Esercizio 1

martedì 29 dicembre 2020 17:42

Un'impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: q = 2 $\sqrt{x_1}\sqrt{x_2-2}$, dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego dei fattori produttivi 1 e 2.
a) Determinare la combinazione ottima di fattori quando il livello di produzione viene fissato pari a 40 e i prezzi di entrambi i fattori sono pari a 4.

FUNZIONE COBB-DOUGLASS con $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$ $\alpha + \beta = 1$

$$q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2-2}$$

$$\bar{q} = 40$$

$$\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = 4$$

Devo ottenere x_1^* e x_2^*, per fare ciò sfrutto il SMTS (saggio marginale tecnico di sostituzione)

$$SMTS = -\frac{PMG_1}{PMG_2}$$

Ma so anche che nel punto di intersezione tra isoquanto ed isocosto

$$\frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{w_1}{w_2} = 1$$

$$PMG_1 = \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(2x_1^{\frac{1}{2}}(x_2-2)^{\frac{1}{2}}\right)}{\partial x_1} = \cancel{2}\sqrt{x_2-2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}}$$

$$PMG_2 = \frac{\partial q}{\partial x_2} = \cancel{2}\sqrt{x_1}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}(x_2-2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2-2}}$$

Di conseguenza:

$$SMTS = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}}\cdot\frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{x_2-2}{x_1} = 1$$

$$x_2 - 2 = x_1$$

Riscrivo q con $x_1 = x_2 - 2$

$$q = 2\sqrt{x_2-2}\sqrt{x_2-2} = 40$$

$$40 = 2(x_2-2)$$

$$40 = 2x_2 - 4$$

$$40 = 2(x_2 - 2)$$

$$40 = 2x_2 - 4$$

$$x_2^* = \frac{44}{2} = 22 \Rightarrow x_1^* = x_2 - 2 = 22 - 2 = 20$$

Si assuma ora che l'impresa sia libera di scegliere il livello di produzione q, ma sia vincolata ad un livello di impiego del fattore 2 pari a $x_2 = 6$ (i prezzi di entrambi i fattori sono ancora pari a 4).

b) Determinare il livello di impiego ottimale del fattore 1 in funzione del prezzo dell'output p.

$$\bar{x}_2 = 6 \qquad \bar{w}_1 = \bar{w}_2 = 4$$

$$q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{6-2} = 2\sqrt{x_1}\sqrt{4} = 4\sqrt{x_1}$$

Visto che:

$$\pi = p \cdot q - w_1 x_1 - w_2 x_2 = p \cdot 4\sqrt{x_1} - 4x_1 - 4 \cdot 6 = p \cdot 4\sqrt{x_1} - 4x_1 - 24$$

L'obiettivo dell'impresa è quello di massimizzare il profitto:

$$\max_{x_1} \pi = \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = \frac{2p}{\sqrt{x_1}} - 4 = 0$$

$$\frac{\cancel{2}p}{\sqrt{x_1}} = 4^2$$

$$p = 2\sqrt{x_1}$$

$$x_1 = \frac{p^2}{4}$$

Esercizio 2

martedì 29 dicembre 2020 18:25

sostituibilità perfetta

Si consideri un'impresa che dispone della tecnologia descritta dalla seguente funzione di produzione:
$q = 2x_1 + 4x_2$, dove q indica la quantità del bene prodotto dall'impresa, mentre x_1 e x_2 indicano le quantità impiegate dei fattori della produzione. Siano $w_1 = 4$ e $w_2 = 2$ i prezzi unitari dei fattori produttivi. Nel breve periodo, l'impresa dispone di una dotazione fissa del secondo fattore, pari a $x_2 = 1$.
Determinare:
a) la curva di offerta di breve periodo del bene prodotto dall'impresa;
b) la curva di domanda del fattore di produzione variabile, in funzione del prezzo del bene finale.

$q = 2x_1 + 4$; $\overline{w_1} = 4$; $\overline{w_2} = 2$

a) $x_1 = \frac{1}{2}(q-4)$ quando $q \geq 4$ non potendo essere x_1 negativa

$CT = w_1 x_1 + w_2 x_2 = 4x_1 + 2 = 2q - 8 + 2 = 2q - 6$

Dunque il minimo del CVME è uguale a 2, ovvero dove l'impresa chiuderebbe (punto di fuga)

$\Downarrow$ dato che x_2 è fissato e quindi la quantità minima è $q = 4$

$$q = S(p) = \begin{cases} 4 & p < 2 \\ \text{arbitrario} & p \geq 2 \end{cases}$$

l'impresa produce, il livello di produzione dipende dalla domanda.

b) $p \cdot PMG_1 = w_1$ per massimizzare il profitto

$\Downarrow$

$p \cdot 2 = 4$

$\Downarrow$

$p = 2$

$\Downarrow$

$$x_1(p) = \begin{cases} 0 & \text{se } p < 2 \\ \frac{1}{2}(q-4) & \text{se } p \geq 2 \end{cases}$$ perché uso solo x_2

Esercizio 3

mercoledì 30 dicembre 2020 11:35

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando due impianti caratterizzati da tecnologie produttive distinte, rispettivamente descritte dalle seguenti funzioni di costo:
$C_1(q_1) = c_1 q_1$; $C_2(q_2) = c_2 q_2$,
dove $c_1 > 0, c_2 > 0$.
Si assuma che il primo impianto sia soggetto ad un vincolo di capacità, a seguito del quale il massimo livello di output che può essere prodotto con tale impianto è pari a $\bar{q}$.
Si determini la funzione di costo totale dell'impresa.

$C = C_1(q_1) + C_2(q_2) = c_1 \bar{q} + c_2 q_2$

Dato

$Q = \bar{q} + q_2$

Riscrivo $C(Q)$:

$C(Q) = Q(c_1 + c_2)$

Se $c_1 \geq c_2 \Rightarrow C(Q) = Q c_2$ poiché produrrò solo con il secondo impianto

Se $c_1 < c_2$ devo distinguere tra $Q \leq \bar{q}$ e $Q \geq \bar{q}$

$C(Q) = \begin{cases} c_1 Q & \text{se } Q \leq \bar{q} \\ \bar{q} c_1 + (Q - \bar{q}) c_2 & \text{se } Q > \bar{q} \end{cases}$

se $Q \leq \bar{q}$ poiché produrrò tutto con il primo impianto che mi costa meno

se $Q > \bar{q}$ poiché avendo il vincolo sulla quantità massima

Produrrò $\bar{q}$ di bene con il primo impianto perché mi costa meno, e produrrò il restante $Q - \bar{q}$ con il secondo impianto.

Esercizio 4

mercoledì 30 dicembre 2020 11:51

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando una tecnologia descritta dalla funzione di costo totale: $C(q) = F + cq^2$.
a) Si dimostri che, nel caso in cui l'impresa possieda N impianti caratterizzati dalla medesima tecnologia, la produzione complessiva dell'impresa Q risulta equiripartita tra gli N impianti, per qualsiasi valore di Q.
b) Si determini il valore minimo di Q per il quale l'impresa decide di acquistare un impianto aggiuntivo, nel caso in cui ne possieda già N.

a)

Posso osservare immediatamente che il costo marginale è uguale su tutti gli N impianti ed è pari a:

$$CMG = 2\,C\,q_i \qquad \text{con } i = 1, \dots, N$$

Avendo N impianti, la mia funzione di costo totale
Posto:

$$Q = \sum_{n=0}^{N} q_N$$

$$C(Q) = F \cdot N + C \sum_{n=0}^{N} q_n^2$$

E siccome voglio il minor costo possibile per ogni impresa, imposto un problema di minimo vincolato e di conseguenza ne scrivo la funzione Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = N \cdot F + C \sum_{n=0}^{N} q_n^2 - \lambda \left[Q - \sum_{n=0}^{N} q_n \right]$$

Avendo in generale una funzione del primo ordine pari a:

$$\frac{d\mathcal{L}}{q_n} = 2c\,q_n - \lambda = 0$$

$$\vdots$$

$$d\frac{\mathcal{L}}{\lambda} = Q - \sum_{n=0}^{N} q_n = 0$$

Le prime N condizioni saranno tutte pari a $q_n = \frac{\lambda}{2c}$
Il che mi consente di dire che tutte le quantità saranno uguali

b) Dato che in ogni impianto produco una quantità

$$q = \frac{Q}{N}$$

avrò una funzione di costo totale

$$C(Q)_N = N \cdot F + N(cq^2) = N \cdot F + N \cdot c \frac{Q^2}{N^2}$$

Nel caso dovessi avere N+1 impianti invece, la funzione di costo totale sarebbe pari a:

$$C(Q)_{N+1} = (N+1) \cdot F + (N+1) \cdot c \frac{Q^2}{(N+1)^2}$$

affinché mi convenga costruire un nuovo impianto

$$C(Q)_{N+1} < C(Q)_N$$

Dunque:

$$(N+1) \cdot F + \cancel{(N+1)} \cdot c \frac{Q^2}{(N+1)^2} < N \cdot F + \cancel{N} \cdot c \frac{Q^2}{N^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{NF} + F + \frac{cQ^2}{N+1} < \cancel{NF} + \frac{cQ^2}{N}$$

$$\frac{cQ^2}{N+1} - \frac{cQ^2}{N} < -F$$

$$\frac{NcQ^2 - (N+1)cQ^2}{\cancel{N(N+1)}} < \frac{-FN(N+1)}{\cancel{N(N+1)}}$$

$$\cancel{NcQ^2} - \cancel{NcQ^2} - cQ^2 < -FN(N+1)$$

$$cQ^2 > FN(N+1)$$

$$Q^2 > \frac{FN(N+1)}{c}$$

$$Q > \sqrt{\frac{FN(N+1)}{c}}$$ affinché io necessiti di un nuovo impianto

Esercizio 5

mercoledì 30 dicembre 2020 12:16

Un'impresa deve decidere circa l'acquisto di un impianto del costo iniziale di 3.000.000, con costi annui di manutenzione pari a 50.000 ed una vita utile di 10 anni, con valore di recupero nullo. Acquistando l'impianto si ottiene la seguente funzione di produzione: $q = 60x^{2/3}$, dove q indica il livello di output e x il livello di impiego di un input variabile. Il costo unitario del fattore x è pari a w = 12.000. Si assuma inoltre che l'impresa sia price taker e che il prezzo del prodotto sia pari a p = 1.500.
a) Determinare il livello di impiego ottimo dell'input variabile, il corrispondente livello di produzione ed il profitto annuo dell'impresa.
b) Valutare se l'acquisto dell'impianto con le caratteristiche descritte sia conveniente o meno, assumendo che p e w rimangano costanti per tutta la vita utile dell'impianto, e il costo opportunità del capitale sia pari al 10%.
Si assuma ora che l'impresa possa decidere di dotare l'impianto di un sistema di monitoraggio sostenendo un costo pari a C. Il sistema di monitoraggio, caratterizzato una vita utile di 10 anni ed un valore di recupero nullo, non cambierebbe la funzione di produzione dell'impianto, ma permetterebbe un risparmio di 30.000 sui costi di manutenzione annui.
c) Individuare i valori di C in corrispondenza dei quali risulta conveniente dotare l'impianto del sistema di monitoraggio.

a) Individuiamo il livello di impiego dell'input che si ha quando:

$p \cdot PMG = w$ dove $PMG = \frac{2}{3} \cdot 60\, x^{-\frac{1}{3}} = 40\, x^{-\frac{1}{3}}$

$\Downarrow$

$PMG = \frac{w}{p}$

$\Downarrow$

$40\, x^{-\frac{1}{3}} = \frac{12.000}{1.500}$

$x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{x^* = 125}$

Per trovare l'impiego ottimale sostituisco x^* nella funzione q

$q^* = 60\, x^{*\frac{2}{3}} = \boxed{1500 = q^*}$

$\pi^* = p \cdot q^* - F - cv(q) = p \cdot q^* - 50.000 - w \cdot x^*$

$= 1.500 \cdot 1.500 - 50.000 - 12.000 \cdot 125 = 700.000$

b) Devo trovare il valore attuale netto.

$VAN_{i=10\%} = -3000.000 + 700.000\, [\text{fattore di rendita}] = 1.301.500 > 0$

essendo VAN > 0, l'acquisto dell'impianto è conveniente

c)

RISPOSTA

Il costo iniziale diventa $-[3.000.000 + C]$

Il profitto diventa $\pi = 730.000$.

$VAN_{i=10\%} = -3.000.000 + 730.000\, [\text{fattore di rendita}]$

OPPURE ragionare solo sulle variazioni

$VAN = -C + 30.000\, [\underbrace{\text{fattore di rendita}}_{6,145}]$

tutto vero se $C < 184.350$

incremento dei costi — incremento dei ricavi

Se questo VAN delle variazioni è positivo, allora mi conviene acquistare il sistema di monitoraggio.

Devo avere $C < 184.350$ affinché il VAN sia positivo.

Esercizio 6

lunedì 11 gennaio 2021 21:07

Si consideri un mercato perfettamente concorrenziale in cui operano due gruppi di imprese. Il primo gruppo è costituito da 400 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo: $C_1(q) = 50 + 2q + 2q^2$ Il secondo gruppo è costituito da 200 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo: $C_2(q) = 36 + q + q^2$
Sia $Q = 100 - 50p$ la curva di domanda di mercato del bene prodotto dalle imprese.
Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità prodotte, livello dei profitti).

RISPOSTA

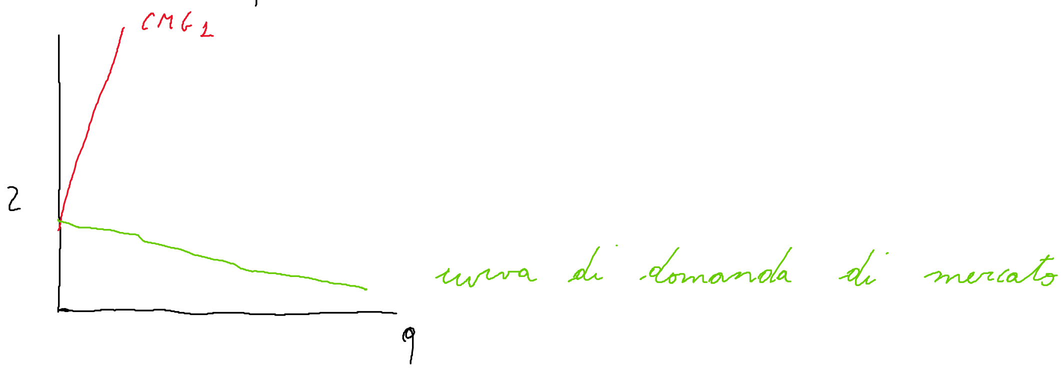
$N_1 = 400$ $N_2 = 200$

$C_1(q) = 50 + 2q + 2q^2$ $C_2(q) = 36 + q + q^2$

$Q = 100 - 50p$

Il gruppo 2 è più efficiente del gruppo 1 dato che i costi sono inferiori, tuttavia nel breve periodo è possibile la coesistenza di imprese che hanno diverse tecnologie e diverse funzioni di costo.

