Grundlagen der Hydrologie
4. Niederschlag, Verdunstung & Energiebilanz[1]
Übung im WiSe 2022/23 - TU Bergakademie Freiberg

[1] Begleitend zur Vorlesung **Grundlagen der Hydrologie** von Jun.Prof. Dr. Conrad Jackisch, Rückfragen in der Vorlesung oder per eMail *conrad.jackisch@tbt.tu-freiberg.de*

Ziele der Übung sind:

- Festigen eines allgemeinen meteorologischen Verständnisses von Luftmassenbewegung und Niederschlagsbildung an Luftmassengrenzen
- Sicheres Anwenden der Strahlungs- und Energiebilanz für verschiedene Landschaftseinheiten und Verwenden des Bowen-Verhältnis'
- Einblick in die Stadtklimatologie
- Verständnis der Verdunstung als Kopplung von Energie- und Wasserbilanz
- Überblick über gängige Messverfahren der Verdunstung
- Einblick in Modelle zur Abschätzung der Verdunstung und sicheres Anwenden dieser
- Gebietscharakterisierung mit der Budyko-Kurve

Fronten, Wasserdampf und Niederschlag

Im ersten Abschnitt dieses Übungsblatts geht es um Niederschlag und Niederschlagsbildung. Insbesondere Regen ist ein zentraler Antrieb der hydrologischen Prozesse. Der meiste Regen ist in Mitteleuropa an Fronten gebunden. Bei einem Frontendurchgang ist generell auch mit Regen zu rechnen.

Aufgabe 4.1: Warm- und Kaltfronten

Beim Deutschen Wetterdienst (DWD) können Sie sich Analyse und Prognosekarten für Europa laden. Ein schneller Zugriff steht über `http://www1.wetter3.de/archiv_dwd_dt.html` bereit. Für diese Aufgabe nutzen wir die Bodenwetterkarte in Abb. 1.

1. Mit welchen Buchstaben ist auf der Bodenwetterkarte (Abbildung 1) (i) eine Warmfront und (ii) eine Kaltfront markiert?

2. Welche Seite der Abbildung 2 zeigt den Warmfrontdurchzug, welche den Kaltfrontdurchzug? Wo befinden sich jeweils 'Kaltluft' und 'Warmluft'?

3. Zeichnen Sie in beide Abbildungen jeweils die Lage der niederschlagserzeugenden Bewölkung ein (nach dem einfachen Bejerknes'schen Frontenschema von 1922 aus der Vorlesung). Welchen Niederschlagscharakter erwarten Sie jeweils?

Lösung:
A und F markieren Kaltfronten. D und B Warmfronten. C markiert eine okkludierte Front.

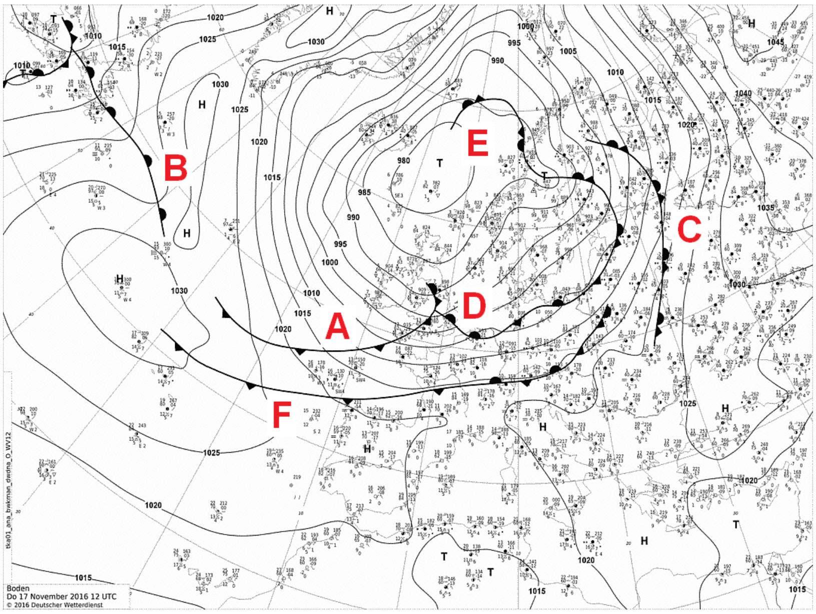


Abbildung 1: Bodenwetterkarte vom Donnerstag, 17.11.2016 - 12 UTC mit feinen schwarzen Linen = Linien gleichen Luftdrucks (Isobaren) – dicke Linien mit ausgefüllten Dreiecken und Halbkreisen = Fronten – weitere Angaben = Stationsmeldungen

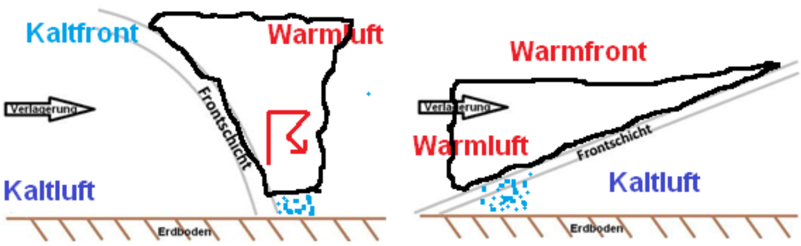


Abbildung 2: Schema der Frontalschicht einer Warmfront und einer Kaltfront - mit eingezeichnetem Bereich der Warm- und Kaltluft, Ausdehnung der Wolken und Niederschlagsgebieten

Bei der klassischen Kaltfront existiert ein schmales konvektives Niederschlagsband (kleinräumige, kurze und bisweilen heftige Schauer), bei der klassischen Warmfront kommt es zu ausgedehnten stratiformen Niederschlägen (größräumiger, langanhaltender Landregen). Anmerkung: Dies ist nur eine Lehrbuchdarstellung. -> Es gibt zahlreiche Modifikationen, die unter anderem von der Stabiliät der beteiligen Lufmassen abhängen!

Aufgabe 4.2: Wasserdampf in der Luft

Bei einer Temperatur von $\vartheta = 26°C$ weist ein Luftpaket eine relative Feuchte von f=72% auf. Jetzt wird dieses Luftpaket durch einen Nord-Westwind an die Hänge des Erzgebirges geführt, wo es orografisch bedingt aufsteigen muss und sich dabei abkühlt. Durch diese Abkühlung auf $\vartheta = 6°C$ bildet sich Regen. Für das Luftpaket setzen sie folgende Maße fest: Länge l=400 m, Breite b=300 m und Höhe h=200 m.

1. Welche Niederschlagshöhe (h_N) würde ich messen? Wie viel Liter pro Quadratmeter wären dies?

2. Wie groß ist das mit einem Niederschlagsmesser (nach Hellmann mit Auffangfläche $A_{Hellm} = 200\ cm^2$) aufgefangene Volumen ($V_{H,N}$)?

