

DS 6

Les calculatrices sont interdites.
Durée : 55 minutes

<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0
<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1
<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2
<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3
<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4
<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5
<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6
<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7
<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8
<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9

← Codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et
inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

NOM et Prénom

.....

Consignes

Répondez aux questions suivantes en **noircissant proprement l'intérieur de la case**, pour chaque question, correspondant à la bonne réponse.

Si vous vous trompez, effacez à l'aide de blanc couvrant la case cochée par erreur.

Dans ce cas, *ne reconstituez pas la case effacée, cela pourrait être considéré comme une bonne réponse.*

Barème — à titre indicatif —

Chaque question admet une unique bonne réponse.

Une bonne réponse est comptée **1 point**.

Une mauvaise réponse est comptée **−0,25 point**.

L'absence de réponse est comptée **0 point**.

Question 1 On tire deux dés à 6 faces ; l'un est bleu et l'autre est rouge. Quelle est la probabilité que le nombre obtenu sur le dé bleu soit supérieur ou égal à l'autre nombre obtenu ?

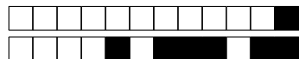
<input type="text"/>	$\frac{1}{6}$	<input type="text"/>	$\frac{5}{12}$	<input type="text"/>	$\frac{7}{12}$	<input type="text"/>	$\frac{1}{2}$	<input type="text"/>	$\frac{5}{36}$	<input type="text"/>	Autre réponse
----------------------	---------------	----------------------	----------------	----------------------	----------------	----------------------	---------------	----------------------	----------------	----------------------	---------------

Question 2 Combien y a-t-il de termes dans la somme $\sum_{i=0}^n a_i$?

<input type="text"/>	$n - 1$	<input type="text"/>	n	<input type="text"/>	$n + 1$	<input type="text"/>	a_n	<input type="text"/>	a_i	<input type="text"/>	Autre réponse
----------------------	---------	----------------------	-----	----------------------	---------	----------------------	-------	----------------------	-------	----------------------	---------------

Question 3 Combien y a-t-il de termes dans la somme $\sum_{i=5}^{n+2} a_i$?

<input type="text"/>	$n - 1$	<input type="text"/>	$n + 1$	<input type="text"/>	$n + 2$	<input type="text"/>	$n + 3$
<input type="text"/>	n	<input type="text"/>	$n - 2$	<input type="text"/>	$n - 3$	<input type="text"/>	Autre réponse



Question 4 Soit f une fonction affine telle que $f(-1) = -1$ et $f(2) = 5$. Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors, on a :

- ☐ $f(x) = -2x - 1$
☐ $f(x) = \frac{x}{2} - 1$
☐ $f(x) = -\frac{x}{2} - 1$
☐ Autre réponse
☐ $f(x) = -2x + 1$
☐ $f(x) = -\frac{x}{2} + 1$
☐ $f(x) = 2x - 1$

Question 5 Un club sportif comporte 30 membres parmi lesquels Xavier et Yves. Pour constituer un bureau, on tire au hasard le nom d'un membre qui sera président puis un autre qui sera trésorier.

On considère l'événement $A = \ll \text{Ni Xavier, ni Yves ne fait partie du bureau} \gg$. Combien vaut $P(A)$?

- ☐ $\frac{28 \cdot 27}{30 \cdot 29}$
☐ $\frac{1}{28 \cdot 29}$
☐ $\frac{29 \cdot 28}{30 \cdot 29}$
☐ Autre réponse
☐ $\left(1 - \frac{1}{30}\right)^2$
☐ $\frac{2}{28 \cdot 29}$
☐ $1 - \left(\frac{1}{30}\right)^2$

Question 6 Étant donné la même expérience, on considère maintenant l'événement $B = \ll \text{Xavier et Yves font partie du bureau} \gg$. Combien vaut $P(B)$?

- ☐ $\frac{2}{28 \cdot 29}$
☐ $\frac{1}{30 \cdot 29}$
☐ $\frac{28 \cdot 27}{30 \cdot 29}$
☐ Autre réponse
☐ $\frac{1}{28 \cdot 29}$
☐ $\frac{29 \cdot 28}{30 \cdot 29}$
☐ $\frac{2}{30 \cdot 29}$

Question 7 Soit f une fonction telle que $f(2) = 5$ et $f'(2) = -1$. Dans un repère, quelle est l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 2 ?

- ☐ $y = x + 7$
☐ $y = x + 3$
☐ $y = -x + 3$
☐ $y = -x + 7$
☐ Autre réponse

Question 8 En répondant au hasard, quelle est la probabilité de répondre juste à cette question ?

- ☐ 1
☐ $\frac{1}{2}$

Question 9 Soit $x \in \mathbb{R}_-$. Combien vaut x ?

- ☐ $|x|$
☐ $-|x|$
☐ Ni l'un ni l'autre

Question 10 Combien vaut 0^0 ?

