Hal R. Varian

Microeconomia

CAFOSCARINA

Hal R. Varian, *Intermediate Microeconomics. A Modern Approach*
Seventh Edition

W.W. Norton & Company, Inc., New York – London

Hal R. Varian, *Microeconomia*

Sesta edizione italiana

ISBN 978-88-7543-173-0

Edizione italiana a cura di Alfredo Medio
Traduzione a cura di Giulio Codognato, Stefano Chinellato
I capitoli aggiunti e le modifiche apportate alla presente edizione sono stati tradotti da Margherita Stecca e curati da Francesca Busetto

VARIAN, Hal R.
Microeconomia / Hal R. Varian ; [edizione italiana a cura di Alfredo Medio ; traduzione a cura di Giulio Codognato e Stefano Chinellato].
- 6. ed. - Venezia : Cafoscarina, copyr.2007.
- XXVI, 722 p. ; 24 cm
ISBN 9788875431730

I.Medio, Alfredo II.Codognato, Giulio III.Chinellato, Stefano
1.Microeconomia
338.5

Libreria Editrice Cafoscarina S.r.l.
Ca' Foscari, Dorsoduro 3259, 30123 Venezia – www.cafoscarina.it

Stampato in Italia presso EBS Editoriale Bortolazzi-STEI s.r.l., San Giovanni Lupatoto, Verona.

Settembre 2007

INDICE

4 Utilità

5 Scelta

6 Domanda

7 Preferenze rivelate

8 Equazione di Slutsky

9 Acquistare e vendere

10 Scelta intertemporale

11 Mercati delle attività

12 Incertezza

13 Attività a rischio

14 Surplus del consumatore

15 Domanda di mercato

16 Equilibrio

17 Aste

18 Tecnologia

19 Massimizzazione del profitto

20 Minimizzazione dei costi

29 Applicazioni della teoria dei giochi

30 Economia comportamentale

31 Scambio

32 Produzione

33 Benessere

34 Esternalità

35 Tecnologia dell'informazione

36 Beni pubblici

37 Informazione asimmetrica

Appendice matematica

L'edizione italiana di questo libro è stata composta in TEX da Roberto Privato
Questo libro è dedicato alla sua memoria

Premessa all'edizione italiana

Vorrei cominciare questa mia premessa con l'auspicio, in qualche modo paradossale, che ad iniziative editoriali come questa, meritorie ed opportune oggi, possano presto seguire altre, volte a pubblicare, anziché tradurre, testi di economia nella lingua che, piaccia o no, è oggi il tramite internazionale fra gli studiosi (e gli studenti) di questa materia, l'inglese. A questa condizione soltanto l'editoria italiana nel settore che qui ci interessa potrà acquistare un respiro (e un mercato) sufficientemente vasti da ricompensarne adeguatamente gli sforzi.

Una della maggiori difficoltà nella traduzione del bel libro di Varian sta forse nel suo titolo. Infatti esso può essere definito "intermedio" solo in un senso speciale, come media cioè fra il livello della presentazione — introduttivo e, apparentemente, elementare — e quello della materia trattata, senza dubbio elevato. La realizzazione di tale progetto richiedeva un autore dotato di esperienza didattica di prim'ordine il quale avesse già affrontato con successo le difficoltà di un testo di microeconomia avanzata. Pochi economisti potevano competere su questo terreno con Varian.

La microeconomia è certamente la parte più rigorosa, articolata ed elegante della teoria economica. Non è tuttavia quella più amata dagli studenti, e non pochi docenti avanzano talvolta dubbi sulla sua rilevanza pratica. Non mi è possibile affrontare il problema in questa sede, ma posso affermare che il testo di Varian costituisce, implicitamente, uno dei migliori argomenti che mi sia capitato di vedere a favore della microeconomia come scienza del comportamento degli agenti economici reali.

Senza mai rinunciare al rigore logico della trattazione, l'Autore infatti si propone sistematicamente di mostrare come il ragionamento astratto della teoria consenta a tali agenti (e ai loro osservatori) di definire con chiarezza problemi molto concreti e quotidiani, e spesso di fornire risposte chiare e convincenti ai quesiti che ne discendono. In questa prospettiva, lo studente viene sollecitato a riflettere sulla natura delle assunzioni restrittive e in genere sulla parte definitoria della teoria, e aiutato ad apprezzare il significato e i limiti delle proposizioni che se ne possono dedurre.

Naturalmente nulla di quanto è contenuto nel libro di Varian può costituire una prova che la microeconomia neoclassica sia l'unico o comunque il più valido approccio possibile allo studio del comportamento economico degli individui o del funzionamento dei mercati. La sua lettura però contribuirà a dissipare l'idea che il contenuto ideologico (o addirittura propagandistico) di tale teoria sia prevalente rispetto al suo valore conoscitivo. Valga solo un esempio: nessun lettore intelligente dedurrà dallo studio di questo libro che il mercato concorrenziale è un ordinamento economico necessariamente desiderabile o equo.

I temi trattati nel libro sono anzitutto quelli tradizionali: la teoria del consumatore, la teoria della produzione, l'equilibrio concorrenziale. Ma, nel corso dell'esposizione o in capitoli e sezioni a parte, l'Autore tratta altresì temi che si trovano di solito in corsi più avanzati: ad esempio, lo studio delle curve inverse di domanda e di offerta, gli assiomi delle preferenze rivelate, le equazioni di Slutsky, i mercati degli averi finanziari, il diagramma di Edgeworth. Di particolare interesse ho trovato poi la discussione, necessariamente limitata, della teoria dei giochi applicata all'economia e il capitolo sui beni pubblici, argomento quest'ultimo i cui sviluppi si annunciano di grande importanza pratica. Molto apprezzabili sono anche i riassunti al termine di ciascun capitolo e gli esercizi che, in questo settore dell'economia, forniscono un aiuto molto valido all'apprendimento e alla comprensione delle proposizioni e dei teoremi.

L'Autore ha deciso evidentemente che "calcolo è brutto", cosicché tutta la materia è trattata nel testo principale senza tale ausilio matematico, riservandone l'uso a speciali appendici. È questa forse l'unica decisione di ordine generale che mi trova in disaccordo. Penso infatti che il costo (in termini di sforzo espositivo e di inesattezza) che si paga utilizzando le idee di variazione discreta ovvero di "aggiunta di una piccola quantità al margine", sia nel complesso superiore a quello richiesto dall'uso del concetto di derivata, che oramai dovrebbe far parte obbligatoriamente del bagaglio culturale di qualsiasi studente universitario.

Il successo della traduzione italiana delle prime due edizioni del libro di Varian non mi ha sorpreso e, avendo contribuito, sia pure in modo marginale, all'impresa, condivido la soddisfazione dell'autore.

Anche questa quinta edizione, tempestivamente estesa e migliorata, certamente sarà accolta con favore e interesse dai lettori e studiosi del nostro Paese.

Se mi è consentito concludere con un commento che mi riguarda direttamente, noto che l'autore dedica una non piccola parte della nuova Prefazione alla vexata quaestio dell'uso della matematica nell'insegnamento della (micro)economia e alle sue personali scelte didattiche, argomento sul quale mi era capitato di esprimere qualche commento critico e che è stata recentemente dibattuta con calore dagli economisti italiani. Le convinzioni di ciascuno di noi su questioni siffatte si formano e si modificano attraverso processi mentali piuttosto lunghi e complicati. Se tuttavia

dovessimo prendere il mercato come giudice insindacabile della qualità dei prodotti, le scelte di Varian parrebbero confortate e confermate dal successo.

In conclusione, ritengo che quest'iniziativa editoriale della Cafoscarina non mancherà di suscitare un vivo interesse fra i docenti italiani e fornirà un sussidio didattico di notevole valore in un campo di indagine destinato a restare per lungo tempo una delle strutture portanti della teoria economica. L'uso del ben noto programma TEX nella composizione del testo ha consentito tempi rapidi e un risultato esteticamente ammirevole.

Alfredo Medio

Prefazione dell'autore

Il successo delle precedenti sei edizioni di questo libro mi ha molto allietato, confermando la mia opinione che un approccio analitico nell'insegnamento della microeconomia a livello intermedio sarebbe stato accolto favorevolmente.

Scrivendo la prima edizione di questo libro mi ero proposto di esporre i metodi d'analisi della microeconomia in modo tale da rendere gli studenti capaci di applicare tali strumenti da sé, e non semplicemente di assorbire passivamente i casi pre-digeriti illustrati nel libro. Mi ero reso conto che il modo migliore per ottenere tutto ciò consiste nel porre in rilievo i fondamenti concettuali della microeconomia, e fornire esempi concreti della loro applicazione, piuttosto che riunire enciclopedicamente terminologia e aneddoti.

La sfida a proseguire in questo approccio deriva dal fatto che in molte università non sono richiesti pre-requisiti matematici Per i corsi di economia. Il fatto che gli studenti non conoscano il calcolo differenziale e non abbiano alcuna esperienza di risoluzione di problemi rende in genere piuttosto difficoltoso presentare i metodi d'analisi della scienza economica. Tuttavia, ciò non è impossibile. Si può fare molta strada semplicemente con l'aiuto delle funzioni lineari di domanda e di offerta, e di un po' di algebra elementare. È perfettamente possibile essere analitici senza essere terribilmente matematici.

Vale la pena di sottolineare questa distinzione. Un approccio analitico alla scienza economica non richiede altro che un'argomentazione rigorosa dal punto di vista logico. E questo non implica necessariamente l'impiego di metodi matematici avanzati. Il linguaggio della matematica favorisce certamente un'analisi rigorosa, ed è senza dubbio il miglior modo di procedere, quando sia possibile, ma potrebbe non essere il più appropriato per tutti gli studenti.

La maggior parte degli studenti di microeconomia *dovrebbe* conoscere il calcolo differenziale, ma non sempre è così — quanto meno, non lo conosce molto bene.

Per questo motivo, non ho fatto ricorso al calcolo nel corpo del testo. Tuttavia, molti capitoli hanno appendici nelle quali gli argomenti trattati nel testo sono dimostrati in termini di calcolo differenziale. Ciò significa che gli studenti che conoscono il calcolo possono affrontare le dimostrazioni, ma questo non ostacola la comprensione degli altri.

Penso che questo tipo di approccio riesca a trasmettere l'idea che il calcolo non è una specie di nota al testo principale, ma è invece un modo più approfondito di esaminare temi che possono anche essere trattati per mezzo delle parole e dei grafici. Molti argomenti risultano più semplici con un po' di matematica, e tutti gli studenti di scienze economiche dovrebbero conoscerla. Mi sono reso conto in molte occasioni che, se si fornisce qualche motivazione e qualche esempio economico ben scelto, gli studenti aderiscono entusiasticamente a questa prospettiva analitica.

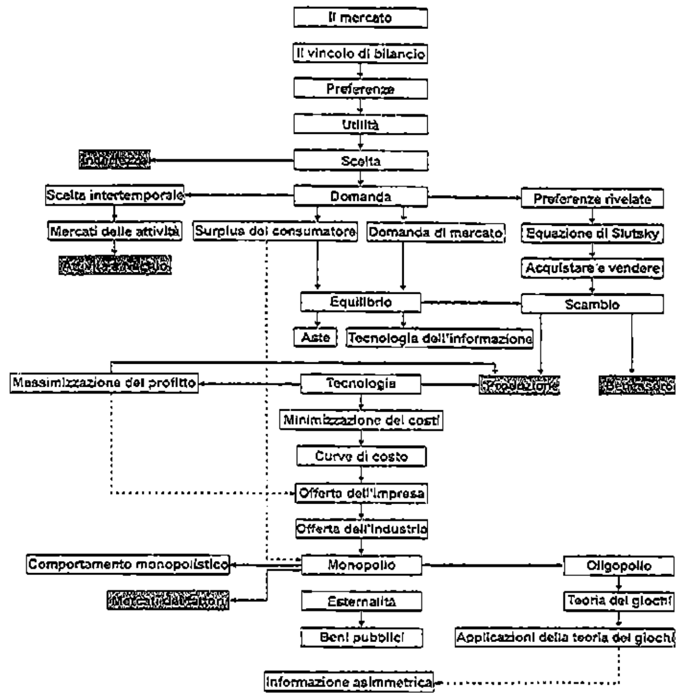
Questo libro presenta diverse altre innovazioni. In primo luogo, i capitoli sono generalmente molto brevi. Ho fatto il possibile perché ciascuno di essi contenga materiale che possa essere trattato in un'ora di lezione. Ho seguito l'ordine usuale, che prevede che si esponga prima la teoria del consumatore e successivamente la teoria della produzione, ma ho dedicato alla teoria del consumatore un po' più di spazio di quanto non si faccia di norma. Questo non perché io pensi che tale teoria sia la parte più importante della microeconomia: piuttosto, mi sono reso conto che è questo l'argomento che gli studenti trovano più misterioso, ed ho inteso quindi trattarlo in modo più dettagliato.

In secondo luogo, ho cercato di fornire un gran numero di esempi del modo in cui la teoria qui descritta può essere applicata. In molti testi, gli studenti possono osservare una quantità di grafici che rappresentano curve variamente disposte senza che ad essi corrisponda una trattazione algebrica o in termini di calcolo. Ma è proprio l'algebra che viene usata per risolvere i problemi: i grafici possono fornire qualche intuizione, ma la potenza dell'analisi economica consiste nel determinare, per mezzo del calcolo, soluzioni quantitative ai problemi economici. Ogni studente dovrebbe essere in grado di tradurre una situazione economica in un'equazione o in un esempio numerico, ma troppo spesso si trascura di sviluppare questo genere di abilità. Per questo motivo ho messo a punto un volume di esercizi, che ritengo un importante sussidio a questo testo. Il volume è stato scritto in collaborazione con il mio collega Theodore Bergstrom, e ci siamo sforzati di immaginare problemi interessanti e ricchi di significato. Pensiamo che questi esercizi offrano un importante ausilio didattico allo studio della microeconomia.

In terzo luogo, credo che in questo libro i temi principali siano trattati con maggior accuratezza di quanto non avvenga negli altri testi di microeconomia a livello intermedio. È vero che talvolta ho scelto di analizzare casi speciali, quando quello generale era troppo difficile, ma non ho mai cercato di nasconderlo. In genere, ho avuto cura di descrivere passo per passo e in dettaglio ciascun ragionamento. Credo non solo che l'esposizione sia in questo libro più completa e accurata che altrove, ma che la materia possa essere compresa più facilmente proprio grazie a questa cura per i dettagli, piuttosto che per mezzo delle discussioni poco rigorose che caratterizzano molti altri libri.

Struttura del libro

Questo libro contiene una quantità di materiale didattico che eccede quella che può essere agevolmente impiegata nel corso di un semestre, e quindi vale la pena di scegliere accuratamente i temi su cui concentrare l'attenzione. Se si comincia da pagina 1 e si procede capitolo dopo capitolo, il tempo sarà finito ben prima di raggiungere la fine del libro. Quindi la struttura modulare di questo testo lascia a chi insegna una grande libertà di scelta nella presentazione del materiale, e spero che molti ne trarranno vantaggio. Il diagramma seguente illustra le relazioni tra i capitoli.



I capitoli riquadrati costituiscono il "nucleo", e probabilmente dovrebbero essere trattati in qualsiasi corso intermedio di microeconomia. Quelli in grigio più chiaro sono capitoli "opzionali": io ne tratto qualcuno, anche se non tutti, ogni semestre. Quelli in grigio più scuro sono capitoli che nei miei corsi normalmente non esamino, anche se naturalmente possono essere insegnati in altri corsi. Una linea piena che va dal Capitolo A al Capitolo B significa che il Capitolo A dovrebbe essere letto prima del Capitolo B. Una linea tratteggiata significa invece che il capitolo B

richiede qualche conoscenza del materiale presentato nel Capitolo *A*, anche se non ne dipende in modo significativo.

Generalmente tratto per primi la teoria del consumatore e i mercati, e quindi passo direttamente alla teoria della produzione. Un altro percorso molto comune è quello in cui si esamina lo scambio subito dopo la teoria del consumatore: poiché molti docenti preferiscono tale sequenza, ho avuto cura di renderla possibile anche in questo libro.

Altri preferiscono trattare la teoria della produzione prima di quella del consumatore. Anche questo percorso è possibile all'interno del testo, ma, se viene effettivamente scelto, sarà necessario offrire qualche supplemento alle spiegazioni fornite nel libro. Il materiale sugli isoquanti, per esempio, presuppone che gli studenti abbiano già qualche idea sulle curve di indifferenza.

La maggior parte del materiale su beni pubblici, esternalità, diritto e informazione può essere introdotta relativamente presto. Ho organizzato questo materiale in modo che possa essere facilmente collocato dovunque si desideri. Per esempio, il materiale sulla legislazione antitrust si può inserire naturalmente dopo la discussione del monopolio, le norme sulla responsabilità civile possono illustrare il concetto di efficienza, e la discussione del comportamento criminale può essere impiegata per esaminare il problema delle scelte del consumatore.

Analogamente, il materiale sui beni pubblici può servire per illustrare l'analisi della scatola di Edgeworth, lo studio delle esternalità può seguire la discussione delle curve di costo, e i temi legati all'informazione possono essere introdotti praticamente in qualsiasi momento, non appena gli studenti abbiano qualche familiarità con l'approccio che caratterizza l'analisi economica.

Modifiche apportate nella settima edizione

Ho aggiunto a questa edizione un nuovo capitolo dedicato all'economia comportamentale. Credo che questo nuovo capitolo possa offrire un utile supplemento alla teoria classica del consumatore presentata nel resto del libro. Anche se penso che la teoria classica sia ancora molto utile per la comprensione dei fenomeni economici, ritengo che sia importante comprenderne i limiti, e l'economia comportamentale offre utili intuizioni all'analisi economica e alle scelte di politica economica.

Ho inoltre inserito molti nuovi esempi tratti da avvenimenti recenti. Spero che questi esempi possano essere d'aiuto agli studenti per imparare ad applicare alle storie riportate dai giornali o dalla televisione i concetti economici che hanno imparato.

Nella quarta edizione avevo aggiunto un capitolo sulla tecnologia dell'informazione. Ho sviluppato ulteriormente questo tema in questa nuova edizione, presentando modelli economici delle esternalità di rete, dei costi di transizione e della gestione dei diritti di proprietà relativi ai beni informativi. Lo scopo è dimostrare come le tecniche di analisi economica elaborate in questo libro possano offrire un significativo contributo alla comprensione di questi temi.

Esercizi e Norton TestMaker

Il libro *Esercizi di microeconomia* costituisce una parte integrante del corso. Questo volume contiene centinaia di esercizi che consentono agli studenti di applicare gradualmente gli strumenti di analisi che hanno appreso. In aggiunta agli esercizi, una nuova sezione contiene una serie di brevi domande a risposta multipla, spesso basate sui problemi presentati negli esercizi. Ciò per offrire agli studenti un modo di rivedere rapidamente quanto è stato appreso risolvendo gli esercizi.

Ma c'è qualcosa in più: i docenti che adottano *Esercizi di microeconomia* nei loro corsi possono ottenere gratuitamente un programma chiamato *Norton TestMaker*, che consente di generare nuove versioni di queste domande con diversi valori numerici, ma con la stessa logica interna. Il programma può essere usato per preparare altri esercizi o brevi test*.

Con questo programma è possibile produrre una grande quantità di brevi domande che permettono di verificare i progressi nella comprensione della materia. La valutazione dei test è rapida e affidabile, perché i questionari a scelta multipla possono essere valutati per mezzo del computer. Nel nostro corso, invitiamo gli studenti a rispondere a tutti i test alla fine di ogni capitolo, da soli o in gruppo. Quindi durante il semestre abbiamo un breve test in aula più o meno una volta alla settimana. In queste prove, diamo agli studenti versioni differenti degli esercizi già assegnati per lo studio individuale: in sostanza si tratta delle stesse domande con differenti valori numerici. Quindi, chi ha già risolto i problemi a casa può risolvere molto facilmente anche questi test.

Crediamo fermamente che non sia possibile studiare l'economia senza elaborare almeno alcuni problemi. Gli esercizi presentati negli *Esercizi di microeconomia* e in *Norton TestMaker* possono rendere il processo di apprendimento molto più agevole sia per gli studenti che per i docenti.

Ringraziamenti

Diverse persone hanno contribuito a questo progetto. Anzitutto devo ringraziare John Miller e Debra Holt, che mi hanno assistito durante la preparazione della prima edizione. John ha fornito molti commenti, suggerimenti, esercizi basati sulle prime stesure di questo testo e ha dato un contributo significativo alla coerenza del prodotto finale. Debra ha corretto attentamente le bozze, ha operato un importante controllo durante la fase finale e aiutato nella preparazione dell'indice analitico.

Nel corso della preparazione della prima edizione ho ricevuto molti utili suggerimenti dalle seguenti persone: Ken Binmore (University of Michigan), Mark Bagnoli (University of Michigan), Larry Chenault (Miami University), Jonathan Hoag (Bowling Green State University), Allen Jacobs (M.I.T.), John McMillan (University of California at San Diego) e Gary Yohe (Wesleyan University). In particolare,

* Il programma può essere ottenuto facendone richiesta alla Libreria Editrice Cafoscarina.

desidero ringraziare il dottor Reiner Buchegger, che ha curato la traduzione tedesca, per la sua accurata lettura e la sua dettagliata lista di correzioni. Desidero anche ringraziare per i loro consigli Theodore Bergstrom, Jan Gerson, Oliver Landmann, Alasdair Smith, Barry Smith e David Winch.

Per la seconda edizione sono stato assistito da Sharon Parrot e Angela Bills, che hanno offerto la loro utile collaborazione nella redazione del testo. Robert M. Costrell (University of Massachusetts at Amherst), Ashley Lyman (University of Idaho), Daniel Schwallie (Case-Western Reserve), A. D. Slivinskie (Western Ontario) e Charles Plourde (York University) mi hanno fornito commenti dettagliati e consigli circa i miglioramenti da apportare alla seconda edizione.

Nel preparare la terza edizione ho ricevuto utili commenti da: Doris Cheng (San Jose), Imre Csekó (Budapest), Gregory Hildebrandt (UCLA), Jamie Brown Kruse (Colorado), Richard Manning (Brigham Young), Janet Mitchell (Cornell), Charles Plourde (York University), Yeung-Nan Shieh (San Jose), John Winder (Toronto). Desidero ringraziare specialmente Roger F. Miller (University of Wisconsin) e David Wildasin (Indiana) per i loro dettagliati commenti, correzioni e suggerimenti.

Per la quinta edizione devo ringraziare, per i loro commenti, Kealoah Widdows (Wabash College), William Sims (Concordia University), Jennifer R. Reinganum (Vanderbilt University) e Paul D. Thistle (Western Michigan University).

Nel preparare la sesta edizione ho ricevuto preziosi commenti da: James S. Jordon (Pennsylvania State University), Brad Kamp (University of South Florida), Sten Nyberg (Stockholm University), Matthew R. Roelofs (Western Washington University), Maarten-Pieter Schinkel (University of Maastricht), and Arthur Walker (University of Northumbria).

Ringrazio infine le persone che hanno revisionato la settima edizione: Irina Khindanova (Colorado School of Mines), Istvan Konya (Boston College), Shomu Banerjee (Georgia Tech), Andrew Helms (University of Georgia), Marc Melitz (Harvard University), Andrew Chatterjea (Cornell University), e Cheng-Zhong Qin (UC Santa Barbara).

Berkeley, California
Ottobre 2005

Hal R. Varian

1 IL MERCATO

Un testo di microeconomia si apre normalmente con un capitolo dedicato a "scopi e metodi" dell'analisi economica. Tale approccio può risultare molto interessante, ma non ci sembra appropriato *cominciare* lo studio dell'economia in questo modo, poiché è ben difficile apprezzarlo senza aver prima esaminato concretamente esempi di analisi economica.

Perciò inizieremo questo libro con un *esempio* di analisi economica. In questo capitolo esamineremo un modello di un particolare mercato, quello degli appartamenti, e introdurremo gradualmente diversi nuovi concetti e strumenti di analisi. Il lettore non dovrà preoccuparsi se ciò verrà fatto piuttosto in fretta. Il nostro scopo per ora sarà solo quello di illustrarne brevemente l'impiego, mentre in seguito verranno studiati compiutamente e in dettaglio.

1.1 Costruzione di un modello

L'analisi economica procede costruendo **modelli** dei fenomeni sociali. Intendiamo per modello una rappresentazione semplificata della realtà. Vogliamo sottolineare la parola "semplificata". Si pensi all'inutilità di una carta geografica in scala uno a uno: altrettanto inutile sarebbe un modello economico che cercasse di descrivere ogni aspetto della realtà. L'efficacia di un modello deriva dall'eliminazione dei dettagli irrilevanti, che permette all'economista di concentrarsi sugli elementi essenziali della realtà economica che cerca di comprendere.

Con il modello che costruiremo in questo capitolo vogliamo conoscere il modo in cui vengono determinati i prezzi degli appartamenti da affittare (cioè gli affitti per l'uso di tali appartamenti): abbiamo pertanto bisogno di una descrizione semplificata di quel mercato. Scegliere le semplificazioni opportune per costruire un modello può essere considerato un'arte. In generale, adotteremo il modello più semplice in grado di descrivere gli elementi essenziali della situazione analizzata. In seguito aggiungeremo gradualmente delle complicazioni per rendere il modello più complesso e, speriamo, più realistico.

Consideriamo l'esempio del mercato degli appartamenti in una cittadina universitaria del Midwest. In questa città vi sono due tipi di appartamenti: alcuni vicini all'università, altri più lontani. Gli studenti di solito preferiscono gli appartamenti vicini, perché da lì è più agevole raggiungere l'università. Sceglierne uno più distante significa dover prendere l'autobus oppure fare una lunga corsa in bicicletta al freddo: per questo molti studenti preferirebbero un appartamento vicino all'università... se potessero trovarlo.

Immaginiamo che gli appartamenti siano situati in due grandi aree concentriche intorno all'università. Gli appartamenti più vicini sono nell'area interna, gli altri in quella esterna. Analizzeremo solamente il mercato degli appartamenti situati nell'area interna. Dobbiamo considerare l'area esterna come quella in cui va ad abitare chi non trovi un appartamento vicino all'università. Faremo l'ipotesi che vi siano molti appartamenti disponibili nell'area esterna e che il loro prezzo sia fissato a un certo livello noto. Per il momento vogliamo unicamente determinare il prezzo degli appartamenti situati nell'area interna e chi andrà ad abitarvi.

Un economista descriverebbe la differenza tra i prezzi dei due tipi di appartamenti in questo modello dicendo che il prezzo degli appartamenti dell'area esterna è una variabile esogena e che quello degli appartamenti dell'area interna è una variabile endogena. Ciò significa che si considera il prezzo degli appartamenti dell'area esterna predeterminato da fattori che non sono discussi in questo particolare modello, mentre il prezzo degli appartamenti dell'area interna è determinato da forze descritte nel modello.

La prima semplificazione sarà di considerare gli appartamenti identici sotto ogni aspetto tranne la posizione. In questo modo avrà senso parlare del "prezzo" degli appartamenti, senza preoccuparsi se abbiano una o due camere, una terrazza, e così via.

Ma in che modo si determina il prezzo? Chi abiterà negli appartamenti vicini e chi in quelli lontani? E cosa possiamo dire sulla desiderabilità dei diversi meccanismi economici di allocazione degli appartamenti? Come possiamo giudicare quale sarà la migliore assegnazione di appartamenti? Sono tutte domande che vogliamo porre al nostro modello.

1.2 Ottimizzazione ed equilibrio

Quando cerchiamo di spiegare il comportamento umano abbiamo bisogno di definire uno schema di riferimento sul quale fondare la nostra analisi.
In genere l'economia fa riferimento a questi due semplici principi:

Il principio di ottimizzazione: Gli individui cercano di scegliere le migliori combinazioni di consumo possibili.

Il principio di equilibrio: I prezzi variano finché la quantità domandata di un bene è uguale alla quantità offerta.

Esaminiamo questi due principi. Il primo è quasi una tautologia: se un individuo è libero di scegliere le proprie azioni è ragionevole presumere che cercherà di scegliere ciò che vuole e non ciò che non vuole. Naturalmente esistono eccezioni a questo principio generale, ma non riguardano il comportamento economico.

Il secondo concetto è più problematico: è perlomeno plausibile che in ogni istante la domanda e l'offerta non siano compatibili e che quindi qualcosa debba cambiare. È anche possibile che queste variazioni richiedano un tempo lungo o che, peggio ancora, provochino a loro volta altre variazioni che potrebbero "destabilizzare" l'intero sistema.

Tutto ciò è possibile... ma, di solito, non avviene. Nel caso degli appartamenti, osserviamo in genere che il prezzo di affitto è abbastanza stabile di mese in mese. È questo prezzo di *equilibrio* che ci interessa, e non il modo in cui il mercato lo determina né come esso potrebbe variare nel corso di lunghi periodi di tempo.

È importante osservare che in altri modelli l'equilibrio può essere definito diversamente. Nel semplice caso che esamineremo in questo capitolo la nozione di equilibrio tra domanda e offerta sarà sufficiente ai nostri scopi. Ma nel caso di modelli più complessi sarà necessaria una definizione più ampia dell'equilibrio, che richiederà tipicamente che le azioni degli agenti economici siano reciprocamente compatibili.

Come possiamo usare questi due principi per rispondere alle domande poste in precedenza? È arrivato il momento di introdurre alcuni concetti economici.

1.3 La curva di domanda

Supponiamo ora di prendere in esame tutti i possibili locatari degli appartamenti e di chiedere quale sia la massima somma che ognuno di essi è disposto a pagare per prendere in affitto uno degli appartamenti.

Cominciamo con chi è disposto a pagare il prezzo più elevato: forse costui è ricco, o forse molto pigro e non vuole camminare molto... Supponiamo che questo individuo sia disposto a pagare per un appartamento \$500 al mese.

Se vi fosse solamente una persona disposta a pagare \$500 al mese per l'affitto, sarebbe affittato un solo appartamento all'unica persona disposta a pagare quel prezzo.

Supponiamo ora che il successivo prezzo in ordine di grandezza che qualcuno è disposto a pagare sia \$490. Se il prezzo di mercato fosse \$499, vi sarebbe ancora un solo appartamento affittato: la persona *disposta* a pagare \$500 prenderebbe in affitto un appartamento, mentre non lo farebbe chi fosse disposto a pagare \$490. Continuerebbe a essere affittato un solo appartamento se il prezzo fosse \$498, \$497,

\$496 e così via... finché non si arrivasse al prezzo di \$490. In corrispondenza di questo prezzo, sarebbero affittati esattamente due appartamenti: uno a chi offre \$500 e l'altro a chi ne offre 490.

Analogamente, soltanto due appartamenti sarebbero dati in affitto finché non venisse raggiunto il prezzo massimo che sarebbe disposto a pagare l'individuo che offre il *terzo* prezzo in ordine di grandezza, e così via.

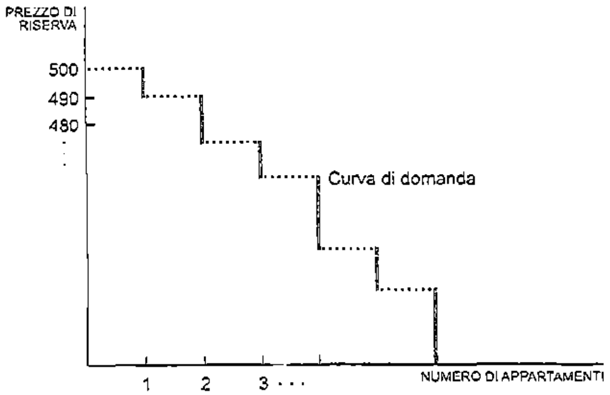


Figura 1.1 **La curva di domanda degli appartamenti.** Sull'asse verticale è rappresentato il prezzo di mercato e su quello orizzontale il numero degli appartamenti affittati in corrispondenza di ciascun prezzo.

La massima somma che un individuo è disposto a pagare viene chiamata dagli economisti **prezzo di riserva**. Il prezzo di riserva è il prezzo più elevato che un individuo accetterà di pagare per acquistare un bene. In altri termini, il prezzo di riserva è il prezzo al quale per un individuo è indifferente acquistare o non acquistare il bene. Nel nostro caso, se p è il prezzo di riserva di un individuo, ciò significa che per lui è indifferente abitare nell'area interna e pagare quel prezzo, oppure abitare nell'area esterna.

Il numero degli appartamenti affittati in corrispondenza di un dato prezzo p^* sarà pertanto esattamente uguale al numero delle persone che hanno un prezzo di riserva superiore o uguale a p^*, e questo perché se il prezzo di mercato è p^*, allora tutti coloro i quali sono disposti a pagare almeno p^* vorranno un appartamento nell'area interna, mentre coloro i quali non sono disposti a pagare p^* sceglieranno di abitare nell'area esterna.

Possiamo rappresentare graficamente i prezzi di riserva come nella Figura 1.1. Il prezzo è rappresentato sull'asse verticale e il numero degli individui disposti a pagare quel prezzo o uno superiore sull'asse orizzontale.

Possiamo anche pensare che la Figura 1.1 rappresenti il numero delle persone che vogliono prendere in affitto gli appartamenti in corrispondenza di un dato prezzo. Questo è un esempio di **curva di domanda** — una curva che mette in relazione la quantità domandata con il prezzo. Quando il prezzo di mercato è superiore a \$500, nessun appartamento sarà preso in affitto. Quando il prezzo è compreso tra \$500 e \$490, ne sarà preso in affitto soltanto uno. Quando il prezzo è compreso tra \$490 e il terzo prezzo in ordine di grandezza, saranno presi in affitto due appartamenti, e così via. La curva di domanda rappresenta la quantità domandata in corrispondenza di ciascun possibile prezzo.

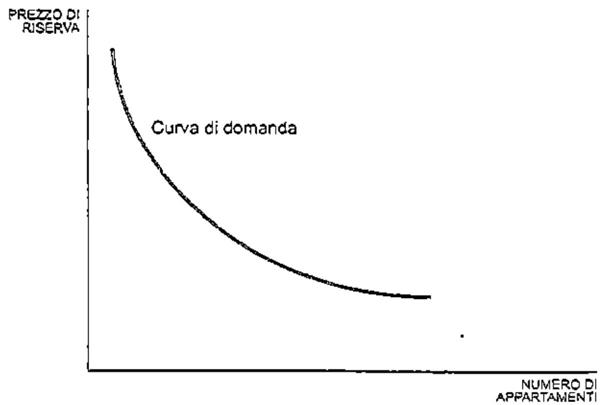


Figura 1.2 **Curva di domanda degli appartamenti in presenza di molti acquirenti.** A causa del grande numero di acquirenti, non vi sono salti tra un prezzo e l'altro e la curva di domanda è quindi "liscia".

La curva di domanda degli appartamenti ha inclinazione negativa: se il prezzo degli appartamenti diminuisce, un maggior numero di persone sarà disposto a prenderli in affitto. Se il numero delle persone è elevato e se i loro prezzi di riserva non differiscono molto l'uno dall'altro, è ragionevole supporre che la curva di domanda abbia un andamento continuo come nella Figura 1.2. La Figura 1.2 illustra come sarebbe la curva di domanda della Figura 1.1 in questo caso: i "salti" rappresentati nella Figura 1.1 sono ora così insignificanti rispetto alla dimensione del mercato che possiamo tranquillamente ignorarli quando tracciamo la curva di domanda.

1.4 La curva di offerta

Abbiamo ora una buona rappresentazione grafica della domanda: possiamo quindi esaminare il comportamento dell'offerta. In questo caso dobbiamo tener presente la natura del mercato in esame. Analizzeremo una situazione in cui vi siano molti proprietari indipendenti che vogliono dare in affitto i loro appartamenti al prezzo più elevato consentito dal mercato: definiamo questa situazione **mercato concorrenziale**. Vi sono, naturalmente, anche altri tipi di mercato, e in seguito ne esamineremo alcuni.

Per il momento supponiamo che vi siano molti proprietari che agiscono in modo indipendente. È evidente che, se tutti i proprietari cercano di ottenere il massimo e i locatari sono pienamente informati sui prezzi richiesti, allora il prezzo di equilibrio di tutti gli appartamenti dell'area interna dovrà essere lo stesso. Non è difficile dimostrarlo. Supponiamo che esistano due prezzi: un prezzo elevato p_h e un prezzo inferiore p_l. Chi prende in affitto un appartamento al prezzo più alto potrebbe rivolgersi a uno dei proprietari che chiede il prezzo più basso e proporgli di prendere in affitto il suo appartamento per un prezzo compreso tra p_h e p_l. Una transazione che avvenisse in corrispondenza di tale prezzo sarebbe conveniente sia per il locatario che per il proprietario. Fin tanto che le parti cercano di perseguire i propri interessi e sono informate sui prezzi alternativi, la situazione in cui vengano richiesti prezzi diversi per lo stesso bene non potrà perdurare in equilibrio.

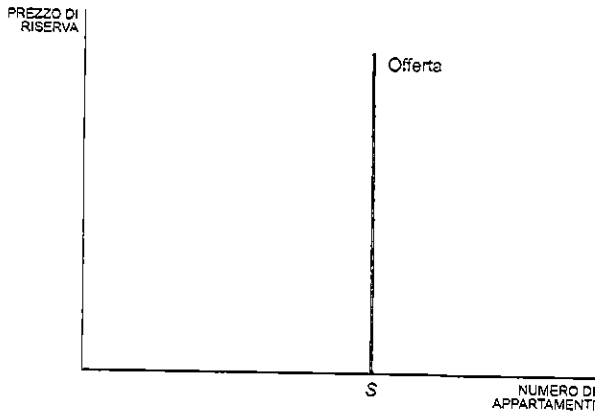


Figura 1.3 **Curva di offerta di breve periodo.** L'offerta di appartamenti è fissa nel breve periodo.

Vediamo ora quale potrà essere questo unico prezzo di equilibrio. Impieghiamo lo stesso procedimento usato per costruire la curva di domanda: fissiamo un prezzo e vediamo quanti appartamenti saranno offerti a quel prezzo.

La risposta dipende in parte dall'orizzonte temporale in relazione al quale esaminiamo il mercato. Se consideriamo un periodo di parecchi anni, durante il quale possano essere costruiti nuovi appartamenti, il numero di questi varierà certamente

al variare del prezzo. Ma nel "breve periodo", per esempio in un anno, il numero degli appartamenti è più o meno fisso: in questo caso l'offerta di appartamenti sarà costante a un certo livello predeterminato.

Nella Figura 1.3 la **curva di offerta** è rappresentata da una retta verticale: in corrispondenza di qualsiasi prezzo, sarà offerto lo stesso numero di appartamenti, cioè saranno offerti tutti gli appartamenti disponibili in quel momento.

1.5 Equilibrio di mercato

Disponiamo ora di una rappresentazione della domanda e dell'offerta del mercato degli appartamenti. Considerandole congiuntamente nello stesso grafico, come nella Figura 1.4, otteniamo la rappresentazione dell'equilibrio di questo mercato.

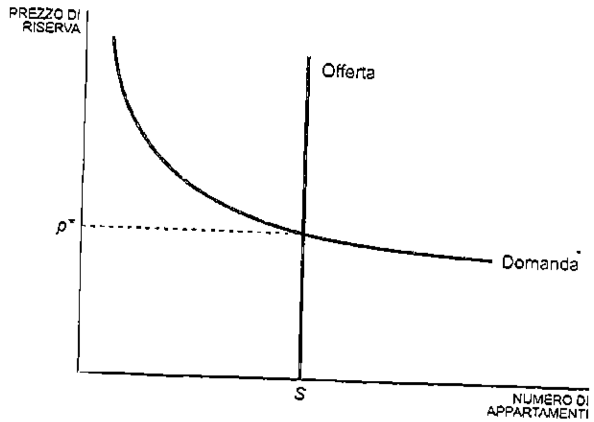


Figura 1.4 **Equilibrio nel mercato degli appartamenti.** Il prezzo di equilibrio è determinato dall'intersezione delle curve di offerta e di domanda.

In questo grafico abbiamo indicato con p^* il prezzo in corrispondenza del quale la quantità domandata degli appartamenti è uguale a quella offerta. Questo è il **prezzo di equilibrio degli appartamenti**. In corrispondenza di questo prezzo ciascun consumatore disposto a pagare almeno p^* è in grado di prendere in affitto un appartamento e ciascun proprietario è in grado di affittarlo. Né i consumatori né i proprietari hanno pertanto motivo di modificare il loro comportamento. Pertanto definiamo questa come una situazione di *equilibrio*: non si manifesta alcun cambiamento nel comportamento degli individui.

Per comprendere meglio questo punto consideriamo che cosa accadrebbe se il prezzo fosse diverso da p^*. Consideriamo, per esempio, un prezzo $p < p^*$ in corrispondenza del quale la domanda sia superiore all'offerta. Ad un tale prezzo alcuni proprietari avranno più richieste di quante ne possano soddisfare: si formeranno code di persone che sperano di procurarsi un appartamento a quel prezzo, poiché il numero degli individui disposti a pagare il prezzo p è superiore al numero degli appartamenti disponibili. Evidentemente alcuni proprietari riterranno vantaggioso aumentare il prezzo degli appartamenti.

Analogamente, supponiamo che il prezzo degli appartamenti sia $p > p^*$. Allora qualche appartamento rimarrà sfitto: il numero delle persone disposte a pagare il prezzo p sarà inferiore a quello degli appartamenti. Alcuni proprietari rischieranno di non affittare i loro appartamenti: saranno pertanto incentivati ad abbassare i prezzi per attirare un maggior numero di locatari.

Se il prezzo è superiore a p^*, vi sarà un numero insufficiente di locatari, se è inferiore, ve ne saranno troppi. Solo in corrispondenza del prezzo p^* il numero degli individui disposti a prendere in affitto gli appartamenti a quel prezzo sarà uguale al numero di appartamenti posti in affitto. Unicamente a quel prezzo, cioè, la domanda sarà uguale all'offerta.

Al prezzo p^* i comportamenti dei proprietari e dei locatari sono compatibili, perché il numero degli appartamenti domandati al prezzo p^* è uguale al numero degli appartamenti offerti. Il prezzo p^* è pertanto il prezzo di equilibrio in questo mercato.

Determinato il prezzo di mercato degli appartamenti dell'area interna, possiamo chiederci chi riuscirà a ottenerli e chi sarà, invece, respinto nell'area esterna. Il nostro modello offre una risposta molto semplice a questo quesito: in corrispondenza dell'equilibrio di mercato chiunque sia disposto a pagare p^* o un prezzo superiore ottiene un appartamento nell'area interna e chiunque sia disposto a pagare meno di p^* ne ottiene uno nell'area esterna. Per chi abbia un prezzo di riserva p^* è indifferente scegliere un appartamento nell'area interna o nell'area esterna. Gli altri locatari dell'area interna ottengono il loro appartamento a un prezzo inferiore al prezzo massimo che sono disposti a pagare. La distribuzione degli appartamenti fra i locatari è determinata pertanto dalla loro disponibilità a pagare.

1.6 Statica comparata

Disponiamo ora di un modello del mercato degli appartamenti: possiamo quindi iniziare a usarlo per analizzare le variazioni del prezzo di equilibrio. Possiamo dunque chiederci come varierà il prezzo degli appartamenti al variare delle condizioni del mercato. Questo esercizio è noto come **statica comparata**, perché si basa sul confronto tra due equilibri "statici" senza preoccuparsi eccessivamente del modo in cui il mercato passa da un equilibrio a un altro.

Il passaggio da un equilibrio a un altro può richiedere parecchio tempo, e chiedersi come avvenga è di notevole interesse. Ma bisogna imparare a camminare, prima di poter correre, e quindi, per il momento, non ci porremo problemi relativi a tale dinamica. L'analisi statica comparata si occupa soltanto del confronto tra gli equilibri: questo, di per sé, pone già abbastanza problemi.

Iniziamo con un caso semplice. Supponiamo che l'offerta di appartamenti aumenti come nella Figura 1.5. È facile capire dal grafico che il prezzo di equilibrio diminuirà. Analogamente, se l'offerta di appartamenti diminuisse, il prezzo di equilibrio aumenterebbe.

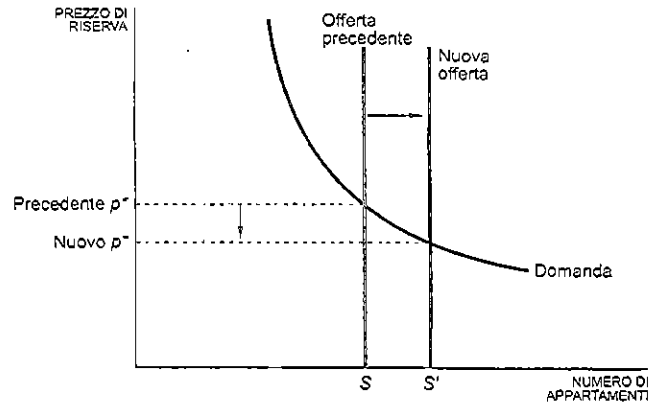


Figura 1.5 **Aumento dell'offerta di appartamenti.** Se l'offerta di appartamenti aumenta, il prezzo di equilibrio diminuisce.

Tentiamo ora di analizzare un esempio più complesso ma anche più interessante. Supponiamo che un operatore immobiliare decida di trasformare in condomini un certo numero di appartamenti: vogliamo sapere come si modificherà il prezzo degli altri appartamenti.

Si potrebbe presumere che il prezzo aumenti, dal momento che l'offerta è stata ridotta, ma non è necessariamente così. È vero che l'offerta di appartamenti è diminuita, ma è diminuita anche la *domanda di appartamenti*, perché è probabile che alcuni individui che ne avevano preso in affitto decidano ora di acquistarli.

È logico presumere che chi acquista un appartamento in un condominio sia uno dei locatari dell'area interna, faccia cioè parte degli individui disposti a pagare un appartamento più di p^*. Supponiamo, per esempio, che coloro i quali erano disposti a pagare i dieci prezzi di riserva più elevati decidano di acquistare gli appartamenti piuttosto che prenderli in affitto. La nuova curva di domanda sarà allora uguale alla precedente, con dieci locatari in meno in corrispondenza di ciascun livello di prezzo. Poiché ci saranno anche dieci appartamenti di meno da affittare, il nuovo prezzo di equilibrio sarà uguale al precedente, e gli individui che andranno ad abitare nell'area interna saranno esattamente gli stessi. Questa situazione è rappresentata nella Figura 1.6: sia la curva di domanda che quella di offerta si spostano a sinistra di un tratto equivalente a dieci appartamenti, e il prezzo di equilibrio rimane invariato.

Molti troveranno questo risultato sorprendente; infatti quasi tutti tendono a considerare soltanto la riduzione dell'offerta e non badano alla riduzione della domanda. Quello che abbiamo considerato è un caso limite: *tutti* quelli che hanno acquistato appartamenti in condominî erano già locatari. Ma il caso opposto — nessuno degli

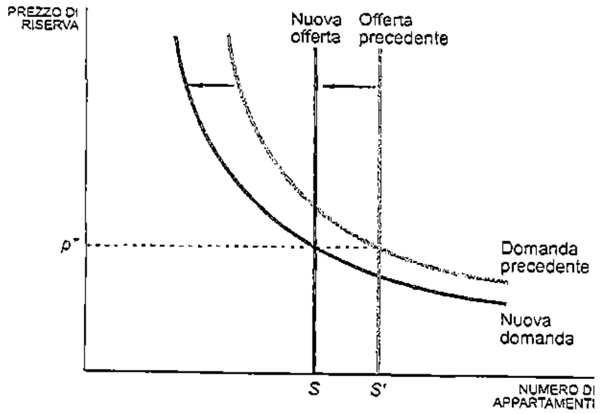


Figura 1.6 **Effetto della costruzione di condominî.** Il prezzo di equilibrio è invariato se domanda e offerta si spostano a sinistra di un uguale tratto.

acquirenti di appartamenti in condominî era già locatario — è ancora più estremo.

Per quanto questo modello sia semplice, ci ha consentito di fare un'osservazione importante. Se vogliamo determinare l'effetto sul mercato degli appartamenti della loro trasformazione in condominî, dobbiamo considerare non solo l'effetto sull'offerta ma anche quello sulla domanda.

Consideriamo un altro esempio sorprendente di statica comparata: l'effetto di una tassa* sulle abitazioni. Supponiamo che il consiglio comunale decida di applicare una tassa sugli appartamenti di $50 l'anno. Ogni proprietario dovrà pagare al comune $50 l'anno per ogni appartamento che possiede: quale sarà l'effetto sul prezzo?

Quasi tutti penseranno che i locatari dovranno pagare almeno una parte della tassa. Ma, per quanto sembri strano, non è così. Infatti il prezzo degli appartamenti rimarrà invariato!

