Étude des circuits électriques I

Prérequis et constantes utiles
Lois des nœuds, loi des mailles, loi d'Ohm. Pour les AN, on prendra
- le nombre d'Avogadro $N_A = 6{,}0 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$;
- la charge élémentaire $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

Le courant électrique

QCM **Entraînement 1.1 — La bataille des courants.**

Lequel de ces trois courants électriques présente la plus forte intensité ?

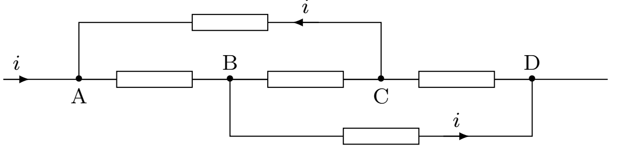
(a) 5 000 électrons durant 1 ms
(b) 0,2 mol d'électrons durant 1 an
(c) 20 milliards d'électrons durant 1 min

....

A.N. **Entraînement 1.2 — Un certain nombre.**

Combien d'électrons traversent la section d'un fil de fer si celui-ci est le siège d'un courant électrique d'intensité $I = 4\,\mathrm{mA}$ pendant $10\,\mathrm{s}$? ....

Entraînement 1.3 — Loi des nœuds.

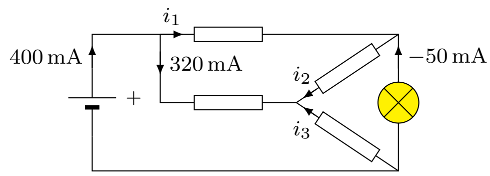


On a indiqué certains courants algébriques dans le circuit ci-dessus. Déterminer en fonction de i les courants suivants (on note i_{AB} le courant qui va de A vers B, etc) :

a) i_{AB} ....   b) i_{BC} ....   c) i_{CD} ....

A.N. **Entraînement 1.4 — *Bis repetita.***

On considère le circuit électrique représenté ci-contre.



À partir de la loi des nœuds, calculer l'intensité des courants sans utiliser la calculatrice.

a) i_1 : ......

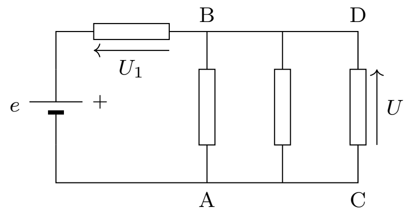
b) i_2 : ......

c) i_3 : ......

La tension électrique

Entraînement 1.5 — Loi des mailles.

Un circuit électrique est formé d'une pile de f.é.m e et de 4 dipôles. Certaines tensions sont indiquées.



À partir de la loi des mailles, exprimer en fonction de e et U_1 les tensions suivantes :

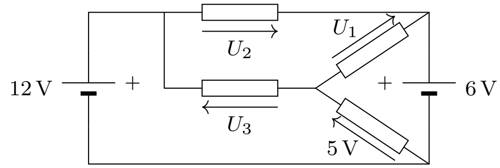
a) U ....

b) $U_{\mathrm{AB}} = V(\mathrm{A}) - V(\mathrm{B})$ ....

c) U_{DA} ....

A.N. **Entraînement 1.6 — Calculer une tension.**

On considère le circuit électrique formé de deux piles et de quatre dipôles, comme représenté ci-contre.



À partir de la loi des mailles, calculer les tensions :

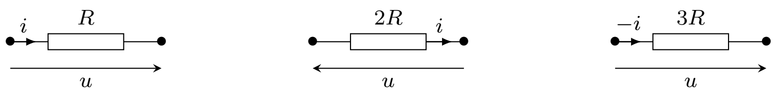
a) U_1 ....

b) U_2 ....

c) U_3 ....

Loi d'Ohm

A.N. Entraînement 1.7 — Caractéristique.



Dipôle 1 Dipôle 2 Dipôle 3

Dans chaque cas, exprimer i en fonction de u et R.

a) Dipôle 1 :

b) Dipôle 2 :

c) Dipôle 3 :

Entraînement 1.8 — Résistances associées.

