Grundlagen der Hydrologie
3. Bodenfeuchte, Retention & Abflussbildung[1]

Übung im WiSe 2022/23 - TU Bergakademie Freiberg

[1] Begleitend zur Vorlesung **Grundlagen der Hydrologie** von Jun.Prof. Dr. Conrad Jackisch, Rückfragen in der Vorlesung oder per eMail *conrad.jackisch@tbt.tu-freiberg.de*

Ziele der Übung sind das Verständnis der Konzepte und Beispiele zu:

- Boden als Mehrphasensystem Mineral-Luft-Wasser
- Kapillarität im porösen Medium
- Retentionsbeziehung (Wassergehalt – Saugspannung)
- Infiltration und Abflussbildung

Aufgabe 3.1: Porosität, Lagerungsdichte und gravimetrische Messung der Bodenfeuchte

Boden ist ein Mehrphasensystem in dem der mineralische Bodenkörper eine poröse Matrix bildet. Diese Poren sind wiederum mit einem Luft und Wasser Gemisch gefüllt. Abb. 1 fasst diese Abstraktion zusammen. Darin finden Sie die Referenz der wichtigen Begriffe Bodenfeuchte (θ , auch als Wassergehalt bezeichnet) und relative Sättigung (θ^*). Beide bestimmen den Anteil von Bodenwasser im Kontrollvolumen, wobei $\theta = V_{\text{Wasser}} / V_{\text{Probe}}$ bzw. $\theta^* = V_{\text{Wasser}} / V_{\text{Porenraum}}$.

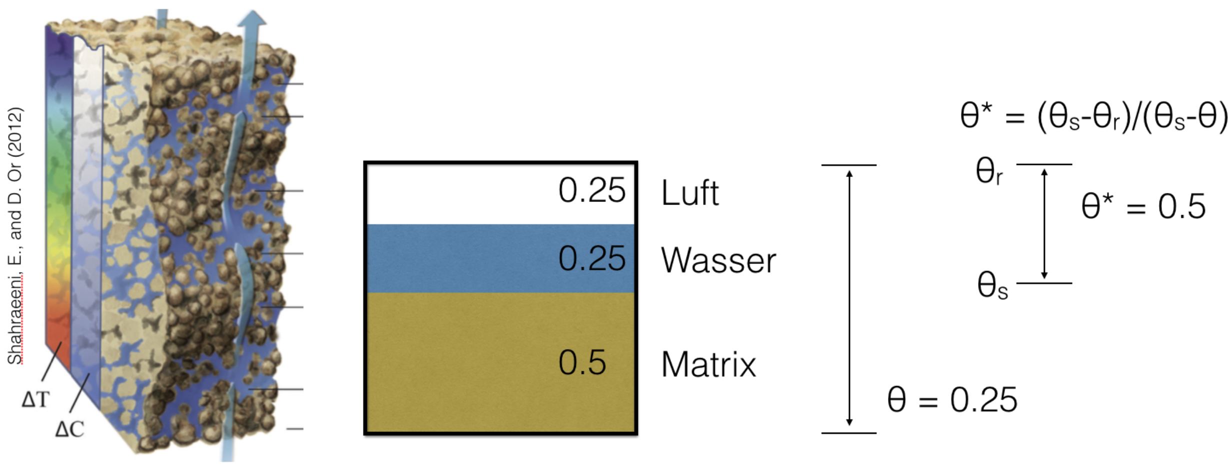

Figure 1: Konzept der Bodenfeuchte mit θ_r (residualer Wassergehalt), θ_s (gesättigter Wassergehalt), θ (volumetrischer Wassergehalt) und θ^* (relative Sättigung).

Sie wollen im Labor den Wassergehalt θ und die Porosität über θ_s von Bodenproben bestimmen. Ihre Kollegin hat Ihnen dazu 2 Stechzylinder (Probe 260 und Probe 452) von einer Feldkampagne mitgebracht und seine Messungen bei Probennahme in die unten angegebene Tabelle eingetragen.

1. Bestimmen Sie den Wassergehalt bei Probennahme θ ($\mathrm{m^3\,m^{-3}}$)
2. Wie groß ist die Porosität angenommen mit θ_s ($\mathrm{m^3\,m^{-3}}$)
3. Bestimmen Sie die Lagerungsdichte BD ($\mathrm{g\,cm^{-3}}$)

4. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis mit dem Wissen, dass die mineralische Phase üblicherweise eine Dichte von $2.65\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ besitzt.