$CMG_1 = 2 + 4q$



$p = 2 + 4q$ funzione inversa dato che $p = CMG_1$

La funzione inversa della domanda è:

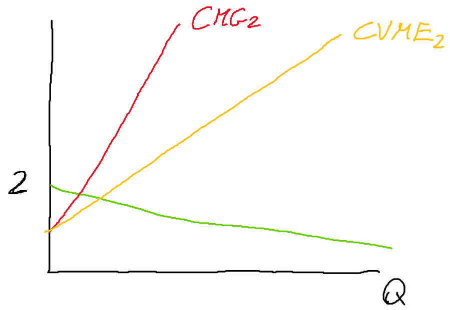
$p = 2 - \frac{1}{50} Q$

Ciò vuol dire che gli acquirenti al massimo spendono 2 e quindi se $CMG_1 = 2 + 4q$ il costo più basso lo abbiamo per $q = 0$ quindi le impre del gruppo 1 non possono stare sul mercato.

$CMG_2 = 1 + 2q$

$CVME_2 = 1 + q$

min $CVME_2 = 1$ quando $q = 0$



Dato che la funzione di offerta di una singola impresa è data dal tratto di curva di costo marginale che sta sopra al punto di minimo, in questo caso corrisponde a tutta la semiretta individuata dal CMG_2:

$p = CMG_2 = 1 + 2q \Rightarrow q = \frac{1}{2}p - \frac{1}{2} = S_i(p)$ quantità offerta da ciascuna impresa del gruppo 2.

$S(p) = 200 \quad S_i(p) = 100p - 100$

curva di offerta dell'industria

Per trovare la configurazione di equilibrio:

$$S(p) = D(p)$$

$$100p - 100 = 100 - 50p$$

$$\Downarrow$$

$$150p = 200$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{p^* = 1,34}$$

$$\boxed{Q^* = 33,33}$$

$$\boxed{q_i^* = \frac{Q^*}{200} = 0,167}$$

$$\pi_i^* = p^* \cdot q_i^* - 36 - q_i^* - q_i^{*2} = -35,97$$

Il profitto è negativo, ma l'impresa continua a rimanere sul mercato poiché si trova al di sopra del punto di fuga.

Esercizio 7

lunedì 11 gennaio 2021 21:08

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operi inizialmente un primo gruppo costituito da 100 imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo: $C_1(q) = 50q^2 + 200q + 200$, dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Si assuma ora che un secondo gruppo costituito da N imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo: $C_2(q) = 50q^2 + 100q + F$, sia intenzionato ad entrare nell'industria (si noti che F è un costo quasi-fisso, cioè è un costo evitabile da parte di imprese che rinuncino all'entrata).
Sia inoltre $p = 1000 - Q$ la curva di domanda inversa di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene.
a) Si determini il valore massimo Fmax del costo quasi-fisso sostenuto dalle imprese del gruppo 2 compatibile con un equilibrio dell'industria in cui risultino escluse le imprese del gruppo 1.
b) Si assuma ora F = 50. Si determini il numero minimo Nmin di imprese del gruppo 2 necessario affinché all'equilibrio dell'industria risultino escluse le imprese del gruppo 1

RISPOSTA

Se devo trovare una situazione in cui le imprese del gruppo 2 possono escludere dal mercato le imprese del gruppo 1 la trovo quando il costo medio minimo del 2° gruppo è più basso del costo medio minimo del 1° gruppo che le porterebbe ad avere profitti negativi.

$$CMG_1 = 100q + 200$$
$$CME_1 = 50q + 200 + \frac{200}{q}$$

$$\frac{d(CME_1)}{dq} = 50 - \frac{200}{q^2} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{q}_1 = \sqrt{\frac{200}{50}} = 2$$ quantità che ciascun impresa deve produrre in corrispondenza del quale si ha il minimo del costo medio.

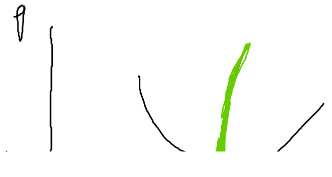
Per trovare il costo medio minimo vado a sostituire q_1 dentro il CME

$$\min(CME_1) = 50 \cdot 2 + 200 + \frac{200}{2} = 400$$

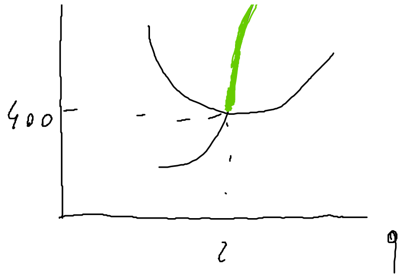
La curva di offerta dell'impresa sarà quindi uguale a:

$p = 100q + 200 \Rightarrow q = \frac{1}{100}p - 2$ quando $p \geq 400$

quindi quando $q \geq 2$



curva di offerta dell'impresa del



curva di offerta dell'imprese del gruppo 1.

Passo al 2° gruppo e mi vado a trovare gli stessi dati

$CMG_2 = 100q + 100$

$CME_2 = 50q + 100 + \frac{F}{q}$

$\frac{d\,CME_2}{dq} = 50 - \frac{F}{q^2} = 0$ per trovare il punto di minimo

$\Downarrow$

$\bar{q}_2 = \sqrt{\frac{F}{50}}$

$\min(CME_2) = 50\sqrt{\frac{F}{50}} + 100 + \frac{F}{\sqrt{\frac{F}{50}}} =$

$= 100 + 2\sqrt{50 \cdot F}$

$p_2 = CMG = 100q_2 + 100 \Rightarrow q_2 = \frac{1}{100}p - 1$ per $p \geq 100 + 2\sqrt{50 \cdot F}$

con $q \geq \sqrt{\frac{F}{50}}$

curva di offerta di una singola impresa vero per qualsiasi prezzo maggiore del minimo del costo medio, oppure per le quantità che devono essere per $\sqrt{\frac{F}{50}}$

<u>RISPONDO ALLA PRIMA DOMANDA</u>

$\min CME_2 < \min CME_1$

$100 + 2\sqrt{50 \cdot F} < 400$

$\Downarrow$

$F_{MAX} < 450$ allora le imprese del gruppo 1 potrebbero non sopravvivere nel mercato

<u>PUNTO B</u>

$F = 50$

$F = 50$

$\min CME_2 = 100 + 2\sqrt{50 \cdot F} = 100 + 2\sqrt{50 \cdot 50} = 100 + 100 = 200$

$\Downarrow$

$p = 100\,q + 100 \Rightarrow q = \frac{1}{100}p - 1$ per $p \geq 200$, quindi $q \geq 1$

Andiamo ora ad analizzare l'offerta aggregata dell'industria di N imprese appartenenti al gruppo N

$Q_2 = N\left(\frac{1}{100}p - 1\right) = \frac{N}{100}p - N$

Dobbiamo ora rendere uguali questa offerta aggregata del 2° alla domanda di mercato per trovare l'equilibrio tale che $p < 400$

$\min(CME_1)$

$p = 1000 - Q_S \Rightarrow Q_S = 1000 - p$

domanda aggregata

in modo da escludere le imprese del 1° gruppo

$Q_2 = Q_S$

$\Downarrow$

$\frac{N}{100}p - N = 1000 - p$

$\Downarrow$ risolvendo rispetto a p

$p^* = \frac{100.000 + 100\,N}{100 + N} < \min CME_1 = 400$

vero se $\boxed{N > 200}$ risolvendo sopra

affinché il secondo gruppo rimanga sul mercato, dovrei verificare che il prezzo $200 < p < 400$

(non richiesto dall'esercizio però)

Esercizio 8

lunedì 11 gennaio 2021 21:18

Si consideri l'industria costituita dal servizio di taxi in una città. I potenziali conducenti di taxi sono caratterizzati dagli stessi costi, che includono:

- un costo fisso annuo (spese di assicurazione, bollo ecc.) pari a 1600;
- un costo per ora di viaggio (spese per carburante, manutenzione, costo opportunità del tempo) pari a 15.

Ciascun conducente di taxi può effettuare nell'arco di un anno un numero massimo di ore di viaggio pari a 1600.

Sia $Q = 32016 - p$ la curva di domanda di mercato, dove Q è la quantità complessivamente scambiata, espressa in termini di ore annue di viaggio, e p indica la tariffa oraria.

a) Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità, numero di taxi), nell'ipotesi che tale industria possa essere considerata perfettamente concorrenziale.

Si assuma ora che venga assegnato un numero di licenze per la conduzione di taxi pari a quello individuato al punto a) e che sia consentita la compravendita di tali licenze.

Si assuma inoltre che la curva di domanda di mercato divenga $Q = 32020 - p$

b) Si determini il prezzo massimo al quale può essere venduta (acquistata) ciascuna licenza.

RISPOSTA

$F = 1600$

costo orario $= 15$

$K = 1600 \Rightarrow q \leq 1600$ K = numero massimo di ore di viaggio

$Q = 32.016 - p$ curva di domanda aggregata

Determino la funzione di costo del taxista

$C(q) = F +$ costo orario $= 1600 + 15q$ con $q \leq 1600$

$CME(q) = \frac{1600}{q} + 15$

Nell'ipotesi che il mercato sia perfettamente concorrenziale so che finché il profitto è maggiore di zero continueranno ad entrare imprese sul mercato, quindi finché il prezzo è maggiore del costo medio.

Dobbiamo quindi trovare il costo medio minimo

$\min CME = \frac{1600}{\underset{\uparrow \text{massimo } q}{1600}} + 15 = 16$ il minimo CME si ha al massimo valore di q, che ci è imposto dal problema

q_i quantità offerta da ogni singolo taxi

$$q_i = S_i(p) = \begin{cases} 1600 & p \geq 16 \\ 0 & p < 16 \end{cases}$$

$$Q = \sum q_i = \begin{cases} 1600 \cdot N & p \geq 16 \\ 0 & p < 16 \end{cases}$$

L'equilibrio si ha quando il profitto di ciascuna impresa è nullo, quindi:

$p^* = 16$

$Q^* = 32.016 - 16 = 32.000$ che deve essere uguale alla offerta

$Q_D = Q_S$

$32.000 = 1600 \cdot N$

$N^* = \frac{32.000}{1.600} = 20$

L'equilibrio di lungo periodo dunque sarà:

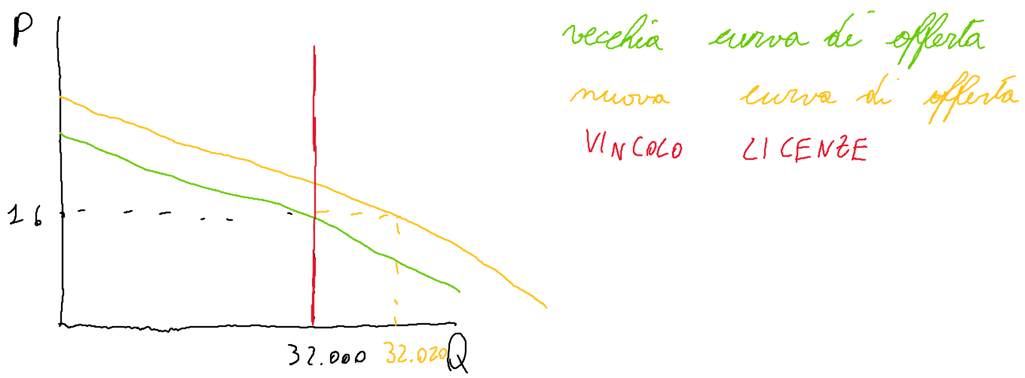
$$\boxed{p^* = 16 \qquad Q^* = 32.000 \qquad N^* = 20}$$

PUNTO B

RISPOSTA

numero licenze = 20

$Q = 32.020 - p$



Devo quindi trovare il prezzo che si è alzato

$32020 - p = 32.000$

$p^* = 32.020 - 32\,000 = 20$

I profitti aumentano

$\pi = p \cdot q - F - c(q) = 20 \cdot 1600 - 1600 - 15 \cdot 1600 = 6400$

Lo spostamento della curva di domanda, mi porta ad avere un profitto positivo di 6400 annui ed è corrispondente al

Lo spostamento della curva di domanda, mi porta ad avere un profitto positivo di 6400 annui ed è corrispondente al valore della licenza poiché è il prezzo a cui sarei disposto a vendere la licenza (ciò che guadagnerebbe chi la compra) ed è anche il prezzo massimo a cui sarebbe acquistata senonò quella persona andrebbe in perdita.

$$\boxed{P \text{ licenza} = 6400}$$

Esercizio 9

lunedì 11 gennaio 2021 21:22

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano imprese caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo $C(q) = 2q$, dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa.
Sia $Q = 100 - 25p$ la curva di domanda di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente offerta nel mercato e p il prezzo del bene offerto.
Si assuma inoltre che ciascuna impresa sia soggetta ad un vincolo di capacità che definisce un livello massimo di output ammissibile $\bar{q} = 1$.
Si determini:
a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel lungo periodo;
b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte dalle singole imprese, numero di imprese n presenti nell'industria).
Si assuma ora che lo Stato limiti la libertà di entrata delle imprese dall'industria, fissando il numero delle imprese attive a 25.
Si determini:
c) la curva di offerta dell'industria e la nuova configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese), nell'ipotesi di esistenza dei vincoli di capacità precedentemente definiti;
d) il valore monetario massimo ammissibile di una licenza venduta dallo Stato a ciascuna delle 25 imprese al fine di consentire il loro ingresso nell'industria considerata.

RISPOSTA

a) $CMG = CME = 2$ poiché p è lineare

$$s_i(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ 1 & p \geq 2 \end{cases}$$ perché il profitto sarebbe negativo

ogni singola industria i

$$S(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ N & p \geq 2 \end{cases}$$

b) $\bar{q} = 1$ $\boxed{p^* = 2}$

$\Downarrow$

$\boxed{Q^* = 100 - 25p = 50}$

$\boxed{N^* = 50}$ poiché ogni impresa produce una quantità massima $\bar{q}^* = 1$

$\boxed{\pi^* = 0}$ per ogni impresa in condizione di equilibrio

Si assuma ora che lo Stato limiti la libertà di entrata delle imprese dall'industria, fissando il numero delle imprese attive a 25. Si determini:

c) La curva di offerta dell'industria e la nuova configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese), nell'ipotesi di esistenza dei vincoli di capacità precedentemente definiti;

e proprie delle singole imprese, nell'ipotesi di esistenza dei vincoli di capacità precedentemente definiti;

d) Il valore monetario massimo ammissibile di una licenza venduta dallo Stato a ciascuna delle 25 imprese al fine di consentire il loro ingresso nell'industria considerata.

RISPOSTA

c) $\bar{N} = 25 \qquad \bar{q} = 1$

$\bar{Q}^* = 25$ dato che le impre sono fissate a 25 e la quantità massima $\bar{q} = 1$

Ne segue che p:

$$25 = 100 - 25p$$

$$p = \frac{75}{25} = 3 \Rightarrow \boxed{p^* = 3}$$

$$\pi = p \cdot q - C(q) = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$$

Da mettere all'inizio:

$$S(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ 25 & p \geq 2 \end{cases}$$

Riassumendo:

$$\boxed{\bar{q} = 1, \quad N = 25, \quad p = 3, \quad \pi = 1}$$

d) Le licenze tenderanno ad avere il prezzo massimo pari al profitto che in questo caso $\pi = 1$

Esercizio 10

lunedì 11 gennaio 2021 21:26

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano nel breve periodo 50 imprese, uniformemente distribuite in cinque gruppi distinti. Le imprese di ciascun gruppo i (i= 1, ..., 5) sono caratterizzate da un costo unitario di produzione costante i c e sono soggette ad un vincolo di capacità produttiva che definisce un livello massimo di output ammissibile i $\bar{q}_i$. Tali costi e vincoli di capacità assumono i valori riportati nella tabella seguente:

GRUPPO *i*	c_i	$\bar{q}_i$
1	500	30
2	200	20
3	300	10
4	150	25
5	350	30

Sia $p = 1000 - Q$ la curva di domanda inversa, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene.
Si determinino:
a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel breve periodo;
b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese).