- ☐ Ce n'est pas défini
☐ 0
☐ 1
☐ Autre réponse

Question 11 Combien vaut $\frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5}}{-\frac{4}{15} + \frac{1}{3}}$?

- ☐ -2
☐ $-\frac{7}{15}$
☐ -1
☐ $\frac{7}{15}$
☐ Autre réponse
☐ $\frac{2}{3}$
☐ 1
☐ $-\frac{2}{3}$
☐ 2

Question 12 Imaginons que le barème à cette question de QCM est le suivant :

- Si on répond juste, on gagne p points.
- Si on répond faux, on perd q points.
- Si on ne répond pas, on ne perd aucun point, on ne gagne aucun point.

On répond au hasard à la question. On note X le nombre de points obtenus. Combien vaut $E(X)$?

- ☐ $\frac{p+4q}{5}$
☐ $\frac{p-q}{5}$
☐ $\frac{p+q}{5}$
☐ $\frac{p-4q}{5}$
☐ Autre réponse



Question 13 On considère la même variable aléatoire X que dans la question précédente. Combien vaut la variance $V(X)$?

☐ $\frac{4p^2 + 4q^2 - 2pq}{25}$

☐ $\frac{4p^2 + 4q^2 + 2pq}{25}$

☐ $\frac{4p^2 + 4q^2 + 8pq}{25}$

☐ 0

☐ $\frac{4p^2 + 4q^2 - 8pq}{25}$

☐ La variance n'est pas définie

☐ Autre réponse

Question 14 La dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$ sur \mathbb{R} est

☐ $x \mapsto \frac{1}{4x}$

☐ $x \mapsto \frac{1}{4x(x^2 + 1)}$

☐ $x \mapsto -\frac{2x}{(x^2 + 1)}$

☐ $x \mapsto -\frac{1}{(x^2 + 1)^3}$

☐ $x \mapsto -\frac{4x}{(x^2 + 1)^3}$

☐ $x \mapsto -\frac{2x}{(x^2 + 1)^3}$

Question 15 Un bureau de poste possède deux guichets A et B dont l'un des deux au moins est ouvert. On note A l'événement : « Le guichet A est ouvert » et B l'événement : « Le guichet B est ouvert ». Une étude statistique a montré que $P(A) = 0,8$ et $P(B) = 0,5$.

☐ $P(A \cup B) = 1$

☐ $P(A \cap B) = P(A \cup B)$

☐ On ne peut rien dire

Question 16 La dérivée de la fonction $x \mapsto 2x + 1 - \frac{1}{x+2}$ sur $] -2; +\infty[$ est

☐ $x \mapsto 2 - \frac{1}{x}$

☐ $x \mapsto 2 + \frac{1}{(x+2)^2}$

☐ $x \mapsto 2 - 1$

☐ Autre réponse

☐ $x \mapsto 3 + \frac{1}{(x+2)^2}$

Question 17 On considère un jeu de quatre cartes, avec trois cartes rouge et une carte blanche. Une carte rouge vaut 1 point et la carte blanche vaut 2 points. On tire deux cartes, sans remise, l'une après l'autre. Les points de la première carte sont comptés normalement, mais les points de la deuxième carte sont comptés doubles. On note X la somme des points gagnés. Que vaut $X(\Omega)$?

☐ $\{1, 2, 4\}$

☐ 2

☐ 3

☐ 5

☐ $\{1, 2\}$

☐ 1

☐ Autre réponse

☐ $\{3, 4, 5\}$

☐ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

☐ $\{1, 2, 3\}$

Question 18 Pour cette même variable aléatoire, combien vaut $E(X)$?

☐ $\frac{13}{8}$

☐ $\frac{7}{8}$

☐ 3

☐ 1

☐ $\frac{7}{4}$

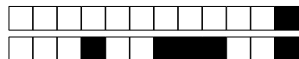
☐ $\frac{13}{4}$

☐ $\frac{15}{4}$

☐ $\frac{15}{8}$

☐ 12

☐ Autre réponse



Question 19 Pour cette même variable aléatoire, combien vaut $V(X)$?

☐ $\frac{1}{16}$

☐ $\frac{59}{4}$

☐ $\frac{7}{16}$

☐ $\frac{17}{16}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

☐ $\frac{11}{16}$

☐ 0

☐ $\frac{13}{16}$

☐ Autre réponse

Question 20 Soient u, v et w trois fonctions dérivables ne s'annulant pas sur un intervalle I , et f la fonction définie sur I par $f = -\frac{u-v}{w}$. Quelle est la dérivée de f ?

☐ $\frac{wu' - uw' + wv' - vw'}{w^2}$

☐ $\frac{-wu' + uw' + wv' - vw'}{w^2}$

☐ $\frac{-wu' + uw' - wv' + vw'}{w^2}$

☐ $\frac{wu' - uw' - wv' + vw'}{w^2}$

☐ Autre réponse

Question 21 On tire à pile ou face. Si on fait pile, on lance un dé à six faces et on note X le nombre obtenu. Si on fait face, on lance deux dés à six faces et on note X la somme des deux nombres obtenus. Que vaut $P(X \geq 3)$?