5. Wieviel Wasser müssen Sie der getrockneten Proben hinzugeben, um eine volumetrische Bodenfeuchte von $0.3\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$ einzustellen?

Lösung:

Die gravimetrische Messung der Bodenfeuchte meint schlichtweg, dass eine Massedifferenz der Probe zwischen einem Zustand X und nach Trocknung (3 Tage bei 105 °C) genutzt wird, um die Masse und dadurch das Volumen Wasser in der Probe zu bestimmen:

$$m_{\text{Wasser}} = m_{\text{tot, Feld}} - m_{\text{tot, trocken}} \tag{1}$$

Mit der Annahme dass die Dichte von Wasser annähernd $1\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ ist, erhalten wir so das **absolute** Volumen, welches auf das Probenvolumen bezogen werden muss:

$$\theta = V_{\text{Wasser}} / V_{\text{Probe}} \tag{2}$$

Für unsere Beispiele ergibt sich eine Massendifferenz von 91.8 g bzw. 51.92 g und damit ein θ von 0.37 bzw. 0.21.

Die Porosität kann gleichermaßen errechnet werden, wobei wir die gesättigte Masse als Referenz benutzen. Die Lagerungsdichte bezieht die Trockenmasse des Bodens (also ohne Stechzylinder) auf das Probenvolumen. Die theoretische Porosität können wir nun ebenfalls mit der Trockenmasse berechnen:

$$P = 1 - \frac{(m_{\text{tot, trocken}} - m_{\text{Stechzylinder}})}{\rho_{\text{Mineral}} V_{\text{Stechzylinder}}} \tag{3}$$

Sie sehen, dass die Abweichungen zu den vorherigen Werten recht moderat sind. Eine mögliche Begründung in der höheren Differenz bei der Probe mit geringerer Lagerungsdichte und geringerer Porosität sprechen für einen höher Anteil an organischen Bestandteilen.

Probe	260	452
$m_{\text{tot, Feld}}$ $[g]$	628.42	531.76
$m_{\text{tot, trocken}}$ $[g]$	536.62	479.84
$m_{\text{tot, gesättigt}}$ $[g]$	668.2	602.3
$m_{\text{Stechzylinder}}$ $[g]$	194.0	191.0
$V_{\text{Stechzylinder/Probe}}$ $[cm^3]$	250	250
θ_{Feld} $[\mathrm{m^3\,m^{-3}}]$	0.37	0.21
Porosität $[\mathrm{m^3\,m^{-3}}]$	0.53	0.49
Lagerungsdichte $[\mathrm{g\,cm^{-3}}]$	1.37	1.16
theoret. Porosität	0.48	0.56
(mit $\rho_{\text{Mineral}} = 2.65\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$)		

Da sich die absolute Bodenfeuchte auf das Gesamtvolumen des Mehrphasensystems bezieht, benötigen wir zum Beantwortung der fünften Teilfrage nur dieses:

$$V_{\text{Zugabe}} = V_{\text{Probe}} \cdot \theta \tag{4}$$

Es sind also 75 mL.