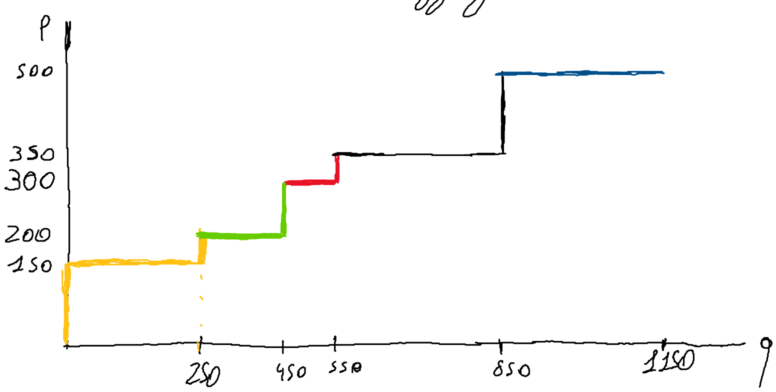
RISPOSTA

Funzione di offerta di ciascuna impresa:

$$q_i = S_i(P) = \begin{cases} 0 & p < c_i \\ \leq \bar{q}_i & p \geq c_i \end{cases}$$

Se il prezzo è minore del costo le imprese non producono, se invece è maggiore producono una quantità vincolata

Le impre del gruppo 4 sono quelle che hanno il costo più basso (150)
Poi ci sono le imprese del gruppo 2 con 200.
Poi il gruppo 3 con 300.
Poi il gruppo 5 con 350
Poi il gruppo 1 con 500.
Quindi la curva aggregata risulta:



curva di offerta aggregata del mercato

$$Q = \begin{cases} 0 & p < 150 \\ \leq 250 & 150 < p < 200 \\ \leq 450 & 200 < p < 300 \\ \leq 550 & 300 < p < 350 \\ \leq 850 & 350 < p < 500 \\ \leq 1150 & 500 \leq p \end{cases}$$

Ora dobbiamo trovare la configurazione di equilibrio

$Q = D(p) = 100 - p_i = S_i(p) \qquad i = 1, \ldots, 5$

Sostituisco per ogni industria e ottengo:

$p = 1000 - q \qquad p^* = 350$ punto di equilibrio

$350 = 1000 - (550 + Q_5)$

$\Downarrow$

$Q_5 = 100$

$q_5 = \frac{100}{10} = 10$

$\pi_i = (p^* - c_i)\, q_i = (350 - c_i)\, q_i$

Sostituendo i valori

$\pi_5 = 0$

$\pi_3 = (350 - 300)\, 10 = 500$

$\pi_2 = (350 - 200)\, 20 = 3000$

$\pi_4 = (350 - 150)\, 25 = 5000$

Esercizio 11 da pdf

lunedì 11 gennaio 2021 21:30

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $p(Q) = 10 - Q$, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa massimizza il profitto producendo la quantità $Q^* = 4$.
a) Determinare il costo marginale e l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della quantità Q^*.
b) Determinare la perdita di benessere sociale causata dal monopolio ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel punto precedente.

a) Determinare CMG ed elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della Q^*.

Soluzione

$$\text{Ricavi totali} = p \cdot Q = 10Q - Q^2$$

$$RMG = \frac{\partial RT}{\partial Q} = 10 - 2Q \qquad \text{per } Q^* = 4 \quad \Rightarrow \quad RMG = 2 = CMG$$

$$p^* = 10 - 4 = 6$$

L'elasticità risulta essere:

$$e = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -1 \cdot \frac{6}{4} = -1{,}5$$

b) Determinare la perdita di benessere sociale causata dal monopolio ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel punto precedente.

Soluzione

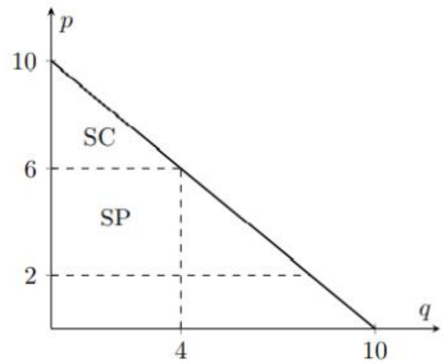
$$CMG = p = 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p^* = 2 \\ Q^* = 8 \end{matrix}$$

In condizioni di monopolio:

$$\text{Surplus produttore} = (6-2) \cdot 4 = 16$$

$$\text{Surplus consumatore} = \tfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot (10-6) = 8$$

La perdita è pari a: $\dfrac{(6-2)(8-4)}{2} = 8.$



Esercizio 12

lunedì 11 gennaio 2021 21:38

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $p(q) = 1000 - Q$, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa può produrre il bene utilizzando due impianti produttivi caratterizzati, rispettivamente, dalle seguenti funzioni di costo: $c_1 = 10 + q_1^2$ ed $c_2 = 10 + q_2^2$. Valutare se all'impresa conviene utilizzare esclusivamente l'impianto 1 o utilizzare entrambi gli impianti. Individuare inoltre il massimo profitto conseguibile dall'impresa

PREFAZIONE PROF (valido anche in generale)

Quando ho due impianti con funzioni di costo quadratiche, devo avere lo stesso costo marginale uguale nei due impianti. In entrambi impianti il CMG è crescente, non mi conviene produrre con un unico impianto poiché farei aumentare i costi, ma devo suddividere il lavoro sui due impianti e al massimo produrre di meno nell'impianto il cui costo è maggiore.

SOLUZIONE

$$\pi = \underbrace{\left[100 - (q_1 + q_2)\right]}_{\text{prezzo}} \underbrace{(q_1 + q_2)}_{\text{quantità}} - 10 - q_1^2 - 10 - 2q_2^2$$

$$\max_{q_1} \pi = \frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 100 - 2q_1 - 2q_2 - 2q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{100 - 2q_2}{4}$$

massimizzo il profitto per ogni impianto

$$\max_{q_2} \pi = \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 100 - 2q_2 - 2q_1 - 4q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{100 - 2q_1}{6}$$

$$\Downarrow$$

$$q_2 = \frac{100 - 2\left(\frac{100 - 2q_2}{4}\right)}{6} \Rightarrow 5q_2 = 100 - 50 \Rightarrow q_2^* = 10$$

$$\Rightarrow q_1^* = 20$$

$$\Downarrow$$

$$p^* = 70$$

$$\Downarrow$$

$$\text{RICAVI} = p^*(q_1^* + q_2^*) = 2100$$

$$\text{COSTI} = 10 + 20^2 + 10 + 2 \cdot 10^2 = 620$$

$$\pi = \text{RICAVI} - \text{COSTI} = 2100 - 620 = 1480$$ profitto massimo ottenibile

Esercizio 13

lunedì 11 gennaio 2021 21:34

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c.
a) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato $Q = a - p$, il monopolista non trasferisce interamente un eventuale incremento del costo marginale sul prezzo finale del bene prodotto.
b) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato $Q = p^{-\varepsilon\,(\varepsilon > 1)}$, il monopolista trasferisce sul prezzo finale un ammontare superiore all'incremento del costo marginale.

RISPOSTA

a) $q = a - p \qquad p = a - q$

$RMG = a - 2q$ pendenza doppia rispetto a p poiché lineare

$RMG = CMG = c$

$\Downarrow$

$q^M = \frac{a-c}{2}$ con $a > c$ altrimenti l'impresa non opera sul mercato

Il prezzo del monopolio corrispondente sarà pari a:

$p^M = a - \frac{a-c}{2} = \frac{a+c}{2}$ in corrispondenza di $CMG = c$

Quando $CMG = c + \Delta c$:

$p^{M'} = \frac{a + (c + \Delta c)}{2}$

Di conseguenza la differenza tra i due prezzi:

$p^{M'} - p^M = \Delta p^M = \frac{\Delta c}{2}$

Dunque l'incremento di costo marginale non si trasferisce interamente sul prezzo, poiché aumenta solo della metà

b) $q = p^{-\varepsilon}$ con $\varepsilon > 1$ poiché $e = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -\varepsilon p^{-\varepsilon - 1} \cdot \frac{p}{p^{-\varepsilon}} = -\varepsilon$

$\Downarrow$

$|e| = \varepsilon$

deve valere:

$p\left(1 - \frac{1}{|e|}\right) = c$

che corrisponde a

$RMG = CMG$

Siccome $c \geq 0$, $\varepsilon > 1$

Partendo dal fatto che RMG = CMG, posso scrivere che:

$$p^M = \frac{c}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} = \frac{c}{\frac{|\varepsilon| - 1}{|\varepsilon|}} = \frac{|\varepsilon| c}{|\varepsilon| - 1}$$ con $\underline{CMG = c}$

Se $CMG = c + \Delta c$:

$$p^{M'} = \frac{|\varepsilon|(c + \Delta c)}{|\varepsilon| - 1}$$

$$p^{M'} - p^M = \Delta p^M = \Delta c \frac{|\varepsilon|}{|\varepsilon| - 1}$$

e siccome $\varepsilon > 1 \Rightarrow \Delta p^M > \Delta c$

Esercizio 14

lunedì 11 gennaio 2021 21:36

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio in due mercati, ciascuno dei quali è caratterizzato dalla curva di domanda $Q_i = a_i - b_i p_i$, $i = 1,2$. Per semplicità, si supponga che il bene offerto dal monopolista possa essere prodotto a costi totali nulli.
Si determinino le condizioni relative ai parametri $a_i = b_i$ per cui il monopolista non opera alcuna discriminazione di prezzo nei due mercati.

<u>RISPOSTA</u> (DISCRIMINAZIONE DI TERZO TIPO)

L'impresa i che opera in condizione di monopolio farà un profitto:

$$\pi_i = p_i(a_i - b_i p_i)$$ dati i costi nulli

Se massimizzo i profitti rispetto al prezzo:

$$\max_{p_i} \pi_i = \frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = a_i - 2b_i p_i = 0$$

$$p_i = \frac{a_i}{2b_i}$$

Affinché non ci sia discriminazione di prezzo.

$$p_1 = p_2$$

$\Downarrow$ di conseguenza:

$$\frac{a_1}{2b_1} = \frac{a_2}{2b_2}$$

Esercizio 15

lunedì 11 gennaio 2021 21:30

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio. La funzione di costo totale dell'impresa è $C = {}^4/_3\, q$. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa: $p_A = 20 - q_A$ e $p_B = 30 - 2q_B$

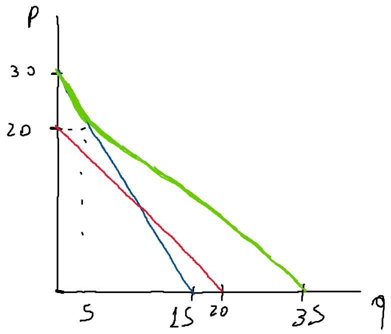
a) Si determinino i livelli di prezzo e quantità scelti dal monopolista nel caso in cui fronteggi la domanda complessiva dei consumatori senza distinguere i due gruppi.

b) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di primo grado. Si determini la quantità prodotta dall'impresa ed il profitto che ne consegue.

c) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.
Si determinino i livelli dei prezzi e le quantità prodotte dall'impresa nei due segmenti di mercato ed il profitto che ne consegue. Si verifichi la relazione tra prezzi ed elasticità.

RISPOSTA

a)



$q_B = 15 - \frac{1}{2} p_B$

$q_1 = 20 - p_A$

Per costruire la curva di domanda aggregata:
per un prezzo tra 30 e 20, comprano solo i soggetti del gruppo 2
meno 20, devo formare la curva aggregata in verde che è la somma delle altre due domande.
Sono passato alle domande inverse, perché per la curva aggregata devo sommare le quantità e non i prezzi.

$$Q = q_A + q_B = 35 - \frac{3}{2} p$$

i prezzi sono gli stessi nella domanda aggregata.

↓ inversa

$$p = \frac{70}{3} - \frac{2}{3} Q$$

Non è l'espressione completa, poiché oltre 20 c'è solo il 2° gruppo

$$p(Q) = \begin{cases} 30 - 2Q & Q \leq 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{2}{3} Q & Q > 5 \end{cases}$$

(5, in corrispondenza di $p = 20$)

$$RT(Q) = \begin{cases} 30Q - 2Q^2 & Q \leq 5 \\ \frac{70}{3} Q - \frac{2}{3} Q^2 & Q > 5 \end{cases}$$

$$RMG(Q) = \begin{cases} 30 - 4Q & Q \leq 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{4}{3}Q & Q > 5 \end{cases}$$

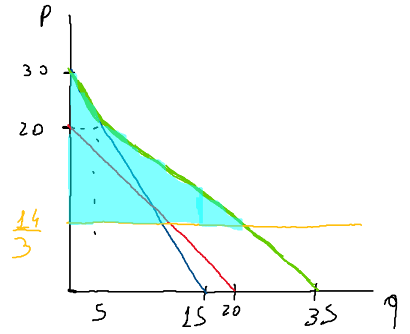
soluzione non accettabile

$$\begin{cases} 30 - 4Q = \frac{14}{3} & Q \leq 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{4}{3}Q = \frac{14}{3} & Q > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{76}{12} & Q \leq 5 \\ Q = 14 & Q > 5 \end{cases}$$

Se non faccio discriminazione quindi $Q^M = 14$ e $p^M = \frac{70}{3} - \frac{2}{3} 14 = 14$

e $\pi^M = p^M Q^M - \frac{14}{3} \cdot Q^M = \frac{392}{3} = 130{,}67$

b)



in azzurro il surplus del monopolista

Per la discriminazione di 1° tipo, faccio pagare ogni unità al massimo possibile, muovendomi lungo la curva verde in cui il costo sarà sempre uguale a $\frac{14}{3}$, ma varia il ~~prezzo~~ del ricavo, quindi l'impresa farà prezzi che variano tra 29,99 e $\frac{14}{3}$

Avremo quindi un profitto maggiore del precedente

La quantità sarà quella a $\frac{14}{3}$, in corrispondenza della quale vendo l'ultimo bene:

$$\boxed{Q^I = 28}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{70}{3} - \frac{2}{3} Q^I = \frac{14}{3}$$

Il prezzo varia da 29,99 a $\frac{14}{3}$.

