

Cahier d'entraînement

— en physique et en chimie —



Margarita Philosophica de Gregor REISCH (1503)

Cette gravure représente Claude PTOLÉMÉE (100 – 168) aux côtés d'une femme symbolisant l'astronomie.

L'œuvre de Ptolémée, grand astronome, constitue un aboutissement des pratiques scientifiques de l'Antiquité : observation des astres, réflexion mathématique, pratique du calcul et mesures.

Ce cahier d'entraînement a été écrit collectivement.

Coordination

Colas BARDAVID et Jimmy ROUSSEL

Équipe des participants

À remplir

Le pictogramme 🕒 de l'horloge a été créé par Ralf SCHMITZER (The Noun Project).

Le pictogramme 🚜 du bulldozer a été créé par Ayub IRAWAN (The Noun Project).

L'illustration de la couverture vient de Wikimedia.

Version 0.03 — 19 mars 2022

Sommaire

<i>Mode d'emploi du cahier d'entraînement</i>	<i>v</i>
---	----------

Généralités

<input type="checkbox"/> fiche 1. Conversions	3
---	---

Électricité

<input type="checkbox"/> fiche 2. Étude des circuits électriques I	9
--	---

Optique

<input type="checkbox"/> fiche 3. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes	15
---	----

Mécanique

<input type="checkbox"/> fiche 4. Principe fondamental de la dynamique	19
--	----

Électromagnétisme

<input type="checkbox"/> fiche 5. Induction	26
---	----

Thermodynamique

<input type="checkbox"/> fiche 6. Premier Principe	34
--	----

Mode d'emploi

Qu'est-ce que le cahier d'entraînement ?

Le *cahier d'entraînement en physique/chimie* est un outil destiné à renforcer l'acquisition de **réflexes utiles en physique et en chimie**.

Il ne se substitue en aucun cas aux TD donnés par votre professeur ; travailler avec ce cahier d'entraînement vous permettra en revanche d'aborder avec plus d'aisance les exercices de physique/chimie.

Pour donner une analogie, on pourrait dire que ce cahier d'entraînement est comparable aux **exercices de musculation** qu'un athlète fait : ils sont nécessaires pour mieux réussir le jour J lors de la compétition ; mais ils ne sont pas suffisants : certes un coureur de sprint fait de la musculation, mais il fait également tout un tas d'autres choses.

Il a été conçu par une large équipe de professeurs en classes préparatoires, tous soucieux de vous apporter un outil utile et qui vous apportera de l'aide.

Comment est-il organisé ?

Le cahier est organisé en *fiches d'entraînement*, chacune correspondant à un thème issu du programme de première année d'enseignement supérieur.

Les thèmes choisis sont dans l'ensemble au programme de toutes les CPGE. De rares thèmes sont spécifiques à la filière PCSI, mais les intitulés sont suffisamment clairs pour que vous identifiez facilement les fiches qui vont concerner.

Chaque fiche est composée d'une suite de petits exercices, appelés *entraînements*, dont le temps de résolution estimé est indiqué par une () () () () , deux () () () ()), trois () () () ()) ou quatre () () () ()) horloges.

Les exercices « bulldozer »

Certains entraînements sont accompagné d'un pictogramme représentant un bulldozer.



Ces entraînements sont **basiques et transversaux**.

Les compétences qu'ils mettent en jeu ne sont pas forcément spécifiques au thème de la fiche et peuvent être transversales.

Ce pictogramme a été choisi car le bulldozer permet de construire les fondations, et que c'est sur des fondations solides que l'on construit les plus beaux édifices.

Comment utiliser ce cahier ?

Un travail personnalisé.

Le cahier d'entraînement est prévu pour être **utilisé en autonomie**.

Choisissez vos entraînements en fonction des difficultés que vous rencontrez, des chapitres que vous étudiez, ou bien en fonction des conseils de votre professeur.

Ne cherchez pas à faire linéairement ce cahier : les fiches ne sont pas à faire dans l'ordre, mais en fonction des points que vous souhaitez travailler.

Un travail régulier.

Pratiquez l'entraînement à un rythme régulier : **une dizaine de minutes par jour** par exemple. Privilégiez un travail régulier sur le long terme plutôt qu'un objectif du type « faire 10 fiches par jour pendant les vacances » .

Un travail efficace.

Utilisez les réponses et les corrigés de façon appropriée : il est important de chercher suffisamment par vous-même avant d'aller les regarder. Il faut vraiment **chercher les entraînements** jusqu'au bout afin que le corrigé vous soit profitable.

Une erreur ? Une remarque ?

Si jamais vous voyez une erreur d'énoncé ou de corrigé, ou bien si vous avez une remarque à faire, n'hésitez pas à écrire à l'adresse cahier.entrainement@gmail.com.

Énoncés

Conversions

Prérequis

Calculs élémentaires, unités du Système international, règle de trois, écriture scientifique.

Unités et multiples



Entraînement 1.1 — Multiples du mètre.



Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

- | | | | | | |
|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
| a) 1 dm | <input type="text"/> | c) 3 mm | <input type="text"/> | e) 5,2 pm | <input type="text"/> |
| b) 2,5 km | <input type="text"/> | d) 7,2 nm | <input type="text"/> | f) 13 fm | <input type="text"/> |



Entraînement 1.2 — Multiples du mètre *bis*.



Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

- | | | | | | |
|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
| a) 150 km | <input type="text"/> | c) 234 cm | <input type="text"/> | e) 0,23 mm .. | <input type="text"/> |
| b) 0,7 pm | <input type="text"/> | d) 120 nm | <input type="text"/> | f) 0,41 nm ... | <input type="text"/> |



Entraînement 1.3 — Vitesse d'un électron.



La vitesse d'un électron est $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$, où $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C est la charge d'un électron, $U = 0,150$ kV est une différence de potentiel et $m_e = 9,1 \cdot 10^{-28}$ g est la masse d'un électron.

- | | |
|-------------------------------|----------------------|
| a) Calculer v en m/s. | <input type="text"/> |
| b) Calculer v en km/h. | <input type="text"/> |



Entraînement 1.4 — Avec des joules.



On considère la grandeur $T = 0,67$ kW · h. On rappelle que $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$.

Convertir T en joule, en utilisant le multiple le mieux adapté.



Entraînement 1.5 — Valeur d'une résistance.



La résistance d'un fil en cuivre est donnée par la formule $R = \frac{\ell}{\gamma S}$, où $\gamma = 59 \text{ MS/m}$ est la conductivité du cuivre, où $\ell = 1,0 \cdot 10^3 \text{ cm}$ est la longueur du fil et où $S = 3,1 \text{ mm}^2$ est sa section.

L'unité des résistances est l'ohm, notée « Ω ». L'unité notée « S » est le siemens ; on a $1 \Omega = 1 \text{ S}^{-1}$.

Calculer R (en ohm).



Entraînement 1.6 — Ronna, ronto, quetta et quecto.



En novembre 2022, lors de la 27^e réunion de la Conférence générale des poids et mesures, a été officialisée l'existence de quatre nouveaux préfixes dans le système international :

Facteur multiplicatif	Préfixe	Symbole
10^{27}	ronna	R
10^{-27}	ronto	r
10^{30}	quetta	Q
10^{-30}	quecto	q

On donne les masses de quelques objets :

Soleil	Jupiter	Terre	proton	électron
$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	$1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$	$5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Convertir ces masses en utilisant ces nouveaux préfixes (en écriture scientifique).

a) Soleil (en Rg)

f) Terre (en Qg)

b) Soleil (en Qg)

g) proton (en rg)

c) Jupiter (en Rg)

h) proton (en qg)

d) Jupiter (en Qg)

i) électron (en rg)

e) Terre (en Rg)

j) électron (en qg)

Règle de trois et pourcentages



Entraînement 1.7 — Un peu de cuisine.



Les ingrédients pour un gâteau sont : 4 œufs, 200 g de farine, 160 g de beurre, 100 g de sucre et 4 g de sel. On décide de faire la recette avec 5 œufs. Combien de grammes faut-il de

a) farine?

c) sucre?

b) beurre?

d) sel?



Entraînement 1.8 — Pourcentages.



Convertir en pourcentage :

a) 0,1

d) $\frac{1}{20}$

b) 0,007

e) $\frac{9}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

f) un quart de 2%



Entraînement 1.9 — Énergie en France 1.



La consommation d'énergie primaire en France (en 2020) est : nucléaire 40,0 %, pétrole 28,1 %, gaz 15,8 %, biomasse 4,4 %, charbon 2,5 % hydraulique 2,4 %, éolien 1,6 %.

Quel pourcentage occupent les autres énergies (solaire, biocarburants, etc.)?



Entraînement 1.10 — Énergie en France 2.



La consommation primaire totale en France est de 2 571 TWh.

À l'aide des données de l'entraînement précédent, calculer (en « Wh ») les énergies créées par les différents moyens de production suivants :

a) nucléaire

e) charbon

b) pétrole

f) hydraulique

c) gaz

g) éolien

d) biomasse

h) autre



Entraînement 1.11 — Abondance des éléments dans la croûte terrestre.



L'abondance chimique d'un élément peut être exprimée en « parties par centaine » (notée %, on parle communément de « pourcentage »), en « parties par millier » (notée ‰, on parle aussi de « pour mille ») ou encore en « partie par millions » (notée « ppm »).

Les abondances de quelques éléments chimiques constituant la croûte terrestre sont :

Silicium	Or	Hydrogène	Fer	Oxygène	Cuivre
275‰	$1,0 \cdot 10^{-7} \%$	1,4 ‰	50 000 ppm	46 %	50 ppm

Quel est l'élément le moins abondant ?

Autour des longueurs, surfaces et volumes



Entraînement 1.12 — Taille d'un atome.



La taille d'un atome est de l'ordre de 0,1 nm.

a) Quelle est sa taille en m (écriture scientifique) ?

b) Quelle est sa taille en m (écriture décimale) ?



Entraînement 1.13 — Alpha du centaure.



La vitesse de la lumière dans le vide est $c = 2,99 \cdot 10^8$ m/s. Une année dure 365,25 jours. Alpha du centaure est à une distance de 4,7 années-lumière de la Terre.

a) Quelle est cette distance en m (écriture scientifique) ?

b) Quelle est cette distance en km (écriture scientifique) ?



Entraînement 1.14 — Avec des hectares.



La superficie de la France est de $672\,051 \text{ km}^2$. L'île danoise de Bornholm (au nord de la Pologne) a une superficie de 589 km^2 . Un hectare (ha) est la surface d'un carré de 100 m de côté.

Donner les superficies suivantes :

a) un hectare (en m^2)

d) la France (en ha)

b) un hectare (en km^2)

e) Bornholm (en m^2)

c) la France (en m^2)

f) Bornholm (en ha)

Entraînement 1.15 — Volume.



a) Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$?

b) Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de $7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$?

Masse volumique, densité et concentration

Entraînement 1.16 — Masse volumique.



Une bouteille d'eau de 1 L a une masse de 1 kg. Un verre doseur rempli indique, pour la même graduation, eau : 40 cL et farine : 250 g.

a) Quelle est la masse volumique de l'eau en kg/m^3 ?

b) Quel est la masse volumique de la farine ?

Entraînement 1.17 — Densité.



La densité d'un corps est le rapport $\frac{\rho_{\text{corps}}}{1\,000 \text{ kg}/\text{m}^3}$, où ρ_{corps} est la masse volumique du corps en question.

a) Une barre de fer de volume 100 mL pèse 787 g. Quelle est la densité du fer ?

b) Un cristal de calcium a une densité de 1,6. Quelle est sa masse volumique (en kg/m^3) ?

Entraînement 1.18 — Un combat de masse.



On possède un cube de 10 cm en plomb de masse volumique $11,20 \text{ g}/\text{cm}^3$ et une boule de rayon 15 cm en or de masse volumique $19\,300 \text{ kg}/\text{m}^3$. On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lequel possède la plus grande masse ?

Entraînement 1.19 — Prendre le volant ?



Le taux maximal d'alcool dans le sang pour pouvoir conduire est de 0,5 g d'alcool pour 1 L de sang.

A-t-on le droit de conduire avec 2 mg d'alcool dans $1\,000 \text{ mm}^3$ de sang ?

Autour de la vitesse



Entraînement 1.20 — Le guépard ou la voiture ?



Un guépard court à 28 m/s et un automobiliste conduit une voiture à 110 km/h sur l'autoroute.

Lequel est le plus rapide ?



Entraînement 1.21 — Classement de vitesses.



On considère les vitesses suivantes : 20 km/h, 10 m/s, 1 année-lumière/an, 22 mm/ns, 30 dm/s et 60 cm/ms.

a) Laquelle est la plus petite ?

b) Laquelle est la plus grande ?



Entraînement 1.22 — Vitesses angulaires.



La petite aiguille d'une montre fait un tour en 1 h, la Terre effectue le tour du Soleil en 365,25 j. Quelle sont leurs vitesses angulaires

a) en tours/min (l'aiguille) ?

c) en tours/min (la Terre) ?

b) en rad/s (l'aiguille) ?

d) en rad/s (la Terre) ?

Réponses mélangées

10 000 m ²	20 km/h	625 kg/m ³	0,017 tr/min	61,7 TWh	1 · 10 ⁻¹ m	
oui	1,90 · 10 ³ Rg	7,87	722 TWh	1,99 · 10 ³ Qg	7,2 · 10 ⁻⁹ m	1,90 Qg
134 TWh	0,000 000 000 1 m	406 TWh	7 · 10 ⁻¹³ m	4,33 · 10 ¹³ km	113 TWh	
9,10 · 10 ² qg	l'or	2,6 · 10 ⁷ km/h	200 g	9,10 · 10 ⁻¹ rg	1,67 · 10 ⁶ qg	3 · 10 ⁻³ m
5,89 · 10 ⁴ ha	voiture	1,99 · 10 ⁶ Rg	4,43 · 10 ¹⁶ m	0,001 7 rad/s	2,3 · 10 ⁻⁴ m	
180 %	10%	1,20 · 10 ⁻⁷ m	250 g	1,5 · 10 ⁵ m	125 g	6,72 · 10 ⁷ ha
La boule en or	5 %	64,3 TWh	1,67 · 10 ³ rg	0,01 km ²	1,99 · 10 ⁻⁷ rad/s	
5,5 · 10 ⁻² Ω	1 · 10 ⁻¹⁰ m	oui	1 600 kg/m ³	5,97 · 10 ⁻³ Qg	6,72 · 10 ¹¹ m ²	
1 année-lumière/an	50 %	1,90 · 10 ⁻⁶ tr/min	2,34 m	5,2%	1 · 10 ³ kg/m ³	
5,97 Rg	0,7 %	41,1 TWh	5 g	4,1 · 10 ⁻¹⁰ m	5,2 · 10 ⁻¹² m	0,5 % non
2,4 MJ	1 030 TWh	5,89 · 10 ⁸ m ²	7,3 · 10 ⁶ m/s	2,5 · 10 ³ m	1,3 · 10 ⁻¹⁴ m	

► Réponses et corrigés page 43

Étude des circuits électriques I

Prérequis

Lois des nœuds, loi des mailles, loi d'Ohm, montages diviseurs.

Constantes utiles

→ le nombre d'Avogadro $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

→ la charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Autour du courant électrique



Entraînement 2.1 — Une bataille de courants.



Lequel de ces trois courants électriques présente la plus forte intensité ?

(a) 5 000 électrons durant 1 ms

(c) 20 milliards d'électrons durant 1 min

(b) 0,2 mol d'électrons durant 1 an

.....



Entraînement 2.2

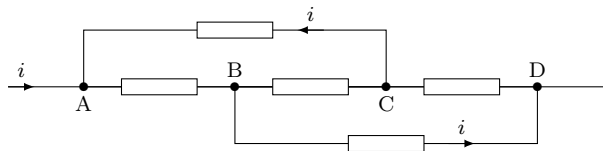


On constate, dans un fil de fer, un courant électrique d'intensité $I = 4 \text{ mA}$.

Combien d'électrons traversent la section du fil pendant 10 s ?



Entraînement 2.3 — Loi des nœuds.



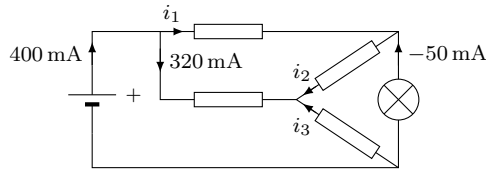
On a indiqué certains courants algébriques dans le circuit ci-dessus.

En utilisant la loi des nœuds, déterminer en fonction de i les courants suivants (on note i_{AB} le courant qui va de A vers B, etc) :

a) i_{AB}

b) i_{BC}

c) i_{CD}



On considère le circuit électrique représenté ci-dessus.

À partir de la loi des nœuds, calculer l'intensité des courants sans utiliser la calculatrice.

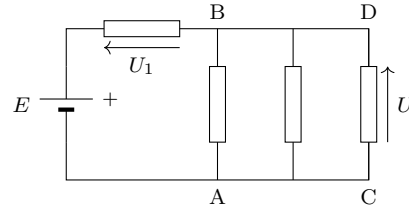
- a) i_1 b) i_2 c) i_3

Autour de la tension électrique

Entraînement 2.5 — Loi des mailles.

Un circuit électrique est formé d'une pile de f.é.m E et de quatre dipôles. Certaines tensions sont indiquées.

À partir de la loi des mailles, exprimer en fonction de E et U_1 les tensions suivantes :

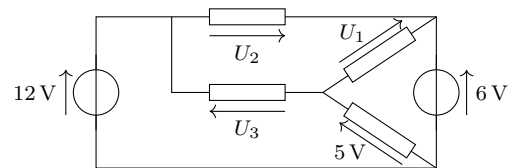


- a) U
- b) $U_{AB} = V(A) - V(B)$
- c) U_{DA}

A.N. Entraînement 2.6 — Calculer une tension.

On considère le circuit électrique formé de deux sources idéales de tension et de quatre dipôles, comme représenté ci-contre.

À partir de la loi des mailles, calculer les tensions :



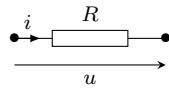
- a) U_1
- b) U_2
- c) U_3

Loi d'Ohm

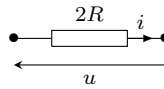
🍏 Entraînement 2.7 — Caractéristiques.



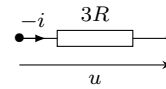
On considère les cas suivants :



Résistance 1



Résistance 2



Résistance 3

Dans chaque cas, exprimer i en fonction de u et R .

a) Résistance 1

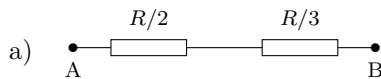
b) Résistance 2

c) Résistance 3

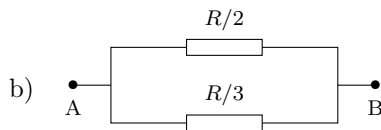
Entraînement 2.8 — Résistances associées.