Per verificarlo, chiediamoci come si modifichino le curve di domanda e di offerta. La curva di offerta non varia perché il numero di appartamenti rimane lo stesso prima e dopo la tassa; non varia neppure la curva di domanda, perché anche il numero degli appartamenti affittati in corrispondenza di ciascun prezzo rimarrà lo stesso. Se non si spostano né la curva di domanda né quella di offerta il prezzo non può variare.

L'effetto della tassa può essere spiegato nel modo seguente. Prima che questa venga applicata, ogni proprietario chiede il prezzo più elevato che gli permetta di affittare tutti i suoi appartamenti. D'altronde, il prezzo di equilibrio p^* è il prezzo

* Per semplicità, *tax* è sempre stato reso con "tassa", anche quando sarebbe stato più appropriato il termine "imposta" [*N.d.T.*].

più elevato fra quelli che consentono di affittare tutti gli appartamenti esistenti. Dopo che la tassa è stata applicata, è possibile che i proprietari aumentino i prezzi per compensarla? La risposta è no: se essi potessero aumentare i prezzi mantenendo affittati gli appartamenti, lo avrebbero già fatto. Se i proprietari chiedevano già il prezzo massimo consentito dal mercato, non è possibile che essi aumentino ancora i prezzi: la tassa non può essere trasferita in alcun modo sui locatari, cioè i proprietari devono pagarne l'intero ammontare.

L'analisi precedente è fondata sull'ipotesi che l'offerta di appartamenti rimanga fissa. Se il loro numero può variare in relazione all'aumento della tassa, varierà allora anche il prezzo. Esamineremo in seguito questo caso, dopo esserci dotati di ulteriori strumenti di analisi.

1.7 Altri meccanismi per allocare appartamenti

Nel paragrafo precedente abbiamo descritto l'equilibrio del mercato degli appartamenti in condizioni di concorrenza, ma il mercato concorrenziale è soltanto uno dei molti modi di allocare risorse. Ne considereremo ora degli altri. Alcuni dei meccanismi alternativi di allocazione appariranno forse piuttosto strani, ma ciascuno di essi servirà a illustrare un'importante questione.

Il monopolista discriminante

Consideriamo il caso in cui un unico proprietario possieda tutti gli appartamenti, oppure alcuni proprietari agiscano di comune accordo, coordinando le loro azioni come se fossero un unico individuo. Il caso in cui è presente in un mercato un solo venditore è definito **monopolio**.

Per affittare gli appartamenti il proprietario può decidere di metterli all'asta uno per uno al miglior offerente. Poiché questo significa che i locatari pagheranno prezzi diversi, ci troviamo di fronte al caso del **monopolista discriminante**. Per semplificare supponiamo che il monopolista discriminante conosca il prezzo di riserva di ogni individuo (questa ipotesi non è molto realistica, ma servirà a chiarire un punto importante).

Il primo appartamento sarebbe dunque assegnato a chi è disposto ad offrire il prezzo più elevato, che, nel nostro caso, è $500; il secondo appartamento sarebbe affittato a $490 e così via, seguendo la curva di domanda. Ciascun appartamento sarebbe pertanto affittato a chi fosse disposto a offrire il prezzo più elevato.

L'aspetto interessante del caso del monopolista discriminante è il seguente: *gli individui a cui vengono assegnati gli appartamenti saranno gli stessi ai quali sono assegnati nell'equilibrio di un mercato concorrenziale*, cioè a dire coloro i quali valutano un appartamento più di p^*. L'ultimo a prendere in affitto un appartamento paga il prezzo p^*, che equivale al prezzo di equilibrio in un mercato concorrenziale. Il tentativo del monopolista discriminante di massimizzare i profitti porta alla stessa allocazione degli appartamenti determinata dal meccanismo della domanda

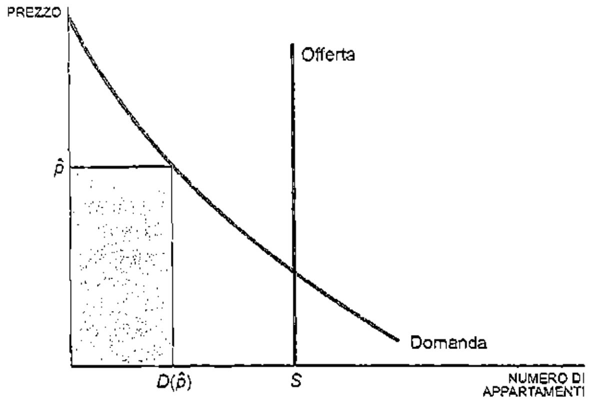


Figura 1.7 **Ricavo del monopolista.** Il ricavo del monopolista è uguale al prodotto tra il prezzo e la quantità e può essere interpretato come l'area del rettangolo in figura.

e dell'offerta nel mercato concorrenziale. Gli individui che ottengono gli appartamenti sono gli stessi, ma il prezzo che *pagano* è diverso. Ciò non è casuale, ma ne spiegheremo le ragioni in seguito.

Il monopolista puro

Abbiamo assunto che il monopolista discriminante fosse in grado di affittare ciascun appartamento a un prezzo diverso. Che cosa accadrebbe se egli fosse costretto ad affittare tutti gli appartamenti allo stesso prezzo? In questo caso il monopolista si trova di fronte al seguente dilemma: se sceglie di fissare un prezzo basso darà in affitto un numero maggiore di appartamenti, rischiando però di guadagnare meno che se fissasse un prezzo più elevato.

Indichiamo con $D(p)$ la funzione di domanda — che esprime il numero di appartamenti domandati in corrispondenza di ciascun prezzo p. Se il monopolista fissa un prezzo p, affitterà $D(p)$ appartamenti, realizzando quindi un ricavo $pD(p)$, che può essere rappresentato dall'area di un rettangolo la cui altezza corrisponde al prezzo p e la cui base al numero di appartamenti $D(p)$. Nella Figura 1.7 l'area del rettangolo — il prodotto della base per l'altezza — rappresenta il ricavo del monopolista.

Se il monopolista non avesse costi addizionali, fisserebbe un prezzo tale da massimizzare il ricavo, cioè un prezzo cui sia associato il rettangolo di ampiezza maggiore, che corrisponde, nella Figura 1.7, al prezzo $\hat{p}$.

In questo caso al monopolista converrà *non* affittare tutti gli appartamenti: in effetti questo si verifica usualmente in una situazione di monopolio. Il monopolista

diminuisce l'offerta per massimizzare i profitti: ciò significa che fisserà un prezzo superiore a p^*, cioè al prezzo di equilibrio in un mercato concorrenziale. Il monopolista puro affitta un numero minore di appartamenti a un prezzo più elevato di quello che si determina in un mercato concorrenziale.

Controllo degli affitti

Il terzo ed ultimo meccanismo che prendiamo in considerazione è quello del **controllo degli affitti.** Supponiamo che l'autorità locale decida di imporre un prezzo massimo p_{max} per gli appartamenti. Supponiamo anche che il prezzo p_{max} sia inferiore a p^*, cioè al prezzo di equilibrio nel mercato concorrenziale. In questo caso si avrà una situazione di **eccesso di domanda**: il numero delle persone disposte a prendere in affitto gli appartamenti in corrispondenza di p_{max} è superiore a quello degli appartamenti disponibili. Chi riuscirà a ottenere gli appartamenti in affitto?

La teoria che abbiamo esposto finora non consente di rispondere a questa domanda: ci permette di sapere che cosa accade se l'offerta è uguale alla domanda, ma il modello non è in grado di descrivere che cosa accadrà quando ciò non avvenga. Non abbiamo una risposta alla domanda precedente perché essa dipende da circostanze quali il tempo che gli individui hanno a disposizione per cercare appartamenti, il fatto che conoscano o meno gli attuali inquilini, ecc., ma ciò non viene preso in considerazione dal nostro semplice modello. È possibile, anche se estremamente improbabile, nel caso di affitti controllati, che ottengano gli appartamenti le stesse persone che li ottengono in un mercato concorrenziale. È molto più probabile, tuttavia, che alcuni dei precedenti locatari degli appartamenti dell'area esterna ottengano appartamenti nell'area interna, prendendo il posto di persone che avrebbero potuto abitarvi nel caso in cui avesse operato un mercato concorrenziale. Il numero di appartamenti affittati a prezzo controllato è uguale a quello degli appartamenti affittati al prezzo concorrenziale, ma i locatari sono diversi.

1.8 Qual è il meccanismo migliore?

Abbiamo esaminato quattro modi di allocare gli appartamenti:

Mercato concorrenziale.

Monopolista discriminante.

Monopolista puro.

Controllo degli affitti.

Ciascun metodo comporta l'assegnazione di appartamenti a individui diversi a prezzi diversi. Prima di chiederci quale sia il miglior modo di allocare le risorse, dobbiamo definire che cosa intendiamo per "migliore" e quali criteri di confronto possiamo adottare.

Prendiamo dapprima in considerazione la situazione economica degli individui in questione. È evidente che i proprietari realizzano un ricavo maggiore se agiscono come monopolisti discriminanti. Il controllo degli affitti, d'altra parte, probabilmente sarà per loro la situazione peggiore.

La situazione dei locatari è probabilmente peggiore nel caso di monopolio discriminante: la maggior parte di essi pagherebbe in questo caso un prezzo più elevato di quello che pagherebbe se operassero gli altri meccanismi di allocazione. In presenza di controllo degli affitti, la situazione dei consumatori che riescono a procurarsi gli appartamenti è migliore di quella in cui essi si troverebbero se operasse un mercato concorrenziale, ma non è così per quelli che non riescono a procurarseli.

A questo punto è necessario prendere in considerazione la situazione economica di tutti gli individui e cioè di tutti i locatari e di tutti i proprietari: in questo caso, come possiamo confrontare i diversi modi di allocare gli appartamenti? Quale criterio possiamo impiegare per scegliere un "buon" meccanismo di allocazione prendendo in considerazione gli interessi di *tutti* gli individui?

1.9 Efficienza paretiana

Un utile criterio per confrontare i diversi meccanismi di allocazione delle risorse è quello noto come efficienza paretiana o efficienza economica[1]. Cominciamo con una definizione: se esiste un modo di aumentare la soddisfazione di qualcuno senza diminuire quella di qualcun altro, questo è un **miglioramento paretiano**. Se un'allocazione consente di ottenenere un miglioramento paretiano, allora siamo in presenza di una allocazione **Pareto-inefficiente**. Se un tale miglioramento paretiano non è possibile, allora l'allocazione è **Pareto-efficiente**.

Un sistema di allocazione delle risorse Pareto-inefficiente determina quindi una situazione in cui è possibile aumentare la soddisfazione di qualcuno senza ridurre quella di qualcun altro. Anche se un meccanismo di allocazione presenta altri aspetti positivi, il fatto che non sia Pareto-efficiente è un motivo sufficiente per rifiutarlo. Se è possibile aumentare la soddisfazione di qualcuno senza ridurre quella di qualcun altro, perché non lo si dovrebbe fare?

Il concetto di efficienza paretiana è molto importante in economia. In seguito lo esamineremo in modo più approfondito: esso è ricco di sottili implicazioni che dovremo esaminare con attenzione, ma è possibile intuire fin d'ora la sua importanza.

Diamo quindi un esempio del concetto di efficienza paretiana. Supponiamo che gli appartamenti delle aree interna ed esterna siano stati assegnati a caso e che ai locatari sia consentito il subaffitto. Può darsi che un individuo che voleva abitare vicino all'università abbia ottenuto, sfortunatamente, un appartamento nell'area esterna. Ma egli potrebbe subaffittare un appartamento dell'area interna da un locatario che ha ottenuto quell'appartamento, ma che lo valuta meno di lui. Se gli appartamenti fossero assegnati a caso, vi sarebbe in generale qualcuno disposto a scambiarli, se lo ritenesse in qualche modo vantaggioso.

[1] Il termine efficienza paretiana deriva dal sociologo ed economista Vilfredo Pareto (1848-1923), che fu uno dei primi a esaminare le implicazioni di questo concetto.

Supponiamo, per esempio, che ad A venga assegnato un appartamento nell'area interna, che egli valuta \$200, e che esista un individuo B, che abita nell'area esterna, disposto a pagare \$300 per l'appartamento di A. È evidente che c'è un "vantaggio nello scambio" se le due persone si scambiano gli appartamenti e stabiliscono che B paghi ad A una somma compresa tra \$200 e \$300. Non è importante l'ammontare esatto della transazione: ciò che importa è che chi è disposto a pagare un prezzo più elevato per un appartamento riesca ad averlo, oppure, in altri termini, che chi attribuisce meno valore a un appartamento vicino all'università sia incentivato a scambiarlo con chi lo valuta di più.

Supponiamo che gli individui abbiano scambiato tutto ciò che volevano scambiare: l'allocazione sarà Pareto-efficiente. Se non fosse così, sarebbe ancora possibile effettuare degli scambi che aumentassero la soddisfazione di due persone senza ridurre quella di un'altra, ma ciò sarebbe in contraddizione con l'ipotesi che tutti gli scambi volontari siano stati effettuati. Un'allocazione in cui siano stati effettuati tutti gli scambi volontari è Pareto-efficiente.

1.10 Confronto tra i modi di allocare gli appartamenti

Potremmo pensare che non vi sia molto altro da dire sui vantaggi derivanti dallo scambio descritto in precedenza. Al contrario possiamo fare un'osservazione molto interessante: chiediamoci chi otterrà gli appartamenti in un'allocazione in cui tutte le opportunità vantaggiose di scambio siano state sfruttate.

Osserviamo che chi abita nell'area interna deve avere un prezzo di riserva maggiore di chi abita nell'area esterna, altrimenti si potrebbe effettuare uno scambio che aumenterebbe la soddisfazione dei contraenti. Se vi sono S appartamenti da affittare nell'area interna, allora gli S individui con i prezzi di riserva più elevati finiranno per ottenerli. Questa allocazione è Pareto-efficiente, mentre ogni altra assegnazione di appartamenti non lo è, perché consentirebbe scambi che aumenterebbero la soddisfazione di almeno due individui, senza che la soddisfazione di alcun altro individuo diminuisse.

Cerchiamo di applicare il criterio dell'efficienza paretiana per confrontare i sistemi di allocazione delle risorse trattati in precedenza. Iniziamo dal meccanismo di mercato. Notiamo subito che il meccanismo di mercato assegna gli appartamenti dell'area interna agli individui con gli S prezzi di riserva più elevati, cioè a chi è disposto a pagare un prezzo superiore al prezzo di equilibrio p^*. Pertanto, una volta che gli appartamenti siano stati affittati in un mercato concorrenziale, non si possono ottenere ulteriori vantaggi dagli scambi: l'equilibrio che si determina in un mercato concorrenziale è Pareto-efficiente.

Vogliamo sapere se anche il caso del monopolista discriminante sia Pareto-efficiente. Per rispondere è sufficiente osservare che in questo caso gli appartamenti sono assegnati esattamente alle stesse persone che li otterrebbero nel mercato concorrenziale. In entrambi i casi chiunque sia disposto a pagare un prezzo superiore a p^* ottiene un appartamento. Anche il monopolista discriminante, quindi, determina un'allocazione Pareto-efficiente.

Per quanto entrambe le soluzioni siano Pareto-efficienti, le distribuzioni di reddito che ne risultano possono essere molto diverse. In presenza di un monopolista discriminante la situazione dei consumatori è certamente peggiore che in un mercato concorrenziale, mentre la situazione dei proprietari è migliore. Il concetto di efficienza paretiana in genere non dice molto sul modo in cui sono distribuiti i vantaggi degli scambi: prende in considerazione soltanto *l'efficienza* dello scambio, cioè se siano stati effettuati tutti gli scambi possibili.

Che cosa avviene nel caso del monopolista puro che deve fissare un unico prezzo? Questa situazione non è Pareto-efficiente. Per verificarlo è sufficiente osservare che, poiché il monopolista in genere non riesce ad affittare tutti gli appartamenti, può aumentare i profitti affittando un appartamento a un *qualsiasi* prezzo positivo. Esiste quindi un prezzo in corrispondenza del quale sia il monopolista che il locatario aumentano la loro soddisfazione, e fino a che il monopolista non varia il prezzo pagato da tutti gli altri locatari, la loro situazione non cambia. In questo caso, quindi, vi è la possibilità di un **miglioramento paretiano**, vale a dire, è possibile aumentare la soddisfazione di alcuni individui senza contemporaneamente ridurre quella di altri. Osserviamo infine che neppure il caso del controllo degli affitti risulta Pareto-efficiente. Nel caso di una distribuzione arbitraria degli appartamenti ai locatari, qualcuno che abita nell'area interna (chiamiamolo Mr. In) sarà in genere disposto a pagare per un appartamento meno di qualcuno che abita nell'area esterna (chiamiamola Ms. Out). Supponiamo che il prezzo di riserva di Mr. In sia $300 e quello di Ms. Out $500.

Dobbiamo trovare un modo per aumentare la soddisfazione di Mr. In e di Ms. Out senza ridurre quella di qualcun altro: è sufficiente che Mr. In subaffitti il suo appartamento a Ms. Out. Per Ms. Out abitare vicino all'università vale $500, mentre per Mr. In vale soltanto $300. Se Ms. Out, ad esempio, paga $400 a Mr. In, ed essi si scambiano gli appartamenti, aumenta la soddisfazione di entrambi: Ms. Out otterrà un appartamento che per lei vale più di $400 e Mr. In otterrà $400, che per lui valgono più di un appartamento vicino all'università.

Quest'esempio dimostra che il mercato nel quale gli affitti siano controllati non determina di solito allocazioni Pareto-efficienti, poiché è in generale possibile effettuare ulteriori scambi. Finché alcuni individui ottengono appartamenti nell'area interna e li valutano meno di chi non li ottiene, sarà possibile effettuare scambi vantaggiosi.

1.11 Equilibrio nel lungo periodo

Finora abbiamo preso in considerazione il prezzo di equilibrio degli appartamenti nel **breve periodo**, cioè quando l'offerta di appartamenti è fissa. Sappiamo però che nel **lungo periodo** l'offerta può variare. La curva di domanda rappresenta il numero di appartamenti domandati in corrispondenza di prezzi diversi, mentre la curva di offerta rappresenta il numero di appartamenti offerti in corrispondenza di prezzi diversi. La determinazione del prezzo di mercato degli appartamenti dipende dall'interazione tra l'offerta e la domanda.

Che cosa determina l'offerta? Il fatto che siano costruiti nuovi appartamenti dipende, in genere, da quanto rende costruirli: ciò dipende a sua volta, almeno in parte, dal prezzo al quale possono essere affittati. Per analizzare il mercato degli appartamenti nel lungo periodo (compito questo che ci assumeremo in seguito), sarà necessario considerare sia l'offerta che la domanda.

Nel caso in cui l'offerta possa variare, possiamo chiederci non soltanto chi otterrà gli appartamenti, ma anche quanti ne saranno offerti nei vari tipi di mercato. Un monopolista offrirà più o meno appartamenti di un mercato concorrenziale? Il numero di appartamenti affittati in equilibrio aumenterà o diminuirà in presenza di controllo degli affitti? Quali meccanismi allocativi saranno Pareto-efficienti? Per rispondere a questi e ad altri quesiti analoghi, è necessario affinare i nostri strumenti di analisi.

Sommario

1. La teoria economica costruisce modelli dei fenomeni sociali, che sono rappresentazioni semplificate della realtà.

2. A tale scopo gli economisti fanno uso dei due principi seguenti: il principio di ottimizzazione, che stabilisce che gli individui cercano sempre di scegliere quanto è meglio per loro, e il principio di equilibrio, secondo il quale i prezzi variano finché la domanda è uguale all'offerta.

3. La curva di domanda rappresenta la quantità domandata in corrispondenza di ciascun prezzo, e quella di offerta la quantità offerta in corrispondenza di ciascun prezzo. In corrispondenza del prezzo di equilibrio la quantità domandata è uguale alla quantità offerta.

4. La statica comparata studia il modo in cui variano il prezzo e la quantità al variare delle condizioni di mercato.

5. Una allocazione è Pareto-efficiente se non vi è alcun modo di aumentare la soddisfazione di qualche gruppo di individui senza ridurre quella di qualche altro. Il concetto di efficienza paretiana può essere impiegato per confrontare i diversi meccanismi di allocazione delle risorse.

Domande

1. Supponiamo che 25 individui abbiano un prezzo di riserva di $500 e che il ventiseiesimo abbia un prezzo di riserva di $200. Come sarà la curva di domanda?

2. Nell'esempio precedente, quale sarebbe il prezzo di equilibrio se vi fossero 24 appartamenti da affittare? E se ve ne fossero 26? E se ve ne fossero 25?

3. Perché la curva di domanda di mercato ha inclinazione negativa se vi sono prezzi di riserva diversi?

4. Nel testo abbiamo supposto che gli acquirenti di appartamenti nei condomini fossero già locatari di appartamenti dell'area interna. Come varierebbe il prezzo degli appartamenti dell'area interna se tutti gli acquirenti di appartamenti nei condominî provenissero dall'area esterna?

5. Supponiamo ora che tutti gli acquirenti di appartamenti nei condominî siano locatari di appartamenti dell'area interna e che ogni condominio sia composto da due appartamenti. Che cosa accadrà al prezzo degli appartamenti?

6. Qual è l'effetto di una tassa sul numero degli appartamenti costruiti nel lungo periodo?

7. Se la curva di domanda degli appartamenti è $D(p) = 100 - 2p$, quale prezzo massimizza il ricavo del monopolista, se dispone di 60 appartamenti? Quanti appartamenti saranno affittati a questo prezzo? Quale prezzo fisserà se dispone di 40 appartamenti? Quanti ne affitterà?

8. Se il nostro modello di controllo degli affitti permettesse l'esistenza di un numero illimitato di subaffitti, chi otterrebbe gli appartamenti dell'area interna? Il risultato sarebbe Pareto-efficiente?

2

IL VINCOLO DI BILANCIO

La teoria del comportamento del consumatore è molto semplice: gli economisti assumono che i consumatori scelgano la combinazione di beni migliore tra quelle che essi possono acquistare. Dobbiamo precisare che cosa intendiamo per "migliore" e che cosa per "poter acquistare". In questo capitolo studieremo le possibilità di acquisto di un consumatore; nel prossimo come il consumatore determina la scelta ottimale. Approfondiremo successivamente le implicazioni di questo semplice modello di comportamento del consumatore.

2.1 Il vincolo di bilancio

Per prima cosa prendiamo in esame il concetto di **vincolo di bilancio**. Supponiamo che esista un certo insieme di beni tra i quali il consumatore può scegliere. Sebbene in realtà esistano molti beni, conviene considerarne soltanto due, in modo da poter rappresentare graficamente il problema della scelta del consumatore.

Indichiamo la **combinazione di consumo**, o **paniere di consumo**, del consumatore con (x_1, x_2), ove x_1 e x_2 rappresentano rispettivamente le quantità del bene 1 e del bene 2 che il consumatore sceglie di consumare. Talvolta indicheremo la combinazione con X, ove X sta semplicemente per (x_1, x_2).

Supponiamo di conoscere i prezzi dei due beni, (p_1, p_2), e la quantità di moneta, m, a disposizione del consumatore: allora il vincolo di bilancio del consumatore può essere espresso nel modo seguente:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{2.1}$$

dove p_1x_1 rappresenta la quantità di moneta che il consumatore spende per il bene 1 e p_2x_2 quella che spende per il bene 2. Il vincolo di bilancio del consumatore richiede che la quantità di moneta spesa per l'acquisto dei due beni non superi la quantità complessiva di moneta che egli ha a disposizione. Le combinazioni di consumo che il consumatore *può acquistare* sono quelle che non costano più di m. Chiamiamo **insieme di bilancio** del consumatore l'insieme delle combinazioni di consumo acquistabili in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2) e del reddito m.

2.2 Spesso due beni sono sufficienti

Considerare soltanto due beni permette una trattazione più generale di quanto non possa apparire a prima vista, perché possiamo supporre che tutti gli altri beni che il consumatore desidera acquistare siano rappresentati da uno dei due.

Per esempio, se intendiamo studiare la domanda di latte di un consumatore, possiamo dire che x_1 rappresenta il suo consumo mensile di latte in litri, mentre x_2 rappresenta qualsiasi altro bene egli desideri consumare.

In questo caso possiamo supporre che la quantità del bene 2 sia espressa in termini dei dollari che il consumatore decide di spendere per tutti gli altri beni. Così il prezzo del bene 2 sarà automaticamente uguale a 1, poiché il prezzo di un dollaro è un dollaro. Il vincolo di bilancio assumerà pertanto la forma

$$p_1x_1 + x_2 \leq m. \tag{2.2}$$

Il significato di questa espressione è che la quantità di moneta spesa per il bene 1, p_1x_1, sommata a quella spesa per tutti gli altri beni, x_2, non deve essere superiore alla quantità totale di moneta che il consumatore può spendere, m.

Il bene 2 è quindi un **bene composito**, che rappresenta ogni altra cosa il consumatore desideri consumare oltre al bene 1. Tale bene composito è misurato in termini dei dollari spesi per beni diversi dal bene 1. Da un punto di vista algebrico, l'equazione (2.2) è soltanto un caso particolare dell'equazione (2.1), con $p_2 = 1$, pertanto le affermazioni relative al vincolo di bilancio in generale valgono anche nel caso del bene composito.

2.3 Proprietà dell'insieme di bilancio

La **retta di bilancio** rappresenta l'insieme dei panieri di beni il cui costo è esattamente uguale a m:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \tag{2.3}$$

Queste sono le combinazioni di beni per il cui acquisto il consumatore spende tutto il suo reddito.

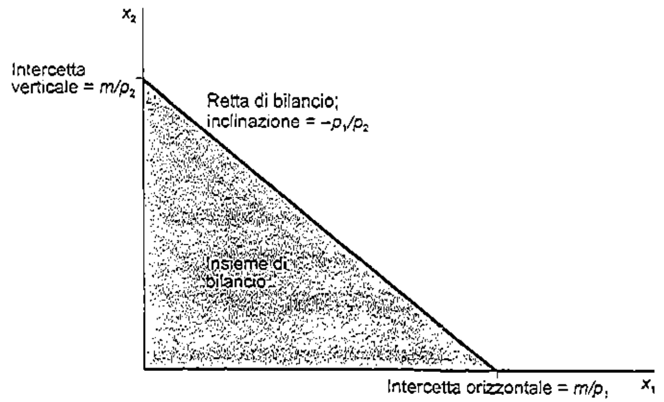


Figura 2.1 **L'insieme di bilancio.** L'insieme di bilancio è formato da tutti i panieri acquistabili, dati prezzi e reddito.

L'insieme di bilancio è rappresentato nella Figura 2.1. La linea più marcata rappresenta la retta di bilancio, cioè l'insieme dei panieri il cui costo è esattamente uguale a m. I panieri che giacciono al di sotto di questa retta sono quelli il cui costo è strettamente inferiore a m.

Dall'equazione (2.3) possiamo ottenere:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{2.4}$$

che rappresenta una retta con intercetta verticale m/p_2 e inclinazione $-p_1/p_2$: essa esprime il numero di unità del bene 2 che il consumatore deve consumare per soddisfare esattamente il vincolo di bilancio, se egli consuma x_1 unità del bene 1.

Un semplice procedimento per tracciare la retta di bilancio dati i prezzi (p_1, p_2) e il reddito m è il seguente: chiediamoci quante unità del bene 2 potrebbero essere acquistate dal consumatore se spendesse tutto il suo reddito per l'acquisto del bene 2. La risposta è, naturalmente, m/p_2. Chiediamoci ora quante unità del bene 1 potrebbero essere acquistate se il consumatore spendesse tutto il suo reddito per l'acquisto del bene 1: la risposta è m/p_1. Quindi le intercette orizzontale e verticale della retta di bilancio rappresentano la quantità che il consumatore potrebbe acquistare se spendesse tutto il suo reddito rispettivamente per i beni 1 e 2. Per tracciare la retta di bilancio rappresentiamo questi due punti sugli assi cartesiani e li congiungiamo con una retta.

L'inclinazione della retta di bilancio può essere interpretata, da un punto di vista economico, come il saggio al quale il mercato consente di "sostituire" il bene 1 con il bene 2. Supponiamo, per esempio, che il consumatore voglia aumentare il suo consumo del bene 1 di Δx_1 (la notazione Δx_1, dove Δ è la lettera greca *delta* maiuscola, rappresenta una variazione della quantità del bene 1)[1]. Di quanto dovrà variare il suo consumo del bene 2 per soddisfare il vincolo di bilancio? Indichiamo con Δx_2 la variazione del consumo del bene 2.

Osserviamo ora che, se il vincolo di bilancio è soddisfatto prima e dopo la variazione, deve essere:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

e

$$p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2(x_2 + \Delta x_2) = m.$$

Sottraendo la prima equazione alla seconda si ottiene:

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = 0.$$

Il valore complessivo della variazione del consumo deve essere quindi pari a zero. Risolvendo per $\Delta x_2/\Delta x_1$, il saggio al quale il bene 2 può essere sostituito al bene 1 continuando a soddisfare il vincolo di bilancio, otteniamo

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

cioè precisamente l'inclinazione della retta di bilancio. Il segno è negativo perché Δx_1 e Δx_2 devono essere sempre di segno opposto: quando aumenta il consumo del bene 1, il consumo del bene 2 deve diminuire, e viceversa, se il vincolo di bilancio continua a essere soddisfatto. Gli economisti dicono talvolta che l'inclinazione della retta di bilancio rappresenta il **costo opportunità** del consumo del bene 1. Per aumentare il consumo del bene 1 è infatti necessario rinunciare in parte al consumo del bene 2. Il costo economico vero e proprio dell'incremento del consumo del bene 1 è rappresentato dalla rinuncia all'opportunità di consumare il bene 2: tale costo è misurato dall'inclinazione della retta di bilancio.

2.4 Come varia la retta di bilancio

Se variano i prezzi e il reddito, si modifica anche l'insieme dei beni che il consumatore può acquistare. In che modo queste variazioni modificano l'insieme di bilancio?

Consideriamo dapprima le variazioni del reddito. È facile dedurre dall'equazione (2.4) che un aumento del reddito determinerà un valore dell'intercetta verticale più elevato senza modificare l'inclinazione della retta. Un aumento del reddito si traduce in uno *spostamento verso destra della retta di bilancio che non ne modifica l'inclinazione*, come nella Figura 2.2. Analogamente, una diminuzione del reddito si traduce in uno spostamento verso sinistra.

Prendiamo ora in considerazione le variazioni dei prezzi. Consideriamo dapprima l'aumento del prezzo 1, mantenendo fissi il prezzo 2 e il reddito. Secondo

[1] Per un approfondimento delle nozioni di variazione e di saggio di variazione si consulti l'Appendice matematica.

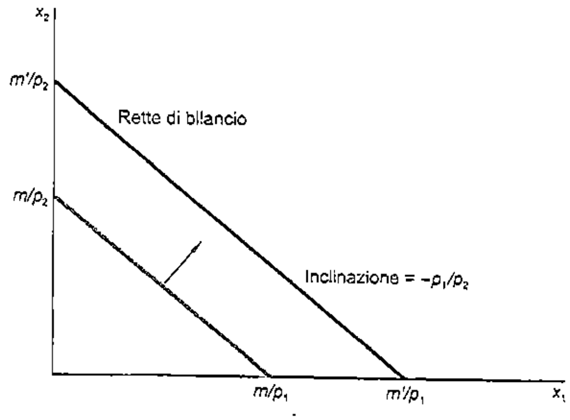


Figura 2.2 **Aumento del reddito.** L'aumento del reddito si traduce in uno spostamento della retta di bilancio verso destra che non ne modifica l'inclinazione.

l'equazione (2.4), aumentando p_1 non si modificherà l'intercetta verticale, ma la retta di bilancio diventerà più ripida perché p_1/p_2 avrà un valore più elevato.

Un altro modo per determinare gli spostamenti della retta di bilancio consiste nell'usare il procedimento già impiegato per tracciarla. Se il consumatore spende tutto il suo reddito per l'acquisto del bene 2, l'aumento del prezzo del bene 1 non modifica la quantità massima del bene 2 che il consumatore può acquistare — quindi il valore dell'intercetta verticale della retta di bilancio non cambia. Ma se il consumatore spende tutto il suo reddito per acquistare il bene 1 e il prezzo del bene 1 aumenta, allora il suo consumo del bene 1 dovrà diminuire. Così l'intercetta orizzontale della retta di bilancio deve spostarsi verso sinistra, facendo variare l'inclinazione della retta, come rappresentato nella Figura 2.3.

Come varia la retta di bilancio se variano contemporaneamente i prezzi del bene 1 e del bene 2? Supponiamo, per esempio, di raddoppiare i prezzi sia del bene 1 che del bene 2. In questo caso i valori delle intercette orizzontale e verticale si dimezzano e, corrispondentemente, si sposta anche la retta di bilancio. Raddoppiare entrambi i prezzi equivale esattamente a dimezzare il reddito.

Tutto ciò può essere visto anche analiticamente. Supponiamo che la retta di bilancio di partenza sia

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Supponiamo ora che entrambi i prezzi aumentino t volte. Moltiplicando entrambi i prezzi per t otteniamo

$$tp_1 x_1 + tp_2 x_2 = m.$$

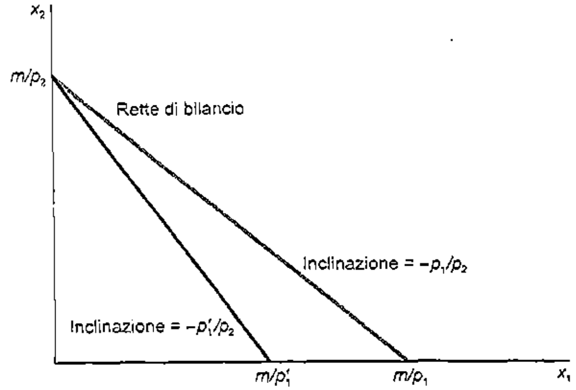


Figura 2.3 **Aumento del prezzo.** Se il prezzo del bene 1 aumenta, la retta di bilancio diventa più ripida.

Ma questa equazione è la stessa che

$$p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}.$$

Moltiplicare entrambi i prezzi per una costante t equivale a dividere il reddito per quella stessa costante. Ne deriva che, se moltiplichiamo per t entrambi i prezzi *e* il reddito, la retta di bilancio non si sposta.

Prendiamo ora in esame congiuntamente le variazioni dei prezzi e del reddito. Che cosa accade se aumentano i prezzi e diminuisce il reddito? Se m diminuisce e p_1 e p_2 aumentano, i valori delle due intercette m/p_1 e m/p_2 devono diminuire. Ciò significa che la retta di bilancio si sposterà verso sinistra. Per quanto riguarda la sua inclinazione, se l'aumento del prezzo 2 è superiore a quello del prezzo 1, in modo tale che $-p_1/p_2$ diminuisca (in valore assoluto), la retta di bilancio sarà più piatta; se l'aumento del prezzo 2 è inferiore a quello del prezzo 1, la retta di bilancio sarà più ripida.

2.5 Il numerario

La retta di bilancio è definita da due prezzi e da un reddito, ma una di queste variabili è superflua. Possiamo assegnare un valore prefissato a uno dei prezzi o al reddito e modificare le altre variabili in modo da ottenere esattamente lo stesso insieme di bilancio. La retta di bilancio

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

equivale pertanto esattamente a

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

o

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = 1$$

dal momento che la seconda retta di bilancio si ottiene dividendo la prima per p_2 e la terza dividendola per m. Nel primo caso abbiamo posto $p_2 = 1$ e nel secondo $m = 1$. Se poniamo uguale a 1 il prezzo di uno dei beni o il reddito e modifichiamo l'altro prezzo e il reddito in modo appropriato, l'insieme di bilancio non subirà nessuna variazione.

Quando assegniamo valore 1 a uno dei prezzi ci riferiamo spesso a quel prezzo come al **numerario**, cioè il prezzo in base al quale misuriamo l'altro prezzo e il reddito. Sarà talvolta opportuno pensare a uno dei due beni come a un numerario, perché in questo modo non sarà necessario prendere in considerazione entrambi i prezzi.

2.6 Tasse, sussidi e razionamento

La politica economica usa spesso strumenti, come le tasse, che modificano il vincolo di bilancio del consumatore. Se, ad esempio, il governo applica una **tassa sulla quantità**, il consumatore dovrà pagare una certa somma per ogni unità del bene che acquista: negli Stati Uniti, per esempio, si paga una tassa sulla benzina di circa 15 centesimi al gallone.

Come viene modificata la retta di bilancio del consumatore da una tassa? Dal punto di vista del consumatore, la tassa si traduce in un prezzo più elevato. Una tassa sulla quantità di t dollari per ciascuna unità del bene 1 fa semplicemente variare il prezzo del bene 1 da p_1 a $p_1 + t$; come abbiamo già visto, ciò implica che la retta di bilancio diventi più ripida.

Un altro tipo di tassa è la tassa **sul valore**, che grava sul valore (cioè sul prezzo) di un bene, piuttosto che sulla quantità acquistata. La tassa sul valore è espressa generalmente in termini percentuali. Nella maggior parte degli stati americani sono in vigore **tasse sulle vendite**: se vi è una tassa sulle vendite del 6% un bene il cui prezzo è \$1 sarà venduto in realtà a \$1,06. Le tasse sul valore sono chiamate anche tasse **ad valorem**.

Se p_1 è il prezzo del bene 1 ma quest'ultimo è soggetto a una tassa sulle vendite τ, il prezzo effettivo per il consumatore sarà $(1 + \tau)p_1$[2]. Per ogni unità del bene il consumatore deve pagare p_1 a chi offre il bene e τp_1 allo stato: per il consumatore il costo complessivo del bene è pertanto $(1 + \tau)p_1$.

Un **sussidio** è l'opposto di una tassa. Nel caso di un **sussidio basato sulla quantità**, lo stato *dà* al consumatore una somma che dipende dalla quantità del

[2] Il simbolo τ è la lettera greca *tau* minuscola.

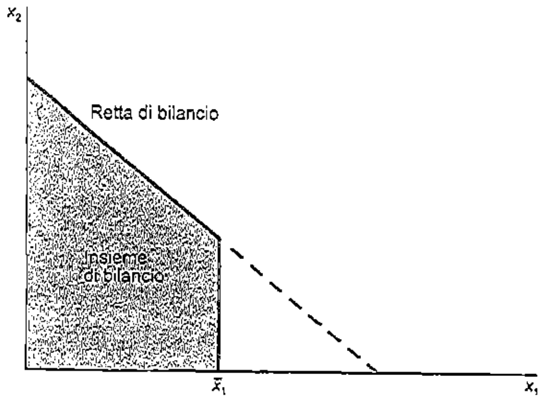


Figura 2.4 **Insieme di bilancio in presenza di razionamento.** Se il bene 1 è razionato, sarà troncata la sezione dell'insieme di bilancio oltre la quantità razionata.

bene acquistata. Se, ad esempio, il consumo del latte fosse sussidiato, lo stato fornirebbe una certa quantità di moneta a ogni consumatore di latte a seconda della quantità acquistata. Se il sussidio è s dollari per ciascuna unità di consumo del bene 1, allora per il consumatore il prezzo di quel bene sarà $p_1 - s$. Ne consegue che la retta di bilancio diventerà più piatta.

Analogamente, un sussidio ad valorem è stabilito sulla base del prezzo del bene che viene sussidiato. Se lo stato dà $1 per ogni $2 che vengono elargiti in beneficenza, allora le donazioni sono sussidiate a un tasso del 50%. In generale, se il prezzo del bene 1 è p_1, e il bene 1 è soggetto ad un sussidio ad valorem al tasso σ, il prezzo effettivo del bene per il consumatore è $(1 - \sigma)p_1$[3].

Si noti come tasse e sussidi influiscano sui prezzi esattamente allo stesso modo, tranne che per il segno: per il consumatore il prezzo aumenta per effetto delle tasse e diminuisce per effetto dei sussidi.

Lo stato può servirsi anche di strumenti quali **tasse o sussidi globali.** Nel caso di una tassa globale, lo stato preleva una quantità fissa di moneta indipendentemente dal comportamento dell'individuo. L'effetto di una tassa globale sarà quindi di spostare verso sinistra la retta di bilancio di un consumatore, poiché ne riduce il reddito monetario. Analogamente, l'effetto di un sussidio globale sarà di spostare verso destra la retta di bilancio. Le tasse sulla quantità e sul valore modificano l'inclinazione della retta di bilancio a seconda del bene che viene tassato, mentre una tassa globale sposta semplicemente la retta di bilancio verso sinistra.

[3] Il simbolo σ è la lettera greca *sigma* minuscola.

Lo stato impone talvolta il *razionamento* di alcuni beni: si stabilisce cioè che il consumo di un qualche bene non deve superare un certo limite. Durante la Seconda Guerra Mondiale, per esempio, il governo degli Stati Uniti ha razionato generi alimentari come il burro e la carne.

Supponiamo che il bene 1 sia razionato in modo che un consumatore non ne possa consumare quantità superiori a $\bar{x}_1$. In questo caso il suo insieme di bilancio sarà come quello rappresentato nella Figura 2.4: cioè corrisponderà all'insieme di bilancio precedente meno una parte. La parte mancante consiste di tutti i panieri che il consumatore può acquistare ma tali che $x_1 > \bar{x}_1$.

Le tasse, i sussidi e il razionamento sono, talvolta, usati congiuntamente. Consideriamo, per esempio, una situazione in cui sia possibile consumare il bene 1 al prezzo p_1 fino a un certo livello $\bar{x}_1$ e, per consumarne quantità superiori a $\bar{x}_1$, si debba pagare una tassa t. L'insieme di bilancio di un consumatore in questa situazione è rappresentato nella Figura 2.5: in questo caso la retta di bilancio ha un'inclinazione $-p_1/p_2$ fino a $\bar{x}_1$ e un'inclinazione $-(p_1 + t)/p_2$ a partire da $\bar{x}_1$.

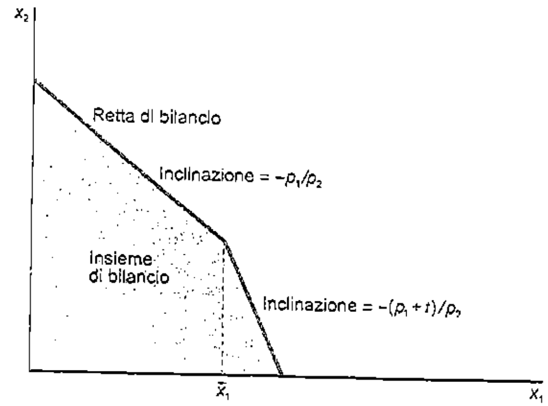


Figura 2.5 **Tassazione sui consumi superiori a $\bar{x}_1$.** In questo insieme di bilancio il consumatore deve pagare una tassa soltanto se consuma una quantità superiore a $\bar{x}_1$: la retta di bilancio, pertanto, diventa più ripida a partire da $\bar{x}_1$.

ESEMPIO: Il Food Stamp Program

Con il Food Stamp Act del 1964 il governo federale degli Stati Uniti ha concesso ai meno abbienti un sussidio sui generi alimentari: i particolari di questo programma sono stati riveduti in numerose occasioni. Descriveremo qui gli effetti economici di una di queste modifiche.

Prima del 1979, alle famiglie che rispondevano a certi requisiti di idoneità veniva concesso di acquistare dei buoni con i quali potevano essere acquistati generi alimentari al dettaglio. Nel gennaio 1975, per esempio, una famiglia di quattro persone che rientrasse in questo programma poteva ricevere un'assegnazione mensile massima in buoni alimentari di $153. Il prezzo al quale la famiglia poteva acquistare questi buoni dipendeva dal suo reddito. Una famiglia di quattro persone con un reddito mensile di $300 pagava $83 per l'assegnazione mensile complessiva di buoni alimentari. Se questa famiglia avesse avuto un reddito mensile di $100, il costo dell'intera assegnazione mensile sarebbe sceso a $25[4].

Prima del 1979 il Food Stamp Program era un sussidio ad valorem sui generi alimentari a un tasso che dipendeva dal reddito della famiglia: una famiglia di quattro persone, che doveva pagare $83 per l'assegnazione di buoni, dava $1 per riceverne $1,84 (cioè 153 diviso 83) in generi alimentari. Analogamente, la famiglia che pagava $25 dava $1 per ricevere $6,12 (cioè 153 diviso 25) in generi alimentari.

Il modo in cui il Food Stamp Program influiva sull'insieme di bilancio di una famiglia è illustrato nella Figura 2.6A. Abbiamo indicato sull'asse orizzontale la spesa in generi alimentari e sull'asse verticale la spesa per tutti gli altri beni. Poiché il valore di ciascun bene è espresso nei termini della quantità di moneta spesa per acquistarlo, il "prezzo" di ciascun bene è ovviamente uguale a 1 e la retta di bilancio avrà pertanto inclinazione −1.

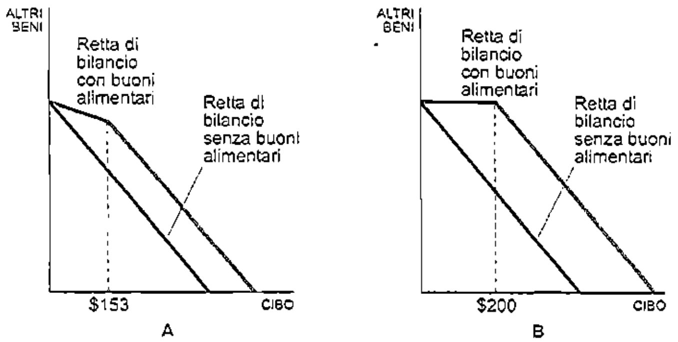


Figura 2.6 **Buoni alimentari.** Ecco come il Food Stamp Program influisce sulla retta di bilancio. La figura A illustra il programma prima del 1979, la figura B dopo il 1979.

Se una famiglia può acquistare $153 di buoni alimentari con $25, ciò significa che riceve un sussidio pari all'84% (= 1 − 25/153): la retta di bilancio avrà pertanto un'inclinazione uguale a circa −0,16 finché la famiglia avrà speso $153 in generi alimentari. Ogni dollaro speso dalla famiglia in generi alimentari, fino a $153, riduce di circa 16 centesimi il suo consumo degli altri beni. Dopo che sono stati spesi $153 in generi alimentari, la retta di bilancio tornerà ad avere inclinazione −1.

[4] Queste cifre sono tratte da Kenneth Clarkson, *Food Stamps and Nutrition*, American Enterprise Institute, 1975.

Questo fa sì che la retta di bilancio presenti un "angolo" come quello rappresentato nella Figura 2.6. Le famiglie con redditi più elevati dovevano pagare di più per l'acquisto di buoni alimentari: in questo modo la retta di bilancio diventa sempre più ripida all'aumentare del reddito della famiglia.

Nel 1979 il Food Stamp Program fu modificato. Secondo questa modifica i buoni alimentari non devono più essere acquistati, ma sono semplicemente ceduti alle famiglie bisognose: la Figura 2.6B mostra come ciò modifichi l'insieme di bilancio.

Supponiamo che ora una famiglia riceva un sussidio in buoni alimentari di $200 al mese. Ciò significa che può spendere in generi alimentari $200 in più al mese, indipendentemente da quanto spende per gli altri beni. La retta di bilancio si sposterà pertanto a destra di un tratto equivalente a $200. L'inclinazione non cambia: spendere $1 in meno in generi alimentari significa avere $1 in più da spendere per l'acquisto di altri beni. Ma poiché la famiglia non può vendere legalmente i buoni alimentari, la quantità massima di moneta che può spendere per l'acquisto di altri beni non varia. In effetti il Food Stamp Program è un sussidio globale, tranne che per il fatto che i buoni alimentari non si possono vendere.

2.7 Variazioni della retta di bilancio

Nel prossimo capitolo studieremo come il consumatore scelga un paniere di consumo ottimo all'interno del proprio insieme di bilancio. Ma possiamo anticipare alcune osservazioni che derivano da quello che già sappiamo sugli spostamenti della retta di bilancio.

Per prima cosa possiamo osservare che, poiché l'insieme di bilancio non subisce variazioni quando si moltiplichino tutti i prezzi e il reddito per un qualche numero positivo, non varierà neppure la scelta ottimale del consumatore all'interno dell'insieme di bilancio. Anche senza aver analizzato il modo in cui si effettuano le scelte, siamo giunti a un'importante conclusione: una situazione inflazionistica in cui tutti i prezzi e il reddito aumentino esattamente allo stesso tasso non modifica gli insiemi di bilancio e pertanto non ha nessun effetto sulle scelte ottimali.