Il profitto lo ottengo calcolando l'area del surplus:

$$\pi^I = 278 > \pi^M = 130{,}67$$

Ho una perdita netta di monopolio pari a zero

Surplus del consumatore nullo, è tutto del produttore

c)

$$p_A = 20 - Q_A$$

$$RMG_A = 20 - 2q_A = CMG = \frac{14}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$q_A = \frac{46}{6} = 7{,}67$$

$$\Downarrow$$

$$p_A = \frac{74}{6} = 12{,}34$$

- - — -

$$p_B = 30 - 2q_B$$

$$RMG_2 = 30 - 4q_B = CMG = \frac{14}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$q_B = \frac{76}{12} = 6{,}34$$

$$\Downarrow$$

$$p_B = 30 - 2 \cdot \frac{76}{12} = \frac{208}{12} = 17{,}34$$

$$\pi^{III} = p_A \cdot q_A - \frac{14}{3} q_A + p_B \cdot q_B - \frac{14}{3} q_B = 139$$

$\pi^{I} < \pi^{III} < \pi^{7}$ tutto giusto

- - - - - — -

Verifica tra prezzo ed elasticità: (devo verificare che il prezzo applicato nel mercato A è inferiore al prezzo del mercato B, quindi $e_A > e_B$)

$$e_A = \frac{dq_A}{dp_A} \cdot \frac{p_A}{q_A} = -1 \cdot \frac{12{,}34}{20-12{,}34} = -1{,}61$$

$$e_B = \frac{dp_B}{dp_B} \cdot \frac{p_B}{q_B} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{17{,}34}{15 - \frac{1}{2} \cdot 17{,}34} = -1{,}34$$

$|e_a| > |e_B|$ verificato

$|p_a| < |p_B|$

INDICE DI LERNER

$$\frac{p_A - CMG}{p_A} = \frac{12{,}34 - \frac{14}{3}}{13{,}34} = \frac{1}{1{,}61}$$

$$\frac{P_B - CMG}{P_B} = \frac{17{,}34 - \frac{14}{3}}{17{,}34} = \frac{1}{1{,}37}$$

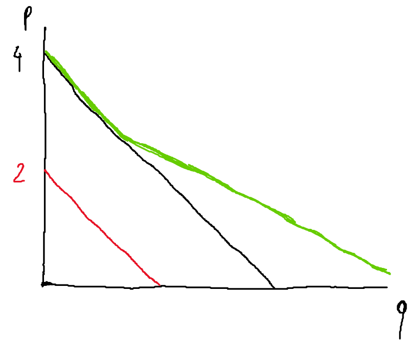
Esercizio 16

lunedì 11 gennaio 2021 22:07

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c e costi fissi nulli. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa: $p_A = 4 - q_A$ e $p_B = 2 - q_B$

a) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che non sia possibile attuare alcuna strategia di discriminazione di prezzo.

b) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che sia possibile attuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.



$p_A = 4 - q_A$

$p_B = 2 - q_B$

in verde la domanda aggregata

$$p = \begin{cases} 4 - q & \text{se } p \geq 2 \quad q \leq 2 \\ 3 - \frac{1}{2} q & \text{se } p < 2 \quad q > 2 \end{cases}$$

← c'è solo la prima domanda

$$RMG = \begin{cases} 4 - 2q & \text{se } p \geq 2 \quad q \leq 2 \\ 3 - q & \text{se } p < 2 \quad q > 2 \end{cases}$$

Da testo $CMG = c$

Se non faccio discriminazione di prezzo ed il costo c è elevato vendo solo ad un gruppo di acquirenti, se invece mantengo il costo di c non troppo elevato potrò vendere ad entrambi gli acquirenti.

(vendo solo ad A)

Nel primo caso in cui $q \leq 2$ e $p > 2$ io ho $RMG = CMG = C$,

dunque $4 - 2q = c \Rightarrow q^* = 2 - \frac{1}{2} c$ che deve essere ≤ 2

di conseguenza $0 \leq c \leq 4$

↑ posso vendere solo ad A

⇓

$p^* = 2 + \frac{1}{2} c$

⇓

$\pi^* = \frac{1}{4} c^2 - 2c + 4$

Nel secondo caso in cui vendo ad entrambi i gruppi ho $p < 2$ e $q > 2$

$RMG = 3 - q = C$

$RMG = 3 - q = C$

$\Downarrow$

$3 - q = c$

$\Downarrow$

$q^* = 3 - C$ e siccome $q \geq 2 \Rightarrow 0 < C < 1$

$\uparrow$ posso vendere ad entrambi

$p^* = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} c$

$\Downarrow$

$\pi^* = \frac{1}{2} c^2 - 3c + \frac{9}{2}$

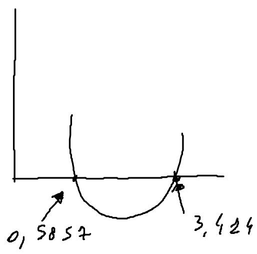
Devo vedere la differenza di profitto per scegliere a chi vendere

$\pi_{entrambi} > \pi_A$ se voglio vendere ad entrambi

$\Downarrow$

$\frac{1}{2} c^2 - 3c + \frac{9}{2} > \frac{1}{4} c^2 - 2c + 4$

$\Downarrow$



$c < 0,5857$ per vendere ad entrambi

$3,424$ lo scarto poiché ho $c < 1$

b) Nel caso dovessi vendere solo al gruppo A, essendo $c < 4$

$RMG = CMG = C$

$RMG = 4 - 2q_A = C$

$q_A^* = 2 - \frac{1}{2} c$

$p_A^* = 2 + \frac{1}{2} c$

$\pi_A^* = \frac{1}{2} c^2 - 2c + 4$

Se invece $c < 2$

$RMG = 2 - 2q_B = C$

$q_B^* = 1 - \frac{1}{2} c$

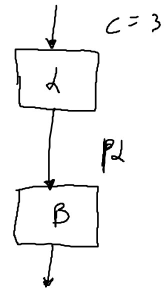
$p_B^* = 1 + \frac{1}{2} c$

$$\pi_B^* = \frac{1}{4}c^2 - c + 1$$

Esercizio 17 punto d da pdf

lunedì 11 gennaio 2021 21:42

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q = 60 - p$, dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa β.
Sia $C_\alpha = 3q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β.
Determinare:
a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.
Si ipotizzi che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β.
Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti all'impresa β.
Determinare:
c) la tariffa in due parti;
d) la tariffa in due parti nel caso in cui l'impresa β possa attuare una discriminazione del prezzo di primo grado.



$C_\alpha = 3q \Rightarrow \underset{\text{costo unitario}}{c} = 3 = CMG$

$C_\beta = (p_\alpha + 2)q$

RISPOSTA (risoluzione dal basso verso l'alto)

a) Inizio analizzando β:

$$\max_p \pi_\beta = (p - p_\alpha - 2)(60 - p)$$

$$\pi_\beta = \frac{\partial \pi_\beta}{\partial p} = -2p + p_\alpha + 62 = 0$$

$\Downarrow$

$$p = \frac{1}{2} p_\alpha + 31$$

$\Downarrow$

$$q = 60 - \frac{1}{2} p_\alpha - 31 = 29 - \frac{1}{2} p_\alpha$$

Risaliamo per risolvere α:

$$\max_{p_\alpha} \pi_\alpha = (p_\alpha - 3) q = (p_\alpha - 3)\left(29 - \frac{1}{2} p_\alpha\right)$$

$$\pi_\alpha = \frac{\partial \pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = \frac{61}{2} - p_\alpha = 0$$

$\Downarrow$

$$p_\alpha = 30,5$$

$\Downarrow$

$$p = \frac{1}{2} p_\alpha + 31 = 46,25$$

$$p = \frac{1}{2} p_\alpha + 31 = 46,25$$

$$q = 29 - \frac{1}{2} p_\alpha = 13,75$$

$$\Pi_\alpha = (30,5 - 3)(13,75) = 378,125$$

$$\Pi_\beta = (\underset{p}{46,25} - \underset{p_\alpha}{30,5} - \underset{2}{2}) \cdot 13,75 = 189,0625$$

Profitto delle imprese indipendenti

$p_\alpha = 30,5 > 3$

$p = 46,25 > (30,5+2)$

b) Struttura integrata con fusione verticale

$$\max_p \Pi_{INT} = (p - 3 - 2)(60 - p) = (p - 5)(60 - p)$$

$$\Pi_{int} = \frac{\partial \Pi_{int}}{\partial p} = 65 - 2p = 0$$

$$\Downarrow$$

$$p^{int} = 32,5$$

$$\Downarrow$$

$$q^{int} = 60 - 32,5 = 27,5$$

$$\Pi_{int} = (32,5 - 5) \cdot 27,5 = 756,25$$

$p^{int} < p$ impresa indipendente

$q^{int} > q$

$\Pi_{int} > \Pi_\alpha + \Pi_\beta = 567,1875$

---

c) $T(q) = \pi_{int} + cq = 756,25 + 3q$

$$\Pi_\beta = p \cdot q - \underset{c}{\underbrace{(p_\alpha + 2)}} q - F = p \cdot q - 5q - F = (p - 5) q - F = (p-5)(60-p) - F$$

$\max_p \Pi_\beta = \frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p} = 65 - 2p = 0$ (lo stesso della struttura integrata)

$$p = 32,5 = p^{int}$$

$$q = q^{int} = 27,5$$

$$\Pi_\beta = (32,5 - 5) \cdot 27,5 - F = 756,25 - F = 0 \Rightarrow F = 756,25$$

$\pi_d = f + (p_d - c)\, q = 756{,}25 + (3-3)\, q = 756{,}25$

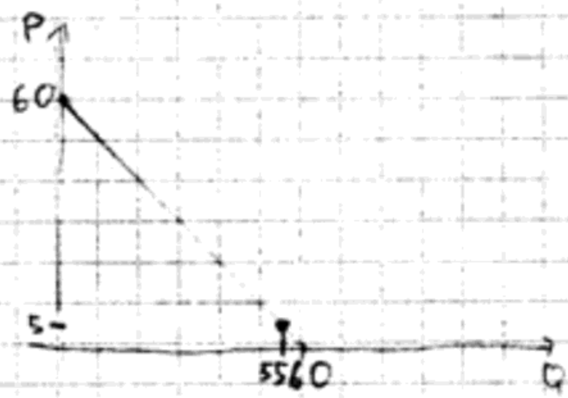
non gli interessa più il ricavo a valle

$$\boxed{\begin{array}{l}\pi_p = 0 \\ \pi_d = \pi_{int}\end{array}}$$

d) SOLO RISPOSTA, FARSI I CONTI

$T(q) = 1512{,}5 + 3q$

d) TARIFFA A 2 PARTI = DISCRIMINAZIONE PREZZO 1° GRADO



$\pi_{int} = (b_{ase} \cdot h_{altezza})/2 = 55^2/2 = 1512{,}5$

$T(q) = 1512{,}5 + 3q$

Esercizio 18 da pdf

lunedì 11 gennaio 2021 22:09

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α.
Sia $C_\alpha = 3q$ la funzione di costo totale dell'impresa α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$.
Gli acquirenti del bene prodotto dall'impresa β possono essere divisi in due gruppi (gruppo 1 e gruppo 2) caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda: $q_1 = 60 - p_1$ e $q_2 = 50 - 2p_2$
Si assuma che l'impresa β sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.
Determinare:
a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.
Si ipotizzi che l'impresa α conosca le funzioni di domanda che caratterizzano i due gruppi di acquirenti e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti all'impresa β.
c) Determinare la tariffa in due parti.

a) Il profitto di entrambe le imprese in assenza di integrazione.

Soluzione Si definiscono i profitti per β rispetto al mercato 1 e 2:

$$\Pi_\beta^{①} = (p_1 - p_\alpha - 2)(60 - p_1) \qquad \Pi_\beta^{②} = (p_2 - p_\alpha - 2)(50 - 2p_2)$$

Massimizzo il profitto rispetto a p_1 e p_2:

$$\max_{p_1} \Pi_\beta^{①} = \frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p_1} = 60 - 2p_1 + p_\alpha + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_1 = \frac{1}{2}p_\alpha + 31 \\ q_1 = 29 - \frac{1}{2}p_\alpha \end{cases}$$

$$\max_{p_2} \Pi_\beta^{②} = \frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p_2} = 30 - 4p_2 + 2p_\alpha + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_2 = \frac{1}{2}p_\alpha + 13{,}5 \\ q_2 = 23 - p_\alpha \end{cases}$$

Per definire il profitto di α:

$$q = q_1 + q_2 = 52 - \frac{3}{2}p_\alpha \quad \Rightarrow \quad \Pi_\alpha = (p_\alpha - 3) \cdot q = (p_\alpha - 3)(52 - \frac{3}{2}p_\alpha)$$

Massimizzo il profitto rispetto a p_α:

$$\max_{p_\alpha} \Pi_\alpha = \frac{\partial \Pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 52 - 3p_\alpha + \frac{9}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} p_\alpha &= 18{,}833 \\ \Pi_\alpha &= 376{,}04 \end{aligned}$$

Da tali risultati si possono definire, sostituendo:

$$p_1 = 40{,}4166 \qquad q_1 = 19{,}58 \qquad q = 23{,}75$$
$$p_2 = 22{,}91 \qquad q_2 = 4{,}166 \qquad \Pi_\beta = 392{,}772$$

b) Il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Soluzione Si definiscono rispettivamente i profitti $\Pi_{\text{INT}}^{①}$ e $\Pi_{\text{INT}}^{②}$, dove il costo $p_\alpha = 3$ si trasferisce a valle:

$$\Pi_{\text{INT}}^{①} = (\underbrace{p_1 - 5}_{p_1 - p_\alpha - 2})(60 - p_1) \qquad \Pi_{\text{INT}}^{②} = (p_2 - 5)(50 - 2p_1)$$

Massimizzo i profitti rispetto a p_1 e p_2, quindi:

$$\frac{\partial \Pi_{\text{INT}}^{①}}{\partial p_1} = 65 - 2p_1 = 0 \qquad p_1^{\text{INT}} = 32{,}5 \quad q_1^{\text{INT}} = 27{,}5 \quad \Pi_{\text{INT}}^{①} = 756{,}25$$

$$\frac{\partial \Pi_{\text{INT}}^{②}}{\partial p_2} = 60 - 4p_2 = 0 \qquad p_2^{\text{INT}} = 15 \quad q_2^{\text{INT}} = 20 \quad \Pi_{\text{INT}}^{②} = 200$$

$$\Pi_{\text{INT}} = \Pi_{\text{INT}}^{①} + \Pi_{\text{INT}}^{②} = 956{,}25$$

c) Si ipotizzi che l'impresa α conosca le funzioni di domanda che caratterizzano i due gruppi di acquirenti e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti.