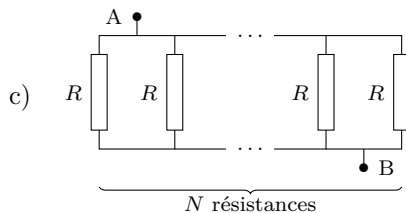
Exprimer la résistance équivalente des dipôles AB suivants :



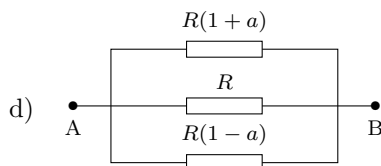
.....



.....

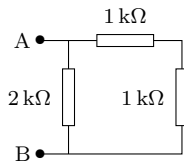


.....

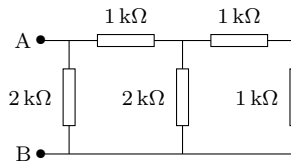


.....

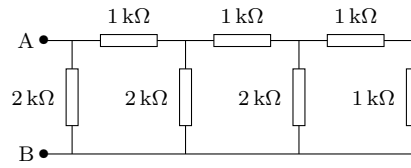
A.N. Entraînement 2.9 — Trois résistances équivalentes.



dipôle 1



dipôle 2



dipôle 3

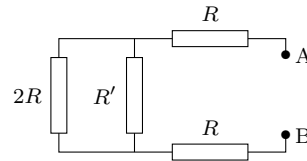
Sans utiliser la calculatrice, calculer la résistance équivalente

- a) du dipôle 1 b) du dipôle 2 c) du dipôle 3

Entraînement 2.10 — Une autre résistance équivalente.



On considère le dipôle AB constitué uniquement de conducteurs ohmiques.



Exprimer la résistance équivalente du dipôle AB en fonction de R et R'



Entraînement 2.11 — Quelle résistance choisir ?



La résistance équivalente d'un dipôle s'écrit

$$R_{\text{eq}} = \frac{4R(R + R')}{2R + R'}.$$

Quelle valeur faut-il donner à R' pour que

- a) $R_{\text{eq}} = 3R$? b) $R_{\text{eq}} = \frac{8}{3}R$? c) $R_{\text{eq}} = 2R$?

Résoudre une équation électrique



Entraînement 2.12 — Une équation de maille.



Dans un circuit, la loi des mailles se traduit par la relation $R_1 I + R_2(I_0 + I) = 2R_2 I_0$.

- a) On suppose que $R_1 = 2R_2$. Exprimer I en fonction de I_0

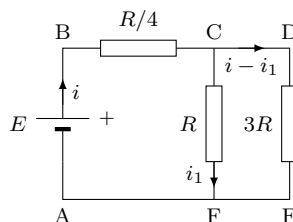
- b) Exprimer I en fonction de R_1 , R_2 et I_0

Entraînement 2.13 — Circuit à 2 mailles.



On forme un circuit avec une pile et trois conducteurs ohmiques. On définit les courants algébriques i et i_1 comme indiqué ci-contre.

Exprimer E en fonction de i , i_1 et R en appliquant la loi des mailles dans la maille :



a) (ABCF)

b) (ABDE)



Entraînement 2.14



Dans l'entraînement précédent, les grandeurs i et i_1 vérifient le système
$$\begin{cases} Ri + 4Ri_1 = 4E \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4E \end{cases}$$

a) Déterminer i en fonction de E et R

b) Déterminer i_1 en fonction de E et R

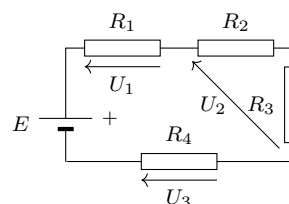
Diviseurs

Entraînement 2.15 — Un diviseur de tension.



On forme un circuit avec une pile de f.é.m E et quatre conducteurs ohmiques. On définit les tensions U_1 , U_2 et U_3 comme indiqué ci-contre.

Exprimer en fonction de E , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 , les tensions :

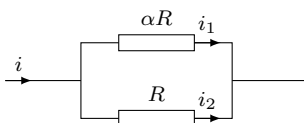


a) U_1

b) U_2

c) U_3

Entraînement 2.16 — Un diviseur de courant.



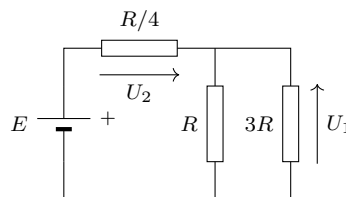
a) Pour quelle valeur de α , a-t-on $i_1 = i/3$?

b) Pour quelle valeur de α , a-t-on $i_2 = 3i_1$?

Entraînement 2.17 — Exercice de synthèse I.



On forme un circuit avec une pile et trois conducteurs ohmiques. On définit les tensions U_1 et U_2 comme indiqué ci-contre.

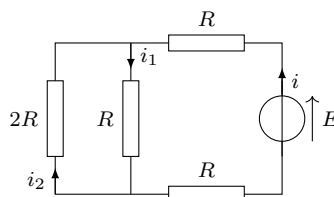


a) Calculer la résistance équivalente aux deux conducteurs ohmiques en parallèle.

b) À l'aide de la formule du diviseur de tension, exprimer U_1 en fonction de E et R

c) Faire la même chose pour U_2

Entraînement 2.18 — Exercice de synthèse II.



a) Après avoir simplifié le circuit, calculer i en fonction de E et R

b) En déduire i_1 à partir de la formule du diviseur de courant

c) En déduire i_2

Réponses mélangées

$2i$	$\frac{R}{N}$	$R\left(\frac{1-a^2}{3-a^2}\right)$	$\frac{u}{2R}$	$-\frac{E}{8R}$	$1 \text{ k}\Omega$	$\frac{3E}{4R}$	$\frac{3}{4}R$	$\frac{u}{3R}$	-350 mA
$\frac{E}{R}$	$1 \text{ k}\Omega$	$U_1 - E$	$\frac{4R(R+R')}{2R+R'}$	$E - U_1$		$\frac{-ER_4}{R_1+R_2+R_3+R_4}$	$\frac{R}{5}$	$1 \text{ k}\Omega$	
$\frac{1}{4}\frac{E}{R}$		$\frac{ER_1}{R_1+R_2+R_3+R_4}$	$\frac{1}{4}Ri + Ri_1$	$\frac{R_2}{R_1+R_2}I_0$	7 V	$-\frac{u}{R}$	3	30 mA	
$\frac{3E}{8R}$	0	$2,5 \cdot 10^{17}$	$\frac{E(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}$	$-\frac{E}{4}$	$2R$	$\frac{5}{6}R$	-6 V	0	
80 mA	$\frac{I_0}{3}$	i	\textcircled{b}	$\frac{13}{4}Ri - 3Ri_1$	$\frac{3}{4}E$	1 V	$E - U_1$	R	2

► Réponses et corrigés page 46

Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Prérequis

Lois de Snell-Descartes, notions de base sur les ondes lumineuses et leur propagation dans un milieu.

Notions de base de géométrie concernant les angles.

Constantes utiles

→ Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

→ Constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Lois de Snell-Descartes



Entraînement 3.1 — Conversions d'angles.



Soit α_{rad} la mesure d'un angle en radians, α_{deg} sa mesure en degrés et α_{min} sa mesure en minutes d'angles.

a) Exprimer α_{rad} en fonction de α_{deg}

b) Exprimer α_{min} en fonction de α_{deg}



Entraînement 3.2 — Conversions d'angles bis.



a) $\alpha = 35,65^\circ$. Exprimer α en degrés et en minutes d'angle.

b) $\beta = 98^\circ 15'$. Exprimer β en radians.

c) $\gamma = 1,053 \text{ rad}$. Exprimer γ en degrés et en minutes d'angle.



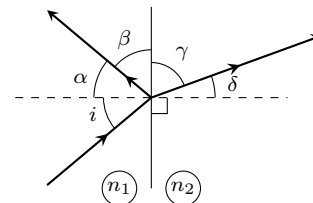
Entraînement 3.3 — Rayon incident sur un dioptre.



On considère un rayon lumineux incident sur un dioptre à l'interface entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 . Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre.

Dans cet entraînement, on considère des angles non-orientés, α , β , γ et δ étant définis sur le schéma.

Exprimer chacun des angles suivant en fonction de i et/ou de n_1 et n_2 (en radians) :



a) α

c) δ

b) β

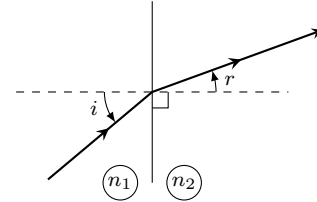
d) γ

A.N. Entraînement 3.4



On considère un rayon lumineux incident sur le dioptre entre deux milieux d'indices n_1/n_2 , faisant un angle i avec la normale à ce dioptre et le rayon réfracté un angle r .

On donne $n_1 = 1,00$ et $n_2 = 1,45$.



a) Pour $i = 24,0^\circ$, que vaut r en degré?

b) Pour $i = 0,674 \text{ rad}$, que vaut r en degré?

c) Pour $r = 15,0^\circ$, que vaut i en degré?

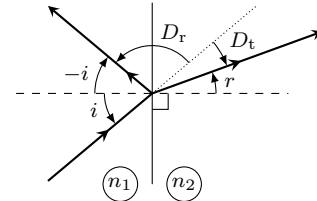
● Entraînement 3.5 — Déviation introduite par un dioptre.



On considère un rayon lumineux incident sur le dioptre entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 , les angles étant définis sur le schéma ci-contre.

On définit D_r la déviation entre le rayon incident et le rayon réfléchi, et D_t la déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté.

Dans cet entraînement, tous les angles sont orientés et seront exprimés en radian.



a) Exprimer D_t en fonction de i et r

b) Exprimer D_r en fonction de i et r

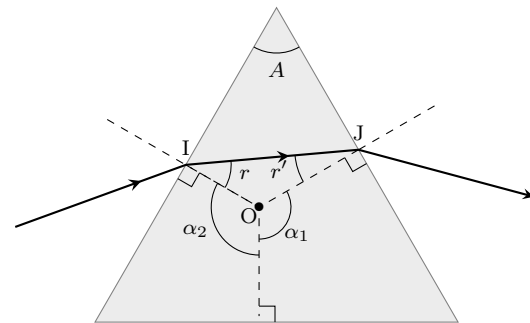
🏠 Entraînement 3.6 — Un peu de géométrie dans un prisme.



On considère un prisme d'angle au sommet A , représenté ci-contre suivant une de ses faces triangulaires.

Un rayon incident en I sur une face du prisme émerge en J . On définit les angles α_1 , α_2 , r et r' sur le schéma.

Dans cet entraînement, les angles ne sont pas orientés.



a) Exprimer l'angle A en fonction de α_1 et α_2 en radians.

b) Exprimer l'angle A en fonction de r et de r'

Autour des réflexions totales

A.N. Entraînement 3.7



On considère un dioptre entre deux milieux d'indices $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1,3$. Un rayon lumineux arrive sur ce dioptre de manière à former un angle i avec la normale à ce dioptre.

On rappelle qu'il y a réflexion totale si $\frac{n_1}{n_2} \sin i > 1$.

a) Pour $i = 44^\circ$, y a-t-il réflexion totale ?

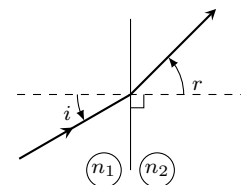
b) Donner, en degrés, l'angle i_ℓ tel qu'il y a réflexion totale si $i > i_\ell$

A.N. Entraînement 3.8



On considère un rayon lumineux incident sur le dioptre n_1/n_2 , faisant un angle i avec la normale à ce dioptre et le rayon réfracté un angle r .

On donne $n_1 = 1,37$ et on rappelle qu'il y a réflexion totale si $\frac{n_1}{n_2} \sin i > 1$.



a) Pour $i = 20,0^\circ$ et $r = 22,0^\circ$, que vaut n_2 ?

b) Pour $i = 60,0^\circ$, quelle est la valeur maximale de n_2 donnant lieu à une réflexion totale ? ...

c) On suppose que $i = 40,0^\circ$. Peut-on observer un phénomène de réflexion totale ?



Entraînement 3.9 — Condition de propagation dans une fibre optique.



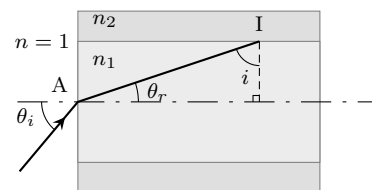
Un rayon lumineux arrive sur un dioptre entre l'air et un milieu d'indice n_1 au point A (voir schéma ci-contre). On a donc :

$$\sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r \quad (1)$$

Le rayon se propagera dans la fibre à condition qu'il y ait réflexion totale au point I à l'intersection situé sur le dioptre n_1/n_2 ($n_1 > n_2$).

On donne la relation correspondante :

$$\frac{n_1 \sin i}{n_2} > 1 \quad (2)$$



a) À l'aide de (1), exprimer $\cos \theta_r$ en fonction de n_1 et de $\sin \theta_i$

b) À quelle condition portant sur $\cos \theta_r$ équivaut (2) ?

c) En déduire à quelle condition sur $\sin \theta_i$ équivaut (2).

Sources lumineuses

A.N. Entraînement 3.10 — Propagation de la lumière.



Un laser vert émet une radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$. Calculer :

a) La fréquence de l'onde

b) L'énergie d'un photon

QCM Entraînement 3.11



Une radiation lumineuse de longueur d'onde λ_0 passe du vide vers un milieu transparent d'indice n .

Quelles quantités sont inchangées ?

(a) La longueur d'onde

(c) La vitesse de propagation

(b) L'énergie d'un photon

(d) La fréquence de l'onde

.....

A.N. Entraînement 3.12 — Propagation dans un milieu.



Un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ se propage dans de l'eau, assimilée à un milieu transparent d'indice optique $n = 1,33$.

Donner la valeur numérique dans l'eau de :

a) La vitesse de la lumière.

b) La longueur d'onde.

Réponses mélangées

$60 \times \alpha_{\text{deg}}$	$\sin \theta_i < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$	$35^\circ 39'$	$\frac{\pi}{2} - i$	$22,0^\circ$	$\cos \theta_r > \frac{n_2}{n_1}$	1,25
Non	Non	$16,3^\circ$	$25,5^\circ$	$(\alpha_1 + \alpha_2) - \pi$	$2,26 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	400 nm
$\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right)$	564 THz	1,18	$60^\circ 20'$	$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}}$	60°	$\frac{\pi}{180} \times \alpha_{\text{deg}}$
$3,74 \times 10^{-19} \text{ J}$	(b) et (d)	1,715 rad	$\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right)$	$\pi - 2i$	$r + r'$	i

► Réponses et corrigés page 51

Principe fondamental de la dynamique

Prérequis

Projections, coordonnées polaires, équations différentielles simples.

Pour commencer



Entraînement 4.1 — Une relation algébrique.



La vitesse v (en régime permanent) d'un mobile vérifie l'équation

$$m_1(v - v_1) + m_2(v - v_2) = p.$$

Donner l'expression de v (en fonction de m_1 , m_2 , v_1 , v_2 et p)



Entraînement 4.2 — Un système de deux équations.



Un problème de mécanique fait intervenir une force d'intensité F et un angle $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$. En projetant la seconde loi de Newton sur deux axes, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T + F \sin \alpha = mR\omega^2 \\ F \cos \alpha = mg. \end{cases}$$

a) Déterminer F en fonction des données T , m , R , ω et g

b) Déterminer α en fonction des données T , m , R , ω et g



Entraînement 4.3 — Quelques équations différentielles.



Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$, et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

a) $\frac{dv}{dt} = a_0$

b) $\frac{dv}{dt} = -kv$

c) $\frac{dv}{dt} = -kv + a_0$

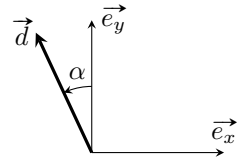
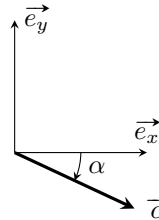
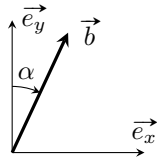
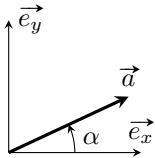
Décomposition de vecteurs



Entraînement 4.4 — Des projections.



On considère les vecteurs suivants :



Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) les vecteurs :

a) \vec{a}

c) \vec{c}

b) \vec{b}

d) \vec{d}

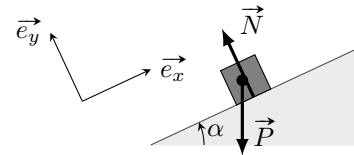


Entraînement 4.5 — Sur un plan incliné.



On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) les vecteurs suivants.



a) \vec{P}

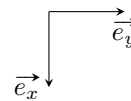
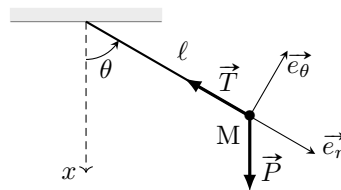
b) \vec{N}



Entraînement 4.6 — Avec un pendule simple.



On considère la situation



Décomposer dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ les vecteurs suivants :

a) \vec{P}

c) $\vec{P} + \vec{T}$

b) \vec{T}

**Entraînement 4.7 — Avec un pendule simple (suite).**

On se place dans la même situation que ci-dessus. Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) :

a) \vec{P} c) $\vec{P} + \vec{T}$ b) \vec{T}

Entre accélération et position

Entraînement 4.8 — Du vecteur position au vecteur accélération.

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sont, à chaque instant $x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + x_0$, $y(t) = -v_0t$ et $z(t) = z_0$.

Donner les expressions du vecteur :

a) position

b) vitesse

c) accélération ..

Entraînement 4.9 — Du vecteur accélération au vecteur position.

On considère un point M de masse m en chute libre soumis à son poids $\vec{P} = mg\vec{e}_z$. Ce point M a été lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ et une position initiale $M_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Donner l'expression des vecteurs :

a) accélération

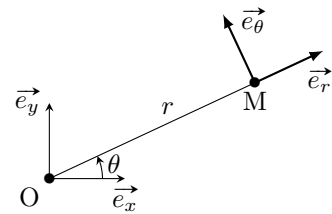
c) position

b) vitesse

Autour des coordonnées polaires

Dans ce paragraphe, on considère un point M repéré par la distance r et l'angle θ en coordonnées polaires. La distance r et l'angle θ dépendent du temps t : le point M est mobile.

On représente la situation par le schéma ci-contre.



Entraînement 4.10 — Trois calculs fondamentaux.



