

Intégration I

Quelques calculs généraux pour commencer

Calcul 1.1



Calculer :

a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots\dots$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \dots\dots\dots$

c) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \dots\dots\dots$

Premières intégrales

Calcul 1.2



Calculer :

a) $\int_0^1 t \, dt \dots\dots$

b) $\int_0^1 2t^2 \, dt \dots\dots$

c) $\int_0^1 (-t + 1) \, dt \dots\dots$

Calcul 1.3 — Une formule générale.

Soit $n \in \mathbb{N}$. Combien vaut $\int_0^1 t^n \, dt$?

(a) n

(b) $n + 1$

(c) $n - 1$

(d) $\frac{1}{n}$

(e) $\frac{1}{n+1}$

(f) $\frac{1}{n-1}$

Calcul 1.4 — Variations autour d'une puissance.

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer :

a) $\int_{-1}^1 t^n \, dt \dots\dots\dots$

c) $1 - \int_0^1 nt^n \, dt \dots\dots\dots$

b) $\int_0^{\frac{1}{2}} t^n \, dt \dots\dots\dots$

d) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} t^n \, dt \dots\dots\dots$

Calcul 1.5



Calculer $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{t^{2n}}{2^n} \, dt \dots\dots\dots$

Secondes intégrales

Calcul 1.6 — Variations autour d'une fraction.



Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$. Calculer :

a) $\int_0^1 \frac{1}{t^n} dt$

c) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{t^n} dt$

b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{t^n} dt$

d) $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{t^{2n}} dt$

Calcul 1.7



Soit $n \in \mathbb{N}$.

a) Calculer $\int_0^2 \left(\frac{t^3}{2}\right)^n dt$

b) Calculer $\int_0^{2^n} nt^{2n-1} dt$

Calculs plus avancés

Calcul 1.8 — Une somme d'intégrales.



Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\int_0^2 2t dt + \int_0^2 3t^2 dt + \int_0^2 4t^3 dt + \dots + \int_0^2 (n+1)t^n dt$

Calcul 1.9 — Une fraction de fractions.



Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$. Calculer $\frac{n}{\int_0^{\frac{1}{n}} \frac{1}{t^n} dt}$

Réponses mélangées

$\frac{1 - (-1)^{n+1}}{n+1}$	$\frac{1}{(1-n)2^{n-1}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2n+1}$	$\frac{1}{2}4^{n^2}$	$4(2^n - 1)$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1-n}{n^n}$	$\frac{1 - (-1)^{n-1}}{1-n}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{m}$	$\frac{1}{n+1}$	$\frac{2^{2n+1}}{3n+1}$
$\frac{1}{(n+1)2^{n+1}}$	$\frac{2^{n+1} - 1}{4^{n+1}(n+1)}$	$\frac{1}{1-n}$	$-\frac{\sqrt{2}}{(2n-1)2^n}$	$\frac{2}{3}$	$-m$
					$-\frac{1}{m}$

► Réponses et corrigés page ??

Fiche n° 1. Intégration I

Réponses

1.1 a)	$-m$	1.4 a)	$\frac{1 - (-1)^{n+1}}{n + 1}$	1.6 b)	$\frac{1 - (-1)^{n-1}}{1 - n}$
1.1 b)	$-\frac{1}{m}$	1.4 b)	$\frac{1}{(n + 1)2^{n+1}}$	1.6 c)	$\frac{1}{(1 - n)2^{n-1}}$
1.1 c)	$-\frac{1}{m}$	1.4 c)	$\frac{1}{n + 1}$	1.6 d)	$-\frac{\sqrt{2}}{(2n - 1)2^n}$
1.2 a)	$\frac{1}{2}$	1.4 d)	$\frac{2^{n+1} - 1}{4^{n+1}(n + 1)}$	1.7 a)	$\frac{1}{2}4^{n^2}$
1.2 b)	$\frac{2}{3}$	1.5	$\frac{\sqrt{2}}{2n + 1}$	1.7 b)	$\frac{2^{2n+1}}{3n + 1}$
1.2 c)	$\frac{2}{3}$	1.6 a)	$\frac{1}{1 - n}$	1.8	$4(2^n - 1)$
1.3	e	1.9	$\frac{1 - n}{n^n}$		

Corrigés