

0.1 Topologia

Problema 1. Sea (X, \mathcal{T}) un espacio topologico tal que $B \subset X$ sea un subconjunto denso en X . Si A es un conjunto denso en (B, \mathcal{T}_B) , donde \mathcal{T}_B es la topologia inducida de X en B , demostrar que A es denso en (X, \mathcal{T})

Solucion. Sea $\theta \in \mathcal{T}, \theta \neq \emptyset$, dado que B es denso en X tenemos que

$$\theta \cap B \neq \emptyset \tag{1}$$

Pero sabemos que $\theta \cap B \in \mathcal{T}_B$ y de (1) sabemos que es no vacio, por lo tanto dado que A es denso en (B, \mathcal{T}_B) tenemos que

$$(\theta \cap B) \cap A \neq \emptyset$$

Pero $\theta \cap B \cap A \subset \theta \cap A$, por lo tanto $\theta \cap A \neq \emptyset$. Lo que significa que A es denso en (X, \mathcal{T}) \square