Décomposer dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) les vecteurs :

a) \vec{e}_r

b) \vec{e}_θ

En déduire (en dérivant) l'expression dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) des vecteurs :

c) $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$

d) $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$

En déduire l'expression, dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$, des vecteurs :

e) $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$

f) $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$



Entraînement 4.11 — Vecteur position en coordonnées polaires.



Comment s'exprime le vecteur position \vec{OM} en coordonnées polaires ?

(a) $\vec{OM} = r\vec{e}_r + \theta\vec{e}_\theta$

(b) $\vec{OM} = r\vec{e}_r + \dot{\theta}\vec{e}_\theta$

(c) $\vec{OM} = r\vec{e}_r$

(d) $\vec{OM} = \theta\vec{e}_\theta$

.....

Entraînement 4.12 — Accélération en coordonnées polaires.



Déduire de ce qui précède l'expression, en fonction de \vec{e}_r et de \vec{e}_θ :

a) du vecteur vitesse \vec{v}

b) du vecteur accélération \vec{a}

Étude de systèmes en équilibre

A.N. Entraînement 4.13 — Tension d'un fil.

Une bille d'acier de poids $P = 2,0 \text{ N}$, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50 \text{ cm}$ est attirée par un aimant exerçant une force $F = 1,0 \text{ N}$. À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a

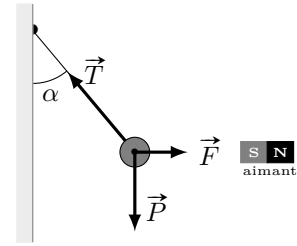
$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$$

où \vec{T} est la tension exercée par le fil.

Calculer les valeurs numériques de :

a) la tension T du fil

b) l'angle α (en radian)



Entraînement 4.14 — Masse suspendue.

Un objet qui pèse 800 N est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle $\theta = 20^\circ$ avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

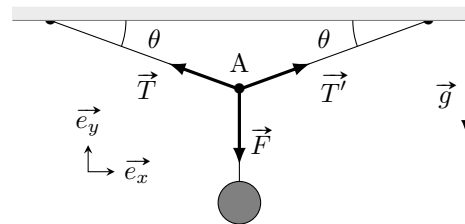
$$\vec{T}, \vec{T}' \text{ et } \vec{F}.$$

On note \vec{R} la résultante des forces.

a) Exprimer la composante horizontale R_x en fonction de T, T' et θ

b) Exprimer la composante verticale R_y en fonction de T, T', F et θ

c) Déterminer la tension T en résolvant l'équation $\vec{R} = \vec{0}$



Mouvements rectilignes

A.N. Entraînement 4.15 — Chute avec frottement.

Un corps de masse $m = 2 \text{ kg}$ tombe verticalement avec une accélération de $a = 9 \text{ m.s}^{-2}$. Lors de sa chute il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement ?

A.N. Entraînement 4.16 — Contact dans un ascenseur.



Un homme de masse $m = 80 \text{ kg}$ est dans un ascenseur qui monte avec une accélération $a = 1 \text{ m.s}^{-2}$. On note \vec{F} la force exercée par l'homme sur le plancher de l'ascenseur.

On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de \vec{F} ?

Entraînement 4.17 — Calcul d'une action de contact.

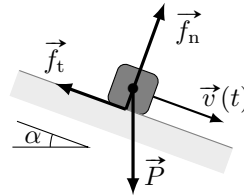


Un bloc de masse m , de poids \vec{P} glisse à une vitesse $v(t)$, variable au cours du temps, sur un support plan qui exerce une action de contact.

Celle-ci se décompose en deux actions :

- une action normale à la surface \vec{f}_n ;
- une action de frottement \vec{f}_t opposée à la vitesse de glissement.

Le plan est incliné d'un angle α , comme figuré ci-dessous.



Déterminer (en fonction d'au moins une des données P , $v(t)$, m et α) :

a) l'intensité de l'action normale f_n

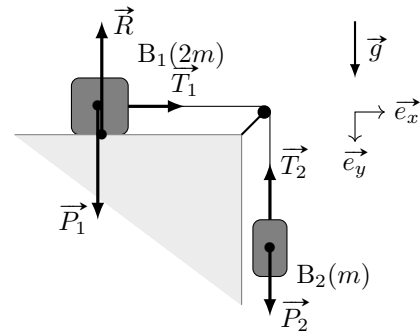
b) l'intensité du frottement f_t

Entraînement 4.18 — Calcul d'une accélération.



Deux blocs B_1 et B_2 de masse respective $2m$ et m sont reliés par un fil. On passe le fil dans la gorge d'une poulie, puis on maintient le bloc B_1 sur la table alors que l'autre est suspendu dans l'air. On libère le bloc B_1 qui glisse alors sur la table. On note T_1 et T_2 les tensions exercées par le fil sur les blocs, a_1 et a_2 les accélérations respectives des blocs B_1 et B_2 , et g le champ de pesanteur.

Les frottements sont négligeables.



a) Exprimer a_1 en fonction de m et T_1

b) Exprimer l'accélération a_2 de B_2 en fonction de m , g et T_2

Le fil étant inextensible et sans masse on a $a_1 = a_2$ et $T_1 = T_2$.

c) En déduire l'accélération en fonction uniquement de g

Réponses mélangées

$$\begin{array}{ccccccc}
 \arctan\left(\frac{mR\omega^2 - T}{mg}\right) & a_0 t \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_y & a_0 \vec{e}_x & P \vec{e}_x & \frac{g}{3} & v_0 \vec{e}_x + g t \vec{e}_z & \\
 2,2 \text{ N} & 864 \text{ N} & -T \cos(\theta) \vec{e}_x - T \sin(\theta) \vec{e}_y & b \sin(\alpha) \vec{e}_x + b \cos(\alpha) \vec{e}_y & & & \\
 (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \vec{e}_\theta & (v_0 t + x_0) \vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y + \frac{1}{2} g t^2 \vec{e}_z & & -d \sin(\alpha) \vec{e}_x + d \cos(\alpha) \vec{e}_y & & & \\
 \cos(\theta) \vec{e}_x + \sin(\theta) \vec{e}_y & -P \sin(\alpha) \vec{e}_x - P \cos(\alpha) \vec{e}_y & & (T' + T) \sin \theta - F & & & \\
 \left(\frac{1}{2} a_0 t^2 + x_0\right) \vec{e}_x - v_0 t \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z & g \vec{e}_z & g - \frac{T_2}{m} & 0,46 \text{ rad} & \textcircled{c} & -\dot{\theta} \vec{e}_r & \\
 -T \vec{e}_r & (P \cos(\theta) - T) \vec{e}_r - P \sin(\theta) \vec{e}_\theta & 1,6 \text{ N} & a \cos(\alpha) \vec{e}_x + a \sin(\alpha) \vec{e}_y & & \frac{T_1}{2m} & \\
 -\dot{\theta} \cos(\theta) \vec{e}_x - \dot{\theta} \sin(\theta) \vec{e}_y & \sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2} & & (T' - T) \cos \theta & & -m \frac{dv}{dt} + P \sin \alpha & \\
 -\sin(\theta) \vec{e}_x + \cos(\theta) \vec{e}_y & (P - T \cos(\theta)) \vec{e}_x - T \sin(\theta) \vec{e}_y & & P \cos(\theta) \vec{e}_r - P \sin(\theta) \vec{e}_\theta & & & \\
 0 & \frac{a_0}{k} \left[1 - e^{-k(t-t_0)}\right] & \dot{\theta} \vec{e}_\theta & a_0(t - t_0) & \frac{p + m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} & \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta & \\
 P \cos \alpha & N \vec{e}_y & c \cos(\alpha) \vec{e}_x - c \sin(\alpha) \vec{e}_y & -\dot{\theta} \sin(\theta) \vec{e}_x + \dot{\theta} \cos(\theta) \vec{e}_y & & 1,17 \text{ kN} &
 \end{array}$$

► Réponses et corrigés page 54

Induction

Prérequis

Flux magnétique, loi de Lenz, force de Laplace

Autour du flux d'un champ magnétique



Entraînement 5.1 — Flux propre d'un solénoïde.

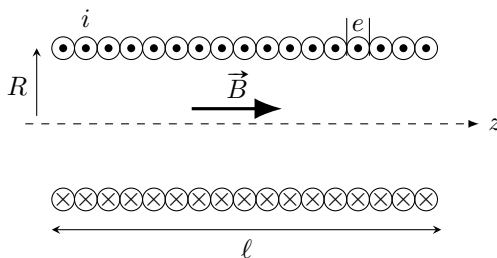


On forme une bobine en enroulant du fil de cuivre d'épaisseur e sur un cylindre de rayon R et de longueur ℓ en une seule couche de N spires jointives.

Le champ magnétique créé par un solénoïde infini est :

$$\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e}_z$$

où μ_0 est la perméabilité du vide, i le courant parcourant et $n = \frac{N}{\ell}$ le nombre de spires par unité de longueur.



Le flux propre dans cette bobine est $\phi_{\text{tot}} = NBS$ où S est la surface d'une spire.

Par combien est multiplié le flux propre à travers la bobine lorsque l'on double :

a) l'intensité du courant

b) la longueur du solénoïde (fil de même épaisseur)

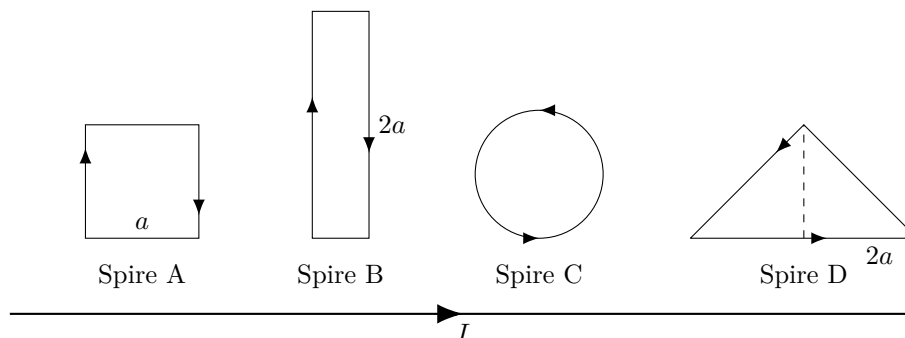
c) l'épaisseur du fil (la longueur de fil restant la même)

d) le rayon de la bobine (la longueur de fil restant la même)

QCM Entraînement 5.2 — Flux dans des circuits orientés.



Des boucles de différentes formes mais toutes de même surface $S = a^2$ sont placées proches d'un fil infini parcouru par un courant I . On peut montrer que le champ produit par un fil infini est de la forme $\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$ dans le repère cylindrique (avec Oz confondu avec le fil).



a) Quels flux sont négatifs ?

- ☐ a) ϕ_A
☐ b) ϕ_B
☐ c) ϕ_C
☐ d) ϕ_D
☐ e) Aucun

.....

b) A-t-on $|\phi_A| > |\phi_B|$?

- ☐ a) Oui
☐ b) Non

.....

c) A-t-on $|\phi_C| > |\phi_D|$?

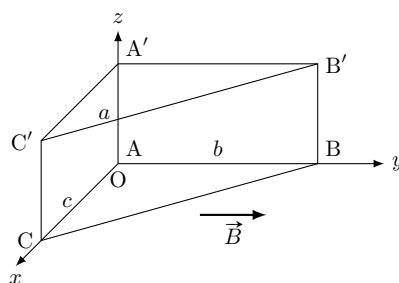
- ☐ a) Oui
☐ b) Non

.....

Entraînement 5.3 — Flux dans des polyèdres (1).



Soit le polyèdre ci-dessous placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_y$. Déterminer les expressions des flux magnétiques sortants à travers les différentes surfaces de ce polyèdre.



$$AA' = BB' = CC' = a$$

$$AB = A'B' = b$$

$$AC = A'C' = c$$

a) $\phi(\vec{B})$ pour ABC =

d) $\phi(\vec{B})$ pour A'ACC' =

b) $\phi(\vec{B})$ pour A'C'B' =

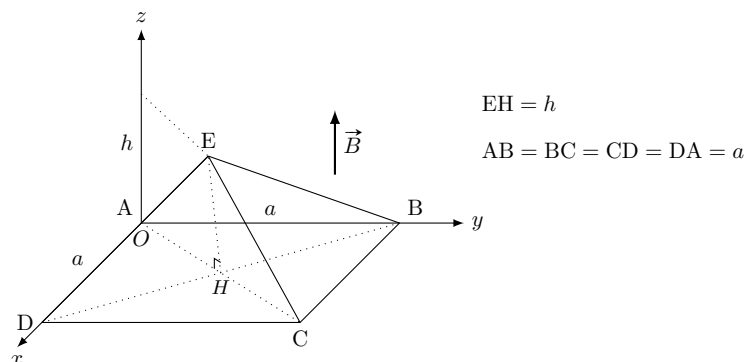
e) $\phi(\vec{B})$ pour CBB'C' =

c) $\phi(\vec{B})$ pour AA'B'B =

Entraînement 5.4 — Flux dans des polyèdres (2).



Soit le polyèdre ci-dessous placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Déterminer les expressions des flux magnétiques sortants à travers les différentes surfaces de ce polyèdre.

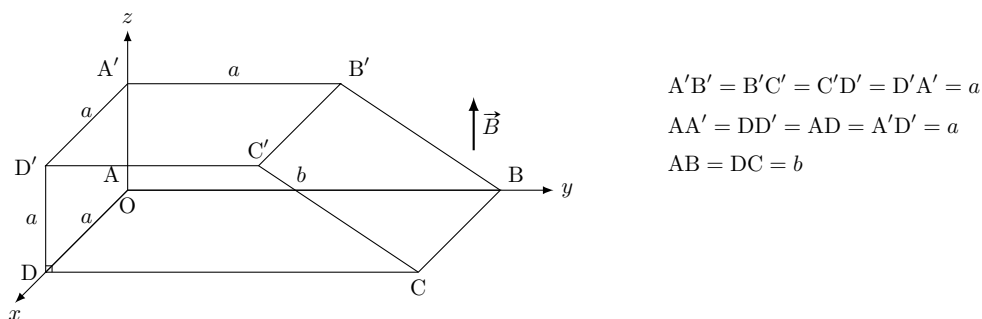


- | | | | |
|---|----------------------|-------------------------------------|----------------------|
| a) $\phi(\vec{B})$ pour ABCD = | <input type="text"/> | d) $\phi(\vec{B})$ pour DCE = | <input type="text"/> |
| b) $\phi(\vec{B})_{\text{tot}}$ = | <input type="text"/> | e) $\phi(\vec{B})$ pour CBE = | <input type="text"/> |
| c) $\phi(\vec{B})$ pour ADE = | <input type="text"/> | f) $\phi(\vec{B})$ pour BAE = | <input type="text"/> |

Entraînement 5.5 — Flux dans des polyèdres (3).



Soit le polyèdre ci-dessous placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Déterminer les expressions des flux magnétiques sortants à travers les différentes surfaces de ce polyèdre.



- | | | | |
|--|----------------------|--|----------------------|
| a) $\phi(\vec{B})$ pour ABCD = | <input type="text"/> | d) $\phi(\vec{B})$ pour ADD'A' = | <input type="text"/> |
| b) $\phi(\vec{B})$ pour BAA'B' = | <input type="text"/> | e) $\phi(\vec{B})$ pour A'D'C'B' = | <input type="text"/> |
| c) $\phi(\vec{B})$ pour CC'D'D = | <input type="text"/> | f) $\phi(\vec{B})$ pour CBB'C' = | <input type="text"/> |

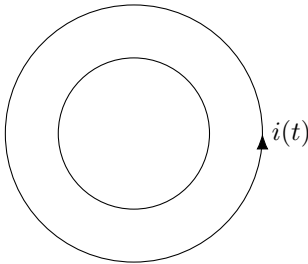
Loi de Lenz-Faraday

QCM Entraînement 5.6 — Boucles imbriquées.



Deux boucles circulaires se trouvent dans le même plan.

Si le courant $i(t)$ dans la boucle externe est dans le sens trigonométrique et augmente avec le temps, que vaut le courant induit dans la boucle interne ?



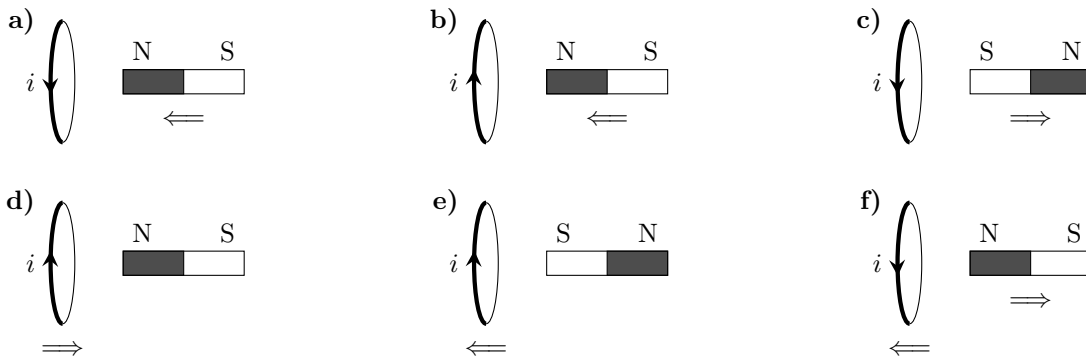
- (a) Il n'y a pas de courant induit.
- (b) Le courant induit est dans le sens des aiguilles d'une montre.
- (c) Le courant induit est antihoraire.
- (d) La direction du courant induit dépend des dimensions des boucles.

.....

🍏 Entraînement 5.7 — Signe du courant induit (1).



Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Le courant apparaissant dans la spire pendant le déplacement est noté i .



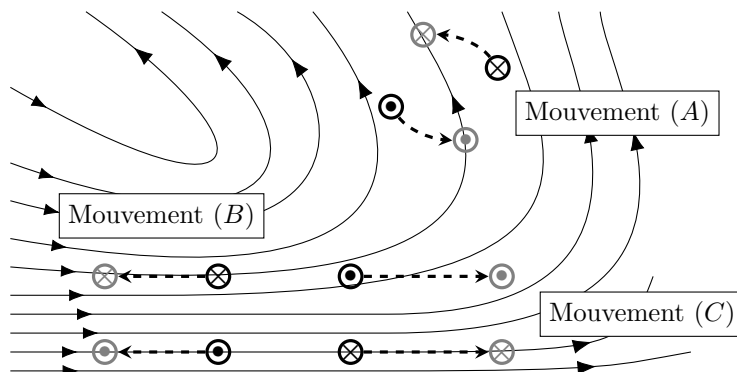
Pour chacune des situations schématisées ci-dessus, dire si on a $i > 0$ ou si on a $i < 0$.

a)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	c)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	e)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>
b)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	d)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>	f)	<input style="width: 80px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/>

Entraînement 5.8 — Signe du courant induit (2).



