DS2

Les calculatrices sont interdites.

Une partie très importante du barème sera comptée pour le soin et la rédaction.

Faites des phrases.

Encadrez vos résultats en couleur, soignez votre copie, aérez-la.

Exercice 1

Exprimer sans racine au dénominateur le nombre

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{7}}.$$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$8x^4 - 16x^2 - 8 = 0.$$

Exercice 3

Résoudre dans \mathbb{R} les équations qui suivent.

On raisonnera par analyse-synthèse.

On n'est pas obligé de déterminer les ensembles de définition des équations, mais il faut quand même préciser les conditions sur x pour écrire l'équation (« Soit x tel que... »).

a)
$$\sqrt{x-3} = \sqrt{2x-1}$$

b)
$$\sqrt{x^2 + 2} = 2x$$

c)
$$\sqrt{2x^2 - 10x + 15} = \sqrt{-2x^2 + 6x + 35}$$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb R$ les inéquations suivantes. On représentera graphiquement les ensembles de solutions.

a)
$$|x-1| \le 2$$

b)
$$|x + \pi| \ge \sqrt{2}$$

c)
$$|2x - 5| \ge -1$$

Exercice 5

Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

a)
$$|x+5| = 15$$

b)
$$\left| \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

c)
$$|4x-1| = |-x-6|$$

Exercice 6

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\sqrt{|x^2 - x - 2| + 1} = x.$$