Soluzione Per determinare la tariffa in due parti imponiamo:

$$T(q) = F + p_\alpha q = 956{,}25 + 3q.$$

Oppure altro PDF

Ex 12

$C_\alpha = 3q$

α p_α

$C_\beta = (p_\alpha + 2)q$

$\beta \rightarrow$ effettua discriminazione III

$q_1 = 60 - p_1$ $\quad q_2 = 50 - 2p_2$

PROFITTO α E β SENZA RESTRIZIONI

$\Pi_\beta = \Pi_{\beta_1} + \Pi_{\beta_2}$

$\Pi_{\beta_1} = (p_1 - p_\alpha - 2)(60 - p_1)$

$\Pi_{\beta_2} = (p_2 - p_\alpha - 2)(50 - 2p_2)$

$\max_{\Pi_{\beta_1}} \rightarrow \frac{\partial \Pi_{\beta_1}}{\partial p_1} = 0 \quad 60 - p_1 - p_1 + p_\alpha + 2 = 0$

$p_1 = 31 + \frac{1}{2} p_\alpha \quad q_1 = 29 - \frac{1}{2} p_\alpha$

$\max_{\Pi_{\beta_2}} \rightarrow \frac{\partial \Pi_{\beta_2}}{\partial p_2} = 0 \quad 50 - 2p_2 - 2p_2 + 2p_\alpha + 4 = 0$

$p_2 = \frac{27}{2} + \frac{1}{2} p_\alpha \quad q_2 = 23 - p_\alpha$

quindi $q = q_1 + q_2 = 29 - \frac{1}{2} p_\alpha + 23 - p_\alpha = 52 - \frac{3}{2} p_\alpha$ quindi

$\Pi_\alpha = (p_\alpha - 3)(52 - 3/2\, p_\alpha) \quad \max_{\Pi_\alpha} \rightarrow \frac{\partial \Pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 0 \quad 52 - 3/2\, p_\alpha - \frac{3}{2} p_\alpha + \frac{9}{2} = 0$

quindi $p_\alpha = 18{,}83 \quad q = 23{,}75 \quad \Pi_\alpha = 376{,}04 \quad \Pi_\beta = 392{,}26$

- PROFITTO PER INTEGRAZIONE VERTICALE

$p_\alpha = CMG_\alpha = 3$ quindi $C_\beta = 5q$ quindi $\Pi_{INT} = \Pi_{1\beta} + \Pi_{2\beta}$

$\Pi_{1\beta} = (p_1 - 5)(60 - p_1) \quad \max_{\Pi_{1\beta}} \rightarrow \frac{\partial \Pi_{1\beta}}{\partial p_1} = 0 \quad 60 - p_1 - p_1 + 5 = 0$ quindi

$p_1 = 32{,}5 \quad q_1 = 27{,}5 \quad \Pi_{1\beta} = 756{,}25$

$\Pi_{2\beta} = (p_2 - 5)(50 - 2p_2) \quad \max_{\Pi_{2\beta}} \rightarrow \frac{\partial \Pi_{2\beta}}{\partial p_2} = 0 \quad 50 - 2p_2 - 2p_2 + 10 = 0$

$p_2 = 15 \quad q_2 = 20 \quad \Pi_{2\beta} = 200$

quindi $\Pi_{INT} = \Pi_{1\beta} + \Pi_{2\beta} = 956{,}25$

- DETERMINARE LA TARIFFA IN DUE PARTI

$T(q) = 956{,}25 + 3q$

Esercizio 19 da pdf

lunedì 11 gennaio 2021 22:09

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q=58-p_\beta$, dove q indica la quantità e p_β il prezzo del bene prodotto dall'impresa β. Sia $C_\alpha=4q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta=(p_\alpha+2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β.

a) Determinare il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Si ipotizzi ora che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che l'impresa α imponga all'impresa β il prezzo di vendita "finale" p_β.

b) Determinare i prezzi p_α e p_β che permettono all'impresa α di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Si ipotizzi ora che la funzione di costo totale dell'impresa β sia pari a: $C_\beta=(p_\alpha+2)q+k$.

c) Spiegare il motivo per cui l'impresa α dovrebbe pagare all'impresa β una somma pari a k qualora volesse applicare la restrizione del prezzo imposto all'impresa β.

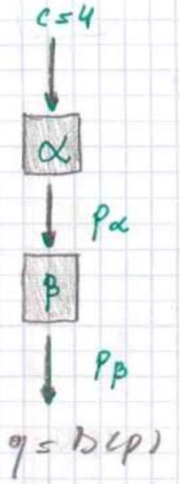
Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che il prezzo imposto sia calcolato sulla base del livello atteso della domanda.

d) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese.

Si consideri ora nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che l'impresa α (invece del prezzo di vendita "finale" p_β) imponga una tariffa in due parti all'impresa β.

e) Determinare la tariffa in due parti.

f) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese nel caso in cui il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.



Relazioni verticali tra imprese

ESERC. D'ESAME

hp
$$\begin{cases} q = 58 - p_\beta & \text{funzione di DOMANDA} \\ c_\alpha = 4q & \text{funzione costo impresa } \alpha \\ c_\beta = (p_\alpha + 2)\, q & \text{funzione costo impresa } \beta \end{cases}$$

$\downarrow$

c_β

(a) Determinare il profitto di entrambe le imprese in assenza di restrizioni verticali imposte da α.

Svolgimento: per prima cosa occorre massimizzare il profitto dell'impresa β

$$\pi_\beta = (p_\beta - p_\alpha - 2)\,(58 - p_\beta)$$

$$p_\beta \cdot q - c_\beta$$

$$\frac{\partial \pi_\beta}{\partial p_\beta} = 0 \Rightarrow \begin{cases} p_\beta = 30 + \frac{1}{2} p_\alpha \\ q = 58 - p_\beta = 28 - \frac{1}{2} p_\alpha \end{cases}$$

$$\pi_\alpha = (p_\alpha - 4)\, q \rightsquigarrow (p_\alpha \cdot q) - 4q$$

esprimo q come precedentemente calcolato

$$q = 28 - \frac{1}{2} p_\alpha$$

$$\pi_\alpha = (p_\alpha - 4)\left(28 - \frac{1}{2} p_\alpha\right)$$

$$\frac{\partial \pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 0 \Rightarrow p_\alpha = 30 \Rightarrow \begin{cases} p_\beta = 45 \\ q = 13 \end{cases}$$

$\pi_\alpha = 338$ $\pi_\beta = 169$

(b) CASO di STRUTTURA INTEGRATA

$$\pi_{INT} = pq - C_{INT}\, q = p(58-p) - 6(58-p)$$

$$C_{INT} = C_\alpha + C_\beta = c + c_\beta = 4+2=6$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 \Rightarrow \begin{cases} p_{INT} = 32 \\ q_{INT} = 26 \\ \pi_{INT} = 676 \end{cases}$$

Situazione più efficiente

(c) SE α IMPONE DELLE RESTRIZIONI VERTICALI A β

- • QUANTITÀ IMPOSTA: α impone a β $p = p_{INT} = 32$ e si appropria quindi della totalità del profitto π_{INT}

- • PREZZO IMPOSTO: α impone a β $q = q_{INT} = 26$ e si appropria quindi della totalità del profitto π_{INT}

Come va deciso p_α, in caso di prezzo imposto?
va deciso in modo tale che $\pi_\beta = 0$
nel nostro caso

$$\pi_\beta = (p_\beta - p_\alpha - 2)\underbrace{(58 - p_\beta)}_{26}$$

prezzo imposto : $p_\beta = p_{int}$

$p_{int} - p_\alpha - 2 = 0$ — Impongo a zero il profitto di β

$p_\alpha = 32 - 2 = 30$

$\pi_\beta = 0 \qquad \pi_\alpha = (p_\alpha - 4) \cdot q_{int} = 26 \times 26$

$\pi_\alpha = 26 \times 26 = 676 = \pi_{int}$

d NEL CASO DI TARIFFE IN DUE PARTI : <u>FRANCHISING</u>

elimina il problema della doppia marginalizzazione, facendo in modo che β decida il prezzo "OTTIMO"

$p_\alpha = c = 4$

$\pi_\beta = (p_\beta - \overset{4 \,=\, c}{p_\alpha} - 2)(58 - p_\beta) - \underbrace{F}_{\text{TASSA DI FRANCHISING}}$

α decide F a seconda delle alternative di cui dispone β

Se $\pi_\beta^{alt} = 0$, α può imporre:

$F = \pi_{int}$

NOTA: non influisce nel calcolo di p_β^*

$\pi_\beta = \pi_{int} - F = 0$

$\pi_\alpha = \pi_{int} = 676$

se invece $\pi_\beta^{alt} = K$

α può imporre $F = \pi_{int} - K$

(e) $\pi_\beta^{alt} = 100 \quad f = \pi_{int} - \pi_\beta^{alt} = 576$

$T(q) = f + p_\alpha\, q \quad \text{con } p_\alpha = c = 4$

$\hookrightarrow T(q) = f + 4q$

(f) si ipotizzi che α valuta la possibilita' di rivendere il bene che produce in proprio

sia $C_{int} = \underbrace{(6+K)}\, q$

COSTO UNITARIO DELLA STRUTTURA INTEGRATA

INCREMENTO DI COSTO UNITARIO

Determinare i valori di K in corrispondenza dei quali e' consentito per α vendere in proprio i beni che produce.

da (e) abbiamo che $\pi_\alpha = 576$

per quali k il profitto di α nella nuova situazione e' maggiore di 576?

$$\pi_\alpha^{(2)} = p_\alpha \cdot q - C_{int} = p_\alpha\, q - (6+K)\, q$$

$$\frac{\partial \pi^{(2)}}{\partial p_\alpha} = 0 \Rightarrow \quad p_\alpha = 32 + \tfrac{1}{2}K$$
$$q_\alpha = 26 - \tfrac{1}{2}K$$

$$\pi_\alpha = \left(32 + \tfrac{1}{2}K - 6 - K\right)\left(26 - \tfrac{1}{2}K\right) = \left(26 - \tfrac{1}{2}K\right)^2 =$$

$$= 676 + \tfrac{1}{4}K^2 - 26K$$

$$\frac{1}{4}k^2 - 26k + 676 > 576$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{4}k^2 - 26k + 100 > 0 \rightsquigarrow k = \begin{cases} 4 \\ 100 \end{cases}$$

Risolvere la disequazione di II grado

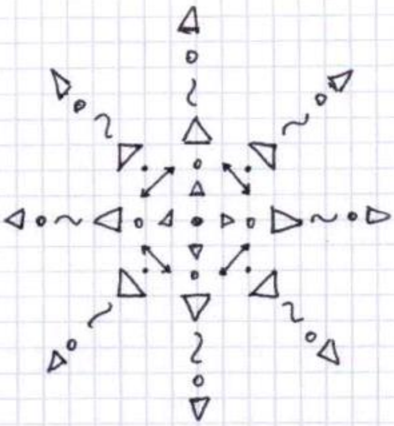
Soluzioni $\begin{cases} k < 4 & \text{OK} \leftarrow \\ k > 100 & \text{NO} \end{cases}$

$\downarrow$

infatti $q^* = 26 - \frac{1}{2}k =$

$= 26 - 50 < 0$

non posso produrre quantità negative

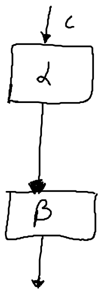


Esercizio 20

lunedì 11 gennaio 2021 21:48

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q = 58 - p_\beta$, dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa β.
Sia $C_\alpha = 4q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β.
Determinare:
a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.
Si ipotizzi che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β.
Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga all'impresa β il prezzo di vendita "finale" p_β.
c) Determinare i prezzi p_α e p_β che permettono all'impresa α di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.
Si ipotizzi ora che l'impresa α, invece di imporre il prezzo di vendita "finale" p_β , imponga una tariffa in due parti all'impresa β.
d) Determinare la tariffa in due parti.
Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.
e) Individuare la ripartizione del rischio fra le imprese e motivare la risposta.
Si consideri nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che la funzione di costo totale della struttura integrata sia pari a $C_{int} = (6 + k)q$ (in altri termini, la "fusione verticale" fra le due imprese implica un incremento di costo unitario pari a k).
Determinare:
f) i valori di k in corrispondenza dei quali il "prezzo finale" nella struttura integrata è minore del "prezzo finale" nella struttura non integrata;
g) i valori di k in corrispondenza dei quali l'integrazione verticale risulta profittevole (e cioè il profitto della struttura integrata è maggiore della somma dei profitti conseguiti dalle due imprese nel caso di struttura non integrata).

SOLUZIONE



$C_\alpha = 4q$

$C_\beta = (p_\alpha + 2)q$

$q = 58 - p_\beta$

Dalla funzione di costo totale C_α, otteniamo che il costo unitario c dell'impresa α è uguale al CMG ed è uguale a 4. $c = 4$

Inizio calcolando il profitto dell'impresa a valle:

$$\pi_\beta = (p_\beta - p_\alpha - 2)(58 - p_\beta) = 58p_\beta - p_\beta^2 - 58p_\alpha + p_\alpha p_\beta - 116 + 2p_\beta$$

$$= -p_\beta^2 + 60p_\beta + p_\alpha p_\beta - 58p_\alpha - 116$$

$$\max_{p_\beta} \pi_\beta = \frac{\partial \pi_\beta}{\partial p_\beta} = -2p_\beta + 60 + p_\alpha = 0$$

$$\Downarrow$$

$$p_\beta = 30 + \frac{1}{2} p_\alpha$$

$\Downarrow$

$$q = 58 - p_\beta = 58 - 30 - \frac{1}{2} p_\alpha = 28 - \frac{1}{2} p_\alpha$$

Per individuare p_α, calcolo il profitto dell'impresa a monte

$$\pi_\alpha = (p_\alpha - 4)\left(28 - \frac{1}{2} p_\alpha\right) = 28 p_\alpha - \frac{1}{2} p_\alpha^2 - 112 + 2 p_\alpha =$$

$$= -\frac{1}{2} p_\alpha^2 + 30 p_\alpha - 112$$

$$\max_{p_\alpha} \pi_\alpha = \frac{\partial \pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = -p_\alpha + 30 = 0$$

$p_\alpha = 30$

$\Downarrow$

$$q = 28 - \frac{1}{2} p_\alpha = 28 - 15 = 13$$

$$p_\beta = 30 + \frac{1}{2} 30 = 45$$

a questo punto possiamo individuare i due profitti:

$$\pi_\alpha = (30 - 4) \cdot 13 = 338$$

$$\pi_\beta = (45 - 30 - 2) \cdot 13 = 169$$

Profitti nel caso di profitti indipendenti attraverso la doppia marginalizzazione.

---

b) Data la struttura integrata, avremo un unica impresa, con un unico prezzo, ottenendo un singolo profitto.

Iniziamo individuando il costo della struttura integrata data da:

$$C_{int} = (4 + 2) q = 6q$$

$\Downarrow$

$$\pi_{int} = (p - 6)(58 - p) = 58p - p^2 - 348 + 6p = -p^2 + 64p - 348$$

$$\max_{p_{int}} \pi_{int} = \frac{\partial \pi_{int}}{\partial p_{int}} = -2p + 64 = 0$$

$\Downarrow$

$p_{int} = 32$

$\Downarrow$

$$q_{int} = 58 - 32 = 26$$

$\Downarrow$

$\pi_{int} = (32 - 6) \cdot 26 = 676$

$p_{int} < p_\beta$

$q_{int} > q$

$\pi_{int} > \pi_\alpha + \pi_\beta = 507$

Come ci si aspettava il prezzo dell'integrata è inferiore al prezzo dell'impresa β, mentre il profitto dell'integrata è maggiore rispetto alla somma dei profitti delle due impresa α e β.

c) <u>SOLUZIONE</u> (Restrizione prezzo imposto)

$\overline{p_\beta} = p_{int} = 32$

Siccome $q = 26$, il massimo p_α lo avrò quando i profitti di β sono uguali a zero:

$\pi_\beta = (\overline{p_\beta} - p_\alpha - 2) \cdot q = (32 - p_\alpha - 2) \cdot 28 = 0$

$\Downarrow$

$p_\alpha = 30$

$\Downarrow$

$\pi_\alpha = (30 - 4) \cdot q = 26 \cdot 26 = 676 = \pi_{int}$

d) Determinare la tariffa in due parti.

<u>SOLUZIONE</u>

$T(q) = F + p_\alpha q$

Impongo $F = \pi_\beta$ in modo che β non abbia profitti

$\pi_\beta = (p_\beta - p_\alpha - 2) \cdot q - F = 0$

Per fare ciò α vende a prezzo di costo, dunque $p_\alpha = 4$

$T(q) = \overset{F}{\overset{\shortparallel}{\pi_{int}}} + 4q = 676 + 4q$

$\pi_\beta = (p_{int} - p_\alpha - 2) \cdot q_{int} - F = (32 - 4 - 2) \cdot 26 - 676 = 0$

e) SOLUZIONE

Siccome non ho un valore atteso deterministico, ipotizzo comunque che F sia pari al profitto della struttura integrata, dunque con una tariffa in due parti pari a:

$$T(q) = F + p_\alpha q = 676 + 4q$$

In generale:

$$\pi_\alpha = (p_\alpha - c)\, q + F = (4-4)\, q + F$$

Ciò vuol dire che ad α della quantità venduta sul mercato non importa più, dato che il suo profitto è dato da F.
Dunque l'incertezza sulla quantità venduta, per l'impresa α è irrilevante e non corre nessun rischio poiché incasserà sempre 676 dall'impresa β.
L'impresa a valle β invece dovrà dare in ogni caso 676 ad α, quindi è lei che ha il pieno rischio dell'incertezza della domanda.

