

Einführung in die Programmierung Blatt 2

Lösung

Andrea Colarieti Tosti

November 7, 2018

Aufgabe 1

a)

$$a \vee b = \neg(\neg a \wedge \neg b)$$

b)

NAND ist wie folgt definiert : $a \uparrow b = \neg(a \wedge b)$

Wir versuchen die Junktoren $\{\neg, \wedge, \vee\}$ mit \uparrow darzustellen:

$$\neg \Rightarrow \neg a = a \uparrow a$$

$$\wedge \Rightarrow a \wedge b = ((a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b))$$

$$\vee \Rightarrow a \vee b = ((a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b))$$

Aufgabe 2

a)

Zu zeigen ist das folgende gilt: $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

Induktionsanfang: für $n = 0$

$$1 = 2^{0+1} - 1 = 1$$

Induktionsannahme: für n gilt: $\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$

Induktionsschritt:

$$\sum_{k=0}^n 2^k + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} - 1 = 2^{n+2} - 1$$

q.e.d.

b)

Induktionsanfang:

$$a_2 = 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} = 2 - \frac{n}{n+1} = \frac{2n+2-n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$$

Induktionsschluss:

$$a_{n+1} = 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} = 2 - \frac{n}{n+1} = \frac{2n+2-n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$$

q.e.d.

Aufgabe 3

a)

Die Funktion $\text{evaluate}(t)$ ist Injektiv da der Baum immer mehr breiter wird.

b)