Exprimer la résistance équivalente au dipôle formé de :

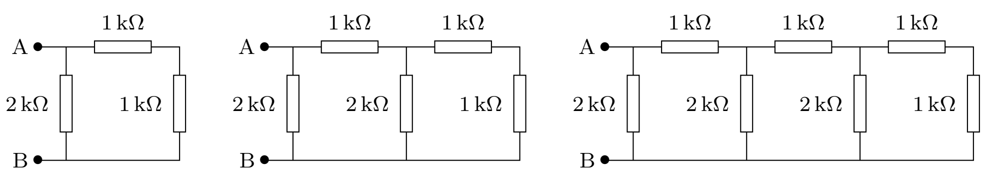
a) 2 conducteurs en série, de résistances $\dfrac{R}{2}$ et $\dfrac{R}{3}$ ....

b) 2 conducteurs en parallèle, de résistances $\dfrac{R}{2}$ et $\dfrac{R}{3}$ ....

c) N conducteurs identiques de résistance R, associés en parallèle ....

d) 3 conducteurs en parallèle, de résistance R, $R(1+a)$ et $R(1-a)$ avec $|a| < 1$.

A.N. Entraînement 1.9 — Résistance équivalente.



dipôle 1 dipôle 2 dipôle 3

Sans utiliser la calculatrice, calculer la résistance équivalente :

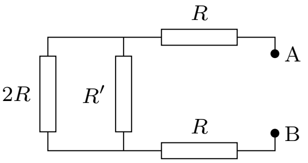
a) du dipôle 1 :

b) du dipôle 2 :

c) du dipôle 3 :

Entraînement 1.10 — Quelle résistance choisir.

On considère le dipôle AB constitué uniquement de conducteurs ohmiques.



Comment choisir R' afin que le dipôle soit équivalent à un conducteur ohmique de résistance :

a) $3R$ ....

b) $\frac{8}{3}R$ ....

c) $4R$ ....

Résoudre un circuit électrique

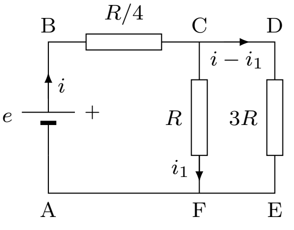
Entraînement 1.11 — Equation de maille.

Dans un circuit, la loi des mailles se traduit par la relation $R_1 I + R_2(I_0 + I) = 2R_2 I_0$

Exprimer I en fonction de R_1, R_2 et I_0 ....

Entraînement 1.12 — Circuit à 2 mailles.

On forme un circuit avec une pile et trois conducteurs ohmiques. On définit les courants algébriques i et i_1 comme indiqué ci-contre.



Exprimer e en fonction de i, i_1 et R en appliquant la loi des mailles dans la maille :

a) (ABCF)

b) (ABDE)

Entraînement 1.13 — Résoudre le système d'équations.

Dans l'entraînement précédent, les grandeurs i et i_1 vérifient le système $\begin{cases} Ri + 4Ri_1 = 4e \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4e \end{cases}$

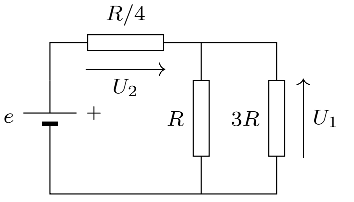
a) Déterminer i en fonction de e et R. ....

b) Déterminer i_1 en fonction de e et R. ....

Diviseurs

Entraînement 1.14 — Diviseur de tension.

On forme un circuit avec une pile et trois conducteurs ohmiques. On définit les tensions U_1 et U_2 comme indiqué ci-contre.

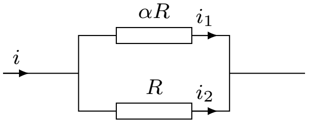


Après avoir reconnu un diviseur de tension, exprimer en fonction de e et R les tensions suivantes :

a) U_1. ....

b) U_2. ....

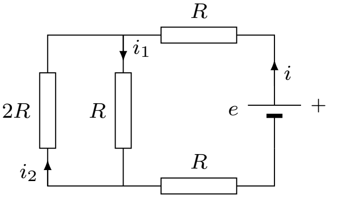
Entraînement 1.15 — Diviseur de courant.



a) Pour quelle valeur de α, a-t-on $i_1 = i/3$? ....

b) Pour quelle valeur de α, a-t-on $i_2 = 3i_1$? ....

Entraînement 1.16 — Exercice de synthèse.



a) Après avoir simplifié le circuit, calculer i en fonction de e et R ....

b) En déduire i_1 à partir de la formule du diviseur de courant ....

c) En déduire i_2 ....

