Programmierung und Modellierung mit Haskell

Teil 5: Polymorphie, Typklassen & Module

Steffen Jost

LFE Theoretische Informatik, Institut für Informatik, Ludwig-Maximilians Universität, München

2. Mai 2018





TEIL 5: POLYMORPHIE, TYP-KLASSEN & MODULE

- POLYMORPHISMUS
 - Parametrisch
 - Ad-hoc
 - Übersicht
- 2 Typklassen
 - Definition
 - Eq
 - Standardtypklassen
 - Show
 - Read
 - Ord
 - Enum
 - Bounded
 - Zahlen
- Module
 - Import/Export



Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

```
reverse "live"

→ rev_aux 'l':'i':'v':'e': []

→ rev_aux 'i':'v':'e': []

→ rev_aux 'v':'e': []

→ rev_aux 'v':'e': []
```

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
  where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
          rev_aux [] acc = acc
          rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

```
reverse "live"

→ rev aux 'l':'i':'v':'e':
```

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

```
reverse "live"

→ rev_aux 'l':'i':'v':'e':[]

→ rev_aux

'i':'v':'e':[]

→ rev_aux

'v':'e':[]

→ rev_aux

'e':[]

'v':'i':'l':[]

→ rev_aux

[]

'e':'v':'i':'l':[]
```

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Der Akkumulator merkt sich das "vorläufige" Ergebnis:

Wo ist wichtig, dass die Listenelemente Typ Char haben?

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

```
reverse "live"

→ rev_aux 'l':'i':'v':'e':[]

→ rev_aux

'i':'v':'e':[]

→ rev_aux

'v':'e':[]

'i':'l':[]

→ rev_aux

'e':[]

'v':'i':'l':[]

→ rev_aux

[] 'e':'v':'i':'l':[]
```

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Char] -> [Char]
reverse xs = rev_aux xs []
 where rev_aux :: [Char] -> [Char] -> [Char]
         rev_aux [] acc = acc
          rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Der Akkumulator merkt sich das "vorläufige" Ergebnis:

```
reverse "live"
→ rev_aux 'l':'i':'v':'e':[]
→ rev_aux 'i':'v':'e':[]
                                      'l':[7
                'v':'e':[]
                                  'i':'l':[]
\sim rev aux
                              'v':'i':'l':[]
                    'e':[]

→ rev_aux

→ rev_aux

\sim "evil"
```

Wo ist wichtig, dass die Listenelemente Typ Char haben?

Programmierung und Modellierung

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [Int] -> [Int]
reverse xs = rev_aux xs []
where rev_aux :: [Int] -> [Int] -> [Int]
    rev_aux [] acc = acc
    rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Der Akkumulator merkt sich das "vorläufige" Ergebnis:

Wo ist wichtig, dass die Listenelemente Typ Int haben?

Umdrehen einer Liste mithilfe eines Akkumulatoren:

```
reverse :: [a] -> [a]
reverse xs = rev_aux xs []
 where rev_aux :: [a] -> [a] -> [a]
         rev_aux [] acc = acc
         rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Der Akkumulator merkt sich das "vorläufige" Ergebnis:

```
reverse [1,2,3,4]
\rightarrow rev_aux 1 : 2 : 3 : 4 : []
1:[]
                3:4:[]
                                2:1:[]
\sim rev aux
                   4: [] 3: 2: 1: []

→ rev_aux

                      [] 4:3:2:1:[]
→ rev_aux
\sim [4,3,2,1]
```

Wo ist wichtig, dass die Listenelemente Typ Int haben?

Das **statische Typsystem** von Haskell prüft während dem Kompilieren alle Typen:

- Keine Typfehler und keine Typprüfung zur Laufzeit!
- Kompiler kann besser optimieren

Dennoch können wir generischen Code schreiben:

```
rev_aux :: [a] -> [a] -> [a]
rev_aux [] acc = acc
rev_aux (h:t) acc = rev_aux t (h:acc)
```

Wird von Haskell's Typsystem geprüft und für sicher befunden, da der universell quantifizierte Typ a keine Rolle spielt:

- Werte von Typ a werden herumgereicht, aber nie inspiziert
- Code kann unabhängig von Typ a ausgeführt werden

reverse hat einen Typparameter und ist damit polymorph

POLYMORPHE FUNKTIONEN

Parametrisch polymorphe Funktionen aus der Standardbibliothek:

```
id :: a \rightarrow a
id x = x
fst :: (a,b) -> a
fst(x,_) = x
snd :: (a,b) -> b
snd(_,y) = y
replicate :: Int -> a -> [a]
drop :: Int -> [a] -> [a]
zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
```

```
Wir dürfen für jede Typvariable einen beliebigen Typ einsetzen,
d.h. wir können reverse :: [a] -> [a] instantiieren mit

[Int] -> [Int]

[Bool] -> [Bool]

String -> String

[[([(Int,Bool)],String)]] -> [[([(Int,Bool)],String)]]

Typon ohne Typvariablen bezeichnet man als Manatunen
```

Typen ohne Typvariablen bezeichnet man als Monotypen

Gegenbeispiel

Instantiierung zu [Int] -> [Boo1] ist nicht erlaubt, denn dazu wäre der polymorphe Typ [c] -> [d] notwendig!

HINWEIS

Die äußere Liste hat hier keine Sonderrolle: der Typ Maybe a -> a instantiiert genauso zu Maybe Int -> Int oder Maybe (Int,[Bool]) -> (Int,[Bool]) aber eben *nicht* zu Maybe Int -> Bool!

Mehrere Typparameter

```
fst :: (a,b) -> a
                            snd :: (a,b) -> b
                            snd (_,y) = y
fst (x,) = x
```

Das Typsystem unterscheidet verschiedene Typparameter:

a -> b -> (a,b)	b -> a -> (b,a)	Identischer Typ
a -> b -> (a,b)	a -> b -> (b,a)	Unterschiedlich
a -> b -> (a,b)	a -> a -> (a,a)	Unterschiedlich

- Namen der Typparameter sind unerheblich; wichtig ist aber, ob zwei Typparameter den gleichen Namen tragen!
- Verschiedene Typparameter dürfen gleich instantiiert werden; Werte des Typs $a \rightarrow a \rightarrow (a,a)$ dürfen auch dort eingesetzt werden wo a -> b -> (a,b) erwartet wird, aber nicht umgekehrt!

Beispiel

Die Funktion fst kann auch auf ein Paar (True, True) :: (Bool, Bool) angewendet werden.

Eingeschränkte Polymorphie

Manchmal müssen wir die Polymorphie jedoch einschränken: Z.B. sind Sortierverfahren generisch, aber wie vergleichen wir zwei Elemente, wenn wir deren Typ nicht kennen? Vergleich zweier Werte des Typs Char funktioniert z.B. ganz anders als etwa bei zwei Werten des Typs Double

Sortierende Funktion mit Typ [a] -> [a] ist nicht möglich!

LÖSUNGEN

Typen höherer Ordnung

```
sortBy :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> [a]
Vergleichsoperation als Argument übergeben
```

⇒ spätere Vorlesung "Typen höherer Ordnung"

EINGESCHRÄNKTE POLYMORPHIE

Manchmal müssen wir die Polymorphie jedoch einschränken: Z.B. sind Sortierverfahren generisch, aber wie vergleichen wir zwei Elemente, wenn wir deren Typ nicht kennen? Vergleich zweier Werte des Typs Char funktioniert z.B. ganz anders als etwa bei zwei Werten des Typs Double

Sortierende Funktion mit Typ [a] -> [a] ist nicht möglich!

LÖSUNGEN

 Typen höherer Ordnung sortBy :: (a -> a -> Ordering) -> [a] -> [a] Vergleichsoperation als Argument übergeben ⇒ spätere Vorlesung "Typen höherer Ordnung"

Manchmal müssen wir die Polymorphie jedoch einschränken: Z.B. sind Sortierverfahren generisch, aber wie vergleichen wir zwei Elemente, wenn wir deren Typ nicht kennen? Vergleich zweier Werte des Typs Char funktioniert z.B. ganz anders als etwa bei zwei Werten des Typs Double

Sortierende Funktion mit Typ [a] -> [a] ist nicht möglich!

LÖSUNGEN

- 1 Typen höherer Ordnung sortBy :: (a -> a -> Ordering) -> [a] -> [a] Vergleichsoperation als Argument übergeben ⇒ spätere Vorlesung "Typen höherer Ordnung"
- 2 Typklassen sort :: Ord a => [a] -> [a] Gleiche Idee, jedoch versteckt: Funktion bekommt zur Laufzeit ein Wörterbuch mit (mehreren) Funktion implizit übergeben.

Wie kann man eine Vergleichsfunktion für alle Typen implementieren?

```
(==) :: a -> a -> Bool
x == y = ???
```

- f Geht nicht, da wir je nach Typ a anderen Code brauchen!
- Z.B. Vergleich von zwei Strings komplizierter als von zwei Zeichen.

In vielen Sprachen sind **überladene** Operationen eingebaut: Eine Typprüfung zur Laufzeit entscheidet über den zu verwendenden Code \Rightarrow Ad-hoc-Polymorphismus.

Probleme:

- Typprüfung benötigt Typinformation zur Laufzeit
- eingebaute Operation können dann oft nur schwerlich mit benutzerdefinierten Datentypen umgehen

Polymorphe Gleicheit

Welchen Typ hat (==) in Haskell?

```
> :type (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```

Lies "für alle Typen a aus der Typklasse Eq", also "für alle Typen a, welche wir vergleichen können"



Polymorphe Gleicheit

Welchen Typ hat (==) in Haskell?

```
> :type (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```

Lies "für alle Typen a aus der Typklasse Eq", also "für alle Typen a, welche wir vergleichen können"

Eq a => ist Typklasseneinschränkung (engl. class constraint)

- Polymorphismus der Vergleichsfunktion (==) ist eingeschränkt
- Zur Laufzeit wird ein Wörterbuch (Dictionary) mit dem Code der passenden Funktionen implizit als weiteres Argument übergeben; keine Typprüfung zur Laufzeit

Verwenden wir (==) in einer Funktionsdefinition, so muss auch deren Typsignatur entsprechend eingeschränkt werden.

BEISPIEL

Verwendung der polymorphen Vergleichsfunktion in einer Funktionsdefinition, welche den ersten abweichenden Listenwert zweier Listen berechnet:

```
data Maybe a = Nothing | Just a -- zur Erinnerung
firstDiff (h1:t1) (h2:t2)
  | h1 == h2 = firstDiff t1 t2
  | otherwise = Just h2
firstDiff _ _ = Nothing
> firstDiff [1..10] [1,2,3,99,5,6]
Just 99
```



BEISPIEL

Verwendung der polymorphen Vergleichsfunktion in einer Funktionsdefinition, welche den ersten abweichenden Listenwert zweier Listen berechnet:

```
data Maybe a = Nothing | Just a -- zur Erinnerung
firstDiff (h1:t1) (h2:t2)
  | h1 == h2 = firstDiff t1 t2
  | otherwise = Just h2
firstDiff _ _ = Nothing
> firstDiff [1..10] [1,2,3,99,5,6]
Just 99
```

Die Typvariablen in der Typsignatur der Funktion firstDiff sind eingeschränkt quantifiziert:

```
> :type firstDiff
firstDiff :: Eq a => [a] -> [a] -> Maybe a
```

BEISPIEL

Beim Kompilieren fügt der Kompiler der Funktion ein implizites Argument pro class constraint hinzu. Dieses Argument ist ein Paket mit alle Funktionen der Typklasse Eq für den entsprechenden Typ, welches zur Laufzeit übergeben wird.

In diesem Fall also der passende Code für (==) und (/=),

Wir brauchen uns darum nicht zu kümmern!

SYNTAX CLASS CONSTRAINTS

In Typsignaturen kann der Bereich eingeschränkt werden, über den eine Typyariable quantifiziert ist:

Die polymorphe Funktion firstDiff kann nur auf Werte angewendet werden, deren Typ zur Typklasse Eg gehört.

Es ist auch möglich, mehrere Einschränkungen anzugeben:

... und/oder mehrere Typvariablen einzuschränken:

```
bar :: (Eq a, Eq b, Read b, Ord c) \Rightarrow [(a,b)] \rightarrow [c]
```

Solche Typsignaturen kann GHC für uns automatisch ableiten, aber wir können diese auch explizit hinschreiben und erzwingen.

Ausblick: Polymorphismus

Es gibt noch weitere Arten von Polymorphismus, welche wir in dieser Vorlesung nicht behandeln.

GHC kennt Erweiterungen für manche, z.B.:

- Rank-N Types
- Impredicative Types

aber nicht für alle. z.B.:

Subtyping

Die Verwendung solcher Erweiterungen benötigt oft die explizite Angabe von Typsignaturen, da die Inferenz solcher Typen im allgemeinen schnell unentscheidbar wird.

Auch für Polymorphe Rekursion benötigt GHC explizite Typsignaturen, d.h. wenn sich der Typ von einem rekursiven Aufruf zum anderen ändern darf.

PARAMETRISCHER POLYMORPHISMUS

- Unabhängig vom tatsächlichen Typ wird immer der gleiche generische Code ausgeführt.
- Realisiert in Haskell über Typparameter: a -> a

AD-HOC-POLYMORPHISMUS

- Funktionsnamen werden überladen, d.h. abhängig vom tatsächlichen Typ wird spezifischer Code ausgeführt
- Realisiert in Haskell durch Einschränkung der Typparameter auf Typklassen: Klasse a => a -> a

SUBTYP POLYMORPHISMUS

- Mischform: Es kann der gleiche Code oder spezifischer Code ausgeführt werden.
- Irrelevant f
 ür uns. da GHC keinen direkten Subtyp-Mechanismus hat (wie z.B. Vererbung in Java, Records mit gemeinsamen Feldern, etc.).

Typklassen

Eine **Typklasse** ist eine Menge von Typen, plus eine Menge von Funktionen, welche auf alle Typen dieser Klasse anwendbar sind.

Beispiel einer Typklassen-Definition:

```
class Eq a where
  (==) :: a -> a -> Bool
  (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y = not (x == y)
```

Auf jeden Typ a, der eine Instanz der Klasse Eq ist, können wir die beiden 2-stelligen Funktionen (==) und (/=) anwenden.

Die Standardbibliothek definiert diese Klasse Eq und zahlreiche Instanzen dazu:

```
Eq Bool Eq Double
Eq Char Eq Float ...
Eq String Eq Int
```

EQ TYPKLASSE

- Klassennamen schreiben wir wie Typen immer groß
- In Klassendefinition ist Eq a => implizit, d.h.
 :type (==) liefert (==) :: Eq a => a -> a -> Bool
- Klassendefinition k\u00f6nnen Default-Implementierung anbieten, welche \u00fcbernommen oder ignoriert werden k\u00f6nnen
- (==) nur auf zwei Werte des gleichen Typs anwendbar.
 Der Ausdruck "Ugh" == 42 ist nicht Typ-korrekt, obwohl String und Int beide in der Klasse Eq sind.
 Signatur foo :: (Kl a, Kl b) => a -> b -> Bool würde einen Ausdruck "Ugh" `foo` 42 erlauben, falls String und Int Instanzen der Klasse Kl wären.
 - ⇒ Klassendefinition grob vergleichbar mit Interfaces in Java

Instanzen definieren

Man kann leicht neue Instanzen für eigene Datentypen definieren:

Damit können wir nun Äpfel und Birnen vergleichen:

```
> Apfel (3,4) == Apfel (3,4)
True
> Apfel (3,4) == Apfel (3,5)
False
> Apfel (3,4) /= Birne 3 4
True
```

Definition für /= verwendet Klassen Default-Implementierung, da wir diese hier nicht neu definiert haben.

Man kann leicht neue Instanzen für eigene Datentypen definieren:

Diese Instanz Deklaration ist langweilig und ohne Überraschungen: Bei gleichen Konstruktoren vergleichen wir einfach nur die Argumente der Konstruktoren.

GHC kann solche Instanzen mit deriving automatisch generieren:

```
data Frucht = Apfel (Int,Int) | Birne Int Int
  deriving (Eq. Ord, Show, Read)
```

Typklassen Instanzen

- Instanzdeklarationen müssen alle Funktionen der Klasse implementieren, welche keine Default-Implementierung haben
- Ein Typ kann mehreren Typklassen auf einmal angehören
- Aber nur eine Instanz pro Klasse definierbar

BEISPIEL: Wenn wir Frucht manchmal nur nach Preis vergleichen wollen, dann brauchen wir einen neuen Typ dafür:

...oder wir schreiben ohne Typklassen nur eine Funktion preisvergleich :: Frucht -> Frucht -> Bool

Die Typklasse Show erlaubt die Umwandlung eines Wertes in ein String, um den Wert zum Beispiel am Bildschirm anzuzeigen:

```
class Show a where
  show :: a -> String
  showList :: [a] -> ShowS
  ...

BEISPIEL:
  > show (Apfel (3,4))
  "Apfel (3,4)"
  > show (Birne 5 6)
  "Birne 5 6"
```

Die Standardbibliothek definiert viele Instanzen dazu:

Show Bool Show Double Show Int Show Char Show Float ...

SHOW TYPKLASSE

Wenn uns die automatisch abgeleitete show Funktion nicht gefällt, dann entfernen wir Show aus der deriving Klausel der Datentypdeklaration für Frucht, und definieren die Instanz selbst:

```
instance Show Frucht where
  show (Apfel (z,p)) = "Apfel("++(show z)++")"
  show (Birne p z) = "Birne("++(show z)++")"
```

Damit erhalten wir dann entsprechend:

```
> show (Apfel (3,4))
"Apfel(3)"
> show (Birne 5 6)
"Birne(6)"
```



READ TYPKLASSE

Das Gegenstück zu Show ist die Typklasse Read:

```
class Read a where
  read :: String -> a
...
```

Da der Typ a nur im Ergebnis vorkommt, müssen wir GHCi manchmal sagen, welchen Typ wir brauchen:

```
> read "7" :: Int
7
> read "7" :: Double
7.0
```

Innerhalb eines Programmes kann GHC oft den Typ inferieren:

```
> [ read "True", 6==9, 'a'/='z' ]
[True,False,True] :: [Bool]
```

READ TYPKLASSE

Das Gegenstück zu Show ist die Typklasse Read:

```
class Read a where
  read :: String -> a
...
```

- Kann ebenfalls automatisch abgeleitet werden
- Viele Instanzen in der Standardbibliothek definiert
- Wenn man die Show-Instanz selbst definiert, dann sollte man auch die Read-Instanz selbt definieren!
- Funktion read kann eine Ausnahme werfen

```
> read "7" :: Bool
*** Exception: Prelude.read: no parse
```

READ TYPKLASSE

```
Das Gegenstück zu Show ist die Typklasse Read:

type ReadS a = String -> [(a, String)]

class Read a where

readsPrec :: Int -> ReadsS a

...
```

```
read :: Read a => String -> a -- nicht in Typklasse
```

Funktion read gehört nicht zur Typklasse Read. Ist unabhängige Funktion mit eingeschränkt quantifizierter Typvariable.

```
VORTEIL Klassendefinition bleibt schlank; konnte nachträglich woanders definiert werden
```

NACHTEIL Im Gegensatz zu Klassen-Funktion mit

Default-Implementierung kann diese Funktion nicht
durch Instanzdeklarationen geändert werden.

READ TYPKLASSE

```
Das Gegenstück zu Show ist die Typklasse Read:

type ReadS a = String -> [(a, String)]

class Read a where

readsPrec :: Int -> String -> [(a, String)]

...
```

read :: Read a => String -> a -- nicht in Typklasse

Funktion read gehört nicht zur Typklasse Read. Ist unabhängige Funktion mit eingeschränkt quantifizierter Typvariable.

VORTEIL Klassendefinition bleibt schlank; konnte nachträglich woanders definiert werden

NACHTEIL Im Gegensatz zu Klassen-Funktion mit

Default-Implementierung kann diese Funktion nicht
durch Instanzdeklarationen geändert werden.

READ TYPKLASSE

```
Das Gegenstück zu Show ist die Typklasse Read:
  type ReadS a = String -> [(a, String)]
  class Read a where
    readsPrec :: Int -> String -> [(a, String)]
    . . .
  read :: Read a => String -> a -- nicht in Typklasse
                                      Idee wie auf Folie 2.40
Ausnahme mit Maybe verhindern
```

Liest den Wert nur ein, wenn es eindeutig ist.

Nach der Instanzdeklaration Eq Frucht können wir interessanterweise auch schon gleich Paare und Listen von Früchten vergleichen:

```
> (Apfel (3,4), Birne 5 6) == (Apfel (3,4), Birne 5 6)
True
> [Apfel (3,4), Birne 5 6] /= [Apfel (3,4), Birne 5 6]
False
```

Dies liegt daran, dass die Deklaration von Typklassen und Instanzen auch selbst wieder überladen werden dürfen!



Wenn wir je zwei Werte von Typ a und zwei von Typ b vergleichen können, dann können wir auch Tupel des Typs (a,b) auf Gleichheit testen, dank dieser Deklaration der Standardbibliothek:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where (x1,y1) == (x2,y2) = (x1==x2) && (y1==y2)
```

Wenn wir jeweils zwei Werte von Typ a vergleichen können, dann können wir auch gleich eine Liste des Typs [a] vergleichen:

Wenn wir je zwei Werte von Typ a und zwei von Typ b vergleichen können, dann können wir auch Tupel des Typs (a,b) auf Gleichheit testen, dank dieser Deklaration der Standardbibliothek:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where (x1,y1) == (x2,y2) = (x1==x2) && (y1==y2)
```

Wenn wir jeweils zwei Werte von Typ a vergleichen können, dann können wir auch gleich eine Liste des Typs [a] vergleichen:

Erster Vergleich: Eq a

Wenn wir je zwei Werte von Typ a und zwei von Typ b vergleichen können, dann können wir auch Tupel des Typs (a,b) auf Gleichheit testen, dank dieser Deklaration der Standardbibliothek:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x1,y1) == (x2,y2) = (x1==x2) && (y1==y2)
```

Wenn wir jeweils zwei Werte von Typ a vergleichen können, dann können wir auch gleich eine Liste des Typs [a] vergleichen:

```
instance (Eq a) => Eq [a] where
 (x:xs) == (y:ys) = x == y && xs == ys
 [] == [] = True
 _xs == _ys = False
```

Erster Vergleich: Eq a Zweiter Vergleich: Eq [a] rekursiv!

5.28

ORD TYPKLASSE - UNTERKLASSE VON EQ

Werte eines Typs aus Ord können wir nach Größe ordnen:

```
data Ordering = LT | EQ | GT
class (Eq a) => Ord a where
                    :: a -> a -> Ordering
 compare
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
 max, min
                  :: a -> a -> a
```

• Alle Typen der Typklasse Ord müssen auch in Eq sein! Ord ist also Unterklasse von Eq.

Achtung: compare und (==) sollten übereinstimmen; wird aber leider *nicht* von GHC geprüft!

- Instanzen müssen mindestens compare oder (<=) angeben
- Kann oft automatisch abgeleitet werden
- Viele praktische Funktion in der Standardbibliothek:

```
minimum, maximum :: Ord a => [a] -> a
                 :: Ord a => [a] -> [a]
sort
```

BEISPIEL: ÜBERLADENE INSTANZ

Wenn wir die Ordnung umdrehen möchten, können wir das leicht mit einer überladenen Instanz tun.

Die Standardbibliothek definiert in Modul Data. Ord für uns:

```
data Down a = Down a deriving (Eq, Show, Read)
instance Ord a => Ord (Down a) where
  compare (Down x) (Down y) = y `compare` x
```

Dies funktioniert analog zur Idee von Folie 5.20 PreisFrucht:

```
> sort [2,4,1,3]
[1,2,3,4]
> sort [Down 2,Down 4,Down 1,Down 3]
[Down 4,Down 3,Down 2,Down 1]
> [ y | Down y <- sort [ Down x | x <- [2,4,1,3]]]
[4.3.2.1]</pre>
```

ENUM TYPKLASSE

Die Typklasse Enum ist für alle aufzählbaren Typen:

```
class Enum a where
  succ, pred :: a -> a -- Nachfolger/Vorgänger
 fromEnum :: a -> Int -- Ordnungszahl
 toEnum :: Int -> a
  enumFromTo :: a \rightarrow a \rightarrow [a] -- [a..e]
  enumFromThenTo :: a \rightarrow a \rightarrow a \rightarrow [a] -- [a.s..e]
```

- Wenn alle Konstruktoren eines Datentyps keine Argumente haben, kann Enum automatisch abgeleitet werden BEISPIEL data Day = Mon|Tue|Wed|Thu|Fri|Sat|Sun
- Viele Instanzen in der Standardbibliothek vordefiniert.
- Enum impliziert nicht automatisch Ord!

BOUNDED TYPKLASSE

class

Die Klasse aller beschränkten Typen:

Bounded a where

```
minBound, maxBound :: a
> maxBound :: Bool
True
> minBound :: Int
-9223372036854775808
```

- Klasse Ord ist nicht in Bounded enthalten, da nicht jeder geordnete Typ ein größtes oder kleinstes Element haben muss
- Kann für alle Typen der Klasse Enum abgeleitetet werden
- Kann für Datentypen mit einem Konstruktor abgeleitet werden, wenn alle Argumente Typen aus Bounded haben

Num Typklasse

Auch die arithmetischen Funktion sind mit diesem Mechanismus überladen, es wird keine Sonderbehandlungen für Zahlen benötigt:

- (+) leicht erweiterbar, um z.B. mit Frucht zu rechnen
- Kann nicht automatisch abgeleitet werden mit Einschränkung möglich für newtype Deklarationen
- Instanzdeklarationen dürfen höchstens entweder negate oder (-) weglassen

INTEGRAL UND REAL TYPKLASSEN

Erweitert die Klasse Num um ganzzahlige Divison:

```
type Rational = Ratio Integral -- Ganzzahl Brüche
class (Num a, Ord a) => Real a where
 toRational :: a -> Rational
class (Real a, Enum a) => Integral a where
 div :: a -> a -> a
 rem :: a -> a -> a
 mod :: a -> a -> a
 toInteger :: a -> Integer
```

- Real enthält nur Umwandlungsfunktion zu Typ Rational
- Die Klasse Integral impliziert also Real, Enum, Num, Ord, Eq

TYPKLASSE FRACTIONAL

Typklasse für alle Zahlen, welche Fließkomma-Divison unterstützen:

Typklasse für alle Fließkommazahlen:

Umwandlung zwischen Zahlen

- Es gibt noch weitere spezielle Zahlenklassen (z.B. RealFrac)
- Wichtige Funktionen zur Umwandlung von Zahlen sind:

```
fromIntegral :: (Integral a, Num b) => a -> b
realToFrac :: (Real a, Fractional b) => a -> b
round :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
ceiling :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
floor :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
```

 Viele numerische Funktion außerhalb von Typklassen definiert, ermöglichen bequeme Verwendung ohne explizite Umwandlung:

- Typklassen definieren ein abstraktes Interface bzw. Typklassen definieren polymorphe Funktionen für eine eingeschränkte Menge von Typen
- Ermöglichen benutzerdefiniertes "Überladen" ohne fest eingebaute Sonderbehandlungen
- Jeder Typ kann nur eine Instanz pro Klasse deklarieren
- Typ kann vielen Typklassen angehören, je nach Eigenschaften keine Hierarchie nötig (wie z.B. in Java)!
- Typklassen können mit Unterklassen erweitert werden
- GHC versucht immer den prinzipalen (allgemeinsten) Typ einer Deklaration zu inferieren

deshalb tauchen Klassen in Fehlermeldungen auf

Grundlegende Typklassen

Klasse	Funktion
Eq	Gleichheit testen
Ord	Größenvergleiche
Ix	Als Index mit Teilbereichen verwendbar
Enum	Aufzählbar (erlaubt [xy])
Bounded	hat Größtes/Kleinstes Element
Show	Konvertierung nach String
Read	Konvertierung von String
Num	Ganzzahlige Dinge
Integral	Ganzzahlige mit Ganzzahl-Division div
Rational	Ganzzahlige Brüche
Real	Zu Rational konvertierbar
Fractional	Zahlen mit Fließkomma-Division
Floating	Fließkommazahlen

Mit deriving ableitbar sind mindestens die oberen 7 Typklassen.

Module

Ein Haskell Programm besteht oft aus mehreren Modulen:

```
module Main where
  import Prelude
```

- Modulenamen werden immer groß geschrieben
- Pro Modul eine Datei mit gleich lautendem Namen
- Punkte in Modulnamen entsprechen Verzeichnisunterteilung: ModA.SubA.MyMod ist in Datei ModA\SubA\MyMod.hs
- Jedes Modul hat seinen eigenen Namensraum: Mod1.foo kann eine völlig andere Funktion wie Mod2.foo sein
- Standardbibliothek ist das Modul Prelude. Es gibt viele weitere nützliche Standard-Module: Data.List, Data.Set, Data.Map, System.IO, ...
- Haskell Module sind nicht parametrisiert

```
module Tree ( Tree(..), Oak(OakLeaf), fringe ) where

data Tree a = Leaf a | Branch (Tree a) (Tree a)
data Oak a = OakLeaf | OakBranch (Tree a) (Tree a) (Tree a)

fringe :: Tree a -> [a]
fringe (Leaf x) = [x]
fringe (Branch left right) = fringe left ++ fringe right

hidden :: Tree a -> a
...
```

- Tree und alle seine Konstruktoren werden exportiert
- Von Uak wird nur Konstruktor UakLeaf exportiert
- Funktion fringe wird exportiert, aber hidden nicht

```
module Tree ( Tree(..), Oak(OakLeaf), fringe ) where

data Tree a = Leaf a | Branch (Tree a) (Tree a)
data Oak a = OakLeaf | OakBranch (Tree a) (Tree a) (Tree a)

fringe :: Tree a -> [a]
fringe (Leaf x) = [x]
fringe (Branch left right) = fringe left ++ fringe right

hidden :: Tree a -> a
...
```

- Tree und alle seine Konstruktoren werden exportiert
- Von Oak wird nur Konstruktor OakLeaf exportiert
- Funktion fringe wird exportiert, aber hidden nicht

```
module Tree ( Tree(..), Oak(OakLeaf), fringe ) where

data Tree a = Leaf a | Branch (Tree a) (Tree a)
data Oak a = OakLeaf | OakBranch (Tree a) (Tree a)

fringe :: Tree a -> [a]
fringe (Leaf x) = [x]
fringe (Branch left right) = fringe left ++ fringe right

hidden :: Tree a -> a
...
```

- Tree und alle seine Konstruktoren werden exportiert
- Von Oak wird nur Konstruktor OakLeaf exportiert
- Funktion fringe wird exportiert, aber hidden nicht

```
module Tree ( Tree(..), Oak(OakLeaf), fringe ) where

data Tree a = Leaf a | Branch (Tree a) (Tree a)
data Oak a = OakLeaf | OakBranch (Tree a) (Tree a)

fringe :: Tree a -> [a]
fringe (Leaf x) = [x]
fringe (Branch left right) = fringe left ++ fringe right

hidden :: Tree a -> a
...
```

- Tree und alle seine Konstruktoren werden exportiert
- Von Oak wird nur Konstruktor OakLeaf exportiert
- Funktion fringe wird exportiert, aber hidden nicht

```
module Import where
  import Prelude
  import MyModul -- definiert foo und bar

myfun x = foo x + MyModul.bar x
  ...
```

- Wenn ein Modul importiert wird, werden alle exportierten Deklaration in dem importierenden Modul sichtbar.
- Man kann diese direkt verwenden, oder mit ModulName.bezeichner ansprechen
- Mehrfachimport unproblematisch, so lange alle Pfade zum selben Modul führen

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree hiding (Oak(..))
  import Data.Map as Map
  import qualified Data.Set as Set
```

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree hiding (Oak(..))
  import Data.Map as Map
  import qualified Data.Set as Set
```

- Aus MyModul werden nur foo und bar importiert
- Wir importieren Prelude, außer head, init, last, tail
- Wir importieren Tree ohne alle Konstruktoren des Typs Oak
- Deklaration aus Data. Map sind auch mit Map. ansprechbar
- Zum Beispiel gibt es Data. Map und in Data. Set eine
 Funktion size, daher muss eines von beiden qualifiziert
 importiert werden wenn wir beide brauchen

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree hiding (Oak(..))
  import Data.Map as Map
  import qualified Data.Set as Set
```

- Aus MyModul werden nur foo und bar importiert
- Wir importieren Prelude, außer head, init, last, tail
- Wir importieren Tree ohne alle Konstruktoren des Typs Oak
- Deklaration aus Data. Map sind auch mit Map. ansprechbar
- Deklaration aus Data. Set müssen wir mit Set. ansprechen Zum Beispiel gibt es Data. Map und in Data. Set eine Funktion size, daher muss eines von beiden qualifiziert importiert werden, wenn wir beide brauchen

IMPORT

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree
                hiding (Oak(..))
  import Data. Map as Map
  import qualified Data. Set as Set
```

- Aus MyModul werden nur foo und bar importiert
- Wir importieren Prelude, außer head, init, last, tail
- Wir importieren Tree ohne alle Konstruktoren des Typs Oak

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree
                hiding (Oak(..))
  import Data. Map as Map
  import qualified Data. Set as Set
```

- Aus MyModul werden nur foo und bar importiert
- Wir importieren Prelude, außer head, init, last, tail
- Wir importieren Tree ohne alle Konstruktoren des Typs Oak
- Deklaration aus Data. Map sind auch mit Map. ansprechbar
- Deklaration aus Data. Set müssen wir mit Set. ansprechen

```
module Import where
  import MyModul (foo, bar)
  import Prelude hiding (head, init, last, tail)
  import Tree hiding (Oak(..))
  import Data.Map as Map
  import qualified Data.Set as Set
```

- Aus MyModul werden nur foo und bar importiert
- Wir importieren Prelude, außer head, init, last, tail
- Wir importieren Tree ohne alle Konstruktoren des Typs Oak
- Deklaration aus Data.Map sind auch mit Map. ansprechbar
- Deklaration aus Data.Set müssen wir mit Set. ansprechen Zum Beispiel gibt es Data.Map und in Data.Set eine Funktion size, daher muss eines von beiden qualifiziert importiert werden, wenn wir beide brauchen

Module erlauben also:

- Unterteilung des Namensraums
- Aufteilung von Code auf mehrere Dateien
- Unterstützen Modularisierung und Abstraktion durch das Verstecken von Implementierungsdetails
- Instanzdeklarationen f
 ür Typklassen werden immer exportiert und importiert

```
In GHCI importieren wir Module mit
```

```
> :module + Data.List Data.Set
und schließen Module mit
```

> :module - Data.List Data.Set

Module erlauben also:

- Unterteilung des Namensraums
- Aufteilung von Code auf mehrere Dateien
- Unterstützen Modularisierung und Abstraktion durch das Verstecken von Implementierungsdetails
- Instanzdeklarationen f
 ür Typklassen werden immer exportiert und importiert

```
In GHCI importieren wir Module mit
```

```
> :module + Data.List Data.Set
und schließen Module mit
```

> :module - Data.List Data.Set

Beispiel: Endliche Abbildungen

Eine endliche Abbildung über zwei Typen Key und Value ordnet endlich vielen Schlüsseln (Werten aus Key) jeweils einen Wert aus Value zu.

FUNKTIONALITÄT:

- Abfragen ob ein Schlüssel vorhanden ist
- Abfragen des Wertes eines eingetragenen Schlüssels
- Eintragen einer Schlüssel/Wert Zuordnung
- Entfernen einer Schlüssel/Wert Zuordnung

Die Reihenfolge der Schlüssel-Wert-Paare ist jedoch unerheblich!

Beispiele:

- Telefonbuch ordnet jedem Namen eine Telefonnumer zu; also eine endliche Abbildung zwischen Namen und Nummern.
- Zweispaltige Tabelle, bei der in der ersten Spalte keine Doppelten vorkommen. Zweite Spalte darf Doppelte enthalten

BEISPIEL: DATA.MAP

Modul Data. Map stellt endliche Abbildungen als abstrakte Datenstruktur für einen Typ Map k a bereit:

```
member :: Ord k => k -> Map k a -> Bool
   Prüft, ob ein Schlüssel vorhanden ist
lookup :: Ord k \Rightarrow k \rightarrow Map k a \rightarrow Maybe a
   Wert eines Schlüssels nachschlagen, wenn möglich
insert :: Ord k \Rightarrow k \Rightarrow a \Rightarrow Map k a \Rightarrow Map k a
   Schlüssel-Wert-Paar eintragen; überschreibt ggf.
delete :: Ord k => k -> Map k a -> Map k a
   Löscht einen möglicherweise vorhandenen Schlüssel
```

... und noch viele mehr!

Beispiel:

```
> Data.Map.lookup "Steffen" telefonbuch
Just 9139
```

BEISPIEL: DATA.MAP

In Haskell bleibt natürlich alles rein funktional, d.h. Einfügen oder Löschen liefert lediglich eine veränderte Kopie der endl. Abbildung:

- > let telefonbuch2 = Data.Map.delete "Martin" telefonbuch
- > Data.Map.lookup "Martin" telefonbuch2 Nothing
- > Data.Map.lookup "Martin" telefonbuch Just 9341
- > Data.Map.insert "Sigrid" 9337 telefonbuch2 fromList [("Sigrid",9337),("Steffen",9139)]
- > Data.Map.lookup "Sigrid" telefonbuch Nothing



FRAGE: Warum ist die Datenstruktur hier abstrakt?

Data. Map exportiert keinen Konstruktor¹ des Datentyps Map v k Stattdessen werden nur Funktionen zur Konstruktion bereitgestellt:

```
empty :: Map k a
   Leere Abbildung
                                            eine Konstante
singleton :: k -> a -> Map k a
   Abbildung mit einem Schlüssel-Wert-Paar
fromList :: Ord k \Rightarrow [(k, a)] \rightarrow Map k a
   Finlesen aus Liste von Paaren
```

VORTEIL: Implementierung ist problemlos austauschbar. Aus Effizienzgründen werden z.Zt. "size balanced binary tree" verwendet. Für uns als Anwender ist dies jedoch egal. Das Modul definiert eine klare Schnittstelle: Implementierungsdetails brauchen uns nicht zu kümmern.

¹siehe dazu auch Folie 5.49

Das Modul Data. Map der Standardbibliothek. . .

- ist ein Beispiel für eine abstrakte Datenstruktur bei dem Implementierungsdetails durch das Modul-System versteckt sind
- stellt endliche Abbildungen bereit, welche oft ein sehr niitzliches Hilfsmittel sind
- stellt *effiziente* Implementierung von endl. Abbildungen bereit
- sollte immer qualifiziert importiert werden:
 - import qualified Data. Map. Strict as Map denn viele Bezeichner überschneiden sich mit anderen Modulen, z.B. Prelude, Data.List, Data.Set, ...
 - Z.B. empty kann leere Liste, leere Menge oder leere Abbildung sein, aber Map.empty macht klar, was gemeint ist.

ZUSAMMENFASSUNG DATA. MAP

Das Modul Data. Map der Standardbibliothek. . .

• ist ein Beispiel für eine abstrakte Datenstruktur bei dem Implementierungsdetails durch das Modul-System versteckt sind

```
TIPP:
Aufgrund des qualifizierten Imports erhält man lange Typsignaturen
   foo :: Data.Map.Map k v -> Data.Map.Map k v
vermeidbar mit zusätzlichem eingeschränktem Import
   import Data.Map (Map)
   import qualified Data. Map as Map
   foo :: Map k v -> Map k v
```

ANMERKUNG ZU DATA. MAP

Folie 5.47 behauptet:

```
Data. Map exportiert keinen Konstruktor des Typs Map v k
```

Ein Teilnehmer bemerkte, dass Hoogle aber folgenden Quellcode liefert:

```
module Data.Map.Base (
   Map(..) -- * Map type
```

Dies ist ein Widerspruch, da Map(...) alle Konstruktoren exportiert.

ANTWORT: Testen zeigt uns, dass wir die Konstruktoren nach einem Import des Moduls nicht verwenden können. Denn im tatsächlichen Quellcode steht:

```
module Data.Map.Lazy (
  #if !defined(TESTING)
    Map
  #else
    Map(...)
  #endif
```

Data. Map. Base ist ein internes Basismodul für die Varianten Data. Map. Lazy und Data. Map. Strict. Das Basismodul exportiert die Konstruktoren, da die beiden anderen darauf aufbauen, diese aber nicht reexportieren.