SOLUZIONE

f) $\pi_{int} = (p - 6 - K)(58 - p) = 58p - p^2 - 348 + 6p - 58K + Kp$
$= -p^2 + (64+K)p - 348 - 58K$

$$\max_{p_{int}} \pi_{int} = \frac{\partial \pi_{int}}{\partial p_{int}} = -2p + 64 + K = 0$$

$$p_{int} = 32 + \frac{1}{2}K$$

$\Downarrow$

$$q_{int} = 58 - 32 - \frac{1}{2}K = 26 - \frac{1}{2}K$$

$$\pi_{int} = \left(32 + \frac{1}{2}K - 6 - K\right) \cdot \left(26 - \frac{1}{2}K\right) =$$

$$= \left(26 - \frac{1}{2}K\right)^2 = 676 + \frac{1}{4}K^2 - 26K$$

$p_{int} < p_\beta$

$32 + \frac{1}{2}K < 45 \Rightarrow K < 26$ il prezzo della struttura

$p_{int} < p_\beta$

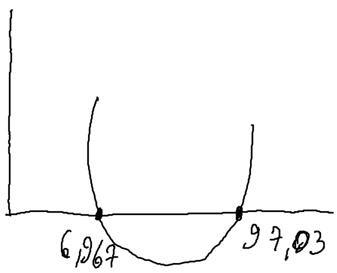
$32 + \frac{1}{2}K < 45 \Rightarrow K < 26$ il prezzo della struttura integrata è minore

g) $\pi_{int} > \pi_\alpha + \pi_\beta$

$676 + \frac{1}{4}K^2 - 26K > 338 + 169$

$\Downarrow$

$K \begin{cases} 6{,}967 \\ 97{,}03 \end{cases}$



Dovrò scartare 97,03 poiché mi porterebbe a una quantità negativa, dunque l'integrazione verticale risulta profittevole se $K < 6{,}967$

Esercizio 21

lunedì 11 gennaio 2021 22:00

Si consideri un'industria con due sole imprese, impresa 1 e impresa 2, che producono un bene omogeneo.
Sia $p = 22 - (q_1 + q_2)$ la curva di domanda inversa, dove p indica il prezzo del bene, mentre q_1 e q_2 indicano le quantità del bene prodotte, rispettivamente, dalle imprese 1 e 2.
Siano inoltre $C_1 = 4q_1$ e $C_2 = 6q_2$ le funzioni di costo totale delle due imprese. Ciascuna impresa può scegliere se produrre una quantità pari a 3, a 6 oppure a 9. Le imprese decidono simultaneamente e non cooperativamente i livelli di output. Ciascuna impresa conosce la curva di domanda, la funzione di costo propria e dell'impresa rivale, il timing del gioco.
Si determini:
a) il prezzo di equilibrio;
b) i livelli di output prodotti dalle imprese;
c) i profitti conseguiti dalle imprese.
Si assuma ora che l'impresa 1 decida per prima il livello di output e che l'impresa 2 decida successivamente il livello di output, conoscendo la decisione presa dalla rivale.
Si determini:
d) il prezzo di equilibrio;
e) i livelli di output prodotti dalle imprese;
f) i profitti conseguiti dalle imprese.
g) Si risolvano i punti a, b, c, d, e, f assumendo che le imprese possano scegliere di produrre un qualsiasi livello di output.

	3	6	9
3	36, 30	27, 42	18, 36
6	54, 21	36, 24	18, 9
9	54, 12	27, 6	0, -18

impresa 2
impresa 1

PAY-OFF

$\pi_1 = (p - c_1)\, q_1 = (p-4)\, q_1$

$\pi_2 = (p - c_2)\, q_2 = (p-6)\, q_2$

Devo trovare i prezzi in corrispondenza di ciascuna quantità

$\boxed{q_1 = 3\ ;\ q_2 = 3}$

$p = 22 - 6 = 16$

$\pi_1 = (16-4) \cdot 3 = 36$

$\pi_2 = (16-6) \cdot 3 = 30$

svolgere così per ogni combinazione da riportare nella tabella

Devo cercare l'equilibrio di Nash sulla tabella.

Se 1 sceglie $q_1 = 3 \Rightarrow q_2 = 6$

Se 1 sceglie $q_1 = 6 \Rightarrow q_2 = 6$

Se 1 sceglie $q_1 = 9 \Rightarrow q_2 = 3$

Se 2 sceglie $q_2 = 3 \Rightarrow q_1 = 6$ oppure $q_1 = 9$

Se 2 sceglie $q_2 = 3 \Rightarrow q_1 = 6$ oppure $q_1 = 9$

Se 2 sceglie $q_2 = 6 \Rightarrow q_1 = 6$

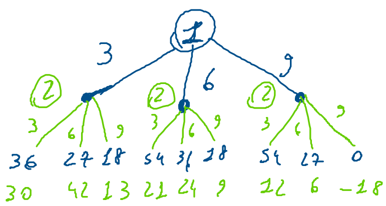
Se 2 sceglie $q_2 = 9 \Rightarrow q_1 = 3$ oppure $q_1 = 6$

Esisto due equilibri di Nash, uno con $q_1 = 6$ e $q_2 = 6$, e il secondo con $q_1 = 9$ e $q_2 = 3$

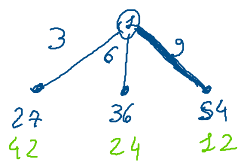
OSSERVAZIONE

Per l'impresa 1 scegliere 6 o 9 è indifferente poiché consegue un pay off maggiore o uguale all'altro, in questo caso uguale.

Ma sceglierà 6 poiché nel caso l'impresa 2 sceglie 6, avrà un payoff di 36, invece che 27 nel caso scegliesse 9



Stessi payoff di prima, ma struttura ad albero



l'impresa 1 sceglierà 9 poiché gli dà il payoff maggiore, mentre l'impresa 2 sceglierà 3.

$p = 22 - 9 - 3 = 10$

$q_1 = 9$

$q_2 = 3$

$\pi_1 = 54$

$\pi_2 = 12$

b) Caso classico

$p = 22 - (q_1 + q_2)$; $C_1 = 4 q_1$; $C_2 = 6 q_2$

$\pi_1 = (22 - q_1 - q_2)\, q_1 - 4 q_1$

$\pi_2 = (22 - q_1 - q_2)\, q_2 - 6 q_2$

Per risolvere devo massimizzare simultaneamente i due profitti:

Per risolvere devo massimizzare simultaneamente i due profitti:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0$$

Ottenendo:

$$q_1 = R_1(q_2)$$

$$q_2 = R_2(q_1)$$

Queste risposte replicano concettualmente quanto visto con la matrice

Svolgendo i calcoli:

$$q_1 = 9 - \frac{1}{2} q_2$$

$$q_2 = 8 - \frac{1}{2} q_1$$

Da cui:

$$q_1^* = \frac{20}{3}$$

$$q_2^* = \frac{14}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$p^* = 22 - \frac{20}{3} - \frac{14}{3} = \frac{32}{3}$$

$$\pi_1^* = \left(\frac{32}{3} - 4\right) \frac{20}{3} = \frac{400}{9} = 44,44$$

equilibrio di Cournot

$$\pi_2^* = \left(\frac{32}{3} - 6\right) \frac{14}{3} = \frac{196}{9} = 21,78$$

Con Stackelberg mi devo aspettare che l'impresa 1 aumenti ancora il vantaggio.

$$\max_{q_1} \pi_1^L = (22 - q_1 - q_2) q_1 - 4 q_1 = (22 - q_1 - 8 + \frac{1}{2} q_1) q_1 - 4 q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1^L}{\partial q_1} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$q_1^L = 10 \Rightarrow q_2^F =$$

$$p^S = 22 - 10 - 3 = 9$$

$$\pi_1^L = (9 - 4) 10 = 50$$

$$\pi_1^L = (9-4)\,10 = 50$$

$$\pi_2^F = (9-6)\,3 = 9$$

Altri Esercizi

martedì 12 gennaio 2021 11:00

Un'impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $q = 2\sqrt{x1}\,\sqrt{x2 - 2}$, dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego dei fattori produttivi 1 e 2.

a) Determinare la combinazione ottima di fattori quando il livello di produzione viene fissato pari a 40 e i prezzi di entrambi i fattori sono pari a 4.

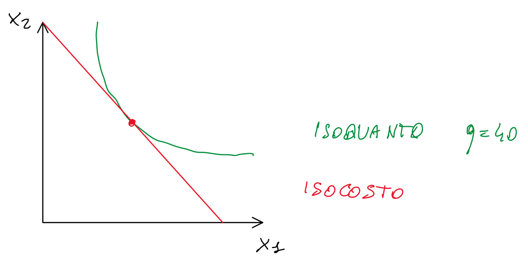
b) Si assuma ora che l'impresa sia libera di scegliere il livello di produzione q, ma sia vincolata ad un livello di impiego del fattore 2 pari a x2=6 (i prezzi di entrambi i fattori sono ancora pari a 4). (Determinare il livello di impiego ottimale del fattore 1 in funzione del prezzo dell'output p).

a) $\bar{q} = 40$; $w_1 = w_2 = 4$; (x_1^*, x_2^*) ?

Prendo l'isoquanto corrispondente a $\bar{q} = 40$

$\frac{w_1}{w_2} = 1$

$\Downarrow$



Siccome $SMST = -\frac{PMG_1}{PMG_2} = -\frac{w_1}{w_2}$

Mi vado a trovare PMG_1

$$PMG_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\sqrt{x_2 - 2}}{\sqrt{x_1}}$$

$$PMG_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2 - 2}}$$

$\Downarrow$

$$SMST = -\frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}} \cdot \frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}} = -\frac{x_2-2}{x_1}$$

Mi interessa un unico punto, ovvero quello dato da $\frac{w_1}{w_2}$ che è uguale ad 1

$$\frac{x_2 - 2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} = 1$$

$$x_2 - 2 = x_1$$

Riscrivendo q come

$q = 2\sqrt{x_1}\,\sqrt{x_1} = 40$ * imposto dal problema

$40 = 2x_1 \Rightarrow x_1 = 20$

$x_2 = x_1 + 2 = 22$

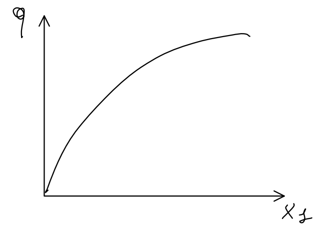
$$\boxed{(x_1^*, x_2^*) = (20, 22)}$$

b) $q \neq 40$, $x_2 = 6$, $w_1 = w_2 = 4$; $x_1^* = ?$ in funzione di p

Ho come funzione obiettivo quella di massimizzare il profitto

$q = 2\sqrt{x_1}\,\sqrt{6-2} = 4\sqrt{x_1}$

funzione decrescente



funzione decrescente

$p \cdot PMG_1 = w_1$

$PMG_1 = \frac{2}{\sqrt{x_1}}$

$\frac{2p}{\sqrt{x_1}} = 4$

$\sqrt{x_1} = \frac{p}{2}$

$\boxed{x_1^* = \frac{p^2}{4}}$

Se non ricordo che $p \cdot PMG_1 = w_1$:

$\pi = RICAVI - COSTI = p \cdot q - w_1 x_1 - w_2 x_2$

$= \underbrace{p \cdot 4\sqrt{x_1}}_{RICAVI} \underbrace{- 4x_1 - 24}_{COSTI}$ ← è irrilevante per il calcolo finale perché x_2 è già fissato

$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \cdot \frac{2}{\sqrt{x_1}} - 4 = 0 \Rightarrow x_1^* = \frac{p^2}{4}$

ESEMPIO

$C = \underbrace{q^3 - 4q^2 + 10q}_{\text{costo variabile}} + \underbrace{150}_{\text{costo fisso}}$

$CME = \frac{C}{q} = \underbrace{q^2 - 4q + 10}_{CVME} + \underbrace{\frac{150}{q}}_{CFME}$ ← tende a diminuire con l'aumentare di q

$CMG = \frac{dC}{dq} = 3q^2 - 8q + 10$ ← variazione di costo generata da una variazione marginale dell'output

Verifico che il costo marginale passa per i punti di minimo del CME e del CVME

$d\,CVME = 2q - 4$

Se la eguaglio a zero per vedere il punto di minimo del CVME ottengo:

$2q - 4 = 0 \Rightarrow q = 2$

$\Downarrow$

$CVME = q^2 - 4q + 10 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 10 = 6$

$CMG = 3 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 10 = 6$

CMG e CVME sono uguali nel punto di minimo

$\frac{d\,CME}{dq} = 2q - 4 - \frac{150}{q^2}$

RIPRESO ALLA LEZIONE DEL 26 OTTOBRE

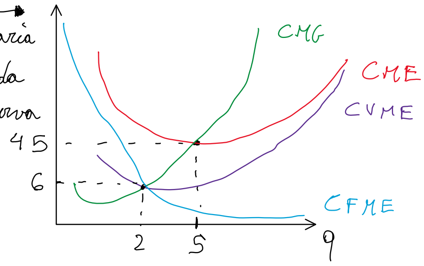
dq $\qquad q^2$

che eguagliato a zero mi da $q = 5$

Con $q = 5 \Rightarrow CME = q^2 - 4q + 10 + \frac{150}{q} = 25 - 20 + 10 + 30 = 45$

$\Rightarrow CMG = 3q^2 - 8q + 10 = 75 - 40 + 10 = 45$

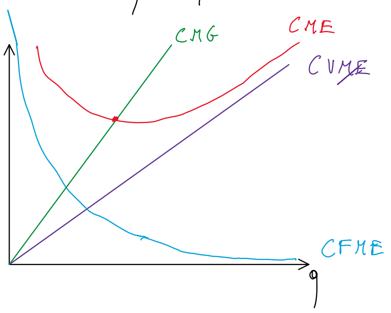
Valore varia seconda a curva



Più in generale con $C = F + q^2$

$CMG = 2q \qquad CFME = \frac{F}{q}$

$CME = \frac{F}{q} + q \qquad CVME = q$



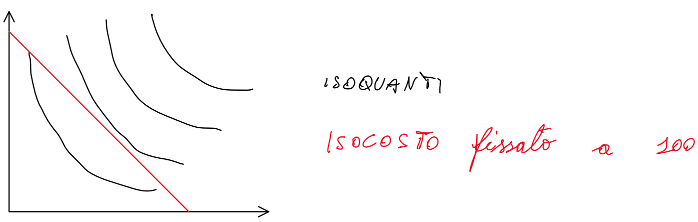
ESERCIZIO

funzione di produzione $q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$ di tipo COBB-DOUGLAS $(x_1^{\alpha} x_2^{\beta})$

a) Individuare la combinazione ottima di input se il costo viene fissato pari a 100.

SOLUZIONE:

O imposto il problema come massimo vincolato che dà luogo a isoquanti convessi dove però sono vincolato all'isocosto uguale a 100.