In secondo luogo, possiamo dire qualcosa sulla situazione del consumatore che si trovi di fronte a variazioni dei prezzi e del reddito. Supponiamo che il reddito del consumatore aumenti mentre i prezzi rimangono invariati: sappiamo che ciò comporta uno spostamento della retta di bilancio verso destra, che non ne modifica l'inclinazione. Tutti i panieri che venivano consumati in corrispondenza di un reddito più basso, possono essere scelti anche in corrispondenza di un reddito più elevato. Ma il consumatore con un reddito più elevato deve essere almeno altrettanto soddisfatto che con un reddito inferiore: infatti egli può scegliere tra tutti i panieri disponibili in precedenza, con l'aggiunta di altri. Analogamente, se diminuisce un prezzo e tutti gli altri rimangono invariati, la soddisfazione del consumatore quanto meno non diminuisce. Questa semplice osservazione ci sarà di grande utilità in seguito.

Sommario

1. L'insieme di bilancio consiste di tutti i panieri di beni che il consumatore può acquistare in corrispondenza di un dato reddito e di dati prezzi. Faremo l'ipotesi che vi siano soltanto due beni, ma come abbiamo visto nel testo questa ipotesi non è così restrittiva come potrebbe sembrare.

2. La retta di bilancio è rappresentata dall'equazione $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, con inclinazione $-p_1/p_2$, intercetta verticale m/p_2 e intercetta orizzontale m/p_1.

3. Se aumenta il reddito, la retta di bilancio si sposta verso destra. Se aumenta il prezzo del bene 1 la retta di bilancio diventa più ripida. Se aumenta il prezzo del bene 2 la retta di bilancio diventa più piatta.

4. Tasse, sussidi e razionamento modificano l'inclinazione e la posizione della retta di bilancio perché i prezzi che i consumatori devono pagare subiscono delle variazioni.

Domande

1. Inizialmente il consumatore si trova di fronte a un retta di bilancio $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. In seguito il prezzo del bene 1 raddoppia, il prezzo del bene 2 diventa 8 volte più elevato e il reddito 4 volte maggiore. Si scriva l'equazione della nuova retta di bilancio nei termini dei prezzi e del reddito di partenza.

2. Che cosa accade alla retta di bilancio se il prezzo del bene 2 aumenta ma il prezzo del bene 1 e il reddito rimangono invariati?

3. Se il prezzo del bene 1 raddoppia e il prezzo del bene 2 triplica, la retta di bilancio diventerà più piatta oppure più ripida?

4. Qual è la definizione di numerario?

5. Supponiamo che venga stabilita una tassa sulla benzina di 15 centesimi al gallone e che in seguito venga deciso un sussidio sulla benzina di 7 centesimi al gallone. A quale tassa netta equivale questa combinazione?

6. Data un'equazione di bilancio $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, nel caso vengano stabiliti una tassa globale u, una tassa sulla quantità t sul bene 1 e un sussidio s sul bene 2, quale sarà l'equazione della nuova retta di bilancio?

7. Se aumenta il reddito di un consumatore e contemporaneamente diminuisce uno dei prezzi, il consumatore dovrà necessariamente essere almeno altrettanto soddisfatto?

3

PREFERENZE

Nel secondo capitolo abbiamo visto che il modello di comportamento del consumatore è molto semplice: gli individui scelgono la combinazione di beni migliore tra quelle che possono acquistare. Se scopo del capitolo precedente era quello di chiarire che cosa significasse "poter acquistare", in questo cercheremo di chiarire il concetto di "miglior combinazione di beni".

Chiamiamo **panieri di consumo** gli oggetti della scelta del consumatore: questi rappresentano un elenco completo dei beni e dei servizi che entrano nel problema di scelta che stiamo trattando. Il termine "completo" va sottolineato: quando si analizza un problema di scelta del consumatore, è necessario che nel paniere di consumo siano inclusi tutti i beni sui quali si esercita la scelta.

Considerando il problema di scelta del consumatore in termini più generali, non sarà sufficiente l'elenco completo dei beni che possono essere consumati, ma dovremo conoscere anche quando, dove e in quali circostanze essi saranno disponibili. Una zattera in pieno Oceano Atlantico è ben diversa dalla stessa zattera nel deserto del Sahara, e un ombrello quando piove è un bene molto diverso da un ombrello in una giornata di sole. È utile considerare come differente lo "stesso" bene che sia disponibile in luoghi o in circostanze diversi.

In seguito faremo spesso uso della convenzione già descritta di considerare soltanto due beni, rappresentando con uno di essi "tutti gli altri beni". Potremo così studiare scelte di consumo relative a più beni impiegando grafici a due dimensioni.

Stabiliamo che il nostro paniere di consumo consista di due beni, x_1 e x_2. Il paniere di consumo completo è pertanto rappresentato da (x_1, x_2) e talvolta, in forma abbreviata, da X.

3.1 Preferenze del consumatore

Supponiamo che, dati due qualsiasi panieri di consumo (x_1, x_2) e (y_1, y_2), il consumatore possa ordinarli secondo la loro desiderabilità. Il consumatore, cioè, può stabilire che uno dei panieri sia strettamente migliore dell'altro, oppure può ritenere di essere indifferente tra i due.

Useremo il simbolo $\succ$ per indicare che un paniere è **strettamente preferito** all'altro, cosicché $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ significa che il consumatore **preferisce strettamente** (x_1, x_2) a (y_1, y_2), nel senso che desidera inequivocabilmente il paniere (x_1, x_2) piuttosto che il paniere (y_1, y_2). La relazione di preferenza deve essere intesa in senso operativo. Se il consumatore preferisce un paniere a un altro, ciò significa che, avendone l'opportunità, sceglierà il paniere preferito. L'idea di preferenza è pertanto basata sul *comportamento* del consumatore. Per poter dire se un paniere è preferito a un altro, dobbiamo osservare come si comporta il consumatore di fronte a una scelta tra le due alternative. Se il consumatore sceglie sempre (x_1, x_2) quando è disponibile (y_1, y_2), è naturale affermare che egli preferisce (x_1, x_2) a (y_1, y_2).

Per indicare che il consumatore è **indifferente** tra i due panieri, usiamo il simbolo $\sim$ e scriviamo $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$: ciò significa che il consumatore è ugualmente soddisfatto sia che consumi il paniere (x_1, x_2) sia che consumi (y_1, y_2).

Dati due panieri di beni, se il consumatore ne preferisce uno all'altro oppure è indifferente tra i due, diciamo che per il consumatore esiste una relazione di **preferenza debole** tra (x_1, x_2) e (y_1, y_2) e la scriviamo come $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

Le relazioni di preferenza stretta, preferenza debole e indifferenza sono connesse tra loro: se, per esempio, $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$, possiamo concludere che $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, cioè se il consumatore ritiene che (x_1, x_2) sia desiderabile almeno tanto quanto (y_1, y_2) *e* che (y_1, y_2) sia desiderabile almeno tanto quanto (x_1, x_2), allora il consumatore deve essere indifferente tra i due panieri di beni.

Analogamente, se $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ ma sappiamo che *non* vale $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, allora deve aversi che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Ciò significa che se il consumatore ritiene che (x_1, x_2) sia desiderabile almeno tanto quanto (y_1, y_2) e non è indifferente tra i panieri, ne segue necessariamente che egli ritiene che (x_1, x_2) sia strettamente migliore di (y_1, y_2).

3.2 Assunzioni sulle preferenze

In genere gli economisti formulano ipotesi sulla "coerenza" delle preferenze dei consumatori. Ad esempio, sembra irragionevole — per non dire contraddittoria — una situazione in cui $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e, contemporaneamente, $(y_1, y_2) \succ$

(x_1, x_2): infatti ciò significherebbe che il consumatore preferisce strettamente il paniere (x_1, x_2) al paniere (y_1, y_2)... e viceversa.

Normalmente si fanno alcune assunzioni sulle relazioni di preferenza. Alcune di queste sono talmente fondamentali che ci riferiamo ad esse come agli "assiomi" della teoria del consumatore: ne riportiamo di seguito tre.

Completezza. Supponiamo che sia possibile confrontare due panieri qualsiasi. Cioè, dati due panieri qualsiasi (x_1, x_2) e (y_1, y_2), assumiamo che $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$, oppure $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$, oppure entrambi, nel qual caso il consumatore è indifferente tra i due panieri.

Riflessività. Assumiamo che ogni paniere sia desiderabile almeno tanto quanto sé stesso: $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$.

Transitività. Se $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$, allora assumiamo che $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$. In altri termini, se il consumatore ritiene che X sia desiderabile almeno tanto quanto Y e che Y sia desiderabile almeno tanto quanto Z, allora per il consumatore X è desiderabile almeno tanto quanto Z.

È ben difficile obiettare al primo assioma — la completezza — almeno per i tipi di scelte che gli economisti esaminano in genere. Dire che si possono confrontare due panieri qualsiasi equivale a dire che il consumatore è in grado di effettuare una scelta tra due panieri dati. Potremmo forse immaginare situazioni estreme, dove sia questione di vita o di morte, in cui valutare le alternative potrebbe essere difficile, se non addirittura impossibile, ma questi tipi di scelta non rientrano nell'ambito dell'analisi economica.

Il secondo assioma — la riflessività — è banale. È indubbio che un paniere qualsiasi sia desiderabile almeno tanto quanto un paniere identico. I genitori potranno osservare che, talvolta, i loro bambini infrangono questa ipotesi, che rimane comunque plausibile per quanto riguarda, in genere, il comportamento degli adulti.

Il terzo assioma — la transitività — è più problematico: non è detto che le preferenze debbano *necessariamente* avere la proprietà della transitività. L'ipotesi che le preferenze siano transitive non sembra inevitabile in termini logici e, in effetti, non lo è. La transitività è un'ipotesi sul comportamento degli agenti di fronte a una scelta, non una proposizione di logica pura: l'importante è che essa descriva in modo sufficientemente accurato come si comportano gli individui.

Che cosa pensereste di una persona che dicesse di preferire un paniere X ad un paniere Y e di preferire Y a Z, ma che dicesse anche di preferire Z a X? Questo sarebbe indubbiamente considerato un esempio di comportamento singolare.

La questione più importante è però: come si comporterebbe questo consumatore di fronte alla scelta fra tre panieri X, Y e Z? Se gli chiedessimo di scegliere il suo paniere preferito, egli sarebbe certamente nei pasticci perché, qualsiasi paniere venga scelto, ve ne sarebbe sempre uno ad esso preferito. Se vogliamo una teoria secondo la quale gli individui scelgono in modo "ottimale", le preferenze devono soddisfare l'assioma della transitività o qualcosa di molto simile. Se le preferenze non fossero transitive, potrebbe benissimo darsi un insieme di panieri all'interno del quale non esiste una scelta ottimale.

3.3 Curve di indifferenza

L'intera teoria della scelta del consumatore può essere formulata in termini di preferenze che soddisfino i tre assiomi illustrati sopra, con l'aggiunta di qualche ipotesi più tecnica. È utile, comunque, rappresentare graficamente le preferenze per mezzo delle **curve di indifferenza**.

Consideriamo la Figura 3.1 in cui i due assi rappresentano le quantità consumate dei beni 1 e 2. Individuiamo un paniere di consumo (x_1, x_2) e rappresentiamo tutti i panieri di consumo preferiti debolmente a (x_1, x_2) con l'area ombreggiata: questi panieri costituiscono l'**insieme preferito debolmente**. I panieri sulla frontiera di questo insieme, cioè i panieri che per il consumatore sono indifferenti rispetto a (x_1, x_2), formano la **curva di indifferenza**.

Possiamo tracciare una curva di indifferenza in corrispondenza di qualsiasi paniere di consumo: essa consiste di tutti i panieri di beni che lasciano il consumatore indifferente nei confronti del paniere dato.

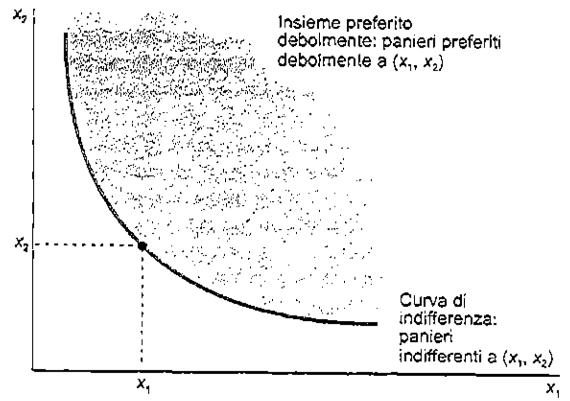


Figura 3.1 **Insieme preferito debolmente.** L'area ombreggiata è formata da tutti i panieri almeno altrettanto desiderabili di (x_1, x_2).

Un problema che deriva dall'uso delle curve di indifferenza per descrivere le preferenze è che esse mostrano soltanto i panieri che il consumatore percepisce come indifferenti l'uno rispetto all'altro, ma non quali siano i panieri migliori e quali i peggiori. Talvolta è utile tracciare una piccola freccia sulle curve di indifferenza

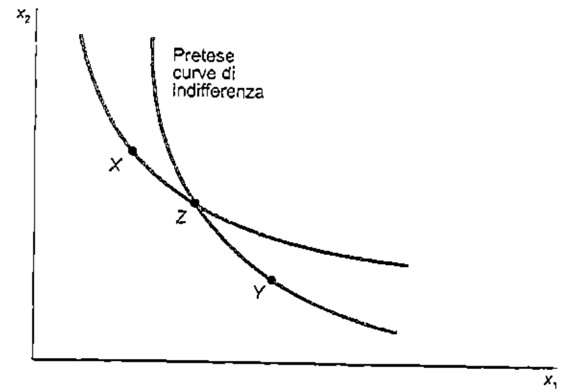


Figura 3.2 **Le curve di indifferenza non possono intersecarsi.** Se si intersecassero, X, Y e Z dovrebbero essere indifferenti tra loro e perciò non potrebbero trovarsi su curve di indifferenza distinte.

per indicare la direzione di preferenza tra i panieri: non lo faremo in tutti i casi, ma soltanto in alcuni esempi nei quali si potrebbe creare qualche confusione.

In assenza di ulteriori assunzioni sulle preferenze, le curve di indifferenza possono assumere forme molto particolari. Ma anche a questo livello di generalità, possiamo già affermare un principio importante: *le curve di indifferenza che corrispondono a diversi livelli di preferenza non possono intersecarsi*. Vale a dire, non si può verificare la situazione rappresentata nella Figura 3.2.

Per dimostrarlo scegliamo tre panieri di beni, X, Y e Z, tali che X giaccia soltanto su una curva di indifferenza, Y giaccia soltanto sull'altra e Z sulla loro intersezione. Per ipotesi le curve di indifferenza rappresentano livelli distinti di preferenza, cosicché uno dei panieri, ad esempio X, sarà strettamente preferito all'altro paniere Y. Ci è noto che $X \sim Z$ e $Z \sim Y$, e l'assioma di transitività implica quindi che $X \sim Y$. Ma questo contraddice l'ipotesi che $X \succ Y$. Così viene dimostrato che curve di indifferenza che corrispondono a diversi livelli di preferenza non possono intersecarsi.

Le curve di indifferenza non hanno molte altre proprietà generali: poiché sono soltanto un modo di descrivere le preferenze, esse possono rappresentare quasi tutte le preferenze "plausibili". Vedremo adesso quali tipi di preferenze corrispondono alle diverse curve di indifferenza.

3.4 Esempi di preferenze

Cerchiamo di rappresentare la relazione tra le preferenze e le curve di indifferenza con alcuni esempi: descriveremo alcune preferenze ed esamineremo successivamente la forma delle curve di indifferenza che le rappresentano.

Illustriamo innanzitutto un modo per costruire le curve di indifferenza data una descrizione "verbale" delle preferenze. Per prima cosa facciamo cadere la matita sul grafico individuando un qualche paniere di consumo (x_1, x_2). Pensiamo ora di dare al consumatore una piccola quantità aggiuntiva del bene 1, Δx_1, così che egli si sposti in $(x_1 + \Delta x_1, x_2)$. Chiediamoci ora come dovrebbe *variare* il consumo di x_2 in modo tale che il consumatore resti indifferente alla combinazione di beni iniziale. Chiamiamo Δx_2 questa variazione e chiediamoci: "data una variazione della quantità consumata del bene 1, di quanto deve variare la quantità consumata del bene 2 perché il consumatore continui ad essere indifferente tra $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ e (x_1, x_2)?" Una volta determinato questo movimento in corrispondenza di un paniere di consumo, avremo tracciato una parte della curva di indifferenza. Ripetiamo l'esperimento partendo da un altro paniere e così via, finché non avremo un'idea chiara della forma complessiva delle curve di indifferenza.

Perfetti sostituti

Due beni sono **perfetti sostituti** se il consumatore è disposto a sostituire un bene con l'altro a un saggio *costante*. Il caso più semplice è quello nel quale i due beni vengono sostituiti in proporzione uno a uno.

Supponiamo, ad esempio, di considerare una scelta tra matite rosse e blu e che il consumatore in questione desideri le matite indipendentemente dal colore. Scegliamo un paniere di consumo, per esempio (10, 10). Ogni altro paniere che contenga 20 matite è, per questo consumatore, desiderabile tanto quanto (10, 10). In termini matematici, ogni paniere di consumo (x_1, x_2) tale che $x_1 + x_2 = 20$ sarà sulla curva di indifferenza che passa per (10, 10). Le curve di indifferenza di questo consumatore sono pertanto tutte rette parallele con inclinazione -1, come è rappresentato nella Figura 3.3. I panieri con un maggior numero complessivo di matite sono preferiti ai panieri con un minor numero complessivo di matite: pertanto le preferenze aumentano nella direzione verso l'alto a destra, come è rappresentato in figura.

Nei termini del nostro "procedimento generale", se siamo in corrispondenza di (10, 10) e aumentiamo la quantità del bene 1 di una unità portandola a 11, come deve variare la quantità del bene 2 per rimanere sulla curva di indifferenza iniziale? È chiaro che dobbiamo diminuire il secondo bene di una unità: la curva di indifferenza che passa per (10, 10) ha quindi inclinazione -1. Si può utilizzare lo stesso procedimento con gli stessi risultati per qualsiasi paniere di beni: in questo caso tutte le curve di indifferenza hanno inclinazione costante -1.

È importante notare che nel caso dei perfetti sostituti le curve di indifferenza hanno inclinazione *costante*. Supponiamo, ad esempio, di considerare le preferenze di un consumatore tra matite rosse e *coppie* di matite blu: le curve di indifferenza relative a questi due beni avranno inclinazione -2, poiché il consumatore sarà disposto a rinunciare a due matite rosse in cambio di una *coppia* addizionale di matite blu.

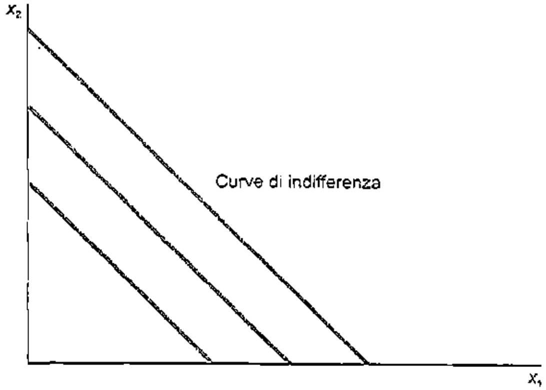


Figura 3.3 **Perfetti sostituti.** Il consumatore è interessato soltanto al numero complessivo delle matite, non al loro colore. Le curve di indifferenza sono, pertanto, rette con inclinazione -1.

Perfetti complementi

I **perfetti complementi** sono beni che vengono sempre consumati congiuntamente in proporzioni fisse: in un certo senso i beni "si completano" a vicenda. Un buon esempio è quello delle scarpe destra e sinistra: il consumatore desidera le scarpe, ma usa le scarpe destra e sinistra sempre insieme. Non gli servirebbe a nulla averne soltanto una.

Tracciamo le curve di indifferenza relative ai perfetti complementi. Consideriamo il paniere di consumo (10, 10); aggiungiamo ora 1 scarpa destra ottenendo il paniere (11, 10). Ciò lascia, per ipotesi, il consumatore indifferente rispetto alla situazione di partenza: la scarpa in più non gli serve a nulla. La conclusione è identica se aggiungiamo delle scarpe sinistre, cosicché il consumatore è indifferente anche tra (10, 11) e (10, 10).

Le curve di indifferenza avranno quindi una forma a L, il cui vertice si troverà in corrispondenza del punto nel quale il numero delle scarpe sinistre è uguale al numero delle scarpe destre, come nella Figura 3.4.

Se aumentiamo contemporaneamente il numero delle scarpe sinistre e destre, il consumatore si troverà in una situazione migliore: la direzione in cui aumentano le preferenze è pertanto ancora verso l'alto a destra, come è rappresentato in figura.

Rileviamo che nel caso di perfetti complementi il consumatore preferisce consumare i beni in proporzioni fisse, ma non necessariamente in proporzione uno a uno. Se un consumatore mette sempre due cucchiaini di zucchero in una tazza di tè e non usa lo zucchero per nessun'altra cosa, le curve di indifferenza corrispondenti avranno una forma a L. In questo caso gli angoli della L si troveranno in corrispondenza di (2 cucchiaini di zucchero, 1 tazza di tè), (4 cucchiaini di zucchero, 2 tazze di tè) e così via, invece che in corrispondenza di (1 scarpa destra, 1 scarpa sinistra), (2 scarpe destre, 2 scarpe sinistre), ecc.

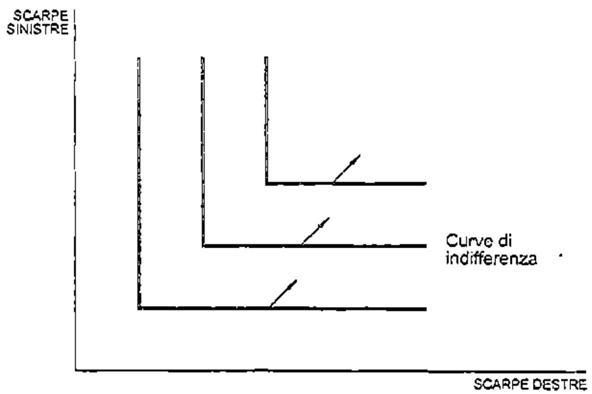


Figura 3.4 **Perfetti complementi.** Il consumatore desidera consumare i beni in proporzioni fisse. Le curve di indifferenza hanno pertanto una forma a L.

"Mali"

Un **"male"** è ciò che il consumatore non apprezza. Supponiamo, per esempio, che al consumatore piacciano molto i salamini piccanti ma non le acciughe. Supponiamo che sia possibile fornirgli una pizza con una quantità di salamini tale da compensarlo del dover consumare anche una certa quantità di acciughe, cioè che, dal punto di vista del consumatore, la quantità di acciughe presente nella pizza sia compensata da una certa quantità di salamini. Come potremo rappresentare queste preferenze con le curve di indifferenza?

Consideriamo un paniere (x_1, x_2) che comprenda una certa quantità di salamini e acciughe. Se aumentiamo la quantità di acciughe, come dobbiamo far variare la quantità di salamini, per mantenere il consumatore sulla stessa curva di indifferenza? È evidente che dobbiamo aumentare la quantità di salamini per compensarlo del consumo di acciughe, cosicché le curve di indifferenza di questo consumatore avranno inclinazione positiva, come rappresentato nella Figura 3.5.

La direzione di preferenza è verso il basso a destra, direzione in cui il consumo di acciughe diminuisce e il consumo di salamini aumenta, come illustrano le frecce nel grafico.

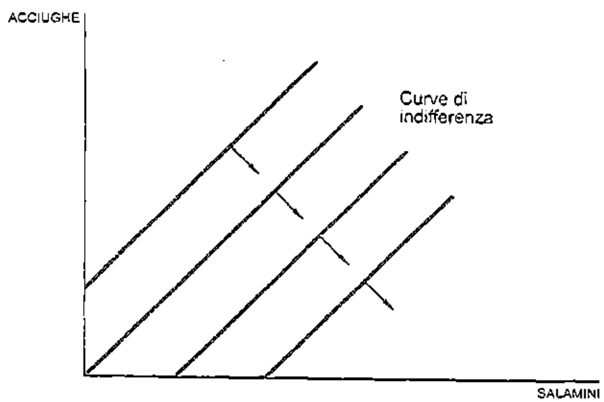


Figura 3.5 **"Mali".** Per il consumatore le acciughe sono un "male" e i salamini sono un "bene". Le curve di indifferenza hanno pertanto inclinazione positiva.

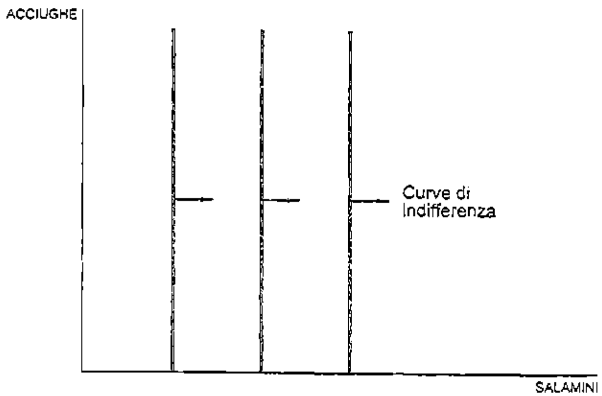


Figura 3.6 **Beni neutrali.** Al consumatore piacciono i salamini, ma è neutrale nei confronti delle acciughe, e quindi le curve di indifferenza sono rette verticali.

Neutrali

Un bene è un **bene neutrale** se un consumatore è indifferente tra consumarlo e non consumarlo. Nel caso in cui un consumatore sia neutrale nei confronti delle acciughe, le curve di indifferenza saranno delle rette verticali, come rappresentato nella Figura 3.6. Il consumatore è interessato soltanto alla quantità dei salamini, e non a quella delle acciughe: preferisce cioè avere la quantità maggiore possibile di salamini, mentre aumentare la quantità di acciughe non ha per lui alcuna conseguenza.

Sazietà

Si dice che vi è **sazietà** quando esiste un paniere preferito a tutti gli altri, e quanto più "vicini" a quest'ultimo sono i panieri scelti dal consumatore, tanto maggiore è la sua soddisfazione. Supponiamo, per esempio, che un consumatore abbia un paniere preferito di beni $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, e che quanto più si allontana da questo, tanto più diminuisca la sua soddisfazione. In questo caso diciamo che $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ è un **punto di sazietà**: le curve di indifferenza del consumatore sono come quelle illustrate nella Figura 3.7. Il punto di sazietà è $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ e gli altri punti giacciono su curve di indifferenza più "basse".

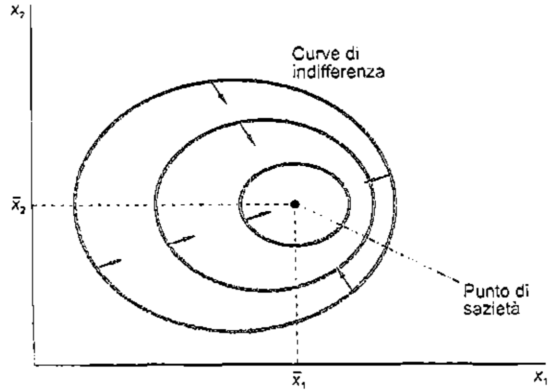


Figura 3.7 **Sazietà.** Il paniere $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ è il punto di sazietà e le curve di indifferenza circondano questo punto.

In questo caso le curve di indifferenza hanno inclinazione negativa quando il consumatore ha "troppo poco" o "troppo" di entrambi i beni e inclinazione positiva quando soltanto uno dei due beni è in eccesso. Quando il consumatore dispone di una quantità eccessiva di uno dei due beni, questo diventa un "male" — se egli riduce il consumo del "male" si avvicinerà al "punto di sazietà". Se dispone di una quantità eccessiva di entrambi i beni, tutti e due si trasformeranno in "mali" e pertanto, per avvicinarsi al punto di sazietà, egli dovrà ridurre il consumo di entrambi.

Supponiamo, per esempio, che i due beni siano la torta di cioccolato e il gelato. È probabile che un consumatore desideri consumare una quantità ottimale per settimana di torta di cioccolato e di gelato: qualsiasi diminuzione di questa quantità diminuirebbe la sua soddisfazione, così come qualsiasi aumento.

Pensandoci bene, ciò vale anche per la maggior parte dei beni: si può sempre averne abbastanza. D'altra parte, possiamo in genere escludere che la gente *scelga* di avere quantità eccessive dei beni che consuma. Perché mai qualcuno dovrebbe scegliere di avere una quantità di un bene superiore a quella che egli desidera? Pertanto, dal punto di vista dell'analisi economica, sono interessanti i casi in cui si deve scegliere tra combinazioni di beni che *non* raggiungono il livello di sazietà. Queste sono le scelte di cui la gente si preoccupa, e di esse ci occuperemo anche noi.

Beni discreti

In genere pensiamo che sia ragionevole misurare la quantità di un bene esprimendola in termini frazionari (per esempio, una famiglia può consumare in media 42,3 litri di latte al mese, anche se il latte viene acquistato un litro alla volta). In qualche caso però dovremo esaminare le preferenze relative a beni disponibili in unità discrete.

Si pensi per esempio alla domanda di automobili. Potremmo definire la domanda di automobili nei termini del tempo impiegato guidando un'auto, ottenendo in questo modo una variabile continua, ma per molti motivi siamo invece interessati al numero effettivo di automobili domandate.

Non è difficile descrivere la scelta relativa a questo tipo di beni impiegando la nozione di preferenze. Supponiamo che x_2 sia la moneta che può essere spesa per tutti gli altri beni, mentre x_1 è un **bene discreto** disponibile soltanto in unità intere. Abbiamo rappresentato nella Figura 3.8 le "curve" di indifferenza e l'insieme preferito debolmente nel caso di un bene di questo tipo. In questo caso i panieri indifferenti ad un paniere dato corrispondono a un insieme di singoli punti, mentre l'insieme dei panieri preferiti debolmente a un paniere dato corrisponde ad un insieme di semirette.

La scelta di considerare un bene discreto dipenderà in genere dal tipo di applicazione che stiamo esaminando. Se il consumatore sceglie solo una o due unità del bene nel periodo di tempo preso in esame nel corso della nostra analisi, sarà importante riconoscere che il bene scelto è un bene discreto, mentre, se ne vengono scelte 30 o 40 unità, sarà probabilmente ragionevole considerarlo un bene disponibile in quantità continue.

3.5 Preferenze regolari o "well-behaved"

Abbiamo appena visto degli esempi di curve di indifferenza e abbiamo osservato come numerosi tipi di preferenze, plausibili o meno, possano essere rappresentate da questi semplici grafici. Ma, se vogliamo descrivere le preferenze in generale, sarà opportuno concentrare la nostra attenzione su alcune configurazioni generali di tali curve.

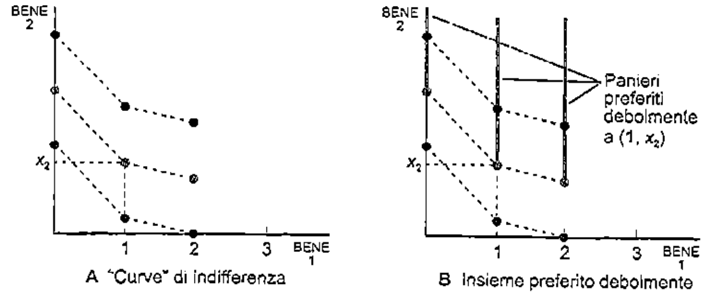


Figura 3.8 **Un bene discreto.** Il bene 1 è disponibile soltanto in unità intere. Nel quadro A i panieri indifferenti a un paniere dato sono collegati fra loro da linee tratteggiate, nel quadro B le rette verticali rappresentano i panieri preferiti debolmente a quello indicato.

In questo paragrafo descriveremo alcune ipotesi più generali sulle preferenze e le loro conseguenze sulla forma delle curve di indifferenza ad esse associate. Va sottolineato che queste non sono le uniche ipotesi possibili ed è probabile che in alcune situazioni sia preferibile utilizzarne altre. Tuttavia, noi le considereremo come caratteristiche determinanti delle curve di indifferenza regolari o "well-behaved"[1].

In primo luogo faremo l'ipotesi che "più è meglio", cioè che stiamo considerando *beni* e non "mali". Più precisamente, se (x_1, x_2) è un paniere di beni e (y_1, y_2) è un altro paniere che contiene almeno la stessa quantità di entrambi e una quantità addizionale di uno solo, allora $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$. Questa è chiamata ipotesi di **monotonicità** delle preferenze. Come abbiamo già suggerito a proposito della sazietà, l'ipotesi "più è meglio" vale probabilmente soltanto fino a un certo punto. Così l'ipotesi di monotonicità vale soltanto nelle situazioni in cui il punto di sazietà non sia ancora stato raggiunto. L'economia non sarebbe un argomento molto interessante in un mondo nel quale ognuno avesse saziato le proprie preferenze relative al consumo di ciascun bene.

L'ipotesi di monotonicità comporta che le curve di indifferenza abbiano inclinazione *negativa*: ciò è evidente nella Figura 3.9. Consideriamo dapprima un paniere (x_1, x_2). Se ci muoviamo verso l'alto e a destra, ci sposteremo verso una posizione preferita mentre, al contrario, se ci muoviamo verso il basso e a sinistra,

[1] L'espressione "well-behaved", alla lettera "che si comporta bene", è usata per indicare la presenza di certe condizioni di regolarità di una funzione o di una curva [*N.d.T.*].

ci sposteremo verso una posizione peggiore. Così, se vogliamo spostarci verso posizioni *indifferenti*, dovremo muoverci o verso sinistra e in alto, oppure verso destra e in basso: la curva di indifferenza ha inclinazione negativa.

La seconda ipotesi è che "la media è preferita agli estremi". Se individuiamo due panieri (x_1, x_2) e (y_1, y_2) sulla stessa curva di indifferenza e ne consideriamo una media aritmetica

$$\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2\right)$$

tale media sarà strettamente preferita ai due panieri estremi, o almeno altrettanto buona. Il paniere corrispondente alla media ponderata contiene esattamente la quantità media del bene 1 e la quantità media del bene 2 dei due panieri: giace, pertanto, a metà della retta che congiunge il paniere-x al paniere-y.

In realtà, questa ipotesi sarà mantenuta per qualsiasi peso t compreso tra 0 e 1, non solo 1/2. Assumiamo quindi che se $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, allora

$$(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succeq (x_1, x_2)$$

per qualsiasi valore di t tale che $0 \leq t \leq 1$. La media ponderata dei due panieri dà un peso t al paniere-x e un peso $1-t$ al paniere-y. La distanza tra il paniere-x e il paniere medio è quindi esattamente una frazione t della distanza tra il paniere-y e il paniere-x, lungo la retta che li congiunge.

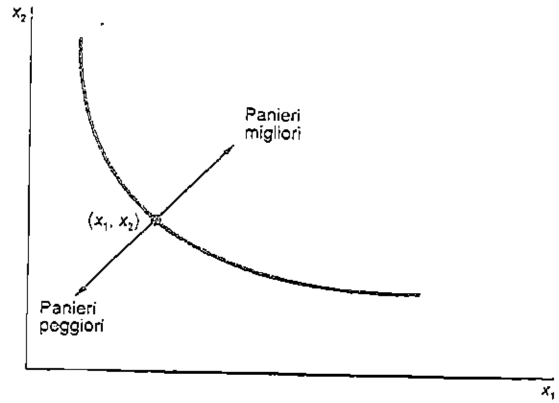


Figura 3.9 **Preferenze monotòne.** Una quantità maggiore di entrambi i beni è meglio per il consumatore; una quantità minore di entrambi costituisce un paniere peggiore.

Da un punto di vista geometrico, ciò significa che l'insieme dei panieri preferiti debolmente a (x_1, x_2) è un **insieme convesso.** Supponiamo infatti che (y_1, y_2) e

(x_1, x_2) siano indifferenti: se le medie sono preferite agli estremi, tutte le medie ponderate di (x_1, x_2) e (y_1, y_2) saranno preferite debolmente a (x_1, x_2) e (y_1, y_2). L'insieme convesso gode della proprietà per cui, scelti due punti *qualsiasi* dell'insieme, il segmento che li congiunge appartiene interamente all'insieme.

La Figura 3.10A rappresenta un esempio di preferenze convesse, mentre le Figure 3.10B e 3.10C rappresentano due esempi di preferenze non convesse; la Figura 3.10C rappresenta preferenze talmente non convesse da essere "concave".

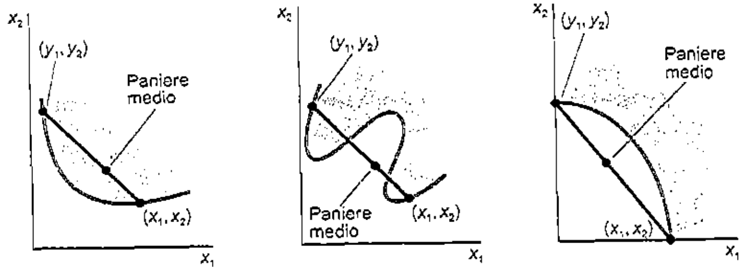


Figura 3.10 **Vari tipi di preferenze.** In (A) sono rappresentate preferenze convesse, in (B) preferenze non convesse, in (C) preferenze "concave".

Un esempio di preferenze non convesse potrebbe essere quello delle mie preferenze per il gelato e le olive: mi piace il gelato e mi piacciono anche le olive... ma non mi piacerebbe mangiarli insieme! Considerando ciò che consumerò durante la prossima ora, potrei essere indifferente tra il consumo di 200 grammi di gelato e 50 di olive, oppure di 200 grammi di olive e 50 di gelato. Ma ciascuna di queste combinazioni sarebbe migliore di quella che corrisponde a 125 grammi di entrambi! Questo tipo di preferenze è rappresentato nella Figura 3.10C.

Perché vogliamo fare l'ipotesi che le preferenze siano convesse? Perché, nella maggioranza dei casi, i beni vengono consumati congiuntamente. I tipi di preferenze rappresentati nelle Figure 3.10B e 3.10C suggeriscono che il consumatore preferirebbe scegliere di consumare, almeno fino a un certo punto, soltanto un bene. Generalmente, tuttavia, il consumatore preferisce scambiare una certa quantità di un bene con una quantità dell'altro, e alla fin fine consumerà un po' di entrambi piuttosto che uno solo di essi.

In effetti, se consideriamo le mie preferenze per il consumo *mensile* di gelato e olive, piuttosto che il mio consumo immediato, queste tenderebbero ad apparire come quelle della Figura 3.10A piuttosto che come quelle della Figura 3.10C. Ogni mese preferirei avere sia del gelato che delle olive, seppure in momenti diversi, piuttosto che consumare soltanto uno dei due beni per l'intero mese.

Infine, un'estensione dell'ipotesi di convessità è l'ipotesi di **stretta convessità**: la media ponderata di due panieri indifferenti è *strettamente* preferita ai due panieri estremi. Le preferenze convesse possono avere tratti piatti, mentre le preferenze *strettamente* convesse sono rappresentate da curve di indifferenza che hanno un andamento strettamente curvilineo. Le preferenze relative a due beni perfetti sostituti sono convesse, ma non strettamente convesse.

3.6 Saggio marginale di sostituzione (MRS)

Troveremo spesso utile far riferimento all'inclinazione di una curva di indifferenza in corrispondenza di un punto particolare. L'inclinazione di una curva di indifferenza è nota come **saggio marginale di sostituzione** (MRS)[2]. Questa espressione deriva dal fatto che il saggio marginale di sostituzione rappresenta il saggio al quale il consumatore è disposto a sostituire uno dei due beni con l'altro.

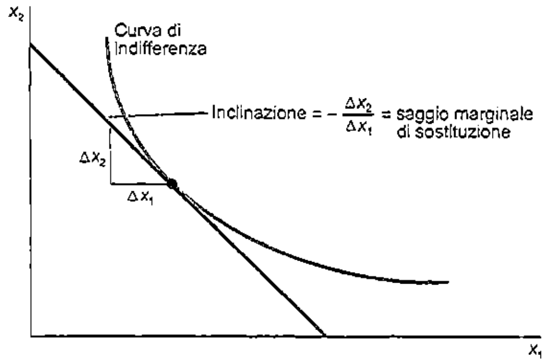


Figura 3.11 **Saggio marginale di sostituzione (MRS).** Il saggio marginale di sostituzione corrisponde all'inclinazione della curva di indifferenza.

Supponiamo di sottrarre al consumatore una piccola quantità del bene 1, Δx_1, cedendogli Δx_2, una quantità appena sufficiente a mantenerlo sulla stessa curva di indifferenza, in modo che la sua situazione dopo la sostituzione di x_1 con x_2 sia buona almeno tanto quanto la precedente. Il rapporto $\Delta x_2/\Delta x_1$ rappresenta il *saggio* al quale il consumatore è disposto a sostituire il bene 2 al bene 1.

Si noti che Δx_1 rappresenta una variazione molto piccola — una variazione al margine — per cui il rapporto $\Delta x_2/\Delta x_1$ misura il saggio *marginale* di sostituzione del bene 2 al bene 1. Al diminuire di Δx_1 il rapporto $\Delta x_2/\Delta x_1$ si avvicina all'inclinazione della curva di indifferenza, come si può vedere nella Figura 3.11.

[2] MRS dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Marginal Rate of Substitution*.

Quando scriveremo il rapporto $\Delta x_2/\Delta x_1$, penseremo sempre che numeratore e denominatore siano numeri piccoli a piacere, poiché descrivono variazioni *marginali* del paniere di consumo di partenza. Pertanto il rapporto che definisce il saggio marginale di sostituzione corrisponderà sempre all'inclinazione della curva di indifferenza, cioè il saggio al quale il consumatore è disposto a sostituire una quantità leggermente superiore del bene 2 a una leggermente inferiore del bene 1.

Il fatto che il saggio marginale di sostituzione corrisponde tipicamente a un numero *negativo* può forse suscitare qualche confusione. Abbiamo già visto che l'ipotesi di monotonicità delle preferenze implica che le curve di indifferenza abbiano inclinazione negativa: poiché il saggio marginale di sostituzione rappresenta l'inclinazione di una curva di indifferenza, sarà naturalmente un numero negativo.

Il saggio marginale di sostituzione rappresenta un aspetto interessante del comportamento del consumatore. Supponiamo che un consumatore abbia preferenze "well-behaved", cioè convesse e monotòne, e che stia consumando un paniere (x_1, x_2). Gli offriamo ora la possibilità di sostituire il bene 1 al bene 2, oppure il bene 2 al bene 1, al "saggio di scambio" E, in qualsiasi quantità.

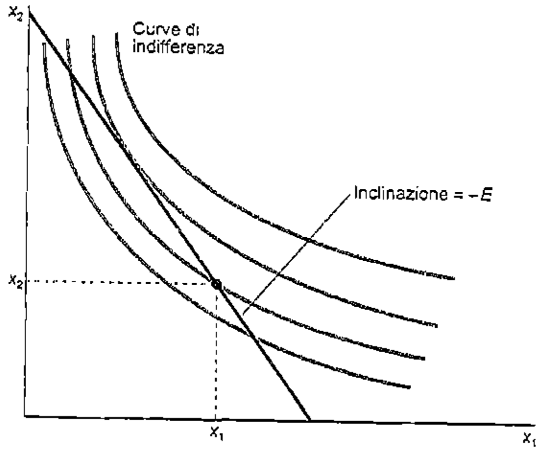


Figura 3.12 **Saggio di scambio.** Un consumatore scambia i beni a un saggio di scambio E, il che significa che si sposta lungo una retta con inclinazione $-E$.

Ciò significa che, se il consumatore rinuncia a Δx_1 unità del bene 1, può avere in cambio $E\Delta x_1$ unità del bene 2, oppure, viceversa, se rinuncia a Δx_2 unità del bene 2, può ottenere $\Delta x_2/E$ unità del bene 1. In termini geometrici, offriamo al consumatore la possibilità di spostarsi verso qualsiasi punto lungo una retta con inclinazione $-E$ che passi per (x_1, x_2), come rappresentato nella Figura 3.11.

Muoversi verso l'alto e a sinistra di (x_1, x_2) significa sostituire il bene 1 con il bene 2, muoversi verso il basso e a destra significa sostituire il bene 2 con il bene 1. Poiché la sostituzione implica la rinuncia a un bene in cambio di un altro, il *saggio* di scambio E corrisponde all'*inclinazione* $-E$.

Possiamo chiederci ora quale dovrebbe essere il saggio di scambio se il consumatore decidesse di fermarsi in corrispondenza di (x_1, x_2). Per rispondere a questa domanda, è sufficiente osservare che ogni volta che la retta di scambio *interseca* la curva di indifferenza, su quella retta vi saranno dei punti preferiti a (x_1, x_2) — quelli che si trovano al di sopra della curva di indifferenza. Quindi, perché non vi sia nessuno spostamento da (x_1, x_2), la retta di scambio deve essere tangente alla curva di indifferenza, cioè l'inclinazione della retta di scambio, $-E$, deve corrispondere all'inclinazione della curva di indifferenza in corrispondenza di (x_1, x_2). In corrispondenza di qualsiasi altro saggio di scambio, la retta di scambio intersecherebbe la curva di indifferenza, e ciò consentirebbe al consumatore di spostarsi verso un punto preferito.

L'inclinazione della curva di indifferenza, cioè il saggio marginale di sostituzione, misura pertanto il saggio in corrispondenza del quale il consumatore si trova sulla linea di confine tra scambio e non scambio. In corrispondenza di qualsiasi saggio di scambio diverso dal saggio marginale di sostituzione, il consumatore desidererebbe scambiare un bene con l'altro, ma se il saggio di scambio è uguale al saggio marginale di sostituzione, il consumatore non desidera spostarsi.

3.7 Altre interpretazioni del MRS

Abbiamo affermato che il MRS rappresenta il saggio al quale il consumatore è al margine disposto a sostituire il bene 1 con il bene 2. Potremmo anche dire che il consumatore è al margine disposto a "pagare" una parte del bene 1 per acquistare una certa quantità del bene 2. È per questo motivo che talvolta l'inclinazione della curva di indifferenza è detta **disponibilità marginale a pagare**.

Se il bene 2 rappresenta il consumo di "tutti gli altri beni" ed è misurato in termini dei dollari che si possono spendere per gli altri beni, l'interpretazione della disponibilità a pagare risulta molto chiara. Il saggio marginale di sostituzione del bene 2 con il bene 1 corrisponde ai dollari che un consumatore sarebbe disposto a rinunciare a spendere nell'acquisto degli altri beni, per poter consumare una quantità lievemente maggiore del bene 1. Il saggio marginale di sostituzione rappresenta pertanto la disponibilità marginale a rinunciare ai dollari necessari per consumare una piccola quantità addizionale del bene 1. Ma rinunciare a quei dollari equivale a pagarne per consumare una quantità addizionale del bene 1.

Se adottiamo l'interpretazione del MRS come disponibilità marginale a pagare, dobbiamo aver ben chiara l'importanza sia del termine "marginale" che del termine "disponibilità". Il MRS rappresenta la quantità del bene 2 che si è *disposti* a pagare per acquistare una quantità *marginale* aggiuntiva del bene 1. Quanto si *deve* realmente pagare tale quantità aggiuntiva può non coincidere con quanto si è disposti a pagare. Quanto si deve pagare dipenderà dal prezzo del bene in questione, mentre quanto si è disposti a pagare non dipende dal prezzo ma dalle preferenze.

Analogamente, quanto si è disposti a pagare per variare di molto il consumo può essere diverso da quanto si è disposti a pagare per una variazione marginale. La quantità di un bene che si riuscirà effettivamente ad acquistare dipenderà dalle preferenze per quel bene e dai prezzi. Quanto si è disposti a pagare per l'acquisto di una piccola quantità addizionale del bene è determinato solamente dalle preferenze.

3.8 Andamento del saggio marginale di sostituzione

L'andamento del saggio marginale di sostituzione consente di descrivere la forma delle curve di indifferenza. Le curve di indifferenza dei "perfetti sostituti", per esempio, sono caratterizzate dal fatto che il saggio marginale di sostituzione è costante a -1, il caso dei "beni neutrali" è caratterizzato dal fatto che il saggio marginale di sostituzione è infinito. Le preferenze per i "perfetti complementi" sono caratterizzate dal fatto che il MRS è uguale a zero oppure infinito, e non assume nessun altro valore.

Abbiamo già osservato come l'ipotesi della monotonicità comporta che le curve di indifferenza abbiano inclinazione negativa: nel caso di preferenze monotòne, il MRS esprime di quanto deve essere ridotto il consumo di un bene affinché il consumatore possa avere una piccola quantità addizionale dell'altro.

