Électrocinétique et oscillateurs mécaniques amortis.

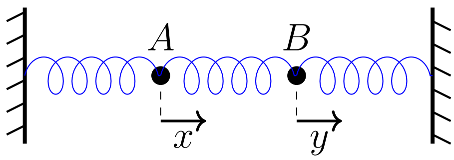
Sujet 1.

Question de cours.

Étudier la réponse aux bornes d'un conducteur ohmique dans un circuit RC (filtre linéaire d'ordre 1). On attendra en particulier : **la fonction de transfert**, **la nature du filtre** et l'**allurer du diagramme de Bode**.

Exercice - Oscillateurs couplés. ($\star\star$)

On considère un système composé de deux points matériels de même masse, m, reliés l'un à l'autre par un ressort de constante de raideur K et de longueur à vide L_0, et à deux points fixes du mur par deux ressorts de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 (*voir schéma ci-contre*).



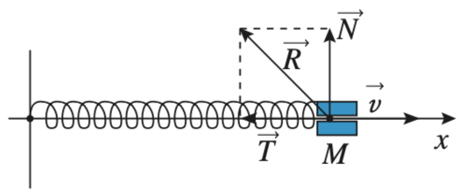
On note L la distance entre les deux murs. On note x et y respectivement les écarts à la position d'équilibre de A et B.

1. Écrire les relations liant les longueurs à vide des ressorts et leurs longueurs à l'équilibre, que l'on notera l_e pour les deux ressorts entre une masse et le mur, et L_e pour le ressort liant A et B.
2. Déterminer les équations du mouvement. En déduire deux équations différentielles, faisant intervenir x, y, leurs dérivées secondes, ainsi que k, K et m uniquement.
3. On pose $S = x + y$ et $D = x - y$. En déduire deux équations différentielles, l'une faisant intervenir uniquement S et l'autre uniquement D. On posera $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\omega_1 = \sqrt{\frac{k+2K}{m}}$. Déterminer les expressions générales de $S(t)$ et $D(t)$.
4. Déterminer $x(t)$ et $y(t)$ sachant qu'à $t = 0$, on écarte B de b de sa position d'équilibre, A étant maintenu à sa position d'équilibre, **sans leur communiquer de vitesse initiale**.

Exercices complémentaires.

N° 1 - Oscillateur harmonique amorti par frottement solide ($\star\star$)

On considère un oscillateur harmonique constitué par un point matériel de masse m assujetti à se déplacer en glissant sur l'axe (Ox), rappelé vers la position d'équilibre $x = 0$ par un ressort de raideur k. Le glissement sur la tige matérialisant l'axe (Ox) s'accompagne d'un frottement. Ainsi, la réaction $\vec{R}$ du support se décompose en une composante normale $\vec{N}$ (qui compense ici le poids) et une composante tangentielle $\vec{T}$.



On supposera ce frottement entre solide décrit par les lois suivantes :

— le point M peut être maintenu en place par l'existence de la réaction tangentielle $\vec{T}$, à condition que celle-ci reste limitée par l'inégalité : $\|\vec{T}\| \leq f\,\|\vec{N}\|$;

— si cette condition n'est pas réalisable, alors le point M glisse, et le frottement est régi par la loi de Coulomb : $\vec{T}$ est opposée au glissement, et $\|\vec{T}\| = f\,\|\vec{N}\|$.

1. Quelle est la dimension du coefficient de frottement solide f ?
2. Le point M étant maintenu immobile à l'abscisse x_0, à quelle condition peut-il y rester si on le libère ?

3. On suppose cette condition non réalisée, le point M se mettant à glisser dans le sens des x décroissants. Étudier le mouvement du point M jusqu'à ce qu'il s'arrête pour la première fois. Préciser l'abscisse x_1 correspondante.
4. Si le point M ne peut se maintenir immobile en x_1, que se passe-t-il ensuite ?
5. Généraliser les résultats précédents pour décrire complètement le mouvement du point M. Représenter son évolution $x = f(t)$ au cours du temps, et donner l'allure de sa trajectoire de phase.

Électrocinétique et oscillateurs mécaniques amortis.

Sujet 2.

Question de cours.

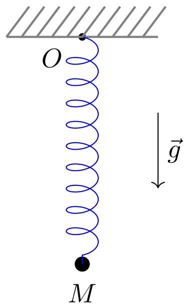
On donne l'expression d'un signal quelconque $x(t)$, qui peut être une tension, une intensité ou n'importe quel autre signal physique.

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$$

Tracer $x(t)$ en indiquant chacune des grandeurs (ω, ϕ, X_m) sur le tracé. **Nommer** chacune de ces grandeurs.

Exercice - Oscillateur vertical. ($\star$)

On considère le système représenté ci-contre : une masse m suspendue à une ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. On choisit (Oz) comme l'axe vertical descendant et on place son origine à la position d'équilibre de la masse.



1. Déterminer la longueur à l'équilibre l_q. La comparer à l_0.
2. Exprimer la force de rappel élastique à laquelle le point M est soumis.
3. Établir l'équation du mouvement. Quelle type d'équation reconnaît-on ?

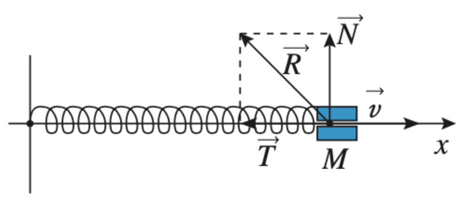
On suppose que l'on communique une vitesse $\vec{v_0} = v_0 \vec{e_z}$ avec $v_0 > 0$ alors qu'elle est initialement à sa position d'équilibre.