Gegeben:

- *Spezifische Gaskonstante für Wasserdampf:* $R_w = 461.6 Jkg^{-1}K^{-1}$
- *Magnusformel zur Berechnung des Sättigungsdampfdrucks* e_w^* *in* (hPa) *über ebener Wasserfläche reinen Wassers bei gegebener Temperatur* ϑ *in* $(°C)$*:*

$$e_w^* = 6.1078 \cdot \exp(\frac{17.1 \cdot \vartheta}{235 + \vartheta})$$

- *relative Feuchte f:*

$$f = \frac{e}{e_w^*}$$

mit e für den aktuellen Dampfdruck in (hPa)

Lösung:

1.

$$e_1^* = 6.1078\ hPa \cdot e^{\frac{17.1 \cdot \vartheta_1}{235 \cdot \vartheta_1}} = 33.55\ hPa$$

$$\rightarrow e_1 = 0.72 \cdot 33.55\ hPa = 24.16\ hPa$$

$$e_2^* = 6.1078\ hPa \cdot e^{\frac{17.1 \cdot \vartheta_2}{235 \cdot \vartheta_2}} = 9.35\ hPa$$

$$\rightarrow e_2 = 1.0 \cdot 9.35\ hPa = 9.35\ hPa$$

–

mit absolute Feuchte = Wasserdampfdichte $\rho_W = \frac{e}{R_W \cdot T}$

und
$T_1 = \vartheta_1 + 273.5\ K = 299.15\ K$

$$\rightarrow \rho_{W1} = \frac{e_1}{R_W\ T_1} = \frac{24.16 \cdot 10^2\ Pa}{461.6\ J\ kg^{-1}\ K^{-1} \cdot 299.15\ K} = 1.75 \cdot 10^{-2}\ kg\ m^{-3}$$

$T_2 = \vartheta_2 + 273.5\ K = 279.15\ K$

$$\rightarrow \rho_{W2} = \frac{e_2}{R_W\ T_2} = 0.73 \cdot 10^{-2}\ kg\ m^{-3}$$

Differenz der absoluten Feuchte $\Delta\rho_W$ aus dem Volumen V (= $400 \cdot 300 \cdot 200\ m^2$):

$$\rightarrow \Delta\rho_W = \rho_{W1} - \rho_{W2} = (1.75 - 0.73)\ kg\ m^{-3} = 1.02 \cdot 10^{-2}\ kg\ m^{-3}$$

Ausgeschiedene Wassermenge Δm_W:

$$\Delta m_W = \Delta\rho_W \cdot V = 1.02 \cdot 10^{-2}\ kg\ m^{-3} \cdot 24 \cdot 10^6\ m^3 = 244800\ kg$$

Diese nun flüssige Wassermenge (Niederschlag) nimmt das Volumen V_N ein:
mit Dichte des Flüssigwassers $\rho_N = 1000\ kg \cdot m^{-3}$

$$\rightarrow V_N = \frac{m_W}{\rho_W} = 244.8\ m^3$$

Für die Höhe h_N der Niederschlagsmenge auf der Fläche A (= $400 \cdot 300\ m^2$) folgt:

$$\rightarrow h_N = V_N / A = 2.04 \cdot 10^{-3}\ m \approx 2\ mm \mathrel{\widehat{=}} 2\ l/m^2$$

2.
Das mit einem Hellmann Niederschlagsmesser aufgefangene Volumen berechnet sich wie folgt:

$$V_{H,N} = A_{Hellm} \cdot h_N = 200\ cm^2 \cdot 2\ mm = 4 \cdot 10^{-5}\ m^3 = 40 cm^3 = 0.04\ l\ (Liter)$$

$(1\ Liter = 0.001\ m)$

Einführung in die Energiebilanz der Erdoberfläche

Neben der Wasserbilanz (also die Bilanz der Massenflüsse) ist die Energiebilanz (also die Bilanz der Energieumsetzungen und Flüsse an der Erdoberfläche und in der Grenzschicht) die zweite große Grundlage der Hydrologie.

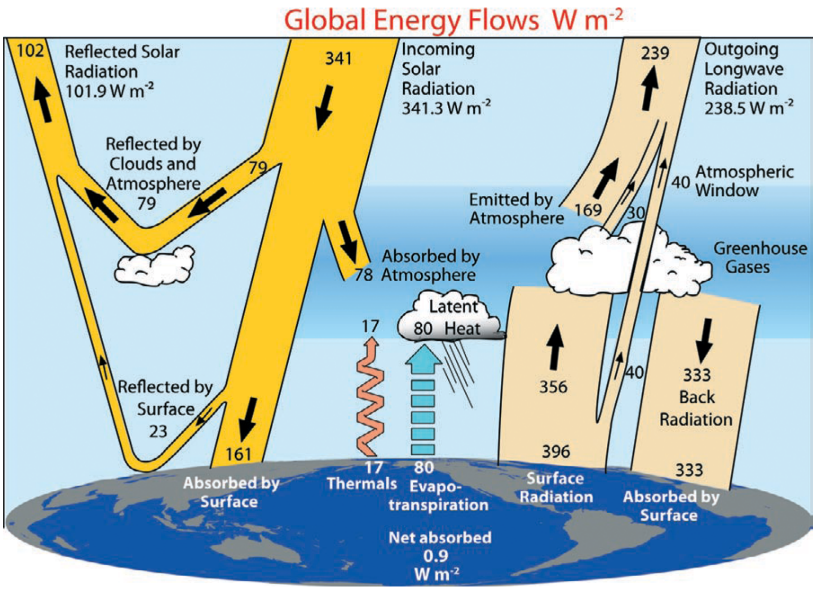


Abbildung 3: Globale Energiebilanz [$\mathrm{W\,m^{-2}}$] aus Trenberth et al. 2009

Beginnen wir zunächst mit der Strahlunsbilanz der Erdatmosphäre. Die Nettostrahlung R_n ergibt sich aus der Summe von auf die Oberfläche treffender kurzwelligen Nettostrahlung R_{ns} und langwelligen Nettostrahlung R_{nl}. Achtung: In den meisten Fällen ist R_{nl} in dieser Bilanz negativ (kurzwellige Einstrahlung – Strahlungsumsatz an einer Fläche – langwellige Ausstrahlung).

$$R_n = R_{ns} + R_{nl} \tag{1}$$

Abbildung 3 gibt dazu einen Überblick.

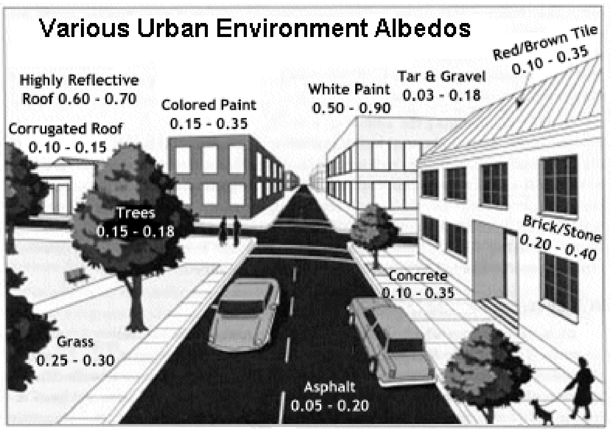
Aufgrund von Reflexion an Wolken und des unterschiedlichen Winkels jedes Ortes auf der Erdoberfläche zur Strahlungsquelle "Sonne" ist die tatsächlich empfangene kurzwellige Globalstrahlung R_G von Ort und Zeitpunkt abhängig. Neben der unterschiedlichen Einstrahlung gibt es auch eine unterschiedliche Reflexion und Absorption der kurzwelligen Strahlung. Die unterschiedlichen Reflexionscharacteristika werden über die Albedo α zusammengefasst. Im Strahlungshaushalt der Erde ergibt sich damit allgemein:

$$R_{ns} = (1 - \alpha) R_G \tag{2}$$

Abbildung 4 gibt dazu Beispiele.