Anche l'ipotesi della convessità ha implicazioni sul saggio marginale di sostituzione. Nel caso di curve di indifferenza strettamente convesse, il MRS, cioè l'inclinazione della curva di indifferenza, diminuisce (in valore assoluto) all'aumentare di x_1. Le curve di indifferenza presentano quindi un **saggio marginale di sostituzione decrescente**. Ciò significa che il saggio al quale un individuo è disposto a scambiare x_1 con x_2 diminuisce all'aumentare di x_1. In questi termini, la convessità delle curve di indifferenza assume un significato molto semplice: significa soltanto che maggiore è la quantità di un bene di cui si dispone più si è disposti a cederne qualche frazione in cambio dell'altro bene. (Ricordiamo, però, l'esempio del gelato e delle olive: questa ipotesi potrebbe non essere valida per alcune coppie di beni!)

Sommario

1. Gli economisti ipotizzano che un consumatore possa ordinare le varie possibilità di consumo: il modo in cui il consumatore ordina i panieri di consumo ne descrive le preferenze.

2. I vari tipi di preferenze possono essere rappresentati per mezzo delle curve di indifferenza.

3. Le proprietà usuali delle preferenze sono la monotonicità (più è meglio) e la convessità (le medie sono preferite agli estremi).

4. Il saggio marginale di sostituzione (MRS) corrisponde all'inclinazione della curva di indifferenza e può essere interpretato come la quantità del bene 2 alla quale il consumatore è disposto a rinunciare per acquistare una quantità addizionale del bene 1.

Domande

1. Se un consumatore sceglie (x_1, x_2) quando è disponibile anche (y_1, y_2), è giustificata la conclusione che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$?

2. Si consideri un gruppo di individui A, B, C tra i quali vi sia la relazione "almeno altrettanto alto di", come in "A è almeno altrettanto alto di B". Questa relazione è transitiva? È completa?

3. Immaginiamo che tra i membri dello stesso gruppo di individui esista la relazione "strettamente più alto di". Questa relazione è transitiva? È riflessiva? È completa?

4. L'allenatore di una squadra di football dice che tra due guardialinee A e B preferisce sempre quello più robusto e più veloce. Questa relazione di preferenza è transitiva? È completa?

5. Una curva di indifferenza può intersecare sé stessa? La Figura 3.2, per esempio, può rappresentare un'unica curva di indifferenza?

6. La Figura 3.2 può descrivere un'unica curva di indifferenza se le preferenze sono monotòne?

7. Se sia i salamini che le acciughe sono "mali", le curve di indifferenza avranno inclinazione positiva o negativa?

8. Spiegate perché le preferenze convesse significano che "le medie sono preferite agli estremi".

9. Qual è il saggio marginale di sostituzione tra le banconote da \$1 e quelle da \$5?

10. Se il bene 1 è un "bene neutrale", qual è il saggio marginale di sostituzione per il bene 2?

11. Pensate a qualche altro bene per cui le preferenze siano concave.

4

UTILITÀ

In età vittoriana, filosofi ed economisti parlavano dell'"utilità" come dell'indicatore del benessere complessivo di un individuo: si riteneva cioè che l'utilità fosse la misura numerica della felicità di una persona. Partendo da questo concetto, era naturale pensare che i consumatori operino scelte che ne massimizzino l'utilità, cioè che li rendano più felici possibile.

Gli economisti classici, però, non hanno mai descritto effettivamente come l'utilità possa essere misurata. Come si può infatti misurare la "quantità" di utilità associata a scelte diverse? L'utilità di un individuo è uguale a quella di un altro? Che cosa significa dire che avere un pezzo di dolce in più darebbe a un consumatore un'utilità due volte superiore a quella fornita da una carota di più? Il concetto di utilità ha un qualche significato indipendente, oltre a essere ciò che gli individui massimizzano?

A causa di questi problemi concettuali, gli economisti hanno abbandonato la precedente visione dell'utilità come misura della felicità; al contrario, la teoria del comportamento del consumatore è stata riformulata interamente nei termini delle **preferenze del consumatore** e l'utilità viene interpretata solamente come *un modo di descrivere le preferenze*.

Gli economisti hanno iniziato gradualmente a riconoscere che l'elemento essenziale del comportamento di scelta è se un paniere abbia un'utilità maggiore di un altro — non importa quanto maggiore. Inizialmente le preferenze erano definite in termini di utilità: dire che un paniere (x_1, x_2) era preferito a un paniere (y_1, y_2),

significava che il paniere-x aveva un'utilità superiore a quella del paniere-y. Ora, invece, tendiamo a pensare in modo opposto: le *preferenze* del consumatore sono sufficienti per analizzare la scelta, e l'utilità è semplicemente un modo per rappresentare le preferenze.

Una **funzione di utilità** è un modo per associare un numero a ogni possibile paniere di consumo, tale che ai panieri preferiti siano assegnati numeri più elevati. Un paniere (x_1, x_2) è preferito a un paniere (y_1, y_2) se, e solo se, l'utilità di (x_1, x_2) è superiore all'utilità di (y_1, y_2): formalmente, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ se, e solo se, $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

La caratteristica fondamentale della funzione di utilità è il modo in cui *ordina* i panieri di beni. I valori della funzione di utilità sono importanti solamente in quanto *ordinano* i diversi panieri di consumo, o, in altri termini, non è importante l'esatto valore della differenza tra l'utilità di due panieri. L'utilità ha quindi un significato esclusivamente **ordinale.**

Consideriamo, ad esempio, la Tabella 4.1, dove sono rappresentati diversi modi di assegnare l'utilità a tre panieri di beni, ordinati però tutti nello stesso modo. In questo esempio, il consumatore preferisce A a B e B a C: tutte le assegnazioni rappresentano funzioni di utilità accettabili per descrivere lo stesso tipo di preferenza, poiché ad A viene sempre assegnato un numero più elevato che a B, al quale, a sua volta, viene assegnato un numero più elevato che a C.

Paniere	U_1	U_2	U_3
A	3	17	−1
B	2	10	−2
C	1	0,002	−3

Tabella 4.1 **Modi differenti di assegnare l'utilità**

Poiché è rilevante soltanto l'ordinamento dei panieri, vi possono essere diversi modi di assegnare loro valori di utilità. Quando troviamo un modo per assegnare tali valori di utilità, ne abbiamo anche infiniti altri. Se $u(x_1, x_2)$ rappresenta un modo per assegnare valori di utilità ai panieri (x_1, x_2), allora moltiplicare $u(x_1, x_2)$ per 2 (o per qualsiasi altro numero positivo) è un modo altrettanto accettabile.

La moltiplicazione per 2 è un esempio di **trasformazione monotòna**[1], cioè di un modo per trasformare un insieme di numeri in un altro mantenendone invariato l'ordine.

Rappresentiamo una trasformazione monotona con la funzione $f(u)$, che trasforma ciascun numero u in un altro numero $f(u)$ in modo da preservare l'ordine, nel

[1] Si pronuncia monotòna e *non* monòtona. Di regola, verrà scritto d'ora in poi senza accento.

senso che se $u_1 > u_2$, allora $f(u_1) > f(u_2)$. Una trasformazione monotona e una funzione monotona sono essenzialmente la stessa cosa.

Esempi di trasformazioni monotone si ottengono moltiplicando la funzione per un numero positivo (per esempio, $f(u) = 3u$), sommandovi un numero qualsiasi (per esempio, $f(u) = u + 17$), elevando u a una potenza dispari (per esempio, $f(u) = u^3$), e così via[2].

Si può misurare il saggio di variazione di $f(u)$ al variare di u dividendo la variazione di f in corrispondenza di due valori di u per la variazione di u:

$$\frac{\Delta f}{\Delta u} = \frac{f(u_2) - f(u_1)}{u_2 - u_1}.$$

In seguito a una trasformazione monotona, $f(u_2) - f(u_1)$ ha sempre lo stesso segno di $u_2 - u_1$. Una funzione monotona ha pertanto sempre un saggio di variazione positivo: ciò significa che il grafico di una funzione monotona avrà sempre inclinazione positiva, come rappresentato nella Figura 4.1A.

Se $f(u)$ è una trasformazione monotona *qualsiasi* di una funzione di utilità che rappresenta alcune particolari preferenze, allora anche $f(u(x_1, x_2))$ è una funzione di utilità che rappresenta le stesse preferenze.

Questa conclusione deriva dai seguenti enunciati:

1. Se $u(x_1, x_2)$ rappresenta alcune particolari preferenze, allora sarà $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ se, e solo se, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
2. Ma se $f(u)$ è una trasformazione monotona, allora $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ se, e solo se, $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$.
3. Perciò $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$ se, e solo se, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, e quindi la funzione $f(u)$ rappresenta le preferenze esattamente come la funzione di utilità di partenza $u(x_1, x_2)$.

Riassumiamo questo ragionamento con il principio seguente: *una trasformazione monotona di una funzione di utilità corrisponde a una funzione di utilità che rappresenta le stesse preferenze della funzione di utilità di partenza.*

In termini geometrici, una funzione di utilità è un'assegnazione di valori alle curve di indifferenza: poiché ciascun paniere posto su una curva di indifferenza ha la stessa utilità, una funzione di utilità è un modo di assegnare valori alle diverse curve di indifferenza tale che alle curve di indifferenza più alte siano assegnati valori più elevati. Da questo punto di vista, una trasformazione monotona è semplicemente un modo di rinumerare le curve di indifferenza. Fin tanto che alle curve di indifferenza che contengono panieri maggiormente preferiti siano assegnati numeri più elevati che alle curve di indifferenza che contengono panieri meno preferiti, la nuova numerazione rappresenta le medesime preferenze.

[2] Quella che chiamiamo "trasformazione monotona" è chiamata più precisamente "trasformazione monotona positiva", per distinguerla dalla "trasformazione monotona negativa" che *inverte* l'ordine dei numeri. Le trasformazioni monotone sono chiamate, talvolta, "trasformazioni monòtone", ma ciò non sembra giusto, considerato il loro grande interesse.

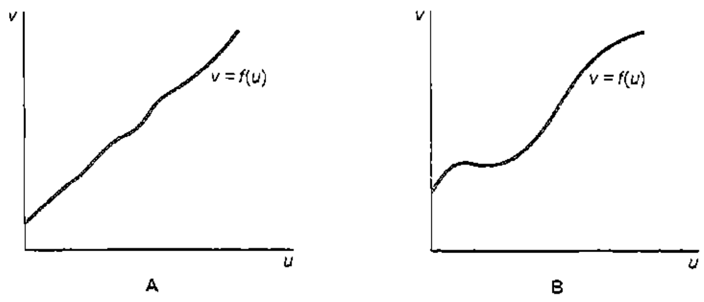


Figura 4.1 **Trasformazione monotona positiva.** Il quadro A rappresenta una funzione monotona, cioè una funzione sempre crescente. Il quadro B rappresenta una funzione *non* monotona, poiché presenta tratti crescenti e decrescenti.

4.1 Utilità cardinale

Le teorie che attribuiscono un significato alla grandezza dell'utilità sono note come **teorie dell'utilità cardinale**: esse si fondano sull'ipotesi che la differenza tra le utilità di due panieri di beni abbia qualche significato.

Esiste un semplice criterio per sapere se una persona preferisce un paniere di beni a un altro: gli offriamo di scegliere tra i due e vediamo quale sceglie. In questo modo sappiamo anche come assegnare un'utilità ordinale a due panieri di beni: è sufficiente assegnare al paniere scelto un'utilità maggiore che a quello rifiutato. Tutte le assegnazioni di questo tipo saranno funzioni di utilità. Abbiamo pertanto un criterio operativo per determinare se per un individuo un paniere abbia un'utilità maggiore di un altro.

Ma come possiamo capire se a un individuo un paniere piace due volte più di un altro? Come potete perfino *voi* dire se un paniere vi piaccia due volte più di un altro?

Si potrebbero proporre varie definizioni di questo tipo di assegnazione: un paniere mi piace due volte più di un altro se sono disposto a pagarlo due volte di più, oppure un paniere mi piace due volte più di un altro se sono disposto a correre due volte più lontano per averlo, oppure aspettare due volte più a lungo, oppure scommettere con una puntata doppia per ottenerlo. Non vi è nulla di sbagliato in queste definizioni, poiché ognuna consente di assegnare livelli di utilità significativi. Tuttavia, sebbene tutte le definizioni precedenti sembrino plausibili, nessuna è effettivamente convincente.

In ogni caso, per dire se sarà scelto un paniere oppure un altro, dobbiamo solamente sapere qual è preferito, cioè a quale corrisponde l'utilità più elevata: sapere quanto sia più elevata non aggiunge nulla alla descrizione della scelta. Poiché per descrivere la scelta non è necessario utilizzare l'utilità cardinale, e poiché non esiste comunque nessun modo convincente di assegnare le utilità cardinali, ci limiteremo a prendere in considerazione l'utilità ordinale.

4.2 Costruzione di una funzione di utilità

Vediamo ora se esiste effettivamente un modo di assegnare le utilità ordinali. Dato un ordinamento delle preferenze, riusciremo sempre a trovare una funzione di utilità che ordini i panieri nello stesso modo? Esiste una funzione di utilità che descriva qualsiasi ordinamento ragionevole delle preferenze?

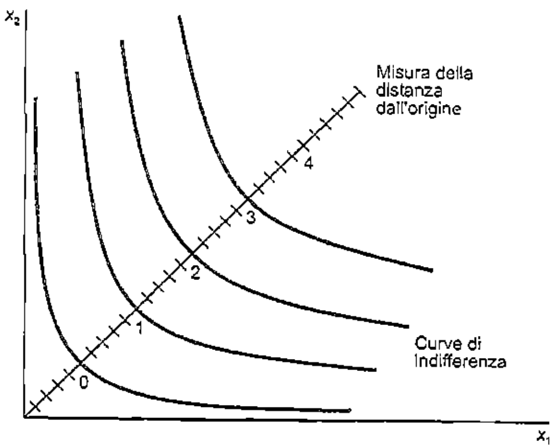


Figura 4.2 **Funzione di utilità e curve di indifferenza.** Tracciamo una diagonale e assegniamo un valore a ciascuna curva di indifferenza a seconda di quanto dista dall'origine, misurando la distanza lungo la retta.

Non tutti i tipi di preferenze possono essere rappresentati da una funzione di utilità. Supponiamo, per esempio, che un individuo abbia preferenze non transitive tali che $A \succ B \succ C \succ A$: una funzione di utilità relativa a queste preferenze dovrebbe essere costituita dai numeri $u(A)$, $u(B)$ e $u(C)$ tali che $u(A) > u(B) > u(C) > u(A)$. Ciò è impossibile.

Ma se eliminiamo i casi perversi, come quello delle preferenze intransitive, saremo sempre in grado di trovare una funzione di utilità che rappresenti le preferenze: illustreremo di seguito un procedimento, e nel Capitolo 14 ne verrà presentato un altro.

Supponiamo di avere una rappresentazione delle curve di indifferenza, come nella Figura 4.2. Sappiamo che una funzione di utilità è un modo per assegnare valori alle curve di indifferenza tali che a curve di indifferenza più alte corrispondano numeri più elevati.

Per ottenere questo ordinamento è sufficiente tracciare la diagonale rappresentata in figura e contrassegnare ogni curva di indifferenza a seconda della sua distanza dall'origine misurata lungo tale retta.

Come possiamo stabilire che questa è una funzione di utilità? Non è difficile capire che se le preferenze sono monotone, la retta che passa per l'origine deve intersecare ogni curva di indifferenza esattamente una volta. A ciascun paniere è associato quindi un valore, e ai panieri posti sulle curve di indifferenza più alte sono assegnati valori più elevati: questo è sufficiente per avere una funzione di utilità.

Quello appena illustrato è uno dei modi di assegnare valori alle curve di indifferenza, o, almeno, lo è nel caso di preferenze monotone. Non sarà sempre il modo più semplice, ma, perlomeno, dimostra che il concetto di utilità ordinale è in generale valido: infatti quasi tutti i tipi di preferenze "ragionevoli" possono essere rappresentati da funzioni di utilità.

4.3 Alcuni esempi di funzioni di utilità

Nel Capitolo 3 abbiamo descritto alcuni esempi di preferenze e le curve di indifferenza che le rappresentano: queste preferenze possono essere rappresentate anche da funzioni di utilità. Data una funzione di utilità $u(x_1, x_2)$, è relativamente semplice tracciare le curve di indifferenza: basta rappresentare su un grafico tutti i punti (x_1, x_2) tali che $u(x_1, x_2)$ sia costante. In termini formali, l'insieme di tutti i punti (x_1, x_2) tali che $u(x_1, x_2)$ sia costante è chiamato **insieme di livello**: in corrispondenza di ciascun valore della costante si ottiene una diversa curva di indifferenza.

ESEMPIO: Curve di indifferenza e utilità

Supponiamo che la funzione di utilità sia $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Come saranno le curve di indifferenza?

Sappiamo che una tipica curva di indifferenza è l'insieme di tutti i punti x_1 e x_2 tali che $k = x_1 x_2$, ove k è una costante qualsiasi. Risolvendo per x_2 in funzione di x_1, otteniamo:

$$x_2 = \frac{k}{x_1}.$$

La curva è rappresentata nella Figura 4.3 per $k = 1, 2, 3 \cdots$.

Consideriamo un altro esempio. Supponiamo che $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ sia la funzione di utilità. Come saranno in questo caso le curve di indifferenza? Sappiamo che:

$$v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = u(x_1, x_2)^2.$$

Quindi la funzione di utilità $v(x_1, x_2)$ è uguale al quadrato della funzione di utilità $u(x_1, x_2)$. Poiché $u(x_1, x_2)^2$ non può avere valori negativi, ne consegue

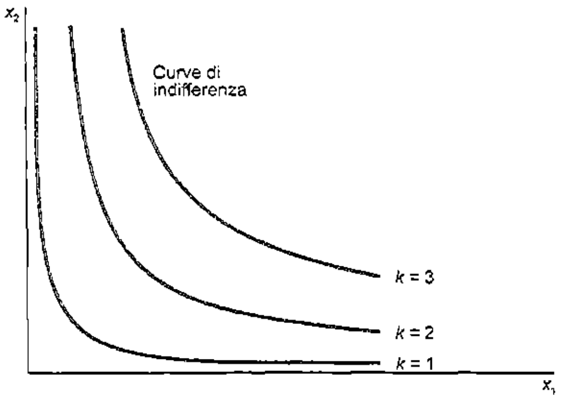


Figura 4.3 **Curve di indifferenza.** Le curve di indifferenza $k = x_1x_2$ per valori diversi di k.

che $v(x_1, x_2)$ è una trasformazione monotona della precedente funzione di utilità $u(x_1, x_2)$. Ciò significa che la funzione di utilità $v(x_1, x_2) = x_1^2x_2^2$ deve dare curve di indifferenza della stessa forma di quelle tracciate nella Figura 4.3. I valori associati alle curve di indifferenza saranno diversi — invece che 1, 2, 3, $\cdots$ avremo ora 1, 4, 9, $\cdots$ — ma l'insieme dei panieri per i quali $v(x_1, x_2) = 9$ è esattamente uguale all'insieme dei panieri per i quali $u(x_1, x_2) = 3$. Quindi $v(x_1, x_2)$ descrive esattamente le stesse preferenze di $u(x_1, x_2)$, poiché *ordina* tutti i panieri allo stesso modo.

L'operazione inversa, cioè trovare una funzione di utilità che rappresenti delle curve di indifferenza, è alquanto più difficile: è comunque possibile procedere in due modi. Il primo è formale: date le curve di indifferenza, vogliamo trovare una funzione che sia costante lungo ciascuna curva di indifferenza e che assegni valori più elevati a curve di indifferenza più alte.

Il secondo è più intuitivo: data una descrizione delle preferenze, cerchiamo di immaginare che cosa il consumatore stia cercando di massimizzare, quale combinazione di beni corrisponde cioè alla scelta del consumatore. Per ora tutto ciò può apparire vago, ma sarà più chiaro dopo che avremo discusso alcuni esempi.

Perfetti sostituti

Ricordiamo l'esempio delle matite rosse e blu: il consumatore era interessato unicamente al numero totale di matite. È quindi naturale misurare l'utilità per mezzo del numero totale di matite. Scegliamo provvisoriamente la funzione di utilità $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Ci chiediamo ora se tale funzione è costante lungo le curve di indifferenza e assegna numeri più elevati ai panieri preferiti. Poiché la risposta a entrambe le domande è affermativa, ciò significa che la funzione precedente è una funzione di utilità.

Naturalmente non è l'unica funzione di utilità che possiamo usare. Potremmo usare anche il *quadrato* del numero delle matite: anche la funzione di utilità $v(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ rappresenterà le preferenze nel caso di perfetti sostituti, così come qualsiasi altra trasformazione monotona di $u(x_1, x_2)$.

Consideriamo ora il caso in cui il consumatore è disposto a sostituire i due beni in una proporzione diversa da quella uno a uno. Supponiamo, per esempio, che il consumatore richieda *due* unità del bene 2 per rinunciare a una unità del bene 1. Ciò significa che per lui il bene 1 vale *due volte* il bene 2. La funzione di utilità assume pertanto la forma $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Si noti che a questa funzione di utilità corrispondono curve di indifferenza con inclinazione -2.

In generale, le preferenze relative ai perfetti sostituti possono essere rappresentate da una funzione di utilità del tipo

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

dove a e b sono numeri positivi che rappresentano il "valore" che il consumatore attribuisce ai beni 1 e 2. Si noti che l'inclinazione di una tipica curva di indifferenza è uguale a $-a/b$.

Perfetti complementi

Si tratta del caso delle scarpe sinistra e destra. In questo caso al consumatore interessa soltanto il numero di *paia* di scarpe che possiede, ed è perciò naturale scegliere come funzione di utilità il numero delle paia di scarpe. Il numero di paia di scarpe che il consumatore possiede corrisponde al *minimo* tra il numero di scarpe destre, x_1, e sinistre, x_2, che possiede. La funzione di utilità assume, nel caso dei perfetti complementi, la forma $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$.

Infatti, dato un paniere di beni (10,10), se aggiungiamo un'unità addizionale del bene 1 otterremo il paniere (11,10), che lascerà il consumatore sulla stessa curva di indifferenza, perché $\min\{10, 10\} = \min\{11, 10\} = 10$.

Quindi la funzione di utilità $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ è una possibile rappresentazione del caso dei perfetti complementi: come sempre queste preferenze possono essere descritte anche da una qualsiasi altra trasformazione monotona.

Consideriamo ora il caso in cui due beni vengano consumati in una proporzione diversa da quella uno a uno. Supponiamo per esempio che il consumatore desideri sempre due cucchiaini di zucchero per ciascuna tazza di tè.

Se sono disponibili x_1 tazze di tè e x_2 cucchiaini di zucchero, allora il numero di tazze di tè adeguatamente zuccherate sarà $\min\{x_1, \frac{1}{2}x_2\}$.

Poiché questo risultato può non apparire immediatamente chiaro ci soffermeremo ad esaminarlo. Se le tazze di tè sono più della metà dei cucchiaini di zucchero disponibili, ovviamente non sarà possibile mettere due cucchiaini di zucchero in ogni tazza, ma si potranno zuccherare adeguatamente soltanto $\frac{1}{2}x_2$ tazze di tè. (Potete sostituire dei numeri a x_1 e a x_2 per convincervene).

Naturalmente ogni trasformazione monotona di questa funzione di utilità descriverà le stesse preferenze. Se per esempio la moltiplichiamo per 2, per eliminare la frazione, otteniamo la funzione di utilità $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$.

In generale, una funzione di utilità che descrive le preferenze relative ai perfetti complementi ha la forma

$$u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\},$$

dove a e b sono numeri positivi che rappresentano la proporzione nella quale i beni vengono consumati.

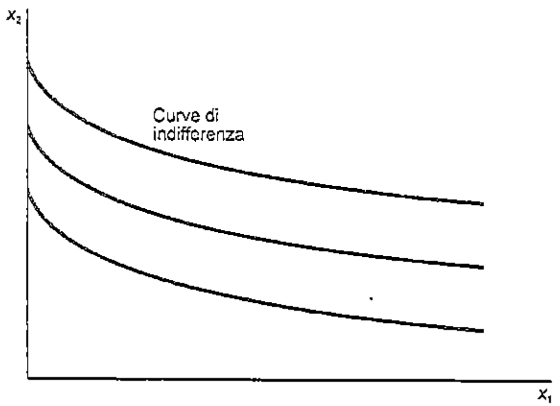


Figura 4.4 **Preferenze quasi-lineari.** Ciascuna curva corrisponde alla "traslazione verticale" della stessa curva di indifferenza.

Preferenze quasi-lineari

Ecco un tipo di preferenze che non abbiamo ancora preso in considerazione. Supponiamo che le curve di indifferenza di un consumatore corrispondano ciascuna alla traslazione verticale dell'altra, come nella Figura 4.4: tutte le curve sono "traslazioni verticali" di una sola curva di indifferenza.

Ne consegue che l'equazione di una curva di indifferenza avrà la forma $x_2 = k - v(x_1)$, ove k è una costante diversa per ciascuna curva. L'altezza di ogni curva di indifferenza è una funzione di x_1, $-v(x_1)$, più una costante k. A valori più elevati di k corrispondono curve di indifferenza più alte (il segno negativo è convenzionale e ne spiegheremo il significato più oltre).

In questo caso il modo più naturale di ordinare le curve è impiegare k, ovvero l'altezza della curva di indifferenza misurata lungo l'asse verticale.

Ponendo l'utilità uguale a k e risolvendo per k, otteniamo:

$$u(x_1, x_2) = k = v(x_1) + x_2.$$

In questo caso la funzione di utilità è lineare per il bene 2, ma (eventualmente) non lineare per il bene 1, ed è perciò detta **utilità quasi-lineare**, che significa "parzialmente lineare". Esempi di utilità quasi-lineare sono $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$, oppure $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$. Le funzioni di utilità quasi-lineari non sono particolarmente verosimili, ma il loro impiego rende spesso più semplici i calcoli, e quindi saranno usate in seguito in numerosi esempi.

Preferenze Cobb-Douglas

Un'altra funzione di utilità usata comunemente è la funzione di utilità Cobb-Douglas:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$$

ove c e d sono numeri positivi[3].

Impiegheremo la funzione di utilità Cobb-Douglas in numerosi esempi. Le preferenze rappresentate dalla funzione di utilità Cobb-Douglas hanno in generale la forma riprodotta nella Figura 4.5. La Figura 4.5A rappresenta le curve di indifferenza nel caso in cui $c = 1/2$, $d = 1/2$, mentre la Figura 4.5B rappresenta il caso in cui $c = 1/5$, $d = 4/5$. Si noti come differenti valori dei parametri c e d diano luogo a forme diverse delle curve di indifferenza.

Va sottolineato che le curve di indifferenza Cobb-Douglas godono delle proprietà di convessità e monotonicità allo stesso modo di quelle esaminate nel Capitolo 3. Le preferenze Cobb-Douglas forniscono l'esempio tipico di curve di indifferenza "well-behaved", e in effetti la formula che le rappresenta è una delle più semplici espressioni algebriche che generi preferenze "well-behaved". Naturalmente, una trasformazione monotona della funzione di utilità Cobb-Douglas rappresenta esattamente le stesse preferenze: vediamone ora alcuni esempi.

Per prima cosa, se consideriamo il logaritmo naturale dell'utilità, il prodotto dei termini diventerà una somma, e quindi otterremo:

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Le curve di indifferenza di questa funzione di utilità sono le stesse della funzione Cobb-Douglas di partenza, poiché il logaritmo è una trasformazione monotona. (A proposito dei logaritmi si veda l'Appendice matematica).

[3] Paul Douglas è un economista di questo secolo. Ha lavorato presso la University of Chicago e, in seguito, è divenuto senatore degli Stati Uniti. Charles Cobb ha lavorato come matematico presso l'Amherst College. La forma funzionale Cobb-Douglas fu proposta originariamente come funzione di produzione.

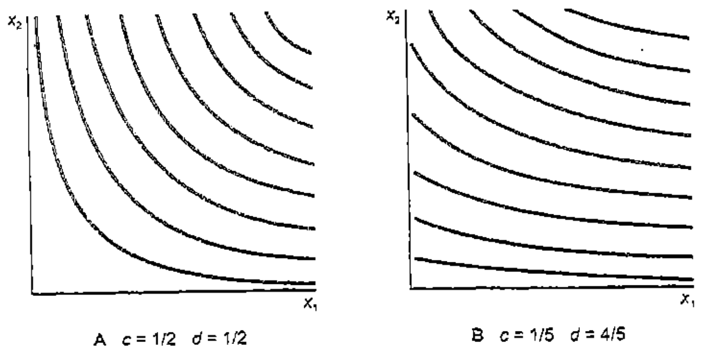


Figura 4.5 **Curve di indifferenza Cobb-Douglas.** Il quadro A rappresenta il caso in cui $c = 1/2$, $d = 1/2$ e il quadro B il caso in cui $c = 1/5$, $d = 4/5$.

Supponiamo ora che una funzione di utilità abbia la forma

$$v(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Elevando l'utilità alla potenza $1/(c + d)$, otteniamo:

$$x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}}.$$

Se definiamo

$$a = \frac{c}{c + d}$$

possiamo scrivere la nostra funzione di utilità

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}.$$

Ciò significa che è sempre possibile impiegare una trasformazione monotona della funzione di utilità Cobb-Douglas tale che la somma degli esponenti sia uguale a 1. A questo fatto daremo più avanti un'interessante interpretazione.

Le funzioni di utilità Cobb-Douglas possono essere espresse in una grande varietà di modi ed è importante saperne riconoscere le varie forme perché saranno utili per illustrare vari esempi di fenomeni economici.

4.4 Utilità marginale

Prendiamo in esame il caso di un consumatore che consumi un paniere di beni (x_1, x_2). Come varia l'utilità di questo consumatore se aumentiamo di poco la

quantità del bene 1? Tale saggio di variazione è chiamato **utilità marginale** del bene 1, MU_1, e può essere visto come il rapporto

$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

che misura il saggio di variazione dell'utilità (ΔU) associato ad una variazione molto piccola della quantità del bene 1 (Δx_1). Va sottolineato che la quantità del bene 2 è mantenuta costante[4].

Questa definizione suggerisce che, per calcolare la variazione dell'utilità associata a una piccola variazione del consumo del bene 1, è sufficiente moltiplicare la variazione del consumo per l'utilità marginale del bene:

$$\Delta U = MU_1 \Delta x_1.$$

L'utilità marginale del bene 2 viene definita in modo analogo:

$$MU_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{u(x_1, x_2 + \Delta x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Si noti anche qui che quando calcoliamo l'utilità marginale del bene 2, manteniamo costante la quantità del bene 1. La variazione dell'utilità associata alla variazione del consumo del bene 2 è rappresentata dalla formula

$$\Delta U = MU_2 \Delta x_2.$$

È importante rendersi conto che la grandezza dell'utilità marginale dipende dalla grandezza dell'utilità e quindi dal modo scelto per misurarla. Se moltiplicassimo l'utilità per 2, anche l'utilità marginale raddoppierebbe: avremmo ancora una funzione di utilità valida poiché rappresenterebbe le stesse preferenze, ma la sua scala sarebbe diversa.

Si noti che è impossibile derivare l'utilità marginale dal comportamento di scelta di un consumatore. Il comportamento di scelta offre soltanto informazioni sul modo in cui un consumatore *ordina* panieri diversi di beni. L'utilità marginale dipende dalla particolare funzione di utilità che usiamo per rappresentare l'ordine delle preferenze e la sua grandezza non ha alcun significato particolare. Tuttavia, si dà il caso che l'utilità marginale possa essere impiegata per calcolare qualcosa di significativo rispetto al comportamento degli individui, come vedremo nel prossimo paragrafo.

4.5 Utilità marginale e MRS

Possiamo calcolare il saggio marginale di sostituzione per mezzo di una funzione di utilità $u(x_1, x_2)$. Nel Capitolo 3 abbiamo visto che il saggio marginale di sostituzione

[4] Si veda l'appendice a questo capitolo per un trattamento dell'utilità marginale in termini di calcolo differenziale.

(MRS) misura l'inclinazione della curva di indifferenza in corrispondenza di un dato paniere di beni e può essere interpretato come il saggio al quale un consumatore è disposto a sostituire il bene 2 con il bene 1.

Questo ci consente di calcolarlo immediatamente. Prendiamo in esame una variazione nel consumo di ciascun bene $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ che mantenga costante l'utilità e, pertanto, consenta al consumatore di spostarsi lungo la curva di indifferenza. Dobbiamo quindi avere:

$$MU_1 \Delta x_1 + MU_2 \Delta x_2 = \Delta U = 0.$$

Risolvendo rispetto all'inclinazione della curva di indifferenza otteniamo:

$$\text{MRS} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MU_1}{MU_2}. \tag{4.1}$$

(Va notato, per evitare confusioni, che nel membro di sinistra 2 sta sopra 1, mentre in quello di destra 1 è sopra 2).

L'MRS ha segno negativo, poiché se si ottiene una quantità maggiore del bene 1 si dovrà avere una quantità *minore* del bene 2 per mantenere lo stesso livello di utilità. Tuttavia, per semplicità, ne considereremo il valore assoluto, adottando questa convenzione finché sarà possibile.

Un aspetto interessante del calcolo del MRS è che lo si può misurare osservando il comportamento effettivo di un individuo. È sufficiente determinare il saggio di scambio in corrispondenza del quale questi non trova più vantaggioso scambiare ulteriormente, come si è visto nel Capitolo 3.

La funzione di utilità e, di conseguenza, la funzione di utilità marginale, non è determinata in modo univoco: ogni trasformazione monotona di una funzione di utilità dà luogo a una funzione di utilità ugualmente valida.

Se moltiplichiamo l'utilità per 2, per esempio, anche l'utilità marginale raddoppia: la grandezza della funzione di utilità marginale dipende, pertanto, dalla scelta arbitraria della funzione di utilità. Essa non dipende cioè soltanto dal comportamento, ma dalla funzione di utilità impiegata per descriverlo.

Dal *rapporto* delle utilità marginali otteniamo tuttavia una grandezza osservabile, cioè il saggio marginale di sostituzione. Il rapporto tra le utilità marginali è indipendente dalle trasformazioni della funzione di utilità.

Osserviamo che cosa avviene se moltiplichiamo l'utilità per 2. Il saggio marginale di sostituzione diviene

$$\text{MRS} = -\frac{2MU_1}{2MU_2}.$$

Semplificando, l'MRS rimane invariato.

Ciò avviene anche quando consideriamo una qualsiasi trasformazione monotona di una funzione di utilità. Una trasformazione monotona equivale infatti a modificare le assegnazioni dei valori delle curve di indifferenza e il calcolo del saggio marginale di sostituzione riguarda spostamenti lungo una data curva di indifferenza. Sebbene le utilità marginali varino in seguito a trasformazioni monotone, il *rapporto* tra le utilità marginali è indipendente dal modo scelto per rappresentare le preferenze.

4.6 Utilità relative al pendolarismo

Le funzioni di utilità rappresentano, fondamentalmente, dei modi per descrivere la scelta: se viene scelto un paniere di beni X quando è disponibile un paniere di beni Y, allora X deve avere un'utilità maggiore di Y. Dall'esame delle scelte dei consumatori, possiamo cioè stimare una funzione di utilità che ne descriva il comportamento.

Questo concetto è stato ampiamente usato nel campo dell'economia dei trasporti per studiare il comportamento dei pendolari. Nella maggior parte delle grandi città i pendolari possono scegliere di usare i trasporti pubblici oppure recarsi al lavoro in automobile. Si può immaginare che ciascuna alternativa sia rappresentata da una combinazione di elementi diversi, quali la durata del viaggio, la durata dell'attesa, la spesa, la comodità, e così via. Indichiamo con x_1 la durata del viaggio per ciascun tipo di trasporto, con x_2 la durata dell'attesa, ecc.

Se $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ rappresenta, ad esempio, i valori di n caratteristiche diverse del trasporto privato e $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ rappresenta i valori delle stesse caratteristiche per il trasporto pubblico, possiamo considerare un modello in cui il consumatore decida di usare l'automobile oppure l'autobus a seconda che preferisca un paniere oppure l'altro.

Supponiamo più precisamente che le preferenze del consumatore medio per le caratteristiche dei due panieri possano essere rappresentate da una funzione di utilità della forma:

$$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n$$

ove i coefficienti β_1, β_2, e così via, sono parametri ignoti. Naturalmente, ogni trasformazione monotona di questa funzione descriverebbe il comportamento di scelta ma, da un punto di vista statistico, è più semplice usare una forma lineare.

Supponiamo ora di esaminare un certo numero di consumatori che debbano scegliere tra l'autobus e l'automobile, tenendo conto dei tempi, dei costi, e così via. Possiamo utilizzare tecniche statistiche per trovare i valori dei coefficienti β_i per $i = 1, \ldots, n$ che meglio esprimono il comportamento di scelta di un insieme di consumatori; queste tecniche consentono quindi di stimare la funzione di utilità dei diversi mezzi di trasporto.

Uno studio riporta una funzione di utilità del tipo[5]

$$U = (TW, TT, C) = -0,147TW - 0,0411TT - 2,24C \tag{4.2}$$

ove TW = tempo complessivo impiegato per raggiungere a piedi l'automobile o l'autobus, e ritorno

TT = durata complessiva del viaggio in minuti

C = costo complessivo del viaggio in dollari

[5] Cfr. Thomas Domenich-Daniel MacFadden, *Urban Travel Demand*, North-Holland Publishing Company, 1975. Le procedure di stima impiegate nel libro incorporano molteplici caratteristiche demografiche in aggiunta alle variabili puramente economiche descritte nel nostro esempio. Nel 2000, Daniel McFadden è stato insignito del premio Nobel per l'economia per la sua ricerca nello sviluppo di tecniche per la stima di questo tipo di modelli.

Nello studio di Domenich-MacFadden questa funzione di utilità descrive correttamente la scelta tra trasporto privato e pubblico per il 93 per cento delle famiglie del campione preso in esame.

I coefficienti delle variabili dell'equazione (4.2) esprimono il peso che una famiglia media attribuisce alle varie caratteristiche del viaggio, cioè l'utilità marginale di ciascuna caratteristica. Il *rapporto* tra un coefficiente e un altro misura il saggio marginale di sostituzione tra una caratteristica e l'altra. Per esempio, il rapporto tra l'utilità marginale della durata del percorso a piedi e l'utilità marginale della durata complessiva del viaggio indica che la durata del percorso a piedi viene considerata dal consumatore medio circa 3 volte più gravosa della durata del viaggio. In altri termini, il consumatore sarebbe disposto ad aggiungere 3 minuti di viaggio per evitare 1 minuto di percorso a piedi.

Analogamente, il rapporto tra il costo e la durata del viaggio indica a quale tasso il consumatore medio sia disposto a sostituire queste due variabili. In questo studio, il pendolare medio valuta un minuto di viaggio $0,0411/2,24 = 0,0183$ dollari, cioè \$1.10 all'ora. Per fare un confronto basti pensare che nel 1967, l'anno in cui è stato realizzato questo studio, lo stipendio orario del pendolare medio del campione esaminato era di circa \$2.85 all'ora.

La stima di queste funzioni di utilità può essere di grande aiuto per determinare l'opportunità di modifiche al sistema dei trasporti pubblici. Nella precedente funzione di utilità, per esempio, uno dei fattori significativi che spiegava la scelta era il tempo impiegato per il viaggio. L'amministrazione dei trasporti urbani può, sostenendo dei costi supplementari, aumentare il numero degli autobus per ridurre la durata del viaggio; ma sarà sufficiente l'aumento del numero dei passeggeri a coprire l'incremento delle spese?

Data una funzione di utilità e un campione di consumatori, possiamo prevedere quali consumatori useranno i trasporti privati e quali sceglieranno quelli pubblici: questo ci aiuterà a capire se le entrate saranno sufficienti a coprire i costi addizionali.

Inoltre, possiamo impiegare il saggio marginale di sostituzione per stimare il *valore* che ogni consumatore attribuisce alla riduzione della durata del viaggio. Abbiamo già visto nello studio di Domenich-MacFadden che nel 1967 il pendolare medio valutava la durata del viaggio \$1.10 all'ora. Il pendolare dovrebbe quindi essere disposto a pagare circa \$0.37 per ridurre il viaggio di 20 minuti. Questa cifra ci fornisce una misura dei benefici derivanti da un miglioramento dell'efficienza del servizio degli autobus: questi devono essere confrontati con i costi per determinare se un tale provvedimento è vantaggioso. Senza dubbio sarà utile avere una misura quantitativa di tali benefici prima di prendere delle decisioni nell'ambito della politica dei trasporti.

Sommario

1. La funzione di utilità è semplicemente un modo di rappresentare o sintetizzare l'ordine delle preferenze. Le grandezze numeriche dei livelli di utilità non hanno alcun significato intrinseco.

2. Data una qualsiasi funzione di utilità, una sua qualunque trasformazione monotona rappresenterà le stesse preferenze.

3. Il saggio marginale di sostituzione (MRS) può essere derivato dalla funzione di utilità tramite la formula $MRS = \Delta x_2/\Delta x_1 = -MU_1/MU_2$.

Domande

1. Nel testo abbiamo affermato che l'elevamento a una potenza dispari dà luogo a una trasformazione monotona. L'elevamento a una potenza pari dà anch'esso luogo a una trasformazione monotona? (Suggerimento: considerate il caso $f(u) = u^2$).

2. Quali delle seguenti trasformazioni sono monotone? (1) $u = 2v - 13$; (2) $u = -1/v^2$; (3) $u = 1/v^2$; (4) $u = \ln v$; (5) $u = -e^{-v}$; (6) $u = v^2$; (7) $u = v^2$ per $v > 0$; (8) $u = v^2$ per $v < 0$.

3. Nel testo abbiamo affermato che se le preferenze sono monotone, una diagonale che passa per l'origine deve intersecare ogni curva di indifferenza una sola volta. Potete dimostrarlo rigorosamente? (Suggerimento: che cosa accadrebbe se la diagonale intersecasse due volte una curva di indifferenza?)

4. Quali preferenze sono rappresentate da una funzione di utilità della forma $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 + x_2}$? E da una funzione di utilità $v(x_1, x_2) = 13x_1 + 13x_2$?

5. Quali preferenze sono rappresentate da una funzione di utilità della forma $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$? La funzione di utilità $v(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1\sqrt{x_2} + x_2$ è una trasformazione monotona di $u(x_1, x_2)$?

6. Considerate la funzione di utilità $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$. Quali preferenze rappresenta? La funzione $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$ è una trasformazione monotona di $u(x_1, x_2)$? La funzione $w(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ è una trasformazione monotona di $u(x_1, x_2)$?

7. Potete spiegare perché se si effettua una trasformazione monotona di una funzione di utilità il saggio marginale di sostituzione non subisce cambiamenti?

APPENDICE

Cominciamo col chiarire il significato di "utilità marginale". Nell'ambito dell'analisi economica, in genere "marginale" equivale semplicemente a "derivata". L'utilità marginale del bene 1 è così:

$$MU_1 = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}.$$

Osserviamo che in questo caso abbiamo usato una derivata *parziale*, poiché l'utilità marginale del bene 1 è calcolata mantenendo costante il bene 2.

Possiamo calcolare nuovamente il saggio marginale di sostituzione usando il calcolo differenziale. Seguiremo due procedimenti: i differenziali, e le funzioni implicite.

Seguendo il primo metodo, consideriamo una variazione (dx_1, dx_2) che mantenga costante l'utilità. Vogliamo cioè

$$du = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

Il primo termine misura l'aumento dell'utilità derivante da una piccola variazione dx_1, il secondo l'aumento dell'utilità derivante da una piccola variazione dx_2. Scegliamo queste variazioni in modo che la variazione complessiva dell'utilità, du, sia nulla. Risolvendo per dx_2/dx_1 otteniamo

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2}$$

che è l'equivalente in termini di calcolo dell'equazione (4.1).

Il secondo metodo rappresenta la curva di indifferenza come $x_2(x_1)$, vale a dire, per ogni valore di x_1 la funzione $x_2(x_1)$ esprime la quantità di x_2 necessaria per rimanere su quella stessa curva. La funzione $x_2(x_1)$ deve pertanto soddisfare l'identità

$$u(x_1, x_2(x_1)) \equiv k$$

ove k indica il livello d'utilità associato alla curva di indifferenza in questione.

Possiamo differenziare questa identità rispetto a x_1 per ottenere

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = 0$$

che risolviamo per $\partial x_2(x_1)/\partial x_1$, ottenendo

$$\frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2}$$

lo stesso risultato di prima.

Il metodo che utilizza le funzioni implicite è più rigoroso, mentre quello che utilizza i differenziali è più diretto.

Supponiamo di effettuare una trasformazione monotona di una funzione di utilità, per esempio $v(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2))$. Calcoliamo il MRS di questa funzione di utilità. Usando la regola di derivazione delle funzioni composte otteniamo

$$\begin{aligned} \text{MRS} &= -\frac{\partial v/\partial x_1}{\partial v/\partial x_2} = -\frac{\partial f/\partial u \; \partial u/\partial x_1}{\partial f/\partial u \; \partial u/\partial x_2} \\ &= -\frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} \end{aligned}$$

poiché il termine $\partial f/\partial u$ si semplifica. Ciò dimostra che il MRS non dipende dalla rappresentazione dell'utilità.

Tutto ciò fornisce un utile metodo per riconoscere le preferenze rappresentate da differenti funzioni di utilità: date due funzioni di utilità, per stabilire se da esse si derivano le stesse curve di indifferenza è sufficiente calcolare i saggi marginali di sostituzione e verificare se si equivalgono. Se è così, le due funzioni di utilità hanno le stesse curve di indifferenza: infatti, se la direzione in cui le preferenze aumentano è la stessa per ogni funzione di utilità, le preferenze devono essere le stesse.

ESEMPIO: Preferenze Cobb-Douglas

È facile derivare il saggio marginale di sostituzione delle preferenze Cobb-Douglas usando la formula precedente.

Se scegliamo la rappresentazione logaritmica in cui

$$u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2$$

otteniamo

$$\begin{aligned} \text{MRS} &= -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} \\ &= -\frac{c/x_1}{d/x_2} \\ &= -\frac{c}{d}\frac{x_2}{x_1}. \end{aligned}$$

Si noti che il saggio marginale di sostituzione dipende solo dal rapporto tra i due parametri.

Che cosa avviene se scegliamo la rappresentazione esponenziale in cui

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d?$$

Otteniamo allora

$$\begin{aligned} \text{MRS} &= -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} \\ &= -\frac{c x_1^{c-1} x_2^d}{d x_1^c x_2^{d-1}} \\ &= -\frac{c x_2}{d x_1} \end{aligned}$$

che equivale al risultato già ottenuto. È evidente che una trasformazione monotona non può modificare il saggio marginale di sostituzione!

5

SCELTA

In questo capitolo tratteremo congiuntamente l'insieme di bilancio e le preferenze, per poter studiare la scelta ottima del consumatore. Abbiamo già detto che secondo il modello di scelta del consumatore gli individui scelgono le migliori combinazioni di consumo possibili. Possiamo ora riformulare questo concetto in termini più precisi e dire che "il consumatore sceglie il paniere preferito tra quelli appartenenti al suo insieme di bilancio".

5.1 Scelta ottima

Un caso tipico è illustrato nella Figura 5.1: rappresentiamo nello stesso grafico l'insieme di bilancio e un certo numero di curve di indifferenza del consumatore. Vogliamo ora individuare nell'insieme di bilancio il paniere che si trova sulla curva di indifferenza più alta. Se le preferenze sono "well-behaved", così che "più è preferito a meno", possiamo limitare la nostra attenzione ai panieri che si trovano *sulla* retta di bilancio, senza preoccuparci di quelli *al di sotto* di essa.

Partendo dall'angolo destro della retta di bilancio e spostandoci verso sinistra lungo la retta, incontriamo curve di indifferenza sempre più alte. Ci fermiamo quando troviamo la curva di indifferenza più alta che tocchi appena la retta di bilancio: nel grafico, il paniere di beni associato alla curva di indifferenza più alta che tocchi appena la retta di bilancio è indicato con (x_1^*, x_2^*).

La scelta (x_1^*, x_2^*) è una **scelta ottima** del consumatore: l'insieme dei panieri preferiti a (x_1^*, x_2^*) — l'insieme dei panieri *al di sopra* della sua curva di indifferenza — non interseca l'insieme dei panieri acquistabili — quelli posti al di *sotto* della sua retta di bilancio. Il paniere (x_1^*, x_2^*) è pertanto il paniere migliore che il consumatore possa acquistare.