☐ $\frac{13}{36}$

☐ $\frac{3}{4}$

☐ $\frac{1}{4}$

☐ Autre réponse

☐ $\frac{13}{6}$

☐ $\frac{59}{72}$

☐ $\frac{13}{72}$

Question 22 Combien y a-t-il de nombres à trois chiffres formés avec un « 1 », un « 2 » et un « 3 » ?

☐ 12

☐ 6

☐ 18

☐ 5

☐ 3

☐ Autre réponse

Question 23 La formule de König-Huygens affirme que

☐ $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

☐ $V(X) = E(X)^2 - E(X^2)$

☐ Autre réponse

Question 24 Quelles sont les solutions de l'équation $(x-2)((x-1)^2-4)$?

☐ Uniquement 2

☐ -1, 2 et -3

☐ ± 1 et 2

☐ 1, 2 et 3

☐ -1, 0 et 2

☐ -1, 2 et 4

☐ -1, 2 et 3

☐ Autre réponse

Question 25 Combien peut-on former de nombres compris entre 1 et 1000 dont les chiffres sont uniquement dans $\{1, 2, 3\}$?

☐ 12

☐ 42

☐ 29

☐ 37

☐ 39

☐ 53

☐ Autre réponse

Question 26 Combien vaut $\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$?

☐ $2^{\sqrt{2}}$

☐ $\sqrt{2}$

☐ 2

☐ $\sqrt{2}^{2\sqrt{2}}$

☐ Autre réponse

Question 27 Soit $x \in \mathbb{R}$. Quelle est la formule juste ?

☐ $\sqrt{x^2} = |x|$

☐ $\sqrt{x^2} = x$

☐ Aucune des deux

Question 28 Quand on développe l'expression $(X-1)(X-2)(X-3)$, on trouve

☐ $X^3 - 8X^2 - 6 + 11X$

☐ $X^3 - 6X^2 - 4 + 11X$

☐ $X^3 - 6X^2 - 6 + 11X$

☐ Autre réponse



Question 29 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-10}{x^2 + 1}$. Combien vaut l'image par f de $-\frac{4}{3}$?

- ☐ -1
☐ $-\frac{18}{5}$
☐ $-\frac{15}{5}$
☐ $\frac{90}{7}$
☐ Autre réponse

Question 30 Soit f définie par $f(x) = \frac{|x|}{x}$ sur \mathbb{R}^* . Alors

- ☐ $f(x) = 1$ sur \mathbb{R}^*
☐ $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{sur } \mathbb{R}_-^* \\ -1 & \text{sur } \mathbb{R}_+^* \end{cases}$
☐ $f(x) = -1$ sur \mathbb{R}^*
☐ $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{sur } \mathbb{R}_-^* \\ 1 & \text{sur } \mathbb{R}_+^* \end{cases}$
☐ Autre réponse

Question 31 On veut comparer $-3 + 3\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$. On a

- ☐ $-3 + 3\sqrt{3} > \sqrt{5}$
☐ $-3 + 3\sqrt{3} < \sqrt{5}$
☐ Ni l'un ni l'autre

Question 32 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = \sqrt{2}n - \frac{1}{\sqrt{2}}$ est

- ☐ strictement croissante sur \mathbb{N}
☐ strictement décroissante sur \mathbb{N}
☐ Ni l'un ni l'autre

Question 33 Le nombre $\frac{\sqrt{2} + 1}{1 - \sqrt{2}}$ vaut

- ☐ $2\sqrt{2} + 3$
☐ 3
☐ $-2\sqrt{2} - 3$
☐ -3
☐ Autre réponse

Question 34 La variance d'une variable aléatoire réelle X vérifie

$$V(X) = E((X - E(X))^2).$$

- ☐ Vrai
 ☐ Faux
 ☐ On ne peut pas dire en général

Question 35 Quel est l'ensemble de définition de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 + x^2}?$$

- ☐ $] -1, 1[$
☐ $]1, +\infty[$
☐ $]0, +\infty[$
☐ $[1, +\infty[$
☐ \mathbb{R}
☐ $] -1, +\infty[$
☐ \mathbb{R}_+
☐ $[-1, +\infty[$
☐ $[-1, 1]$
☐ Autre réponse

Question 36 A-t-on $\left| \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \right| = \left| \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right|$?

- ☐ oui
 ☐ non

Question 37 La dérivée de $x \mapsto \frac{1}{x^n}$ vaut

- ☐ $x \mapsto \frac{-n}{x^{n-1}}$
☐ $x \mapsto \frac{n+1}{x^n}$
☐ $x \mapsto \frac{-n}{x^{n+1}}$
☐ $x \mapsto \frac{n}{x^{n+1}}$
☐ $x \mapsto \frac{n}{x^{n-1}}$
☐ $x \mapsto \frac{-(n+1)}{x^n}$



●