An der Erdoberfläche lässt sich die Energiebilanz zu folgender Bilanzgleichung zusammenfassen:

$$R_n - H - \lambda ET - G = 0 \tag{3}$$



kurzwellige Albedo		langwellige Albedo	
Neuschnee	75-95%	polierte Metalle	98%
tiefes Wasser bei tiefstehender Sonne	80%	Blech	93%
Wolken	60-90%	Aluminiumbronze	65%
Dünensand	30-60%	Sand	10%
Ackerboden, brach	7-17%	Wolken	10%
Tropischer Regenwald	10-12%	Ackerboden, brach	8%
Laubwald	15-20%	Wasser	4%
Nadelwald	5-12%	Rasen	1,5%
Wiesen, Weiden	12-30%	Schnee	0,5%
landwirtschaftliche Kulturen	15-25%		
Siedlungen	15-20%		
tiefes Wasser bei hochstehender Sonne	3-10%		

Abbildung 4: Beispiele für Albedo

d.h. die empfangene Nettostrahlung R_n ist gleich der Summe aus fühlbarem Wärmestrom H, latentem Wärmestrom λET und Bodenwärmestrom G (jeweils in $\mathrm{W\,m^{-2}}$).

Dabei haben verschiedene Oberflächen unterschiedliche Anteile der Bilanzterme, was in Abbildung 5 schematisch zusammengefasst ist. Vor allem das Verhältnis aus fühlbarem und latentem Wärmestrom ist dabei von großem Erklärungswert. Dieses wird als Bowen-Verhältnis β bezeichnet:

$$\beta = H/\lambda ET \tag{4}$$

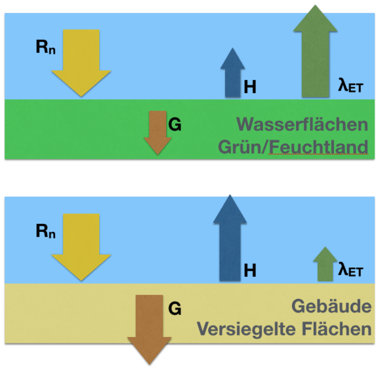


Abbildung 5: Anteil der Energieflüsse in der Bilanz an verschiedenen Standorten (Größe der Pfeile).

Oberfläche	*Bo*
Mittel Ozeane	0,14
Mittel Festland	0,84
globales Mittel	0,2
humide Gebiete und bewässerte Landwirtschaftsflächen	0,2
Grasland	0,5
Wälder	1,0
Städte	1,5
semiaride Gebiete	5
Wüsten	10

Abbildung 6: Beispiele für des Bowen Verhältnis β, hier *Bo*.

Kurze Einführung in die Stadtklimatologie

Für die folgenden Aufgaben müssen wir die allgemeine Energiebilanz noch etwas erweitern und einen kurzen Einblick in die Stadtklimatologie nehmen. Der zentrale Punkt dabei ist, dass sich mit der Strahlungsumsetzung an Oberflächen die Luft (und die Oberflächen) erwärmen. Abbildung 8 modifiziert unsere vereinfachte Energiebilanz und führt eine Luftschicht mit einer Höhe z_L über der Höhe der Umsatzfläche z_0 ein.

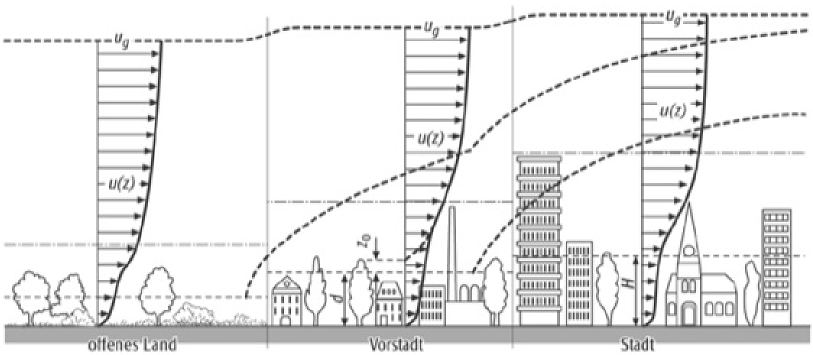


Abbildung 7: Luftmasse der Grenzschicht und typische vertikale Profile der Windgeschwindigkeit u über die Höhe z.

Die Energiebilanz der Luftschicht ist damit über die Differenz des fühlbaren Wärmestroms H an den Rändern der Schicht definiert:

$$\Delta E = (H(z_0) - H(z_L))\Delta t \cdot A \tag{5}$$

Hierbei ist Δt ein Zeitinkrement (s) und A die Fläche (m^2). Die Temperaturänderung ΔT (K) in der Luftschicht lässt sich mit dieser Energiebilanz und der Wärmekapazität c_p (bei p=const. in $\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$) sowie der Masse der Luft $m = \rho A(z_L - z_0)$ (kg) berechnen:

$$\Delta T = \Delta E / c_p m \tag{6}$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\Delta T = \frac{(H(z_0) - H(z_L))\Delta t}{(z_L - z_0)c_p\rho} \tag{7}$$

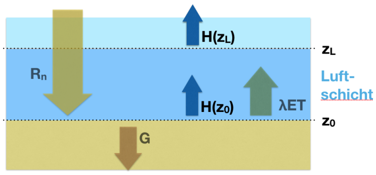


Abbildung 8: Energieflüsse mit Luftschicht an der Grenzfläche.

Aufgabe 4.3: Verdunstungsabkühlung im Stadtklima von Coimbra

Die Stadt Coimbra (Zentralportugal) leidet in den Sommermonaten oft unter starker Hitze. Die Gemeindeverwaltung möchte gerne die Lebensqualität verbessern. Daher wurde zur Abkühlung ein kleiner Bach in der Nähe der Innenstadt aufgestaut, so dass ein See entstand.

	Stadt	See	Einheit
α	0.2	0.088	
β	10	0.1	
R_{nl}	-120	-80	$\mathrm{W\,m^{-2}}$
A	13.5	1.5	$\mathrm{km^2}$
R_G	800		$\mathrm{W\,m^{-2}}$
ρ_{Luft}	1		$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
c_{p_Luft}	1005		$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
$H(z_L)$	$0.85 \cdot H(z_0)$		

Tabelle 1: Kenngrößen Coimbra

1. Berechnen Sie die mittlere Temperatur ohne und mit See für die unteren 100 m im Innenstadtbereich (gemittelt über die gesamte Höhe dieser Schicht) in den heißesten Tagesstunden (13-17 Uhr) an einem wolkenlosen Sommertag.

Die notwenigen Kenngrößen sind in Tabelle 1 gegeben. Die turbulenten Wärmeflüsse über See und Stadtgebiet sind als vollständig vermischt anzunehmen und der Bodenwärmestrom G sei vernachlässigbar.