Réponses mélangées

$-\dfrac{u}{R}$	$-\dfrac{e}{4}$	$2{,}5 \cdot 10^{17}$	$1\,\mathrm{k\Omega}$	$R\left(\dfrac{1-a^2}{3-a^2}\right)$	$\dfrac{u}{3R}$	$\dfrac{1}{4}\dfrac{e}{R}$	$1\,\mathrm{k\Omega}$
2	$-350\,\mathrm{mA}$	$\dfrac{e}{R}$	R	$U_1 - e$	∞	$2i$	$\dfrac{1}{4}Ri + Ri_1$
$e - U_1$	$2R$	0	$7\,\mathrm{V}$	$80\,\mathrm{mA}$	$1\,\mathrm{V}$	$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I_0$	i
$\dfrac{5}{6}R$	$30\,\mathrm{mA}$	3	$-\dfrac{e}{8R}$	$\dfrac{u}{2R}$	$\dfrac{13}{4}Ri - 3Ri_1$	$1\,\mathrm{k\Omega}$	
$\dfrac{3}{4}e$	$-6\,\mathrm{V}$	b	$\dfrac{R}{5}$	$e - U_1$	$\dfrac{3e}{8R}$	$\dfrac{3e}{4R}$	$\dfrac{R}{N}$

► Réponses et corrigés page 7

Fiche n° 1. Étude des circuits électriques I

Réponses

1.1 .... $\boxed{\text{b}}$

1.2 .... $\boxed{2{,}5 \cdot 10^{17}}$

1.3 a) .... $\boxed{2i}$

1.3 b) .... $\boxed{i}$

1.3 c) .... $\boxed{0}$

1.4 a) .... $\boxed{80\,\text{mA}}$

1.4 b) .... $\boxed{30\,\text{mA}}$

1.4 c) .... $\boxed{-350\,\text{mA}}$

1.5 a) .... $\boxed{e - U_1}$

1.5 b) .... $\boxed{U_1 - e}$

1.5 c) .... $\boxed{e - U_1}$

1.6 a) .... $\boxed{1\,\text{V}}$

1.6 b) .... $\boxed{-6\,\text{V}}$

1.6 c) .... $\boxed{7\,\text{V}}$

1.7 a) .... $\boxed{-\dfrac{u}{R}}$

1.7 b) .... $\boxed{\dfrac{u}{2R}}$

1.7 c) .... $\boxed{\dfrac{u}{3R}}$

1.8 a) .... $\boxed{\dfrac{5}{6}R}$

1.8 b) .... $\boxed{\dfrac{R}{5}}$

1.8 c) .... $\boxed{\dfrac{R}{N}}$

1.8 d) .... $\boxed{R\left(\dfrac{1-a^2}{3-a^2}\right)}$

1.9 a) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

1.9 b) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

1.9 c) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

1.10 a) .... $\boxed{2R}$

1.10 b) .... $\boxed{R}$

1.10 c) .... $\boxed{\infty}$

1.11 .... $\boxed{\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} I_0}$

1.12 a) .... $\boxed{\dfrac{1}{4}Ri + Ri_1}$

1.12 b) ..... $\boxed{\dfrac{13}{4}Ri - 3Ri_1}$

1.13 a) .... $\boxed{\dfrac{e}{R}}$

1.13 b) .... $\boxed{\dfrac{3e}{4R}}$

1.14 a) .... $\boxed{\dfrac{3}{4}e}$

1.14 b) .... $\boxed{-\dfrac{e}{4}}$

1.15 a) .... $\boxed{2}$

1.15 b) .... $\boxed{3}$

1.16 a) .... $\boxed{\dfrac{3e}{8R}}$

1.16 b) .... $\boxed{\dfrac{1}{4}\dfrac{e}{R}}$

1.16 c) .... $\boxed{-\dfrac{e}{8R}}$

Corrigés

1.1 Calculons l'ordre de grandeur du nombre d'électrons transférés pendant une seconde :

- 5 000 électrons durant 1 ms correspond à $5 \cdot 10^6\,\text{s}^{-1}$;
- 0,2 mol d'électrons durant 1 an correspond à $0{,}2 \times 6 \cdot 10^{23}/(365 \times 24 \times 3\,600) \sim 1 \cdot 10^{23}/(400 \times 25 \times 4\,000) \sim 1 \cdot 10^{15}\,\text{s}^{-1}$;
- 20 milliards d'électrons durant 1 min correspond à $20 \cdot 10^9/60 \sim 20 \cdot 10^9/100 = 2 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$.

Par conséquent, c'est le courant b qui donne la plus grande intensité.