Des spires circulaires, orientées, perpendiculaires au plan de la figure, nommées (A), (B) et (C) sont placées dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique (voir figure ci-dessous). Pour chacune d'elles, prévoir par des considérations physiques le signe du courant i lorsque les spires sont déplacées (les déplacements sont indiqués par les flèches pointillées).



Pour chaque mouvement considéré, établir si « le flux diminue », si « le flux augmente » ou si « le flux ne varie pas ».

- a) mouvement (A)
- b) mouvement (B)
- c) mouvement (C)

Pour chaque mouvement considéré, en déduire si $i > 0$, si $i < 0$ ou si $i = 0$.

- d) (A) e) (B) f) (C)



Entraînement 5.9 — Calcul de fem avec champ magnétique variable.



On plonge une spire de surface $S(t)$ dans une zone où règne un champ magnétique $B(t)$. Déterminer la force électromotrice $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ induite pour les flux suivants :

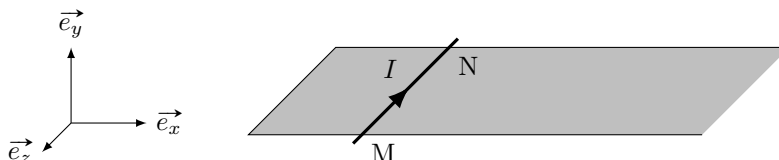
- a) $\Phi_1 = B_0 S_0 \cos(\omega t + \varphi)$
- b) $\Phi_2 = B_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) S_0 \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)$
- c) $\Phi_3 = B_0 (1 - \cos(2\omega t)) S_0 \sin^2(\omega t)$
- d) $\Phi_4 = B_0 \cos(\omega t) S_0 \sin(3\omega t)$

Force de Laplace

🍏 Entraînement 5.10 — Rails de Laplace.



Une tige métallique de longueur $MN = d$, de masse m est parcourue par un courant d'intensité constante I et est lancée avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$. À la position $x = 0$ la tige entre dans une zone où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = -B\vec{e}_y$. On néglige les frottements et tout phénomène d'induction.



Exprimer :

a) La force de Laplace \vec{F} qui s'exerce sur la tige en fonction de B , d et I

b) La norme $v(t)$ de la vitesse en fonction du temps

c) La distance d'arrêt D depuis la position initiale en fonction de v_0 , B , I , m et d ..

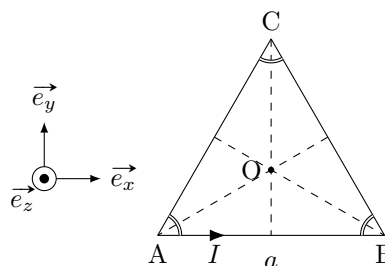
Entraînement 5.11 — Résultante des forces de Laplace.



On considère un cadre triangle parcouru par un courant d'intensité I . On plonge ce cadre dans un champ magnétique extérieur orienté suivant la direction \vec{e}_z : $\vec{B} = B\vec{e}_z$.

On rappelle qu'un élément de longueur $d\ell$, parcouru par un courant d'intensité I placé dans un champ magnétique extérieur \vec{B} est soumis à la force élémentaire, appelée *force de Laplace* :

$$d\vec{f} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}.$$



Exprimer les forces de Laplace sur chaque côté de ce cadre :

a) $\vec{F}_{L,AB} = \dots$

c) $\vec{F}_{L,CA} = \dots$

b) $\vec{F}_{L,BC} = \dots$

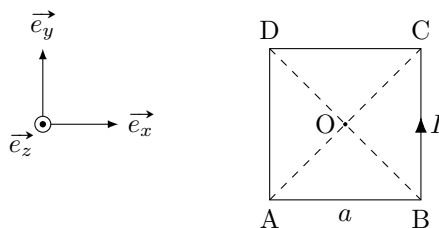
Que vaut la résultante de ces forces ?

d) $\vec{F}_{L,tot} = \dots$

Entraînement 5.12 — Couple des forces de Laplace.



On considère un cadre carré parcouru par un courant d'intensité I . On plonge ce cadre dans un champ magnétique extérieur orienté suivant la direction \vec{e}_y : $\vec{B} = B\vec{e}_y$.



Exprimer les forces de Laplace sur chaque côté de ces cadres :

a) $\vec{F}_{L,AB} = \dots\dots\dots$

b) $\vec{F}_{L,BC} = \dots\dots\dots$

c) $\vec{F}_{L,CD} = \dots\dots\dots$

d) $\vec{F}_{L,DA} = \dots\dots\dots$

Que vaut la résultante de ces forces ?

e) $\vec{F}_{L,tot} = \dots\dots\dots$

Calculer le moment des forces de Laplace par rapport au point O.

f) $\vec{M}_O(\vec{F}_{L,tot}) = \dots\dots\dots$

On rappelle qu'un dipôle magnétique peut se caractériser par son moment magnétique $\vec{m} = I\vec{S}$. En présence d'un champ magnétique extérieur, le dipôle magnétique subit un couple $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$.

Exprimer \vec{m} et $\vec{\Gamma}$.

g) $\vec{m} = \dots\dots\dots$

h) $\vec{\Gamma} = \dots\dots\dots$

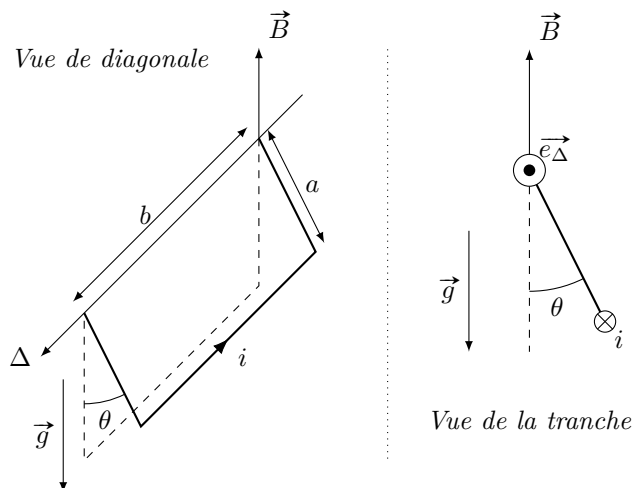
Entraînement 5.13 — Équilibre d'un cadre.



Un cadre conducteur rectangle de longueur b et largeur a peut tourner sans frottement autour de l'axe Δ .

La masse totale du cadre est m .

Un dispositif, non représenté sur la figure, impose une intensité du courant i constante dans le cadre.



Exprimer :

- le moment magnétique \vec{m} en fonction de a , b et i
- le couple magnétique Γ_{Δ} projeté sur l'axe Δ en fonction de a , b , i , B et θ
- le moment du poids par rapport à l'axe Δ
- la position d'équilibre θ_{eq} en fonction de B , m , a , b et i

Réponses mélangées

$\vec{0}$	$\frac{mv_0^2}{2IBd}$	0	$iab\vec{e}_\theta$	$\vec{0}$	$i > 0$	0	$\times 2$	$\arctan\left(\frac{2ibB}{mg}\right)$	ⓑ
$-Bab$	$B_0S_0\frac{t}{\tau^2}e^{-t/\tau}$	$-Ia^2B\vec{e}_x$	$i > 0$	$-IaB\vec{e}_z$	$IaB\vec{e}_z$	le flux ne varie pas			
$i < 0$	$\times 2$	$8B_0S_0\omega \cos(\omega t) \sin^3(\omega t)$	$i < 0$	$i = 0$	0	$\vec{0}$	ⓐ et ⓑ		
Ba^2	0	$i > 0$	$i < 0$	$-IBd\vec{e}_x$	$Ba(b-a)$	$-IaB\vec{e}_y$	Oui		
$-B_0S_0\omega[2\cos(4\omega t) + \cos(2\omega t)]$	$\frac{Ba^2}{4}$	$\frac{Ba^2}{4}$	Bac	$-\frac{IBd}{m}t + v_0$	$\times 1/2$				
$-Bac$	$IaB\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + \frac{1}{2}\vec{e}_y\right)$	$iabB \cos \theta$	$-Ba^2$	$\frac{Ba^2}{4}$	0	le flux diminue			
0	$\frac{Ba^2}{4}$	Non	$Ia^2\vec{e}_z$	$-Ia^2B\vec{e}_x$	$-\frac{a}{2}mg \sin \theta$	le flux diminue			
$i < 0$	$i > 0$	$IaB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + \frac{1}{2}\vec{e}_y\right)$	$\vec{0}$	$B_0S_0\omega \sin(\omega t + \varphi)$	0	$\times 2$			

► Réponses et corrigés page 60

Premier Principe

Prérequis

Notions sur le gaz parfait

Équation d'état du gaz parfait $PV = nRT$

Constantes utiles

→ constante du gaz parfait $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Calcul du travail des forces de pression



Entraînement 6.1 — Les bonnes unités.



Un étudiant doit calculer le travail reçu par un système au cours d'une transformation. L'expression littérale est la suivante :

$$W = -P_0(V_f - V_i).$$

Il sait que pour faire l'application numérique, la pression doit être exprimé en Pascal et les volumes en m^3 . On rappelle que $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$.

a) Calculer W pour $P_0 = 1,5 \text{ bar}$, $V_i = 5 \text{ L}$ et $V_f = 3 \text{ L}$

b) Calculer W pour $P_0 = 50 \text{ mbar}$, $V_i = 2 \text{ cL}$ et $V_f = 120 \text{ mL}$

c) Calculer W pour $P_0 = 150 \text{ bar}$, $V_i = 20 \text{ cm}^3$ et $V_f = 10 \text{ cm}^3$



Entraînement 6.2 — Suite de transformations.



Un système composé de $n = 2$ moles de gaz en contact avec un milieu extérieur à la pression $P_{\text{ext}} = 1 \text{ bar}$, subit une suite de transformations.

Au cours de la première, son volume ne varie pas (transformation isochore).

Au cours de la seconde, la pression extérieure ne varie pas (transformation monobare) et son volume initialement à $V_i = 1 \text{ L}$ augmente et se fixe à $V_f = 2 \text{ L}$.

Les transformations étant quasi statiques, le travail des forces de pression se met sous la forme suivante :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV.$$

a) Calculer W au cours de la première transformation

b) Calculer W au cours de la seconde transformation



Entraînement 6.3 — Bataille de travaux sans calculatrice.



Considérons deux systèmes A et B recevant de l'énergie du milieu extérieur. La puissance reçue par le premier durant 30 s s'élève à 50 W. Le second reçoit une puissance plus importante (400 W) mais durant un temps plus court (5 s).

Quel système a reçu la plus grande quantité d'énergie (sous forme de travail) ?



Entraînement 6.4 — Calcul d'aires.



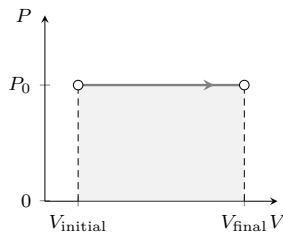
Pour une transformation quasi-statique, le travail des forces de pression s'écrit sous la forme :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P \, dV$$

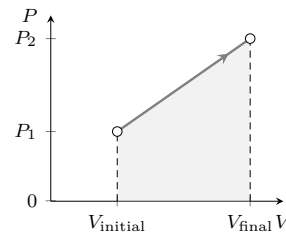
Ce travail W correspond alors à l'opposé de l'aire sous la courbe pour $V_{\text{final}} > V_{\text{initial}}$.

a) Exprimer le travail W en fonction des variables P_0 , V_{initial} et V_{final} .

b) Exprimer le travail W en fonction des variables P_1 , P_2 , V_{initial} et V_{final} .



.....



.....



Entraînement 6.5 — Différents types de transformations.



Un système est composé de n moles de gaz parfait, de volume V , de pression P et de température T .

Nous souhaitons évaluer le travail reçu par ce système au cours de transformations quasi statiques :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P \, dV$$

La loi des gaz parfaits assure que $PV = nRT$.

Transformation isotherme :

Au cours de cette transformation, la température du système ne varie pas et $T = T_0$.

a) Écrire W en fonction de n , R , T_0 , V_i et V_f

Transformation polytropique et quasi-statique :

Au cours de cette transformation, on a $PV^k = \text{constante}$ (avec $k > 1$). Les pressions et volumes du système à l'instant initial seront notés P_i et V_i et à l'instant final P_f et V_f .

b) Écrire le travail W en fonction de V_i , V_f , P_i , P_f et k

Variation d'énergie interne et d'enthalpie



Entraînement 6.6 — Problème d'unités.



La capacité thermique massique de l'eau vaut $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

La masse molaire de l'eau vaut $\mathcal{M}_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Une énergie peut s'exprimer en Joule ou en kilocalorie ; on donne la relation $1 \text{ kcal} = 4184 \text{ J}$.

a) Évaluer la capacité thermique molaire C_m de l'eau en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

b) En déduire sa valeur en $\text{kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$



Entraînement 6.7 — Variation d'énergie interne d'une phase condensée.



Un opérateur chauffe une masse m d'eau liquide de capacité thermique massique $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. La température initialement à $T_i = 20^\circ\text{C}$ se stabilise en fin de l'expérience à $T_f = 30^\circ\text{C}$.

Il souhaite calculer sa variation d'énergie interne par l'application de la relation suivante :

$$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C \, dT$$

où C est la capacité thermique du système.

a) Donner ΔU du système en fonction c , m , T_i et T_f

b) Calculer ΔU en kJ pour $m = 100 \text{ g}$

Entraînement 6.8 — Étude d'un gaz parfait diatomique.



Soient n moles de gaz parfait diatomique évoluant d'un état initial caractérisé par $T_i = 60^\circ\text{C}$ vers un état final à la température $T_f = 90^\circ\text{C}$.

Pour un gaz parfait diatomique, la relation de Mayer impose $C_P - C_V = nR$.

Pour un gaz parfait diatomique, on a $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$.

a) Exprimer la capacité thermique à volume constant C_V du gaz parfait en fonction de n , R et γ

.....

b) Évaluer $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V \, dT$ pour $n = 1 \text{ mol}$

c) Exprimer la capacité thermique à pression constante C_P du gaz parfait en fonction de n , R et γ

.....

d) Évaluer $\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P \, dT$ pour $n = 1 \text{ mol}$

**Entraînement 6.9 — Des variations d'énergie interne.**

Suivant la finesse des modèles utilisés, la capacité calorifique à volume constant C_V peut être une fonction de la température. Le calcul de la variation d'énergie interne $\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T) dT$ se fera alors en tenant compte de son expression.

Donner pour chacune des applications suivantes, l'expression de ΔU .

a) Pour un gaz parfait : C_V est une constante

b) Pour un gaz réel : $C_V = AT + B$ où A et B sont des constantes

c) Pour un solide : $C_V = DT^3$ où D est une constante

**Entraînement 6.10 — Variation d'enthalpie lors d'un changement d'état.**

Dans cet entraînement, le système sera de l'eau : à l'état initial, 1 kg d'eau sous forme liquide, à la température de 0°C ; à l'état final un mélange de 800 g d'eau sous forme solide, et 200 g d'eau sous forme liquide à la température de 0°C .

On rappelle la valeur de l'enthalpie massique de fusion $L_{\text{fus}} = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Quelle est la variation d'enthalpie du système?

Applications du premier principe

**Entraînement 6.11 — Détente de Joule-Gay Lussac d'un gaz réel.**

La détente de Joule-Gay Lussac est à énergie interne constante : $\Delta U = 0$. Pour un gaz réel, on a

$$\Delta U = C_V(T_f - T_i) - n^2 a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right).$$

Exprimer T_f en fonction de T_i , C_V , n , a , V_f , V_i

**Entraînement 6.12 — Température finale.**

On applique le premier principe à un système subissant une transformation isobare : on a

$$\Delta H = \int_{T_i}^{T_f} C_P(T) dT = Q.$$

Exprimer T_f en fonction de T_i , Q et des paramètres liés à C_P .

a) C_P , pour le système considéré, est une constante : $C_P = C$

b) $C_P = \frac{A}{T}$ pour le système considéré (A est une constante)

c) $C_P = BT^2$ pour le système considéré (B est une constante)

Entraînement 6.13 — Transformations du gaz parfait.



Dans cet entraînement, le système correspond à n moles de gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. Il subit différentes transformations suivant les questions, et nous noterons les variables dans l'état initial P_i, V_i, T_i et les variables dans l'état final P_f, V_f, T_f .

On appliquera le premier principe $\Delta U = W + Q$, avec $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$ et $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$ pour une transformation quasi-statique.

Dans chaque cas, exprimer le transfert thermique Q reçu par le gaz.

a) Pour une transformation isotherme (à température constante)

b) Pour une transformation isochore (à volume constant)

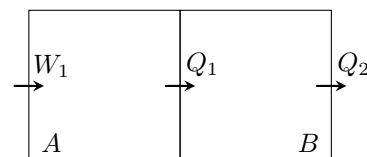
c) Pour une transformation adiabatique (sans transfert thermique)

Entraînement 6.14 — Étude d'une enceinte divisée en deux compartiments.



Une enceinte est divisée en deux compartiments.

- Le compartiment A reçoit un travail W_1 de l'extérieur et fournit un transfert thermique Q_1 au compartiment B .
- Le compartiment B reçoit un transfert thermique Q_1 du compartiment A et fournit un transfert thermique Q_2 à l'extérieur.



On rappelle l'expression du premier principe pour un système : $\Delta U = W + Q$, où ΔU est la variation d'énergie interne du système, et où W et Q sont respectivement le travail et le transfert thermique reçus par le système considéré.

a) Exprimer ΔU_A la variation d'énergie interne du compartiment A

b) Exprimer ΔU_B la variation d'énergie interne du compartiment B

c) Exprimer ΔU_{tot} la variation d'énergie interne des compartiments A et B , qui correspond à la somme des variations d'énergie interne des compartiments A et B

Calorimétrie

A.N.

Entraînement 6.15 — Capacité thermique d'un calorimètre.



On considère un calorimètre de valeur en eau $m = 10$ g. La valeur en eau d'un calorimètre est la masse d'eau ayant la même capacité thermique que le calorimètre vide.

On rappelle la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{eau}} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Que vaut la capacité thermique du calorimètre ?

🍏 **Entraînement 6.16 — Évolution de la température d'un calorimètre.**



Nous considérons ici un calorimètre initialement à la température T_0 alors que l'air extérieur est à la température T_a .

