# DS 1 d'informatique

2 heures

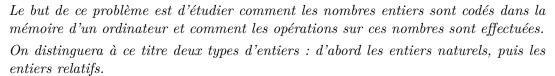
# Lisez attentivement les consignes ci-dessous

- Les documents, calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.
- La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation.
- La présentation de la copie sera prise en compte dans l'évaluation :
  - ⊳ | Encadrez | les résultats principaux.
  - $\triangleright$  Soignez votre écriture.
  - ▷ Maintenez une marge dans vos copies et aérez vos copies.
  - > Numérotez vos copies.
- Vos programmes doivent être clairs.
  - ▷ Choisissez judicieusement les noms de vos variables ainsi que les noms de vos fonctions auxiliaires.
  - *⊳* Aérez vos programmes.
  - > Faites des indentations suffisamment grandes.
  - > Indiquez les indentations par des traits verticaux.
  - ▷ L'introduction de **fonctions auxiliaires** est recommandée lorsqu'elle permet d'écrire des programmes plus clairs.
  - $\vartriangleright$  Si nécessaire, commentez vos programmes en utilisant une couleur secondaire.
- Sauf instruction explicite du contraire, une fonction ne doit pas modifier ses arguments.
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez-le sur votre copie en expliquant les initiatives que vous avez été amené à prendre.

DS 1 d'informatique

# Nombres entiers en informatique

### Codage et opérations



On s'intéressera en particulier aux opérations suivantes : somme, produit et puissance.

#### **Préliminaire**

1. Écrire une fonction copie(1) qui prend en argument une liste 1 (composée de nombres) et qui renvoie une copie de cette liste.

# Partie I – Codage des entiers naturels

2. Écrire une fonction listeChiffresBase2(n) qui prend en argument un entier n et qui renvoie la liste 1 des chiffres de son écriture en base 2, « écrite à l'envers ». Le chiffre de l'écriture de n correspondant à  $2^k$  sera ainsi dans 1[k].

```
▶ listeChiffresBase2(16) renverra [0, 0, 0, 0, 1].
▶ listeChiffresBase2(1) renverra [1].
▶ listeChiffresBase2(0) renverra [].
```

3. Écrire une fonction ecritureBase2(n) qui prend en argument un entier n et qui renvoie une chaîne de caractères commençant par « ob » et suivie des chiffres de l'écriture en base 2 de n (dans le bon sens).

Cette fonction utilisera la fonction listeChiffresBase2(n).

4. Écrire une fonction dechiffrage(1) qui prend en argument une liste 1 de zéros et de uns, « écrite à l'envers », et qui renvoie l'entier dont cette liste est l'écriture en base 2.

```
▶ dechiffrage([]) renverra 0.▶ dechiffrage([1, 1, 1]) renverra 7.▶ dechiffrage([0, 0, 0, 1]) renverra 8.
```

DS 1 d'informatique

#### Définitions et conventions

- Dans ce problème, on utilisera les définitions suivantes :
  - ▷ un 2-entier est une liste de zéros et de uns;
  - $\triangleright$  un 2-entier sera dit de taille N ssi sa longueur (en tant que liste) vaut N.
- Voici des exemples de 2-entiers :

$$[0, 0, 1], [0, 1, 1, 0], [0, 0, 0, 0], [].$$

• Les 2-entiers correspondent aux entiers naturels via les fonctions

listeChiffresBase2(n) 
$$et$$
 dechiffrage(1).

On prendra donc la convention de l'écriture « à l'envers ».

- Par exemple, le 2-entier [0, 0, 0, 1] correspond à 8; il est de taille 4.
- On notera les 2-entiers : nn, mm, pp, etc.

### Partie II – Premières fonctions

- 5. Écrire une fonction estNul(nn) qui prend en argument un 2-entier nn et qui renvoie :
  - True s'il est nul;
  - False sinon.

```
▶ estNul([1, 0, 1]) renverra False.
▶ estNul([0, 0, 0]) renverra True.
▶ estNul([]) renverra True.
```

- 6. Écrire une fonction entierAjuste(nn, N) qui prend en argument un 2-entier nn et une taille  $N \in \mathbb{N}^*$  et renvoie un 2-entier de taille N tel que
  - si la taille de nn est < N, il est construit à partir de nn en y ajoutant des zéros.
  - si la taille de nn est  $\geq N$ , il est construit à partir de nn en ne gardant que les termes d'indices les plus petits.

```
▶ entierAjuste([1, 0, 1], 5) renverra [1, 0, 1, 0, 0].
▶ entierAjuste([1, 0, 1, 0, 1, 1], 4) renverra [1, 0, 1, 0].
```

- 7. (a) Donner l'écriture en base 2 de 424.
  - (b) On note nn = listeChiffresBase2(424).

Quel entier sera renvoyé par entierAjuste(nn, 5)?

On donnera la réponse sous la forme d'un entier écrit en base 10.

