

0.1 Ecuaciones no lineales

Problema 1. Considere la siguiente función

$$\begin{aligned} f &: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^2 - 3x + 2 - e^x \end{aligned}$$

Demuestre que f tiene una sola raíz y aproxime su valor usando tres iteraciones del método de bisección.

Solución. Notar que por álgebra de funciones continuas la función f es continua, es más esta, es \mathcal{C}^∞ .

Notemos que $f(0) = 1$ y $f(1) = -e < 0$, por lo tanto dado que $f(0) \cdot f(1) = -e < 0$ por el teorema de Bolzano tenemos que existe al menos una raíz en $[0, 1]$.

Calculemos la derivada de f

$$f'(x) = 2x - 3 - e^x$$

Notar que para $x \in [0, 1]$ se tiene que

$$2x - 3 - e^x \leq 2 - 3 - e = -1 - e < 0$$

y por tanto la función es estrictamente decreciente, por lo tanto la raíz es única. □