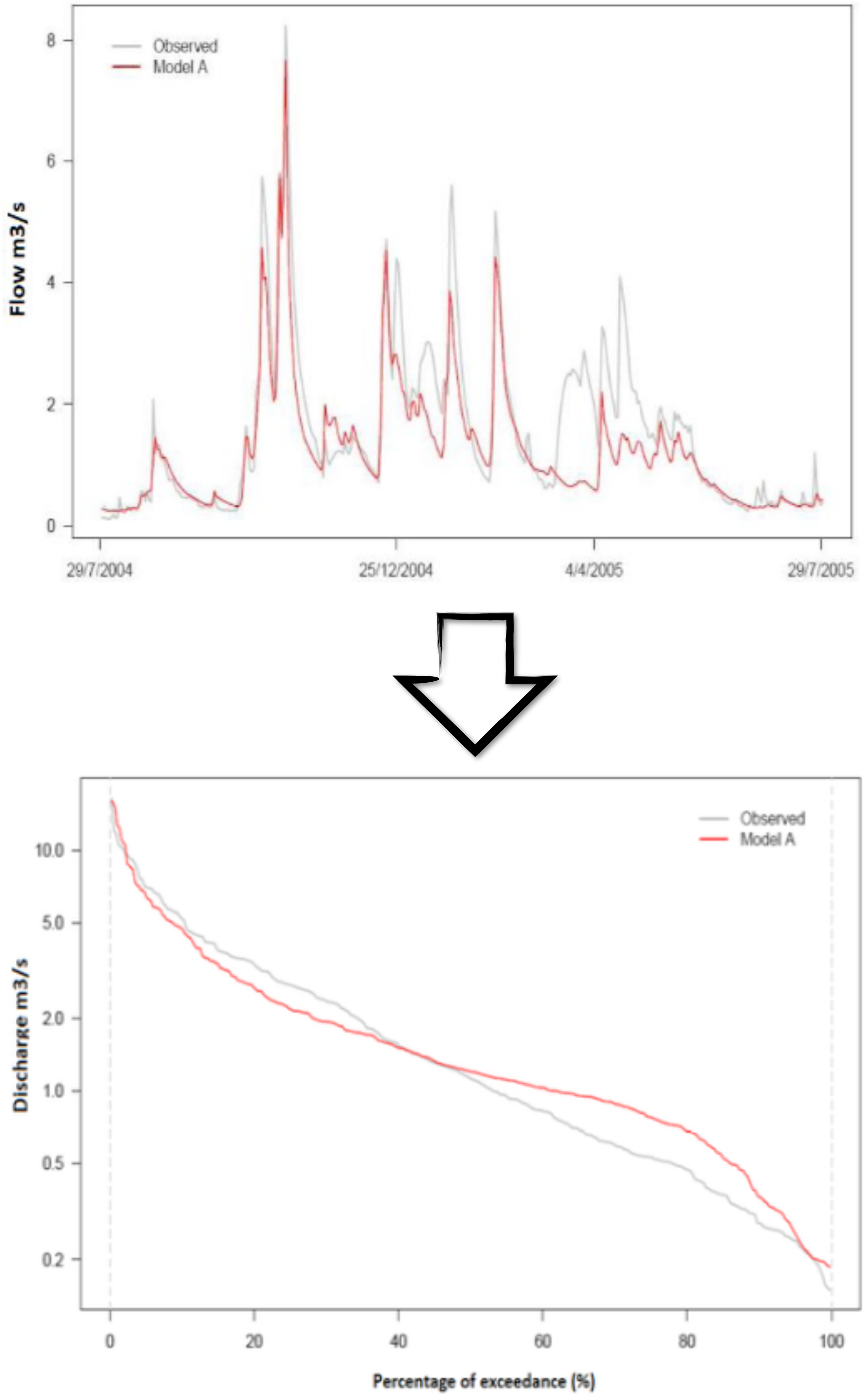
$$\rho_{X,Y} = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Kovarianz $cov_{x,y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N-1}$

jew. Standardabweichungen

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte



Flow duration curve

Rangkorrelation

- FDC basiert auf ähnlicher Idee
- kann direkt auf Zeitreihen angewendet werden
- Stärke & Richtung der Ähnlichkeit der Verteilungen

oder Spearman's ϱ (**R**angkorrelation)