Le calorimètre étant de capacité thermique C , sa température T évolue au cours du temps et obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h}{C}T = \frac{h}{C}T_a.$$

a) Définir un temps caractéristique pour l'équation différentielle

b) Résoudre l'équation différentielle et exprimer T en fonction du temps

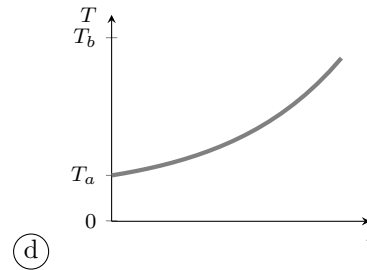
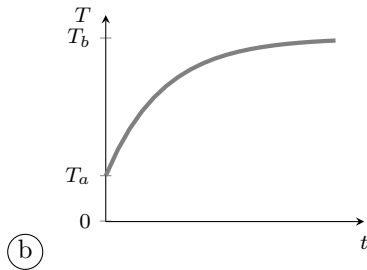
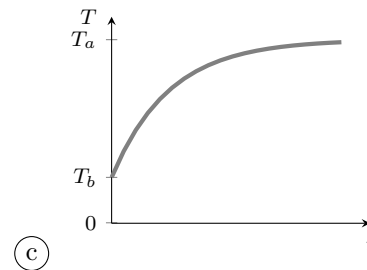
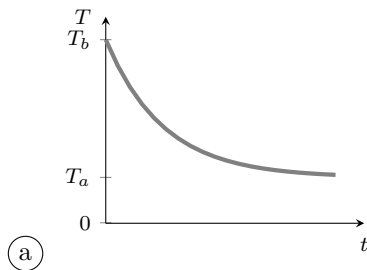
🚚 **Entraînement 6.17 — Évolution temporelle de la température.**



En échangeant avec l'extérieur, la température d'un système varie et suit la loi d'évolution suivante :

$$T = T_b + (T_a - T_b)e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Quelle courbe correspond à cette évolution temporelle ?



.....



Entraînement 6.18 — Mélange de liquides.



Dans un calorimètre, on mélange une masse m_1 d'eau liquide à la température T_1 et une masse m_2 d'eau liquide à la température T_2 .

a) À l'équilibre, la température de l'ensemble T_{eq} vérifie l'équation :

$$m_1 c(T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c(T_{\text{eq}} - T_2) = 0.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2

b) En réalité, des pertes thermiques Q sont observées durant l'évolution de la température.

La température T_{eq} vérifie alors l'équation suivante :

$$m_1 c(T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c(T_{\text{eq}} - T_2) = Q.$$

Déterminer T_{eq} en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2 et Q

Réponses mélangées

$$\begin{array}{llll}
 0,5 \text{ J} & T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} & \Delta U_A = W_1 - Q_1 & T_f = T_i + \frac{n^2 a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) \\
 & \Delta U = \frac{A}{2} (T_f^2 - T_i^2) + B(T_f - T_i) & -300 \text{ J} & Q = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_i) \\
 42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} & 18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} & \Delta U = mc(T_f - T_i) & 6,2 \times 10^2 \text{ J} \\
 T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c} & W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k - 1} & -268 \text{ kJ} & B \\
 150 \text{ J} & 76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} & 4,2 \text{ kJ} & W = -P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}) \quad 0 \text{ J} \\
 \Delta U = C_V(T_f - T_i) & \Delta U_B = Q_1 - Q_2 & T_f = T_i + \frac{Q}{C} & W = -nRT_0 \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \\
 \Delta U_{\text{tot}} = W_1 - Q_2 & W = \frac{-(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2} & \Delta U = \frac{D}{4} (T_f^4 - T_i^4) & \\
 Q = nRT_i \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) & Q = 0 & T_f = T_i e^{\frac{Q}{A}} & T_f = \left(T_f^3 + \frac{3Q}{B} \right)^{1/3} \quad C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \\
 8,7 \times 10^2 \text{ J} & \frac{C}{h} & C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} & -100 \text{ J} \quad \textcircled{b} \quad T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{ht}{C}}
 \end{array}$$

► Réponses et corrigés page 66

Réponses et corrigés

Fiche n° 1. Conversions

Réponses

1.1 a)	$1 \cdot 10^{-1} \text{ m}$	1.6 h)	$1,67 \cdot 10^6 \text{ qg}$	1.13 a).....	$4,43 \cdot 10^{16} \text{ m}$
1.1 b).....	$2,5 \cdot 10^3 \text{ m}$	1.6 i).....	$9,10 \cdot 10^{-1} \text{ rg}$	1.13 b)	$4,33 \cdot 10^{13} \text{ km}$
1.1 c)	$3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	1.6 j).....	$9,10 \cdot 10^2 \text{ qg}$	1.14 a).....	$10\,000 \text{ m}^2$
1.1 d)	$7,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$	1.7 a)	250 g	1.14 b)	$0,01 \text{ km}^2$
1.1 e).....	$5,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$	1.7 b)	200 g	1.14 c).....	$6,72 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$
1.1 f)	$1,3 \cdot 10^{-14} \text{ m}$	1.7 c)	125 g	1.14 d).....	$6,72 \cdot 10^7 \text{ ha}$
1.2 a).....	$1,5 \cdot 10^5 \text{ m}$	1.7 d)	5 g	1.14 e).....	$5,89 \cdot 10^8 \text{ m}^2$
1.2 b)	$7 \cdot 10^{-13} \text{ m}$	1.8 a).....	10%	1.14 f)	$5,89 \cdot 10^4 \text{ ha}$
1.2 c).....	$2,34 \text{ m}$	1.8 b).....	$0,7 \%$	1.15 a).....	oui
1.2 d)	$1,20 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	1.8 c).....	50%	1.15 b).....	oui
1.2 e).....	$2,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	1.8 d).....	5%	1.16 a).....	$1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
1.2 f)	$4,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$	1.8 e).....	180%	1.16 b)	625 kg/m^3
1.3 a).....	$7,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$	1.8 f)	$0,5 \%$	1.17 a)	$7,87$
1.3 b)	$2,6 \cdot 10^7 \text{ km/h}$	1.9	$5,2\%$	1.17 b).....	$1\,600 \text{ kg/m}^3$
1.4	$2,4 \text{ MJ}$	1.10 a).....	$1\,030 \text{ TWh}$	1.18	La boule en or
1.5	$5,5 \cdot 10^{-2} \Omega$	1.10 b).....	722 TWh	1.19	non
1.6 a).....	$1,99 \cdot 10^6 \text{ Rg}$	1.10 c).....	406 TWh	1.20	voiture
1.6 b).....	$1,99 \cdot 10^3 \text{ Qg}$	1.10 d).....	113 TWh	1.21 a).....	20 km/h
1.6 c).....	$1,90 \cdot 10^3 \text{ Rg}$	1.10 e)	$64,3 \text{ TWh}$	1.21 b)...	$1 \text{ année-lumière/an}$
1.6 d).....	$1,90 \text{ Qg}$	1.10 f)	$61,7 \text{ TWh}$	1.22 a).....	$0,017 \text{ tr/min}$
1.6 e)	$5,97 \text{ Rg}$	1.10 g).....	$41,1 \text{ TWh}$	1.22 b).....	$0,001\,7 \text{ rad/s}$
1.6 f).....	$5,97 \cdot 10^{-3} \text{ Qg}$	1.10 h).....	134 TWh	1.22 c)	$1,90 \cdot 10^{-6} \text{ tr/min}$
1.6 g).....	$1,67 \cdot 10^3 \text{ rg}$	1.11	l'or	1.22 d).....	$1,99 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$
		1.12 a).....	$1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$		
		1.12 b)	$0,000\,000\,000\,1 \text{ m}$		

Corrigés

1.3 a) Il faut bien penser à garder le bon nombre de chiffres significatifs (2 ici car les données en possèdent également 2) :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \times 150 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 7,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

1.3 b) On a $v = 7,3 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 7,3 \cdot 10^3 \text{ km/s} = 7,3 \cdot 10^3 \times 3\,600 \text{ km/h} = 2,6 \cdot 10^7 \text{ km/h}$.

1.4 On a $1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ J}$ donc $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3\,600 \text{ J}$ donc $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Ainsi, on trouve $T = 0,67 \text{ kW} \cdot \text{h} = 2,4 \cdot 10^6 \text{ J} = 2,4 \text{ MJ}$.

1.5 On a calculé $R = \frac{10 \text{ m}}{59 \cdot 10^6 \text{ S/m} \times 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 5,5 \cdot 10^{-2} \Omega$.

1.11 Pour comparer ces abondances et trouver la plus petite, on peut les convertir dans la même unité, par exemple en ppm :

Silicium	Or	Hydrogène	Fer	Oxygène	Cuivre
$2,75 \cdot 10^5 \text{ ppm}$	$1 \cdot 10^{-3} \text{ ppm}$	$1,4 \cdot 10^3 \text{ ppm}$	$5,0 \cdot 10^4 \text{ ppm}$	$4,6 \cdot 10^5 \text{ ppm}$	50 ppm

1.13 a) Une année lumière est la distance que parcourt la lumière en une année. Elle vaut donc $1 \text{ an} \times 365,25 \text{ jour/an} \times 24 \text{ h/jour} \times 3\,600 \text{ s/h} \times 2,99 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 9,435 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

La distance entre Alpha du centaure et la Terre est donc $4,7 \times 9,435 \cdot 10^{15} \text{ m} = 4,43 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

1.14 a) On a $1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 1 \times 10^4 \text{ m}^2$.

1.14 b) On a $1 \text{ ha} = 0,1 \text{ km} \times 0,1 \text{ km} = 0,01 \text{ km}^2$.

1.14 c) On a $672\,051 \text{ km}^2 = 672\,051 \cdot 1 \times 10^6 \text{ m}^2 = 6,72 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$.

1.14 d) On a $672\,051 \text{ km}^2 = 672\,051 \cdot 1 \times 10^2 \text{ ha} = 6,72 \cdot 10^7 \text{ ha}$.

1.14 e) On a $589 \text{ km}^2 = 589 \times 1 \times 10^6 \text{ m}^2 = 5,89 \cdot 10^8 \text{ m}^2$.

1.14 f) On a $589 \text{ km}^2 = 589 \times 1 \times 10^2 \text{ ha} = 589 \cdot 10^2 \text{ ha} = 5,89 \cdot 10^4 \text{ ha}$.

1.15 a) On peut convertir : $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 250 \text{ mL}$.

1.15 b) On peut convertir : $7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 75 \text{ L}$.

1.16 b) La masse volumique de la farine est $\frac{0,25 \text{ g}}{0,4 \text{ cL}} = 0,625 \text{ kg/L} = 625 \text{ kg/m}^3$.

1.18 Le volume du cube est $(10\text{ cm})^3 = 1\,000\text{ cm}^3$. Sa masse est donc

$$11,20\text{ g/cm}^3 \times 1\,000\text{ cm}^3 = 11,20 \cdot 10^3\text{ g} = 11,2\text{ kg}.$$

Le volume de la boule est $\frac{4}{3}\pi(15\text{ cm})^3 = 14 \cdot 10^3\text{ cm}^3 = 1,4 \cdot 10^{-2}\text{ m}^3$. Sa masse est alors

$$19\,300\text{ kg/m}^3 \times 1,4 \cdot 10^{-2}\text{ m}^3 = 270\text{ kg}.$$

1.19 On a $\frac{2\text{ mg}}{1 \cdot 10^3\text{ mm}^3} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\text{ g}}{1 \cdot 10^{-3}\text{ L}} = 2\text{ g/L}$.

1.20 On a $110\text{ km/h} = 30\text{ m/s}$.

1.21 a)

20 km/h	10 m/s	1 année-lumière/an	22 mm/ns	30 dm/s	60 cm/ms
0,28 m/s	10 m/s	$2,99 \cdot 10^8\text{ m/s}$	$2,2 \cdot 10^7\text{ m/s}$	3,0 m/s	600 m/s

1.21 b) Voir les vitesses indiquées dans le corrigé précédent.

1.22 a) On a $1\text{ tr}/60\text{ min} = 0,017\text{ tr/min}$.

1.22 b) On a $1\text{ tr}/60\text{ min} = 2\pi\text{ rad}/3\,600\text{ s} = 0,001\,7\text{ rad/s}$.

1.22 c) On a $1\text{ tr}/1\text{ an} = 1\text{ tr}/(1\text{ an} \times 365,25\text{ j/an} \times 24\text{ h/j} \times 60\text{ min/h}) = 1,90 \cdot 10^{-6}\text{ tr/min}$.

1.22 d) On a $1\text{ tr}/1\text{ an} = 2\pi\text{ rad}/(1\text{ an} \times 365,25\text{ j/an} \times 24\text{ h/j} \times 60\text{ min/h} \times 60\text{ s/min}) = 1,99 \cdot 10^{-7}\text{ rad/s}$.

Fiche n° 2. Étude des circuits électriques I

Réponses

2.1	\textcircled{b}	2.8 b)	$\frac{R}{5}$	2.14 a)	$\frac{E}{R}$
2.2	$2,5 \cdot 10^{17}$	2.8 c)	$\frac{R}{N}$	2.14 b)	$\frac{3E}{4R}$
2.3 a)	$2i$	2.8 d)	$R \left(\frac{1-a^2}{3-a^2} \right)$	2.15 a) ..	$\frac{ER_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$
2.3 b)	i	2.9 a)	$1 \text{ k}\Omega$	2.15 b) ..	$\frac{E(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$
2.3 c)	0	2.9 b)	$1 \text{ k}\Omega$	2.15 c) ..	$\frac{-ER_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$
2.4 a)	80 mA	2.10	$\frac{4R(R+R')}{2R+R'}$	2.16 a)	2
2.4 b)	30 mA	2.11 a)	$2R$	2.16 b)	3
2.4 c)	-350 mA	2.11 b)	R	2.17 a)	$\frac{3}{4}R$
2.5 a)	$E - U_1$	2.11 c)	0	2.17 b)	$\frac{3}{4}E$
2.5 b)	$U_1 - E$	2.12 a)	$\frac{I_0}{3}$	2.17 c)	$-\frac{E}{4}$
2.5 c)	$E - U_1$	2.12 b)	$\frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0$	2.18 a)	$\frac{3E}{8R}$
2.6 a)	1 V	2.13 a)	$\frac{1}{4} Ri + Ri_1$	2.18 b)	$\frac{1}{4} \frac{E}{R}$
2.6 b)	-6 V	2.13 b)	$\frac{13}{4} Ri - 3Ri_1$	2.18 c)	$-\frac{E}{8R}$
2.6 c)	7 V				
2.7 a)	$-\frac{u}{R}$				
2.7 b)	$\frac{u}{2R}$				
2.7 c)	$\frac{u}{3R}$				
2.8 a)	$\frac{5}{6}R$				

Corrigés

2.1 Calculons le nombre d'électrons transférés pendant une seconde :

- 5 000 électrons durant 1 ms correspond à $5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$;
- 0,2 mol d'électrons durant 1 an correspond à $0,2 \times 6 \cdot 10^{23} / (365 \times 24 \times 3\,600) = 3,8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$;
- 20 milliards d'électrons durant 1 min correspond à $20 \cdot 10^9 / 60 = 3,3 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$.

Par conséquent, c'est le courant \textcircled{b} qui donne la plus grande intensité.

2.2 La quantité de charge transférée vaut $q = I \times \Delta t = 4 \cdot 10^{-3} \times 10 = 40 \text{ mC}$. Cette quantité de charge correspond à un nombre d'électrons $N = q/e = 40 \cdot 10^{-3} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,5 \cdot 10^{17}$ électrons.

2.5 a) La loi des mailles donne la relation : $U + U_1 - E = 0$ soit $U = E - U_1$.

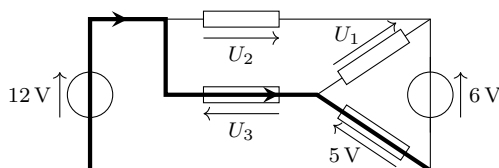
2.5 b) Les points A et C sont au même potentiel, ainsi que les points B et D. Par conséquent, la tension $U_{AB} = U_{CD} = -U_{DC} = -U$. Donc, $U_{AB} = U_1 - E$.

2.5 c) D est au même potentiel que B de sorte que $U_{DA} = U_{BA} = -U_{AB}$. On trouve donc $U_{DA} = E - U_1$.

2.6 a) Dans la maille triangulaire, on a $6 = U_1 + 5$, soit $U_1 = 1 \text{ V}$.

2.6 b) Dans la grande maille rectangulaire, la loi des mailles donne $12 + U_2 - 6 = 0$, soit $U_2 = -6 \text{ V}$.

2.6 c)



Dans la maille surlignée et parcourue dans le sens indiqué, on trouve la relation $12 - U_3 - 5 = 0$, ce qui donne $U_3 = 7 \text{ V}$.

2.7 a) La loi d'Ohm s'écrit $u = Ri$ en convention récepteur et $u = -Ri$ en convention générateur. Ici la résistance est fléchée en convention générateur. Ainsi, on trouve $i = -u/R$.

2.7 b) La loi d'Ohm donne $u = 2Ri$ soit $i = \frac{2u}{R}$.

2.7 c) La résistance est fléchée en convention générateur : on a $u = -(3R) \times (-i)$, d'où $i = \frac{u}{3R}$.

2.8 a) $R_{\text{eq}} = \frac{R}{2} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R$.

2.8 b) $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{2}{R} + \frac{3}{R} = \frac{5}{R}$, soit $R_{\text{eq}} = \frac{R}{5}$.

2.8 c) $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \underbrace{\frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}}_{N \text{ fois}} = \frac{N}{R}$, d'où $R_{\text{eq}} = \frac{R}{N}$.

2.8 d) La résistance équivalente R_{eq} est telle que :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R(1+a)} + \frac{1}{R(1-a)} = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a} \right) = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{2}{1-a^2} \right) = \frac{1}{R} \left(\frac{3-a^2}{1-a^2} \right).$$

On en déduit $R_{\text{eq}} = R \left(\frac{1-a^2}{3-a^2} \right)$.

2.9 a) En associant les deux résistances en série, on se ramène à deux résistances de $2 \text{ k}\Omega$ en parallèle, ce qui est équivalent à une résistance de $1 \text{ k}\Omega$.

2.9 b) En répétant la méthode précédente plusieurs fois, on arrive au même résultat.

2.10 La résistance équivalente du dipôle AB vaut $R_{\text{eq}} = 2R + \frac{2RR'}{2R+R'}$ soit $R_{\text{eq}} = \frac{4R(R+R')}{2R+R'}$.

2.11 a) On doit résoudre

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 3R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 6R^2 + 3RR' \quad \text{d'où} \quad RR' = 2R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = 2R$.

2.11 b) On doit résoudre

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = \frac{8}{3}R \quad \text{soit} \quad 12R^2 + 12RR' = 16R^2 + 8RR' \quad \text{d'où} \quad 4RR' = 4R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = R$.

2.11 c) Résolvons l'équation

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 2R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 4R^2 + 2RR' \quad \text{d'où} \quad 2RR' = 0.$$

Comme $R \neq 0$, il faut nécessairement $R' = 0$.