Aufgabe 3.2: Retentionsbeziehung zwischen Wassergehalt und Saugspannung

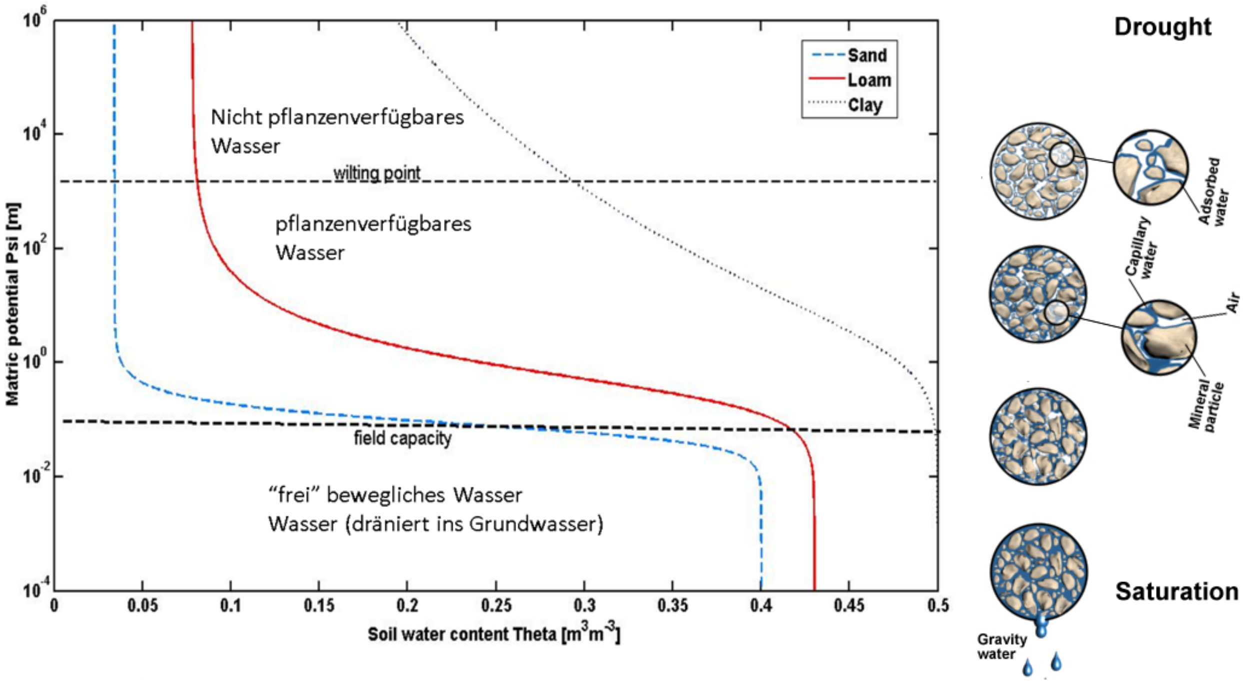

Figure 2: Retentionskurven typischer Böden

Abb. 2 zeigt typische Retentionskurven (auch pF oder pF-WG Kurve genannt) für Böden verschiedener Textur. Unter Textur verstehen wir die Verteilung der Korngrößen der Bodenmatrix, welche wiederum das Spektrum der Porenräume bestimmt. Es sind genau diese Poren, die eine Kapillarität ausbilden und damit Wasser gegen die Schwerkraft oder gegen Verdunstung im Boden halten. Kleine Porenradii bedeuten hohe Kapillarität.

Diese Kapillareigenschaften sind noch einmal in Abb. 3 verdeutlicht.

1. Erklären Sie die Beobachtungen in Abb. 3 hinsichtlich Korngrößen, Porenraum, Kapillarität und der Retentionsbeziehung in Abb. 2.

2. Bestimmen sie folgende Kennwerte und ordnen Sie die Böden jeweils nach ihnen:

   Gesamtporenvolumen V_{Poren}

   Wassergehalt bei Feldkapazität $\theta(FC)$

   Wassergehalt am permanenten Welkepunkt $\theta(WC)$

   pflanzenverfügbares Wasser

3. Welche Bodenart produziert die meiste Drainage bzw. Grundwasserneubildung und damit den größten Basisabfluss?

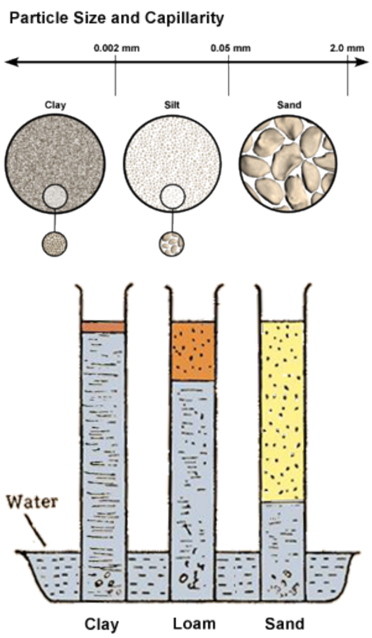

Figure 3: Poren und Kapillarität

Lösung:

Wir sehen in Abb. 3 dass die Böden eine unterschiedlich starke Kapillarität ausbilden. Sand mit großen Partikeln und groben Poren entwickelt am wenigsten Aufstieg von Wasser gegen die Schwerkraft. Ton mit sehr kleinen Partikeln und feinen Kapillaren hingegen sorgt für starke Kapillarität. Lehm/Schluff liegt dazwischen. Das zeigt sich auch in ihren Retentionsbeziehungen in Abb. 2. Sand hat ein vergleichsweise geringes Porenvolumen, geringe Feldkapazität und baut nur sehr wenig Matrixpotenzial auf. Ton hingegen besitzt nicht nur trotz der kleinen Poren ein großes Gesamtporenvolumen, er hält das Bodenwasser auch gegen ein großes Spektrum an Saugspannungen. Damit ergibt sich ein hoher Wassergehalt bei Feldkapazität und am Welkepunkt.