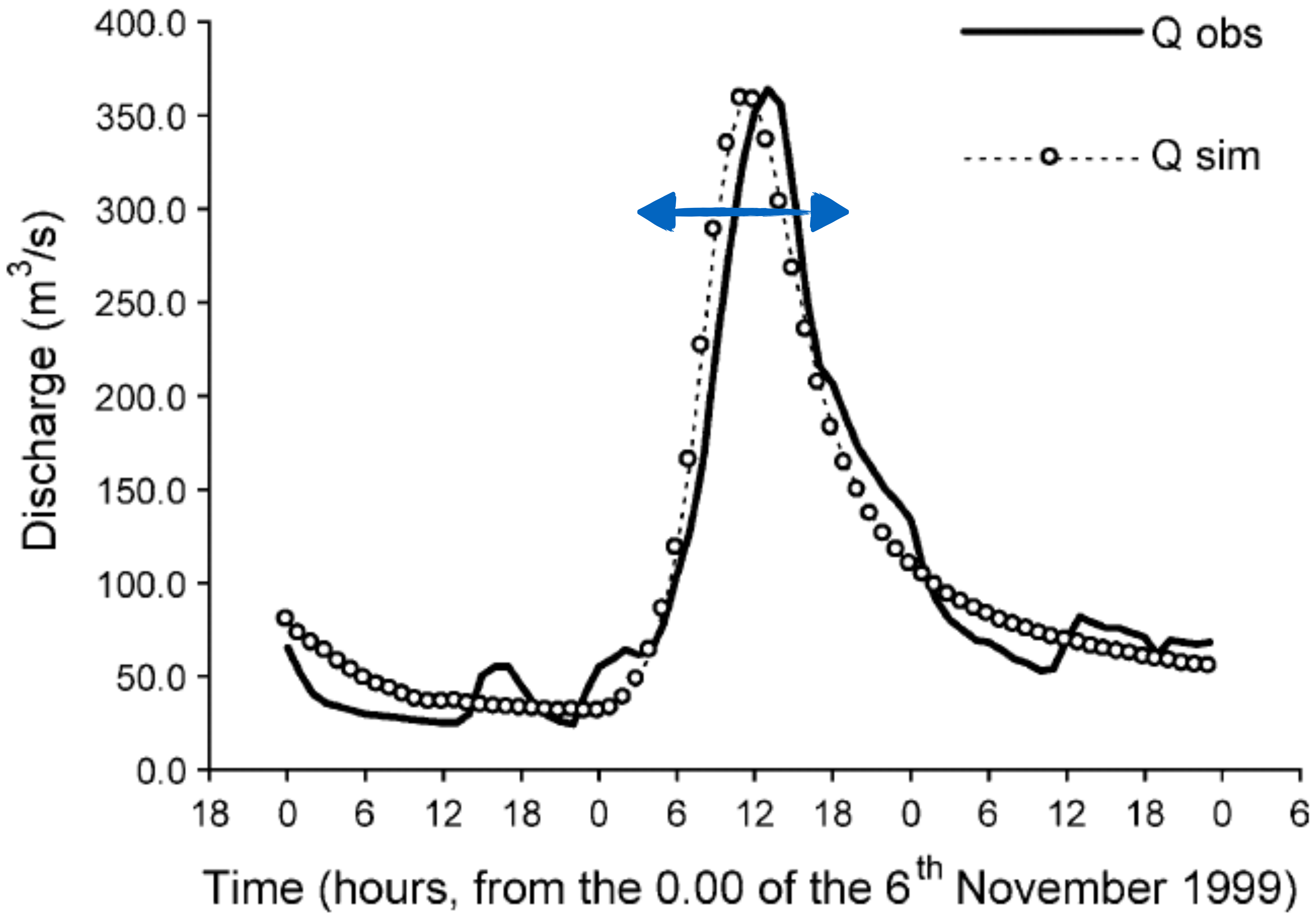
$$\rho_{\mathrm{R}(X),\mathrm{R}(Y)} = \frac{\operatorname{cov}(\mathrm{R}(X),\mathrm{R}(Y))}{\sigma_{\mathrm{R}(X)}\sigma_{\mathrm{R}(Y)}}$$