2.12 b) Isolons I :

$$\begin{aligned} R_1 I + R_2 (I_0 + I) &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2) I + R_2 I_0 &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2) I &= R_2 I_0 \\ I &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0. \end{aligned}$$

2.13 a) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABCF :

$$E - \frac{1}{4} Ri - Ri_1 = 0 \quad \text{soit} \quad E = \frac{1}{4} Ri + Ri_1.$$

2.13 b) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABDE :

$$E - \frac{1}{4}Ri - 3R(i - i_1) = 0 \quad \text{d'où} \quad E = \frac{13}{4}Ri - 3Ri_1.$$

2.14 a) Additionnons les deux relations après avoir multiplié par 3 la première

$$\begin{cases} 3Ri + 12Ri_1 = 12E \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4E \end{cases} + \implies 16Ri = 16E \quad \text{d'où} \quad i = \frac{e}{R}.$$

2.14 b) Dans la première relation, remplaçons i par E/R :

$$R \times \left(\frac{E}{R}\right) + 4Ri_1 = 4E \implies 4Ri_1 = 3E \quad \text{d'où} \quad i_1 = \frac{3E}{4R}.$$

2.15 a) Rappelons la règle du diviseur de tension :

Dans un circuit où N conducteurs de résistances R_1, \dots, R_N sont placés en série, la tension U_k qui règne aux bornes de la résistance R_k est donnée par la formule

$$U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} U \quad \text{avec} \quad U = \sum_{i=1}^N U_i.$$

Ici, cela donne $U_1 = E \times \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

2.15 b) Ici, on cherche la tension aux bornes de l'ensemble des résistances $\{R_2, R_3\}$ placés en série et donc équivalent à $R_2 + R_3$. La règle du diviseur donne alors $U_2 = E \times \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

2.15 c) Attention, ici il y a un piège. La loi du diviseur de tension donne $U_3 = U \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$ où U est la somme algébrique des tensions orientées dans le même sens que la tension que l'on cherche. Aussi a-t-on $U = -E$ de sorte que $U_3 = -E \times \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

2.16 a) La formule du diviseur de courant donne $\frac{i_1}{i} = \frac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R}$. Par conséquent, α doit vérifier l'équation

$$\frac{1}{1 + \alpha} = \frac{1}{3} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \alpha = 2.$$

2.16 b) On peut utiliser les formules du diviseur de courant :

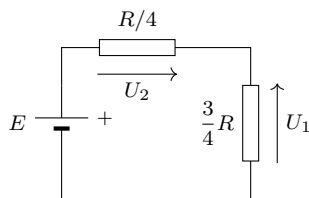
$$i_1 = i \times \frac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R} \quad \text{et} \quad i_2 = i \times \frac{1/R}{1/(\alpha R) + 1/R}$$

ce qui permet de déduire $i_2/i_1 = \alpha$. La solution est donc $\alpha = 3$.

On peut aussi tout simplement écrire la loi des mailles : $\alpha Ri_1 = Ri_2$ pour aboutir plus immédiatement au résultat.

2.17 a) L'association $(R \parallel 3R)$ est équivalent à un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \frac{R \times 3R}{R + 3R} = \frac{3}{4}R$.

2.17 b) Simplifions le montage en remplaçant l'association $(R \parallel 3R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \frac{3}{4}R$.



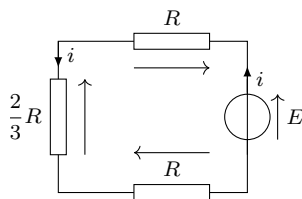
On reconnaît un diviseur de tension. La formule du diviseur donne $U_1 = E \times \frac{\frac{3}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} = \frac{3}{4}E$.

2.17 c) Là encore on peut utiliser la formule du diviseur de tension en faisant attention à l'orientation :

$$-U_2 = E \times \frac{\frac{1}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} \quad \text{soit} \quad U_2 = -\frac{E}{4}.$$

Remarque : on peut aussi obtenir U_2 à l'aide de la loi des mailles : $E + U_2 - U_1 = 0$ avec $U_1 = \frac{3}{4}E$.

2.18 a) Remplaçons l'association $(2R \parallel R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$. On obtient le circuit à une maille suivant :



La loi des mailles donne alors $E - Ri - \frac{2}{3}Ri - Ri = 0$, d'où $i = \frac{3}{8} \frac{E}{R}$.

2.18 b) La formule du diviseur donne

$$i_1 = \frac{1/R}{1/R + 1/(2R)} \times i = \frac{2}{3}i = \frac{1}{4} \frac{E}{R}.$$

2.18 c) Le plus simple consiste à utiliser la loi des nœuds : $i + i_2 = i_1$ ce qui donne $i_2 = i_1 - i = -\frac{E}{8R}$.

On peut aussi utiliser la formule du diviseur de courant en faisant attention à l'orientation des courants :

$$-i_2 = \frac{1/(2R)}{1/R + 1/(2R)} \times i = \frac{1}{3}i = \frac{E}{8R}.$$

Fiche n° 3. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Réponses

3.1 a)	$\frac{\pi}{180} \times \alpha_{\text{deg}}$	3.4 a)	$16,3^\circ$	3.8 c)	Non
3.1 b)	$60 \times \alpha_{\text{deg}}$	3.4 b)	$25,5^\circ$	3.9 a)	$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}}$
3.2 a)	$35^\circ 39'$	3.4 c)	$22,0^\circ$	3.9 b)	$\cos \theta_r > \frac{n_2}{n_1}$
3.2 b)	$1,715 \text{ rad}$	3.5 a)	$r - i$	3.9 c)	$\sin \theta_i < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
3.2 c)	$60^\circ 20'$	3.5 b)	$\pi - 2i$	3.10 a)	564 THz
3.3 a)	i	3.6 a)	$(\alpha_1 + \alpha_2) - \pi$	3.10 b)	$3,74 \times 10^{-19} \text{ J}$
3.3 b)	$\frac{\pi}{2} - i$	3.6 b)	$r + r'$	3.11	(b) et (d)
3.3 c)	$\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right)$	3.7 a)	Non	3.12 a)	$2,26 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
3.3 d) ..	$\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right)$	3.7 b)	60°	3.12 b)	400 nm
		3.8 a)	$1,25$		
		3.8 b)	$1,18$		

Corrigés

- 3.2 a)** On a $\alpha = 35^\circ + 0,65 \times 60' = 35^\circ 39'$.
-
- 3.2 b)** L'angle β vaut 98° et 15 minutes d'angle, c'est-à-dire $\beta = 98 + 15/60 = 98,25^\circ$.
- En radians, on a $\beta = 98,25^\circ \times \frac{180^\circ}{\pi} = 1,715 \text{ rad}$ (on garde 4 chiffres significatifs, comme la donnée de départ).
-
- 3.2 c)** On a $\gamma = 1,053 \times 180^\circ / \pi = 60,33^\circ$. Or, $0,33^\circ$ correspondent à $0,33 \times 60 = 20'$. Donc $\gamma = 60^\circ 20'$.
-
- 3.3 a)** On a $\alpha = i$. Il s'agit de la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.
-
- 3.3 b)** On a $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha = i$, donc $\beta = \frac{\pi}{2} - i$.
-
- 3.3 c)** Loi de Snell-Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\delta)$. Donc $\delta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right)$.
-
- 3.4 a)** Loi de Snell Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$. On obtient pour r :

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right) \text{ et donc } r = \arcsin\left(\frac{1}{1,45} \sin 24,0\right) = 16,3^\circ.$$

Attention à bien régler la calculatrice en degré ou à convertir l'angle en radian.

.....

3.4 b) Si la calculatrice est réglée en degré, on a : $r = \arcsin\left(\frac{1}{1,45} \sin(0,674 \times \frac{180}{\pi})\right) = 25,5^\circ$.

3.4 c) On a $i = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin r\right)$ donc $i = \arcsin\left(\frac{1,45}{1} \sin 15,0\right) = 22,0^\circ$.

3.5 a) On a $D_t = r - i$. Attention, i et r sont orientés dans le sens trigonométrique, alors que D_t est orienté dans le sens horaire.

3.5 b) On a $D_r - (-i) + i = \pi$ donc $D_r = \pi - 2i$.

3.6 a) On utilise le fait que la somme des angles d'un quadrilatère est égale à 2π dans OIAJ. Donc, on a $2\pi = A + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + (2\pi - (\alpha_1 + \alpha_2))$, et ainsi $A = (\alpha_1 + \alpha_2) - \pi$.

3.6 b) On utilise le fait que la somme des angles d'un triangle est égale à π dans IAJ. Donc, on obtient $\pi = A + (\frac{\pi}{2} - r) + (\frac{\pi}{2} - r')$, et ainsi $A = r + r'$.

3.7 a) On a $\frac{n_1}{n_2} \sin i = \frac{1,5}{1,3} \sin(44^\circ) = 0,8 < 1$. Il existe un rayon réfracté, il n'y a donc pas réflexion totale.

3.7 b) Comme n_1 est supérieur à n_2 , il existe un tel angle limite, qui est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1,3}{1,5}\right) = 60^\circ$.

3.8 a) D'après la loi de Snell-Descartes, $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ donc $n_2 = n_1 \frac{\sin i}{\sin r} = 1,37 \times \frac{\sin(20,0^\circ)}{\sin(22,0^\circ)} = 1,25$.

3.8 b) On observe une réflexion totale si $\frac{n_1}{n_2} \times \sin(i) > 1$ donc si $n_2 < n_1 \times \sin(i) = 1,37 \times \sin(60,0^\circ) = 1,18$.

3.8 c) L'angle limite au-delà duquel il y a réflexion totale est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. Un milieu ne peut pas avoir un indice plus petit que 1 (cela signifierait que la lumière s'y propage plus rapidement que dans le vide, ce qui n'est pas possible). Donc, pour $n_1 = 1,37$, le plus petit angle limite de réflexion totale est

$$i_{\ell, \min} = \arcsin\left(\frac{1}{1,37}\right) = 46,9^\circ > 40,0^\circ.$$

Donc : non, il n'existe aucun milieu 2 qui permette d'observer une réflexion totale dans ces conditions.

3.9 a) On a $\cos \theta_r = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}}$.

3.9 b) Il s'agit d'un triangle rectangle, donc $i = \frac{\pi}{2} - \theta_r$. Donc la relation équivaut à $\frac{n_1 \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_r)}{n_2} > 1$, c'est-à-dire $\frac{n_1 \cos \theta_r}{n_2} > 1$ et donc $\cos \theta_r > \frac{n_2}{n_1}$.

3.9 c) On a $\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2}} > \frac{n_2}{n_1}$ donc $1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_1^2} > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ dont on déduit $\sin^2 \theta_i < n_1^2 \left(1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right) = n_1^2 - n_2^2$.
Donc $\sin \theta_i < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

3.10 a) On a $f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{532 \text{ nm}} = 5,64 \times 10^{14} \text{ Hz} = 564 \text{ THz}$.

3.10 b) On a $E = hf = 6,63 \times 10^{-34} \times 5,64 \times 10^{14} \text{ J} = 3,74 \times 10^{-19} \text{ J}$.

3.11 Au passage d'un dioptre, la fréquence et l'énergie d'un photon sont inchangées. En revanche, la vitesse de propagation de la lumière et la longueur d'onde dépendent de l'indice optique.

3.12 a) On a $v = \frac{c}{n} = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} / 1,33 = 2,26 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.12 b) On a $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{532}{1,33} \text{ nm} = 400 \text{ nm}$.

Fiche n° 4. Principe fondamental de la dynamique

Réponses

- 4.1 $\frac{p + m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
- 4.2 a) $\sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2}$
- 4.2 b) $\arctan\left(\frac{mR\omega^2 - T}{mg}\right)$
- 4.3 a) $a_0(t - t_0)$
- 4.3 b) 0
- 4.3 c) $\frac{a_0}{k} [1 - e^{-k(t-t_0)}]$
- 4.4 a) $a \cos(\alpha) \vec{e}_x + a \sin(\alpha) \vec{e}_y$
- 4.4 b) $b \sin(\alpha) \vec{e}_x + b \cos(\alpha) \vec{e}_y$
- 4.4 c) $c \cos(\alpha) \vec{e}_x - c \sin(\alpha) \vec{e}_y$
- 4.4 d) $-d \sin(\alpha) \vec{e}_x + d \cos(\alpha) \vec{e}_y$
- 4.5 a) $-P \sin(\alpha) \vec{e}_x - P \cos(\alpha) \vec{e}_y$
- 4.5 b) $N \vec{e}_y$
- 4.6 a) $P \cos(\theta) \vec{e}_r - P \sin(\theta) \vec{e}_\theta$
- 4.6 b) $-T \vec{e}_r$
- 4.6 c) $(P \cos(\theta) - T) \vec{e}_r - P \sin(\theta) \vec{e}_\theta$
- 4.7 a) $P \vec{e}_x$
- 4.7 b) $-T \cos(\theta) \vec{e}_x - T \sin(\theta) \vec{e}_y$
- 4.7 c) $(P - T \cos(\theta)) \vec{e}_x - T \sin(\theta) \vec{e}_y$
- 4.8 a) $\left(\frac{1}{2} a_0 t^2 + x_0\right) \vec{e}_x - v_0 t \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z$
- 4.8 b) $a_0 t \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_y$
- 4.8 c) $a_0 \vec{e}_x$
- 4.9 a) $g \vec{e}_z$
- 4.9 b) $v_0 \vec{e}_x + g t \vec{e}_z$
- 4.9 c) $(v_0 t + x_0) \vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y + \frac{1}{2} g t^2 \vec{e}_z$
- 4.10 a) $\cos(\theta) \vec{e}_x + \sin(\theta) \vec{e}_y$
- 4.10 b) $-\sin(\theta) \vec{e}_x + \cos(\theta) \vec{e}_y$
- 4.10 c) $-\dot{\theta} \sin(\theta) \vec{e}_x + \dot{\theta} \cos(\theta) \vec{e}_y$
- 4.10 d) $-\dot{\theta} \cos(\theta) \vec{e}_x - \dot{\theta} \sin(\theta) \vec{e}_y$
- 4.10 e) $\dot{\theta} \vec{e}_\theta$
- 4.10 f) $-\dot{\theta} \vec{e}_r$
- 4.11 \odot
- 4.12 a) $\dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$
- 4.12 b) $(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta$
- 4.13 a) $2,2 \text{ N}$
- 4.13 b) $0,46 \text{ rad}$
- 4.14 a) $(T' - T) \cos \theta$
- 4.14 b) $(T' + T) \sin \theta - F$
- 4.14 c) $1,17 \text{ kN}$
- 4.15 $1,6 \text{ N}$
- 4.16 864 N
- 4.17 a) $P \cos \alpha$
- 4.17 b) $-m \frac{dv}{dt} + P \sin \alpha$
- 4.18 a) $\frac{T_1}{2m}$
- 4.18 b) $g - \frac{T_2}{m}$
- 4.18 c) $\frac{g}{3}$

Corrigés

4.2 a) Pour obtenir F il faut pouvoir éliminer α . L'astuce consiste à utiliser l'identité

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

On a $\begin{cases} F \sin \alpha = mR\omega^2 - T \\ F \cos \alpha = mg \end{cases}$ soit $F^2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = F^2 = (mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2$. Finalement, l'intensité d'une force étant positive, on trouve $F = \sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2}$.

4.2 b) Quand on écrit le système sous la forme $\begin{cases} F \sin \alpha = mR\omega^2 - T \\ F \cos \alpha = mg \end{cases}$, on s'aperçoit qu'il suffit de faire le rapport des deux équations pour éliminer F . On obtient

$$\tan \alpha = \frac{mR\omega^2 - T}{mg} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \arctan \left(\frac{mR\omega^2 - T}{mg} \right).$$

4.3 a) La solution générale s'écrit $v(t) = a_0 t + C_1$ où C_1 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition $v(t_0) = 0$. Cette condition donne $C_1 = -a_0 t_0$ d'où la solution $v(t) = a_0(t - t_0)$.

4.3 b) La solution générale s'écrit $v(t) = Ae^{-kt}$. La condition initiale $v(t_0) = 0$ implique $A = 0$ puisque $e^{-kt} > 0$ pour tout t . Ainsi la solution est $v(t) = 0$.

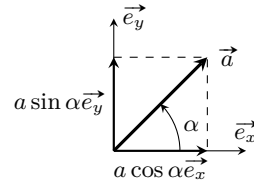
4.3 c) La solution de l'équation homogène est $v(t) = Ae^{-kt}$. Une solution particulière (constante) est $v = \frac{a_0}{k}$. Les solutions sont $v(t) = Ae^{-kt} + \frac{a_0}{k}$. La condition initiale $v(t_0) = 0$ donne $A = -\frac{a_0}{k}e^{kt_0}$. Il en découle la solution générale : $v(t) = \frac{a_0}{k} [1 - e^{-k(t-t_0)}]$.

4.4 a)

La composante suivant \vec{e}_x correspond au produit scalaire

$$\vec{a} \cdot \vec{e}_x = a \times 1 \times \cos(\alpha).$$

De même la composante suivant \vec{e}_y est le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{e}_y = a \times 1 \times \cos(\pi/2 - \alpha) = a \sin(\alpha)$. On peut retrouver ces résultats géométriquement (cf. ci-contre).



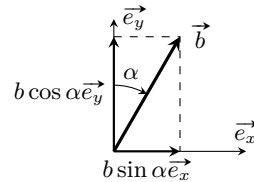
4.4 b)

La composante suivant \vec{e}_x vaut

$$b_x = \vec{b} \cdot \vec{e}_x = b \cos(\pi/2 - \alpha) = b \sin(\alpha).$$

De même, la composante suivant \vec{e}_y vaut

$$b_y = \vec{b} \cdot \vec{e}_y = b \cos(\alpha).$$



4.4 c)

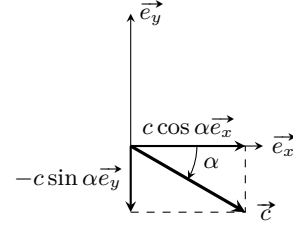
On a

$$c_x = \vec{c} \cdot \vec{e}_x = c \cos(\alpha)$$

et

$$c_y = \vec{c} \cdot \vec{e}_y = c \cos(\pi/2 + \alpha) = -c \sin(\alpha).$$

On retrouve ces projections à l'aide de la construction ci-contre.



4.4 d)

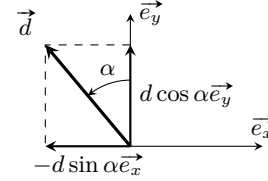
On trouve

$$d_x = \vec{d} \cdot \vec{e}_x = d \cos(\pi/2 + \alpha) = -d \sin(\alpha)$$

et

$$d_y = \vec{d} \cdot \vec{e}_y = d \cos(\alpha).$$

La construction ci-contre confirme ces projections.