Lösung:

Bestimmung des fühlbaren Wärmestrom aus der Energiebilanz und dem Bowen Verhältnis

Die Bilanzgleichung der Energieflüsse 3 lässt sich mit der Albedo (Gleichung 2), der Strahlungsbilanz (Gleichung 1) und dem nach λET umgestellten Bowen Verhältnis (Gleichung 4) zu

$$R_G(1-\alpha) + R_{nl} - H - H/\beta = 0 \tag{8}$$

umstellen. Daraus können wir den fühlbaren Wärmestrom H errechnen:

$$H = \frac{R_G(1-\alpha) + R_{nl}}{1 + 1/\beta} \tag{9}$$

Wenn wir nun die Kenngrößen aus Tabelle 1 verwenden, erhalten wir:

$H_{\text{Stadt}} = 472.7\,\mathrm{W\,m^{-2}}$

$H_{\text{See}} = 59\,\text{W}\,\text{m}^{-2}$

$H_{\text{Stadt\_zL}} = 401.8\,\text{W}\,\text{m}^{-2}$

$H_{\text{See\_zL}} = 50.2\,\text{W}\,\text{m}^{-2}$

Bestimmung der Temperaturänderung aus dem fühlbaren Wärmestrom

Mit Gleichung 7 lässt sich nun für die heißesten 4 h für eine Luftschicht $z_l - z_0 = 100\,\text{m}$ die Temperaturänderung berechnen.

$\Delta T_{\text{Stadt}} = 10.16\,\text{K}$

$\Delta T_{\text{See}} = 1.27\,\text{K}$

Mit der Annahme vollständiger Durchmischung lässt sich daraus der flächengewichtete Mittelwert bestimmen:

$\Delta T_{\text{Stadt}} = 10.16\,\text{K}$

$\Delta T_{\text{Stadt mit See}} = 9.27\,\text{K}$

Der See bringt also für die ganze Stadt relativ wenig. Da eine vollständige Durchmischung jedoch eine recht unrealistische Annahme ist, dürfte der See für die direkten Anlieger jedoch sehr viel bringen.

Aufgabe 4.4: Verdunstung und Energiebilanz über Stadt und Wasser

Die Globalstrahlung um die Mittagszeit beträgt in der Stadt Schilda $R_G = 800\,\text{W}\,\text{m}^{-2}$. Im stationären Zustand werden 60% der kurzwelligen Nettostrahlung langwellig zurückgestrahlt, der Rest teilt sich auf den fühlbaren und latenten Wärmestrom auf.

Berechnen Sie die Oberflächentemperatur T_0, den sensiblen Wärmestrom H und die Verdunstung ET für beide Flächentypen versiegelte Fläche und Wasser.

Die Albedo ist mit $\alpha_w = 0.3$ und $\alpha_s = 0.2$ für Wasser und Stadtgebiet gegeben. Das Bowen Verhältnis ist auch hier $\beta_w = 0.1$ und $\beta_s = 10$). Zur Berechnung wird das Stefan-Boltzmann-Gesetz zur Berechnung der Temperatur aus der langwelligen Abstrahlung verwendet:

$$R_{nl} = \epsilon\sigma T_0^4 \tag{10}$$

und nach Umstellung

$$T_0 = (R_{nl}/(\epsilon\sigma))^{1/4} \tag{11}$$

wobei ϵ als Emissionsvermögen mit 1 angenommen wird und die Stefan-Boltzmann Konstante σ auf $5.67 \times 10^{-8}\,\text{W/m}^2\text{K}^{-4}$ gerundet wird. Sie benötigen zudem die Verdampfungswärme von Wasser $\lambda = 2.257 \times 10^6\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}$. **Lösung:**

Berechnung für das Stadtgebiet

Zunächst berechnen wir die kurzwellige Nettostrahlung mit Hilfe der Albedo und Gleichung 2:

$$R_{ns} = (1-\alpha)R_G = 0.8 \cdot 800\,\mathrm{W\,m^{-2}} \tag{12}$$

Es ist die Annahme gegeben, dass $R_{nl} = 0.6R_{ns}$ sei. Damit erhalten wir die langwellige Strahlung R_{nl} =384 $\mathrm{W\,m^{-2}}$.

Nun nutzen wir das Stefan-Boltzmann-Gesetz zur bestimmung der Oberflächentemperatur des strahlenden Körpers:

$$T_0 = (R_{nl}/(\epsilon\sigma))^{1/4} = 286.87\,\mathrm{K} \tag{13}$$

Zur Berechnung der Verdunstung greifen wir erneut auf die Energiebilanzgleichung 3 zurück. Mit der Strahlungsbilanz 3 erhalten wir:

$$H + \lambda ET = R_n = (1-0.6)R_{ns} = 256\,\mathrm{W\,m^{-2}} \tag{14}$$

Mit dem gegebenen Bowenverhältnis $\beta = 10$ lässt sich dies in fühlbaren und latenten Wärmestrom zerlegen:

$$\lambda ET = \frac{(1-0.6)R_{ns}}{\beta+1} = 23.2\,\mathrm{W\,m^{-2}} \tag{15}$$

$$H = (1-0.6)R_{ns} \cdot (\beta+1) = 232.8\,\mathrm{W\,m^{-2}} \tag{16}$$

Über die Verdampfungswärme von Wasser λ kann aus dem latenten Wärmestrom schließlich die Verdunstung ET berechnet werden:

$$ET = \lambda ET/\lambda = 1.03 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg\,s^{-1}\,m^{-2}} \tag{17}$$

Berechnung für das Wasser

Analog kann die Berechnung nun für Wasser mit $\alpha_w = 0.3$ und $\beta_w = 0.1$ erfolgen. Wir erhalten:

$$R_{ns} = 560\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

$$R_{nl} = 336\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

$$T_0 = 277.45\,\mathrm{K}$$

$$\lambda ET = 203.6\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

$$H = 20.4\,\mathrm{W\,m^{-2}}$$

$$ET = 9.02 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg\,s^{-1}\,m^{-2}}$$

Kurze Einführung in die Verdunstung – die Verbindung von Wasser- und Energiebilanz

Die Verdunstung oder Evapotranspiration verbindet Energie- und Wasserbilanz. Sie macht nicht nur einen beträchtlichen Anteil in der Wasserbilanz aus, sondern ist auch die am schwierigsten zu bestimmende Variable.

Die potenzielle Verdunstung ETP wird standardmäßig als Verdunstung an einer freien Wasseroberfläche bestimmt. Am verbreitetsten ist dazu die Messung an einer Verdunstungspfanne (Pan Class A in Abbildung 9). Die aktuelle Verdunstung ET_{act} wird meistens mittels eines Lysimeters (Abbildung 10) gemessen. Dies sind ungestörte Bodenmonolithe mit Vegetation, welche permanent gewogen werden. Mit der Messung von Niederschlag und Dränage ist der Fluss über den atmosphärischen Rand die einzige Unbekannte in der Wasserbilanzgleichung.

Da diese Messeinrichtungen ausgesprochen aufwändig sind, wird sehr häufig auf Modelle zur Abschätzung der potenziellen und aktuellen Verdunstung zurückgegriffen. Hierbei muss man sich darüber im klaren sein, dass sämtliche Modelle auf starken konzeptionellen und physikalischen Annahmen beruhen. Für einen Einstieg in das Thema sei z.B. auf McMahon et al. 2013[2] verwiesen.

