Einführung in die Programmierung Blatt 2 Lösung

Andrea Colarieti Tosti

November 8, 2018

Aufgabe 1

a)

$$a \vee b = \neg(\neg a \wedge \neg b)$$

b)

NAND ist wie folgt definiert : $a \uparrow b = \neg(a \wedge b)$
Wir versuchen die junktoren $\{\neg, \wedge, \vee\}$ mit $\uparrow$ darzustellen:

$$\neg \Rightarrow \neg a = a \uparrow a$$
$$\wedge \Rightarrow a \wedge b = ((a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b))$$
$$\vee \Rightarrow a \vee b = ((a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b))$$

c)

mächtigkeit aus der multiplication der möglichen ergebnisse.
auf 2 inputs gibt es 4 mögliche ausfühungen (wahrheitstabelle) diese hat 4 outputs die T oder F sind ..
also berechnen wir 2^4
$(2^n)^2 = 2^{2n}$ also für 3 folgt $(2^{2 \cdot 3}) = 2^6 = 64$

Aufgabe 2

a)

Zu zeigen ist das folgende gilt: $1 + 2 + 4 + 8 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1$
Induktionsanfang: für n = 0
$1 = 2^{0+1} - 1 = 1$
Induktionsannahme: für n gilt: $\sum_{k=o}^{n} 2^n = 2^{n+1} - 1$
Induktionsschritt:
$\sum_{k=o}^{n} 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} - 1 = 2^{n+2} - 1$

q.e.d.

b)

Induktionsanfang:
$a_2 = 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} = 2 - \frac{n}{n+1} = \frac{2n+2-n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$

Induktionsschluss:
$a_{n+1} = 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} = 2 - \frac{n}{n+1} = \frac{2n+2-n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$

q.e.d.

Aufgabe 3

a)

Die Funktion evaluate(t) ist Injektiv da der Baum immer mehr breiter wird.
nooope die ist doch surjektiv aus dem folgenden Grund:
evaluate(t) gibt true oder false zurück aber die menge der möglichen terme unendlich ist.. me so mongo!

b)

$$h(X \in \sum)$$

$$h(\neg(t)) = 1 + h(t)$$

$$h(\wedge(t_1, t_2)) = 1 + max(h(t_1), h(t_2))$$

$$h(\vee(t_1, t_2)) = 1 + max(h(t_1), h(t_2))$$

c)

NNF ($X \in \sum$)