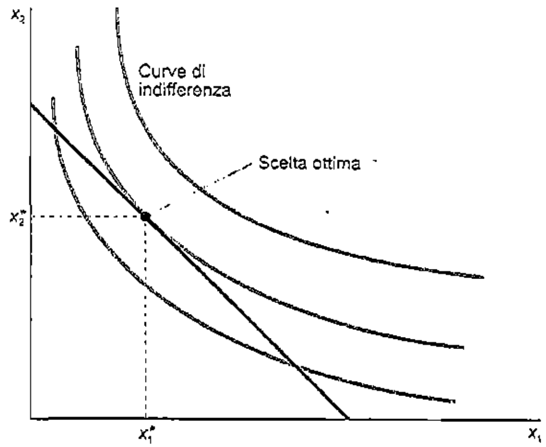


Figura 5.1 **Scelta ottima.** La posizione ottima di consumo si ha in corrispondenza del punto in cui la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio.

Prendiamo in esame una caratteristica essenziale del paniere ottimo: in corrispondenza di questa scelta, la curva di indifferenza è *tangente* alla retta di bilancio. Non è difficile capire che deve essere così: se la curva di indifferenza non fosse tangente, intersecherebbe la retta di bilancio, e quindi vi sarebbero dei punti sulla retta di bilancio al di sopra della curva di indifferenza — un punto di intersezione non potrebbe essere un punto di ottimo.

È necessario che per avere una scelta ottima si realizzi la condizione di tangenza? Questa non si verifica in *tutti* i casi: la sola condizione generale è che in corrispondenza del punto di ottimo la curva di indifferenza non può intersecare la retta di bilancio. Ma la "non intersezione" implica la tangenza? Prima di osservare in quali casi si verifichi la condizione di tangenza, prendiamo in esame alcune eccezioni.

La prima è rappresentata da una curva di indifferenza che non abbia tangente, come nella Figura 5.2: questa curva di indifferenza ha un "angolo" in corrispondenza della scelta ottima, e quindi non si ha alcuna tangente, perché la definizione matematica di tangente richiede che ve ne sia una sola in corrispondenza di ciascun

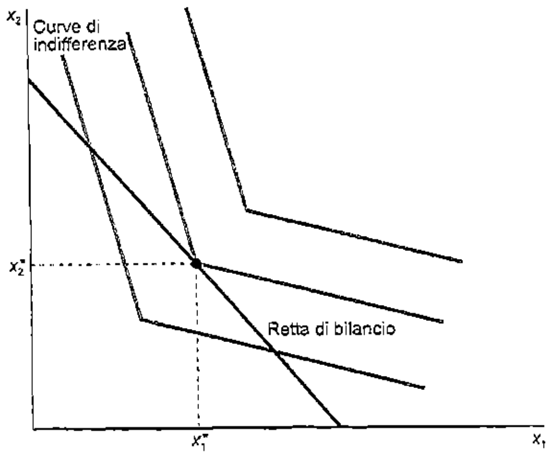


Figura 5.2 **Preferenze ad angolo.** Un paniere di consumo ottimo in corrispondenza del quale la curva di indifferenza non ha tangente.

punto. Questo caso rappresenta più che altro un'eccezione non molto significativa da un punto di vista economico.

La seconda eccezione è più interessante. Supponiamo che il punto di ottimo si trovi in corrispondenza del punto in cui il consumo di un dato bene sia nullo, come nella Figura 5.3. In questo caso l'inclinazione della curva di indifferenza e quella della retta di bilancio sono diverse, ma la curva di indifferenza non *interseca* la retta di bilancio. La Figura 5.3 rappresenta un **ottimo di frontiera**, mentre un caso come quello della Figura 5.1 rappresenta un **ottimo interno**.

Al di là di questi due casi, se abbiamo un ottimo interno con curve di indifferenza "lisce", l'inclinazione della curva di indifferenza deve essere uguale a quella della retta di bilancio... perché se fossero diverse la curva di indifferenza intersecherebbe la retta di bilancio e non si avrebbe così un punto di ottimo.

Abbiamo trovato una condizione necessaria per la scelta ottima: se in corrispondenza della scelta ottima si consuma una certa quantità di entrambi i beni, così che tale scelta corrisponda a un ottimo interno, allora la curva di indifferenza deve necessariamente essere tangente alla retta di bilancio. Ma dobbiamo ora chiederci se la condizione di tangenza sia anche una condizione *sufficiente* perché un paniere sia ottimo: in altre parole, possiamo essere certi di trovarci di fronte a una scelta ottima nel caso di un paniere in corrispondenza del quale la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio?

Nella Figura 5.4 sono rappresentati tre panieri per i quali la condizione di tangenza è soddisfatta: tutti sono interni ma solamente due sono ottimi. Quindi la condizione di tangenza è in genere soltanto una condizione necessaria per l'ottimalità, ma non una condizione sufficiente.

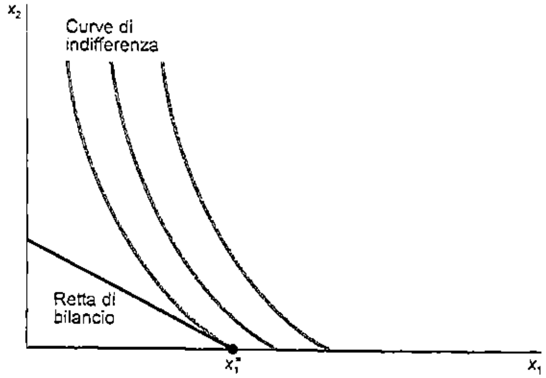


Figura 5.3 **Ottimo di frontiera.** Il paniere di consumo ottimo contiene 0 unità del bene 2. La curva di indifferenza non è tangente alla retta di bilancio.

Tuttavia, nel caso di preferenze convesse, la condizione di tangenza è una condizione sufficiente: ogni punto che soddisfa la condizione di tangenza deve essere un punto di ottimo. Ciò risulta chiaro in termini geometrici, poiché una curva convessa tangente a una retta non modifica la sua curvatura per tornare a essere tangente alla stessa retta.

La Figura 5.4 mostra anche che, in genere, vi può essere più di un punto di ottimo che soddisfa la condizione MRS, ma la convessità impone, nuovamente, una restrizione. Se le curve di indifferenza sono *strettamente* convesse (tali da non avere alcun tratto piatto) vi sarà una sola scelta ottima per ciascuna retta di bilancio. Sebbene ciò possa essere dimostrato matematicamente, risulta anche evidente osservando la figura.

Da un punto di vista geometrico è chiaro che il saggio marginale di sostituzione deve essere uguale all'inclinazione della retta di bilancio in corrispondenza di un ottimo interno, ma cosa significa questo in termini economici? Ricordiamo che è possibile interpretare il saggio marginale di sostituzione come il saggio di scambio in corrispondenza del quale il consumatore è disposto a cessare le proprie transazioni. Il mercato offre al consumatore un saggio di scambio $-p_1/p_2$, cioè se egli rinuncia ad un'unità del bene 1, può acquistare p_1/p_2 unità del bene 2. Se, in corrispondenza di un certo paniere di consumo, il consumatore è disposto a cessare le transazioni, ciò significa che per quel paniere il saggio marginale di sostituzione è uguale a questo saggio di scambio:

$$\text{MRS} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

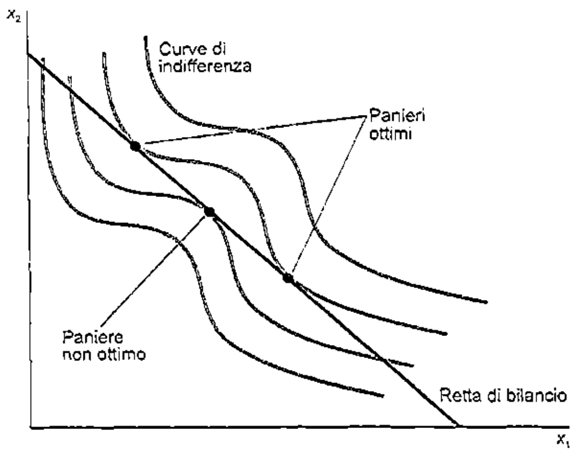


Figura 5.4 **Più di un punto di tangenza.** Vi sono tre punti di tangenza, ma soltanto due punti di ottimo, quindi la condizione di tangenza è una condizione necessaria ma non sufficiente.

Un altro modo di affrontare questo argomento è immaginare cosa accadrebbe se il saggio marginale di sostituzione fosse diverso dal rapporto tra i prezzi. Supponiamo, per esempio, che il MRS sia $\Delta x_2/\Delta x_1 = 1/2$ e che il rapporto tra i prezzi sia $1/1$: ciò significa che il consumatore è disposto a rinunciare a 2 unità del bene 1 per ottenere 1 unità del bene 2, mentre il mercato è disposto a scambiarli 1 a 1. Ma in questo modo il consumatore sarebbe sicuramente disposto a rinunciare a una certa quantità del bene 1 per acquistare una quantità addizionale del bene 2. Quindi ogni volta che il saggio marginale di sostituzione è diverso dal rapporto tra i prezzi, il consumatore non sta effettuando una scelta ottima.

5.2 Domanda del consumatore

La scelta ottima dei beni 1 e 2, dati un certo insieme di prezzi e il reddito, è definita **paniere domandato** dal consumatore. Quando variano i prezzi ed il reddito, in genere varierà anche la scelta ottima del consumatore. La **funzione di domanda** mette in relazione la scelta ottima, cioè la quantità domandata, con i diversi valori dei prezzi e dei redditi.

Le funzioni di domanda sono scritte come funzioni di entrambi i prezzi e del reddito: $x_1(p_1, p_2, m)$ e $x_2(p_1, p_2, m)$. Per ciascun reddito e insieme di prezzi, esiste una combinazione di beni che corrisponde alla scelta ottima del consumatore. Preferenze diverse si tradurranno in funzioni di domanda diverse: ne vedremo alcuni

esempi tra poco. Lo scopo principale dei prossimi capitoli sarà studiare il comportamento di queste funzioni di domanda, cioè quali siano le variazioni delle scelte ottime al variare di prezzi e reddito.

5.3 Alcuni esempi

Applichiamo ora il modello di scelta del consumatore agli esempi di preferenze descritti nel Capitolo 3. In ciascun esempio adotteremo lo stesso procedimento: disegneremo le curve di indifferenza e la retta di bilancio e troveremo il punto in corrispondenza del quale la curva di indifferenza più alta tocca appena la retta di bilancio.

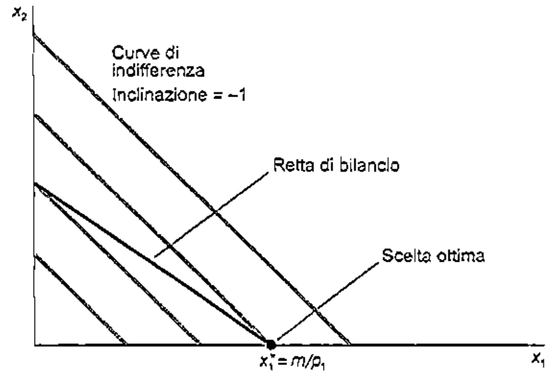


Figura 5.5 **Scelta ottima nel caso di perfetti sostituti.** Se i beni sono perfetti sostituti, la scelta ottima sarà generalmente un punto di frontiera.

Perfetti sostituti

Il caso dei perfetti sostituti è rappresentato nella Figura 5.5. Si presentano tre possibili casi: se $p_2 > p_1$, l'inclinazione della retta di bilancio è inferiore a quella della curva di indifferenza. In questo caso il paniere ottimo corrisponde al punto in cui il consumatore spende tutto il suo reddito per l'acquisto del bene 1. Se $p_1 > p_2$, il consumatore acquista soltanto il bene 2. Infine, se $p_1 = p_2$, vi è un'intera gamma di scelte ottime: in questo caso qualsiasi quantità dei beni 1 e 2 che soddisfi il vincolo di bilancio è ottima. La funzione di domanda per il bene 1 sarà quindi

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{quando } p_1 < p_2; \\ \text{qualsiasi numero tra 0 e } m/p_1 & \text{quando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{quando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

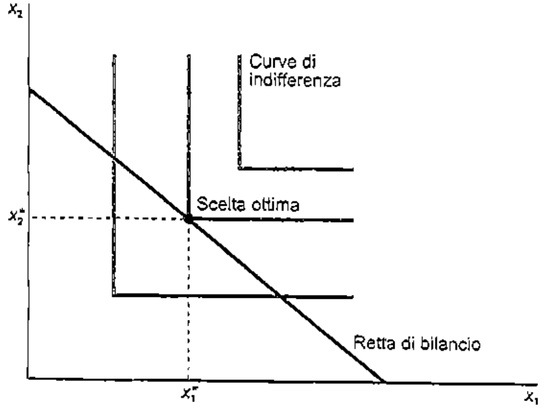


Figura 5.6 **Scelta ottima nel caso di perfetti complementi.** Se i beni sono perfetti complementi, le quantità domandate saranno sempre sulla diagonale, poiché la scelta ottima si ha in un punto in cui x_1 è uguale a x_2.

Sono questi risultati ragionevoli? Essi ci dicono che se i due beni sono perfetti sostituti, un consumatore acquisterà quello meno caro, e se i due beni hanno lo stesso prezzo, per il consumatore sarà indifferente acquistare l'uno o l'altro.

Perfetti complementi

Il caso dei perfetti complementi è rappresentato nella Figura 5.6: va sottolineato che il paniere ottimo deve sempre trovarsi sulla diagonale, quali che siano i prezzi. Nel nostro esempio, sappiamo che gli individui che hanno due piedi acquisteranno le scarpe a paia[1].

Vogliamo ora determinare algebricamente la scelta ottima. Sappiamo che il consumatore acquista la stessa quantità del bene 1 e del bene 2, quali che siano i prezzi. Indichiamo tale quantità con x: dobbiamo ora soddisfare il vincolo di bilancio

$$p_1 x + p_2 x = m.$$

Risolvendo per x, otteniamo le scelte ottime dei beni 1 e 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

In questo caso la funzione di domanda corrispondente alla scelta ottima è del tutto intuitiva: poiché i due beni vengono consumati assieme, è come se il consumatore spendesse tutto il suo denaro per acquistare un unico bene il cui prezzo fosse $p_1 + p_2$.

[1] Non preoccupatevi: in seguito otterremo risultati più interessanti!

Beni neutrali e "mali"

Nel caso di un bene neutrale o di un "male" il consumatore spende tutto il suo denaro per acquistare il bene che gli piace e non acquista affatto né il bene neutrale né il "male". Quindi se la merce 1 è un bene e la merce 2 è un "male", le funzioni di domanda saranno

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = 0.$$

Beni discreti

Supponiamo che il bene 1 sia un bene discreto disponibile soltanto in unità intere, mentre il bene 2 rappresenta la moneta che può essere spesa per tutti gli altri beni. Se il consumatore sceglie 1, 2, 3, $\cdots$ unità del bene 1, sceglie implicitamente i panieri di consumo $(1, m - p_1)$, $(2, m - 2p_1)$, $(3, m - 3p_1)$, e così via. Possiamo allora confrontare l'utilità di ciascun paniere per determinare a quale di essi sia associata l'utilità maggiore.

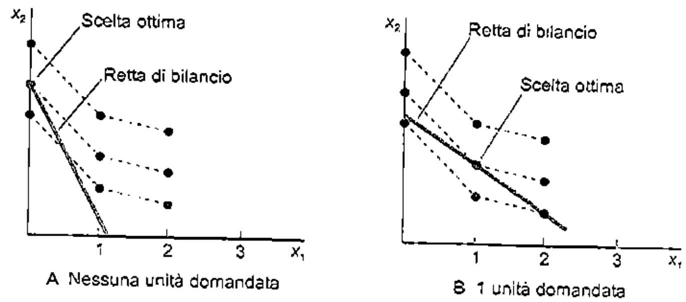


Figura 5.7 **Beni discreti.** Nel quadro A abbiamo rappresentato la scelta di non consumare alcuna unità del bene 1, mentre nel quadro B ne viene domandata 1 unità.

Alternativamente possiamo analizzare le curve di indifferenza rappresentate nella Figura 5.7. Come di consueto il paniere ottimo è quello situato sulla "curva" di indifferenza più elevata. Se il prezzo del bene 1 è molto alto, il consumatore sceglierà di non consumarne alcuna unità, mentre, se il prezzo diminuisce, la scelta ottima sarà di consumarne 1 unità. Se il prezzo diminuisce ulteriormente il consumatore sceglierà di consumare un numero maggiore di unità del bene 1.

Preferenze concave

Osserviamo la situazione rappresentata nella Figura 5.8: possiamo dire che X rappresenti la scelta ottima? La risposta è no. La scelta ottima per queste preferenze sarà sempre un punto di frontiera, come il paniere Z. Ciò è evidente se si ricorda il significato delle preferenze non convesse: se un consumatore può acquistare gelato e olive ma non vuole consumarli contemporaneamente, spenderà tutto per l'acquisto dell'uno oppure dell'altro bene.

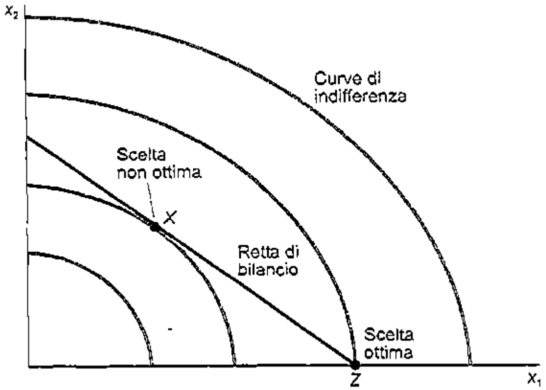


Figura 5.8 **Scelta ottima nel caso di preferenze concave.** La scelta ottima è il punto di frontiera Z e non il punto interno di tangenza X, perché Z si trova su una curva di indifferenza più alta.

Preferenze Cobb-Douglas

Sia la funzione di utilità di tipo Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$. Nell'appendice di questo capitolo useremo il calcolo differenziale per ottenere le scelte ottime per questa funzione di utilità, che sono:

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}.$$

Queste funzioni di domanda sono spesso utili negli esempi matematici, cosicché sarebbe bene che il lettore le imparasse a memoria. Le preferenze Cobb-Douglas godono di un'utile proprietà. Consideriamo la frazione del reddito che un consumatore spende per il bene 1 in caso di preferenze Cobb-Douglas. Se egli consuma x_1 unità del bene 1, spende $p_1 x_1$, e ciò rappresenta una frazione $p_1 x_1/m$ del suo reddito complessivo. Sostituendo a x_1 la corrispondente funzione di domanda otteniamo

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m}\frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}.$$

Analogamente, la frazione del reddito che il consumatore spende per il bene 2 è $d/(c+d)$.

Nel caso delle preferenze Cobb-Douglas, il consumatore spende quindi sempre una frazione fissa del suo reddito per ciascun bene: la grandezza della frazione è determinata dall'esponente della funzione.

Per questo motivo è spesso utile scegliere una rappresentazione della funzione di utilità Cobb-Douglas nella quale la somma degli esponenti sia uguale a 1. Se $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$ possiamo immediatamente interpretare a come la frazione del reddito spesa per il bene 1. Per questo generalmente scriveremo le preferenze Cobb-Douglas in questa forma.

5.4 Stima di una funzione di utilità

Abbiamo visto sino ad ora vari tipi di preferenze e di funzioni di utilità e abbiamo esaminato le funzioni di domanda che vi corrispondono. Ma in realtà ci troviamo generalmente di fronte al problema opposto: possiamo osservare le scelte del consumatore, ma dobbiamo determinare quale genere di preferenze abbia prodotto il comportamento osservato.

Per esempio, supponiamo di osservare le scelte di un consumatore in corrispondenza di vari prezzi e livelli di reddito. Nella Tabella 5.1 abbiamo rappresentato la domanda di due beni in corrispondenza dei diversi livelli di reddito e dei prezzi prevalenti in anni diversi. Abbiamo inoltre calcolato le frazioni del reddito spese per ciascun bene in ciascun anno impiegando le formule $s_1 = p_1 x_1/m$ e $s_2 = p_2 x_2/m$.

Possiamo vedere che le frazioni del reddito spese per ciascun bene sono relativamente costanti: vi sono infatti piccole variazioni da un'osservazione a un'altra, ma nessuna appare abbastanza significativa. La frazione media spesa per il bene 1 è circa 1/4 e quella spesa per il bene 2 circa 3/4. Una funzione di utilità del tipo $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$ sembra perciò coerente con questi dati. Vale a dire, da una funzione di utilità di questo tipo conseguirebbero scelte molto vicine a quelle osservate. Per comodità abbiamo calcolato l'utilità associata a ciascuna scelta impiegando questa stima della funzione di utilità Cobb-Douglas.

Per quanto i dati a nostra disposizione ci permettono di dire, il consumatore si comporta come se stesse massimizzando la funzione $x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$. Ulteriori osservazioni potrebbero certamente indurci a rifiutare quest'ipotesi, ma le scelte che abbiamo fin qui osservato sembrano adattarsi piuttosto bene al principio di ottimizzazione.

Un'importante conseguenza di questo risultato è che possiamo impiegare questa funzione di utilità per valutare l'effetto delle diverse proposte di politica economica.

Anno	p_1	p_2	m	x_1	x_2	s_1	s_2	Utilità
1	1	1	100	25	75	0,25	0,75	57,0
2	1	2	100	24	38	0,24	0,76	33,9
3	2	1	100	13	74	0,26	0,74	47,9
4	1	2	200	48	76	0,24	0,76	67,8
5	2	1	200	25	150	0,25	0,75	95,8
6	1	4	400	100	75	0,25	0,75	80,6
7	4	1	400	24	304	0,24	0,76	161,1

Tabella 5.1 **Alcuni dati relativi al comportamento del consumatore.**

Supponiamo per esempio che il governo intenda imporre una tassa il cui effetto si tradurrà per il consumatore in questione, nei prezzi (2, 3) e in un reddito pari a 200. Secondo le nostre stime, il paniere domandato in corrispondenza di questi prezzi sarebbe

$$x_1 = \frac{1}{4}\frac{200}{2} = 25$$
$$x_2 = \frac{3}{4}\frac{200}{3} = 50.$$

Possiamo stimare l'utilità associata a questo paniere:

$$u(x_1, x_2) = 25^{\frac{1}{4}}50^{\frac{3}{4}} \approx 42.$$

Ciò significa che da questa proposta conseguirebbe per il consumatore un benessere più elevato di quello dell'anno 6, ma inferiore a quello dell'anno 5. In questo modo possiamo impiegare le scelte osservate per valutare le conseguenze, per questo consumatore, di una proposta di cambiamento della politica economica.

Quest'idea ha una notevole importanza in economia, e vogliamo perciò esaminarla ulteriormente. Data l'osservazione di un certo numero di scelte, possiamo tentare di determinare la corrispondente funzione, se ne esiste una, che viene massimizzata. Una volta stimata questa funzione, possiamo impiegarla per prevedere il comportamento di scelta in una nuova situazione, o per valutare proposte di cambiamento del contesto economico.

Naturalmente abbiamo descritto una situazione molto semplice. Nella realtà normalmente non siamo in grado di conoscere le scelte di consumo dei singoli individui, anche se spesso disponiamo di dati relativi a quelle di gruppi di individui (giovani, famiglie del ceto medio, anziani, e così via). Le preferenze di questi gruppi per diversi beni possono essere differenti, e sono riflesse nei loro diversi tipi di spesa per il consumo. Possiamo stimare una funzione di utilità che descrive le loro abitudini di consumo, e impiegarla per prevedere la domanda o valutare le proposte di politica economica.

Nel nostro semplice esempio è evidente che le frazioni del reddito sono relativamente costanti, e quindi la funzione di utilità Cobb-Douglas rappresenta un'approssimazione piuttosto buona. In altri casi può essere appropriata una forma più complessa della funzione di utilità: i calcoli saranno allora molto più complicati, ma la sostanza del procedimento è identica.

5.5 Implicazioni della condizione MRS

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che l'osservazione delle scelte del consumatore ci permette di determinare le preferenze che le hanno prodotte. Dato un numero sufficiente di osservazioni è spesso possibile stimare la funzione di utilità corrispondente alle scelte osservate.

Ma anche l'osservazione di *una* scelta del consumatore in corrispondenza di un insieme di prezzi ci può far capire come l'utilità del consumatore varia in relazione a una variazione del consumo.

In un mercato ben organizzato, i prezzi dei beni sono in generale più o meno gli stessi per tutti gli individui. Prendiamo l'esempio di due beni come il burro e il latte: se il prezzo di burro e latte è lo stesso per tutti, se tutti ottimizzano e se tutti si trovano in una soluzione interna... allora il saggio marginale di sostituzione tra burro e latte sarà lo stesso per tutti.

Questa è la conseguenza dell'analisi precedente: il mercato offre a tutti lo stesso saggio di scambio tra burro e latte, e tutti variano il consumo dei beni finché la valutazione marginale "interna" dei due beni è uguale alla valutazione "esterna" del mercato.

L'aspetto interessante di questa affermazione è che essa è indipendente dal reddito e dai gusti personali dei consumatori. Gli individui possono valutare il loro consumo *complessivo* dei due beni in modi molto diversi: c'è chi consuma molto burro e poco latte, e viceversa. Può darsi che una persona agiata consumi molto latte e molto burro e che altri consumino invece piccole quantità di entrambi. Ma il saggio marginale di sostituzione deve essere lo stesso per tutti coloro i quali consumano i due beni: tutti i consumatori devono convenire su quanto valga l'uno in termini dell'altro, cioè a quanto sarebbero disposti a rinunciare di un bene per avere una quantità maggiore dell'altro.

È molto importante che il rapporto tra i prezzi misuri i saggi marginali di sostituzione, perché questo significa che esiste un modo di valutare le possibili variazioni dei panieri di consumo. Supponiamo, per esempio, che un litro di latte costi \$1 e che mezzo chilogrammo di burro costi \$2. Il saggio marginale di sostituzione per tutti i consumatori di latte e di burro sarà quindi 2: per rinunciare a mezzo chilogrammo di burro i consumatori dovranno ottenere 2 litri di latte, oppure dovranno avere mezzo chilogrammo di burro per rinunciare a 2 litri di latte. Per questo motivo tutti i consumatori di entrambi i beni valuteranno allo stesso modo la variazione marginale del consumo.

Supponiamo ora che un inventore scopra un sistema per trasformare il latte in burro: versando 3 litri di latte in questa macchina, si otterrà 1/2 chilogrammo di burro e nessun altro sottoprodotto. Esiste un mercato per questa invenzione? La risposta è no: è più che certo che nessun capitalista deciderà di investire in questo progetto. Infatti siamo già in una situazione in cui tutti i consumatori sono disposti a scambiare 2 litri di latte con 1/2 chilogrammo di burro: perché mai dovrebbero voler sostituire 3 litri di latte a 1/2 chilogrammo di burro? L'invenzione è inutile.

Che cosa accadrebbe se l'inventore potesse far funzionare la macchina nel modo inverso e con 1/2 chilogrammo di burro potesse ottenere 3 litri di latte? Per questa invenzione esisterebbe certamente un mercato. I prezzi di mercato di latte e burro ci dicono che i consumatori sono disposti a scambiare 1/2 chilogrammo di burro con 2 litri di latte: avere 3 litri di latte al posto di 1/2 chilogrammo di burro è quindi uno scambio più vantaggioso di quello offerto dal mercato.

I prezzi di mercato dimostrano che la prima macchina non è un investimento redditizio: si producono \$2 di burro impiegando \$3 di latte. Dire che non è un buon investimento equivale a dire che i consumatori valutano di più l'input che l'output. La seconda macchina produce \$3 di latte usando soltanto \$2 di burro: questo è un investimento redditizio perché i consumatori valutano di più l'output che l'input.

Il punto è che, poiché i prezzi misurano il saggio al quale gli individui sono disposti a sostituire un prodotto con un altro, possiamo impiegare i prezzi per valutare le scelte che comportano variazioni nei consumi. Il fatto che i prezzi non siano numeri arbitrari ma riflettano quanto gli individui valutino i beni al margine è una delle idee più importanti ed essenziali della teoria economica.

Osservando una singola scelta in corrispondenza di un insieme di prezzi è possibile determinare il saggio marginale di sostituzione che corrisponde a quella combinazione di consumo. Se i prezzi cambiano e si osserva una nuova scelta si può determinare un altro valore del saggio marginale di sostituzione. Quanto maggiore è il numero delle scelte osservate, tante più informazioni si avranno circa la forma delle preferenze che possono aver prodotto il comportamento osservato.

5.6 Scelta di una tassa

Anche se finora abbiamo discusso soltanto una piccola parte della teoria del consumatore, possiamo già applicarla per ricavarne conclusioni di grande interesse e importanza. Ecco un esempio che tratta della scelta tra due tipi di tasse.

Abbiamo già visto che una **tassa sulla quantità** è una tassa sulla quantità consumata di un bene, come per esempio una tassa sulla benzina di 15 centesimi al gallone, mentre una **tassa sul reddito** grava sul reddito del consumatore. Se, ad esempio, lo stato si propone di ottenere una certa entrata addizionale, è meglio, a tal fine, introdurre una tassa sulla quantità o una tassa sul reddito? Per rispondere a questa domanda, applichiamo quel che abbiamo imparato fin qui. Consideriamo dapprima l'effetto di una tassa sulla quantità. Supponiamo che il vincolo di bilancio di partenza sia:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Come si modificherà il vincolo di bilancio se il consumo del bene 1 è tassato a un saggio t? Dal punto di vista del consumatore è esattamente come se il prezzo del bene 1 fosse aumentato di t. Il nuovo vincolo di bilancio è pertanto

$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m. \tag{5.1}$$

Per il consumatore una tassa sulla quantità equivale a un aumento del prezzo del bene: la Figura 5.9 presenta un esempio di come questa variazione del prezzo influisca sulla domanda. A questo punto, non sappiamo ancora se la tassa aumenterà o diminuirà il consumo del bene 1, anche se supponiamo che lo farà diminuire. In ogni caso, sappiamo che la scelta ottima, (x_1^*, x_2^*), deve soddisfare il vincolo di bilancio

$$(p_1 + t)x_1^* + p_2x_2^* = m. \tag{5.2}$$

Le entrate derivanti dalla tassa saranno, d'altra parte $R^* = tx_1^*$.

Prendiamo ora in considerazione una tassa sul reddito che determini la stessa quantità di entrate. Il vincolo di bilancio del consumatore sarà in questo caso

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^*$$

oppure, sostituendo per R^*,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^*.$$

Dove si situa questa retta di bilancio nella Figura 5.9?

È facile vedere che essa ha la stessa inclinazione, $-p_1/p_2$, della retta di bilancio di partenza, ma il problema è determinarne la posizione. Si dà il caso che la retta di bilancio in presenza della tassa sul reddito debba passare per il punto (x_1^*, x_2^*): per verificarlo è sufficiente inserire (x_1^*, x_2^*) nel vincolo di bilancio con tassa sul reddito e verificare se è soddisfatto.

È vero, cioè, che

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1^*?$$

La risposta è affermativa, poiché questa equazione è semplicemente un modo di riscrivere la (5.2), che sappiamo essere vera.

È pertanto stabilito che (x_1^*, x_2^*) giace sulla retta di bilancio in presenza di tassa sul reddito: rappresenta cioè una scelta che il consumatore *può permettersi*. È facile capire che questa scelta non è ottima: in corrispondenza di (x_1^*, x_2^*) il saggio marginale di sostituzione è $-(p_1 + t)/p_2$, ma la tassa sul reddito consente di scambiare a un saggio $-p_1/p_2$. Così la retta di bilancio interseca la curva di indifferenza in corrispondenza di (x_1^*, x_2^*), il che significa che sulla retta di bilancio esistono certamente dei punti preferiti a (x_1^*, x_2^*).

La tassa sul reddito è pertanto sicuramente migliore della tassa sulla quantità: infatti la quantità di denaro che il consumatore dovrà pagare sarà la stessa con entrambe le tasse, ma la sua soddisfazione sarà maggiore in presenza di una tassa sul reddito che di una sulla quantità.

Questo è un bel risultato, che val la pena di tenere a mente, ma è necessario capirne anche i limiti. Per prima cosa ciò vale soltanto per un consumatore. Il ragionamento dimostra che per ogni consumatore esiste una tassa sul reddito che consente allo stato di ottenere entrate identiche a quelle ottenute con una tassa sulla quantità, e provoca una minor riduzione del benessere del consumatore. Ma l'ammontare della tassa sul reddito sarà ovviamente diverso per ciascun consumatore, quindi una

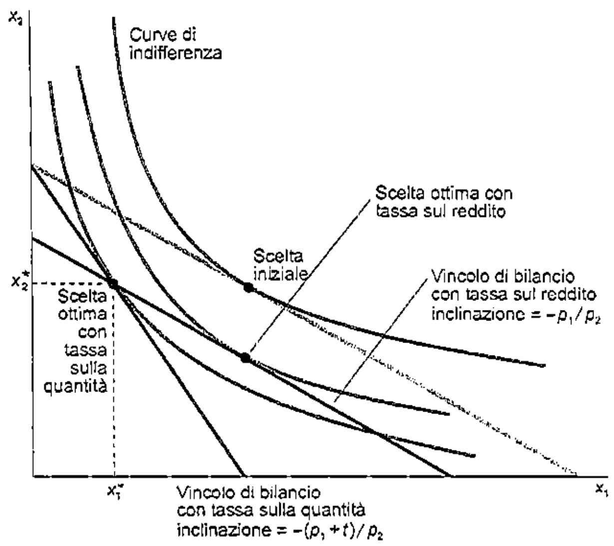


Figura 5.9 **Tassa sul reddito e tassa sulla quantità.** Prendiamo in considerazione il caso di una tassa sulla quantità che dia R^* entrate e una tassa sul reddito con lo stesso risultato. Come abbiamo dimostrato nel testo, la soddisfazione del consumatore sarà maggiore nel caso della tassa sul reddito perché potrà scegliere un punto su una curva di indifferenza più alta.

tassa sul reddito *uniforme* per tutti i consumatori non è necessariamente migliore di una tassa sulla quantità *uniforme* per tutti i consumatori. (Si pensi al caso di un consumatore che non consumi affatto il bene 2 — questi preferirebbe sicuramente la tassa sulla quantità a una tassa uniforme sul reddito).

In secondo luogo, abbiamo assunto che, in presenza di una tassa sul reddito, il reddito del consumatore non vari: abbiamo assunto cioè che la tassa sul reddito sia fondamentalmente una tassa globale che diminuisce la quantità di denaro che un consumatore può spendere, ma che non influisce sulle sue scelte. Ma questa sembra un'ipotesi poco plausibile. Se il consumatore percepisce un reddito da lavoro, possiamo aspettarci che, se tassiamo il reddito, egli sia indotto a lavorare di meno, quindi, in seguito alla tassa, il reddito potrebbe ridursi di una quantità maggiore dell'ammontare della tassa.

In terzo luogo, non abbiamo considerato come reagisce l'offerta alla tassa: abbiamo visto come reagisce la domanda, ma l'analisi completa dovrebbe considerare anche le variazioni dell'offerta.

Sommario

1. La scelta ottima del consumatore corrisponde a quel paniere nell'insieme di bilancio che si trova sulla curva di indifferenza più alta.

2. Il paniere ottimo sarà caratterizzato dalla condizione di uguaglianza tra l'inclinazione della curva di indifferenza (il saggio marginale di sostituzione) e l'inclinazione della retta di bilancio.

3. Dall'osservazione di varie scelte del consumatore è possibile stimare una funzione di utilità che può aver determinato quel tipo di scelte. Tale funzione di utilità può essere impiegata per prevedere scelte future e per valutare l'effetto sui consumatori delle proposte di politica economica.

4. Se tutti i consumatori si trovano di fronte agli stessi prezzi, il saggio marginale di sostituzione è lo stesso per tutti e tutti saranno pertanto disposti a scambiare i due beni allo stesso modo.

Domande

1. Se i beni sono perfetti sostituti, quale sarà la funzione di domanda del bene 2?

2. Supponiamo che le curve di indifferenza siano rette con inclinazione $-b$. Dati prezzi arbitrari p_1, p_2 e un reddito monetario m, quali saranno le scelte ottimali del consumatore?

3. Supponiamo che un consumatore consumi sempre 2 cucchiaini di zucchero per ogni tazza di caffè. Se il prezzo di un cucchiaino di zucchero è p_1 e quello di una tazza di caffè è p_2, e il consumatore ha a disposizione m dollari per caffè e zucchero, quale quantità ne vorrà acquistare?

4. Si supponga di avere preferenze non convesse per gelato e olive, come nel testo, che i prezzi siano p_1, p_2, mentre il reddito è m dollari. Si elenchino i panieri di consumo ottimali.

5. Se la funzione di utilità di un consumatore è $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^4$, quale frazione del suo reddito spenderà per l'acquisto del bene 2?

6. Per quali tipi di preferenze il consumatore avrà la stessa soddisfazione in presenza di una tassa sulla quantità e di una sul reddito?

APPENDICE

È utile risolvere il problema della massimizzazione delle preferenze e ottenere degli esempi di funzioni di domanda. Nel testo abbiamo già affrontato questo problema per casi semplici come i perfetti sostituti o i perfetti complementi: in questa appendice esamineremo il problema in termini più generali.

Per prima cosa rappresenteremo le preferenze del consumatore con una funzione di utilità, $u(x_1, x_2)$. Nel Capitolo 4 abbiamo visto che non si tratta di un'ipotesi molto restrittiva: infatti la maggior parte delle preferenze "well-behaved" può essere descritta da una funzione di utilità.

Osserviamo che *sappiamo* già come risolvere il problema della scelta ottima: dobbiamo semplicemente mettere insieme quanto visto negli ultimi tre capitoli. In questo capitolo abbiamo imparato che la scelta ottima (x_1, x_2) deve soddisfare la condizione:

$$\mathrm{MRS}(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2} \tag{5.3}$$

e nell'appendice al Capitolo 4 abbiamo visto che il MRS può essere espresso come il rapporto tra le derivate della funzione di utilità preceduto dal segno negativo. Effettuando la sostituzione e cambiando di segno otteniamo:

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{5.4}$$

Dal Capitolo 2 sappiamo che una scelta ottima deve soddisfare anche il vincolo di bilancio:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m. \tag{5.5}$$

Abbiamo quindi due equazioni — la condizione MRS e il vincolo di bilancio — e due incognite, x_1 e x_2. Tutto ciò che dobbiamo fare è risolvere queste due equazioni per esprimere le scelte ottimali di x_1 e x_2 in funzione dei prezzi e del reddito. Vi sono molti modi di risolvere due equazioni in due incognite: un modo efficace, sebbene non sempre il più semplice, consiste nel risolvere il vincolo di bilancio per una delle scelte, e poi sostituirla nella condizione MRS.

Riscrivendo il vincolo di bilancio otteniamo

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \tag{5.6}$$

e sostituendo nell'equazione (5.4) otteniamo

$$\frac{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)/\partial x_1}{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Questa espressione ha una sola incognita, x_1, e può essere risolta per x_1 rispetto a (p_1, p_2, m). Successivamente, possiamo ottenere dal vincolo di bilancio anche x_2 come funzione dei prezzi e del reddito.

Possiamo risolvere il problema della massimizzazione anche in un modo più sistematico, usando le condizioni di massimizzazione del calcolo differenziale. Per farlo, poniamo dapprima il problema della massimizzazione dell'utilità come un problema di massimizzazione vincolata:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$

$$\text{tale che } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Questo significa che vogliamo scegliere x_1 e x_2 in modo che soddisfino il vincolo, e che diano un valore di $u(x_1, x_2)$ più elevato di quello corrispondente a qualsiasi altro valore di x_1 e x_2 che soddisfi il vincolo.

Questo problema può essere risolto in due modi. Il primo consiste semplicemente nel risolvere il vincolo per una delle variabili in termini dell'altra e poi sostituirla nella funzione obiettivo.

Per esempio, per ogni dato valore di x_1 la quantità di x_2 necessaria per soddisfare il vincolo di bilancio è data dalla funzione lineare

$$x_2(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1. \tag{5.7}$$

Sostituiamo ora $x_2(x_1)$ e x_2 nella funzione di utilità per risolvere il problema di massimizzazione *non vincolata*:

$$\max_{x_1} u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1).$$

Questo è un problema di massimizzazione non vincolata solo in x_1, poiché abbiamo usato la funzione $x_2(x_1)$ che ci assicura che il valore di x_2 soddisferà sempre il vincolo di bilancio, quale che sia il valore di x_1.

Per risolvere questo problema è sufficiente differenziare rispetto a x_1 e porre come sempre il risultato uguale a zero. Questo procedimento ci dà una condizione del primo ordine:

$$\frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dx_1} = 0. \tag{5.8}$$

In questo caso il primo termine rappresenta l'effetto diretto dell'aumento dell'utilità derivante dall'aumento di x_1. Il secondo termine è costituito da due parti: il saggio di aumento dell'utilità all'aumentare di x_2, $\partial u/\partial x_2$, moltiplicato per dx_2/dx_1, il tasso di aumento di x_2 all'aumentare di x_1, in modo da soddisfare l'equazione di bilancio. Possiamo differenziare (5.7) per calcolare quest'ultima derivata:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Sostituendo in (5.8) otteniamo

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

per cui il saggio marginale di sostituzione tra x_1 e x_2 deve essere uguale al rapporto tra i prezzi in corrispondenza della scelta ottima (x_1^*, x_2^*). Questa è esattamente la condizione che abbiamo ottenuto sopra: l'inclinazione della curva di indifferenza deve essere uguale all'inclinazione della retta di bilancio. Naturalmente la scelta ottima deve soddisfare anche il vincolo di bilancio $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m$, per cui abbiamo ancora due equazioni in due incognite.

Il secondo modo in cui si possono risolvere questi problemi è impiegando i **moltiplicatori di Lagrange**. Questo metodo parte dalla definizione di una funzione ausiliaria nota come *Lagrangiana*:

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m).$$

La nuova variabile λ è chiamata **moltiplicatore di Lagrange**, poiché è moltiplicata per il vincolo.[2] Il teorema di Lagrange afferma che una scelta ottima (x_1^*, x_2^*) deve soddisfare le tre condizioni del primo ordine

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1^* + p_2 x_2^* - m = 0.$$

Si possono fare alcune osservazioni interessanti a proposito di queste tre equazioni. Per prima cosa osserviamo che esse sono semplicemente le derivate della Lagrangiana rispetto a x_1, x_2, e λ, ciascuna posta uguale a zero. La derivata rispetto a λ non è altro che il vincolo di bilancio. Abbiamo ora tre equazioni in tre incognite x_1, x_2 e λ: possiamo sperare di risolvere per x_1 e x_2 in p_1, p_2 e m.

Il teorema di Lagrange è dimostrato in tutti i testi di calcolo differenziale avanzato: esso è ampiamente usato nei corsi avanzati di teoria economica, ma per i nostri scopi è sufficiente conoscere l'enunciato del teorema e sapere come usarlo.

Nel nostro caso particolare, è importante osservare che se dividiamo la prima condizione per la seconda, otteniamo:

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

che significa semplicemente che il MRS deve essere uguale al rapporto tra i prezzi. Il vincolo di bilancio ci fornisce l'altra equazione e quindi abbiamo nuovamente due equazioni in due incognite.

ESEMPIO: Funzioni di domanda Cobb-Douglas

Nel Capitolo 4 abbiamo introdotto la **funzione di utilità Cobb-Douglas**

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Poiché le funzioni di utilità vengono definite a meno di una trasformazione monotona, prendiamo i logaritmi di questa espressione, ottenendo

$$\ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Vogliamo trovare le funzioni di domanda per x_1 e x_2 relative alla funzione di utilità Cobb-Douglas. Il problema che vogliamo risolvere è

$$\max_{x_1, x_2} c \ln x_1 + d \ln x_2$$

$$\text{tale che } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

[2] Il simbolo λ è la lettera greca *lambda* minuscola.

Vi sono almeno tre modi per risolverlo: uno consiste nello scrivere la condizione MRS e il vincolo di bilancio. Usando l'espressione del MRS derivata nel Capitolo 4, otteniamo

$$\frac{cx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Queste sono due equazioni in due incognite che possono essere risolte per la scelta ottima di x_1 e x_2. Un modo per risolverle consiste nel sostituire la seconda nella prima ottenendo

$$\frac{c(m/p_2 - x_1 p_1/p_2)}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$c(m - x_1 p_1) = dp_1 x_1$$

e quindi

$$cm = (c + d) p_1 x_1$$

ovvero

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}.$$

Questa è la funzione di domanda di x_1. Per trovare la funzione di domanda di x_2, sostituiamo nel vincolo di bilancio e otteniamo

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$
$$= \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

Il secondo modo consiste nel sostituire direttamente il vincolo di bilancio nel problema di massimizzazione. Il problema così diventa

$$\max_{x_1} c \ln x_1 + d \ln(m/p_2 - x_1 p_1/p_2).$$

La condizione del primo ordine è

$$\frac{c}{x_1} - d \frac{p_2}{m - p_1 x_1} \frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Con facili calcoli otteniamo

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}.$$

Sostituiamo nuovamente nel vincolo di bilancio $x_2 = m/p_2 - x_1 p_1/p_2$ ottenendo

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

Queste sono le funzioni di domanda dei due beni, ed esse coincidono con le funzioni ricavate sopra con l'altro metodo.

Consideriamo ora il metodo di Lagrange. Scriviamo la Lagrangiana

$$L = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

e differenziamo per ottenere le tre condizioni del primo ordine

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0.$$

Il modo migliore di procedere è risolvere prima per λ e poi per x_1 e x_2. Con opportuni passaggi otteniamo

$$c = \lambda p_1 x_1$$
$$d = \lambda p_2 x_2.$$

Non resta altro da fare che sommarle membro a membro:

$$c + d = \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2) = \lambda m$$

e quindi

$$\lambda = \frac{c+d}{m}.$$

Sostituiamo nelle prime due equazioni e risolviamo per x_1 e x_2 per ottenere

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}$$

esattamente come prima.

6

DOMANDA

Nel capitolo precedente abbiamo illustrato il modello fondamentale di scelta del consumatore: abbiamo visto come la massimizzazione dell'utilità soggetta al vincolo di bilancio dia luogo a scelte ottime. Abbiamo visto che le scelte ottime del consumatore dipendono dal suo reddito e dai prezzi dei beni e abbiamo elaborato alcuni esempi per esaminare quali fossero le scelte ottime per qualche semplice tipo di preferenza.

Le **funzioni di domanda** del consumatore esprimono le quantità ottime di ciascun bene in funzione dei prezzi a cui il consumatore si trova di fronte e del suo reddito. Scriviamo le funzioni di domanda nel modo seguente:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$
$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m).$$

A sinistra di ogni equazione troviamo la quantità domandata, a destra la funzione che mette in relazione prezzi e reddito con quella quantità.

In questo capitolo esamineremo come varia la domanda di un bene al variare di prezzi e reddito. La **statica comparata**, che abbiamo già discusso nel Capitolo 1, studia come variano le scelte al variare dell'ambiente economico. "Comparata" significa che vengono messe a confronto due situazioni: quella precedente e quella successiva alla variazione dell'ambiente. "Statica" significa che non prenderemo in considerazione il processo di aggiustamento da una scelta a un'altra, al contrario, esamineremo soltanto la scelta corrispondente all'equilibrio finale.

Nel caso del consumatore, vi sono nel nostro modello soltanto due elementi che influiscono sulla scelta ottima: i prezzi e il reddito. Per questo motivo, nella teoria del consumatore, la statica comparata viene impiegata per studiare come varia la domanda al variare dei prezzi e del reddito.

6.1 Beni normali e inferiori

Consideriamo in primo luogo come varia la domanda del consumatore al variare del reddito: vogliamo cioè confrontare la scelta ottima in corrispondenza di un certo livello di reddito a quella in corrispondenza di un altro. Nel corso di questo esercizio, terremo fissi i prezzi ed esamineremo soltanto la variazione della domanda in seguito alla variazione del reddito. Sappiamo come un aumento del reddito monetario modifichi la retta di bilancio quando i prezzi sono fissi: la retta si sposta verso destra senza che cambi la sua inclinazione. Vogliamo ora esaminare l'effetto di un aumento del reddito sulla domanda.

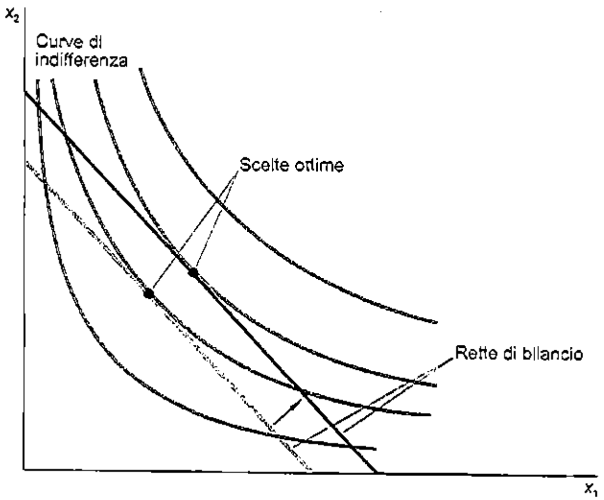


Figura 6.1 **Beni normali.** La domanda di entrambi i beni aumenta all'aumentare del reddito. Entrambi i beni sono beni normali.