	Sand	Lehm	Ton
V_{Poren}	0.4	0.43	0.5
$\theta(FC)$	0.22	0.42	0.49
$\theta(WP)$	0.03	0.08	0.3
pflanzenverfüg. W.	0.19	0.34	0.2

Drainage findet im Bereich zwischen Sättigung und Feldkapazität statt. Der Porenanteil dafür ist beim Sand am größten. Somit findet an sandige Standorte die größte Dränage bzw. Grundwasserneubildung statt.

Aufgabe 3.3: Infiltration und Abflussbildung nach dem Horton Modell

Robert Horton hat in den 1930ern intensiv Infiltrationsprozesse untersucht. Er beobachtete, dass die Infiltrationskapazität exponentiell von einer initialen, maximalen Rate f_0 zu einer konstanten Rate f_c hin abnimmt. Daraus wurde das bekannte Horton-Modell für die Infiltrationsrate f_p mit der Rezessionskonstante k abgeleitet (Zeit ist t):

$$f_p = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-kt} \tag{5}$$

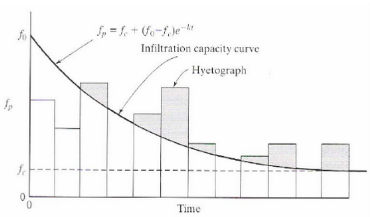

Figure 4: Horton Infiltrationsmodell

Das Zeitintegral von t_i bis $t_i + \Delta t$ der Infiltration ist damit wie folgt:

$$\int_{t_i}^{t_i+\Delta t} I(t_i)dt = [f_c \cdot \Delta t + k^{-1} \cdot (f_0 - f_c)(e^{-kt_i} - e^{-k(t_i+\Delta t)})] \tag{6}$$

Der Hortonsche Abfluss $Q_H(t_i)$ ist dann über die Bilanz von Niederschlag P und Infiltration I zu bestimmen:

$$Q_H(t_i) = \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} P(t_i)dt - \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} I(t_i)dt \tag{7}$$

1. Berechnen Sie die Infiltration eines Niederschlagsereignis von 45 mm in 3h mit Hilfe des Horton Infiltrationsmodells. Unterscheiden Sie dabei die Fälle einer anfangs und einer endbetonten

Verteilung der Niederschlagsintensität (P_A und P_E). Die unterschiedlichen Intensitätsverläufe finden Sie in unten stehender Tabelle.

2. Ermitteln Sie die Abflussbeiwerte.

Gegeben sind:

- Anfangsinfiltrationsrate $f_0 = 20\,\mathrm{mm\,h^{-1}}$
- Endinfiltrationsrate $f_c = 5\,\mathrm{mm\,h^{-1}}$
- Rezessionskonstante $k = 1\,\mathrm{h^{-1}}$

Tipp: Berechnen Sie die akkumulierte Infiltration $\int I(t)$ mit dem Integral der Hortonformel über Δt= 1, 2 und 3 h (jeweils mit $t_i = 0h$). Errechnen Sie daraus den Zuwachs der akkumulierten Infiltration $\int I(t) = \int I(t_i) - \int I(t_{i-1})$. Die Berechnung der akkumulierten Infiltration kann rechnerisch oder graphisch erfolgen.

