

TU WIEN

ELEKTRODYNAMIK

VU 351.019

WS 2016

Aufgabensammlung

Lizenz:

GNU GPLv3

12. Januar 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	5
1.1	Analytische Werkzeug	5
	Elementare Vektoralgebra 1.	5
	Abstand in Kreiszylinderkoordinaten 2.	5
	Orientierungen 3.	5
	Koordinatensysteme 4.	5
	Räumliche Ableitung 5.	6
	Richtungsableitung von Tensoren 6.	6
2	Elektromagnetische Felder	6
2.1	Globale und Lokale Eigenschaften	6
	Wahre und fiktive Stromdichte 7.	6
	Maxwell Gleichungen 8.	6
	Strom-Ladungsfeld 9.	7
2.2	Die Feldgleichungen in Sonderfällen	7
	Polarisation und Magnetisierung 10.	7
	Stromdichte 11.	7
	Einfache Materialgleichungen 12.	7
	Bewegtes System 13.	7
	Mikroskopischer Ursprung von elektrischer und magnetischer Polarisation 14.	8
2.3	Energie und Impuls	8
	Maxwell Spannungstensor 15.	8
	Energiebillanz in der Feldphysik 16.	8
	Impulsbillanz 17.	8
	Poynting Vektor 18.	9
	Poynting Satz 19.	9
3	Statische und Stationäre Felder	9
3.1	Elektrostatik und Quasi-Elektrostatik	9
	Randwertprobleme 20.	9
	Dominant Elektrisch 21.	9
	Elektrostatik 22.	9

	Elektrostatisches Vektorpotential 23.	10
	Poission und Laplace 24.	10
	Elektrostatisches Skalarpotential 25.	10
3.2	Spezielle elektrostatische Felder	10
	Laplacelösung mittels Separationsansatz 26.	10
	Holomorphe Funktionen 27.	11
3.3	Relaxion und Konvektion elektrischer Ladungen	11
	Relaxion und Konvektion 28.	11
3.4	Stationäre Magnetfelder	11
	Kreisschleife 29.	11
	Dominant Magnetisch 30.	12
	Stationäre Ebene magnetische Felder 31.	12
3.5	Spezielle stationäre Magnetfelder	13
4	Induktionserscheinungen	13
4.1	Quasistationäre Felder	13
	Bullard Gleichung 32.	13
4.2	Diffusion magnetischer Felder	13
	Diffusion magnetischer Felder 33.	13
5	Elektromagnetische Wellen	13
5.1	Grundgleichungen und Potentiale	13
	Hertzdipol 34.	13
	Wellengleichung 35.	14
	Inhomogene Wellengleichung 36.	14
	Elektrodynamische Potentiale 37.	14
5.2	Typen von Wellen	14
	Energieflussdichte 38.	14
	Polarisation von Wellen 2 39.	15
	Wellenausbreitungsphänomene 40.	15
	Sinuswelle 41.	16
	Polarisation von Wellen 42.	16
	Moden von Wellen 43.	16
	Typen von Wellen 44.	16

	TEM-Wellen 45.	16
5.3	Wellen auf Doppelleitungen	17
	Sprungwelle 46.	17
	Leitungsgleichungen 47.	18
	Verlustfreie Doppelleitung 48.	18
	Leitungstheorie 49.	19
	Randbedingungen in Hohlleiter 50.	19
	Standardmodell für Verlustbehaftete Doppelleiter 51.	19

Werter Student!