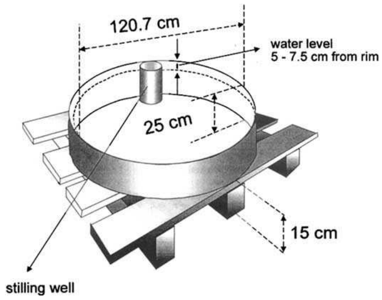


Abbildung 9: Pan Class A Verdunstungspfanne zur Messung der potenziellen Verdunstung an einer freien Wasseroberfläche

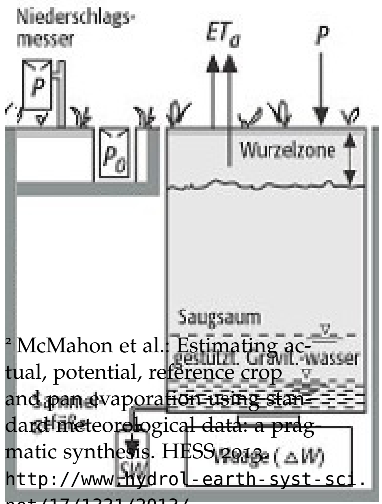


Abbildung 10: Lysimeter zur Messung der aktuellen Verdunstung über die Wasserbilanz

[2] McMahon et al.: Estimating actual, potential, reference crop and pan evaporation using standard meteorological data: a pragmatic synthesis. HESS 2013. `http://www.hydrol-earth-syst-sci.net/17/1331/2013/`

Empirisches Modell nach Haude

Bereits 1801 wurde von Dalton ein physikalisch begründetes Modell zur Berechnung der Verdunstung einer freien Wasseroberfläche in Abhängigkeit von Sättigungsdefizit und Windgeschwindigkeit abgeleitet. Die Dalton Formel ist dabei allgemein als Funktion des Sättigungsdefizits formuliert:

$$E = f(e_w^* - e) \tag{18}$$

und stellt eine allgemeine Funktion für den Wasserdampfaustausch dar. Auf dieser Grundlage wurde von Haude 1955 ein empirisches Verfahren zur Berechnung der potenziellen Verdunstung [mm d^{-1}] entwickelt:

$$ETP_{\text{Haude}} = a_{\text{Haude}}(e_w^* - e) \tag{19}$$

Dabei ist a_{Haude} ein empirischer monatlicher Pflanzenfaktor (Tabelle 2) und $e_w^* - e$ das Sättigungsdefizit der Luft mit Wasserdampf.
Hier benötigen wir wieder die Magnusformel zur Berechnung des Sättigungsdampfdruck e_w^* (hPa) bei gegebener Temperatur ϑ (°C):

$$e_w^* = 6.1078 \cdot \exp(\frac{17.1 \cdot \vartheta}{235 + \vartheta}) \tag{20}$$

und die Definition der relativen Feuchte f:

$$f = \frac{e}{e_w^*} \tag{21}$$

Das Sättigungsdefizit wird damit zu:

$$S = e_w^* - e = [6.1078 \cdot \exp(\frac{17.1 \cdot \vartheta}{235 + \vartheta})] \cdot (1 - f) \tag{22}$$

Kultur	Jan.	Feb.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
Winterraps	0.18	0.18	0.20	0.32	0.37	0.35	0.26	0.20	0.18	0.18	0.18	0.18
Roggen	0.18	0.18	0.20	0.30	0.38	0.36	0.28	0.20	0.18	0.18	0.18	0.18
Winterweizen	0.18	0.18	0.19	0.26	0.34	0.38	0.34	0.22	0.21	0.20	0.18	0.18
Sommergerste	0.15	0.15	0.18	0.25	0.30	0.36	0.26	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
Gras	0.20	0.20	0.21	0.29	0.29	0.28	0.26	0.25	0.23	0.22	0.22	0.20
Mais	0.15	0.15	0.18	0.18	0.18	0.26	0.26	0.26	0.24	0.21	0.14	0.14
Zuckerrüben	0.15	0.15	0.18	0.15	0.23	0.30	0.36	0.32	0.26	0.19	0.14	0.14

Tabelle 2: Empirischer Pflanzenfaktor a_{Haude} nach Haude für verschiedene Kulturpflanzen nach Löpmeier, 1994

Empirisches Modell nach Turc

Ursprünglich für Frankreich und Nordafrika entwickelte Turc 1961 einen Ansatz, welcher neben der Lufttemperatur auch die Globalstrahlung und Sonnenscheindauer zur Berechnung von täglichen Verdunstungsraten ($\text{mm}\,\text{d}^{-1}$):

$$ETP_{\text{Turc}} = 0.0031 \cdot C \cdot (R_G + 209) \cdot \frac{\vartheta}{\vartheta + 15} \qquad (23)$$

wobei $C = 1 + ((50 - f)/70$ bei $f < 50\%$ und $C = 1$ bei $f > 50\%$ mit f als relative Luftfeuchte (%), R_G als Globalstrahlung ($\text{J}\,\text{cm}^{-2}$) über die Faustformel $R_G = R_0 \cdot (0.19 + 0.55 \cdot (S/S_0))$. Dabei ist S/S_0 der Quotient aus Sonnenscheindauer des Tages und astronomisch möglicher Sonnenscheindauer. Verdunstungen $ETP_{\text{Turc}} < 0.1$ werden üblicherweise auf 0.1 gesetzt.

Klassisches Penman Modell und aktuelle Verdunstung nach Penman-Monteith

Aus einer Kombination von Energiebilanz und dem aerodynamischen Ansatz von Dalton entwickelte Penman 1956 ein Modell zur Annäherung der potenziellen Verdunstung für stets feuchte, bewachsene Landflächen:

$$ETP_{\text{Penman}} = \frac{s}{s + \gamma} \cdot \Big(\frac{R_n - G}{\lambda} + f(e_w^* - e)\Big) \qquad (24)$$

Hier ist s die Steigung der Sättigungsdampfdruckkurve ($\text{Pa}\,\text{K}^{-1}$), γ die Psychrometerkonstante (ca. $0.6\,\text{hPa}\,\text{K}^{-1}$) sowie R_n die Nettostrahlung, G der Bodenwärmestrom und λ die Verdampfungswärme von Wasser.

Dieser Ansatz wurde 1965 von Monteith zur Berechnung der aktuellen Verdunstung weiterentwickelt, indem ein aerodynamische Widerstand r_a und ein Stomatawiderstand r_S eingeführt werden.

$$ETA_{\text{PM}} = \frac{1}{\lambda} \frac{s \cdot (R_n - G) + \frac{\rho c_p}{r_a}(e_w^* - e)}{s + \gamma \cdot (1 + \frac{r_s}{r_a})} \qquad (25)$$

Zudem wurden nun die spezifische Wärme der Luft c_p und deren Dichte ρ explizit verwendet.

Auf Basis dieses Modells wurde von Allen 1998 für die FAO eine Vorgabe für die Gras-Refenzverdunstung erstellt. Es wurden eine Graslänge von 0.12 m, ein Stomatawiderstand r_s von $70\,\mathrm{s\,m^{-1}}$, ein aerodynamischer Widerstand r_a von $208/u_2\,\mathrm{s\,m^{-1}}$ (u_2 ist die Refenerenzwindgeschwindigkeit in 2 m in $\mathrm{m\,s^{-1}}$) und eine Albedo von 0.23 festgelegt:

$$ETA_{\mathrm{FAO}} = \frac{0.408 \cdot s(R_n - G) + \frac{900}{\vartheta + 273} \cdot u_2(e_w^* - e)}{s + \gamma \cdot (1 + \frac{70}{208} u_2)} \tag{26}$$

Die Steigung der Kurve der Beziehung von Sättigungsdampfdruck und Temperatur s kann dabei wie folgt berechnet werden:

$$s = \frac{4098[0.6108 \cdot exp(\frac{17.27 \cdot \vartheta_{\mathrm{mean}}}{\vartheta_{\mathrm{mean}} + 237.3})]}{(\vartheta_{\mathrm{mean}} + 237.3)^2} \tag{27}$$

Aufgabe 4.5: Tagesverdunstung aus Lysimeterdaten und Modellen

Die Zeitreihe in Tabelle 3 zeigt Niederschlagsinput, meteorologische Daten und Speicheränderung eines Lysimeters aus der Station Brandis in Sachsen. Der Sickerwasserfluss war über die Beobachtungszeit null.

