

DS4

Les calculatrices sont interdites.

Une partie très importante du barème sera comptée pour le soin et la rédaction.

Faites des phrases.

Encadrez vos résultats en couleur, soignez votre copie, aérez-la.

Le sujet est **recto-verso**.

Durée : 55 minutes

Calculs

1. Simplifier

$$\frac{12^2 \cdot 50^3}{18^3 \cdot 15^5}$$

2. Combien vaut $(-2)^{-2}$?

3. Combien valent 2^{10} et 2^{11} ?

Questions de cours

Compléter (sur votre copie) :

a) $(f + g)' =$

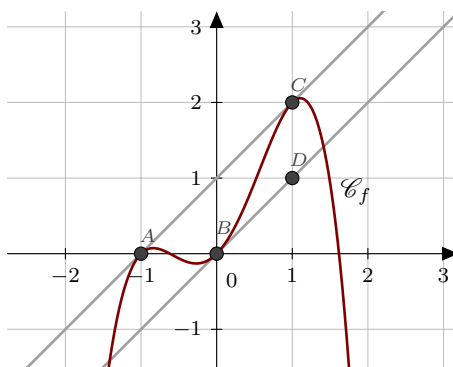
b) $(fg)' =$

c) $\left(\frac{1}{f}\right)' =$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)' =$

Exercice 1

Ci-dessous le graphe \mathcal{C}_f d'une fonction f et plusieurs tangentes à \mathcal{C}_f .



1.
 - a) Donner, par lecture graphique, les coordonnées de A , B , C et D .
 - b) En déduire des valeurs remarquables de f .
 - c) Donner les valeurs de $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$, en justifiant votre réponse.
2. On donne l'expression de f . C'est

$$f(x) = -x^4 + 2x^2 + x \quad \text{pour } x \in \mathbb{R}.$$

- a) Quelle est la dérivée de f ?
- b) Donner la formule de la tangente.
- c) On note :
 - T_A la tangente de \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1
 - T_C la tangente de \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1 .

Montrer par le calcul que T_A et T_C sont confondues.

Exercice 2

On considère une fonction f définie par son expression $f(x)$. Dans chacun des cas :

- donner l'ensemble D_f de définition
- donner l'ensemble $D_{f'}$ de dérivabilité
- donner l'expression de $f'(x)$

a) $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$

c) $f(x) = \sqrt{7}$

e) $f(x) = \frac{2x+7}{x+3}$

b) $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sqrt{2}x + \frac{4}{x}$

d) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$

Exercice 3

1. On considère la fonction

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{\quad} & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & t^3 - 3t^2 + t + 1 \end{array}$$

- a) Montrer que 1 est une racine de f .
b) Trouver $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que

$$f(t) = (t-1)(at^2 + bt + c)$$

pour tout $t \in \mathbb{R}$.

- c) Factoriser entièrement f .

2. Pour $t \in \mathbb{R}$, on note

$$\vec{u}_t = \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ t \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v}_t = \begin{pmatrix} t^2 + 4t + 1 \\ 2t + 1 \end{pmatrix}$$

- a) Que valent \vec{u}_0 et \vec{v}_0 ?
b) Montrer que \vec{u}_t ne peut pas être nul.
c) Pour quelles valeurs de t , le couple (\vec{u}_t, \vec{v}_t) est-il une base?

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+\sqrt{x}}}$$

- a) Quel est l'ensemble de dérivabilité de f ?
b) Calculer $f'(x)$.