4. Résoudre l'équation différentielle précédemment établie.
5. Représenter $z(t)$.
6. Établir l'expression de l'énergie cinétique, ainsi que l'énergie totale du système en fonction de m, g, k, v_0, ω_0 et t.
7. Exprimer l'énergie mécanique en fonction de v_0, m, g, k.

Exercices complémentaires.

N° 2 - Oscillateur harmonique amorti par frottement solide ($\star\star$)

On considère un oscillateur harmonique constitué par un point matériel de masse m assujetti à se déplacer en glissant sur l'axe (Ox), rappelé vers la position d'équilibre $x = 0$ par un ressort de raideur k. Le glissement sur la tige matérialisant l'axe (Ox) s'accompagne d'un frottement. Ainsi, la réaction $\vec{R}$ du support se décompose en une composante normale $\vec{N}$ (qui compense ici le poids) et une composante tangentielle $\vec{T}$.



On supposera ce frottement entre solide décrit par les lois suivantes :

- le point M peut être maintenu en place par l'existence de la réaction tangentielle $\vec{T}$, à condition que celle-ci reste limitée par l'inégalité : $\|\vec{T}\| \leq f\,\|\vec{N}\|$;
- si cette condition n'est pas réalisable, alors le point M glisse, et le frottement est régi par la loi de Coulomb : $\vec{T}$ est opposée au glissement, et $\|\vec{T}\| = f\,\|\vec{N}\|$.

1. Quelle est la dimension du coefficient de frottement solide f ?

2. Le point M étant maintenu immobile à l'abscisse x_0, à quelle condition peut-il y rester si on le libère ?
3. On suppose cette condition non réalisée, le point M se mettant à glisser dans le sens des x décroissants. Étudier le mouvement du point M jusqu'à ce qu'il s'arrête pour la première fois. Préciser l'abscisse x_1 correspondante.
4. Si le point M ne peut se maintenir immobile en x_1, que se passe-t-il ensuite ?
5. Généraliser les résultats précédents pour décrire complètement le mouvement du point M. Représenter son évolution $x = f(t)$ au cours du temps, et donner l'allure de sa trajectoire de phase.

Électrocinétique et oscillateurs mécaniques amortis.

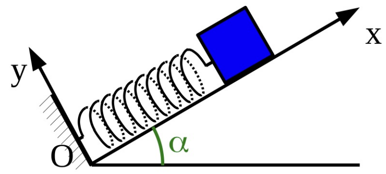
Sujet 3.

Question de cours.

Étude de l'oscillateur mécanique **amorti** par une force de frottements fluide **proportionnelle à la vitesse**.

Exercice - Oscillateur incliné. ($\star\star$)

On considère le dispositif expérimental de la figure 1 ci-contre dans lequel une masse m est accrochée à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. La masse m se déplace le long d'un axe (Ox) incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

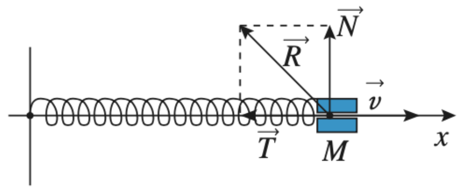


1. Exprimer la force exercée par le ressort sur la masse m. Faire un bilan des forces s'appliquant sur la masse m et les représenter sur un schéma.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ sous forme canonique. On introduira la pulsation propre ω_0 que l'on exprimera.
3. Déterminer l'expression de l'abscisse x_e de la position d'équilibre de la masse m.
   À partir de cette position d'équilibre, on tire sur la masse m pour doubler la longueur du ressort, puis on lâche la masse sans vitesse initiale à un instant que l'on prendra comme origine des temps.

Exercices complémentaires.

N° 3 - Oscillateur harmonique amorti par frottement solide ($\star\star$)

On considère un oscillateur harmonique constitué par un point matériel de masse m assujetti à se déplacer en glissant sur l'axe (Ox), rappelé vers la position d'équilibre $x = 0$ par un ressort de raideur k. Le glissement sur la tige matérialisant l'axe (Ox) s'accompagne d'un frottement. Ainsi, la réaction $\vec{R}$ du support se décompose en une composante normale $\vec{N}$ (qui compense ici le poids) et une composante tangentielle $\vec{T}$.



On supposera ce frottement entre solide décrit par les lois suivantes :

— le point M peut être maintenu en place par l'existence de la réaction tangentielle $\vec{T}$, à condition que celle-ci reste limitée par l'inégalité : $\|\vec{T}\| \leq f\,\|\vec{N}\|$;

— si cette condition n'est pas réalisable, alors le point M glisse, et le frottement est régi par la loi de Coulomb : $\vec{T}$ est opposée au glissement, et $\|\vec{T}\| = f\,\|\vec{N}\|$.

1. Quelle est la dimension du coefficient de frottement solide f ?
2. Le point M étant maintenu immobile à l'abscisse x_0, à quelle condition peut-il y rester si on le libère ?
3. On suppose cette condition non réalisée, le point M se mettant à glisser dans le sens des x décroissants. Étudier le mouvement du point M jusqu'à ce qu'il s'arrête pour la première fois. Préciser l'abscisse x_1 correspondante.
4. Si le point M ne peut se maintenir immobile en x_1, que se passe-t-il ensuite ?
5. Généraliser les résultats précédents pour décrire complètement le mouvement du point M. Représenter son évolution $x = f(t)$ au cours du temps, et donner l'allure de sa trajectoire de phase.