Diese Unterlagen werden dir **kostenlos** zur Verfügung gestellt, damit Sie dir im Studium behilflich sind. Sie wurden von vielen Studierenden zusammengetragen, digitalisiert und aufgearbeitet. Ohne der Arbeit von den Studierenden wären diese Unterlagen nicht entstanden und du müsstest dir jetzt alles selber zusammensuchen und von schlecht eingescannten oder abfotografierten Seiten lernen. Zu den Beispielen gibt es verschiedene Lösungen, welche du dir auch erst mühsamst rausuchen und überprüfen müsstest. Die Zeit die du in deine Suche und recherche investierst wäre für nachfolgende Studenten verloren. Diese Unterlagen leben von der Gemeinschaft die sie betreuen. Hilf auch du mit und erweitere diese Unterlagen mit deinem Wissen, damit sie auch von nachfolgenden Studierenden genutzt werden können. Geh dazu bitte auf <https://github.com/Painkilla/VU-351.019-Elektrodynamik/issues> und schau dir in der TODO Liste an was du beitragen möchtest. Selbst das Ausbessern von Tippfehlern oder Rechtschreibung ist ein wertvoller Beitrag für das Projekt. Nütze auch die Möglichkeit zur Einsichtnahme von Prüfungen zu gehen und die Angaben anderen zur Verfügung zu stellen, damit die Qualität der Unterlagen stetig besser wird. \LaTeX und Git sind nicht schwer zu lernen und haben auch einen Mehrwert für das Studium und das spätere Berufsleben. Sämtliche Seminar oder Bachelorarbeiten sind mit \LaTeX zu schreiben. Git ist ideal um gemeinsam an einem Projekt zu arbeiten und es voran zu bringen. Als Student kann man auf GitHub übrigens kostenlos unbegrenzt private Projekte hosten.

Mit dem Befehl:

```
$ git clone https://github.com/Painkilla/VU-351.019-Elektrodynamik.git
```

erstellst du eine lokale Kopie des Repositorium. Du kannst dann die Dateien mit einem \LaTeX -Editor deiner Wahl bearbeiten und dir das Ergebniss ansehen. Bist du auf GitHub registriert, kannst du einen Fork(engl:Ableger) erstellen und mit den Befehlen:

```
$ git commit -m "Dein Kommentar zu den Änderungen"
$ git push
```

werden deine Ergänzungen auf deinen Ableger am Server gesendet. Damit deine Ergänzungen auch in das zentrale Repositorium gelangen und allen Studierenden zur Verfügung steht musst du nur noch einen Pull-Request erstellen.

1 Einführung

1.1 Analytische Werkzeug

Elementare Vektoralgebra 1.

In Bezug auf eine kartesische Basis sind die Vektoren $\vec{a} = \vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z$, $\vec{b} = \vec{e}_x - \vec{e}_y$, $\vec{c} = \vec{e}_x + 2\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$ gegeben. Berechnen Sie $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + \vec{c}$, $|\vec{a} - \vec{c}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, den Kosinus des Winkels zwischen \vec{a} und \vec{c} , $\vec{a} \times \vec{b}$, den Sinus des Winkels zwischen \vec{a} und \vec{b} , $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c})$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

Hinweis:

Definition der Verknüpfungen “+”, “·”, “×” und des Vektorbetrages. Orthonormalität der kartesischen Basisvektoren, Rechtsschraube.

Abstand in Kreiszylinderkoordinaten 2.

Wie groß ist der Abstand zwischen den beiden in Kreiszylinderkoordinaten (ρ, α, z) festgelegten Orten $(5m, 3\pi/2, 0)$ und $(5m, \pi/2, 10m)$?

Hinweis:

Eine Skizze erspart oft formale Rechenarbeit.

Orientierungen 3.

Warum sind Ränder konsistent orientiert? Was ist ein konsistenter Bereich? Was passiert bei einem Loch in der Fläche? Warum unterscheidet man zwischen inneren und äußeren Orientierung? Was ist die innere Orientierung eines Punktes?

Hinweis:

Buch Seite 11

Koordinatensysteme 4.

Was sind Koordinatensysteme? Wie definiert man Sie? Gehen Sie speziell auf Kugelkoordinatensysteme ein. Leiten Sie die Definition für die Koordinatenbasis her. Welche geometrischen gebilde erhält man, wenn der Winkel α , θ oder der Radius r konstant ist? Wie wird der Ortsvektor dargestellt?

Hinweis:

Räumliche Ableitung 5.