Kovarianz der Ränge

jeweilige SD

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

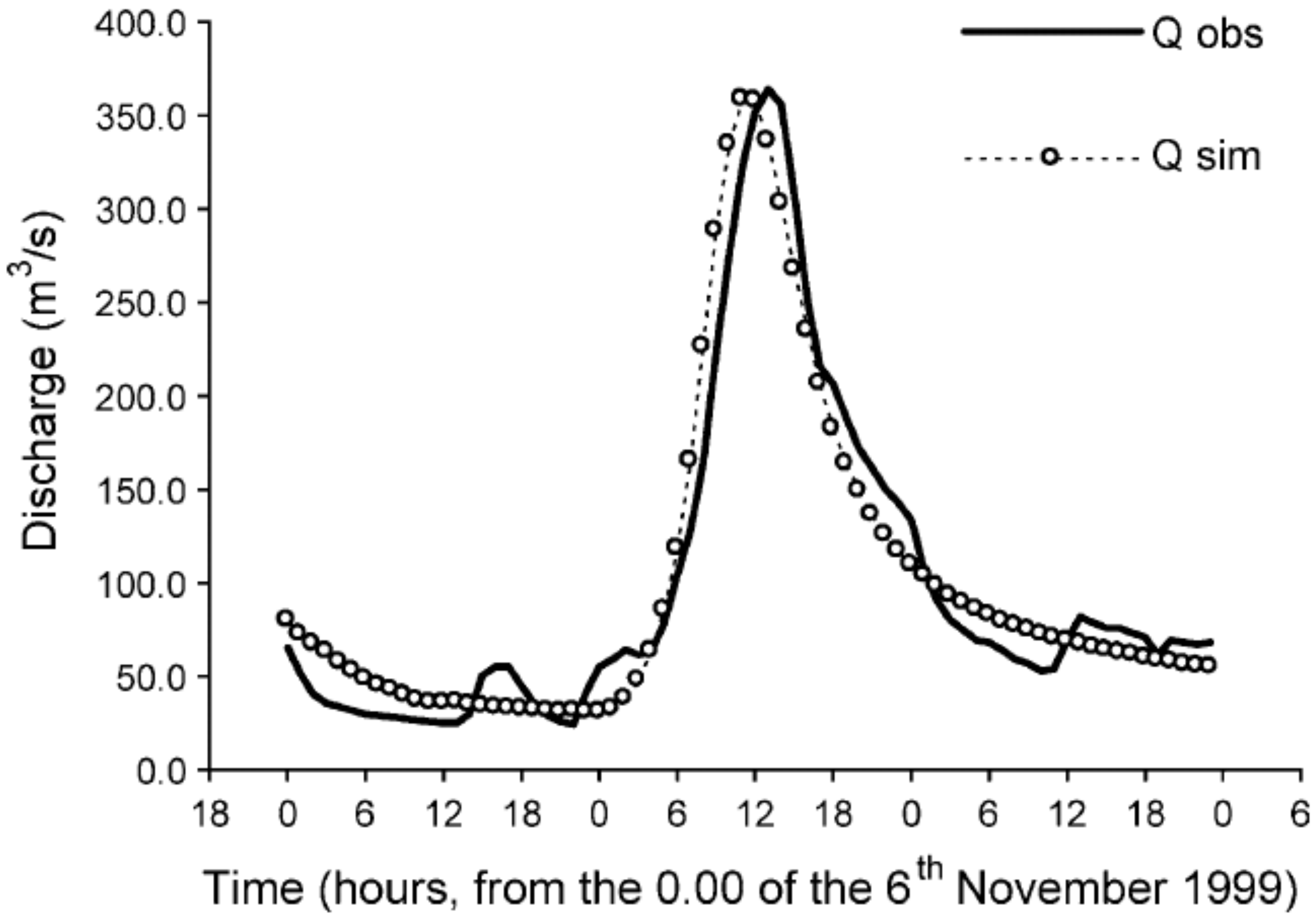


Zeit-Fehler

- im Modell können Zeitfehler entstehen
- **Lag**-Correlation durch die Anwendung eines Evaluationsmaßes mit der Verschiebung der Zeitreihen gegen einander

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte



$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(Q_o^t - Q_m^t\right)^2}{\sum_{t=1}^{T} \left(Q_o^t - \overline{Q}_o\right)^2}$$

