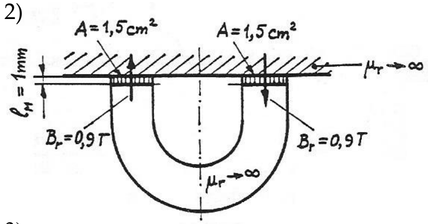
1)
f und g sind zwei mal stetig differenzierbare Skalarfelder.

$$\int_{\partial A} \left(f\vec{\nabla} g\right)\cdot \vec{s}\, ds = \int_{\partial A} f \partial_s g\, ds$$

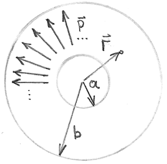
Wandeln Sie die obige Integraldarstellung in eine Integraldarstellung über die Fläche A um.

2)



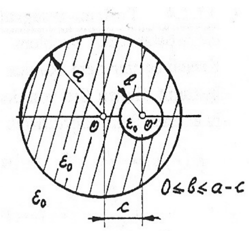
Berechnen Sie die Haftkraft der linken Anordnung. Vernachlässigen Sie die Streuungen!

3)



Ein Kreiszylinder der Länge ℓ ist wie links dargestellt mit $\left|\vec{P}\right| = P = \text{konst.}$ polarisiert. Berechnen Sie im Bereich $a \le r \le b$ und $0 \le z \le \ell$ die fiktive Raumladungsverteilung sowie die Flächenladungen am Mantel (innen und außen) und an den Deckflächen.

4)



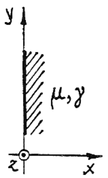
Ein in beide Richtungen weit ausgedehnter, zylinderförmiger Körper mit dem Radius a ist gleichförmig mit der Ladungsdichte ρ geladen. Ausgenommen ist ein leerer, exzentrisch angeordneter, kugelförmiger Hohlraum mit dem Radius b nach der linken Abbildung. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im Hohlraum

5)
Ein Vektorfeld in Kreiszylinderkoordinaten (ρ,α,z) hat die Form

$$\vec{f} = f(\rho)\vec{e}_\rho$$

mit einer zwei mal stetig differenzierbaren Funktion f(ρ). Berechnen Sie $\nabla^2 \vec{f}$.
Hinweis: $\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{f}\right) = \vec{\nabla}\vec{\nabla}\cdot\vec{f} - \nabla^2\vec{f}$

6)



Bei der Behandlung elektromagnetischer Felder in der Umgebung gut elektrisch leitfähiger Körper, die durch eine relativ kleine Eindringtiefe gekennzeichnet sind, wird als Kenngröße manchmal die „Oberflächenimpedanz“

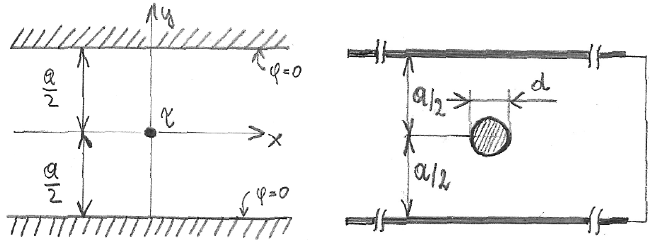
$$\underline{Z}_f = \hat{\underline{E}}_t / \hat{\underline{H}}_t$$

mit den komplexen Amplituden $\hat{\underline{E}}_t$ und $\hat{\underline{H}}_t$ der elektrischen bzw. der magnetischen Tangentialfeldstärke an der Körperoberfläche eingeführt. Gehen Sie von dem einfachen Eindringmodell (siehe Abbildung) mit

$$\vec{H}(x,t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{\underline{H}} \exp\left[-x/\delta + j(\omega t - x/\delta)\right]\right\}\vec{e}_y,\; x \ge 0 \qquad \delta = \sqrt{2/\mu\gamma\omega}$$

aus und drücken Sie $\underline{Z}_f$ durch die Materialparameter und die Kreisfrequenz aus.

7)



Sie haben ein ebenes elektrostatischen Problem: eine Linienladung ist nach obiger linker Abbildung zwischen zwei in alle Richtungen weit ausgedehnten Platten platziert. Für das elektrische Potential entnehmen sie der Fachliteratur folgende Lösung:

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon}\ln\left[\frac{\cosh(\pi x/a)+\cos(\pi y/a)}{\cosh(\pi x/a)-\cos(\pi y/a)}\right] \qquad -\frac{a}{2} \le y \le \frac{a}{2}$$

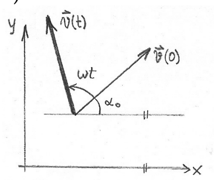
Verwenden Sie diese Lösung um näherungsweise die längenbezogene Kapazität der Anordnung im rechten Bild zu berechnen: Ein dünner Leiter (d << a) ist zwischen zwei weit ausgedehnter Metallplatten, die elektrisch leitfähig miteinander verbunden sind.
Hinweis: $\cosh(u) \approx 1 + u^2;\; |u| << 1 \qquad \cos(u) \approx 1 - u^2;\; |u| << 1$

8)
Gegeben ist folgende magnetische Feldstärke:

$$\vec{H} = \frac{H_0}{a}\left[2xy\,\vec{e}_x + \left(x^2 - y^2\right)\vec{e}_y\right]$$

Berechnen Sie ein magnetisches Potential mit $\vec{H} = -\vec{\nabla}\varphi_M$

9)



Ein Vektor mit konstantem Betrag dreht sich um einen festen Punkt mit der Winkelgeschwindigkeit ω in der xy-Ebene. Stellen Sie den Vektor in der Form

$$\vec{v}(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{\vec{v}}\, e^{j\omega t}\right\}$$

Dar, d.h. bestimmen sie den zeitunabhängigen komplexen Vektor $\underline{\vec{v}}$.

10)
Bei einer verlustbehafteten Leitung ist der komplexe Ausbreitungskoeffizient

$$\gamma = \sqrt{(G' + j\omega C')(R' + j\omega L')}$$

Untersuchen Sie den Fall hoher Frequenzen, d.h.

$$\frac{\omega C'}{G'} >> 1 \qquad \frac{\omega L'}{R'} >> 1$$

und berechnen Sie näherungsweise die Koeffizienten α und β.
Hinweis: $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x;\; |x| << 1$