Was ist eine Räumliche Ableitung? Was ist ein Gradient, die Divergenz und Rotation? Was ist die Richtungsableitung eines Tensorfeldes? Was sind die Sätze von Gauß und Stokes? Wie ist Nabla einzuführen? Was ist die Grundlegende Idee dahinter?

Hinweis:

Richtungsableitung von Tensoren 6.

Gradient von Tensoren

Hinweis:

Buch Seite 17

2 Elektromagnetische Felder

2.1 Globale und Lokale Eigenschaften

Wahre und fiktive Stromdichte 7.

Stellen Sie für ein linear homogen isotrop magnetisierbares Material der Permeabilitätszahl μ_r einen Zusammenhang her zwischen der (fiktiven) Magnetisierungsstromdichte \vec{J}^f und der (wahren) Leitungsstromdichte \vec{J} . Vernachlässigen Sie dabei Verschiebungsströme.

Hinweis:

Wie hängen die Vektorfelder \vec{M} und \vec{H} untereinander und mit den räumlichen Stromdichten zusammen?

Maxwell Gleichungen 8.

Schreiben Sie die globale und die lokale Form, sowie die Integraldarstellung der Maxwell Gleichungen an. Welche mathematischen Voraussetzungen gibt es für die Sprungbedingungen? Welche Vereinfachungen gibt es im Quasi-Elektrostatik und in der Quasistationären Magnetfeldverteilung? Was sagt der Satz von Gauß?

Hinweis:

Strom-Ladungsfeld 9.

Welche 4 Verteilungen gehören zum Stromladungsfeld? Wie lauten die allgemeinen und die speziellen Eigenschaften? Was versteht man unter Stromverteilung? Was versteht man unter Ladungsverteilung? Was versteht man unter elektrischer Flussverteilung?

Hinweis:

2.2 Die Feldgleichungen in Sonderfällen

Polarisation und Magnetisierung 10.

Welche Einheiten haben die Variablen? Was ist ein magnetischer Dipol? Wie sehen die Gleichungen im Mikroskopischen Fall aus?

Hinweis:

Stromdichte 11.

Was ist die Konvektions und die Konduktionsstromdichte? Wozu brauche ich die Gallilei und Lorentz transformation? Wo liegt die Anwendung?

Hinweis:

Einfache Materialgleichungen 12.

Wie sehen die Materialgleichungen bei isotropen, anisotropen, linearen, nicht linearen, homogenen, nicht homogenen Materialien aus? Was ist die Magnetische Suszeptibilität? Was für Kenngrößen gibt es? Warum wird ein Tensor 2.Stufe bei anisotropen Materialien benötigt? Wann ist ein Körper nicht polarisierbar?

Hinweis:

Bewegtes System 13.

Wie rechnet man die Feldgrößen zwischen einem Labor und einem bewegtem Inertialsystem um, für den Fall das $v \ll c_0$? Wozu braucht man die Umrechnung? Leiten Sie die Gleichungen her. Wie transformieren sich die Feldgrößen bei konstanter Geschwindigkeit?

Hinweis:

Buch Seite 39

Mikroskopischer Ursprung von elektrischer und magnetischer Polarisation 14.

Einheiten des Dipolmoments und Polarisation. Wie kann man sich das Vorstellen?

Was ist statische Mittelung?

Hinweis:

2.3 Energie und Impuls

Maxwell Spannungstensor 15.

Was ist der Maxwell Spannungstensor? Erklären Sie ihn anschaulich und interpretieren Sie ihn.

Hinweis:

Buch Seite 56

Energiebillanz in der Feldphysik 16.

Schreiben Sie die Globale und Lokale form der Energiebillanz auf. Wann ist die Bilanzgleichung eine Erhaltungsgleichung? Was sind vollständige Systeme? Wie wird in Teilsysteme aufgespaltet? Wie kommt man von der Globalen auf die Lokale Form? Welche Voraussetzungen müssen dafür erfüllt sein?

Hinweis:

Buch Seite 50

Impulsbillanz 17.