Sembra naturale pensare che la domanda di un bene aumenti all'aumentare del reddito, come rappresentato nella Figura 6.1. Con singolare mancanza di immaginazione, gli economisti definiscono i beni di questo tipo **beni normali.** Se il bene 1 è un bene normale, la sua domanda aumenta all'aumentare del reddito e diminuisce al suo diminuire. La quantità domandata di un bene normale varia sempre nella stessa direzione del reddito:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0.$$

Se qualcosa è definito normale, si può essere certi che esiste la *possibilità* che sia anormale. La Figura 6.2 è un esempio interessante di curve di indifferenza in cui un aumento del reddito si traduce in una *riduzione* del consumo di uno dei beni. Tale bene è detto **bene inferiore**: per quanto essi siano definiti "anormali", in realtà i beni inferiori non sono così insoliti. Esistono molti beni la cui domanda diminuisce all'aumentare del reddito: per esempio la farinata d'avena, la mortadella, le baracche, e tutti i tipi di beni di qualità inferiore.

Che un bene sia inferiore o no dipende dal livello del reddito. Può succedere che i più poveri consumino quantità maggiori di mortadella se il loro reddito aumenta, ma, da un certo punto in poi, il consumo del bene inferiore probabilmente comincerà a diminuire se il reddito continua ad aumentare. Poiché in realtà il consumo dei beni può aumentare o diminuire all'aumentare del reddito, è confortante sapere che la teoria economica prende in considerazione entrambe le possibilità.

6.2 Curve reddito-consumo e curve di Engel

Abbiamo visto che un aumento del reddito si traduce in uno spostamento verso destra della retta di bilancio, senza che se ne modifichi l'inclinazione. Possiamo unire i panieri domandati ottenuti in seguito allo spostamento verso destra della retta di bilancio, senza che se ne modifichi l'inclinazione, per costruire la **curva reddito-consumo.** Questa curva rappresenta i panieri che sono richiesti a differenti livelli di reddito, come si vede nella Figura 6.3. Questa curva è anche nota come **sentiero di espansione del reddito:** se entrambi i beni sono normali, il sentiero di espansione del reddito avrà inclinazione positiva, come mostrato appunto dalla Figura 6.3.

Per ciascun livello di reddito, m, esisterà una scelta ottima per ciascuno dei beni. Consideriamo la scelta ottima del bene 1 in corrispondenza di dati prezzi e reddito, $x_1(p_1, p_2, m)$: questa non è altro che la funzione di domanda del bene 1. Se teniamo fissi i prezzi dei beni e osserviamo le variazioni della domanda al variare del reddito, otteniamo una curva nota come **curva di Engel,** che rappresenta la domanda di uno dei beni come funzione del reddito, se i prezzi sono mantenuti costanti, come si vede nella Figura 6.3B.

6.3 Alcuni esempi

Prendiamo ora in esame alcuni tipi di preferenze già visti nel Capitolo 5 e deriviamone le curve reddito-consumo e le curve di Engel.

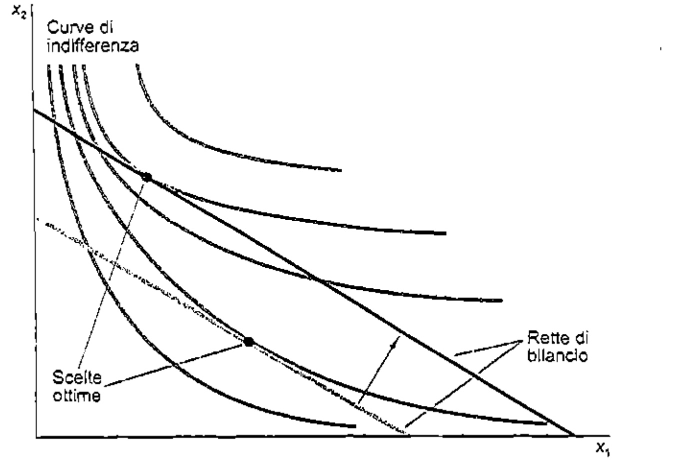
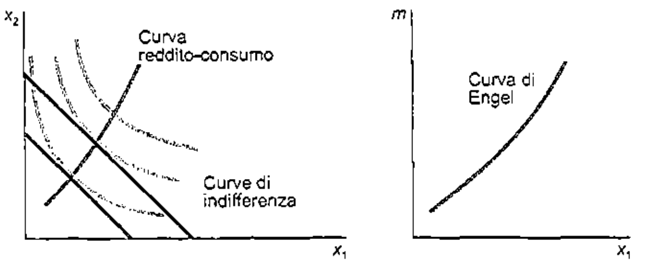


Figura 6.2 **Un bene inferiore.** Il bene 1 è un bene inferiore, il che significa che la sua domanda diminuisce all'aumentare del reddito.



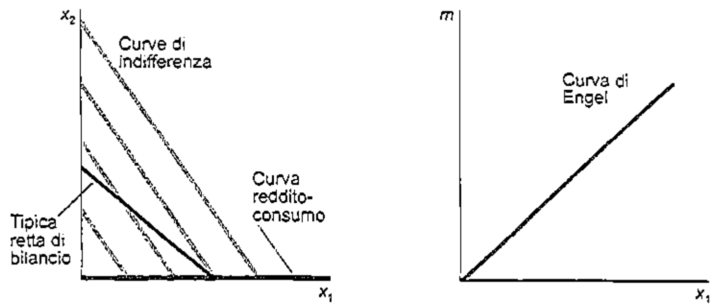
A Curva reddito-consumo

B Curva di Engel

Figura 6.3 **Variazione della domanda al variare del reddito.** (A) La curva reddito-consumo (o sentiero di espansione del reddito) rappresenta la scelta ottima in corrispondenza di prezzi costanti e di diversi livelli di reddito. (B) Se esprimiamo la scelta ottima del bene 1 in funzione del reddito m, otteniamo la curva di Engel.

Perfetti sostituti

Il caso dei perfetti sostituti è rappresentato nella Figura 6.4. Se $p_1 < p_2$, così che il consumatore si specializza nel consumo del bene 1, allora se il reddito aumenta aumenterà anche il consumo del bene. La curva reddito-consumo coincide pertanto con l'asse orizzontale, come mostra la Figura 6.4A.



A Curva reddito-consumo

B Curva di Engel

Figura 6.4 **Perfetti sostituti.** Curva reddito-consumo e una curva di Engel nel caso di perfetti sostituti.

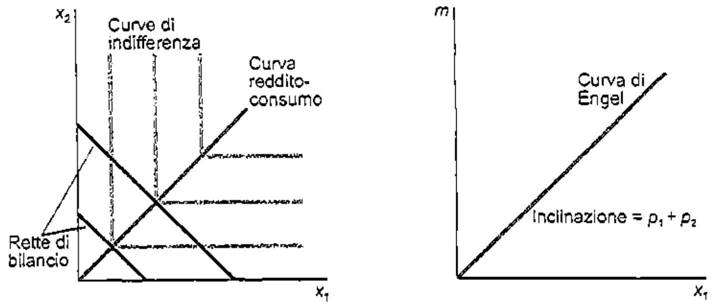
Poiché, in questo caso, la domanda del bene 1 è $x_1 = m/p_1$, la curva di Engel sarà una retta con inclinazione p_1, come nella Figura 6.4B. (Poiché m è rappresentato sull'asse verticale e x_1 sull'asse orizzontale, possiamo scrivere $m = p_1x_1$, da cui risulta evidente che l'inclinazione è p_1).

Perfetti complementi

La curva di domanda nel caso di perfetti complementi è rappresentata nella Figura 6.5. Poiché il consumatore consuma sempre la stessa quantità di ciascun bene, la curva reddito-consumo coincide con la diagonale passante per l'origine rappresentata nella Figura 6.5A. Abbiamo visto che la domanda del bene 1 è $x_1 = m/(p_1 + p_2)$, quindi la curva di Engel è una retta con inclinazione $p_1 + p_2$, come rappresentato nella Figura 6.5B.

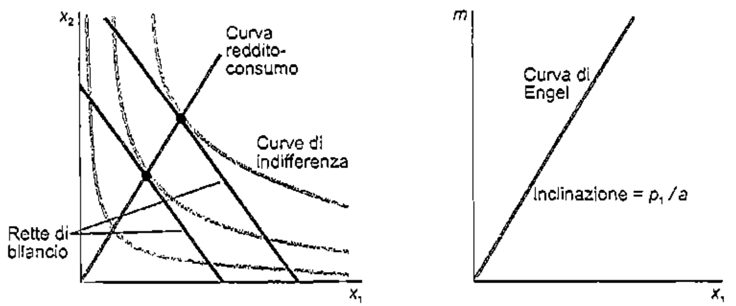
Preferenze Cobb-Douglas

Nel caso di preferenze Cobb-Douglas è più semplice osservare direttamente l'espressione algebrica delle funzioni di domanda. Se $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, la funzione di domanda Cobb-Douglas del bene 1 ha la forma $x_1 = am/p_1$. Per un valore fisso di p_1, questa è una funzione *lineare* di m. Quindi, raddoppiando m, la domanda raddoppierà, triplicando m anche la domanda risulterà tripla, e così via: infatti, moltiplicare m per qualsiasi numero positivo t equivale a moltiplicare per quello stesso numero anche la domanda.



A Curva reddito-consumo B Curva di Engel

Figura 6.5 **Perfetti complementi.** Curva reddito-consumo (A) e una curva di Engel (B) nel caso di perfetti complementi.



A Curva reddito-consumo B Curva di Engel

Figura 6.6 **Cobb-Douglas.** Una curva reddito-consumo (A) e una curva di Engel (B) nel caso di utilità Cobb-Douglas.

La domanda del bene 2 è $x_2 = (1 - a)m/p_2$, e anche questa è chiaramente una funzione lineare. Il fatto che le funzioni di domanda di entrambi i beni siano funzioni lineari nel reddito significa che il sentiero di espansione del reddito sarà una retta passante per l'origine, come quella della Figura 6.6A. La curva di Engel per il bene 1 sarà una retta con inclinazione p_1/a, come quella rappresentata nella Figura 6.6B.

Preferenze omotetiche

Le curve reddito-consumo e di Engel esaminate finora erano rette perché gli esempi scelti erano molto semplici. Le curve di Engel non sono però necessariamente rette

poiché, quando il reddito aumenta, in genere la domanda di un bene può aumentare più o meno rapidamente del reddito: se la domanda di un bene aumenta più che proporzionalmente al reddito, diciamo che è un **bene di lusso**, se aumenta meno che proporzionalmente diciamo che è un **bene necessario**.

La linea di separazione è rappresentata dal caso in cui la domanda di un bene aumenta nella stessa proporzione del reddito: questo è ciò che avveniva nei tre casi esaminati in precedenza. Quali caratteristiche delle preferenze del consumatore determinano questo andamento?

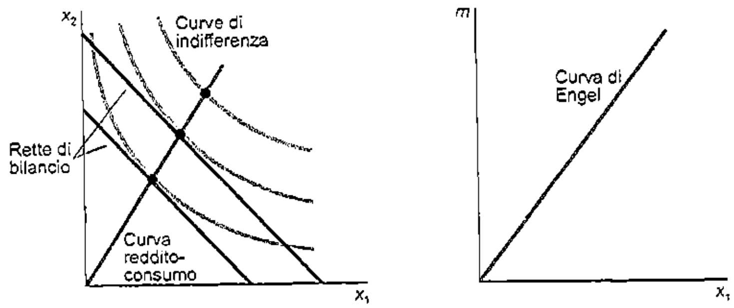
Supponiamo che le preferenze del consumatore dipendano unicamente dal *rapporto* tra il bene 1 e il bene 2. Ciò significa che se il consumatore preferisce (x_1, x_2) a (y_1, y_2), allora preferisce automaticamente $(2x_1, 2x_2)$ a $(2y_1, 2y_2)$, $(3x_1, 3x_2)$ a $(3y_1, 3y_2)$, e così via, poiché, per tutti questi panieri, il rapporto tra x e y rimane costante. In effetti, il consumatore preferisce (tx_1, tx_2) a (ty_1, ty_2) per ogni valore positivo di t. Le preferenze che possiedono questa proprietà vengono chiamate **omotetiche**: non è difficile dimostrare che i tre esempi di preferenze sopracitati — perfetti sostituti, perfetti complementi, Cobb-Douglas — sono preferenze omotetiche.

Se il consumatore ha preferenze omotetiche, le curve reddito-consumo sono rette, come rappresentato nella Figura 6.7. Più precisamente, nel caso di preferenze omotetiche, se il reddito aumenta o diminuisce di un fattore $t > 0$, il paniere domandato aumenta o diminuisce nella stessa misura. Questa affermazione può essere dimostrata rigorosamente, ma risulta già chiara dai grafici. Se la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio in corrispondenza di (x_1^*, x_2^*), allora la curva di indifferenza passante per (tx_1^*, tx_2^*) è tangente alla retta di bilancio corrispondente a un reddito t volte più elevato e agli stessi prezzi. Questo implica che, in questo caso, anche le curve di Engel sono rette: se il reddito raddoppia risulterà raddoppiata anche la domanda di ciascuno dei due beni.

Le preferenze omotetiche sono utili poiché gli effetti di reddito sono molto semplici, e pertanto non sono molto realistiche. Esse tuttavia ci serviranno spesso nei nostri esempi.

Preferenze quasi-lineari

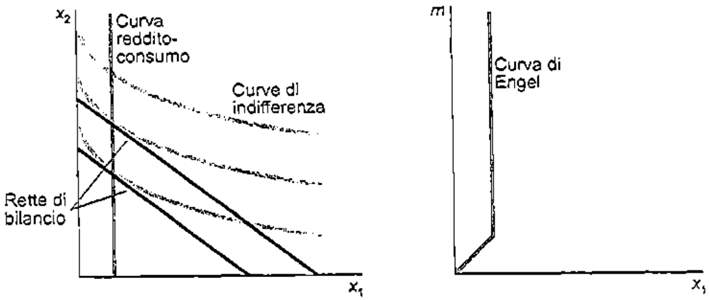
Un altro tipo di preferenze che determina una forma particolare di curva reddito-consumo e di curva di Engel è rappresentato dal caso di preferenze quasi-lineari. Ricordiamo la definizione di preferenze quasi-lineari data nel Capitolo 4: si tratta del caso in cui le curve di indifferenza sono "traslazioni" di una stessa curva come nella Figura 6.8. Analogamente, in questo caso la funzione di utilità ha la forma $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$. Quando si sposta verso destra la retta di bilancio, se la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio in corrispondenza di un paniere (x_1^*, x_2^*), allora un'altra curva di indifferenza deve essere tangente a $(x_1^*, x_2^* + k)$ per ogni costante k. L'aumento del reddito non fa variare la domanda del bene 1, e il reddito addizionale viene usato interamente per il consumo del bene 2. Se le preferenze sono quasi-lineari, diciamo talvolta che esiste un "effetto reddito zero" per il bene 1. La curva di Engel per il bene 1 è pertanto una retta verticale: la domanda del bene 1 rimane costante al variare del reddito.



A Curva reddito-consumo B Curva di Engel

Figura 6.7 **Preferenze omotetiche.** Una curva reddito-consumo (A) e una curva di Engel (B) nel caso di preferenze omotetiche.

Quando si verifica in realtà un caso del genere? Supponiamo che il bene 1 sia rappresentato da matite e il bene 2 dalla moneta che può essere spesa nell'acquisto di altri beni. Inizialmente il consumatore può spendere tutto il suo reddito per acquistare matite, ma quando il suo reddito aumenta a sufficienza, egli non compra più quantità addizionali di matite, ma spende tutto il suo reddito addizionale per comprare altri beni. Esempi analoghi potrebbero essere il sale o il dentifricio. Quando consideriamo la scelta tra tutti gli altri beni e un certo singolo bene che non sia una parte rilevante del bilancio del consumatore, l'ipotesi di quasi-linearità è certamente plausibile, almeno quando il reddito del consumatore è sufficientemente grande.



A Curva reddito-consumo B Curva di Engel

Figura 6.8 **Preferenze quasi-lineari.** Una curva reddito-consumo (A) e una curva di Engel (B) nel caso di preferenze quasi-lineari.

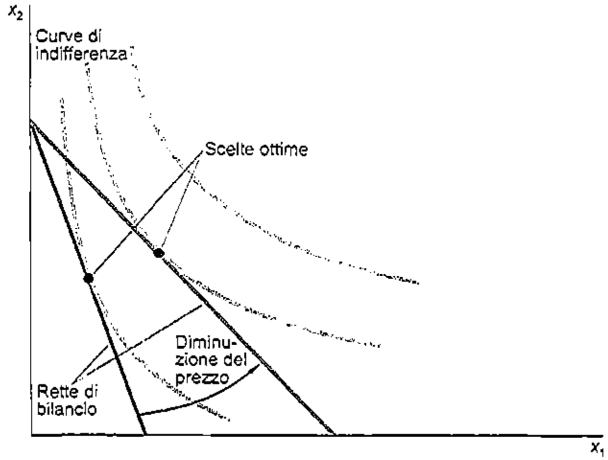


Figura 6.9 **Un bene ordinario.** Generalmente la domanda di un bene aumenta al diminuire del suo prezzo.

6.4 Beni ordinari e beni di Giffen

Prendiamo ora in considerazione le variazioni dei prezzi. Supponiamo di diminuire il prezzo del bene 1 mantenendo fissi il prezzo del bene 2 e il reddito. Che cosa accadrà alla quantità domandata del bene 1? Intuitivamente la quantità domandata del bene 1 dovrebbe aumentare quando ne diminuisce il prezzo. Questo è infatti il caso più comune, ed è rappresentato nella Figura 6.9.

Quando diminuisce il prezzo del bene 1, la retta di bilancio diventa più piatta: in altri termini, l'intercetta verticale è fissa e l'intercetta orizzontale si sposta verso destra. Nella Figura 6.9, anche la scelta ottima del bene 1 si sposta verso destra, cioè la quantità domandata del bene 1 aumenta.

Potremmo chiederci se le cose vadano sempre così, cioè se la domanda di un bene aumenti sempre quando ne diminuisce il prezzo, indipendentemente dal tipo di preferenze del consumatore. La risposta è no. In teoria è possibile trovare preferenze per le quali una diminuzione del prezzo del bene 1 si traduce in una riduzione della sua domanda. Un bene di questo tipo è chiamato **bene di Giffen**, dal nome dell'economista del diciannovesimo secolo che per primo osservò questa possibilità: un esempio è rappresentato nella Figura 6.10.

Che cosa significa questo in termini economici? Quali preferenze potrebbero dar luogo al comportamento rappresentato nella Figura 6.10? Supponiamo che i due beni consumati siano farinata d'avena e latte e che vengano consumate effettivamente 7 scodelle di farinata alla settimana e 7 tazze di latte alla settimana. Se il prezzo

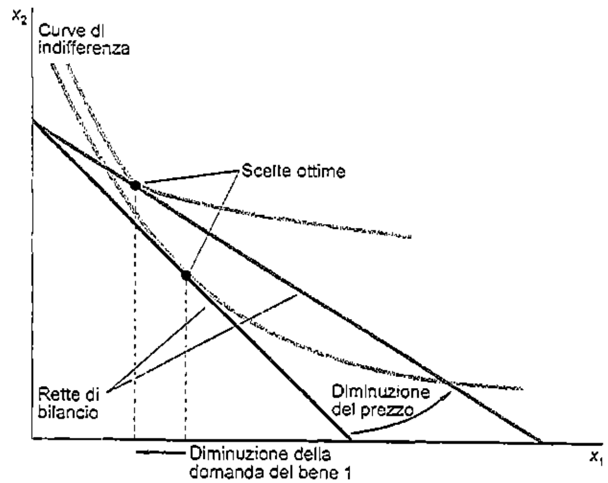
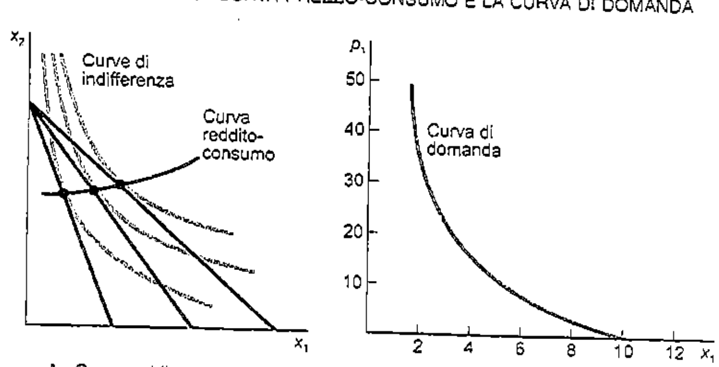


Figura 6.10 **Un bene di Giffen.** Il bene 1 è un bene di Giffen, poiché la sua domanda diminuisce al diminuire del prezzo.

della farinata diminuisce e se egli continua a consumarne 7 scodelle alla settimana, il consumatore avrà a disposizione una maggior quantità di denaro con cui potrà acquistare una quantità maggiore di latte. In effetti, con il denaro risparmiato a causa della diminuzione del prezzo della farinata, il consumatore potrà perfino decidere di aumentare il consumo del latte e ridurre quello della farinata. La riduzione del prezzo di quest'ultima ha reso disponibile una quantità addizionale di moneta che può essere spesa nell'acquisto di altri beni — ma è anche possibile che il consumatore decida di ridurre il consumo di farinata. La variazione di prezzo *equivale* pertanto, in una certa misura, a una variazione del reddito. Anche se il reddito *monetario* rimane costante, una variazione del prezzo di un bene modificherà il potere d'acquisto e, conseguentemente, la domanda.

Da un punto di vista puramente logico, l'esistenza di beni di Giffen è plausibile, anche se non li si incontra facilmente nella vita reale. La maggior parte dei beni sono beni ordinari: quando i prezzi aumentano, la domanda diminuisce. Non abbiamo usato a caso la farinata d'avena come esempio sia di bene inferiore che di bene di Giffen: tra i due tipi di beni esiste in realtà un rapporto molto stretto, che esamineremo fra poco.

È probabile che, a questo punto, sembri possibile che per la teoria del consumatore possa verificarsi, praticamente, qualsiasi situazione: se il reddito aumenta, la domanda di un bene può aumentare o diminuire, e se il prezzo aumenta, la domanda può ancora aumentare o diminuire. La teoria del consumatore è compatibile allora con *qualsiasi* tipo di comportamento? Oppure ve ne sono alcuni che vengono esclusi



A Curva reddito-consumo B Curva di domanda

Figura 6.11 **Curva prezzo-consumo e curva di domanda.** (A) Una curva prezzo-consumo rappresenta le scelte ottime al variare del prezzo del bene 1. (B) La curva di domanda ad essa associata descrive la scelta ottima del bene 1 in funzione del suo prezzo.

dal modello di comportamento del consumatore? In effetti *esistono* delle restrizioni imposte dal modello di massimizzazione, ma aspetteremo fino al prossimo capitolo per esaminarle.

6.5 La curva prezzo-consumo e la curva di domanda

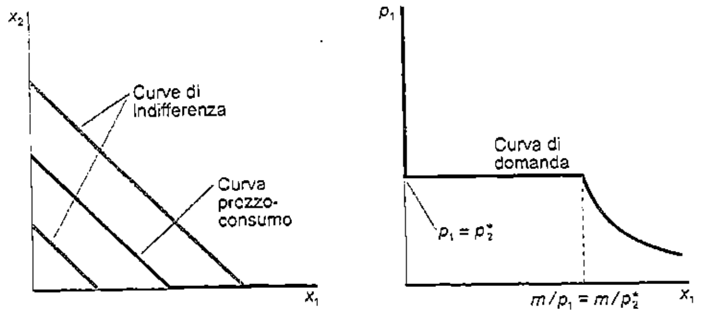
Supponiamo di modificare il prezzo del bene 1 mantenendo fissi p_2 e il reddito: in termini geometrici ciò significa far ruotare la retta di bilancio. Possiamo allora congiungere i punti di ottimo per costruire la **curva prezzo-consumo**, come nella Figura 6.11A. Questa curva rappresenta i panieri domandati in corrispondenza di prezzi diversi del bene 1.

Ciò può essere descritto anche in un altro modo. Manteniamo fissi il prezzo del bene 2 e il reddito monetario, e per ogni valore di p_1 indichiamo il livello ottimo di consumo del bene 1. Da ciò risulta la **curva di domanda** rappresentata nella Figura 6.11B: la curva di domanda è il grafico della funzione di domanda $x_1(p_1, p_2, m)$, quando si mantengano p_2 e m fissi a dei valori predeterminati.

In genere, quando aumenta il prezzo di un bene, ne diminuisce la domanda, quindi il prezzo e la quantità domandata di un bene variano in direzioni *opposte*, il che significa che la curva di domanda avrà inclinazione negativa. In termini di saggi di variazione, otterremo

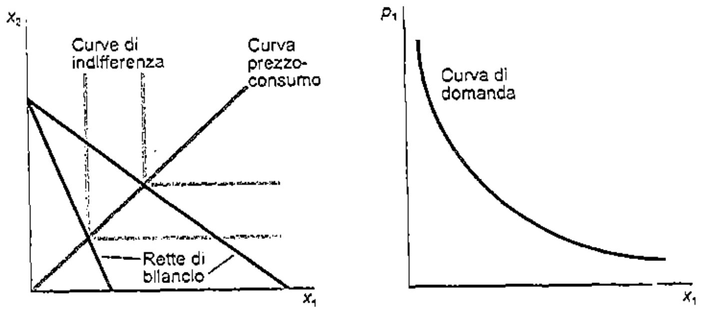
$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$$

che significa semplicemente che la curva di domanda ha, di norma, inclinazione negativa.



A Curva prezzo-consumo B Curva di domanda

Figura 6.12 **Perfetti sostituti.** Curva prezzo-consumo (A) e curva di domanda (B) nel caso di perfetti sostituti.



A Curva prezzo-consumo B Curva di domanda

Figura 6.13 **Perfetti complementi.** Curva prezzo-consumo (A) e curva di domanda (B) nel caso di perfetti complementi.

Tuttavia, abbiamo anche visto che nel caso di beni di Giffen la domanda di un bene può diminuire al diminuire del suo prezzo: è pertanto possibile, ma non probabile, avere una curva di domanda con inclinazione positiva.

6.6 Alcuni esempi

Prendiamo in considerazione alcuni esempi di curve di domanda relative alle preferenze discusse nel Capitolo 3.

Perfetti sostituti

La curva prezzo-consumo e la curva di domanda nel caso di perfetti sostituti — l'esempio delle matite rosse e delle matite blu — sono rappresentate nella Figura 6.12. Come abbiamo visto nel Capitolo 5, la domanda del bene 1 è uguale a zero quando $p_1 > p_2$, una qualsiasi quantità sulla retta di bilancio quando $p_1 = p_2$ e m/p_1 quando $p_1 < p_2$. La curva prezzo-consumo rappresenta queste possibilità.

Per ottenere la curva di domanda, fissiamo a p_2^* il prezzo del bene 2 e tracciamo il grafico della domanda del bene 1 in funzione del suo prezzo, ottenendo in questo modo la curva della Figura 6.12B.

Perfetti complementi

Il caso dei perfetti complementi — l'esempio della scarpa destra e della scarpa sinistra — è rappresentato nella Figura 6.13. Sappiamo che, quali che siano i prezzi, un consumatore domanderà la stessa quantità dei beni 1 e 2. Quindi la curva prezzo-consumo sarà una diagonale (Figura 6.13A).

Nel Capitolo 5 abbiamo visto che la domanda del bene 1 è

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

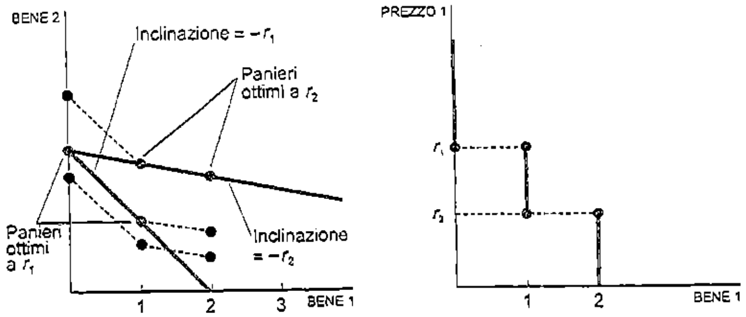
Se manteniamo fissi m e p_2 e rappresentiamo x_1 in funzione di p_1 otteniamo la curva rappresentata nella Figura 6.13B.

Un bene discreto

Supponiamo che il bene 1 sia un bene discreto. Se p_1 è molto alto il consumatore preferisce strettamente non consumare alcuna unità, mentre se p_1 è sufficientemente basso il consumatore preferisce strettamente consumare una unità. In corrispondenza del prezzo r_1, per il consumatore è indifferente consumare o no il bene 1. Chiamiamo questo prezzo **prezzo di riserva**[1]. Le curve di indifferenza e la curva di domanda relative a un bene discreto sono rappresentate nella Figura 6.14.

È chiaro dal grafico che la domanda può essere descritta per mezzo di una sequenza di prezzi di riserva, in corrispondenza dei quali il consumatore è esattamente disposto ad acquistare un'altra unità del bene. Il consumatore è disposto ad acquistare una unità del bene al prezzo r_1, se il prezzo scende a r_2 è disposto ad acquistarne una seconda unità, e così via.

[1] L'espressione prezzo di riserva proviene dal linguaggio delle aste. Quando qualcuno intendeva mettere all'asta un oggetto, stabiliva un prezzo minimo al quale era disposto a venderlo. Se il miglior prezzo offerto era inferiore al prezzo stabilito, il venditore si riservava il diritto di acquistare lui stesso l'oggetto. Questo prezzo venne chiamato prezzo di riserva del venditore, e giunse infine a designare il prezzo al quale qualcuno è appena disposto a comprare o a vendere qualche cosa.



A Panieri ottimi in corrispondenza di prezzi differenti

B Curva di domanda

Figura 6.14 **Un bene discreto.** Al diminuire del prezzo del bene 1 troveremo un prezzo, il prezzo di riserva, in corrispondenza del quale il consumatore è esattamente indifferente tra consumare una unità del bene 1 e non consumarla affatto. Se il prezzo diminuisce ancora, verrà domandato un numero maggiore di unità del bene discreto.

Questi prezzi possono essere descritti nei termini dell'originaria funzione di utilità. Per esempio, se r_1 è il prezzo in corrispondenza del quale il consumatore è indifferente tra il consumare o no una unità del bene 1, dovrà soddisfare l'equazione

$$u(0, m) = u(1, m - r_1). \tag{6.1}$$

Analogamente r_2 soddisfa l'equazione

$$u(1, m - r_2) = u(2, m - 2r_2). \tag{6.2}$$

Il primo membro di questa equazione rappresenta l'utilità associata al consumo di un'unità del bene al prezzo r_2, mentre il secondo rappresenta l'utilità associata al consumo di due unità del bene, ciascuna delle quali è venduta al prezzo r_2.

Se la funzione di utilità è quasi-lineare, le espressioni dei prezzi di riserva diventano più semplici. Se $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ e $v(0) = 0$, la (6.1) può essere scritta

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1.$$

Poiché $v(0) = 0$, possiamo risolvere per r_1

$$r_1 = v(1). \tag{6.3}$$

Analogamente possiamo scrivere la (6.2)

$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2.$$

Sostituendo dalla (6.3) otteniamo

$$r_2 = v(2) - v(1).$$

Seguendo lo stesso procedimento otteniamo il prezzo di riserva della terza unità

$$r_3 = v(3) - v(2),$$

e così via.

In ciascun caso, il prezzo di riserva misura l'incremento dell'utilità necessario ad indurre il consumatore a scegliere un'unità addizionale del bene. Possiamo dire, in modo non molto rigoroso, che i prezzi di riserva corrispondono alle utilità marginali associate a diversi livelli di consumo del bene 1. Poiché abbiamo assunto che l'utilità marginale sia decrescente, anche la sequenza dei prezzi di riserva dovrà esserlo: $r_1 > r_2 > r_3 \cdots$.

Dato che la funzione di utilità è quasi-lineare, i prezzi di riserva non dipendono dalla quantità del bene 2 a disposizione del consumatore. È questo certamente un caso speciale, ma ciò rende molto semplice descrivere la domanda. Dato un prezzo p qualsiasi, è sufficiente osservare in quale punto della lista dei prezzi di riserva si trova. Supponiamo che p si trovi tra r_6 e r_7, per esempio. Il fatto che $p < r_6$ significa che il consumatore è disposto a cedere p dollari per ciascuna unità per ottenere 6 unità del bene 1, mentre il fatto che $p > r_7$ significa che il consumatore non è disposto a cedere p dollari per ottenere la settima unità del bene 1.

Anche se tutto questo è piuttosto intuitivo, vogliamo darne una breve trattazione matematica. Supponiamo che il consumatore domandi 6 unità del bene 1. Vogliamo dimostrare che $r_6 \geq p \geq r_7$.

Se il consumatore massimizza l'utilità, deve essere che

$$v(6) + m - 6p \geq v(x_1) + m - px_1$$

per ogni possibile scelta di x_1. In particolare, deve essere che

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$r_6 = v(6) - v(5) \geq p$$

che è la prima parte di ciò che volevamo dimostrare.

Per lo stesso ragionamento

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7$$

che è la seconda parte della disuguaglianza che intendevamo dimostrare.

6.7 Sostituti e complementi

Abbiamo già usato i termini sostituti e complementi, ma è ora opportuno darne una definizione formale. Poiché abbiamo già preso in considerazione varie volte sostituti *perfetti* e complementi *perfetti*, consideriamo ora i casi "imperfetti".

Per prima cosa, esaminiamo i sostituti. Abbiamo visto come le matite rosse e le matite blu potessero essere perfetti sostituti, almeno per coloro ai quali non interessasse il colore. Che cosa accadrebbe invece nel caso di matite e penne? Si tratta di sostituti "imperfetti": penne e matite sono, fino a un certo punto, sostituibili le une alle altre, sebbene non siano sostituti perfetti come le matite rosse e le matite blu.

Analogamente, abbiamo detto che le scarpe destra e sinistra sono perfetti complementi. E le scarpe e i calzini? Le scarpe destra e sinistra sono quasi sempre consumate assieme e scarpe e calzini *di solito* sono consumati insieme. I beni complementari sono quelli, come scarpe e calzini, che tendono ad essere consumati insieme, anche se non lo sono sempre.

Ora che abbiamo descritto i concetti di complemento e di sostituto, possiamo darne una precisa definizione economica. Ricordiamo che la funzione di domanda del bene 1, poniamo, è funzione dei prezzi sia del bene 1 che del bene 2: quindi scriviamo $x_1(p_1, p_2, m)$. Possiamo chiederci quale sia la variazione della domanda del bene 1 al variare del prezzo del bene 2: la domanda aumenterà o diminuirà?

Se la domanda del bene 1 aumenta all'aumentare del prezzo del bene 2, allora diciamo che il bene 1 è un **sostituto** del bene 2. In termini di saggi di variazione, il bene 1 è un sostituto del bene 2 se

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0.$$

Quando il prezzo del bene 2 aumenta, il consumatore si rivolge al bene 1: il consumatore *sostituisce* il bene più caro con quello meno costoso.

D'altra parte, se la domanda del bene 1 diminuisce quando aumenta il prezzo del bene 2, diciamo che il bene 1 è un **complemento** del bene 2. Ciò significa che

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0.$$

I complementi sono beni che vengono consumati congiuntamente, come il caffè e lo zucchero; così, quando aumenta il prezzo di uno dei due beni, tenderà a diminuire il consumo di entrambi.

I casi dei perfetti sostituti e dei perfetti complementi illustrano bene questi punti. Va sottolineato che $\Delta x_1/\Delta p_2$ è positivo o nullo nel caso dei perfetti sostituti e che $\Delta x_1/\Delta p_2$ è negativo nel caso dei perfetti complementi.

Facciamo ancora due osservazioni. In primo luogo, il caso di due beni è particolare nel caso di complementi o di sostituti: poiché il reddito è mantenuto fisso, se il consumatore spende di più per l'acquisto del bene 1, dovrà spendere meno per l'acquisto del bene 2. Questo pone alcune restrizioni ai comportamenti possibili: nel caso di più di due beni, queste restrizioni non hanno, invece, molto peso.

In secondo luogo, sebbene la definizione di sostituti e complementi in termini della domanda del consumatore sembri plausibile, vi sono alcune difficoltà nei casi più generali. Se, ad esempio, usiamo tali definizioni in una situazione in cui vi siano più di due beni, è certamente possibile che il bene 1 sia un sostituto del bene 3, ma anche che il bene 3 sia un complemento del bene 1. Per questo motivo, nei testi avanzati le definizioni di sostituto e complemento sono, in genere, più complesse. Le definizioni precedenti descrivono in realtà concetti noti come **sostituti lordi** e **complementi lordi** ma in questo libro non impiegheremo questa distinzione.

6.8 La funzione di domanda inversa

Se manteniamo p_2 e m costanti e rappresentiamo graficamente la relazione tra p_1 e x_1, otteniamo la **curva di domanda**. Come abbiamo già visto, si pensa di solito che la curva di domanda abbia inclinazione negativa, così che a prezzi più elevati corrisponda una domanda inferiore, sebbene l'esempio dei beni di Giffen dimostri che esistono anche altre possibilità.

Finché la curva di domanda ha inclinazione negativa, come avviene normalmente, ha senso parlare di **funzione di domanda inversa**. Per funzione di domanda inversa si intende la funzione di domanda nella quale il prezzo è considerato funzione della quantità: per ogni livello della domanda del bene 1, la funzione di domanda inversa rappresenta quale deve essere il prezzo del bene 1 perché il consumatore scelga quel livello di consumo. La funzione di domanda inversa rappresenta pertanto la stessa relazione della funzione di domanda diretta, ma da un altro punto di vista. La Figura 6.15 rappresenta la funzione di domanda inversa oppure la funzione di domanda diretta, a seconda del punto di vista scelto.

Ricordiamo, ad esempio, la domanda Cobb-Douglas del bene 1, $x_1 = am/p_1$: potremmo scrivere la relazione tra prezzo e quantità anche come $p_1 = am/x_1$. La prima è la funzione di domanda diretta, mentre la seconda è la funzione di domanda inversa.

La funzione di domanda inversa può avere interessanti interpretazioni. Conviene ricordare che, finché vengono consumate quantità positive di entrambi i beni, la scelta ottima deve soddisfare la condizione di uguaglianza tra il valore assoluto del saggio marginale di sostituzione e il rapporto tra i prezzi:

$$|\mathrm{MRS}| = \frac{p_1}{p_2}.$$

Così, in corrispondenza del livello ottimo della domanda del bene 1, per esempio, dobbiamo avere

$$p_1 = p_2|\mathrm{MRS}|. \tag{6.4}$$

In corrispondenza del livello ottimo della domanda del bene 1, il prezzo del bene 1 è pertanto proporzionale al valore assoluto del saggio marginale di sostituzione tra il bene 1 e il bene 2.

Per semplificare, supponiamo che il prezzo del bene 2 sia 1. Dall'equazione (6.4) sappiamo che in corrispondenza del livello ottimo di domanda il prezzo del bene 1 è uguale al saggio marginale di sostituzione, cioè alla quantità del bene 2 alla quale il consumatore è disposto a rinunciare per ottenere una quantità leggermente superiore del bene 1. In questo caso la funzione di domanda inversa misura semplicemente il valore assoluto dell'MRS. Per qualsiasi livello ottimo di x_1, la curva di domanda inversa esprime la quantità del bene 2 che il consumatore vorrebbe avere per compensare una piccola riduzione del bene 1, oppure, al contrario, la funzione di domanda inversa rappresenta la quantità del bene 2 alla quale il consumatore è disposto a rinunciare, per ottenere un consumo superiore del bene 1, con il medesimo livello di soddisfazione.

Se pensiamo che il bene 2 sia la moneta a disposizione per l'acquisto degli altri beni, possiamo pensare che il saggio marginale di sostituzione rappresenti la quantità di dollari cui un individuo sarebbe disposto a rinunciare per ottenere una quantità leggermente superiore del bene 1. Abbiamo già suggerito che in questo caso si può pensare che il saggio marginale di sostituzione rappresenti la disponibilità marginale a pagare. Poiché in questo caso il prezzo del bene 1 equivale all'MRS ciò significa che tale prezzo misura la disponibilità marginale a pagare.

In corrispondenza di ogni quantità x_1, la funzione di domanda inversa rappresenta la quantità di dollari alla quale il consumatore è disposto a rinunciare per ottenere una quantità addizionale del bene 1 oppure, in altri termini, la quantità di dollari alla quale il consumatore è stato pronto a rinunciare in cambio dell'ultima unità acquistata del bene 1. Queste due affermazioni sono equivalenti se si considerano quantità sufficientemente piccole del bene 1.

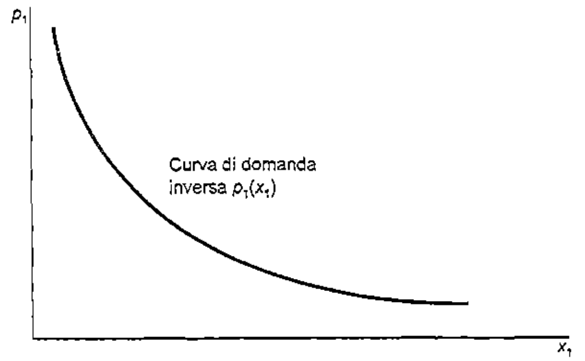


Figura 6.15 **Curva di domanda inversa.** Considerando la curva di domanda come misura del prezzo in funzione della quantità si ottiene la funzione di domanda inversa.

L'inclinazione negativa della curva di domanda assume un nuovo significato se la si considera da questo punto di vista. Quando la quantità di x_1 è molto piccola, il consumatore è disposto a rinunciare a gran parte del suo reddito, cioè a una grande quantità degli altri beni, per acquistare una piccola quantità addizionale del bene 1. All'aumentare della quantità di x_1, il consumatore è disposto a rinunciare a una parte via via minore del suo reddito al margine per acquistare una quantità leggermente superiore del bene 1. Così la disponibilità marginale a pagare, cioè la disponibilità marginale a rinunciare al bene 2 in cambio del bene 1, diminuisce all'aumentare del consumo del bene 1.

Sommario

1. La funzione di domanda del consumatore relativa a un bene dipende dai prezzi e dal reddito.

2. Si definisce bene normale un bene la cui domanda aumenta all'aumentare del reddito. Si definisce bene inferiore un bene la cui domanda diminuisce all'aumentare del reddito.

3. Si definisce bene ordinario un bene la cui domanda diminuisce quando aumenta il suo prezzo. Si definisce bene di Giffen un bene la cui domanda aumenta quando aumenta il suo prezzo.

4. Se la domanda del bene 1 aumenta all'aumentare del prezzo del bene 2, il bene 1 è un sostituto del bene 2. Se, all'aumentare del prezzo del bene 2, la domanda del bene 1 diminuisce, il bene 1 è un complemento del bene 2.

5. La funzione di domanda inversa rappresenta il prezzo al quale verrà domandata una data quantità. L'altezza della funzione di domanda in corrispondenza di un dato livello di consumo misura la disponibilità marginale a pagare per una unità addizionale del bene a quel livello di consumo.

Domande

1. Se vengono consumati esattamente due beni e il consumatore spende tutto il suo reddito, è possibile che entrambi i beni siano beni inferiori?

2. Dimostrate che i perfetti sostituti sono un esempio di preferenze omotetiche.

3. Dimostrate che le preferenze Cobb-Douglas sono omotetiche.

4. La curva reddito-consumo sta alla curva di Engel come la curva prezzo-consumo sta a...?

5. Nel caso di preferenze concave, il consumatore sceglierà mai di consumare tutti e due i beni?

6. Hamburger e panini sono complementi o sostituti?

7. Qual è la forma della funzione di domanda inversa del bene 1 nel caso di perfetti complementi?

8. Vero o falso? Se la funzione di domanda è $x_1 = -p_1$, allora la funzione di domanda inversa è $x = -1/p_1$.

APPENDICE

Se le preferenze hanno una forma particolare, anche le funzioni di domanda che da queste si ottengono avranno una forma particolare. Nel Capitolo 4 abbiamo descritto le preferenze quasi-lineari. A queste corrispondono curve di indifferenza parallele, e possono essere rappresentate da una funzione di utilità della forma

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2.$$

Il problema di massimizzazione per una funzione di utilità di questo tipo è:

$$\max_{x_1, x_2} v(x_1) + x_2$$
$$\text{tale che } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Risolvendo il vincolo di bilancio per x_2 in funzione di x_1 e sostituendo nella funzione obiettivo otteniamo

$$\max_{x_1} v(x_1) + m/p_2 - p_1 x_1/p_2.$$

Differenziando, otteniamo la condizione del primo ordine

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

È interessante notare che in questa funzione di domanda la domanda del bene 1 deve essere indipendente dal reddito, esattamente come si è visto impiegando le curve di indifferenza. La curva di domanda inversa sarà

$$p_1(x_1) = v'(x_1)p_2.$$

Ciò significa che la funzione di domanda inversa del bene 1 è uguale al prodotto tra la derivata della funzione di utilità e p_2. Una volta ottenuta la funzione di domanda del bene 1, deriviamo la funzione di domanda del bene 2 dal vincolo di bilancio.

Calcoliamo, per esempio, le funzioni relative alla funzione di utilità

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

Dalla condizione del primo ordine otteniamo

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

così la funzione di domanda diretta del bene 1 è

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

e la funzione di domanda inversa è

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}.$$

Possiamo ottenere la funzione di domanda diretta del bene 2 sostituendo $x_1 = p_2/p_1$ nel vincolo di bilancio:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1.$$

Va osservato che in questo esempio la domanda del bene 1 è indipendente dal reddito: questa è una caratteristica generale di una funzione di utilità quasi-lineare — la domanda del bene 1 rimane costante al variare del reddito. Tuttavia ciò è valido soltanto per alcuni valori del reddito. Una funzione di domanda non può a rigore essere indipendente dal reddito per *tutti* i valori del reddito: in fin dei conti quando il reddito è zero la domanda è nulla. La funzione di domanda quasi-lineare ricavata è pertinente soltanto nel caso in cui venga consumata una quantità positiva di ciascun bene.

In questo esempio, quando $m < p_2$, il consumo ottimale del bene 2 sarà pari a 0. Con l'aumentare del reddito, l'utilità marginale del consumo del bene 1 diminuisce. Quando $m = p_2$, l'utilità marginale derivante dallo spendere il reddito addizionale per il bene 1 è pari all'utilità marginale derivante dallo spendere il reddito addizionale per il bene 2. Dopo quel punto, il consumatore spende tutto il reddito addizionale per il bene 2.

Quindi, la domanda del bene 2 può essere così riformulata:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{quando } m \leq p_2 \\ m/p_2 - 1 & \text{quando } m > p_2. \end{cases}$$

Si veda la discussione delle funzioni di domanda quasi-lineari in Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, terza edizione, New York, Norton, 1992.

7

PREFERENZE RIVELATE

Nel Capitolo 6 abbiamo visto come derivare la domanda del consumatore da informazioni relative alle sue preferenze e al suo vincolo di bilancio. In questo capitolo vogliamo seguire il procedimento inverso: impiegheremo informazioni relative alla domanda del consumatore per ricavarne informazioni sulle sue preferenze. Fino ad ora, infatti, ci siamo chiesti in che modo le preferenze rappresentassero il comportamento dei consumatori. Ma in realtà le preferenze non sono direttamente osservabili: per risalire alle preferenze degli individui è necessario osservare il loro comportamento. Nel corso di questo capitolo esamineremo questo problema.

Se intendiamo determinare le preferenze degli individui dall'osservazione del loro comportamento, dobbiamo supporre che queste rimangano invariate durante l'intero periodo di osservazione. Questa ipotesi non è ragionevole, naturalmente, nel caso di lunghi periodi di tempo, ma sembra improbabile che i gusti di un consumatore cambino radicalmente nel corso dei periodi di uno o tre mesi, presi generalmente in considerazione dagli economisti. Manterremo pertanto l'ipotesi che le preferenze del consumatore siano stabili durante il periodo in cui ne osserviamo il comportamento di scelta.

7.1 Il concetto di preferenze rivelate

In questo capitolo faremo l'ipotesi che le preferenze siano strettamente convesse: vi sarà pertanto un *unico* paniere domandato in corrispondenza di ciascun bilan-

cio. Tale ipotesi non è indispensabile nella teoria delle preferenze rilevate, ma ne semplificherà l'esposizione.