Lösung:

Mit den gegebenen Werten können wir die Gleichung 6 anwenden.

$$\int_0^{1h} I(1h) = 5\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot 1h + 1h \cdot 15\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot (1 - e^{-1})] = 14.48\,\mathrm{mm} \tag{8}$$

$$\int_0^{2h} I(2h) = 5\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot 2h + 1h \cdot 15\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot (1 - e^{-2})] = 22.97\,\mathrm{mm} \tag{9}$$

$$\int_0^{3h} I(3h) = 5\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot 3h + 1h \cdot 15\,\mathrm{mm\,h^{-1}} \cdot (1 - e^{-3})] = 29.25\,\mathrm{mm} \tag{10}$$

t [h]	1	2	3
$P_A(t)$ [$\mathrm{mm\,h^{-1}}$]	25	15	5
$P_E(t)$ [$\mathrm{mm\,h^{-1}}$]	5	15	25
$\int I(t)$ [mm]	14.48	22.97	29.25
$\Delta \int I(t)$ [mm]	14.48	8.49	6.28
$P_A(t) - \Delta \int I(t)$ [mm]	10.55	6.51	-1.28 $\rightarrow$ 0
$P_E(t) - \Delta \int I(t)$ [mm]	-9.45 $\rightarrow$ 0	6.51	18.78

Der Abflussbeiwert ist wie gehabt $RC = \sum Q / \sum P$. Wir addieren also den berechneten Abfluss und teilen ihn durch den gesamten Niederschlag des Ereignis'. So erhalten wir für den anfangsbetonten P_A einen RC von 0.38.

Das endbetone Ereignis P_E hat einen RC von 0.56.

Aufgabe 3.4: Sättigungsdefizit und Sättigungsoberflächenabfluss

Die Bodenfeuchte θ in einem 1 m tiefen Lehmboden beträgt $0.4\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$ in den unteren 0.5 m und $0.34\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$ in den oberen 0.5 m. Die Porosität des Bodens ist $\theta_S = 0.44\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$.

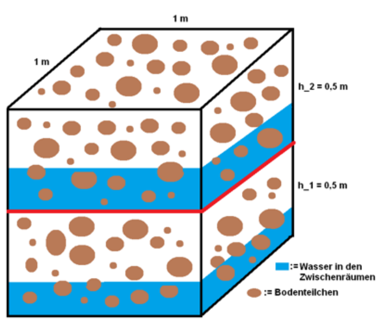

Figure 5: Skizze der Bodensäule

1. Wie viel Niederschlag [mm] kann ein Quadratmeter dieses Bodens noch aufnehmen, bevor Sättigung des gesamten Profils eintritt?

2. Sie erwarten ein Niederschlagsereignis von insgesamt 100 mm. Berechnen sie die Menge an Stättigungsoberflächenabfluss (pro Quadratmeter). Nehmen Sie dazu an, dass während des Niederschlagsverlaufs der Boden komplett aufgesättigt wird.

3. Wie groß wäre das totale Hochwasservolumen, wenn diese Abflusshöhe in einem Einzugsgebiet von 150 km^2 produziert würde?

Lösung:

Es ist also das Sättigungsdefizit zu berechnen, d.h. die Differenz aus momentaner und maximaler Feuchte: $\Delta S_{sat} = \theta_s - \theta_i$. Dieses beziehen wir dann auf die jeweiligen Kontrollvolumina von 0.5 m^3.

Die obere Schicht hat demnach
$0.44\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} - 0.34\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} = 0.1\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$
Sättigungsdefizit und kann damit
$0.1\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} * 0.5\,\mathrm{m^3} = 0.05\,\mathrm{m^3}$
Wasser aufnehmen. Die untere Schicht hat ein Defizit von
$0.44\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} - 0.4\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} = 0.04\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$
und kann noch
$0.04\,\mathrm{m^3\,m^{-3}} * 0.5\,\mathrm{m^3} = 0.02\,\mathrm{m^3}$
Wasser aufnehmen. Die Bodensäule kann also insgesamt noch 0.07 m^3 Wasser aufnehmen, was bei einer Referenzfläche von 1 m^2 einem Niederschlagsereignis von 70 mm entspricht.

Der Stättigungsoberflächenabfluss für ein Ereignis, welches das Sättigungsdefizit übersteigt ist damit die entsprechende Differenz $Q_{sat} = P - \Delta S_{sat}$ und somit $100\,\mathrm{mm} - 70\,\mathrm{mm} = 30\,\mathrm{mm}$. Pro Quadratmeter werden also 0.03 m^3 Sättigungsoberflächenabfluss erzeugt.

Ein Einzugsgebiet mit 150 km^2 Fläche würde in diesem Fall $150 \times 10^6\,\mathrm{m^2} * 0.03\,\mathrm{m^3\,m^{-2}} = 4.5 \times 10^6\,\mathrm{m^3}$ Abfluss produzieren