Schreiben Sie die Globale und Lokale form der Impulsbillanz auf. Wann ist die Bilanzgleichung eine Erhaltungsgleichung? Was sind vollständige Systeme? Wie wird in Teilsysteme aufgespaltet? Wie kommt man von der Globalen auf die Lokale Form? Welche Voraussetzungen müssen dafür erfüllt sein?

Hinweis:

Buch Seite 50

Poynting Vektor 18.

Wie wird der Poyntingvektor eingeführt? Wozu wird er benötigt? Wann kann man ihn als Energieflussdichte bezeichnen? Was wird aus dem Poyntingsatz gewonnen? Welche Voraussetzungen sind dafür notwendig? Was ist eine Bilanzgleichung? Warum ist auf der rechten Seite ein Minus?

Hinweis:

Poynting Satz 19.

Leiten Sie alleine aus den Maxwellrotorgleichungen den Poyntingsatz her. Stellen Sie dann diese Identität als Integral dar. Wie sind die Terme zu interpretieren? Was sind die Joule-Verluste?

Hinweis:

Buch Seite 50

3 Statische und Stationäre Felder

3.1 Elektrostatik und Quasi-Elektrostatik

Randwertprobleme 20.

Wie lautet die Definition für die Randwertprobleme? Welche Art von Problemen gibt es? Wie sieht die allgemeine Lösung und die Poisson Lösung in kartesischen Koordinaten aus?

Hinweis:

Buch Seite 68

Dominant Elektrisch 21.

Welche Grundgleichungen gibt es im dominant elektrischen Feldsystem? Wo sind die Anwendungsbereiche?

Hinweis:

Elektrostatik 22.

Erklären Sie allgemein die Behandlung von Randwertproblemen mit und ohne Raumladungen in der Elektrostatik. Was ist das Vektorpotential? Wie kommt

man dazu? Welche Bedingungen müssen erfüllt sein? Welche Bedeutung hat es für ebene Probleme?

Hinweis:

Elektrostatisches Vektorpotential 23.

Welche Voraussetzungen sind Notwendig um $\vec{D} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ schreiben zu können? Wie wird es Definiert? Wo liegt seine Anwendung? Was bedeutet es für ebene elektrostatische Felder?

Hinweis:

Buch Seite 79

Poission und Laplace 24.

Wie kommt man zu der Poission und Laplace Gleichung? Wie sieht die Grundlösung des Laplaceoperators aus? Was ist der Charakter dieser Gleichung? Wie sieht die Lösung der Poissiongleichung allgemein im 3 Dimensionalen kartesischen Koordinaten aus?

Hinweis:

Buch Seite 63,97

Elektrostatisches Skalarpotential 25.

Wie und unter welchen Voraussetzungen kann man ein Skalarpotential einführen?

Hinweis:

3.2 Spezielle elektrostatische Felder

Laplacelösung mittels Seperationsansatz 26.

Wie lässt sich die Lösung der Laplacegleichung mittels Separationsansatz entwickeln? Laplacegleichung in ebenen Polarkoordinaten/kartesische Koordinaten Wie sieht 3 dimensionale Laplacegleichung in kartesischen Koordinaten aus? Kann es sein, dass alle 3 Koordinaten aus $c \cdot e^x$ bestehen? Lösung 2 dimensional in Kreiszylinderkoordinaten?

Hinweis:

Buch Seite 73,76

Holomorphe Funktionen 27.

Was sind Holomorphe Funktionen? Wie sind Sie Definiert? Wo finden Sie Ihre Anwendung? Was ist die Cauchy-Rieman Differentialgleichung? Was ist eine konforme Abbildung?

Hinweis:

3.3 Relaxion und Konvektion elektrischer Ladungen

Relaxion und Konvektion 28.

Leiten Sie die Formel dazu her ohne Konvektion und interpretieren Sie die Gleichung. Von welchen Grundgleichungen geht man aus? Warum nimmt man wegen der Feldberechnung dominant magnetische Feldsysteme an? Ist eine Bewegung möglich? Geben Sie ein Beispiel für einen elliptischen Typus. Was beschreibt die Reynoldszahl im Zusammenhang mit Relaxion elektrischer Ladung? Was für eine Einheit hat sie?