DS 1 d'informatique 3/5

# Partie III – Comparaison des entiers naturels

8. Écrire une fonction entierNettoye(nn) qui prend en argument un 2-entier nn et qui renvoie un 2-entier correspondant au même entier que nn mais qui n'a pas de zéros inutiles.

```
▶ entierNettoye([1, 0, 1, 0, 0]) renverra [1, 0, 1].
▶ entierNettoye([0, 0]) renverra [].
```

- 9. Écrire une fonction comparaison(nn, pp) qui prend en argument deux 2-entiers nn et pp et qui renvoie:
  - $1 \sin n > p$ ,
  - 0 si n = p,
  - $-1 \operatorname{si} n < p$ ,

où n et p sont les entiers naturels représentés par nn et pp.

Votre fonction ne devra utiliser aucun des opérateurs « < », « > », « <= », « >= » de Python.

```
    comparaison([1, 0, 0], [1, 1]) renverra -1.
    comparaison([0, 0, 1], [1, 1]) renverra 1.
    comparaison([0, 0, 1], [0, 0, 1, 0]) renverra 0.
```

# Partie IV – Codage des entiers relatifs

#### Complément à deux

On fixe  $N \in \mathbb{N}^*$ .

On souhaite coder les nombres entiers relatifs dans  $[-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1]$  à l'aide des 2-entiers de taille N.

Si  $n \in [-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1]$ , on procède comme suit :

- si l'entier n est ≥ 0, on le code à l'aide de listeChiffresBase2(n) qu'on complète éventuellement de zéros;
- si l'entier n est < 0, on part de l'écriture de −n en tant que 2-entier de taille N;</li>
  on transforme les zéros en uns et vice versa dans cette écriture; enfin, on ajoute 1
  à ce 2-entier.

Le résultat est appelé écriture en base 2 de n, avec N bits, suivant la convention du complément à 2.

- 10. Donner l'écriture en base 2 de -1 avec 4 bits, suivant la convention du complément à 2.
- 11. Écrire une fonction miroir(nn) qui prend en argument un 2-entier nn et qui renvoie le 2-entier de même taille déduit de nn en échangeant les zéros et les uns.

```
▶ miroir([1, 1, 1, 1, 1]) renverra [0, 0, 0, 0, 0].
▶ miroir([1, 0, 1, 0, 0]) renverra [0, 1, 0, 1, 1].
```

12. Écrire une fonction increment (nn) qui prend en argument un 2-entier nn et qui renvoie le 2-entier déduit de nn en lui ajoutant 1.

Votre fonction ne devra pas utiliser l'opérateur « + » de Python.

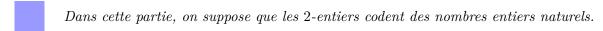
```
▶ increment([1, 1, 1, 1, 1]) renverra [0, 0, 0, 0, 0, 1].
▶ increment([1, 0, 1, 0, 1]) renverra [0, 1, 1, 0, 1].
```

DS 1 d'informatique 4/5

- 13. Écrire une fonction codage(n, N), qui prend en argument deux entiers n et N, qu'on supposera tels que  $n \in [-2^{N-1}, 2^{N-1} 1]$  et qui renvoie le 2-entier correspondant à l'écriture en base 2 de n, avec N bits, suivant la convention du complément à 2.
- 14. Écrire une fonction signe(nn, N), qui prend en argument un 2-entier nn et un entier N, et qui détermine son signe, en supposant que nn a été obtenu à partir d'un entier n dans  $[-2^{N-1}, 2^{N-1} 1]$ .

Cette fonction renverra 1 si n > 0, 0 si n = 0 et -1 si n < 0.

#### Partie V – Somme des entiers naturels



15. Écrire une fonction somme(nn, pp), qui prend en argument deux 2-entiers nn et pp, et qui renvoie leur somme (sous forme de 2-entier).

Votre fonction ne devra pas utiliser l'opérateur « + » de Python.

```
► somme([0, 1, 1, 0], [1]) renverra [1, 1, 1, 0].

► somme([0, 1, 1, 0], [0, 1]) renverra [0, 0, 0, 1].
```

#### Partie VI – Produit des entiers naturels

- Dans cette partie, on suppose que les 2-entiers codent des nombres entiers naturels.
- 16. Écrire une fonction decremente(nn) qui prend en argument un 2-entier nn et qui fait ce qui suit :
  - si  $n \ge 1$ , elle soustrait 1 à nn, elle supprime les zéros finaux de nn et elle renvoie True;
  - sinon, elle supprime les zéros finaux de nn et elle renvoie False.

où n est l'entier correspondant à nn.

Votre fonction ne devra pas utiliser l'opérateur « - » de Python.

17. Écrire une fonction produit (nn, mm), qui prend en argument deux 2-entiers nn et mm, et qui renvoie leur produit (sous forme de 2-entier).

Votre fonction ne devra pas utiliser l'opérateur « + » ni l'opérateur « \* » de Python.

### Partie VII – Puissance entre entiers naturels

- Dans cette partie, on suppose que les 2-entiers codent des nombres entiers naturels.
- 18. Écrire une fonction puissance(nn, pp), qui prend en argument deux 2-entiers nn et pp, et qui renvoie le 2-entier correspondant à nn<sup>pp</sup>.

Votre fonction ne devra pas utiliser l'opérateur « \*\* » de Python.

Votre fonction devra implémenter l'algorithme d'exponentiation rapide.

FIN DU SUJET.



DS 1 d'informatique 5/5