4.5 a) La composante suivant \vec{e}_x du poids est $P_x = \vec{P} \cdot \vec{e}_x = P \cos(\alpha + \pi/2) = -P \sin(\alpha)$. De même, sa composante suivant \vec{e}_y s'écrit $P_y = \vec{P} \cdot \vec{e}_y = P \cos(\alpha + \pi) = -P \cos(\alpha)$. Ainsi, le poids s'écrit

$$\vec{P} = -P \sin(\alpha) \vec{e}_x - P \cos(\alpha) \vec{e}_y.$$

4.5 b) Le vecteur \vec{N} est colinéaire au vecteur unitaire \vec{e}_y et de même sens ; on a donc $\vec{N} = N \vec{e}_y$.

4.6 a) La composante suivant \vec{e}_r du poids est $P_r = \vec{P} \cdot \vec{e}_r = P \cos(\theta)$. De même, sa composante suivant \vec{e}_θ s'écrit $P_\theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_\theta = P \cos(\alpha + \pi/2) = -P \sin(\theta)$. Ainsi, le poids s'écrit

$$\vec{P} = P \cos(\theta) \vec{e}_r - P \sin(\theta) \vec{e}_\theta.$$

4.6 b) Le vecteur \vec{T} est colinéaire au vecteur unitaire \vec{e}_r et de sens opposé ; on a donc $\vec{T} = -T \vec{e}_r$.

4.7 a) Le poids \vec{P} est colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire \vec{e}_x ; on a donc $\vec{P} = P \vec{e}_x$.

4.7 b) La composante suivant \vec{e}_x de la tension du fil \vec{T} est $T_x = \vec{T} \cdot \vec{e}_x = T \cos(\pi - \theta) = -T \cos(\theta)$.

De même, sa composante suivant \vec{e}_y vaut $T_y = \vec{T} \cdot \vec{e}_y = T \cos(\pi/2 + \theta) = -T \sin(\theta)$. Finalement, on trouve

$$\vec{T} = -T \cos(\theta) \vec{e}_x - T \sin(\theta) \vec{e}_y.$$

4.8 a) Le vecteur position est le vecteur $\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$, d'où

$$\vec{OM} = \left(\frac{1}{2} a_0 t^2 + x_0 \right) \vec{e}_x - v_0 t \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z.$$

4.8 b) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur vitesse s'écrit

$$\vec{v} = \dot{x} \vec{e}_x + \dot{y} \vec{e}_y + \dot{z} \vec{e}_z = a_0 t \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_y.$$

4.8 c) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur accélération s'exprime en fonction des dérivées secondes des coordonnées : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z = a_0\vec{e}_x$.

4.9 a) D'après le PFD, on a $mg\vec{e}_z = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = g\vec{e}_z$.

4.9 b) L'accélération s'écrit $\vec{a} = \dot{v}_x\vec{e}_x + \dot{v}_y\vec{e}_y + \dot{v}_z\vec{e}_z$. On en déduit

$$\begin{cases} \dot{v}_x = 0 \\ \dot{v}_y = 0 \\ \dot{v}_z = g \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = gt + C_3. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_1 = v_0$, $C_2 = 0$ et $C_3 = 0$. Finalement, on trouve $\vec{v} = v_0\vec{e}_x + gt\vec{e}_z$.

4.9 c) Le vecteur vitesse s'écrit $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$.

Par identification avec l'expression obtenue précédemment, on a

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = gt \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x = v_0t + C_4 \\ y = C_5 \\ z = \frac{1}{2}gt^2 + C_6. \end{cases}$$

Les conditions initiales imposent $C_4 = x_0$, $C_5 = y_0$ et $C_6 = 0$. Finalement, on trouve

$$\vec{OM} = (v_0t + x_0)\vec{e}_x + y_0\vec{e}_y + \frac{1}{2}gt^2\vec{e}_z.$$

4.10 a) On a $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_x = \cos(\theta)$ et $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_y = \cos(\pi/2 - \theta) = \sin(\theta)$ d'où $\vec{e}_r = \cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y$.

4.10 b) On a $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_x = \cos(\pi/2 + \theta) = -\sin(\theta)$ et $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_y = \cos(\theta)$ d'où $\vec{e}_\theta = -\sin(\theta)\vec{e}_x + \cos(\theta)\vec{e}_y$.

4.10 c) Il suffit de dériver le vecteur $\vec{e}_r = \cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y$, en utilisant le fait que \vec{e}_x et \vec{e}_y sont des constantes (vectorielles). On a donc $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\cos(\theta)}{dt}\vec{e}_x + \frac{d\sin(\theta)}{dt}\vec{e}_y$. Ici, θ dépend du temps, par conséquent on a

$$\frac{d\cos(\theta)}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \times \frac{d\cos(\theta)}{d\theta} = -\dot{\theta}\sin(\theta).$$

De même, on a $\frac{d\sin(\theta)}{dt} = \dot{\theta}\cos(\theta)$. Finalement, on trouve

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = -\dot{\theta}\sin(\theta)\vec{e}_x + \dot{\theta}\cos(\theta)\vec{e}_y.$$

4.10 d) En partant de $\vec{e}_\theta = -\sin(\theta)\vec{e}_x + \cos(\theta)\vec{e}_y$, on trouve

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\sin(\theta)}{dt}\vec{e}_x + \frac{d\cos(\theta)}{dt}\vec{e}_y = -\dot{\theta}\cos(\theta)\vec{e}_x - \dot{\theta}\sin(\theta)\vec{e}_y.$$

4.11 Le vecteur \vec{OM} est colinéaire et de même sens que \vec{e}_r . Sa norme étant égale r , on a $\vec{OM} = r\vec{e}_r$.

4.12 a) Il suffit de dériver le vecteur position en utilisant les résultats des exercices précédents : on trouve

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

4.12 b) Dérivons le vecteur vitesse :

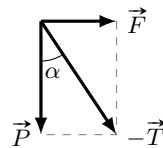
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{r}}{dt}\vec{e}_r + \dot{r}\frac{d\vec{e}_r}{dt} + \frac{d(r\dot{\theta})}{dt}\vec{e}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e}_\theta.$$

4.13 a) Calculons le carré scalaire :

$$\vec{T}^2 = (-\vec{F} - \vec{P})^2 = F^2 + P^2 + 2\vec{F} \cdot \vec{P} = 5$$

car $\vec{F} \cdot \vec{P} = 0$. Par conséquent, $T = \sqrt{5N^2} \simeq 2,2\text{ N}$.

4.13 b) Une construction géométrique permet de trouver immédiatement l'angle α :



$$\tan \alpha = F/P \quad \text{soit} \quad \alpha = 0,46 \text{ rad.}$$

On peut aussi utiliser les produits scalaires. Par exemple,

$$\vec{T} \cdot \vec{F} = T \times F \cos(\pi/2 + \alpha) = -TF \sin \alpha.$$

De plus, compte tenu de l'équilibre des forces, on a

$$\vec{T} \cdot \vec{F} = (-\vec{F} - \vec{P}) \cdot \vec{F} = -F^2 - \vec{P} \cdot \vec{F} = -F^2.$$

Il en découle $\sin \alpha = F/T$ soit $\alpha = 0,46 \text{ rad}$ (c'est-à-dire $\alpha = 26^\circ$).

4.14 a) On a $\vec{R} = \vec{T} + \vec{T}' + \vec{F}$. La composante horizontale de \vec{R} vaut

$$R_x = \vec{R} \cdot \vec{e}_x = \underbrace{\vec{T} \cdot \vec{e}_x}_{-T \cos \theta} + \underbrace{\vec{T}' \cdot \vec{e}_x}_{T' \cos \theta} + \underbrace{\vec{F} \cdot \vec{e}_x}_0 = (T' - T) \cos \theta.$$

4.14 b) La composante verticale de \vec{R} s'écrit

$$R_y = \vec{R} \cdot \vec{e}_y = \underbrace{\vec{T} \cdot \vec{e}_y}_{T \sin \theta} + \underbrace{\vec{T}' \cdot \vec{e}_y}_{T' \sin \theta} + \underbrace{\vec{F} \cdot \vec{e}_y}_{-F} = (T' + T) \sin \theta - F.$$

4.14 c) Résoudre l'équation vectorielle $\vec{R} = \vec{0}$, c'est résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (T' - T) \cos \theta = 0 \\ (T' + T) \sin \theta - F = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} T' = T \\ T = \frac{F}{2 \sin \theta}. \end{cases}$$

Sachant que $F = 800\text{ N}$ et $\theta = 20^\circ$, on obtient $T = 1,17\text{ kN}$.

4.15 Le principe fondamental de la dynamique impose $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$. En projetant la relation précédente suivant la verticale descendante, on obtient $mg - F = ma$ ce qui donne $F = m(g - a) = 1,6\text{ N}$.

4.16 L'homme subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de contact dû à l'ascenseur $-\vec{F}$ (principe des actions réciproques). Le principe fondamental de la dynamique donne $m\vec{g} - \vec{F} = m\vec{a}$. En projetant sur la verticale ascendante, on obtient $ma = -mg + F$, soit $F = m(a + g) = 80 \times 10,8 = 864\text{ N}$.

4.17 a) Le principe fondamental de la dynamique donne $\vec{P} + \vec{f}_n + \vec{f}_t = m\vec{a}$ avec $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t$ (\vec{e}_t est le vecteur unitaire orienté suivant le vecteur vitesse; c'est le vecteur tangent de la base de Frenet). Si l'on projette la relation suivant la normale \vec{e}_n au support on aboutit à

$$\underbrace{\vec{P} \cdot \vec{e}_n}_{P \cos(\pi - \alpha)} + \underbrace{\vec{f}_n \cdot \vec{e}_n}_{f_n} + \underbrace{\vec{f}_t \cdot \vec{e}_n}_0 = m \frac{dv}{dt} \underbrace{\vec{e}_t \cdot \vec{e}_n}_0,$$

ce qui donne $f_n = -P \cos(\pi - \alpha) = P \cos \alpha$.

4.17 b) En projetant la relation fondamentale de la dynamique suivant la direction tangentielle au support, on obtient

$$\underbrace{\vec{P} \cdot \vec{e}_t}_{P \cos(\pi/2 - \alpha)} + \underbrace{\vec{f}_n \cdot \vec{e}_t}_0 + \underbrace{\vec{f}_t \cdot \vec{e}_t}_{-f_t} = m \frac{dv}{dt} \underbrace{\vec{e}_t \cdot \vec{e}_t}_1,$$

c'est-à-dire $f_t = -m \frac{dv}{dt} + P \sin \alpha$.

4.18 a) Le principe fondamental appliqué au bloc B₁ donne $2m\vec{g} + \vec{R} + \vec{T}_1 = 2m\vec{a}_1$. En projetant cette relation suivant le sens du mouvement, on obtient :

$$2m \underbrace{\vec{g} \cdot \vec{e}_x}_0 + \underbrace{\vec{R} \cdot \vec{e}_x}_0 + \underbrace{\vec{T}_1 \cdot \vec{e}_x}_{T_1} = 2m \underbrace{\vec{a}_1 \cdot \vec{e}_x}_{a_1} \quad \text{soit} \quad a_1 = \frac{T_1}{2m}.$$

4.18 b) Le principe fondamental appliqué au bloc B₂ donne $m\vec{g} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_2$. En projetant cette relation suivant le sens du mouvement, on obtient :

$$m \underbrace{\vec{g} \cdot \vec{e}_y}_g + \underbrace{\vec{T}_2 \cdot \vec{e}_y}_{-T_2} = m \underbrace{\vec{a}_2 \cdot \vec{e}_y}_{a_2} \quad \text{soit} \quad a_2 = g - \frac{T_2}{m}.$$

4.18 c) On a les relations :

$$a_1 = \frac{T_1}{2m} \quad \text{et} \quad a_2 = g - \frac{T_2}{m}.$$

Multiplions la première relation par $2m$, et la deuxième par m , puis additionnons les. On trouve

$$2ma_1 + ma_2 = T_1 + mg - T_2.$$

Comme $a_1 = a_2$ et $T_1 = T_2$, on obtient $3ma_1 = mg$ soit $a_1 = a_2 = g/3$.

Fiche n° 5. Induction

Réponses

5.1 a)	$\times 2$	5.7 a)	$i > 0$
5.1 b)	$\times 2$	5.7 b)	$i < 0$
5.1 c)	$\times 1/2$	5.7 c)	$i > 0$
5.1 d)	$\times 2$	5.7 d)	$i < 0$
5.2 a)	(a) et (b)	5.7 e)	$i < 0$
5.2 b)	Oui	5.7 f)	$i < 0$
5.2 c)	Non	5.8 a)	le flux diminue
5.3 a)	0	5.8 b)	le flux ne varie pas
5.3 b)	0	5.8 c)	le flux diminue
5.3 c)	0	5.8 d)	$i > 0$
5.3 d)	$-Bac$	5.8 e)	$i = 0$
5.3 e)	Bac	5.8 f)	$i > 0$
5.4 a)	$-Ba^2$	5.9 a)	$B_0 S_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$
5.4 b)	0	5.9 b)	$B_0 S_0 \frac{t}{\tau^2} e^{-t/\tau}$
5.4 c)	$\frac{Ba^2}{4}$	5.9 c)	$8B_0 S_0 \omega \cos(\omega t) \sin^3(\omega t)$
5.4 d)	$\frac{Ba^2}{4}$	5.9 d)	$-B_0 S_0 \omega [2 \cos(4\omega t) + \cos(2\omega t)]$
5.4 e)	$\frac{Ba^2}{4}$	5.10 a)	$-IBd\vec{e}_x$
5.4 f)	$\frac{Ba^2}{4}$	5.10 b)	$-\frac{IBd}{m}t + v_0$
5.5 a)	$-Bab$	5.10 c)	$\frac{mv_0^2}{2IBd}$
5.5 b)	0	5.11 a)	$-IaB\vec{e}_y$
5.5 c)	0	5.11 b)	$IaB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + \frac{1}{2}\vec{e}_y\right)$
5.5 d)	0	5.11 c)	$IaB\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + \frac{1}{2}\vec{e}_y\right)$
5.5 e)	Ba^2	5.11 d)	$\vec{0}$
5.5 f)	$Ba(b-a)$	5.12 a)	$IaB\vec{e}_z$
5.6	(b)		

5.12 b)	$\vec{0}$	5.12 h)	$-Ia^2 B \vec{e}_x$
5.12 c)	$-IaB \vec{e}_z$	5.13 a)	$iab \vec{e}_\theta$
5.12 d)	$\vec{0}$	5.13 b)	$iabB \cos \theta$
5.12 e)	$\vec{0}$	5.13 c)	$-\frac{a}{2} mg \sin \theta$
5.12 f)	$-Ia^2 B \vec{e}_x$	5.13 d)	$\arctan\left(\frac{2ibB}{mg}\right)$
5.12 g)	$Ia^2 \vec{e}_z$		

Corrigés

5.1 a) Le flux du champ magnétique à travers une spire est $\varphi_1 = BS = \pi R^2 B$. Le flux total à travers la bobine est donc

$$\varphi_{\text{tot}} = N\varphi_1 = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2}{\ell} i.$$

On retrouve l'expression de l'inductance L de la bobine en fonction de ses caractéristiques géométriques :

$$\varphi_{\text{tot}} = Li \iff L = \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2}{\ell}.$$

Si on double le courant, on double donc le flux.

5.1 b) En doublant la longueur du solénoïde, en gardant les spires jointives et le fil de même épaisseur, on double alors la longueur ℓ et le nombre de spires N : on double alors le flux.

5.1 c) Le fil est deux fois plus épais mais de même longueur : on a toujours N spires mais réparties sur une longueur 2ℓ au lieu de ℓ . Le flux propre est donc divisé par deux.

5.1 d) Si on double le rayon des spires en gardant la longueur de fil identique, le nombre de spires dans la bobine diminue. En effet, en notant ℓ_{fil} la longueur du fil, on trouve : $\ell_{\text{fil}} = 2\pi NR = 2\pi N'(2R) \iff N' = N/2$ en notant N' le nouveau nombre de spires. La longueur de la bobine est également divisée par 2.

Le flux total devient alors :

$$\varphi'_{\text{tot}} = \frac{\mu_0 \pi (2R)^2 (N/2)^2}{(\ell/2)} i = 2 \frac{\mu_0 \pi R^2 N^2}{\ell} i = 2\varphi_{\text{tot}}.$$

Le flux total est donc multiplié par deux.

5.2 a) D'après la règle de la main droite, le pouce étant dans le sens du courant, en enroulant la main on trouve que le champ magnétique sort de la feuille au niveau des circuits. De plus, en enroulant la main droite dans le sens de l'orientation de chaque circuit on peut déterminer le sens du vecteur surface par le sens du pouce, ainsi les spires A et B ont un vecteur surface vers la feuille et les spires C et D ont un vecteur surface qui sort de la feuille. Comme le flux est donné par $\phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$, celui-ci sera négatif si le vecteur surface et le vecteur champ magnétique présentent des sens opposés.

5.2 b) On rappelle que le flux du champ magnétique à travers une surface orientée S vaut $\phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Sans tenir compte de l'orientation des surfaces, le flux sera d'autant plus important dans le circuit que celui est proche du fil car le champ magnétique produit par un fil infini est une fonction décroissante de la distance au fil. On a donc $|\phi_A| > |\phi_B|$.

5.2 c) D'après la même justification que la question précédente, on a $|\phi_D| > |\phi_C|$.

5.3 a) On oriente toutes les surfaces vers l'extérieur du volume. Ainsi, pour la surface $AA'B'B$ le vecteur normal s'écrit $\vec{S}_{AA'B'B} = -ab\vec{e}_x$. On rappelle que le flux du champ magnétique à travers une surface est : $\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Le flux à travers la surface ABC est nul car la surface est orthogonale au champ magnétique.

5.3 b) Le flux à travers la surface $A'C'B'$ est nul car la surface est orthogonale au champ magnétique.

5.3 c) Le flux à travers la surface $AA'B'B$ est nul car la surface est orthogonale au champ magnétique.

5.3 d) Le flux au travers de $ACC'A'$ vaut $-Bac$.

5.3 e) Le flux au travers de $BB'C'C$ vaut Bac car le champ magnétique est à flux conservatif : la somme des flux sortants d'une surface fermée est nulle.

5.4 a) Le flux sortant de la surface ABCD vaut $-Ba^2$ car le champ est uniforme sur cette surface.

5.4 b) Comme le champ magnétique est à flux conservatif, le flux total sortant est nul.

5.4 c) Comme le champ magnétique est à flux conservatif, le flux total sortant est nul. De plus, par symétrie, les flux sur les surfaces ADE, DCE, CBE et BAE sont identiques. Ainsi, ces flux valent $\frac{Ba^2}{4}$.