1. Welchen Messbereich und welche Präzision muss die Lysimeterwaage haben, um Verdunstungsmengen von $0.1\,\mathrm{mm\,d^{-1}}$ noch zu erfassen? Das zylindrische Lysimeter hat eine Höhe von 2 m, einen Durchmesser von 1 m und eine Lagerungsdichte von $1.6 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Die Porosität des Bodens beträgt $0.4\,\mathrm{m^3\,m^{-3}}$. Der Behälter des Bodenmonolithen wiegt 370 kg

2. Liefern Lysimeter die aktuelle oder potentielle Verdunstung, begründen Sie ihre Antwort? Was sind die Vor- und Nachteile dieser Verdunstungsmessung?

3. Berechnen Sie aus der Zeitreihe in Tabelle 3 die Tagesverdunstungsraten mit Hilfe der Lysimeterwasserbilanz in $\mathrm{mm\,d^{-1}}$.

4. Schätzen Sie die potentielle Verdunstung nach Turc und nach Haude (Landnutzung ist Roggen).

5. Berechnen Sie die aktuelle Verdunstung nach Penman-Monteith (FAO) einmal für eine konstant angenommene Windgeschwindigkeit von Mittel $2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ sowie auf Basis der verfügbaren Daten (also mit den gemessenen Windgeschwindigkeiten) in Tabelle 4.

6. Vergleichen Sie die berechnete Werte mit der Beobachtung und beurteilen Sie das Resultat.

Lösung:

4.5.1 Genauigkeit der Lysimeterwaage

Es geht also um die Messgenauigkeit und den Messbereich der Waage, damit eine Verdunstung von 1×10^{-4} m sicher erfasst werden kann. Für erstes bestimmen wir die Masse der Verdunstung.

$$V_{\text{ET\_0.1mm}} = ET\pi r^2 = 0.0001 m \pi 0.5 m^2 = 7.85 \times 10^{-5}\,\text{m}^3 \tag{28}$$

Mit einer Dichte von $\rho = 1 \times 10^6\,\text{g}\,\text{m}^{-3}$ ergibt sich die Masse:

$$m_{\text{ET\_0.1mm}} = \rho V_{\text{ET\_0.1mm}} = 78.5\,\text{g} \tag{29}$$

Die Masse des trockenen Lysimeters errechnet sich aus der Summe der Matrixmasse und des Behälters des Bodenmonolithen:

$$m_{\text{Lys\_trocken}} = BD \cdot \pi r^2 h + m_{Lys\_Behlter} = 1.6e3 \cdot \pi r^2 h = 2.51 \times 10^3\,\text{kg} + 370\,\text{kg} = 2.88 \times 10^3\,\text{kg} \tag{30}$$

Dazu kommt entsprechend die Masse des Wassers im Porenraum im gesättigten Fall:

$$m_{\text{Lys\_sat}} = m_{\text{Lys\_trocken}} + Por \cdot \rho \cdot \pi r^2 h = 0.4 \cdot 1e3 \cdot \pi r^2 h = 2.88 \times 10^3\,\text{kg} + 628\,\text{kg} = 3.14 \times 10^3\,\text{kg} \tag{31}$$

Die Anforderungen an die Waage sind also beträchtlich, da sie einerseits relativ große Massen zwischen 2.88×10^6 g und 3.14×10^6 g wiegen und dabei gleichzeitig Unterschiede von 78.5 g auflösen muss. Es stellt noch immer eine Herausforderung für die Messtechnik dar, diese Anforderung über den Messbereich und über viele Jahre hinweg zu erfüllen.

4.5.2 Was wird gemessen

Lysimeter liefern die aktuelle Verdunstung, es sei denn, es wird ein künstlicher, hoher Grundwasserspiegel bis an die Oberfläche eingestellt. Im Lysimeter ist, wie im Freiland, die Verdunstung also auch von Bodenwasserdargebot und Bodenwasserverteilung abhängig.

4.5.3–5 Verdunstungszeitreihe

Die Berechnung der Verdunstung im Lysimeter erfolgt über die Wasserbilanz:

$$ET_{\text{Lys}} = P - GW - \Delta S \tag{32}$$

Zur Anwendung der Modelle ist entsprechend noch die mittlere Temperatur zu berechnen. Dies geschieht mit der Annahme, dass $T_{\text{mean}} = \frac{2T_{\text{max}} + T_{\text{min}}}{3}$. Für ETP nach Turc muss die Globalstrahlung in $\text{J}\,\text{cm}^{-2}$ umgerechnet und C bestimmt werden. Für ETP nach Haude und ET FAO berechnen wir zunächst das Sättigungsdefizit mit Gleichung 22.

Die Berechnung nach Penman Monteith (FAO) ist etwas aufwändiger. Hier müssen wir ebenfalls auf die geforderten Einheiten im Modell achten. Wir berechnen zunächst die Nettostrahlung $R_n s$ in $\text{MJ}\,\text{m}^{-2}\,\text{d}^{-1}$ mittels Gleichung 2. Als Albedo wird entsprechend 0.23 angenommen. Als nächstes berechnen wir die Steigung der Dampfdruckkurve nach Gleichung 27. Nun können wir das Modell nach Gleichung 26 anwenden. Für die Windgeschwindigkeit benutzen wir zunächst $u2 = 2ms^{-1}$. Als nächstes setzen wir auch die

Datum	R_G $\mathrm{W\,m^{-2}}$	T_{min} °C	T_{max} °C	T_{mean} °C	f %	P $\mathrm{mm\,d^{-1}}$	ΔS $\mathrm{mm\,d^{-1}}$	ET_{Lys} $\mathrm{mm\,d^{-1}}$	$(e_w^* - e)$ hPa	ET_{Haude} $\mathrm{mm\,d^{-1}}$	ET_{Turc} $\mathrm{mm\,d^{-1}}$
01.06.86	261.23	7.70	20.60	16.30	72	0.0	-3.7	3.70	6.79	2.44	3.98
02.06.86	261.23	7.70	21.20	16.70	81	3.0	0.8	2.20	4.78	1.72	4.03
03.06.86	263.54	7.70	21.90	17.17	84	13.2	10.7	2.50	4.20	1.51	4.11
04.06.86	263.54	10.8	21.90	18.20	87	7.5	6.2	1.30	3.41	1.23	4.22
05.06.86	240.28	10.8	22.10	18.33	71	12.2	10.1	2.10	7.70	2.77	3.90
06.06.86	214.24	9.60	22.10	17.93	85	19.0	16.4	2.60	3.98	1.43	3.48
07.06.86	214.24	9.60	22.30	18.07	81	5.8	3.4	2.40	5.11	1.84	3.49
08.06.86	214.24	9.30	22.50	18.10	80	0.0	-3.2	3.20	5.44	1.96	3.49
09.06.86	214.24	9.30	22.60	18.17	67	0.0	-5.5	5.50	9.04	3.25	3.50
10.06.86	214.24	9.30	22.60	18.17	61	0.0	-9.0	9.00	10.68	3.84	3.50
11.06.86	217.13	10.1	22.60	18.43	76	4.4	0.1	4.30	6.57	2.37	3.56
12.06.86	217.13	10.2	22.10	18.13	79	0.2	-1.7	1.90	5.58	2.01	3.54
13.06.86	217.01	10.2	22.10	18.13	73	0.0	-3.6	3.60	7.17	2.58	3.54
14.06.86	217.01	10.4	22.10	18.20	55	0.0	-7.4	7.40	11.95	4.30	3.54
15.06.86	217.01	10.4	22.10	18.20	58	0.0	-10.1	10.1	11.16	4.02	3.54
16.06.86	217.01	10.4	22.10	18.20	69	0.0	-10.2	10.2	8.23	2.96	3.54
17.06.86	217.01	10.3	22.10	18.20	63	0.0	-9.2	9.20	9.83	3.54	3.54
18.06.86	232.75	10.3	22.10	18.17	76	0.0	-5.3	5.30	6.37	2.29	3.77
19.06.86	234.49	10.3	22.40	18.37	77	0.0	-6.6	6.60	6.22	2.24	3.81
20.06.86	234.49	10.5	23.00	18.83	70	0.0	-7.4	7.40	8.41	3.03	3.86

