

ProMo Übung 4 H4-2 Lösung

Andrea Colarieti

May 11, 2018

H4-2 Induktion mit Listen II (2 Punkte; Abgabe: H4-2.txt oder H4-2.pdf)
Es sei vs und ws zwei beliebige Listen, weiterhin sei $n = |vs|$. Beweisen Sie mit Induktion über die Länge $n \in \mathbb{N}$ von vs , dass $zip\ vs\ ws = \min(vs, ws)$ gilt.

```
zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
zip [] _ = []
zip _ [] = []
zip (x:xs) (y:ys) = (x,y) : zip xs ys
```

1 Lösung

Seien vs und ws 2 Listen mit Länge n und m , $n \in \mathbb{N}$ und $m \in \mathbb{N}$.

Ind. Annahme: Das Verhalten der Funktion zip ändert sich nicht beim Wachsen der Länge der Liste im ersten Parameter.

Also gilt $zip\ vs\ ws = \min\ (n+1,m) \ \forall n+1 \in \mathbb{N}$ mit $n+1 \leq m$

Sei $n = 0 \Rightarrow$

$zip\ []\ ws = []$

$\Leftrightarrow \min(0,m) = 0$

Ind Anfang: $n = 1$

$zip\ a:[]\ (b:ws) \Rightarrow$

$(a,b): zip\ []\ (c:ws) \Rightarrow$

$(a,b):[] = (a,b)$

$\Leftrightarrow \min(1, m) + \min(0,m) = 1 + 0$

Ind. Schritt: $n \mapsto n + 1$

$zip\ (a:vs)\ (b:ws) \Rightarrow$

$(a,b):zip\ (c:vs)\ (d:ws) \Rightarrow$

$(a,b):(c,d):zip\ (e:vs)\ (f:ws) = (a,b):(c,d):...:zip\ []\ (f:ws) =$

$(a,b):(c,d):(e,f):...:[]$

$\Leftrightarrow \min(n, m) + \min(1,m) + \min(0,m) = n + 1 + 0 = n + 1$

□