Généralités sur les suites

Quelques calculs généraux pour commencer

Calcul 1.1 — Des puissances.

Écrire à l'aide d'une seule puissance les expressions suivantes.

a) $(-1)^4 \times (3^4)^5$ ...

b) $-1^4 \times (3^{-1})^{-2}$ ..

c) $(-1)^5 \times 3^4 \times 2^4$.

Calcul 1.2 — Des fractions.

Écrire sous la forme d'une fraction les expressions suivantes.

a) $\dfrac{x+3}{3} + \dfrac{2x-1}{6}$.

b) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3}$ ....

c) $2 + \dfrac{3x-8}{5}$ ......

Calcul 1.3 — Des carrés.

Développer les expressions suivantes.

a) $(3x+1)^2$ ....

b) $(4x-3)^2$ ....

Suites définies explicitement

Calcul 1.4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 4n + 1$. Calculer :

a) $u_0 =$ ....

b) $u_1 =$ ....

c) $u_2 =$ ....

d) $u_3 =$ ....

Calcul 1.5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{4n-1}{n+1}$. Calculer :

a) $u_0 =$ ....

b) $u_1 =$ ....

c) $u_2 =$ ....

d) $u_3 =$ ....

Calcul 1.6

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 1$. Exprimer en fonction de n :

a) $u_{n+1} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b) $u_{n-1} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c) $u_{2n} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $u_n + 1 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Calcul 1.7

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - n$. Exprimer en fonction de n :

a) $u_{2n} = \dots\dots$

b) $u_{n+1} = \dots\dots$

c) $u_{2n+1} = \dots\dots$

Calcul 1.8

Soit $(v_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$. Exprimer en fonction de n :

a) $v_{2n} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b) $v_{2n+1} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c) $v_{4n} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $v_{2n+2} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Suites définies par récurrence

Calcul 1.9

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Calculer :

a) $u_1 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b) $u_2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c) $u_3 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $u_4 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Calcul 1.10

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = -1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -u_n - 1$. Calculer :

a) $u_1 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b) $u_2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c) $u_3 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $u_4 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Calcul 1.11

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = (n+2)u_n$. Calculer :

a) $u_1 =$ ....

b) $u_2 =$ ....

c) $u_3 =$ ....

d) $u_4 =$ ....

Calcul 1.12

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3^n \times u_n$. Calculer :

a) $u_1 =$ ....

b) $u_2 =$ ....

c) $u_3 =$ ....

d) $u_4 =$ ....

Calcul 1.13

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2n + 1}$. Calculer :

a) $u_1 =$ ....

b) $u_2 =$ ....

c) $u_3 =$ ....

d) $u_4 =$ ....

Calcul 1.14

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \left(n + \dfrac{1}{2}\right) \times u_n$. Calculer :

a) $u_1 =$ ....

b) $u_2 =$ ....

c) $u_3 =$ ....

d) $u_4 =$ ....

Suites définies par récurrence avec paramètre

Calcul 1.15 — Une suite définie par récurrence avec paramètre.

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $(v_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} v_0 = a \\ v_{n+1} = 2v_n + 1. \end{cases}$ Exprimer en fonction de a :

a) $v_1 =$ ....

b) $v_2 =$ ....

c) $v_3 =$ ....

d) $v_4 =$ ....

Calcul 1.16 — Une autre suite définie par récurrence avec paramètre.

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $(w_n)_n$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} w_0 = 1 \\ w_{n+1} = a^n \times w_n. \end{cases}$ Exprimer en fonction de a :

a) $w_1 =$ ....

b) $w_2 =$ ....

c) $w_3 =$ ....

d) $w_4 =$ ....

Calculs plus avancés

Calcul 1.17 — Suite et fractions.

Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_1 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$.

Calculer la moyenne des trois nombres u_2, u_3 et u_4 ....

Calcul 1.18

Dans chacun des cas suivants, donner la valeur de $n \in \mathbb{N}$ pour laquelle on a $u_n = 4$.

a) La suite $(u_n)_n$ définie pout tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -6n + 64$ ....

b) La suite $(u_n)_n$ définie pout tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n^2 - 20}{n+3}$ ....

Réponses mélangées

8	$4n^2 - 2n$	$\dfrac{5x}{6}$	$\dfrac{4x+5}{6}$	$2a+1$	7	10	63	-1	$\dfrac{-1}{2n+1}$		
$4n^2 + 2n$	$\dfrac{13}{36}$	$\dfrac{1}{2n}$	1	6	729	$16x^2 - 24x + 9$	3	-6^4	-3^2		
24	a^6	a^3	$4a+3$	120	$\dfrac{1}{2n+2}$	$\dfrac{1}{4n}$	3	0	$4n-1$		
$2n-3$	$\dfrac{3x+2}{5}$	1	$\dfrac{11}{4}$	$2n$	0	31	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{7}{3}$	n^2+n	
$\dfrac{105}{16}$	2	2	a	27	15	$\dfrac{15}{8}$	$\dfrac{3}{4}$	1	$\dfrac{3}{2}$	6	$8a+7$
$16a+15$	13	$9x^2+6x+1$	22	-1	4	3^{20}	-1	$2n+1$			