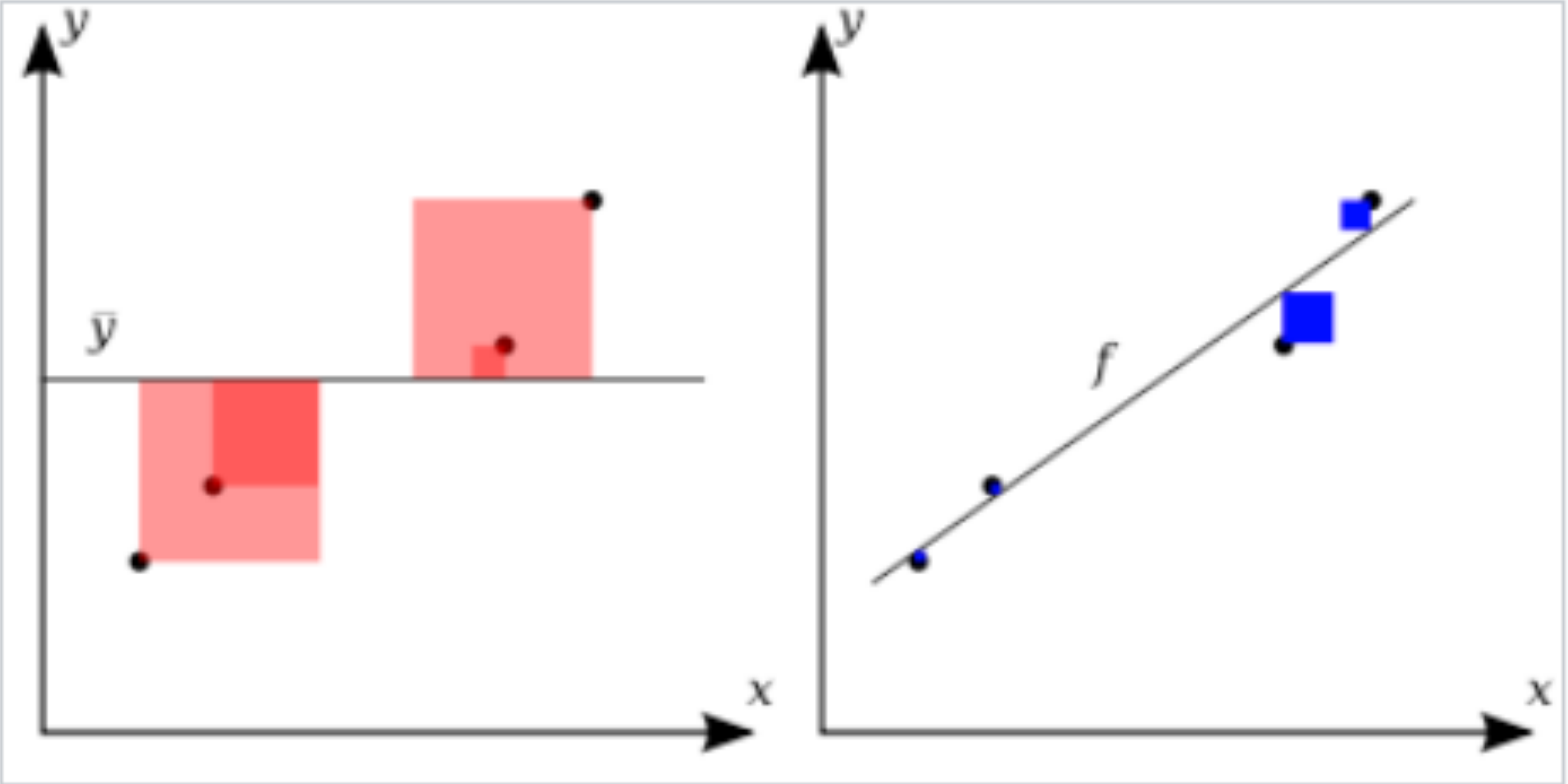
Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE)

- Fehlervarianz des Modells geteilt durch die Varianz der Beobachteten Zeitreihe
- Für einfache lin. Regressionen ist der NSE = R^2

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2}{n}$$



$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{res}}}{SS_{\text{tot}}}$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(Q_o^t - Q_m^t\right)^2}{\sum_{t=1}^{T} \left(Q_o^t - \overline{Q}_o\right)^2}$$

Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE)

- Fehlervarianz des Modells geteilt durch die Varianz der Beobachteten Zeitreihe
- Für einfache lin. Regressionen ist der NSE = R^2

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

KGE = Kling–Gupta efficiency index (Gupta et al., 2009, *J HYDROL*)

$$KGE = 1 - \sqrt{(\beta - 1)^2 + (\gamma - 1)^2 + (r - 1)^2}$$

$$\beta = \frac{\mu_s}{\mu_0} \qquad \gamma = \frac{\sigma_E / \mu_E}{\sigma_O / \mu_O} \qquad r = \frac{cov_{SO}}{(\sigma_S \sigma_0)}$$

Kling-Gupta Efficiency (KGE) kombiniertes Maß aus:

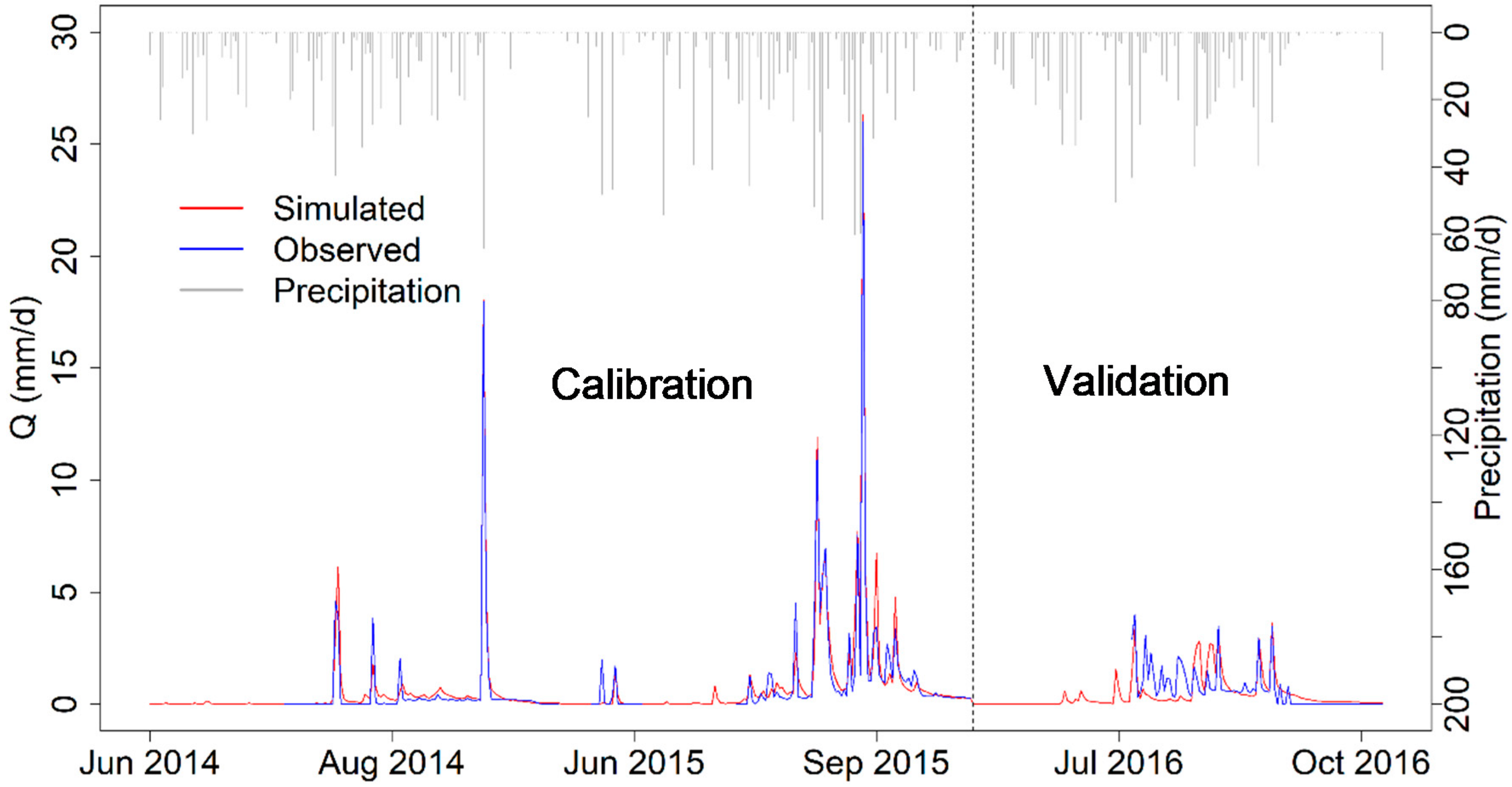
- Bias Verhältnis (Quotient der Mittelwerte)
- Verhältnis der Varianzen
- Correlationskoeffizient

Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

Achtung beim Anpassen von Modellen

- Unterteilung der Zeitreihen in Kalibrierung und Evaluierung (Validierung)



Modellevaluation

Bewertung der Modellgüte

Es gibt jede Menge solcher Kriterien

- haben bestimmte Stärken und Schwächen
- meist ist eine Kombination sinnvoll
- es gibt Toolboxen (hydroeval, hydroGOF)

Am Ende bleibt es Handarbeit

- welche Zeitschritte ergeben Sinn
- wann ist ein Modell gut genug für die Fragestellung
- treten die Fehler zu kritischen Zuständen auf
- …

Es wird nicht nur ein besten Modell geben

- Equifinalität, Sensitivität und Unsicherheit

Hands on models!