....

1.2 La quantité de charge transférée vaut $q = I \times \Delta t = 4 \cdot 10^{-3} \times 10 = 40\,\text{mC}$. Cette quantité de charge correspond à un nombre d'électrons $N = q/e = 40 \cdot 10^{-3}/1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}5 \cdot 10^{17}$ électrons.

....

1.5 a) La loi des mailles donne la relation : $U + U_1 - e = 0$ soit $U = e - U_1$.

....

1.5 b) Les points A et C sont au même potentiel, ainsi que les points B et D. Par conséquent, la tension $U_{\text{AB}} = U_{\text{CD}} = -U_{\text{DC}} = -U$. Donc, $U_{\text{AB}} = U_1 - e$.

....

1.5 c) D est au même potentiel que B de sorte que $U_{\text{DA}} = U_{\text{BA}} = -U_{\text{AB}}$. On trouve donc $U_{\text{DA}} = e - U_1$.

....

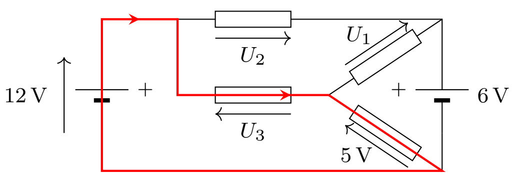
1.6 a) Dans la maille triangulaire, on a $6 = U_1 + 5$, soit $U_1 = 1\,\text{V}$.

....

1.6 b) Dans la grande maille rectangulaire, la loi des mailles donne $12 + U_2 - 6 = 0$, soit $U_2 = -6\,\text{V}$.

....

1.6 c)



Dans la maille dessinée en rouge et parcouru dans le sens indiqué, on trouve la relation $12 - U_3 - 5 = 0$, ce qui donne $U_3 = 7\,\text{V}$.

....

1.7 a) La loi d'Ohm s'écrit $u = Ri$ en convention récepteur et $u = -Ri$ en convention générateur. Ici on est en convention générateur. Ainsi, on trouve $i = -u/R$.

....

1.7 b) La loi d'Ohm donne $u = 2Ri$ soit $i = \dfrac{2u}{R}$.

....

1.7 c) Étant en convention générateur, on a $u = -(3R) \times (-i)$, d'où $i = \dfrac{u}{3R}$.

....

1.8 a) $R_{\text{eq}} = \dfrac{R}{2} + \dfrac{R}{3} = \dfrac{5}{6}R$.

....

1.8 b) $\dfrac{1}{R_{\text{eq}}} = \dfrac{2}{R} + \dfrac{3}{R} = \dfrac{5}{R}$, soit $R_{\text{eq}} = \dfrac{R}{5}$.

....

1.8 c) $\dfrac{1}{R_{\text{eq}}} = \underbrace{\dfrac{1}{R} + \ldots + \dfrac{1}{R}}_{N \text{ fois}} = \dfrac{N}{R}$, d'où $R_{\text{eq}} = \dfrac{R}{N}$.

......

1.8 d) La résistance équivalent a pour conductance la somme des conductances :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R(1+a)} + \frac{1}{R(1-a)} = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a}\right) = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{2}{1-a^2}\right) = \frac{1}{R}\left(\frac{3-a^2}{1-a^2}\right)$$

On en déduit $R_{\text{eq}} = R\left(\dfrac{1-a^2}{3-a^2}\right)$

......

1.9 a) En associant les deux résistance en série, on se ramène à deux résistances de $2\,\text{k}\Omega$ en parallèle, ce qui est équivalent à une résistance de $1\,\text{k}\Omega$.

......

1.9 b) En répétant la méthode précédente plusieurs fois, on arrive au même résultat.

......

1.10 a) La résistance équivalente du dipôle AB vaut $R_{\text{eq}} = 2R + \dfrac{2RR'}{2R+R'}$. Résoudre $R_{\text{eq}} = 3R$ c'est résoudre $\dfrac{2RR'}{2R+R'} = R$ soit $2R' = 2R + R'$. On en déduit $R' = 2R$.

......

1.10 b) Il faut donc résoudre $2R + \dfrac{2RR'}{2R+R'} = \dfrac{8}{3}R$, c'est-à-dire $\dfrac{2R'}{2R+R'} = \dfrac{2}{3}$. Un produit en croix donne $6R' = 4R + 2R'$, d'où $R' = R$.

......