► Réponses et corrigés page 5

Fiche n° 1. Généralités sur les suites

Réponses

1.1 a) .... $\boxed{3^{20}}$

1.1 b) .... $\boxed{-3^2}$

1.1 c) .... $\boxed{-6^4}$

1.2 a) .... $\boxed{\dfrac{4x+5}{6}}$

1.2 b) .... $\boxed{\dfrac{5x}{6}}$

1.2 c) .... $\boxed{\dfrac{3x+2}{5}}$

1.3 a) .... $\boxed{9x^2+6x+1}$

1.3 b) .... $\boxed{16x^2-24x+9}$

1.4 a) .... $\boxed{1}$

1.4 b) .... $\boxed{6}$

1.4 c) .... $\boxed{13}$

1.4 d) .... $\boxed{22}$

1.5 a) .... $\boxed{-1}$

1.5 b) .... $\boxed{\dfrac{3}{2}}$

1.5 c) .... $\boxed{\dfrac{7}{3}}$

1.5 d) .... $\boxed{\dfrac{11}{4}}$

1.6 a) .... $\boxed{2n+1}$

1.6 b) .... $\boxed{2n-3}$

1.6 c) .... $\boxed{4n-1}$

1.6 d) .... $\boxed{2n}$

1.7 a) .... $\boxed{4n^2-2n}$

1.7 b) .... $\boxed{n^2+n}$

1.7 c) .... $\boxed{4n^2+2n}$

1.8 a) .... $\boxed{\dfrac{1}{2n}}$

1.8 b) .... $\boxed{\dfrac{-1}{2n+1}}$

1.8 c) .... $\boxed{\dfrac{1}{4n}}$

1.8 d) .... $\boxed{\dfrac{1}{2n+2}}$

1.9 a) .... $\boxed{7}$

1.9 b) .... $\boxed{15}$

1.9 c) .... $\boxed{31}$

1.9 d) .... $\boxed{63}$

1.10 a) .... $\boxed{0}$

1.10 b) .... $\boxed{-1}$

1.10 c) .... $\boxed{0}$

1.10 d) .... $\boxed{-1}$

1.11 a) .... $\boxed{2}$

1.11 b) .... $\boxed{6}$

1.11 c) .... $\boxed{24}$

1.11 d) .... $\boxed{120}$

1.12 a) .... $\boxed{1}$

1.12 b) .... $\boxed{3}$

1.12 c) .... $\boxed{27}$

1.12 d) .... $\boxed{729}$

1.13 a) .... $\boxed{1}$

1.13 b) .... $\boxed{2}$

1.13 c) .... $\boxed{3}$

1.13 d) .... $\boxed{4}$

1.14 a) .... $\boxed{\dfrac{1}{2}}$

1.14 b) .... $\boxed{\dfrac{3}{4}}$

1.14 c) .... $\boxed{\dfrac{15}{8}}$

1.14 d) .... $\boxed{\dfrac{105}{16}}$

1.15 a) .... $\boxed{2a+1}$

1.15 b) .... $\boxed{4a+3}$

1.15 c) .... $\boxed{8a+7}$

1.15 d) .... $\boxed{16a+15}$

1.16 a) .... $\boxed{1}$

1.16 b) .... $\boxed{a}$

1.16 c) .... $\boxed{a^3}$

1.16 d) .... $\boxed{a^6}$

1.17 .... $\boxed{\dfrac{13}{36}}$

1.18 a) .... $\boxed{10}$

1.18 b) .... $\boxed{8}$

Corrigés

1.6 a) On a $u_{n+1} = 2(n+1) - 1 = 2n + 2 - 1 = 2n + 1$.

1.6 b) On a $u_{n-1} = 2(n-1) - 1 = 2n - 2 - 1 = 2n - 3$.

1.6 c) On a $u_{2n} = 2(2n) - 1 = 4n - 1$.

1.6 d) On a $u_n + 1 = 2n - 1 + 1 = 2n$.

1.11 a) On a $u_1 = u_{0+1} = (0+2)u_0 = 2 \times 1 = 2$.

1.11 b) On a $u_2 = u_{1+1} = (1+2)u_1 = 3 \times 2 = 6$.

1.11 c) On a $u_3 = u_{2+1} = (2+2)u_2 = 4 \times 6 = 24$.

1.11 d) On a $u_4 = u_{3+1} = (3+2)u_3 = 5 \times 24 = 120$.

1.16 a) On a $w_1 = a^0 \times w_0$, d'où $w_1 = 1 \times 1$. Ainsi $w_1 = 1$.

1.16 b) On a $w_2 = a^1 \times w_1$, d'où $w_2 = a \times 1$. Ainsi $w_2 = a$.

1.16 c) On a $w_3 = a^2 \times w_2$, d'où $w_3 = a^2 \times a$. Ainsi $w_3 = a^3$.

1.16 d) On a $w_4 = a^3 \times w_3$, d'où $w_4 = a^3 \times a^3$. Ainsi $w_4 = a^6$.

1.17 On trouve $u_2 = \dfrac{1}{2}$, $u_3 = \dfrac{1}{3}$ et $u_4 = \dfrac{1}{4}$. La moyenne de u_2, u_3 et u_4 est : $\dfrac{u_2 + u_3 + u_4}{3} = \dfrac{13}{36}$.

1.18 a) On résout l'équation $-6n + 64 = 4$ et on trouve $n = 10$.

1.18 b) Résolvons l'équation $\dfrac{n^2 - 20}{n+3} = 4$. On a

$$\begin{aligned} \frac{n^2 - 20}{n+3} = 4 &\iff n^2 - 20 = 4(n+3) \\ &\iff n^2 - 20 = 4n + 12 \\ &\iff n^2 - 4n - 32 = 0 \end{aligned}$$

On reconnaît une équation du second degré de discriminant 144. Les racines de $X^2 - 4X - 32$ sont -4 et 8. Le nombre n étant un entier naturel, on ne garde que la racine positive. C'est à dire $n = 8$.