Consideriamo la Figura 7.1, in cui sono rappresentati il paniere (x_1, x_2), domandato da un consumatore, e un altro paniere arbitrario (y_1, y_2), che si trova al di sotto della sua retta di bilancio. Supponiamo come al solito che il comportamento del consumatore sia ottimizzante: che cosa possiamo dire a proposito delle preferenze del consumatore tra questi due panieri?

Dato il bilancio, il consumatore potrebbe certamente acquistare il paniere (y_1, y_2) se lo volesse — risparmiando anche una parte del suo reddito. Ma poiché (x_1, x_2) è il paniere *ottimo*, deve necessariamente essere migliore di qualsiasi altro paniere che il consumatore potrebbe acquistare, di conseguenza, deve essere migliore in particolare di (y_1, y_2).

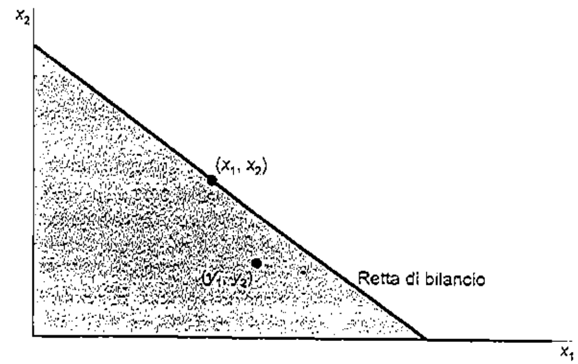


Figura 7.1 **Preferenze rivelate.** Il paniere (x_1, x_2) scelto dal consumatore si rivela preferito al paniere (y_1, y_2), che avrebbe potuto essere scelto.

Lo stesso ragionamento vale per qualsiasi paniere diverso da (x_1, x_2) che si trovi sulla retta di bilancio o sotto di essa: poiché *avrebbe potuto* essere acquistato in corrispondenza del bilancio dato, ma non lo è stato, allora il paniere *acquistato* deve essere migliore. In questo caso facciamo uso dell'ipotesi che vi sia un *unico* paniere domandato per ciascun bilancio. Se le preferenze non fossero strettamente convesse, e quindi alcuni tratti delle curve di indifferenza fossero piatti, alcuni panieri che giacciono *sulla* retta di bilancio potrebbero essere tanto buoni quanto quello domandato. Questa complicazione può essere risolta senza eccessive difficoltà, ma per noi sarà più semplice non considerarla.

Nella Figura 7.1 tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata al di sotto della retta di bilancio si rivelano peggiori del paniere domandato (x_1, x_2), poiché avrebbero potuto essere scelti, ma sono stati rifiutati in favore di (x_1, x_2). Traduciamo ora il ragionamento geometrico relativo alle preferenze rivelate in termini algebrici.

Supponiamo che (x_1, x_2) rappresenti il paniere acquistato ai prezzi (p_1, p_2), se il reddito del consumatore è m. Dire che, in corrispondenza di tali prezzi e reddito, il consumatore può acquistare (y_1, y_2), significa semplicemente che (y_1, y_2) soddisfa il vincolo di bilancio

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 \leq m.$$

Poiché (x_1, x_2) viene effettivamente acquistato dato quel bilancio, deve soddisfare il vincolo di bilancio con segno di uguaglianza

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Combinando queste due equazioni, il fatto che il consumatore possa acquistare (y_1, y_2) se soddisfa il vincolo di bilancio (p_1, p_2, m) significa che:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2.$$

Se la precedente disuguaglianza viene soddisfatta e (y_1, y_2) è effettivamente un paniere diverso da (x_1, x_2), si dice che (x_1, x_2) **si rivela direttamente preferito** a (y_1, y_2).

Si noti che il membro di sinistra della precedente disuguaglianza rappresenta la spesa per l'acquisto del paniere *effettivamente scelto* ai prezzi (p_1, p_2). Le preferenze rivelate esprimono pertanto la relazione tra il paniere effettivamente domandato in corrispondenza di un bilancio e i panieri che *avrebbero potuto essere domandati* in corrispondenza dello stesso bilancio.

Il termine "preferenza rivelata" può trarre in inganno: in realtà non ha nulla a che fare con le preferenze, anche se abbiamo visto che, se il consumatore effettua scelte ottimali, i due concetti sono strettamente collegati. Resta comunque il fatto che sarebbe più opportuno dire che "X viene scelto al posto di Y" piuttosto che "X si rivela preferito a Y". Dire che X si rivela preferito a Y non significa altro che è stato scelto il paniere X quando avrebbe potuto essere scelto Y, cioè che $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$.

7.2 Dalle preferenze rivelate alle preferenze

Possiamo riassumere il paragrafo precedente in modo molto semplice. Una implicazione del nostro modello di comportamento del consumatore — gli individui scelgono i migliori panieri possibili — è che le scelte che i consumatori fanno sono preferite a quelle che avrebbero potuto fare. Con la terminologia del paragrafo precedente, possiamo dire che se (x_1, x_2) *si rivela direttamente preferito* a (y_1, y_2), ne consegue che (x_1, x_2) in effetti è *preferito* a (y_1, y_2). Formalmente:

Principio delle preferenze rivelate. *Sia (x_1, x_2) il paniere scelto in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2) e (y_1, y_2) un altro paniere tale che $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$; allora, se è vero che il consumatore sceglie il paniere preferito tra quelli che può acquistare, deve essere $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.*

A prima vista questo sembra un ragionamento circolare. Se X si rivela preferito a Y ciò non significa automaticamente che X è preferito a Y? In effetti non è così. Se X si "rivela preferito" a Y, ciò significa che X è stato scelto anche se Y era una scelta possibile, mentre "preferenza" significa che il consumatore considera X migliore di Y. Se il consumatore sceglie i panieri migliori tra quelli che può acquistare, allora la preferenza rivelata implica la preferenza, ma ciò discende solo dal modello di comportamento del consumatore e non dalle definizioni dei termini.

Per questo motivo sarebbe più opportuno dire che un paniere è "scelto al posto di un altro". In questo modo potremmo affermare il principio delle preferenze rivelate nei seguenti termini: "se un paniere X è scelto al posto di un paniere Y, allora X deve essere preferito a Y". Risulta evidente da questa affermazione come il modello di comportamento del consumatore ci consenta di osservare le scelte effettuate per trarne informazioni sulle preferenze che le determinano.

Quale che sia la terminologia adottata, risulta comunque evidente che se viene scelto un paniere quando ne è disponibile un altro, otteniamo informazioni relative alle preferenze tra i due panieri, e cioè che il primo è preferito al secondo.

Supponiamo ora che (y_1, y_2) sia un paniere domandato in corrispondenza dei prezzi (q_1, q_2) e che (y_1, y_2) si riveli a sua volta preferito a un altro paniere (z_1, z_2), cioè:

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 z_1 + q_2 z_2.$$

Sappiamo perciò che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e che $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$: dall'ipotesi di transitività possiamo concludere che $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$.

Ciò è rappresentato nella Figura 7.2. Il metodo delle preferenze rivelate e l'ipotesi di transitività ci suggeriscono che (x_1, x_2) deve essere migliore di (z_1, z_2) per il consumatore che ha effettuato le scelte illustrate.

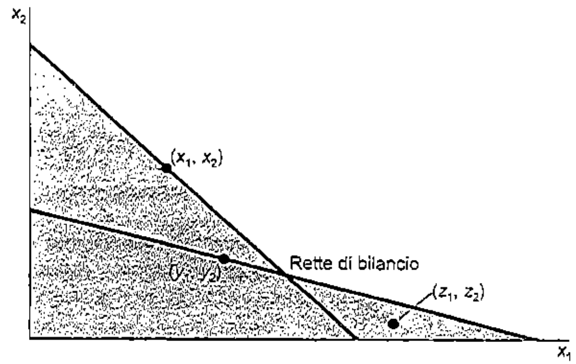


Figura 7.2 **Preferenze indirettamente rivelate.** Il paniere (x_1, x_2) si rivela indirettamente preferito al paniere (z_1, z_2).

Risulta anche chiaro che in questo caso (x_1, x_2) **si rivela indirettamente preferito** a (z_1, z_2). La "catena" delle scelte può naturalmente essere formata da più di tre scelte: se il paniere A si rivela direttamente preferito a B, B a C, e C a D ... fino ad arrivare, per esempio, a M, il paniere A si rivela ancora indirettamente preferito a M. La catena dei confronti diretti può avere qualsiasi lunghezza.

Se un paniere si rivela direttamente o indirettamente preferito a un altro, ciò significa che il primo **si rivela preferito** al secondo. Il concetto delle preferenze rivelate è assai semplice ma è anche di grande efficacia: l'osservazione delle scelte del consumatore può permettere di ottenere numerose informazioni sulle preferenze che le determinano. La Figura 7.2, per esempio, fornisce informazioni a proposito dei panieri domandati in corrispondenza di diversi bilanci: possiamo concludere che, poiché (x_1, x_2) si rivela preferito, direttamente o indirettamente, a tutti i panieri dell'area ombreggiata, (x_1, x_2) è in effetti veramente *preferito* agli altri panieri dal consumatore che ha fatto queste scelte. In altri termini, la curva di indifferenza relativa a (x_1, x_2), quale che sia, deve trovarsi al di sopra dell'area ombreggiata.

7.3 Individuazione delle preferenze

Dall'osservazione delle scelte del consumatore si possono pertanto ricavare informazioni sulle sue preferenze: osservando un numero sempre maggiore di scelte, le preferenze potranno essere conosciute sempre meglio.

Le informazioni sulle preferenze possono rivelarsi essenziali nelle scelte di politica economica che implicano, generalmente, qualche sostituzione di alcuni beni con altri: se si impone, per esempio, una tassa sulle scarpe e si sussidiano i generi di abbigliamento, probabilmente si avranno, alla fine, più abiti e meno scarpe. Per valutare appieno la desiderabilità di tali decisioni, è importante farsi almeno un'idea delle preferenze del consumatore relativamente agli abiti e alle scarpe. Dall'esame delle scelte del consumatore possiamo ricavare tali informazioni usando il metodo delle preferenze rivelate.

Se facciamo ricorso alle consuete ipotesi sulle preferenze del consumatore, otterremo valutazioni più precise della forma delle curve di indifferenza. Supponiamo, per esempio, di considerare due panieri Y e Z che si rivelano preferiti a X, come nella Figura 7.3, e supponiamo che le preferenze siano convesse. In questo modo sappiamo che anche tutte le medie ponderate di Y e Z sono preferite a X. Se assumiamo anche che le preferenze siano monotone, allora anche tutti i panieri che contengono quantità di entrambi i beni maggiori di quelle dei panieri X, Y e Z, o di qualsiasi loro media ponderata, sono preferiti a X.

L'area denominata "Panieri peggiori" in Figura 7.3 contiene tutti i panieri a cui X si rivela preferito. Vale a dire, l'area è composta da tutti i panieri che costano meno di X, e inoltre da tutti i panieri che costano meno dei panieri che costano meno di X, e così via.

Possiamo pertanto concludere che nella Figura 7.3 tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata superiore sono migliori di X, e che tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata inferiore sono peggiori di X, relativamente alle preferenze del consumatore che ha effettuato la scelta. L'effettiva curva di indifferenza

che passa per X deve trovarsi nella zona compresa tra le due aree ombreggiate: siamo quindi riusciti a individuare la curva di indifferenza applicando in modo opportuno l'idea delle preferenze rivelate e alcune semplici ipotesi relative alle preferenze stesse.

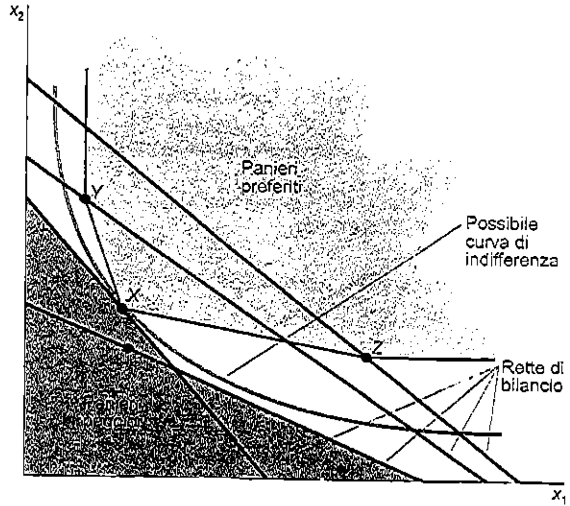


Figura 7.3 **Individuazione della curva di indifferenza.** L'area ombreggiata superiore contiene i panieri preferiti a X, mentre quella inferiore contiene quelli che si rivelano peggiori di X. La curva di indifferenza relativa ad X deve trovarsi nella zona compresa tra le due aree ombreggiate.

7.4 L'"assioma debole delle preferenze rivelate" (WARP)[1]

L'argomentazione del paragrafo precedente si basa sull'ipotesi che il consumatore *abbia* delle preferenze e che egli scelga sempre il miglior paniere tra quelli che può acquistare. Se ciò non avviene, le "stime" delle curve di indifferenza che abbiamo costruito sono prive di significato. Come possiamo sapere se il consumatore massimizza la sua utilità? Oppure, che cosa ci può far ritenere che il comportamento del consumatore *non* sia massimizzante?

Esaminiamo la situazione rappresentata nella Figura 7.4. Le scelte indicate possono essere quelle di un consumatore che massimizza l'utilità? La teoria delle

[1] WARP dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Weak Axiom of Revealed Preference*.

preferenze rivelate ci consente di trarre due conclusioni: (1) (x_1, x_2) è preferito a (y_1, y_2); e (2) (y_1, y_2) è preferito a (x_1, x_2). Naturalmente ciò è assurdo. Nella Figura 7.4 il consumatore apparentemente ha scelto (x_1, x_2) quando avrebbe potuto scegliere (y_1, y_2), rivelando che (x_1, x_2) è preferito a (y_1, y_2), ma ha scelto (y_1, y_2) quando avrebbe potuto scegliere (x_1, x_2), rivelando esattamente il contrario!

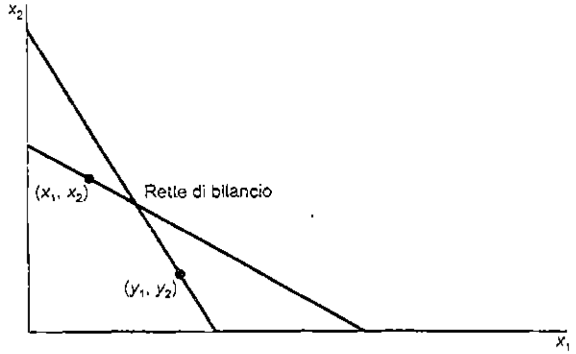


Figura 7.4 **La condizione WARP violata.** Un consumatore che scelga sia (x_1, x_2) che (y_1, y_2) viola l'assioma debole delle preferenze rivelate.

In questo caso è evidente che non si tratta di un consumatore che massimizza: o il consumatore sceglie il miglior paniere tra quelli che può acquistare, oppure deve essersi modificato qualche altro elemento del problema, che noi non abbiamo preso in considerazione. Forse sono cambiati i gusti del consumatore o qualche altro aspetto del suo ambiente. In ogni caso una tale violazione non è compatibile con il modello di scelta del consumatore in un ambiente che non subisca modificazioni.

La teoria del consumatore esclude tali scelte: se i consumatori scelgono i beni migliori tra quelli che possono acquistare, allora quelli che i consumatori potrebbero acquistare ma non scelgono devono essere peggiori di quelli scelti. Ciò ha condotto gli economisti a formulare l'assioma fondamentale della teoria del consumatore:

Assioma debole delle preferenze rivelate (WARP). *Se (x_1, x_2) si rivela direttamente preferito a (y_1, y_2) e i due panieri non sono identici, non può essere che (y_1, y_2) si riveli direttamente preferito a (x_1, x_2).*

In altre parole, se un paniere (x_1, x_2) viene acquistato ai prezzi (p_1, p_2) e un paniere diverso (y_1, y_2) viene acquistato ai prezzi (q_1, q_2), allora se

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$$

non può essere che

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2.$$

In parole povere, ciò significa che se il paniere-y può essere acquistato quando viene acquistato il paniere-x, allora quando viene acquistato il paniere-y, il paniere-x non deve essere disponibile.

Nella Figura 7.4 il consumatore ha *violato* il WARP e quindi ne deduciamo che il suo comportamento non è stato massimizzante.

Non c'è alcun insieme di curve di indifferenza tracciabili nella Figura 7.4 che possa far sì che entrambi i panieri siano ottimi. D'altra parte, il consumatore rappresentato nella Figura 7.5 soddisfa il WARP. In questo caso esistono curve di indifferenza per le quali il suo comportamento è ottimale.

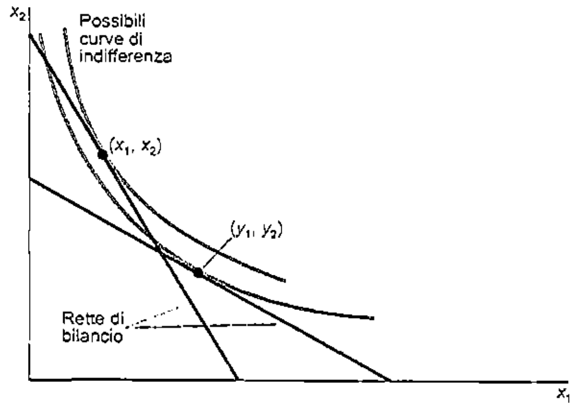


Figura 7.5 **La condizione WARP soddisfatta.** Scelte del consumatore che soddisfano l'assioma debole delle preferenze rivelate e alcune curve di indifferenza possibili.

Opzionale

7.5 Verifica del WARP

È importante rendersi conto che il WARP è una condizione che deve essere soddisfatta da un consumatore che scelga sempre i beni migliori tra quelli che può acquistare. L'assioma debole delle preferenze rivelate è una conseguenza logica di tale modello, e può pertanto essere impiegato per verificare se il comportamento di un determinato consumatore (o di un soggetto economico che intendiamo trattare come un consumatore) sia coerente con il nostro modello.

Vediamo ora come questa verifica possa essere effettuata in pratica. Consideriamo un certo numero di scelte di panieri di beni a prezzi diversi: indichiamo con (p_1^t, p_2^t) la t-esima osservazione dei prezzi e con (x_1^t, x_2^t) la t-esima osservazione delle scelte: utilizziamo ad esempio i dati della Tabella 7.1.

Osservazione	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

Tabella 7.1 **Alcuni dati riguardanti i consumi**

Dati questi valori possiamo calcolare quanto costa al consumatore ciascun paniere di beni in corrispondenza di ciascun insieme di prezzi, come si è fatto nella Tabella 7.2. Per esempio, il numero nella riga 3 e nella prima colonna rappresenta quanto il consumatore dovrebbe spendere in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il primo paniere di beni.

		Panieri 1	2	3
Prezzi	1	5	4*	6
	2	4*	5	6
	3	3*	3*	4

Tabella 7.2 **Costo di ciascun paniere in corrispondenza di ciascun insieme di prezzi**

I valori sulla diagonale della Tabella 7.2 indicano quanto spende il consumatore in corrispondenza di ciascuna scelta. I valori di ciascuna riga rappresentano quanto spenderebbe per acquistare ciascun diverso paniere. Così, per sapere se il paniere 3, per esempio, si rivela preferito al paniere 1, è sufficiente osservare se il valore alla riga 3 e alla colonna 1 (che rappresenta quanto il consumatore deve spendere in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il primo paniere) è inferiore al valore della riga 3 e della colonna 3 (che rappresenta quanto spende effettivamente il consumatore in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il terzo paniere). In questo caso specifico il paniere 1 può essere acquistato quando è acquistato il paniere 3, il che significa che il paniere 3 si rivela preferito al paniere 1: contrassegniamo allora il valore corrispondente in tabella con un asterisco.

Formalmente, indichiamo con un asterisco il numero nella riga s e nella colonna t se è inferiore a quello della riga s e della colonna s.

In questa tabella, una violazione del WARP è rappresentata da due osservazioni t e s tali che vi sia un asterisco nella riga t e nella colonna s e che vi sia anche un asterisco nella riga s e nella colonna t. Ciò significherebbe che il paniere acquistato in corrispondenza di s si rivela preferito a quello acquistato in corrispondenza di t e viceversa.

Possiamo ora impiegare un computer per verificare se tali coppie di osservazioni rientrano tra le scelte prese in esame. Se è così, le scelte non sono coerenti con la teoria del consumatore: può darsi che la teoria non valga per questo particolare consumatore oppure che vi siano state delle variazioni ambientali che non abbiamo controllato. Così l'assioma debole delle preferenze rivelate ci fornisce una condizione facilmente verificabile per sapere se le scelte osservate sono coerenti con la teoria del consumatore.

Nella Tabella 7.2 osserviamo che vi è un asterisco nella riga 1 e nella colonna 2 e un altro nella riga 2 e nella colonna 1: ciò significa che il paniere 2 avrebbe potuto essere scelto quando il consumatore sceglieva il paniere 1 e viceversa. Questa è una violazione dell'assioma debole delle preferenze rivelate. Possiamo pertanto concludere che i dati riportati nelle Tabelle 7.1 e 7.2 non possono riferirsi a un consumatore con preferenze stabili che scelga sempre i migliori tra i beni che può acquistare.

7.6 L'"assioma forte delle preferenze rivelate" (SARP)[2]

L'assioma debole delle preferenze rivelate ci fornisce una condizione osservabile che deve essere soddisfatta da tutti i consumatori ottimizzanti. Esiste tuttavia una condizione più forte che può rivelarsi utile.

Abbiamo già osservato che se un paniere di beni X si rivela preferito a un paniere Y e se Y si rivela a sua volta preferito a un paniere Z, allora X deve essere preferito a Z. Se le preferenze del consumatore sono coerenti, non osserveremo mai una serie di scelte nelle quali Z si riveli preferito a X.

L'assioma debole delle preferenze rivelate richiede che se X si rivela *direttamente* preferito a Y, non deve mai accadere che Y si riveli *direttamente* preferito a X. **L'assioma forte delle preferenze rivelate (SARP)** richiede che questa stessa condizione si verifichi nel caso delle preferenze rivelate *indirettamente*. In modo più formale:

Assioma forte delle preferenze rivelate (SARP). *Se (x_1, x_2) si rivela preferito a (y_1, y_2) (direttamente o indirettamente) e (y_1, y_2) è diverso da (x_1, x_2), allora (y_1, y_2) non può rivelarsi direttamente o indirettamente preferito a (x_1, x_2).*

È evidente che se il comportamento del consumatore è ottimizzante, deve soddisfare il SARP poiché, se il consumatore ottimizza e (x_1, x_2) si rivela preferito a (y_1, y_2), direttamente o indirettamente, allora deve essere $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Se (x_1, x_2) si rivelasse preferito a (y_1, y_2) *e* (y_1, y_2) si rivelasse preferito a (x_1, x_2),

[2] SARP dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Strong Axiom of Revealed Preference*.

ciò significherebbe che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, che è una contraddizione. Potremmo concluderne che o il consumatore non ottimizza oppure si è modificato qualche altro aspetto del suo ambiente, per esempio i suoi gusti, gli altri prezzi, ecc.

Con una certa approssimazione possiamo dire che poiché le sottostanti preferenze del consumatore devono essere transitive, devono essere transitive anche le preferenze *rivelate* del consumatore. Il SARP è pertanto un'implicazione *necessaria* del comportamento ottimizzante: se un consumatore sceglie sempre i beni migliori tra quelli che può acquistare, il suo comportamento deve soddisfare il SARP. Ciò che è ancora più significativo è che qualsiasi comportamento che soddisfi l'assioma forte si può considerare derivato da un comportamento ottimizzante, nel senso che se le scelte osservate soddisfano il SARP, esisteranno certamente delle preferenze che *avrebbero potuto* produrle. Da questo punto di vista il SARP rappresenta una condizione *sufficiente* del comportamento ottimizzante: se le scelte osservate soddisfano il SARP, è sempre possibile che vi siano delle preferenze per le quali il comportamento osservato è ottimizzante. Anche se ciò non viene dimostrato in questa sede, intendiamo sottolinearne l'importanza.

Il SARP esprime *tutte* le restrizioni sul comportamento del consumatore imposte dal modello di ottimizzazione poiché, se le scelte osservate soddisfano il SARP, possiamo "costruire" le preferenze che avrebbero potuto generarle. Il SARP è pertanto una condizione necessaria e sufficiente perché le scelte osservate siano coerenti con il modello di scelta del consumatore.

Ciò non significa che le preferenze costruite generino effettivamente le scelte osservate. Come per qualsiasi ipotesi scientifica, possiamo soltanto rilevare che il comportamento osservato non è incoerente con l'ipotesi. Non possiamo dimostrare che il modello sia corretto, ma soltanto determinarne le implicazioni e verificare se le scelte osservate sono coerenti con queste.

Opzionale

7.7 Verifica del SARP

Supponiamo di disporre di una tabella come la 7.2 in cui vi sia un asterisco nella riga t e nella colonna s se la scelta osservata t si rivela direttamente preferita alla scelta osservata s. Impieghiamo questa tabella per verificare il SARP.

In primo luogo trasformiamo la Tabella 7.2 nella Tabella 7.3, identica nella struttura alla 7.2, a parte i valori. Gli asterischi indicano le preferenze rivelate direttamente, mentre spiegheremo tra poco il significato di quello tra parentesi.

Osserviamo ora i valori della tabella per verificare se esistano sequenze di osservazioni in base alle quali un paniere si riveli indirettamente preferito a un altro. Il paniere 1, per esempio, si rivela direttamente preferito al paniere 2, poiché vi è un asterisco nella riga 1 e nella colonna 2; e il paniere 2 si rivela direttamente preferito al paniere 3, poiché vi è un asterisco nella riga 2 e nella colonna 3. Il paniere 1 si rivela pertanto *indirettamente* preferito al paniere 3: ciò viene indicato con un asterisco tra parentesi nella riga 1 e nella colonna 3.

Per un gran numero di osservazioni, si dovranno cercare sequenze di lunghezza arbitraria per verificare se un'osservazione si riveli indirettamente preferita a un'al-

		Panieri 1	Panieri 2	Panieri 3
Prezzi	1	20	10*	22(*)
	2	21	20	15*
	3	12	15	10

Tabella 7.3 Verifica del SARP

tra. Sebbene possa non essere molto facile farlo, esistono semplici programmi con i quali un computer può calcolare la relazione di preferenza rivelata indiretta partendo dalla tabella che descrive la relazione di preferenza rivelata diretta. Il computer può mettere un asterisco nella posizione st della tabella se l'osservazione s si rivela preferita all'osservazione t per qualsiasi sequenza di altre osservazioni.

Eseguito questo calcolo, possiamo facilmente verificare il SARP: è sufficiente vedere se vi è un asterisco nella posizione ts e un asterisco nella posizione st. Se ciò avviene, abbiamo trovato una situazione in cui l'osservazione t si rivela preferita all'osservazione s, direttamente oppure indirettamente, e, contemporaneamente, l'osservazione s si rivela preferita all'osservazione t. Ciò costituisce una violazione dell'assioma forte delle preferenze rivelate.

D'altro lato, se non troviamo tali violazioni, ne deduciamo che le nostre osservazioni sono coerenti con la teoria economica del consumatore: le scelte da noi osservate avrebbero potuto essere effettuate da un consumatore che massimizza e le cui preferenze godono delle consuete proprietà. Possiamo così verificare operativamente se il comportamento di un consumatore è compatibile con la teoria economica.

Ciò è di grande importanza, poiché ci permette di costruire modelli di comportamento di soggetti economici qualsiasi come se fossero consumatori. Un esempio può essere una famiglia costituita da diversi membri: possiamo chiederci se le sue scelte di consumo massimizzino "l'utilità della famiglia". Se abbiamo dei dati sulle scelte di consumo della famiglia, è possibile impiegare l'assioma forte delle preferenze rivelate.

Un'altra unità economica il cui comportamento potrebbe essere ritenuto simile a quello di un consumatore è un'organizzazione che non abbia scopo di lucro, quale per esempio un ospedale oppure un'università. Possiamo chiederci se le università massimizzino una funzione di utilità nel compiere le loro scelte economiche: se abbiamo un elenco delle scelte economiche di un'università in corrispondenza di prezzi diversi, possiamo, in linea di principio, rispondere a questa domanda.

7.8 Numeri indici

Supponiamo di esaminare i panieri scelti da un consumatore in due periodi diversi e di voler confrontare le variazioni del consumo da un periodo all'altro. Indichiamo con b il periodo scelto come base e con t l'altro periodo. Vogliamo sapere come confrontare il consumo "medio" dell'anno t con quello del periodo base.

Nel periodo t, i prezzi sono (p_1^t, p_2^t) e il consumatore sceglie (x_1^t, x_2^t); nel periodo base b, i prezzi sono (p_1^b, p_2^b) e la scelta del consumatore è (x_1^b, x_2^b). Possiamo chiederci come si è modificato il consumo "medio" del consumatore.

Siano w_1 e w_2 due "pesi" tali da poter costruire una media, avremo allora il seguente indice delle quantità:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Se I_q è maggiore di 1, possiamo dire che il consumo "medio" è aumentato da b a t, se I_q è inferiore a 1, possiamo dire che il consumo "medio" è diminuito.

Dobbiamo però determinare quali pesi usare. Una scelta ovvia consiste nell'usare i prezzi dei beni in questione, poiché essi misurano, in un certo senso, l'importanza relativa dei due beni. Poiché in questo caso abbiamo però due insiemi di prezzi, dobbiamo decidere quale dei due usare.

Se usiamo come pesi i prezzi relativi al periodo b, otteniamo un indice detto di **Laspeyres**, mentre se usiamo i pesi relativi al periodo t, otteniamo un indice detto di **Paasche**. Entrambi gli indici rappresentano le variazioni del consumo "medio", impiegando però pesi diversi per calcolare la media.

Se prendiamo come pesi i prezzi del periodo t, l'**indice delle quantità di Paasche** è:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}$$

e se sostituiamo i prezzi del periodo b, otteniamo l'**indice delle quantità di Laspeyres** che è:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

La grandezza degli indici di Laspeyres e di Paasche ci fornisce interessanti informazioni sul benessere del consumatore. Consideriamo una situazione in cui l'indice delle quantità di Paasche è maggiore di 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

Come possiamo confrontare la situazione del consumatore nel periodo t con quella del periodo b?

Tale confronto può essere effettuato usando il metodo delle preferenze rivelate. Dalla disuguaglianza precedente otteniamo:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

da cui si deduce immediatamente che la situazione del consumatore è migliore in t piuttosto che in b, poiché in t egli potrebbe consumare il paniere b, ma ha scelto di non farlo.

Nel caso in cui l'indice di Paasche sia *minore* di 1 avremo:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

che significa che quando il consumatore ha scelto il paniere (x_1^t, x_2^t), non poteva acquistare il paniere (x_1^b, x_2^b). Ma non conosciamo l'ordine dei panieri per il consumatore: il fatto che un bene costi più di quanto ci si può permettere, non significa che sia preferito a quello che si consuma.

L'indice di Laspeyres funziona in modo analogo. Supponiamo che l'indice di Laspeyres sia *minore* di 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

da cui otteniamo

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t$$

che significa che il paniere (x_1^b, x_2^b) si rivela preferito al paniere (x_1^t, x_2^t). Pertanto la situazione del consumatore è migliore in b che in t.

7.9 Indici dei prezzi

Per gli indici dei prezzi valgono considerazioni analoghe alle precedenti. Un indice dei prezzi sarà in generale una media ponderata dei prezzi:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

In questo caso, per calcolare le medie, sceglieremo come pesi le quantità. Otteniamo due indici diversi: se scegliamo come pesi le quantità relative al periodo t, otteniamo **l'indice dei prezzi di Paasche**:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}$$

mentre se scegliamo le quantità relative al periodo b, otteniamo **l'indice dei prezzi di Laspeyres**:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Supponiamo che l'indice dei prezzi di Paasche sia minore di 1: vogliamo confrontare la situazione del consumatore nei periodi t e b impiegando il metodo delle preferenze rivelate.

Le preferenze rivelate in questo caso non forniscono alcun chiarimento, poiché vi sono ora prezzi diversi al numeratore e al denominatore delle frazioni che esprimono gli indici: il confronto in termini di preferenze rivelate non può pertanto essere effettuato.

Definiamo allora un indice della variazione della spesa totale:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Si tratta del rapporto tra la spesa totale del periodo t e quella del periodo b.

Supponiamo ora che l'indice dei prezzi di Paasche sia maggiore di M. Ciò significa che

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Da cui otteniamo

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t.$$

Il paniere scelto nel periodo b si rivela pertanto preferito a quello scelto nel periodo t; ne consegue che, se l'indice dei prezzi di Paasche è maggiore dell'indice di spesa, la soddisfazione del consumatore deve essere maggiore nell'anno b che nell'anno t. Ciò è intuitivo: se i prezzi aumentano più del reddito da b a t, ci aspettiamo che la soddisfazione del consumatore tenda a diminuire. L'analisi in termini di preferenze rivelate conferma questa intuizione.

Un'affermazione analoga può esser fatta a proposito dell'indice dei prezzi di Laspeyres. Se questo è minore di M, la soddisfazione del consumatore deve essere maggiore nell'anno t che nell'anno b: è un'altra conferma dell'intuizione che se i prezzi aumentano in misura inferiore al reddito, la soddisfazione del consumatore è maggiore. Nel caso degli indici dei prezzi, è importante non tanto che l'indice sia maggiore o minore di 1, quanto che sia maggiore o minore dell'indice di spesa.

ESEMPIO: L'indicizzazione

Le pensioni erogate dal sistema di sicurezza sociale costituiscono, per molti anziani, l'unica fonte di reddito: per questo motivo si è cercato di farle variare in modo da mantenerne costante il potere d'acquisto in presenza di variazioni dei prezzi. Poiché l'ammontare delle pensioni dipende dalle variazioni di qualche indice dei prezzi o del costo della vita, questo procedimento è detto **indicizzazione**.

Esaminiamo una proposta di indicizzazione. Nell'anno b, l'anno base, gli economisti misurano il paniere di consumo medio dei cittadini anziani e in ogni anno successivo il sistema di sicurezza sociale adegua le pensioni in modo che il "potere d'acquisto" del cittadino anziano medio rimanga costante, nel senso che chi gode della pensione media sia in grado di acquistare il paniere di consumo che era disponibile nell'anno b, come si vede nella Figura 7.6.

Un effetto interessante dell'indicizzazione è che la situazione del cittadino anziano medio sarà migliore di quella dell'anno base b. Supponiamo di scegliere l'anno b come anno base dell'indice dei prezzi: il paniere (x_1^b, x_2^b) rappresenta pertanto il

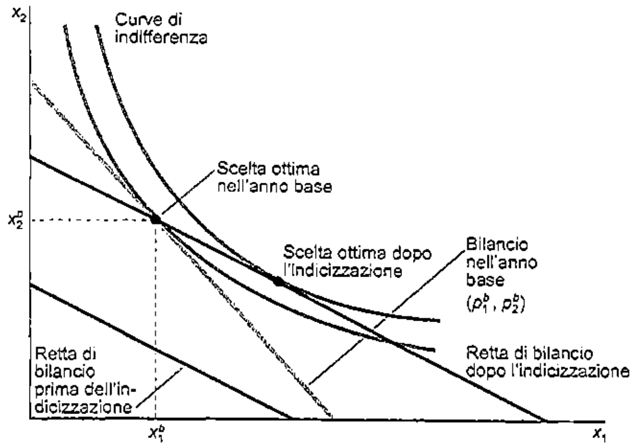


Figura 7.6 **Sicurezza Sociale.** La variazione dei prezzi aumenterà la soddisfazione del consumatore rispetto all'anno base.

paniere ottimo in corrispondenza dei prezzi (p_1^b, p_2^b). Ciò significa che la retta di bilancio in corrispondenza dei prezzi (p_1^b, p_2^b) deve essere tangente alla curva di indifferenza passante per (x_1^b, x_2^b).

Supponiamo ora che i prezzi varino, più precisamente che aumentino in modo che la retta di bilancio, in assenza di sicurezza sociale, si sposti verso sinistra inclinandosi. Lo spostamento verso sinistra è dovuto all'aumento dei prezzi e l'inclinazione alla variazione dei prezzi relativi. Il programma di indicizzazione farebbe aumentare pertanto le pensioni in modo che si possa acquistare il paniere di partenza (x_1^b, x_2^b) ai nuovi prezzi. Ma allora la retta di bilancio intersecherebbe la curva di indifferenza e vi sarebbe sulla retta di bilancio un altro paniere strettamente preferito a (x_1^b, x_2^b). Il consumatore potrebbe pertanto scegliere un paniere migliore di quello che sceglieva nell'anno base.

Sommario

1. Se viene scelto un paniere quando si potrebbe sceglierne un altro, si dice che il primo si rivela preferito al secondo.

2. Se assumiamo che il consumatore scelga sempre il paniere preferito tra quelli che può acquistare, ciò significa che i panieri scelti devono essere *preferiti* a quelli che potevano essere acquistati ma non sono stati scelti.

3. Osservando le scelte del consumatore possiamo "riconoscere" o stimare le preferenze che hanno determinato quelle scelte. Quante più scelte osserviamo, tanto più precisamente possiamo determinare le preferenze che le hanno generate.

4. L'assioma debole e l'assioma forte delle preferenze rivelate sono condizioni necessarie che le scelte del consumatore devono soddisfare per essere coerenti col modello di scelta ottimizzante.

Domande

1. Se i prezzi sono $(p_1, p_2) = (1,2)$, un consumatore domanda $(x_1, x_2) = (1,2)$ e se i prezzi sono $(q_1, q_2) = (2,1)$, un consumatore domanda $(y_1, y_2) = (2,1)$. Questo comportamento è compatibile con il modello di comportamento ottimizzante?

2. Se i prezzi sono $(p_1, p_2) = (2,1)$, un consumatore domanda $(x_1, x_2) = (1,2)$ e se i prezzi sono $(q_1, q_2) = (1,2)$, un consumatore domanda $(y_1, y_2) = (2,1)$. Questo comportamento è coerente con il modello di comportamento ottimizzante?

3. Nell'esercizio precedente, il consumatore preferisce il paniere-x o il paniere-y?

4. Abbiamo visto che l'adeguamento delle pensioni alle variazioni dei prezzi consente a coloro i quali ricevono le pensioni di essere almeno altrettanto soddisfatti che nell'anno base. Quale tipo di variazione dei prezzi non modificherebbe la loro soddisfazione, quali che fossero le preferenze?

5. Nella situazione della domanda precedente, quale tipo di preferenze lascerebbe invariata la soddisfazione del consumatore rispetto all'anno base, per *tutte* le variazioni di prezzo?

8

EQUAZIONE DI SLUTSKY

La teoria economica tratta spesso delle variazioni del comportamento del consumatore derivanti da variazioni dell'ambiente. In questo capitolo esamineremo come la scelta di un bene da parte di un consumatore risponde alle variazioni di prezzo. Ci aspettiamo naturalmente che quando il prezzo di un bene aumenta la sua domanda diminuisca. Ma nel Capitolo 6 abbiamo visto come sia possibile costruire esempi nei quali la domanda ottimale di un bene *diminuisce* al diminuire del suo prezzo: un tale bene viene detto **bene di Giffen**.

I beni di Giffen sono piuttosto particolari e costituiscono principalmente una curiosità teorica; esistono comunque altre situazioni nelle quali le variazioni di prezzo potrebbero avere effetti "perversi" che, a ben vedere, sono affatto plausibili. Per esempio, in genere si pensa che se si ricevesse un salario più alto, si sarebbe disposti a lavorare di più: ma se il salario passasse da \$10 a \$1000 all'ora, si lavorerebbe davvero di più? Non si deciderebbe forse di lavorare di meno e di utilizzare una parte del denaro guadagnato per fare altre cose? Se lo stipendio fosse \$1 000 000 all'ora, non si lavorerebbe forse di meno?

Consideriamo ora come si modifica la domanda delle mele se il loro prezzo aumenta: il consumo di mele, in generale, diminuirà. Ma nel caso di una famiglia di coltivatori di mele, se il prezzo delle mele aumentasse aumenterebbe anche il reddito familiare, tanto da permettere ai coltivatori di consumare una quantità maggiore di mele. Per questi consumatori, un aumento del prezzo delle mele potrebbe certamente provocarne un maggiore consumo.

In questo capitolo e nel prossimo cercheremo di capire gli effetti, talvolta ambigui, delle variazioni di prezzo sulla domanda.

8.1 L'effetto di sostituzione

Quando il prezzo di un bene varia, si hanno due tipi di effetti: il saggio al quale si può scambiare un bene con un altro varia, e il potere d'acquisto complessivo del reddito viene modificato. Se, per esempio, il prezzo del bene 1 diminuisce, è necessario rinunciare a una quantità minore del bene 2 per acquistare il bene 1: la variazione del prezzo del bene 1 ha modificato il saggio al quale il mercato consente di "sostituire" il bene 2 al bene 1. In altre parole il "saggio di scambio" (*trade-off*) tra i due beni presenti nel mercato si modifica.

Contemporaneamente, se il prezzo del bene 1 diminuisce, ciò significa che il reddito monetario potrà acquistarne quantità maggiori. È aumentato il potere d'acquisto della moneta a disposizione del consumatore: la quantità di denaro rimane invariata, ma la quantità di beni che essa può acquistare aumenta.

Il primo effetto — la variazione della domanda per effetto della variazione del saggio di scambio tra i due beni — viene definito **effetto di sostituzione**. Il secondo effetto — la variazione della domanda per effetto dell'aumentato potere d'acquisto — viene definito **effetto di reddito.** Queste però non sono che definizioni approssimative dei due effetti: per darne di più precise dovremo esaminarli in modo approfondito.

Ciò è possibile scomponendo la variazione dei prezzi: in primo luogo faremo variare i prezzi *relativi* aggiustando il reddito monetario in modo da tener costante il potere d'acquisto, successivamente faremo variare quest'ultimo mantenendo costanti i prezzi relativi.

Questo procedimento risulta più chiaro se si osserva la Figura 8.1, che rappresenta il caso in cui il prezzo del bene 1 è diminuito: la retta di bilancio ruota pertanto attorno alla intercetta verticale m/p_2 e diventa più piatta. Possiamo scomporre questo movimento della retta di bilancio: in primo luogo facciamo *ruotare* la retta di bilancio attorno al punto corrispondente al paniere domandato *inizialmente*, e in seguito la *spostiamo* verso il *nuovo* paniere domandato.

Questa operazione di "rotazione–spostamento" ci permette di scomporre la variazione della domanda in due fasi: la prima — la rotazione — corrisponde ad una variazione dell'inclinazione della retta di bilancio che mantiene costante il potere d'acquisto; la seconda corrisponde alla variazione del potere d'acquisto mantenendo costante l'inclinazione. Questa scomposizione è puramente ipotetica: il consumatore si trova semplicemente di fronte a una variazione di prezzo alla quale reagisce scegliendo un nuovo paniere di beni, ma per analizzare come varia la scelta del consumatore, è conveniente pensare che la variazione della retta di bilancio avvenga in due fasi: prima la rotazione, poi lo spostamento.

Che cosa significa in termini economici ruotare e spostare la retta di bilancio? Consideriamo in primo luogo la retta ruotata: questa ha la stessa inclinazione, e quindi gli stessi prezzi relativi, della retta di bilancio finale, tuttavia il reddito

monetario ad essa associato è diverso perché è diversa l'intercetta verticale. Poiché il paniere iniziale di consumo (x_1, x_2) si trova sulla retta di bilancio ruotata, può ancora essere acquistato dal consumatore. In questo senso il potere d'acquisto del consumatore è rimasto invariato, poiché egli può appena acquistare il paniere iniziale anche in presenza della nuova retta di bilancio.

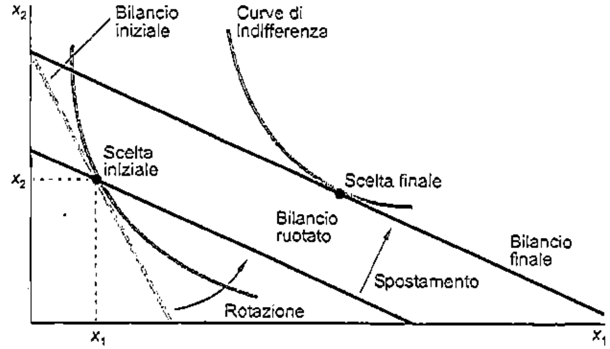


Figura 8.1 **Rotazione e spostamento.** Quando varia il prezzo del bene 1 e il reddito rimane invariato, la retta di bilancio ruota attorno all'asse verticale. Ciò avviene in due fasi: dapprima la retta di bilancio ruota attorno al punto corrispondente alla scelta *iniziale* e successivamente si sposta verso destra in direzione del nuovo paniere domandato.

Calcoliamo ora come si debba aggiustare il reddito monetario per far sì che sia possibile continuare ad acquistare appena il paniere iniziale. Indichiamo con m' il reddito monetario che consente l'acquisto del paniere iniziale, cioè il reddito monetario associato alla retta di bilancio ruotata. Poiché l'acquisto di (x_1, x_2) è possibile sia in corrispondenza di (p_1, p_2, m) che di (p'_1, p_2, m'), otteniamo

$$m' = p'_1 x_1 + p_2 x_2$$
$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2.$$

Sottraendo la seconda equazione alla prima otteniamo

$$m' - m = x_1[p'_1 - p_1].$$

Ciò significa che la variazione del reddito monetario necessaria per consentire appena l'acquisto del paniere iniziale ai nuovi prezzi è uguale al prodotto tra la quantità iniziale di consumo del bene 1 e la variazione dei prezzi.

Se indichiamo con $\Delta p_1 = p_1' - p_1$ la variazione del prezzo 1 e con Δm la variazione del reddito che consente di acquistare ancora il paniere iniziale, otteniamo

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1. \tag{8.1}$$

Si noti che i prezzi e il reddito variano sempre nella stessa direzione: se il prezzo aumenta, perché sia possibile acquistare lo stesso paniere deve aumentare anche il reddito.

Studiamo questo problema con un esempio: supponiamo che un consumatore inizialmente consumi 20 tavolette di cioccolata alla settimana e che ogni tavoletta costi 50 centesimi. Vogliamo sapere come deve variare il reddito perché sia possibile acquistare ancora il paniere di consumo iniziale se il prezzo aumenta di 10 centesimi, cosicché $\Delta p_1 = 0,60 - 0,50 = 0,10$.

È sufficiente applicare la formula precedente. Se il reddito del consumatore aumentasse di \$2, egli sarebbe in grado di consumare lo stesso numero di tavolette di cioccolato, 20. Secondo la formula:

$$\Delta m = \Delta p_1 \times x_1 = 0,10 \times 20 = \$2.$$

Abbiamo ora la formula che rappresenta la retta di bilancio ruotata, cioè la retta di bilancio in corrispondenza del nuovo prezzo e del reddito aumentato di Δm. Si noti che se il prezzo del bene 1 diminuisce, la variazione del reddito sarà negativa: se un prezzo diminuisce, il potere d'acquisto del consumatore aumenta, e quindi si dovrà diminuirne il reddito per mantenerne invariato il potere d'acquisto. Analogamente, quando un prezzo aumenta, diminuisce il potere d'acquisto, e quindi la variazione del reddito necessaria per mantenere costante il potere d'acquisto deve essere positiva.

Nonostante sia ancora possibile acquistare il paniere (x_1, x_2), esso in genere non rappresenta l'acquisto ottimo in corrispondenza della retta di bilancio ruotata. Nella Figura 8.2 abbiamo indicato con Y l'acquisto ottimo sulla retta di bilancio ruotata: Y rappresenta il paniere ottimo di beni quando facciamo variare il prezzo e aggiustiamo in seguito il reddito monetario in modo tale che sia ancora (appena) possibile acquistare il paniere iniziale. Il movimento da X a Y è noto come **effetto di sostituzione**: indica come il consumatore "sostituisca" un bene con un altro quando varia uno dei prezzi e il potere d'acquisto rimane costante.