5.4 d) Comme le champ magnétique est à flux conservatif, le flux total sortant est nul. De plus, par symétrie, les flux sur les surfaces ADE, DCE, CBE et BAE sont identiques. Ainsi, ces flux valent $\frac{Ba^2}{4}$.

5.4 e) Comme le champ magnétique est à flux conservatif, le flux total sortant est nul. De plus, par symétrie, les flux sur les surfaces ADE, DCE, CBE et BAE sont identiques. Ainsi, ces flux valent $\frac{Ba^2}{4}$.

5.4 f) Comme le champ magnétique est à flux conservatif, le flux total sortant est nul. De plus, par symétrie, les flux sur les surfaces ADE, DCE, CBE et BAE sont identiques. Ainsi, ces flux valent $\frac{Ba^2}{4}$.

5.5 a) Le champ \vec{B} étant orthogonal à la surface ABCD, son flux y vaut $-Bab$.

5.5 b) Le flux du champ magnétique est nul sur la surface BAA'B' car \vec{B} est inclus dans ce plan.

5.5 c) Le flux du champ magnétique est nul sur la surface CC'D'D car \vec{B} est inclus dans ce plan.

5.5 d) Le flux du champ magnétique est nul sur la surface ADD'A' car \vec{B} est inclus dans ce plan.

5.5 e) Le champ \vec{B} étant orthogonal à la surface A'D'C'B', son flux y vaut Ba^2 .

5.5 f) En exploitant la conservation du flux magnétique, on en déduit donc que le flux sortant de la surface CBB'C' vaut $Bab - Ba^2 = Ba(b - a)$.

5.6 Avec un courant positif, le champ magnétique produit par la boucle externe est sortant de la feuille. Comme le courant augmente, le flux également. Le champ magnétique induit par les effets inductifs est opposé aux causes qui lui ont donné naissance : il sera rentrant dans la feuille. Le courant est donc dans le sens horaire.

5.7 a) Rappelons que pour un aimant droit, le champ sort par le Nord : les lignes de champ sont orientées du Nord vers le Sud.

La première étape consiste à déterminer le sens de variation du champ magnétique vu par la spire au cours du déplacement. On déduit alors de la loi de Lenz le sens du champ magnétique induit \vec{B}_{ind} , qui tend à atténuer les variations de \vec{B} . On détermine ensuite par la règle de la main droite le sens réel du courant dans la spire. Enfin, par comparaison entre le sens réel du courant et le sens $i > 0$ indiqué sur la figure on en déduit le signe de i .

Le champ magnétique créé par l'aimant droit est orienté vers la gauche au niveau la spire. Il augmente dans la spire avec le déplacement de l'aimant. Le champ induit va s'opposer à cette augmentation : il sera orienté vers la droite. Le courant $i_a > 0$.

5.7 b) La physique est identique à la situation précédente, seule change la convention sur le sens positif du courant : on déduit immédiatement $i_b < 0$.

5.7 c) Le champ magnétique est orienté vers la droite au niveau de la spire. Il diminue avec le déplacement de l'aimant. Le champ induit va s'opposer à cette variation : il sera orienté vers la droite également. Le courant $i_c > 0$.

5.7 d) Les variations de champ vues par la spire sont les mêmes qu'à la question a), le sens réel du courant induit est donc le même. Comme le sens choisi positif du courant est opposé, alors $i_d < 0$.

5.7 e) Les variations de champ vues par la spire sont les mêmes qu'à la question c), le sens réel du courant induit est donc le même. Comme le sens choisi positif du courant est opposé, alors $i_e < 0$.

5.7 f) Le déplacement de la spire renforce l'effet du déplacement de l'aimant. Cette fois, le champ vu par la spire diminue au cours du mouvement, le champ induit a donc tendance à le renforcer. On a donc $i_f < 0$.

5.8 a) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens des lignes de champ : le flux est maximal. Dans la configuration finale, le flux du champ magnétique dans la spire est nul. Le flux diminue donc.

5.8 b) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens opposé au champ magnétique : le flux est minimal.

La configuration finale est identique à la configuration initiale : le flux est le même.

5.8 c) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens des lignes de champ : le flux est maximal.

La configuration finale est similaire à la configuration initiale mais le flux est moins grand car le nombre de lignes de champ interceptées est inférieur. Le flux diminue donc.

5.8 d) Le courant circulant dans la spire va produire un champ magnétique tel qu'il s'oppose à la diminution du flux : le courant sera donc positif. On a $i_{(A)} > 0$.

5.8 e) Il n'y a pas de variation de flux, donc pas d'induction : on a $i_{(B)} = 0$.

5.8 f) Le courant circulant dans la spire va produire un champ magnétique afin de compenser la diminution du flux : le courant sera donc positif. On a $i_{(C)} > 0$.

5.9 c) On peut réécrire le flux sous la forme suivante : $\Phi_3 = 2B_0S_0\sin^4(\omega t)$; d'où $e_3 = 8B_0S_0\omega\cos(\omega t)\sin^3(\omega t)$.

5.9 d) De même, on commence par linéariser l'expression. On a $\Phi_4 = \frac{B_0S_0}{2}[\sin(4\omega t) + \sin(2\omega t)]$. Puis, on dérive et on trouve : $e_4 = -B_0S_0\omega[2\cos(4\omega t) + \cos(2\omega t)]$.

5.10 a) La force de Laplace se calcule par $\vec{F} = \int_M^N I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$, soit $\vec{F} = \int_M^N Idz\vec{e}_z \wedge -B\vec{e}_y = -IBd\vec{e}_x$.

5.10 b) La force de Laplace est constante. Par application du principe fondamental de la dynamique en projection sur \vec{e}_x , on a :

$$m \frac{dv(t)}{dt} = -IBd.$$

En intégrant (avec la condition initiale), on trouve $v(t) = -\frac{IBd}{m}t + v_0$.

5.10 c) Par application du théorème de l'énergie cinétique entre le point $x = 0$ et le point d'arrêt $x = D$, on a :

$$\Delta E_c = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \int_{x=0}^{x=D} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{x=0}^{x=D} -IBd\vec{e}_x \cdot dx\vec{e}_x = -IBdD.$$

On en déduit : $D = \frac{mv_0^2}{2IBd}$.

5.11 a) Il s'agit de calculer le produit vectoriel sur chaque segment, le vecteur $d\vec{\ell}$ étant le long du segment. Chaque force de Laplace s'exerce au milieu de chaque segment et la règle de la main droite indique qu'elle est orthogonale au segment dirigé vers l'extérieur du triangle. Le triangle est équilatéral et comporte donc trois angles de 60° ce qui amène aux projections sur \vec{e}_x et \vec{e}_y . D'où les résultats.

5.11 d) Le champ magnétique étant uniforme, la résultante des forces de Laplace sur le circuit fermé est nulle :

$$\vec{F}_{L,\text{tot}} = \oint_c (I \vec{d\ell} \wedge \vec{B}) = I \left(\oint_c \vec{d\ell} \right) \wedge \vec{B} = \vec{0}.$$

5.12 h) Dans ce cas, les forces de Laplace sont nulles sur les segments BC et DA ($\vec{d\ell}$ et \vec{B} sont colinéaires). Les seules forces sont alors :

$$\vec{F}_{AB} = IaB\vec{e}_z \quad \vec{F}_{CD} = -IaB\vec{e}_z.$$

Le couple est alors $\vec{\Gamma} = -Ia^2B\vec{e}_x$.

5.13 a) Dans la base cylindrique telle que $\vec{e}_z = \vec{e}_\theta$, le moment magnétique est porté par \vec{e}_θ et sa norme est $m = iS = iab$.

5.13 b) Par définition le couple magnétique se calcule par $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$. Le calcul du produit vectoriel amène à $\vec{\Gamma} = iabB \cos \theta \vec{e}_z$. Comme $\vec{e}_z = \vec{e}_\Delta$, la projection sur l'axe Δ donne donc $\Gamma_\Delta = iabB \cos \theta$.

5.13 c) Dans la base cylindrique, le poids s'exprime $\vec{P} = mg(\cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta)$. On considère qu'il s'applique au barycentre des masses du cadre, soit en son plein centre que l'on notera G. Son moment par rapport à l'axe Δ se calcule par $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = (\vec{OG} \wedge \vec{P}) \cdot \vec{e}_\Delta$ avec O un point sur l'axe Δ . D'où, $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = (a/2 \vec{e}_r \wedge \vec{P}) \cdot \vec{e}_\Delta = -\frac{a}{2} mg \sin \theta$.

5.13 d) À l'équilibre la somme des moments des forces par rapport à l'axe Δ s'annule. Ainsi, on a

$$\Gamma_\Delta + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0.$$

D'où $iabB \cos \theta_{\text{eq}} - \frac{a}{2} mg \sin \theta_{\text{eq}} = 0$, ce qui amène à isoler $\tan \theta_{\text{eq}} = \frac{2ibB}{mg}$, soit finalement $\theta_{\text{eq}} = \arctan\left(\frac{2ibB}{mg}\right)$.

Fiche n° 6. Premier Principe

Réponses

6.1 a) -300 J

6.1 b) $0,5 \text{ J}$

6.1 c) 150 J

6.2 a) 0 J

6.2 b) -100 J

6.3 B

6.4 a) $W = -P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})$

6.4 b) $W = \frac{-(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2}$

6.5 a) $W = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

6.5 b) $W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k - 1}$

6.6 a) $76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

6.6 b) $18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

6.7 a) $\Delta U = mc(T_f - T_i)$

6.7 b) $4,2 \text{ kJ}$

6.8 a) $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$

6.8 b) $6,2 \times 10^2 \text{ J}$

6.8 c) $C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$

6.8 d) $8,7 \times 10^2 \text{ J}$

6.9 a) $\Delta U = C_V(T_f - T_i)$

6.9 b) $\Delta U = \frac{A}{2}(T_f^2 - T_i^2) + B(T_f - T_i)$

6.9 c) $\Delta U = \frac{D}{4}(T_f^4 - T_i^4)$

6.10 -268 kJ

6.11 $T_f = T_i + \frac{n^2 a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$

6.12 a) $T_f = T_i + \frac{Q}{C}$

6.12 b) $T_f = T_i e^{\frac{Q}{A}}$

6.12 c) $T_f = \left(T_i^3 + \frac{3Q}{B} \right)^{1/3}$

6.13 a) $Q = nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

6.13 b) $Q = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$

6.13 c) $Q = 0$

6.14 a) $\Delta U_A = W_1 - Q_1$

6.14 b) $\Delta U_B = Q_1 - Q_2$

6.14 c) $\Delta U_{\text{tot}} = W_1 - Q_2$

6.15 $42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

6.16 a) $\frac{C}{h}$

6.16 b) $T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{ht}{C}}$

6.17 (b)

6.18 a) $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$

6.18 b) $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c}$

Corrigés

6.1 a) On a $W = -(1,5 \times 10^5 \text{ Pa})(5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -300 \text{ J}$.

6.1 b) On a $P_0 = 50 \text{ mbar} = 50 \times 10^{-3} \text{ bar} = (50 \times 10^{-3}) \times 10^5 \text{ Pa} = 50 \times 10^2 \text{ Pa}$.

On a $V_i = 2 \text{ cL} = 2 \times 10^{-2} \text{ L} = (2 \times 10^{-2}) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.

On a $V_f = 120 \text{ mL} = 120 \times 10^{-3} \text{ L} = (120 \times 10^{-3}) \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.

On a $W = -(50 \times 10^2 \text{ Pa}) \times (2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 - 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3) = 0,5 \text{ J}$.

6.1 c) On a $V_i = 20 \text{ cm}^3 = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ et $V_f = 10 \text{ cm}^3 = 10 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

On a $W = -(150 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (20 \times 10^{-6} \text{ m}^3 - 10 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 150 \text{ J}$.

6.2 a) Le volume ne variant pas, on a $dV = 0$. Le travail des forces de pression s'écrit $W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV$.
Il est donc nul.

6.2 b) Le travail des forces de pression s'écrit :

$$W = - \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{ext}} \int_{V_{\text{initial}}}^{V_{\text{final}}} dV = -P_{\text{ext}}(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})$$

Nous pouvons donc faire l'application numérique : $W = -1 \times 10^5 \text{ Pa} \times (2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -100 \text{ J}$.

6.3 Le système A a reçu du milieu extérieur un travail $W_a = 50 \text{ W} \times 30 \text{ s} = 1500 \text{ J}$.

Le système B a reçu du milieu extérieur un travail $W_b = 400 \text{ W} \times 5 \text{ s} = 2000 \text{ J}$.

Le système B a donc reçu la plus grande quantité d'énergie.

6.4 a) Le travail correspond à l'opposé de l'aire sous la courbe, et donc à l'opposé de l'aire du rectangle :

$$W = -P_0(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}).$$

6.4 b) On décompose l'aire sous la courbe en un rectangle et en un triangle :

$$W = - \left(P_1(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}}) + \frac{(P_2 - P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2} \right) = - \frac{(P_2 + P_1)(V_{\text{final}} - V_{\text{initial}})}{2}.$$

6.5 a) Le système est un gaz parfait, nous avons donc $PV = nRT$. De plus, la température reste constante et vaut T_0 . Le travail s'écrit alors : $W = -nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$.

6.5 b) La transformation étant polytropique, on a alors $P_i V_i^k = P_f V_f^k = PV^k$. Le travail s'exprime alors :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{P_i V_i^k}{V^k} dV = - \frac{P_i V_i^k}{1-k} \left(\frac{1}{V_f^{k-1}} - \frac{1}{V_i^{k-1}} \right) = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k-1}.$$

6.6 a) Par définition, on a $c = \frac{C}{m} = n \frac{C_m}{m}$. Et donc $C_m = M_{\text{H}_2\text{O}} \times c = 76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

6.6 b) On a $C_m = \frac{76 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}}{4184} = 18 \times 10^{-3} \text{ kcal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

6.7 a) La masse m d'eau liquide de capacité thermique massique $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ aura une capacité thermique $C = mc$. Ainsi, on a $\Delta U = mc(T_f - T_i)$.

6.7 b) Notons que la température doit être exprimée en Kelvin. Ici, on a $T_i = 293 \text{ K}$ et $T_f = 303 \text{ K}$. Nous obtenons donc $\Delta T = 10 \text{ K}$. Ainsi, on a $\Delta U = 100 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times 10 \text{ K} = 4,2 \text{ kJ}$.

6.8 a) On commence par exprimer la capacité thermique à volume constant C_V du gaz parfait, à partir de la relation de Mayer $C_P - C_V = nR$ et du rapport des capacités thermiques $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On obtient $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$.

6.8 b) La grandeur C_V étant constante, la variation d'énergie interne d'un gaz parfait peut être écrite :

$$\Delta U = C_V \Delta T = C_V (T_f - T_i) = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_i).$$

On passe alors à l'application numérique : on a $\Delta U = \frac{1 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 30 \text{ K}}{1,4 - 1} = 6,2 \times 10^2 \text{ J}$.

6.8 c) On commence par exprimer la capacité thermique à volume constant C_V du gaz parfait, à partir de la relation de Mayer $C_P - C_V = nR$ et du rapport des capacités thermiques $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On obtient $C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$.

6.8 d) La grandeur C_P étant constante, la variation d'enthalpie d'un gaz parfait s'exprime :

$$\Delta H = C_P \Delta T = C_P (T_f - T_i) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_f - T_i).$$

On passe alors à l'application numérique : on a $\Delta H = \frac{1 \text{ mol} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 1,4}{1,4 - 1} \times 30 \text{ K} = 8,7 \times 10^2 \text{ J}$.

6.9 a) On a $\Delta U = C_V \Delta T = C_V (T_f - T_i)$.

6.9 b) On a $\Delta U = \frac{A}{2} (T_f^2 - T_i^2) + B (T_f - T_i)$.

6.9 c) On a $\Delta U = \frac{D}{4} (T_f^4 - T_i^4)$.

6.10 Pour cette transformation, nous avons une masse $m_l = 800 \text{ g}$ d'eau qui est transformé de l'état liquide à l'état solide, et qui subit donc une solidification (transformation inverse d'une fusion).

La variation d'enthalpie s'exprime : $\Delta H = -m_l \times L_{\text{fus}} = 0,800 \text{ kg} \times -335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = -268 \text{ kJ}$.

6.11 On a $T_f = T_i + \frac{n^2 a}{C_V} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$.

6.12 a) On a alors $C(T_f - T_i) = Q$, et donc $T_f = T_i + \frac{Q}{C}$.

6.12 b) On a alors $A \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = Q$, et donc $T_f = T_i e^{\frac{Q}{A}}$.

6.12 c) On a alors $B\left(\frac{T_f^3}{3} - \frac{T_i^3}{3}\right) = Q$, et donc $T_f = \left(T_i^3 + \frac{3Q}{B}\right)^{1/3}$.

6.13 a) Le système est un gaz parfait, et nous avons donc $PV = nRT$, avec T la température qui est constante et qui vaut donc T_i . Le travail s'exprime donc :

$$W = -nRT_i \int_{V_i}^{V_f} 1/V \, dV = -nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right).$$

D'après la première loi de Joule, pour un gaz parfait la variation d'énergie interne s'exprime : $\Delta U = C_v \Delta T = 0$.

On obtient finalement : $Q = -W = nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$.

6.13 b) Pour une transformation isochore, le travail est nul : $W = - \int_{V_i}^{V_f} P \, dV = 0$.

On obtient alors : $Q = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i)$.

6.13 c) Pour une transformation adiabatique, le transfert thermique reçu de l'extérieur est nul, et donc $Q = 0$.

6.14 a) On a $\Delta U_A = W_A + Q_A$ avec $W_A = W_1$ et $Q_A = -Q_1$. Ainsi, on a $\Delta U_1 = W_1 + Q_1$.

6.14 b) On a $\Delta U_B = W_B + Q_B$ avec $W_B = 0$ et $Q_B = Q_1 - Q_2$. Ainsi, on a $\Delta U_2 = Q_1 - Q_2$.

6.14 c) On a $\Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_A + \Delta U_B = W_1 - Q_1 + Q_1 - Q_2 = W_1 - Q_2$.

6.15 La capacité thermique du calorimètre vaut donc $C = m \times c_{\text{eau}}$. On obtient $C = 42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

6.16 a) Le temps caractéristique pour l'équation différentielle obtenue est $\tau = \frac{C}{h}$.

6.16 b) On obtient $T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{ht}{C}}$ en sommant solutions particulière et homogène, et en appliquant la condition initiale $T(0) = T_0$.

6.17 La température initiale est T_a , donc la courbe doit commencer en T_a . Les courbes (a) et (c) sont donc exclues. La courbe (d) correspond à une exponentielle croissante, et ne convient donc pas. La réponse est (b).

6.18 a) On trouve $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$.

6.18 b) On trouve $T_{\text{eq}} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} + \frac{Q}{(m_1 + m_2)c}$.