Tabelle 3: Lysimeterstation Brandis

Datum	R_G $\mathrm{W\,m^{-2}}$	R_{ns} $\mathrm{MJ\,m^{-2}\,d^{-1}}$	T_{mean} °C	f %	$u2$ $\mathrm{m\,s^{-1}}$	$(e_w^* - e)$ kPa	s kPa	$ET_{\mathrm{FAO\_2m/s}}$ $\mathrm{mm\,d^{-1}}$	ET_{FAO} $\mathrm{mm\,d^{-1}}$
01.06.86	261.23	17.38	16.30	72	1.0	0.679	0.12	4.51	3.20
02.06.86	261.23	17.38	16.70	81	1.0	0.478	0.12	3.40	2.54
03.06.86	263.54	17.53	17.17	84	2.0	0.420	0.12	3.10	3.10
04.06.86	263.54	17.53	18.20	87	1.0	0.341	0.13	2.68	2.14
05.06.86	240.28	15.99	18.33	71	1.0	0.770	0.13	4.95	3.47
06.06.86	214.24	14.25	17.93	85	2.0	0.398	0.13	2.84	2.84
07.06.86	214.24	14.25	18.07	81	2.0	0.511	0.13	3.45	3.45
08.06.86	214.24	14.25	18.10	80	2.0	0.544	0.13	3.64	3.64
09.06.86	214.24	14.25	18.17	67	2.0	0.904	0.13	5.59	5.59
10.06.86	214.24	14.25	18.17	61	4.0	1.068	0.13	6.49	9.08
11.06.86	217.13	14.45	18.43	76	4.0	0.657	0.13	4.26	5.78
12.06.86	217.13	14.45	18.13	79	1.0	0.558	0.13	3.72	2.67
13.06.86	217.01	14.44	18.13	73	1.0	0.717	0.13	4.59	3.20
14.06.86	217.01	14.44	18.20	55	2.0	1.195	0.13	7.19	7.19
15.06.86	217.01	14.44	18.20	58	4.0	1.116	0.13	6.76	9.46
16.06.86	217.01	14.44	18.20	69	8.0	0.823	0.13	5.17	9.01
17.06.86	217.01	14.44	18.20	63	4.0	0.983	0.13	6.03	8.40
18.06.86	232.75	15.48	18.17	76	4.0	0.637	0.13	4.20	5.66
19.06.86	234.49	15.60	18.37	77	4.0	0.622	0.13	4.12	5.54
20.06.86	234.49	15.60	18.83	70	4.0	0.841	0.14	5.31	7.29

Tabelle 4: Lysimeterstation Brandis

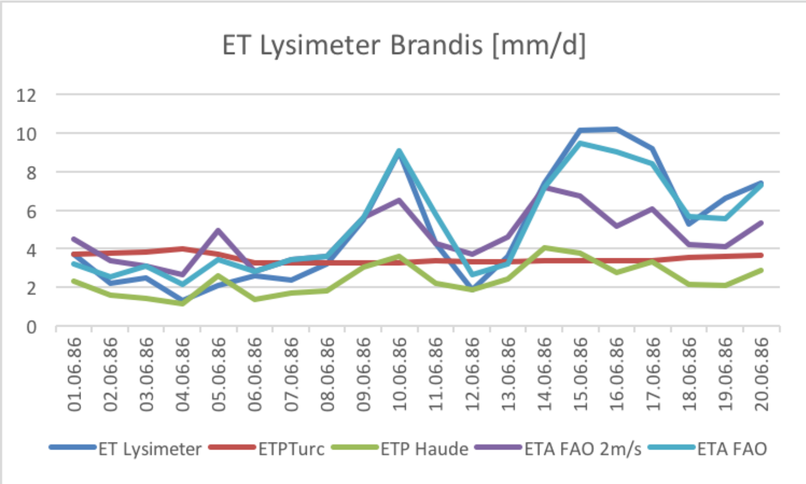


Abbildung 11: Gemessene und modellierte Verdunstung am Lysimeter Brandis

gemessene Windgeschwindigkeit in das Modell ein und rechnen erneut.

Abbildung 11 zeigt das Ergebnis graphisch. Wir sehen, dass am Lysimeter Verdunstungsraten bis $10\,\mathrm{mm\,d^{-1}}$ beobachtete wurden, wenn die Luftfeuchte niedrig und die Windgeschwindigkeit hoch war. Die empirischen Modelle nach Haude und Turc unterschätzen die Beobachtung stark. Das Modell nach Turc, welches fast ausschließlich von der Einstrahlung abhängig ist, zeigt hier keine sinnvolle Dynamik. Das Modell nach Haude kann die beobachtete Dynamik deutlich besser abschätzen, bleibt jedoch weit unter den beobachteten Werten. Das ist insbesondere problematisch, da es sich bei beiden Modellen um die potenzielle Verdunstung handelt und nach der Theorie, die aktuelle Verdunstung eigentlich nicht größer als die potenzielle sein sollte. Die Modelle haben also klare Defizite.

Die Berechnungen nach dem vereinfachten Penman-Monteith als Gras Referenz (FAO) liegt hier schon deutlich realistischer, auch wenn die Windgeschwindigkeit nur im groben Mittel geschätzt wird. Allerdings kommt es damit auch zur Überschätzung vor allem in den ersten Tagen der Beobachtungszeitreihe. Wenn wir nun die beobachtete Windgeschwindigkeit in die Berechnung mit einbeziehen, lässt sich die beobachtete Verdunstung mit dem Modell sehr gut reproduzieren.

Es ist dabei anzumerken, dass an keiner Stelle die aktuelle Bodenfeuchte oder eine dynamische Albedo in die Modelle eingegangen ist. Das Thema der Evapotranspiration ist bei weitem nicht immer so leicht zu lösen, wie in diesem Beispiel und Gegenstand aktueller Forschung.