$\Downarrow$

OBIETTIVO: $MAX \left[x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} \right]$

VINCOLO: $100 = W_1 X_1 + W_2 X_2$

$SMTS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{PMG_1}{PMG_2} = -\frac{W_1}{W_2}$

$PMG_1 = \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_2^{\frac{1}{2}} x_1^{-\frac{1}{2}}$

$PMG_2 = \frac{\partial q}{\partial x_2} = \frac{1}{2} x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{2}}$

$\Downarrow$

$$\frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{1}{\cancel{2}}\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} \cdot \frac{\cancel{2}\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$\begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = \frac{W_1}{W_2} \\ 100 = W_1 x_1 + W_2 x_2 \end{cases}$$

$\frac{x_2}{x_1} = \frac{W_1}{W_2}$ mi indica che ci deve essere tangenza tra isoquanto e isocosto

$100 = W_1 x_1 + W_2 x_2$ mi indica l'isocosto su cui sono fissato.

Risolvendo per sostituzione:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} \cdot x_1 \\ 100 = W_1 x_1 + \cancel{W_2} \frac{W_1}{\cancel{W_2}} x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} \cdot x_1 \\ 100 = 2 W_1 x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{\cancel{W_1}}{W_2} \cdot \frac{50}{\cancel{W_1}} \\ x_1 = \frac{50}{W_1} \end{cases} \quad \begin{cases} \boxed{x_2^* = \frac{50}{W_2}} \\ \boxed{x_1^* = \frac{50}{W_1}} \end{cases}$$

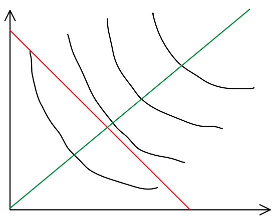
Individuare il sentiero di espansione della produzione

SOLUZIONE

Il sentiero di espansione della produzione è quel sentiero che idealmente unisce tutti i punti che rappresentano le combinazioni ottimali di input che corrispondono a ogni livello di output possibile.

$\frac{x_2}{x_1} = \frac{W_1}{W_2}$ mi dà già la soluzione poiché la pendenza dell'isoquanto (il rapporto tra le produttività marginali) è $\frac{x_2}{x_1} = \frac{W_1}{W_2}$

$\Rightarrow x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1$ che mi rappresenta una semiretta che esce dall'origine



SENTIERO DI ESPANSIONE DELLA PRODUZIONE

Dunque muovendoci sulla semiretta, ci muoviamo lungo il sentiero di espansione della produzione

Individuare le funzioni di costo totale, medio e marginale di lungo periodo

FUNZIONE DI COSTO TOTALE:

Mi metto lungo il sentiero di espansione della produzione e a seconda degli isoquanti abbiamo diversi livelli di output

Prendo le quantità di input associate ad un dato isoquanto e le moltiplico per i prezzi ottenendo il costo. Dunque metto a sistema

$$\begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1 \\ q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Risolviamo per sostituzione:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1 \\ q = \sqrt{x_1} \sqrt{\frac{W_1}{W_2} x_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1 \\ q = \sqrt{x_1 \cdot \frac{W_1}{W_2} x_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1 \\ q = x_1 \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{W_1}{W_2} x_1 \\ q^2 = x_1^2 \frac{W_1}{W_2} \end{cases}$$

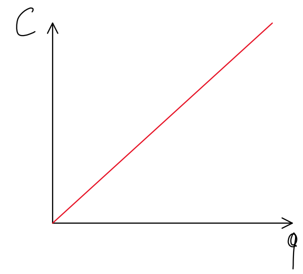
$$\begin{cases} x_1 = q \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} = q \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ x_2 = \frac{W_1}{W_2} \cdot q \cdot \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = q \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} = q \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ x_2 = q \sqrt{\frac{\cancel{W_2}}{\cancel{W_1}} \cdot \frac{W_1^{\cancel{2}}}{W_2^{\cancel{2}}}} = q \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = q \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad \begin{cases} \boxed{x_1 = q \sqrt{\frac{W_2}{W_1}}} \\ \boxed{x_2 = q \sqrt{\frac{W_1}{W_2}}} \end{cases}$$

$\left| x_2 = \frac{w_1}{w_2} \cdot q \cdot \sqrt{\frac{w_2}{w_1}} \right.$ $\left| x_2 = q \sqrt{\frac{w_1^2}{w_2^2} \cdot \frac{w_2}{w_1}} = q\sqrt{\frac{w_1}{w_2}} = q\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{2}} \right.$ $\left| \boxed{x_2 = q\sqrt{\frac{w_1}{w_2}}} \right.$

livelli ottimali di x_1, x_2 in funzione di q con i prezzi dati

$$C = w_1 x_1 + w_2 x_2 = w_1 \cdot q \sqrt{\frac{w_2}{w_1}} + w_2 \cdot q \sqrt{\frac{w_1}{w_2}} = q\sqrt{w_2 w_1} + q\sqrt{w_2 w_1} = \boxed{2q\sqrt{w_1 w_2}}$$

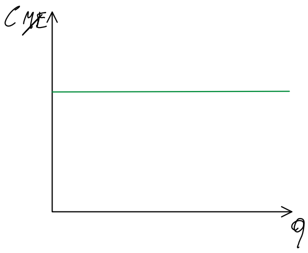
abbiamo dunque una funzione di costo totale lineare



funzione di costo lineare

$$C = 2q\sqrt{w_1 w_2}$$

$$\boxed{CME = \frac{C}{q} = \frac{2q\sqrt{w_1 w_2}}{q} = 2\sqrt{w_1 w_2}}$$ costo medio costante indipendente da q



CME

$$\boxed{CMG = dC = 2\sqrt{w_1 w_2}}$$ uguale al CME

d cosa succede se moltiplico la funzione q per uno scalare t:

$\sqrt{t x_1} \cdot \sqrt{t x_2} = t\sqrt{x_1}\sqrt{x_2} = t \cdot q$ per $t > 1$ ho rendimenti di scala costanti

ESERCIZIO

Stessa funzione di produzione $q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$ con $x_1 = 4$ fissato

ci troviamo nel breve periodo

a) trovare le funzioni di costo totale, medio e marginale di breve periodo

SOLUZIONE:

$q = 2\sqrt{x_2}$ con $x_1 = 4$

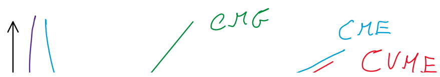
$\Downarrow$

$$x_2 = \frac{q^2}{4}$$

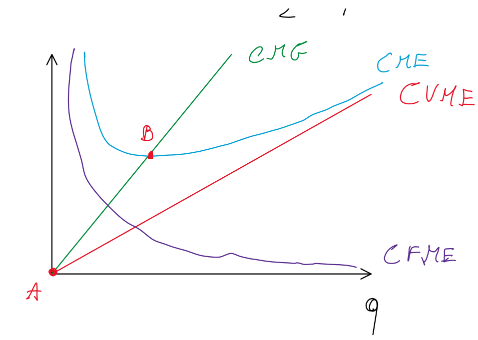
$$C(q) = F + c(q) = \underbrace{4 \cdot w_1}_{\text{costo fisso}} + \underbrace{q^2 \frac{w_2}{4}}_{\text{costo variabile}}$$ funzione quadratica

$$CME_B(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{F}{q} + \frac{c(q)}{q} = \underbrace{\frac{4w_1}{q}}_{CFME} + \underbrace{\frac{w_2 q}{4}}_{CVME}$$

$$CMG_B = dC(q) = \frac{w_2}{2} q$$



CMG ha pendenza doppia rispetto al CVME



CMG ha pendenza doppia rispetto al CVME

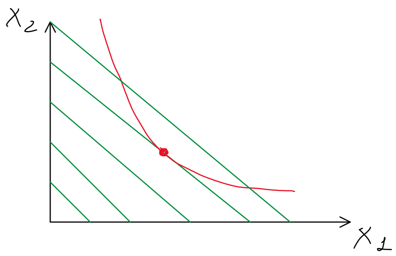
ESERCIZIO

$q = x_1 \, x_2^{\frac{1}{2}}$ somma degli esponenti maggiore di 1

a) Qual'è la quantità ottima di input se voglio produrre una quantità di output $q = 2000$

OBIETTIVO: $\min \; w_1 x_1 + w_2 x_2$

VINCOLO: $x_1 x_2^{\frac{1}{2}} = 2000$



ISOQUANTO $q = 2000$

RETTE DI ISOCOSTO

$$\begin{cases} SMTS = -\dfrac{PMG_1}{PMG_2} = -\dfrac{w_1}{w_2} \\ x_1 \, x_2^{\frac{1}{2}} = 2000 \end{cases}$$

$$PMG_1 = \frac{\partial q}{\partial x_1} = x_2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x_2}$$

$$PMG_2 = \frac{\partial q}{\partial x_2} = \frac{1}{2} x_1 \, x_2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{x_1}{\sqrt{x_2}}$$

$\Downarrow$

$$SMTS = -\frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{2\sqrt{x_2}\sqrt{x_2}}{x_1} = -2\frac{x_2}{x_1}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2x_2}{x_1} = \dfrac{w_1}{w_2} \\ x_1 \sqrt{x_2} = 2000 \end{cases}$$

Risolvo per sostituzione:

$$\begin{cases} \dfrac{2x_2}{2000}\sqrt{x_2} = \dfrac{w_1}{w_2} \\ x_1 = \dfrac{2000}{\sqrt{x_2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x_2 \sqrt{x_2}}{1000} = \dfrac{w_1}{w_2} \\ x_1 = \dfrac{2000}{\sqrt{x_2}} \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x_2^3}}{1000} = \dfrac{w_1}{w_2} \\ x_1 = \dfrac{2000}{\sqrt{x_2}} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2^3 = \dfrac{w_1^2}{w_2^2} \cdot 1000^2 \\ x_1 = \dfrac{2000}{\sqrt{x_2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2 = \sqrt[3]{\frac{W_1^2}{W_2^2} \cdot 1000^2} = 100 \sqrt[3]{\frac{W_1^2}{W_2^2}} \\ X_1 = \frac{2000}{\sqrt{100} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[3]{\frac{W_1^2}{W_2^2}}}} = \frac{200}{\sqrt[6]{\frac{W_1^2}{W_2^2}}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} X_1 = 200 \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\frac{1}{3}} \\ X_2 = 100 \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^{\frac{2}{3}} \end{array}}$$

Se ipotizziamo $W_1 = 16$; $W_2 = 1$

Cerco la funzione di costo e metto a sistema

$$\begin{cases} \frac{2X_2}{X_1} = \frac{W_1}{W_2} = 16 \\ q = x_1 \ x_2^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Risolvo il sistema

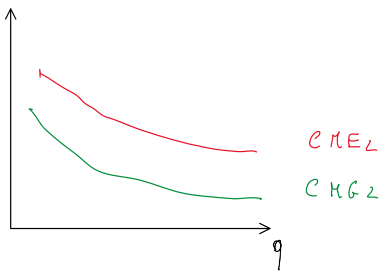
$$\begin{cases} 2X_2 = 16 X_1 \\ q = X_1 \sqrt{X_2} \end{cases} \quad \begin{cases} X_2 = 8X_1 \\ q = X_1 \sqrt{8X_1} \end{cases} \quad \begin{cases} X_2 = 8X_1 \\ q = 2X_1 \sqrt{2X_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_2 = 8X_1 \\ q^2 = 4X_1^2 \cdot 2X_1 \end{cases} \quad \begin{cases} X_2 = 8X_1 \\ q^2 = 8X_1^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{8}} = \frac{\sqrt[3]{q^2}}{2} \\ X_2 = 4\sqrt[3]{q^2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} X_1 = \frac{1}{2} \ q^{2/3} \\ X_2 = 4 \ q^{2/3} \end{array}}$$

$$C_L(q) = W_1 X_1 + W_2 X_2 = 8 q^{2/3} + 4 q^{2/3} = 12 q^{2/3}$$

$$CME_L = \frac{C_L(q)}{q} = \frac{12 q^{2/3}}{q} = \frac{12}{q^{\frac{1}{3}}}$$

$$CMG_L = d\,C_L(q) = \frac{2}{3} \cdot 12 \ q^{-\frac{1}{3}} = \frac{8}{q^{\frac{1}{3}}}$$



CME_L e CMG_L sono decrescenti

ECONOMIE DI SCALA nonostante i prezzi siano fissati (il costo medio diminuisce all'aumentare dell'output)
Il fatto che il costo medio diminuisce è dato dal fatto che i rendimenti di scala sono crescenti.

ESERCIZIO

Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione (di tipo COBB-DOUGLAS):

$$q = x_1^{1/2} \ x_2^{1/2}$$

Supponiamo di essere nel breve periodo con fissato $\overline{x_1} =$

a) Determinare il livello di output che l'impresa produce

b) Qual è il punto di chiusura?

RISPOSTA

a) $\pi = \bar{p} \cdot q - \bar{w}_1 \cdot 4 - \bar{w}_2 X_2$ devo massimizzare il profitto

$q = 2 \cdot x_2^{\frac{1}{2}}$ dato $x_1 = 4$

$\Downarrow$

$X_2 = \frac{q^2}{4}$

$\Downarrow$

$\pi = p \cdot q - 4w_1 - \frac{q^2}{4} w_2 = R(q) - F - CV(q)$

Devo massimizzare il profitto rispetto a q, quindi mi cal il max facendo la derivata.

$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p - \frac{1}{2} w_2 q = 0$

ovvero che il ricavo marginale (poiché in PRICE TAKER $RMG = p$) meno il costo marginale (derivata del costo variabile, che è anche uguale al costo totale poiché costo fisso è ininfluente sulla determinazione del costo marginale) è uguale a zero

$RMG - CMG = 0$

$\Downarrow$

$p - \frac{1}{2} w_2 q = 0$

$\boxed{q = \frac{2}{w_2} p}$

Questa è anche la funzione di offerta dell'impresa (ho il costo marginale eguagliato al prezzo p) $q = s(p)$

Per verificare che è il massimo faccio la derivata seconda: $-\frac{1}{2} w_2 < 0$ quindi è verificato essendo negativo

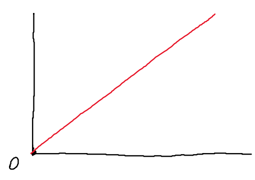
b) Per individuare il punto di chiusura devo prendere la curva del costo variabile medio e trovarne il minimo

$C(q) = F + cv(q) = 4w_1 + \frac{w_2}{4} q^2$

$CVME = \frac{CV(q)}{q} = \frac{\frac{w_2}{4} q^2}{q} = \frac{w_2}{4} q$

$CVME_{MIN} = \emptyset$ quando $q = 0$

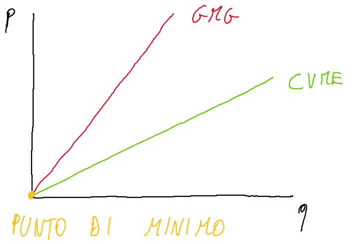
Ciò vuol dire che il punto di chiusura è uguale a zero cioè se il prezzo è maggiore di zero, l'impresa resta sul mercato.



c) Determinare la funzione di offerta

Se $CMG > CVME_{min}$ allora questo mi determina la funz di offerta di offerta

$CMG = \frac{W_2}{2} q = p$



Quindi la funzione di offerta corrisponde a tutto il costo marginale

PROSEGUO MINUTO 1:02:30

Qual è il livello ottimale di x_2?