Hinweis:

Buch Seite 88

3.4 Stationäre Magnetfelder

Kreisschleife 29.

Das magnetische Vektorpotential einer stromdurchflossenen Kreisschleife Abb. ergibt sich in Kreiszylinderkoordinaten zu

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{2a}{\sqrt{(a+\varrho)^2 + z^2}} G \left[\sqrt{\frac{(a-\varrho)^2 + z^2}{(a+\varrho)^2 + z^2}} \right] \vec{e}_\alpha$$

mit einer Funktion G, die durch das Integral

$$G(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^\pi \frac{\cos(\alpha) d\alpha}{\sqrt{1 + \eta^2 + (1 - \eta^2) \cos(\alpha)}}$$

definiert ist und sich für kleine η im Bereich $0 < \eta \ll 1$ durch

$$G(\eta) \approx \ln \left(\frac{4}{\eta} \right) - 2$$

approximieren lässt. Berechnen Sie damit näherungsweise die gegenseitige Induktivität zweier gleicher, coaxialer Kreisspulen Abb. mit den Radien a und den Windungszahlen N , die in relativ kleinem Abstand b zueinander liegen. ($b^2 \ll a^2$)

Hinweis:

Dominant Magnetisch 30.

Welche Grundgleichungen gibt es im dominant magnetischen Feldsystem? Wo sind die Anwendungsbereiche?

Hinweis:

Stationäre Ebene magnetische Felder 31.

Wann ist ein Stationäres Magnetfeld eben? Wie führt man das magnetische Vektorpotential ein? Welche Eigenschaften hat das Vektorpotential? Welche Grundgleichungen werden benötigt? Was ist die Maxwellgleichung? Welche Bedingung muss \vec{A} bei ideal permeablen Körpern haben? Formulierung von Randwertproblemen. Wie liegt die elektrische Stromdichte? Aufgrund welcher Grundlage kann man das magnetische Skalarpotential einführen? Welche Eigenschaften hat das Skalarpotential?

Hinweis:

Buch Seite 123

3.5 Spezielle stationäre Magnetfelder

4 Induktionserscheinungen

4.1 Quasistationäre Felder

Bullard Gleichung 32.

Leiten Sie die Bullardgleichung aus den Grundgleichungen her. Was ist die Induktionszeitkonstante? Was für eine Einheit hat Sie?

Hinweis:

Buch Seite 111

4.2 Diffusion magnetischer Felder

Diffusion magnetischer Felder 33.

Wie sieht die Flussverteilung und die Stromverteilung aus, bei Sinusförmigem und Sprungförmigen Eingang?

Hinweis:

Buch Seite 112

5 Elektromagnetische Wellen

5.1 Grundgleichungen und Potentiale

Hertzdipol 34.

Zeigen Sie, dass der Hertzdipol Energie abstrahlt.

Hinweis:

Buch Seite 128

Wellengleichung 35.

Wie kommt in der Elektrodynamik eine Wellengleichung zustande? Wie lautet die einfache Wellengleichung? Unter welchen Voraussetzungen liefert die elektrische Feldstärke eine Wellengleichung?

Hinweis:

Inhomogene Wellengleichung 36.

Was ist der D'Alembert Operator? Wie sieht die partikuläre Lösung dazu aus? Wie sieht die Grundleistung aus? Was versteht man unter Kausalität und Retardierung?

Hinweis:

Elektrodynamische Potentiale 37.

Wie und auf welcher Grundlage kann man Elektrodynamische Potentiale einführen? Was bedeutet Eichung? Was ist die Eichtransformation? Wie sieht Sie aus? Was ist der Unterschied zwischen Maxwell und Lorentz Eichung? Warum nennt man die Maxwellgleichung auch Coulumbgleichung?

Hinweis:

5.2 Typen von Wellen

Energieflussdichte 38.