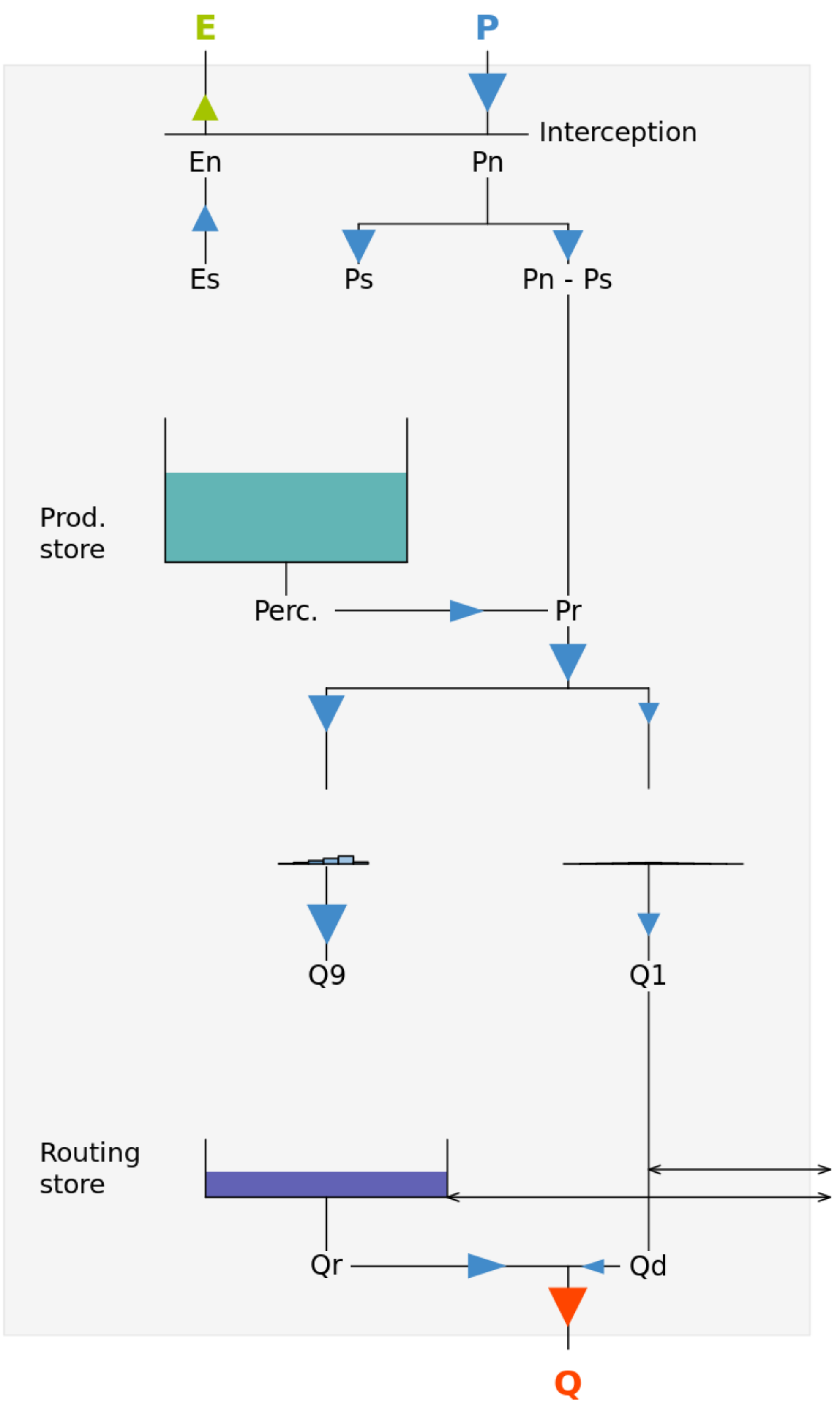
Gruppenarbeit mit airGR

https://sunshine.irstea.fr/app/airGRteaching

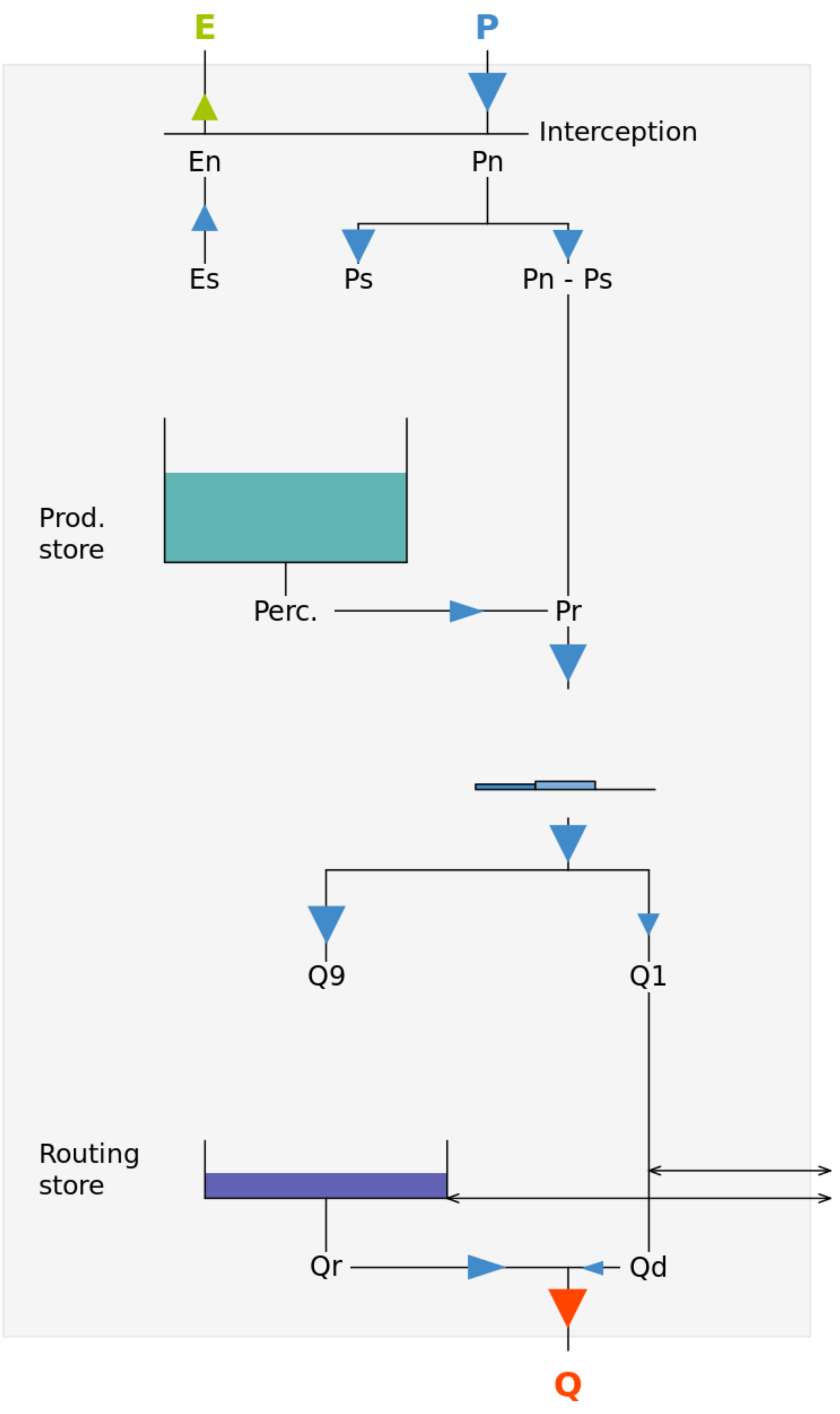
GRxJ

- Génie Rural à x paramètres Journalier
  → “ländliches Ingeneurmodell mit x Parametern im Tagesschritt”