1.10 c) Il faut que l'association $2R \parallel R$ soit équivalente à un conducteur de résistance $2R$, ce qui se traduit par l'égalité $\dfrac{1}{2R} + \dfrac{1}{R'} = \dfrac{1}{2R}$. Par conséquent, on doit choisir $R' = \infty$ (un isolant parfait ou un interrupteur).

......

1.11 Isolons I :

$$\begin{aligned} R_1 I + R_2(I_0 + I) &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I + R_2 I_0 &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I &= R_2 I_0 \\ I &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0 \end{aligned}$$

......

1.12 a) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABCF :

$$e - \frac{1}{4}Ri - Ri_1 = 0 \quad \text{soit} \quad e = \frac{1}{4}Ri + Ri_1$$

......

1.12 b) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABDE :

$$e - \frac{1}{4}Ri - 3R(i - i_1) = 0 \quad \text{d'où} \quad e = \frac{13}{4}Ri - 3Ri_1$$

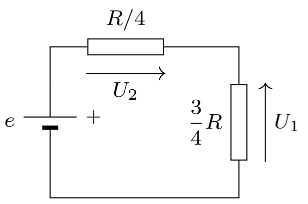
1.13 a) Additionnons les deux relations après avoir multiplié par 3 la première

$$\begin{cases} 3Ri + 12Ri_1 = 12e \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4e \end{cases} + \quad \Longrightarrow \quad 16Ri = 16e \quad \text{d'où} \quad i = \frac{e}{R}$$

1.13 b) Dans la première relation, remplaçons i par e/R :

$$R\left(\frac{e}{R}\right) + 4Ri_1 = 4e \quad \Longrightarrow \quad 4Ri_1 = 3e \quad \text{d'où} \quad i_1 = \frac{3e}{4R}$$

1.14 a) Simplifions le montage en remplaçant l'association $(R \parallel 3R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \dfrac{R \times 3R}{R + 3R} = \dfrac{3}{4}R$.



On reconnaît un diviseur de tension. La formule du diviseur donne $U_1 = e\dfrac{\frac{3}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} = \dfrac{3}{4}e$.

1.14 b) Là encore on peut utiliser la formule du diviseur de tension en faisant attention à l'orientation :

$$-U_2 = e\frac{\frac{1}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} \quad \text{soit} \quad U_2 = -\frac{e}{4}$$

Remarque : on peut aussi obtenir U_2 à l'aide de la loi des mailles : $e + U_2 - U_1 = 0$ avec $U_1 = \dfrac{3}{4}e$.

1.15 a) La formule du diviseur de courant donne $\dfrac{i_1}{i} = \dfrac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R}$. Par conséquent, α doit vérifier l'équation

$$\frac{1}{1+\alpha} = \frac{1}{3} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \alpha = 2$$

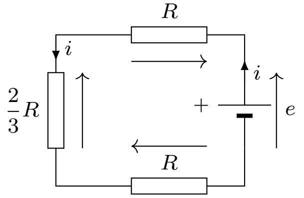
1.15 b) On peut utiliser les formules du diviseur de courant :

$$i_1 = i\frac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R} \quad \text{et} \quad i_2 = i\frac{1/R}{1/(\alpha R) + 1/R}$$

ce qui permet de déduire $i_2/i_1 = \alpha$. La solution est donc $\alpha = 3$.

On peut aussi tout simplement écrire la loi des mailles : $\alpha R i_1 = R i_2$ pour aboutir plus immédiatement au résultat.

1.16 a) Remplaçons l'association $(2R \parallel R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \dfrac{2R \times R}{2R + R} = \dfrac{2}{3}R$. On obtient le circuit à une maille suivant :



La loi des mailles donne alors $e - Ri - \dfrac{2}{3}Ri - Ri = 0$, d'où $i = \dfrac{3}{8}\dfrac{e}{R}$

....

1.16 b) La formule du diviseur donne

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{1/R}{1/R + 1/(2R)} i = \frac{2}{3} i = \frac{1}{4}\frac{e}{R}$$

....

1.16 c) Le plus simple consiste à utiliser la loi des nœuds : $i + i_2 = i_1$ ce qui donne $i_2 = i_1 - i = -\dfrac{e}{8R}$.

On peut aussi utiliser la formule du diviseur de courant en faisant attention à l'orientation des courants :

$$-i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i = \frac{1/(2R)}{1/R + 1/(2R)} i = \frac{1}{3} i = \frac{e}{8R}$$

....