Die Budyko Kurve

Wir wechseln nun die Skalen hin zu Gebietskenngrößen - also auf großer räumlicher und zeitlicher Skala. Das Budykodiagramm

(Abbildung 12) beschreibt hierfür das Verhältnis zwischen Niederschlag P, potentieller und realer Verdunstung (ET_{pot}, ET_{real}) in einem Einzugsgebiet unter Berücksichtigung der Wasser- und Energiebilanz. Konkret wird der Ariditätsindex ET_{pot}/P gegen den Evaporationsindex ET_{real}/P geplottet. Damit ergeben sich zwei theoretische Grenzen: Zum einen ist der Evaporationsindex

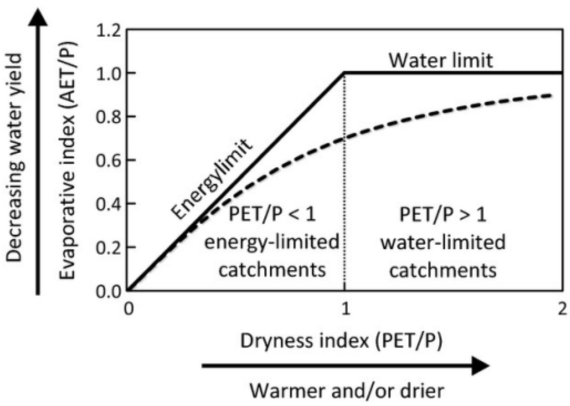


Abbildung 12: Budykodiagramm

Wasserdargebotslimitiert. Langfristig kann nicht mehr verdunstet werden, als Niederschlag empfangen wurde. Das Maximum von $\max(ET_{\text{real}}/P) = 1$.

Das zweite Limit ergibt sich aus der begrenzt verfügbaren Energie zur Verdunstung bei $ET_{\text{real}} = ET_{\text{pot}}$.

Reale Einzugsgebiete finden sich im Diagramm entlang der sogenannten Budykokurve wie im Beispiel von Daten aus dem sog. MOPEX Datensatz in den USA (Abbildung 13). Hier ist auch zu erkennen, wie aussagekräftig die Methode ist.

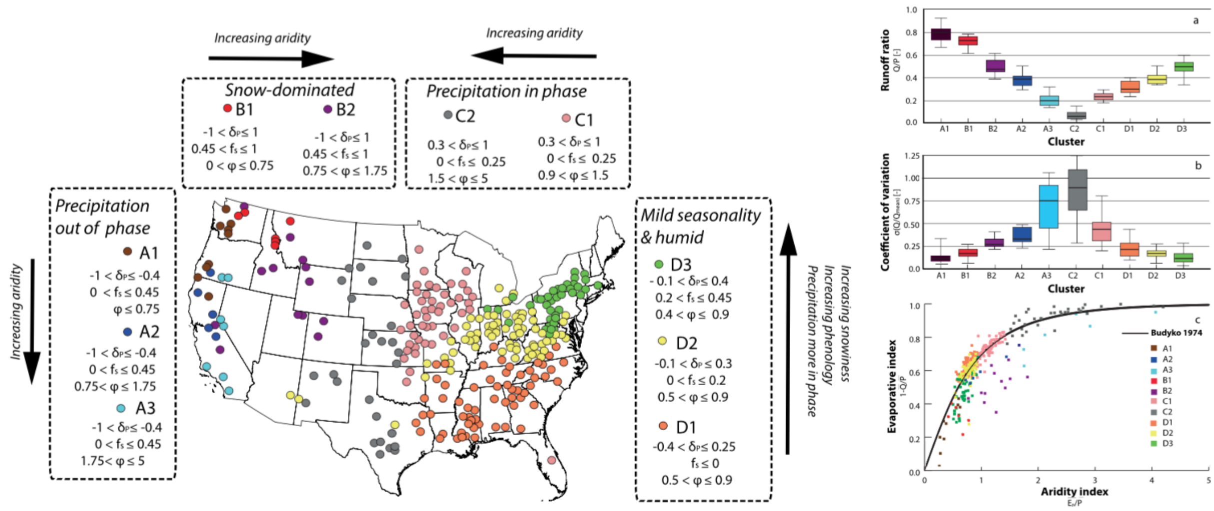


Abbildung 13: Budykodiagramm aus dem MOPEX-Datensatz Berghuijs et al., Patterns of similarity of seasonal water balances: A window into streamflow variability over a range of time scales, WRR 2014, doi: 10.1002/2014WR015692.

Aufgabe 4.6: Budykodiagramm

Reale Einzugsgebiete finden sich im Budykodiagramm entlang der sogenannten Budykokurve. Beantworten Sie dazu folgende Fragen mittels Tabelle 5 und Abbildung 14:

1. Was versteht man unter einem wasserlimitierten Einzugsgebiet?

2. Was versteht man unter einem energielimitierten Einzugsgebiet?

3. Warum können sich in Abbildung 1 keine realen Einzugsgebiete oberhalb der mit 'Limit 1' beschrifteten Linie befinden?

4. Warum können sich in Abbildung 1 keine realen Einzugsgebiete oberhalb der mit 'Limit 2' beschrifteten Linie befinden?

5. Markieren Sie im Diagramm die Lage der Gebiete in Tabelle 5 und begründen sie kurz.

Lösung:

1. Das Wasserangebot für die Verdunstung ist kleiner als die für die Verdunstung zur Verfügung stehende Energie $ET_{\text{real}} < ET_{\text{pot}}$. Alles Wasser verdunstet.

2. Das Energieangebot für die Verdunstung ist kleiner als das Wasserangebot $ET_{\text{real}} = ET_{\text{pot}}$. Alle Energie wird für die Verdunstung verwendet.

3. Da ET_{real} nicht größer als P werden kann.

4. Da ET_{real} immer $<=$ ET_{pot} sein muss.

	ET_{pot}/P	ET_{real}/P	P
See in Südeuropa	$= 1$	$= 1$	+
See in Nordfinnland	« 1	« 1	+
Schwäbische Alb*	< 1	« 1	+
Sahara	» 1	1	−
Nordpol	« 1	« 1	0

Tabelle 5: Aufgabe 5.4.5. *Schwäbische Alb hat eine dünne Bodenauflage über Karst

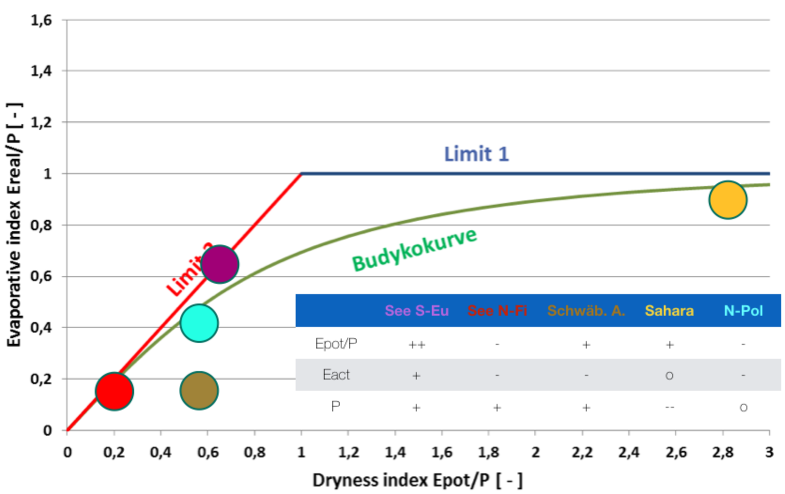


Abbildung 14: Aufgabe 5.4.5. Budykodiagramm