$q = 2 x_2^{\frac{1}{2}}$

sostituisco a q, vale anche se dovessi trovare x_1, in base a quale livello ottimale sto cercando

$\max \pi(x_2)$

$$\pi = p \cdot q - \left[4 W_1 + \frac{W_2}{4} q^2\right] = p \cdot 2x_2^{\frac{1}{2}} - \left[4W_1 + W_2 \frac{4x_2}{4}\right]$$

per massimizzare:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p \cdot x_2^{-\frac{1}{2}} - W_2 = 0$$

$p \cdot PMG_2 = W_2$

$$\frac{p}{\sqrt{x_2}} = W_2$$

$$\boxed{x_2 = \left(\frac{p}{W_2}\right)^2}$$

Supponiamo $p = 5$; $W_2 = 1$; $W_1 = 2$ Qual è il surplus del produttore?

RT - CV = surplus

$CVME = \frac{W_2}{4} q = \frac{1}{4} q$

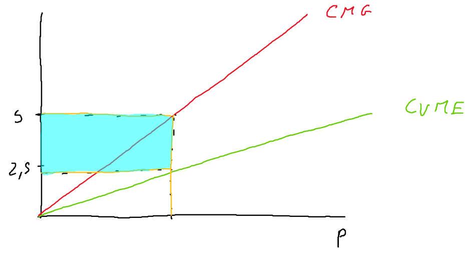
$CMG = \frac{W_2}{2} q = \frac{1}{2} q$

$q^* = \frac{2p}{W_2} = 10$

$S(p) = \text{surplus} = RT - CV = p^* \cdot q^* - CV = 5 \cdot 10 - 1 \cdot \frac{100}{4} = 50 - 25 = 25$

$CVME = 2,5$

$CMG = 5$



ESEMPIO

Domanda ed offerta aggregata espresse in funzione del prezzo

$Q_D = 2400 - 30p$ $\quad Q_S = 20p - 100$

Funzione inversa

$P_D = 80 - \frac{1}{30} Q_D$ $\qquad$ $P_S = \frac{1}{20} Q_S + 5$

Per determinare l'equilibrio di mercato posso operare in 2 modi diversi:

1) Uguaglio la quantità domandata alla quantità richiesta
$Q_D = Q_S$

2) Uguaglio i due prezzi:
$P_D = P_S$

Calcolo equilibrio di mercato delle funzioni precedenti

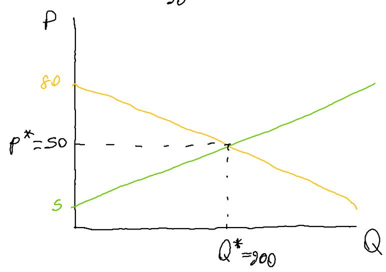
$Q_D = Q_S$
$\downarrow$
$2400 - 30p = 20p - 100 \Rightarrow -50p = -2500 \Rightarrow p^* = 50$

In corrispondenza del quale:
$Q_D^* = Q_S^* = Q^*$

$Q_D = 2400 - 30 \cdot 50 = 900$

Che andato a sostituire nella funzione inversa
$P_D = P_S$ con $Q_D = Q_S = 900$

$P_D^* = 80 - \frac{1}{30}(900) = 50$



Ci sarebbe tensione sul mercato qual ora il prezzo fosse più basso

Voglio calcolare elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio.

$e_D = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -30 \cdot \frac{50}{900} = -\frac{5}{3}$ (negativa poiché domanda e prezzo sono opposti)

$e_S = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = 20 \cdot \frac{50}{900} = \frac{10}{9}$ (positivo poiché offerta e prezzo vanno nella stessa direzione)

Consideriamo $p = 30$ e ricalcoliamo l'elasticità
$Q_D(30) = 1500$; $Q_S(30) = 500$

$e_D = -30 \cdot \frac{30}{1500} = -0,6$

$e_S = 20 \cdot \frac{30}{500} = \frac{6}{5}$

Voglio trovare i valori di p e Q per cui $|e_D| = 1$

$e_D = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -30 \cdot \frac{p}{Q} = -1$

$\downarrow$

$Q = 30p \Rightarrow Q_D = D(p) = 2400 - 30p$

$\Downarrow$

$30p = 2400 - 30p$

$\Downarrow$

$30p = 2400 - 30p$

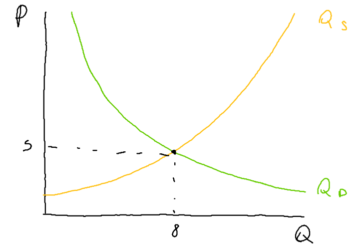
$\Downarrow$

$p = 40$ in $p^* = 40$ avrò $|e_D| = 1$

ESEMPIO

$Q_D = D(p) = \frac{40}{p}$

$Q_S = 10 - \frac{10}{p}$



$Q_D = Q_S$

$\frac{40}{p} = 10 - \frac{10}{p}$

$\Downarrow$

$p^* = 5$

$\Downarrow$

$Q_D = Q_S = Q^* = 8$

$$e_D = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -\frac{40}{p^2} \cdot \frac{p}{\frac{40}{p}} = \frac{-40}{p^2} \cdot \frac{p^2}{40} = -1$$

$|e_D| = 1$ sempre uguale e prende il nome di curva isoelastica mentre la curva di prima aveva una funzione lineare ed un elasticità $\infty < e < 0$

$$e_S = \frac{10}{p^2} \cdot \frac{p}{10 - \frac{10}{p}} = \frac{10}{10p - 10} = \frac{1}{p-1}$$

In corrispondenza di $p = 5$, nel punto di equilibrio

$e_D = -1$; $e_S = \frac{1}{4}$

ESERCIZIO

Supponiamo di essere in un'industria che opera in condizioni di concorrenza perfetta in cui operano 30 imprese ciascuna caratterizzata dalla seguente funzione di costo $c(q) = 2 + 3q^2$

La funzione di domanda del mercato è la seguente:

$Q_D = 600 - p$

a) Determinare la funzione di offerta della singola impresa e la funzione di offerta aggregata

b) Trovare la configurazione di mercato di breve periodo e trovare la configurazione di equilibrio di lungo periodo.

RISPOSTA

Quando ho una funzione di costo, dico sempre che ho un costo fisso ed uno variabile.

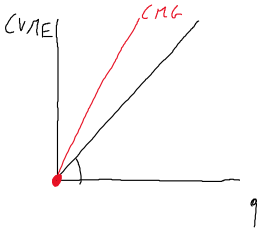
Nastasi negli esercizi mette sempre un costo semi-fisso siccome nel lungo periodo posso variare il livello di impiego di tutti gli input e quindi ha poco senso immaginare che ci sia una componente di costo indipendente impiego di tutti gli input e quindi ha poco senso immaginare che ci sia una componente di costo indipendente dall'output q. Tuttavia esistono questi costi semi-fissi che dipendono dall'output se $q>0$ (Se voglio fare il tassista, mi serve per forza la licenza)

$CMG = 6q$

$CVME = \frac{3q^2}{q} = 3q$

Qual è il minimo del costo variabile medio?

$CVME_{min} = 0$ in corrispondenza di $q=0$



Dunque il punto di minimo del CVME è il punto in rosso, dunque la curva, in questo caso retta, di costo marginale mi rappresenta la curva di offerta dell'impresa poiché è tutta sopra il punto di minimo che si trova nell'origine degli assi.

Quindi la curva di costo marginale individua la curva di offerta dell'impresa

$\Downarrow$ per la massimizzazione del profitto

$p = CMG = 6q$ con $p = 6q$ curva di offerta inversa (esprimo p in funzione di q)

La curva di offerta $Q_S = s(p) = \frac{1}{6}p$ ← riferente ad una singola impresa

$S(p) = \sum_i s_i(p) = 30 \cdot \frac{1}{6}p = 5p$

↑ curva di offerta di tutte le imprese

A questo punto, per trovare il prezzo di equilibrio dobbiamo eguagliare $Q_D = Q_S$

$\Downarrow$

$600 - p = 5p$

$\boxed{p^* = \frac{600}{6} = 100}$

Ora vado a mettere p^* dentro $Q_D = Q_S = Q^*$

$Q^* = 600 - 100 = 500$

La quantità che produce ogni impresa:

$q_i = \frac{500}{30} = \frac{50}{3} = 16,67$

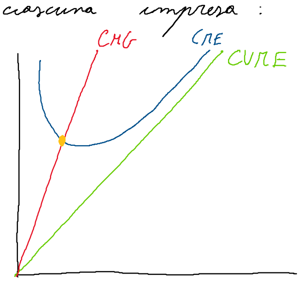
Profitto di equilibrio di ogni impresa:

$\pi_i^* = p \cdot q - C(q) = 100 \cdot \frac{50}{3} - \left[2 + 3\left(\frac{50}{3}\right)^2\right] = \frac{5000}{3} - \frac{2506}{3}$

$= \frac{2494}{3} = \boxed{831,3 = \pi_i^*} > 0$ fintanto che i profitti sono maggiori di zero, le imprese entrano sul mercato

$\pi > 0$ quando $p > CME$, quindi affinché si arresti il processo devo avere che $p = CME$, devo trovare questo punto.

Per ciascuna impresa:



Il profitto si annulla al punto giallo, quindi devo trovare il minimo del costo medio

$$CME = \frac{c(q)}{q} = \frac{2}{q} + 3q$$

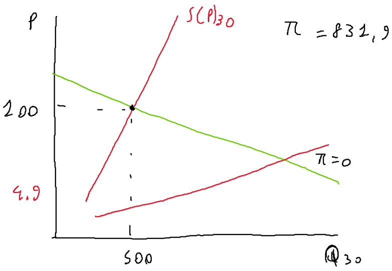
$$CVE_{MIN} = \frac{dCME}{dq} = -2q^{-2} + 3 = 0$$

$$q = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82$$

Per trovare p sostituisco q nell'equazione del CME

$$CME_{MIN} = \frac{2}{\sqrt{\frac{2}{3}}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 4,9$$

Grafico per 30 imprese



Scende fino a 4,9 dove non entrano più imprese e $\pi = 0$

$$p_L = 4,9 \qquad Q_D^L = 600 - 4,9 = 595,1 = Q_S^L$$

$$n° \text{ imprese} = \frac{Q_D^L}{q_i^L} = \frac{595,1}{0,82} = 726$$

Mentre prima c'erano 30 imprese, nel lungo periodo ce ne sono 726 in corrispondenza del quale $\pi = 0$

ESEMPIO

Supponiamo di avere una funzione di domanda:

$$p = 7 - Q$$

E supponiamo che ci sia un'impresa che opera in condizione di monopolio che ha una funzione di costo.

$$C(Q) = 3q \quad \text{lineare}$$

SOLUZIONE

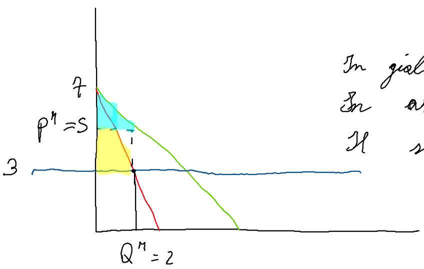
$$\pi = p \cdot Q - c(Q) = (7 - Q)Q - 3Q = \underbrace{-Q^2 + 7Q}_{RT} - \underbrace{3Q}_{CT}$$

$$MAX[\pi] = \frac{\partial \pi}{\partial Q} = \underbrace{7 - 2Q}_{RMG} \underbrace{-3}_{CMG} = 0 \Rightarrow \boxed{Q^M = 2} \quad \text{punto di massimo}$$

$$\boxed{p^M = 7 - Q^M = 5}$$

$$\boxed{\pi^M = p^M \cdot Q^M - 3Q^M = 4}$$

$\Pi = P \cdot Q - 3Q = 4$



In giallo profitto del monopolista
In azzurro ho il surplus del consumatore
Il surplus del produttore coincide con il profitto

Se poniamo

$$CMG = P^M \left[1 - \frac{1}{|e|}\right] =$$

$$5 \left[1 - \frac{1}{|e|}\right] = 3$$

$\Downarrow$ da cui

$$|e| = \frac{5}{2} > 1 \quad \text{verificato}$$

Se invece sfruttiamo la curva di domanda:

$$e = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -1 \cdot \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow |e| = \frac{5}{2}$$

$$W^M = SC^M + SP^M = 2 + 4 = 6$$

$\uparrow$ ho calcolato l'area dei triangoli

Se fossi in concorrenza perfetta, $P = 3$, con $\pi = 0$

$$W^C = SC^C + SP^C = 8 + 0 = 8$$

$$W^C - W^M = 2 \quad \text{perdita netta}$$

ESEMPIO 3° TIPO DISCRIMINAZIONE

Ho due gruppi diversi, con due funzioni di domanda diverse:

$$q_1 = D_1(p_1) \quad ; \quad q_2 = D_2(p_2)$$

La funzione di costo del monopolista è:

$$C = c(q_1 + q_2)$$

Lo stesso bene ma diviso in base al gruppo di acquirenti

$$\max_{q_1, q_2} [\pi] = \max [\underbrace{p_1(q_1) \cdot q_1 + p_2(q_2) \cdot q_2}_{\text{RICAVI}} - \underbrace{c(q_1 + q_2)}_{\text{COSTI}}]$$

$RMG_1 = CMG$

$RMG_2 = CMG$

L'impresa non distingue tra q_1 e q_2 ma li produce insieme, per cui il costo marginale è identico, li distingue solo dopo.

$\Downarrow$

$$RMG_1 = RMG_2 = CMG$$

$\Downarrow$

$$P_1 \left[1 - \frac{1}{|e_1|}\right] = P_2 \left[1 - \frac{1}{|e_2|}\right] = CMG$$

$\Rightarrow: |e_1| < |e_2| \Rightarrow \frac{1}{|e_1|} > \frac{1}{|e_2|} \Rightarrow 1 - \frac{1}{|e_1|} < 1 - \frac{1}{|e_2|}$

$\Downarrow$

$p_1 > p_2$

Quanto più la domanda è elastica, tanto più basso è il prezzo del bene.

ESEMPIO (Stackelberg)

$p = 20 - Q \qquad c_i(q_i) = 8 q_i \qquad i = L, F$

Problema decisionale del follower

$$\max_{q_F} \pi_F = (20 - q_L - q_F) \cdot q_F - 8q_F = 20 q_F - q_L q_F - q_F^2 - 8 q_F =$$

$$= 12 q_F - q_L q_F - q_F^2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F} = 12 - q_L - 2q_F = 0$$

$\Downarrow$

$$q_F = R_F(q_L) = 6 - \frac{1}{2} q_L$$

Problema decisionale del leader:

$$\max_{q_L} \pi_L = \left(20 - q_L - 6 + \frac{1}{2} q_L\right) \cdot q_L - 8 q_L = 20 q_L - q_L^2 - 6 q_L + \frac{1}{2} q_L^2 - 8 q_L =$$

$$= 6 q_L - \frac{1}{2} q_L^2$$

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} = 6 - q_L = 0$$

$\Downarrow$

$q_L^* = 6$

$\Downarrow$

$$q_F^* = R_F(q_L^*) = 6 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$p^* = 20 - Q^* = 20 - q_L^* - q_F^* = 20 - 6 - 3 = 11$$

$$\pi_L^* = p^* \cdot q_L^* - 8 q_L^* = 11 \cdot 6 - 8 \cdot 6 = 18$$

$$\pi_F^* = p^* \cdot q_F^* - 8 q_F^* = 11 \cdot 3 - 8 \cdot 3 = 9$$

L'equilibrio di Cournot sarebbe diverso, poiché

$q_1^* = q_2^* = 4; \Rightarrow p^* = 12$

$\pi_1^* = \pi_2^* = 16$

Quindi:

$\pi_L^* > \pi_C > \pi_F^*$

C'è un vantaggio a chi sceglie per primo perché condiziona l'altro.