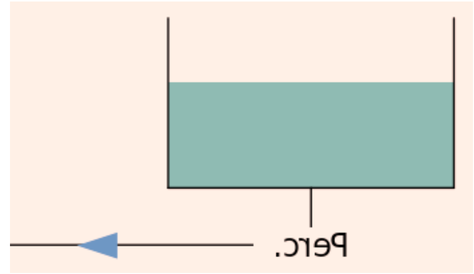
GR4J

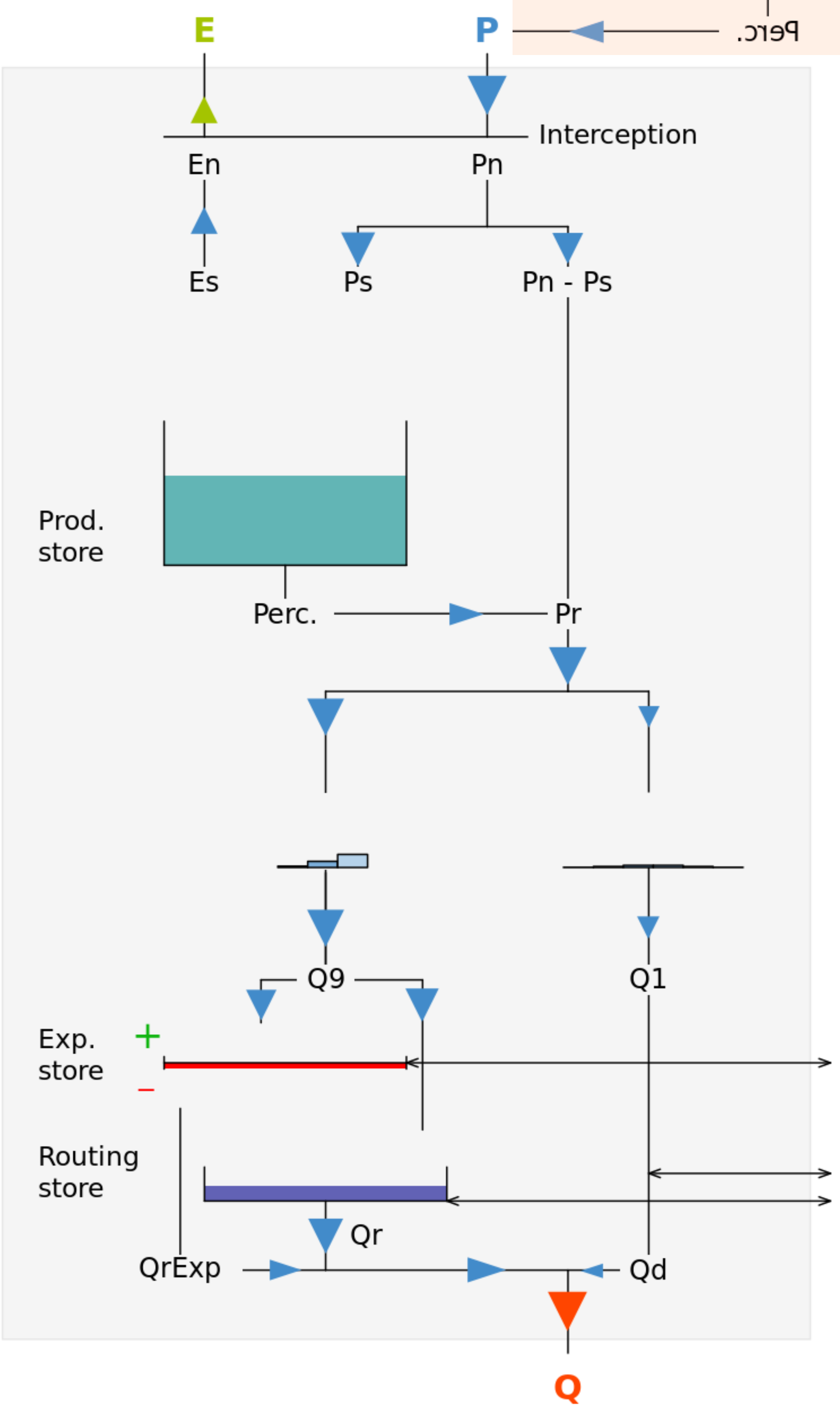


GR5J



GR6J





- CremaNeige: Schnee als Temperaturabhängiger Zwischenspeicher

- verschiedene “Generationen” eines konzeptionellen Speicher und Filter Modells

airGRteaching
Modelling
Summary sheet
Help
Choose a dataset:
Low-land basin
Choose a model:
Hydrological model
GR4J
Snow model
None
Parameters values:
X1 (production store capacity)
250 [mm]
2,500 [mm]
X2 (intercatchment exchange coeff.)
-5 [mm/d]
0.96 [mm/d]
5 [mm/d]
X3 (routing store capacity)
77 [mm]
1,000 [mm]
X4 (unit hydrograph time constant)
0.5 [d]
2.2 [d]
10 [d]
Automatic calibration:
Objective function
NSE [Q]
Model calibrated
Choose a plot:
Model diagram
Select the time window:
1994-01-01
1998-12-31
Select the target date:
1994-01-01
1997-05-13
1998-12-31
4 possible graphical panels
input dataset choice (possibility to use external data)
monthly & daily hydrological model (GR2M, GR4J, GR5J or GR6J) coupled or not with the CemaNeige snow model
manual calibration with moving sliders to understand the impact of each parameter
automatic calibration to understand the role of the objective function and the choice of the flow transformation
time selection window and target simulation date (for internal variables)
criteria values on the active time window
possibility to show the previous simulation (criteria values and curve on graphs) to compare performances
buttons to export graphs and data (to insert into reports)
Criterion | Qsim | Qold
NSE [Q] | 0.81 | 0.28
NSE [sqrt(Q)] | 0.85 | 0.40
NSE [1/Q] | 0.38 | -0.08
KGE [Q] | 0.78 | 0.20
KGE [sqrt(Q)] | 0.82 | 0.32
KGE [1/Q] | 0.14 | -0.21
BIAS [Qsim/Qobs] | 1.06 | 0.88
Show previous simulation (Qold)
No
Yes
Download sim. as csv
Download plot as png
Prod. store
Perc.
Pr
Q9
Q1
Routing store
precip. [mm/d]
PET [mm/d]
flow [mm/d]

Hands on models!

https://sunshine.irstea.fr/app/airGRteaching

Gruppenarbeit mit airGR

Was ist da:

- zwei Gebiete, jeweilige Zeitreihen
- GRxJ Modelle mit/ohne CremaNeige
- Evaluierung der Modellperformance

Aufgaben:

- Passe das Modell GR4J für das Lowland Basin manuell an und bewerte dein Ergebnis
- Welche Modelleigenschaften/Prozesse dominieren?
- Kann GR5J besser angepasst werden? Was verändert sich? Auf welche Prozesse weist das hin?
- Passe das Modell GR4J für das Mountainous Basin manuell an, beachte auch die Rolle des Schnee-Modells und bewerte dein Ergebnis
- Welche Modelleigenschaften/Prozesse dominieren?
- Was stellst du hinsichtlich der Sensitivität und Spezifität der Parameter fest?