Berechnen Sie die zu einer ebenen Sinuswelle im leeren Raum mit der elektrischen Feldstärke (kartesischen Koordinaten) $\vec{E}(z, t) = \hat{E} \cos[2\pi(t/T - z/\lambda)]\vec{e}_y$ gehörende, mittlere Energieflussdichte.

Hinweis:

Wie sieht die zugehörige magnetische Feldstärke aus? Berechnen Sie den Poynting-Vektor und dessen Mittelwert.

Polarisation von Wellen 2 39.

Welche Arten von Polarisation gibt es? Stellen Sie die Gleichungen dazu dar.

Hinweis:

Buch Seite 131

Wellenausbreitungsphänomene 40.

Welche Arten von Wellenausbreitungen gibt es? Wie werden sie dargestellt?

Hinweis:

Sinuswelle 41.

Wie stellt man eine Sinuswelle dar?

Hinweis:

Polarisation von Wellen 42.

Welche Arten von Polarisation bei Wellen gibt es? Durch welche Gleichungen werden Sie bestimmt? Wie sieht das Vektorfeld einer ebenen Sinuswelle aus? Wie ist die Gruppen- und Phasengeschwindigkeit definiert? Was sind Phasenebenen?

Hinweis:

Buch Seite 135

Moden von Wellen 43.

Was sind Moden von Wellen?

Hinweis:

Buch Seite 135

Typen von Wellen 44.

Welche Typen von Wellen gibt es? Was muss erfüllt sein, um eine TEM Welle über zylindrische Struktur zu führen? Warum gibt es eine untere Grenzfrequenz?

Hinweis:

TEM-Wellen 45.

Welche Voraussetzung müssen gegeben sein? Wann entsteht Dispersion? Warum sind Sie durch Leitungsgleichungen berechenbar? Bedingung damit man entlang einer zyklischen Struktur TEM Wellen haben kann?

Hinweis:

Buch Seite 139

5.3 Wellen auf Doppelleitungen

Sprungwelle 46.

Eine angenähert verlustfreie Leitung mit der Wellenimpedanz Z_W ist nach Abb. mit einer RC-Parallelschaltung abgeschlossen. Es fällt eine Sprungwelle mit dem Spannungsscheitelwert \hat{U}_1 ein. Berechnen Sie allgemein den Zeitverlauf $U(t)$ der Spannung am Abschluss.

Hinweis:

Stellen Sie die Wellen als Überlagerung von hin- und rücklaufenden Komponenten dar. Geben Sie dann speziell eine Differentialgleichung für $U(t)$ an und lösen Sie diese.

Leitungsgleichungen 47.

Wie kommt man auf die Leitungsgleichungen? Wo ist der Unterschied bei verlustlosen und verlustbehafteten Leitungen? Wie sieht die Lösung für Hin und Rücklaufende Wellen aus? Wie kann eine Welle mit dem d'Almbert Operator dargestellt werden?

Hinweis:

Verlustfreie Doppelleitung 48.

Welche Typen von Wellen werden verwendet? Leiten Sie die Wellengleichungen her. Von welchem Wellentyp muss man ausgehen, um solch eine Ersatzschaltung zeichnen zu können? Was sind die resultierende Kenngrößen?

Hinweis:

Buch Seite 145

Leitungstheorie 49.

Welche Voraussetzungen sind für die Leitungstheorie bei Doppelleitungen notwendig? Auf welchen Modus sind Sie beschränkt? Warum?

Hinweis:**Randbedingungen in Hohlleiter 50.**

Ideal metallische Randbedingung bei Hohlleitern (Wellen) für Rand – Sprungbedingungen Wie kann man Eindringen verhindern?

Standardmodell für Verlustbehaftete Doppelleiter 51.

Welche Parameter gibt es? Wie sieht die Ersatzschaltung aus? Wie sieht die Berücksichtigung von Verlusten im Vergleich zum verlustfreien Fall aus? Was ist der Unterschied zu verlustfreier Leitung? z.B. bei Impuls. Woher kommt Dispersion? Welche Wellentypen gibt es? Wie kommt man auf die Leitungsgleichungen? Was ist die allgemeine Lösung?

Hinweis: