Dozent: Dr. Peter Philip
Assistenten: Kilian Rückschloß, Pascal Stucky

Wintersemester 2018/19

Lineare Algebra 1
Hausaufgabenblatt 2

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei M die Menge aller Menschen. Lesen Sie also „$\forall_{x\in M}$" als „für alle Menschen x", „b" als „der Butler", „g" als „der Gärtner", „l" als „der Lord", „$K(x,y)$" als „x hat y ermordet", „$A(x,y)$" als „x hat Angst vor y", „$H(x,y)$" als „x hasst y", und formalisieren Sie die folgenden Aussagen:

(a) Der Butler oder der Gärtner hat den Lord umgebracht, oder der Lord hat Selbstmord begangen.

(b) Man mordet nur die, die man hasst und vor denen man Angst hat.

(c) Diejenigen, die der Lord hasst, mag der Gärtner.

(d) Diejenigen, die der Lord hasst, hasst auch der Butler.

(e) Der Lord hasst sich selbst, und er hasst den Gärtner.

(f) Der Butler hasst alle, die Angst vor dem Lord haben.

(g) Jeder mag den Lord, den Butler oder den Gärtner.

Nehmen Sie nun diese Informationen als gegeben an, und ermitteln Sie durch eine möglichst detaillierte logische Argumentation den Mörder des Lord.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Für Mengen a, b definieren wir

$$(a,b) := \{\{a\},\{a,b\}\}.$$

Zeigen Sie, dass für alle a, b, c, d

$$(a,b) = (c,d) \text{ genau dann, wenn } a = c \text{ und } b = d.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Zeigen oder widerlegen Sie, dass für alle Mengen A, B gilt:

i) $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$

ii) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Sei $\mathcal{A}$ eine Menge, so definieren wir

$$\bigcap \mathcal{A} := \{x \mid \forall_{A \in \mathcal{A}} : x \in A\} = \bigcap_{A \in \mathcal{A}} A$$

$$\bigcup \mathcal{A} := \{x \mid \exists_{A \in \mathcal{A}} : x \in A\} = \bigcup_{A \in \mathcal{A}} A.$$

Für Mengen $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ zeige oder widerlege:

a) $\bigcup(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = \bigcup \mathcal{A} \cup \bigcup \mathcal{B}$

b) $\bigcap(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = \bigcap \mathcal{A} \cap \bigcap \mathcal{B}$, falls $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} \neq \emptyset$.

c) $\bigcup(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = \bigcup \mathcal{A} \cap \bigcup \mathcal{B}$

d) $\bigcap(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = \bigcap \mathcal{A} \cup \bigcap \mathcal{B}$, falls $\mathcal{A}, \mathcal{B} \neq \emptyset$.

Abgabe bis Dienstag, 06. November 2018, 12:00 Uhr durch Hochladen einer PDF-Datei bei UniWorX.

Bitte begründen Sie alle Antworten und bemühen Sie sich um eine saubere Gliederung sowie eine klare Argumentation. Kennzeichnen Sie z. B. Behauptungen, Annahmen und Folgerungen. Orientieren Sie sich dabei an der Vorlesung und den Beispielen, die in den Übungen vorgerechnet werden.