Più precisamente, l'effetto di sostituzione, Δx_1^s, rappresenta la variazione della domanda del bene 1 quando il prezzo del bene 1 è p_1' e, contemporaneamente, il reddito monetario è m':

$$\Delta x_1^s = x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m).$$

Per determinare l'effetto di sostituzione, dobbiamo conoscere la funzione di domanda del consumatore per calcolare le scelte ottime in corrispondenza di (p_1', m') e (p_1, m). La variazione della domanda del bene 1 può essere grande o piccola a seconda della forma delle curve di indifferenza, ma, data la funzione di domanda,

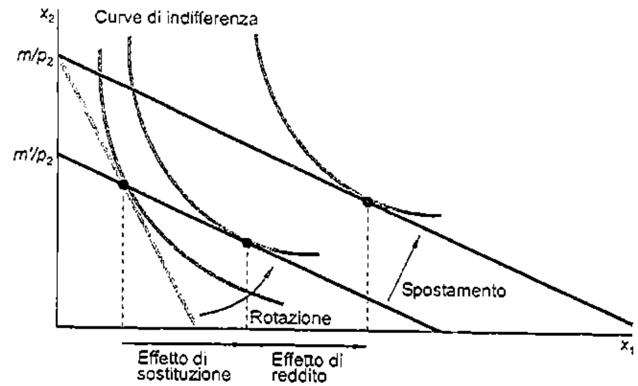


Figura 8.2 **Effetto di sostituzione ed effetto di reddito.** La rotazione rappresenta l'effetto di sostituzione, lo spostamento l'effetto di reddito.

calcolare l'effetto di sostituzione è piuttosto semplice. (Naturalmente la domanda del bene 1 può anche dipendere dal prezzo del bene 2, ma nel corso di questo esercizio manterremo costante il prezzo del bene 2 e non lo inseriremo nella funzione di domanda per non complicare la notazione).

L'effetto di sostituzione viene talvolta definito come la variazione della **domanda compensata**, per il fatto che il consumatore viene compensato dell'aumento del prezzo mettendogli a disposizione una quantità di reddito sufficiente ad acquistare ancora il paniere iniziale; naturalmente, se il prezzo diminuisce, il consumatore viene "compensato" con la sottrazione di una parte del reddito. Nel seguito, per coerenza, useremo il termine "sostituzione" piuttosto che "compensazione".

ESEMPIO: Calcolo dell'effetto di sostituzione

Supponiamo che la funzione di domanda di latte di un consumatore sia:

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Inizialmente il suo reddito è \$120 alla settimana e il prezzo del latte è \$3 il litro: la sua domanda di latte sarà pertanto $10 + 120/(10 \times 3) = 14$ litri alla settimana.

Supponiamo ora che il prezzo del latte diminuisca fino a \$2 il litro: la domanda in corrispondenza del nuovo prezzo sarà $10 + 120/(10 \times 2) = 16$ litri di latte la settimana. La variazione *complessiva* della domanda equivale a +2 litri di latte alla settimana.

Per calcolare l'effetto di sostituzione dobbiamo calcolare dapprima di quanto deve variare il reddito perché sia ancora appena possibile acquistare la quantità iniziale di latte se il prezzo è \$2 il litro. Applichiamo la formula (8.1):

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14 \times (2 - 3) = -\$14.$$

Così il livello del reddito necessario per mantenere costante il potere d'acquisto è $m' = m + \Delta m = 120 - 14 = 106$. Per conoscere la domanda di latte del consumatore al nuovo prezzo di \$2 il litro e a questo livello di reddito, è sufficiente sostituire i valori numerici nella funzione di domanda:

$$x_1(p_1', m') = x_1(2,106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 15,3.$$

L'effetto di sostituzione è pertanto:

$$\Delta x_1^s = x_1(2,106) - x_1(3,120) = 15,3 - 14 = 1,3.$$

8.2 L'effetto di reddito

Prendiamo ora in considerazione la seconda fase: lo spostamento. La sua interpretazione economica è piuttosto semplice: sappiamo che si ha uno spostamento della retta di bilancio che ne mantiene costante l'inclinazione quando il reddito varia mentre i prezzi relativi rimangono costanti. Così la seconda fase dell'aggiustamento al prezzo è detta **effetto di reddito**. Aumentiamo cioè semplicemente il reddito del consumatore da m' a m, mantenendo i prezzi costanti a (p_1', p_2). Nella Figura 8.2 questo corrisponde a uno spostamento dal punto (y_1, y_2) a (z_1, z_2): è naturale definire quest'ultimo movimento "effetto di reddito" poiché consiste semplicemente in una variazione del reddito a prezzi costanti.

Più precisamente, l'effetto di reddito Δx_1^n rappresenta la variazione della domanda del bene 1 al variare del reddito da m' a m, quando il prezzo del bene 1 venga mantenuto fisso a p_1':

$$\Delta x_1^n = x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m').$$

Nel paragrafo 6.1 abbiamo già preso in esame l'effetto di reddito e abbiamo visto che tenderà ad aumentare o a diminuire la domanda del bene 1, a seconda che il bene considerato sia normale o inferiore.

Se il prezzo di un bene diminuisce è necessario diminuire il reddito per mantenere invariato il potere d'acquisto. Se il bene è normale, la diminuzione del reddito comporta una diminuzione della domanda, se invece è inferiore, la diminuzione del reddito comporta un aumento della domanda.

ESEMPIO: Calcolo dell'effetto di reddito

Dall'esempio precedente sappiamo che

$$x_1(p_1', m) = x_1(2,120) = 16$$
$$x_1(p_1', m') = x_1(2,106) = 15,3.$$

L'effetto di reddito in questo problema è pertanto:

$$\Delta x_1^n = x_1(2,120) - x_1(2,106) = 16 - 15,3 = 0,7.$$

Poiché il latte è un bene normale per questo consumatore, la sua domanda aumenta all'aumentare del reddito.

8.3 Il segno dell'effetto di sostituzione

Abbiamo già visto che l'effetto di reddito può avere segno positivo o negativo a seconda che si tratti di un bene normale o di un bene inferiore. Per quanto riguarda l'effetto di sostituzione, se il prezzo di un bene diminuisce, come nella Figura 8.2, la variazione nella domanda del bene dovuta all'effetto di sostituzione *deve* essere non negativa: se $p_1 > p_1'$, *dobbiamo* ottenere $x_1(p_1', m') \geq x_1(p_1, m)$, tali che $\Delta x_1^s \geq 0$.

Ciò può essere dimostrato nel modo seguente. Considereremo i punti sulla retta di bilancio ruotata della Figura 8.2 in corrispondenza dei quali la quantità consumata del bene 1 è inferiore a quella del paniere X. Tutti questi panieri potevano essere acquistati in corrispondenza dei prezzi iniziali (p_1, p_2), ma non sono stati acquistati: al contrario, è stato acquistato il paniere X. Se il consumatore sceglie sempre il paniere migliore tra quelli che può acquistare, allora il paniere X deve essere preferito a tutti quelli che si trovano sul tratto della retta ruotata che si trova all'interno dell'insieme di bilancio iniziale.

Ciò significa che la scelta ottima sulla retta di bilancio ruotata non deve essere uno dei panieri che si trovano al di sotto della retta di bilancio iniziale. La scelta ottima sulla retta ruotata deve essere X oppure qualche punto alla sua destra, ma ciò significa che la nuova scelta ottima comporta un consumo del bene 1 almeno equivalente a quello iniziale, esattamente come volevamo dimostrare. Nel caso rappresentato nella Figura 8.2, la scelta ottima sulla retta di bilancio ruotata corrisponde al paniere Y. Ciò comporta un consumo del bene 1 certamente maggiore di quello iniziale.

L'effetto di sostituzione varia sempre nella direzione opposta alla variazione del prezzo. Quindi *l'effetto di sostituzione è negativo*, poiché la variazione della domanda dovuta all'effetto di sostituzione è opposta alla variazione del prezzo: se il prezzo aumenta, la domanda del bene diminuisce per l'effetto di sostituzione.

8.4 Variazione complessiva della domanda

La variazione complessiva della domanda, Δx_1, è la variazione dovuta alla variazione del prezzo quando venga mantenuto costante il reddito:

$$\Delta x_1 = x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m).$$

Abbiamo già visto come questa variazione possa essere scomposta nei due effetti di sostituzione e di reddito. Usando la simbologia introdotta precedentemente abbiamo:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$
$$x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m) = [x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)] + [x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m')].$$

Ciò significa che la variazione complessiva della domanda equivale alla somma dell'effetto di sostituzione e dell'effetto di reddito: questa equazione è nota come **identità di Slutsky**[1]. Va sottolineato che si tratta di un'identità: essa è vera per tutti i valori di p_1, p_1', m e m'. Il primo e il quarto termine del membro di destra si eliminano e quindi il membro di destra è *identicamente* uguale a quello di sinistra.

Il significato dell'identità di Slutsky non si limita all'identità algebrica, che è una semplice ovvietà matematica, ma deriva dall'interpretazione dei due termini del membro di destra, cioè l'effetto di sostituzione e quello di reddito. In particolare, possiamo usare le informazioni sul segno degli effetti di reddito e di sostituzione per determinare il segno dell'effetto complessivo.

Se, da un lato, l'effetto di sostituzione deve essere sempre negativo, cioè di segno opposto a quello della variazione del prezzo, l'effetto di reddito può essere sia positivo che negativo, e l'effetto complessivo quindi può essere sia positivo che negativo. Tuttavia, se si considera un bene normale, l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito agiscono nella stessa direzione. Un aumento del prezzo comporta la diminuzione della domanda a causa dell'effetto di sostituzione, e, d'altra parte, equivale a una diminuzione del reddito che, nel caso di un bene normale, si traduce in una diminuzione della domanda. I due effetti si rinforzano a vicenda. Impiegando la nostra notazione, la variazione della domanda dovuta all'aumento del prezzo nel caso di un bene normale significa che

$$\underset{(-)}{\Delta x_1} = \underset{(-)}{\Delta x_1^s} + \underset{(-)}{\Delta x_1^n}.$$

(Il segno negativo posto sotto ogni termine di questa espressione indica che ciascuno dei termini è negativo.)

Si noti ora il segno dell'effetto di reddito. Poiché stiamo esaminando una situazione in cui il prezzo aumenta, si avrà una diminuzione del potere d'acquisto che — nel caso di un bene normale — comporta una diminuzione della domanda.

Nel caso di un bene inferiore, invece, l'effetto di reddito potrebbe avere un'importanza maggiore dell'effetto di sostituzione, cosicché la variazione complessiva della domanda che deriva da un aumento del prezzo abbia di fatto segno positivo. È questo un caso in cui:

$$\underset{(?)}{\Delta x_1} = \underset{(-)}{\Delta x_1^s} + \underset{(+)}{\Delta x_1^n}.$$

Se il secondo termine del membro di destra — l'effetto di reddito — è sufficientemente grande, la variazione complessiva della domanda può essere positiva: ciò

[1] Dal nome di Eugene Slutsky (1880-1948), un economista russo che analizzò la teoria della domanda.

significa che un aumento del prezzo può tradursi in un *aumento* della domanda. È questo il caso "perverso" di Giffen già visto in precedenza: l'aumento del prezzo ha ridotto a tal punto il potere d'acquisto del consumatore che egli ha aumentato il consumo del bene inferiore.

Ma l'identità di Slutsky dimostra che questo tipo di effetto "perverso" può verificarsi solamente nel caso di beni inferiori: nel caso di beni normali, gli effetti di reddito e sostituzione si rinforzano a vicenda, cosicché la variazione complessiva della domanda si muove sempre nella direzione "giusta".

Per questo motivo il bene di Giffen deve essere un bene inferiore. Ma un bene inferiore non è necessariamente un bene di Giffen: non solo l'effetto di reddito deve avere il segno "sbagliato", ma deve anche essere sufficientemente grande da superare il segno "giusto" dell'effetto di sostituzione. Questo è il motivo per cui è così raro osservare beni di Giffen nella realtà: questi non dovrebbero essere solamente beni inferiori ma *molto* inferiori.

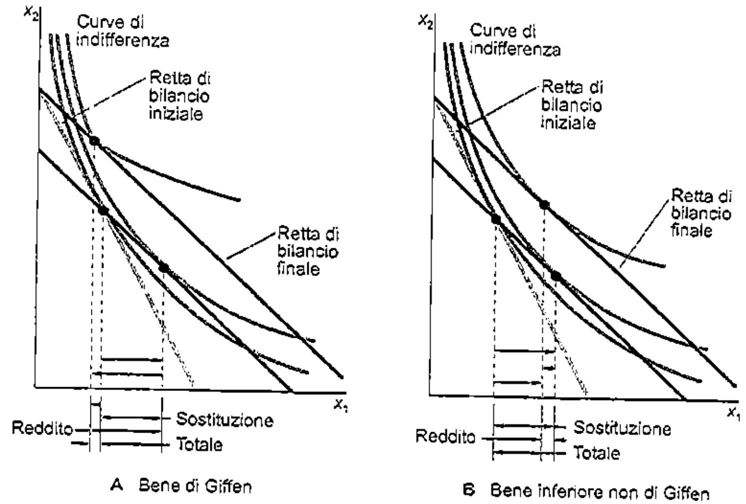


Figura 8.3 **Beni inferiori.** Il quadro A rappresenta un bene talmente inferiore da essere un bene di Giffen. Il quadro B descrive un bene inferiore, ma non tanto da essere un bene di Giffen.

Questo è illustrato nella Figura 8.3, dove è rappresentata l'operazione di rotazione-spostamento che consente di ottenere l'effetto di sostituzione e quello di reddito. In entrambi i casi il bene 1 è un bene inferiore, e l'effetto di reddito ha pertanto segno negativo. Nella Figura 8.3A, l'effetto di reddito è sufficientemente grande da superare l'effetto di sostituzione e rappresentare quindi il caso di un bene di Giffen. Nella Figura 8.3B, l'effetto di reddito è minore e il bene 1 reagisce pertanto alla variazione del prezzo nel modo consueto.

8.5 Saggi di variazione

Abbiamo visto che gli effetti di reddito e di sostituzione possono essere rappresentati graficamente con una combinazione di rotazioni e di spostamenti, oppure possono essere espressi in termini algebrici per mezzo dell'identità di Slutsky

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$

che afferma che la variazione complessiva della domanda equivale alla somma dell'effetto di sostituzione e dell'effetto di reddito. Abbiamo espresso l'identità di Slutsky in variazioni assolute, ma è più comune esprimerla in termini di *saggi* di variazione.

In questo caso, è opportuno indicare con Δx_1^m *l'opposto* dell'effetto di reddito:

$$\Delta x_1^m = x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m) = -\Delta x_1^n.$$

Data questa definizione, l'identità di Slutsky diviene

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m.$$

Se dividiamo per Δp_1 ciascun membro otteniamo

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}. \tag{8.2}$$

Il primo termine del membro di destra rappresenta l'effetto di sostituzione, ovvero il saggio di variazione della domanda quando varia il prezzo, e il reddito viene fatto variare in modo che sia ancora appena possibile l'acquisto del paniere iniziale. Prendiamo ora in esame il secondo termine: poiché al numeratore abbiamo delle domande dovute a una variazione del reddito, sarebbe opportuno avere al denominatore una variazione del reddito.

Ricordiamo che Δm, la variazione del reddito, e Δp_1, la variazione del prezzo, sono legate dalla formula

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1.$$

Risolvendo per Δp_1, otteniamo

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}.$$

Sostituiamo ora questa espressione nell'ultimo termine della (8.2) ottenendo infine:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1.$$

È questa l'identità di Slutsky in termini di saggi di variazione. Possiamo interpretare ciascun termine nel modo seguente:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

è il saggio di variazione della domanda al variare del prezzo quando venga mantenuto fisso il reddito;

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

è il saggio di variazione della domanda al variare del prezzo e quando il reddito venga fatto variare in modo tale che sia ancora appena possibile acquistare il paniere iniziale, in altri termini, l'effetto di sostituzione;

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m} x_1 \tag{8.3}$$

è il saggio di variazione della domanda al variare del reddito quando i prezzi siano mantenuti fissi, cioè l'effetto di reddito.

L'effetto di reddito può essere a sua volta scomposto nel prodotto della variazione della domanda al variare del reddito per il livello iniziale della domanda. Se il prezzo varia di Δp_1, la variazione della domanda dovuta all'effetto di reddito sarà

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} x_1 \Delta p_1.$$

Ma l'ultimo termine, $x_1 \Delta p_1$, rappresenta esattamente la variazione del reddito necessaria perché sia ancora appena possibile l'acquisto del paniere iniziale. Vale a dire, $x_1 \Delta p_1 = \Delta m$, e quindi la variazione della domanda dovuta all'effetto di reddito si riduce a

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} \Delta m$$

esattamente come abbiamo visto in precedenza.

8.6 La legge della domanda

Nel Capitolo 5 abbiamo espresso qualche perplessità perché la teoria del consumatore non sembrava avere un contenuto definito: la domanda poteva aumentare oppure diminuire all'aumentare del prezzo e ugualmente aumentare oppure diminuire all'aumentare del reddito. Se una teoria non pone restrizioni di *qualche* tipo ai comportamenti previsti, non è una vera e propria teoria. Un modello coerente con tutti i tipi di comportamento non ha contenuto.

Sappiamo, tuttavia, che la teoria del consumatore ha in effetti qualche contenuto: abbiamo visto come le scelte di un consumatore ottimizzante debbano soddisfare

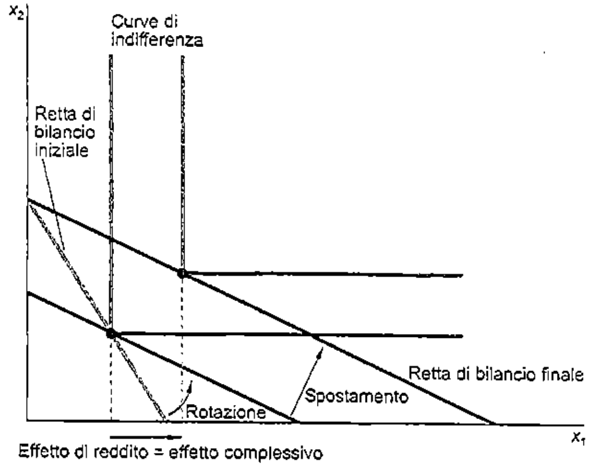


Figura 8.4 **Perfetti complementi.** La scomposizione di Slutsky nel caso di perfetti complementi.

l'assioma forte delle preferenze rivelate (SARP). Inoltre abbiamo osservato come qualsiasi variazione del prezzo possa essere scomposta in due variazioni: un effetto di sostituzione che ha sicuramente segno negativo, cioè l'opposto della direzione della variazione del prezzo, e un effetto di reddito, il cui segno dipende dal fatto che si consideri un bene normale oppure un bene inferiore.

Sebbene la teoria del consumatore non ponga limiti al modo in cui la domanda varia al variare del prezzo o del reddito, essa pone delle restrizioni al modo in cui queste variazioni interagiscono. In particolare:

Legge della domanda. *Se la domanda di un bene aumenta all'aumentare del reddito, la domanda di quel bene dovrà diminuire all'aumentare del suo prezzo.*

Ciò è una conseguenza diretta dell'equazione di Slutsky: se la domanda aumenta all'aumentare del reddito, siamo in presenza di un bene normale. Perciò l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito si rafforzano a vicenda, ed un aumento del prezzo ridurrà inequivocabilmente la domanda.

8.7 Esempi di effetti di reddito e di sostituzione

Consideriamo ora alcuni esempi di variazioni del prezzo relativamente a particolari tipi di preferenze e scomponiamo le variazioni della domanda negli effetti di reddito e di sostituzione.

Esaminiamo dapprima il caso di perfetti complementi. La scomposizione di Slutsky è rappresentata nella Figura 8.4. Se ruotiamo la retta di bilancio attorno al punto scelto, la scelta ottima in corrispondenza della nuova retta di bilancio è identica a quella iniziale — ciò significa che l'effetto di sostituzione è uguale a zero. La variazione della domanda è quindi dovuta interamente all'effetto di reddito.

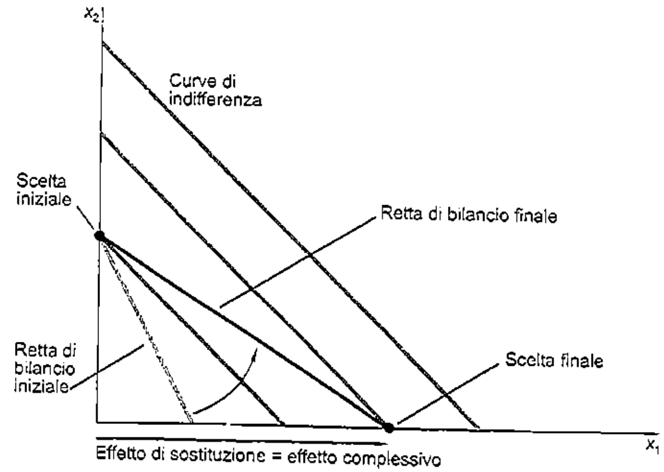


Figura 8.5 **Perfetti sostituti.** La scomposizione di Slutsky nel caso di perfetti sostituti.

Nel caso di perfetti sostituti, rappresentato nella Figura 8.5, se inclíniamo la retta di bilancio, il paniere domandato si sposta dall'asse verticale a quello orizzontale. Nessun altro spostamento è possibile. La variazione complessiva della domanda è dovuta esclusivamente all'effetto di sostituzione.

Consideriamo ora il caso di preferenze quasi-lineari, che presenta una situazione piuttosto particolare. Abbiamo già osservato che una variazione del reddito non provoca alcuna variazione della domanda del bene 1 nel caso di preferenze quasi-lineari: ciò significa che la variazione complessiva della domanda è dovuta all'effetto di sostituzione e che l'effetto di reddito è nullo, come rappresentato nella Figura 8.6.

ESEMPIO: Il rimborso di una tassa

Nel 1974 l'Organizzazione dei Paesi Esportatori di Petrolio (OPEC) decise l'embargo del petrolio contro gli Stati Uniti: per parecchie settimane, l'OPEC riuscì a bloccare le forniture destinate agli USA. La vulnerabilità degli Stati Uniti causò un certo turbamento sia al Congresso che al Presidente, e vennero quindi prese in esame numerose proposte per ridurre la dipendenza americana dal petrolio proveniente dall'estero.

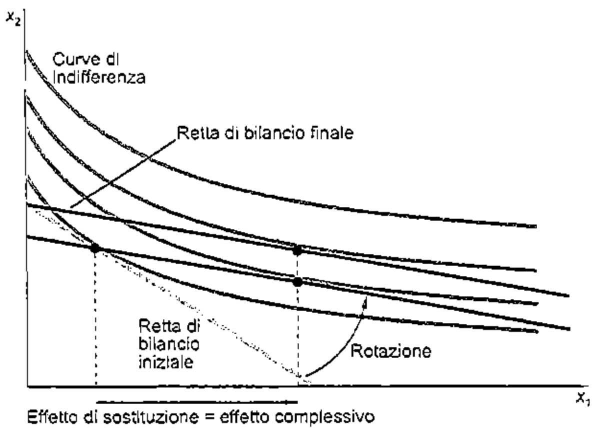


Figura 8.6 **Preferenze quasi-lineari.** Nel caso di preferenze quasi-lineari, la variazione complessiva della domanda è interamente dovuta all'effetto di sostituzione.

Una delle proposte suggeriva di aumentare la tassa sulla benzina: l'aumento del prezzo che ne sarebbe derivato avrebbe costretto i consumatori a ridurne il consumo, e la diminuzione della domanda di benzina avrebbe a sua volta ridotto la domanda di petrolio. Ma un drastico aumento della tassa sulla benzina sarebbe stato giudicato molto pesante dai consumatori e quindi un tale progetto sarebbe stato politicamente improponibile. Fu allora suggerito che le entrate derivanti dalla tassa fossero restituite ai consumatori, sotto forma di versamenti diretti oppure di riduzioni di altre tasse.

Alcuni criticarono questa proposta sostenendo che il rimborso delle entrate derivanti dalla tassa non avrebbe avuto alcun effetto sulla domanda, perché i consumatori potevano semplicemente usare il denaro rimborsato per acquistare dell'altra benzina. Vorremmo ora sapere come la teoria economica ci consente di valutare questo progetto.

Per semplicità, supponiamo che la tassa sulla benzina sia pagata interamente dai consumatori, cosicché l'aumento del prezzo della benzina corrisponde esattamente all'ammontare della tassa. (In genere, soltanto una parte della tassa viene pagata dai consumatori, ma in questo caso ignoreremo questa complicazione). Supponiamo

che la tassa aumenti il prezzo della benzina da p a $p' = p + t$ e che la risposta del consumatore medio consista in una riduzione della domanda da x a x'. Il consumatore medio paga la benzina t dollari in più e dopo l'imposizione della tassa consuma x' galloni di benzina, pertanto le entrate derivanti dalla tassa pagata da un consumatore medio sono:

$$R = tx' = (p' - p)x'.$$

È necessario ricordare che le entrate della tassa dipendono da x', cioè dalla quantità di benzina *effettivamente* consumata, e non da x, la quantità di benzina consumata inizialmente.

Se indichiamo con y la spesa per tutti gli altri beni e poniamo il suo prezzo uguale a 1, il vincolo di bilancio iniziale è

$$px + y = m \tag{8.4}$$

ed il vincolo di bilancio se la tassa viene rimborsata è

$$(p + t)x' + y' = m + tx'. \tag{8.5}$$

In corrispondenza del vincolo di bilancio (8.5), il consumatore medio può scegliere le variabili del membro di sinistra — il consumo di ciascun bene — mentre nel membro di destra il reddito e il rimborso da parte del governo sono considerati fissi. Il rimborso dipende infatti dal comportamento di tutti i consumatori e non soltanto di un consumatore medio. In questo caso, il rimborso è uguale alle entrate derivanti dalle tasse pagate dal consumatore medio, ma ciò è dovuto semplicemente al fatto che si considera una media, non a una relazione causale tra le grandezze in questione. Se eliminiamo tx' da ciascun membro dell'equazione (8.5) otteniamo

$$px' + y' = m.$$

Perciò (x', y') rappresenta un paniere il cui acquisto era possibile in presenza del vincolo di bilancio iniziale e che è stato rifiutato a favore del paniere (x, y). Ne consegue che (x, y) deve essere preferito a (x', y'): il progetto di tassazione che stiamo considerando riduce pertanto la soddisfazione dei consumatori. Forse è per questo motivo che esso non è mai stato realizzato!

Nella Figura 8.7 viene rappresentato l'equilibrio nel caso del rimborso di una tassa. La tassa rende più caro il bene 1 e il rimborso aumenta il reddito monetario: non è più possibile acquistare il paniere iniziale e la soddisfazione del consumatore è decisamente inferiore. Se la tassa viene rimborsata, il consumatore sceglierà di consumare meno benzina e una quantità maggiore di "tutti gli altri beni".

Notiamo infine che il consumatore medio potrebbe ancora permettersi il consumo di benzina iniziale, ma poiché ora, a causa della tassa, la benzina è diventata più cara, sceglierà, in generale, di consumarne una quantità minore.

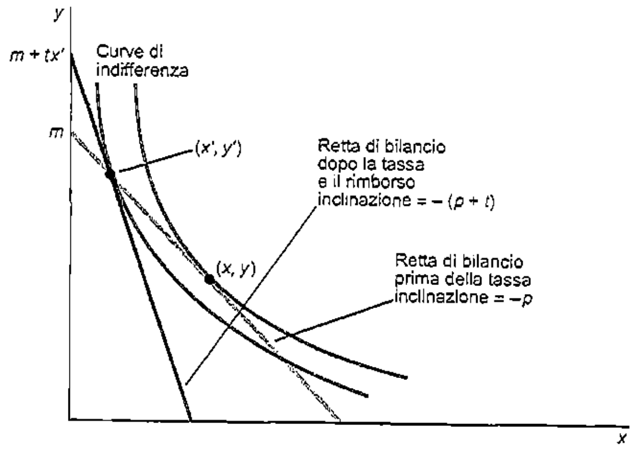


Figura 8.7 **Rimborso di una tassa.** Tassare il consumatore e rimborsarlo ne diminuisce la soddisfazione.

ESEMPIO: Sistema di prezzi in tempo reale

La produzione di energia elettrica soffre di un serio problema di capacità: è relativamente economico produrla fino al massimo della capacità, ma giunti a questo punto, per definizione, è impossibile produrne di più. D'altra parte, costruire impianti per produrre ulteriore capacità è estremamente costoso, perciò risulta molto interessante, dal punto di vista economico, trovare soluzioni per ridurre l'utilizzo dell'elettricità durante i periodi di massimo consumo.

In alcuni stati dal clima caldo, come ad esempio la Georgia, circa il 30 per cento dell'utilizzo nei periodi di maggior consumo è dovuto agli impianti di condizionamento. Inoltre, è relativamente semplice prevedere le temperature con un giorno di anticipo, in modo che i potenziali utenti abbiano la possibilità di modificare la propria domanda impostando i condizionatori su una temperatura più alta, indossando abiti più leggeri e così via. La sfida sta nel creare un sistema di prezzi tale da incentivare quei consumatori che possono farlo, a ridurre il consumo di energia elettrica.

Una delle soluzioni è l'utilizzo di un sistema di prezzi in tempo reale (Real Time Pricing - RTP). In un programma di RTP, i grandi utenti industriali vengono dotati di speciali contatori che fanno variare il prezzo dell'elettricità di minuto in minuto, in base ai segnali inviati dalla compagnia erogante. Man mano che la domanda di energia elettrica si avvicina alla capacità massima, la compagnia erogante aumenta il prezzo in modo da incoraggiare gli utenti a ridurre il consumo. La tabella dei prezzi viene determinata come funzione della domanda totale di energia elettrica.

La compagnia elettrica della Georgia afferma di aver attuato il programma di RTP più vasto del mondo. Nel 1999 è riuscita a ridurre di 750 megawatt la domanda nei giorni in cui i prezzi venivano aumentati, inducendo alcuni grandi consumatori a ridurre la domanda anche del 60 per cento.

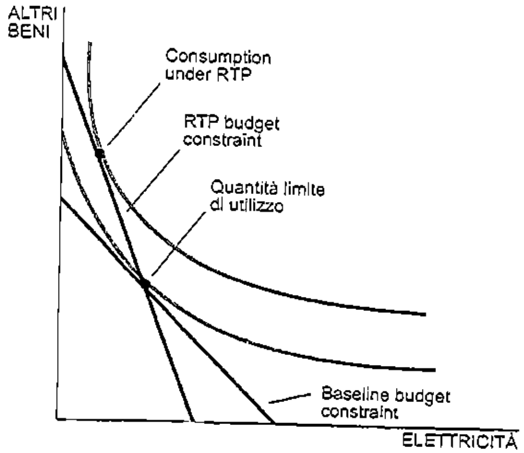


Figura 8.8 **Prezzi in tempo reale** . Gli utenti pagano tariffe più alte per l'elettricità addizionale quando i prezzi in tempo reale aumentano, ma ricevono anche dei rimborsi se in corrispondenza di quel prezzo, riducono il proprio utilizzo. Questo comporta una rotazione attorno alla quantità limite di utilizzo e tende ad aumentare la soddisfazione del consumatore.

La compagnia elettrica della Georgia ha elaborato molte interessanti variazioni del modello base dell'RTP. Uno dei loro piani prevede che al cliente venga assegnata una quantità limite, che corrisponde al loro normale utilizzo. Nei periodi in cui l'offerta di energia è insufficiente e il prezzo in tempo reale aumenta, gli utenti devono sostenere un costo più alto per l'utilizzo di energia oltre la quantità limite. Ma ricevono altresì un *rimborso* se riescono a ridurre il consumo al di sotto del limite stabilito.

Nella Figura 8.8 viene illustrato come ciò influisca sulla retta di bilancio degli utenti. L'asse verticale indica la "quantità di moneta destinata a beni diversi dall'elettricità" e l'asse orizzontale l'"utilizzo di energia elettrica". Nei periodi di consumo normale, gli utenti scelgono il proprio consumo in modo da massimizzare l'utilità subordinatamente a un vincolo di bilancio determinato dal prezzo limite dell'elettricità. La scelta che ne deriva è il consumo limite.

Quando la temperatura aumenta, aumenta anche il prezzo in tempo reale, e di conseguenza l'energia elettrica diventa più costosa. Ma questo aumento di prezzo è vantaggioso per gli utenti che possono impiegare meno elettricità, poiché riceveranno un rimborso in base al prezzo in tempo reale più alto per ogni kilowatt di cui hanno ridotto il consumo. Se l'utilizzo rimane pari alla quantità limite, la fattura del cliente non subirà nessuna variazione.

È facile notare che questo piano di prezzi corrisponde a una rotazione di Slutsky attorno alla quantità di consumo limite. Perciò possiamo contare sul fatto che l'utilizzo di energia elettrica diminuirà, e che gli utenti saranno altrettanto soddisfatti con un prezzo in tempo reale che con il prezzo limite. Infatti, questo programma ha avuto un notevole successo, con più di 1600 partecipazioni spontanee.

8.8 Un altro effetto di sostituzione

Effetto di sostituzione è il termine usato dagli economisti per indicare la variazione della domanda al variare dei prezzi mantenendo costante il potere d'acquisto, in modo che sia ancora appena possibile acquistare il paniere iniziale. Questa è *una* delle definizioni dell'effetto di sostituzione, ma ne esiste un'altra altrettanto utile.

La definizione precedente è nota come **effetto di sostituzione di Slutsky**, quella che descriveremo in questo paragrafo è nota come **effetto di sostituzione di Hicks**[2].

Supponiamo che invece di far ruotare la retta di bilancio attorno al punto corrispondente al paniere di consumo iniziale, la facciamo scorrere lungo la curva di indifferenza relativa a quel paniere, come nella Figura 8.8. In questo modo, il consumatore si trova di fronte a una nuova retta di bilancio con gli stessi prezzi relativi della retta di bilancio finale, ma con reddito diverso. Il potere d'acquisto del consumatore in corrispondenza di questa retta di bilancio non sarà più sufficiente per acquistare il paniere iniziale, ma consentirà di acquistarne uno esattamente *equivalente* (in termini di preferenze).

L'effetto di sostituzione di Hicks mantiene pertanto costante *l'utilità* invece che il potere d'acquisto. L'effetto di sostituzione di Slutsky prevede che il consumatore abbia abbastanza denaro da poter tornare al livello di consumo iniziale, mentre l'effetto di sostituzione di Hicks rappresenta una situazione in cui il consumatore ha abbastanza denaro da poter tornare sulla curva di indifferenza iniziale. Nonostante la definizione sia diversa, l'effetto di sostituzione di Hicks deve essere negativo, nel senso che ha un segno opposto a quello della variazione del prezzo, esattamente come l'effetto di sostituzione di Slutsky.

Ciò può venir dimostrato ancora una volta impiegando il metodo delle preferenze rivelate. Indichiamo con (x_1, x_2) un paniere domandato in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2) e con (y_1, y_2) un paniere domandato in corrispondenza di altri prezzi (q_1, q_2). Supponiamo che il reddito sia tale che il consumatore sia indifferente tra (x_1, x_2) e (y_1, y_2): ne segue che nessuno dei due panieri può rivelarsi preferito all'altro.

Dalla definizione di preferenze rivelate, ciò significa che le seguenti disugua-

[2] Dal nome di Sir John Hicks, un economista inglese insignito del Premio Nobel per l'economia.

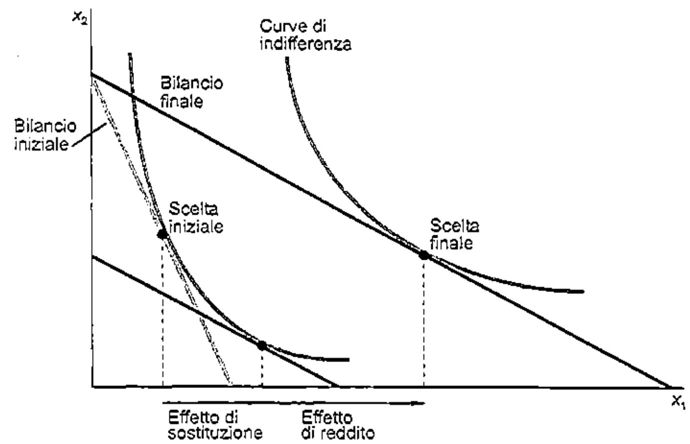


Figura 8.9 **L'effetto di sostituzione di Hicks.** La retta di bilancio scorre lungo la curva di indifferenza piuttosto che ruotare attorno alla scelta iniziale.

glianze *non* sono vere:

$$p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$$
$$q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2.$$

Ne consegue che queste disuguaglianze *sono* vere:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1y_1 + p_2y_2$$
$$q_1y_1 + q_2y_2 \leq q_1x_1 + q_2x_2.$$

Combinando queste disuguaglianze, otteniamo

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) + (q_2 - p_2)(y_2 - x_2) \leq 0$$

che esprime la variazione della domanda al variare dei prezzi, se il reddito viene fatto variare in modo da mantenere il consumatore sulla stessa curva di indifferenza. Nel caso che stiamo esaminando facciamo variare solo il primo prezzo. Perciò $q_2 = p_2$ e quindi

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) \leq 0.$$

Cioè la variazione della quantità domandata deve avere segno opposto a quello della variazione del prezzo, che è esattamente ciò che volevamo dimostrare.

La variazione complessiva della domanda equivale ancora alla somma dell'effetto di sostituzione e di quello di reddito, ma in questo caso l'effetto di sostituzione è quello di Hicks. Poiché anche l'effetto di sostituzione di Hicks ha segno negativo, l'equazione di Slutsky ha la stessa forma che aveva in precedenza e viene interpretata esattamente allo stesso modo. Sia la definizione dell'effetto di sostituzione di Slutsky che quella di Hicks hanno la loro utilità, che dipende dal problema considerato. Si può comunque dimostrare che nel caso di piccole variazioni di prezzo i due effetti di sostituzione sono praticamente identici.

8.9 Curve di domanda compensate

Abbiamo esaminato le variazioni della quantità domandata al variare del prezzo in tre contesti differenti: mantenendo fisso il reddito (il caso standard), mantenendo fisso il potere d'acquisto (l'effetto di sostituzione di Slutsky) o mantenendo fissa l'utilità (effetto di sostituzione di Hicks). Possiamo anche rappresentare graficamente la relazione tra prezzo e quantità domandata mantenendo fissa una delle tre variabili, ottenendo tre differenti curve di domanda: la curva di domanda standard, la curva di domanda di Slutsky e la curva di domanda di Hicks.

L'analisi svolta in questo capitolo ha mostrato che le curve di domanda di Slutsky e di Hicks hanno sempre inclinazione negativa. Inoltre, anche la curva di domanda standard ha inclinazione negativa nel caso di beni normali. Tuttavia, come ha dimostrato Giffen, è teoricamente possibile che la curva di domanda abbia inclinazione positiva nel caso di beni inferiori.

La curva di domanda di Hicks — quella in cui si mantiene costante l'utilità — è talvolta chiamata **curva di domanda compensata**. Il perché di questa denominazione è chiaro, se si pensa al modo in cui abbiamo costruito la curva di domanda di Hicks aggiustando il reddito al variare del prezzo in modo da mantenere costante l'utilità del consumatore. Quindi il consumatore è "compensato" delle variazioni di prezzo, e la sua utilità è costante in qualsiasi punto della curva di domanda di Hicks. Questo è in contrasto con la situazione rappresentata dalla ordinaria curva di domanda. Infatti in quel caso il benessere del consumatore diminuisce in corrispondenza di prezzi più elevati, poiché il suo reddito si mantiene costante.

La curva di domanda compensata risulta molto utile in alcuni corsi avanzati, specialmente nell'analisi costi-benefici. In questo tipo di analisi è naturale chiedersi quali pagamenti sarebbero necessari per compensare i consumatori degli effetti di qualche modifica della politica economica. La grandezza di tali pagamenti fornisce una stima del costo della nuova politica. Tuttavia, la rappresentazione effettiva della curva di domanda compensata richiede una strumentazione matematica più raffinata di quella che abbiamo sviluppato in questo testo.

Sommario

1. La diminuzione del prezzo di un bene ha due effetti sul consumo. La variazione dei prezzi relativi spinge il consumatore ad aumentare il consumo del bene meno caro. L'aumento del potere d'acquisto dovuto alla diminuzione del prezzo può aumentare oppure diminuire il consumo, a seconda che il bene sia normale oppure inferiore.

2. La variazione della domanda dovuta alla variazione dei prezzi relativi è detta effetto di sostituzione. La variazione dovuta alla variazione del potere d'acquisto è detta effetto di reddito.

3. L'effetto di sostituzione rappresenta la variazione della domanda al variare dei prezzi, quando venga mantenuto costante il potere d'acquisto in modo che sia ancora possibile acquistare il paniere iniziale. Per mantenere costante il potere d'acquisto reale, il reddito monetario deve variare, in modo da avere $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.

4. L'equazione di Slutsky esprime la variazione complessiva della domanda come somma dell'effetto di sostituzione e dell'effetto di reddito.

5. Per la legge della domanda, le curve di domanda dei beni normali devono essere inclinate negativamente.

Domande

1. Supponiamo che le preferenze di un consumatore siano relative a due beni perfetti sostituti. È possibile variare i prezzi in modo tale che l'intera variazione della domanda sia dovuta all'effetto di reddito?

2. Supponiamo che le preferenze siano concave: l'effetto di sostituzione ha ancora segno negativo?

3. Nel caso della tassa sulla benzina, che cosa accadrebbe se la somma rimborsata ai consumatori fosse calcolata in base al consumo iniziale di benzina, x, invece che in base a x', il consumo finale?

4. Nel caso descritto nella domanda precedente, la somma versata dal governo ai consumatori sarebbe superiore o inferiore alle entrate derivanti dalla tassa?

5. In questo caso la soddisfazione dei consumatori sarebbe maggiore o minore se fossero applicati la tassa e il rimborso in base al consumo iniziale?

APPENDICE

Deriveremo l'equazione di Slutsky impiegando il calcolo differenziale. Consideriamo nuovamente la definizione dell'effetto di sostituzione di Slutsky, in cui si fa variare il reddito in modo tale che il consumatore possa acquistare il paniere di consumo iniziale, che indicheremo con $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Se i prezzi sono (p_1, p_2), la scelta effettiva del consumatore, con questo aggiustamento, dipenderà da (p_1, p_2) e da $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$. Questo rapporto viene definito **funzione di domanda di Slutsky** del bene 1 e viene scritto $x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)$.

Supponiamo che il paniere domandato inizialmente sia $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ in corrispondenza dei prezzi $(\overline{p}_1, \overline{p}_2)$ e del reddito $\overline{m}$. Dalla funzione di domanda di Slutsky sappiamo quale sarebbe la domanda del consumatore in corrispondenza di prezzi (p_1, p_2) e reddito $p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2$. La funzione di domanda di Slutsky in corrispondenza di $(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)$ equivale esattamente alla consueta funzione di domanda in corrispondenza di (p_1, p_2) e del reddito $p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2$, e cioè:

$$x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2) \equiv x_1(p_1, p_2, p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2)$$

da cui risulta che la domanda di Slutsky in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2) corrisponde alla quantità che il consumatore domanderebbe se il suo reddito fosse sufficiente per acquistare il paniere iniziale $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$: questa è esattamente la definizione della funzione di domanda di Slutsky.

Se differenziamo questa identità, otteniamo

$$\frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\overline{x}_1$$

da cui

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\overline{x}_1.$$

Si noti l'uso della regola di derivazione delle funzioni composte in questo calcolo.

Questa è l'equazione di Slutsky in termini di derivate, ed esprime l'effetto complessivo di una variazione del prezzo come somma di un effetto di sostituzione (nel quale il reddito viene fatto variare in modo che l'acquisto del paniere $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ sia ancora appena possibile) e di un effetto di reddito. Nel testo abbiamo già osservato che l'effetto di sostituzione ha segno negativo e che il segno dell'effetto di reddito dipende dal fatto che il bene in questione sia o no inferiore. Si può osservare che questa è esattamente la forma dell'equazione di Slutsky considerata nel testo, tranne per il fatto che l'operatore Δ è sostituito con il simbolo di derivata.

È possibile ottenere un'equazione di Slutsky anche per l'effetto di sostituzione di Hicks. Indichiamo con $x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})$ la funzione di domanda hicksiana, che esprime la domanda del bene 1 in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2), se il reddito viene fatto variare in modo da mantenere il livello di *utilità* costante in corrispondenza del livello iniziale $\overline{u}$. In questo caso l'equazione di Slutsky diventa

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m}\overline{x}_1.$$

La dimostrazione di questa equazione si basa sul fatto che

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1}$$

nel caso di variazioni infinitesime di prezzo. Ciò significa che per variazioni di prezzo infinitesime, gli effetti di sostituzione di Slutsky e di Hicks si equivalgono. La dimostrazione non è difficile, ma è necessario usare alcuni concetti che vanno al di là degli obiettivi del nostro libro. Una dimostrazione relativamente semplice si può trovare in Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, terza edizione, New York, Norton, 1992.

ESEMPIO: Rimborso di una piccola tassa

Possiamo usare l'equazione di Slutsky espressa in termini di derivate, per studiare come le scelte di consumo varino in corrispondenza di una lieve variazione di una tassa se le entrate che ne derivano sono rimborsate ai consumatori. Supponiamo, come abbiamo già fatto, che la tassa provochi un aumento del prezzo pari al suo intero ammontare. Indichiamo con x la quantità di benzina, con p il suo prezzo iniziale e con t l'ammontare della tassa. La variazione del consumo sarà pertanto

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p}t + \frac{\partial x}{\partial m}tx.$$

Il primo termine corrisponde al prodotto tra la variazione della domanda rispetto al variare del prezzo e l'ammontare della variazione del prezzo — cioè all'effetto della tassa sul prezzo. Il secondo termine corrisponde al prodotto tra la variazione della domanda al variare del reddito e l'ammontare della variazione del reddito: l'aumento del reddito equivale all'ammontare della tassa rimborsata al consumatore.

Usiamo ora l'equazione di Slutsky per sviluppare il primo termine del membro di destra e ottenere gli effetti di sostituzione e di reddito al variare del prezzo:

$$dx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t - \frac{\partial x}{\partial m}tx + \frac{\partial x}{\partial m}tx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t.$$

L'effetto di reddito si elimina e resta l'effetto di sostituzione. Imporre una piccola tassa e rimborsarne le entrate equivale a far variare il prezzo e il reddito in modo tale che sia ancora appena possibile acquistare il paniere di consumo iniziale, questo finché l'ammontare della tassa è abbastanza piccolo da consentire l'approssimazione in termini di derivate.

9

ACQUISTARE E VENDERE

Nel semplice modello fin qui esaminato, si considerava come dato il reddito del consumatore. In realtà il reddito è ottenuto vendendo ciò che si possiede: i beni prodotti, le attività finanziarie accumulate oppure, più comunemente, il lavoro. In questo capitolo modificheremo il modello precedente in modo da descrivere questo tipo di comportamento.

9.1 Domande nette e lorde

Anche in questo caso ci limiteremo a considerare il modello a due beni. Supponiamo che il consumatore abbia inizialmente una **dotazione** dei due beni, che indicheremo con (ω_1, ω_2)[1], che rappresenta la quantità dei due beni che il consumatore possiede *prima* di presentarsi sul mercato. Un esempio potrebbe essere quello di un agricoltore che va al mercato con ω_1 unità di carote e ω_2 unità di patate, osserva i prezzi e decide quanto acquistare e quanto vendere dei due beni.

Distinguiamo ora tra **domande lorde** e **domande nette** di un consumatore. La domanda lorda di un bene rappresenta la quantità del bene che viene consumata effettivamente, cioè la quantità di ciascun bene di cui alla fine il consumatore dispone. La domanda netta di un bene è la *differenza* tra ciò che il consumatore

[1] Il simbolo ω è la lettera greca *omega* minuscola.

effettivamente consuma (la domanda lorda) e la dotazione iniziale dei beni: la domanda netta di un bene indica semplicemente la quantità acquistata o venduta del bene.

Se (x_1, x_2) indica le domande lorde, allora $(x_1 - \omega_1, x_2 - \omega_2)$ rappresenterà le domande nette. Si noti che mentre le domande lorde sono positive, le domande nette possono essere sia positive che negative. Se la domanda netta del bene 1 è negativa ciò significa che il consumatore decide di consumare una quantità del bene 1 minore di quella che possiede, cioè che vuole *offrire* il bene 1 sul mercato: una domanda netta negativa non è altro che una quantità offerta sul mercato.

Per la teoria economica, le domande lorde rivestono maggiore importanza, poiché rappresentano ciò che effettivamente interessa il consumatore. Ma, in effetti, sul mercato sono proprio le domande nette a manifestarsi, rappresentando ciò che comunemente si intende per domanda e offerta.

9.2 Il vincolo di bilancio

Come esprimeremo in questo caso il vincolo di bilancio? Possiamo dire che il valore del paniere di beni di cui il consumatore dispone alla fine deve essere uguale al valore del paniere di cui era dotato inizialmente. Ciò si esprime in termini algebrici nel modo seguente:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

o, nei termini delle domande nette:

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0.$$

Se $(x_1 - \omega_1)$ ha segno positivo, il consumatore viene detto **acquirente netto** del bene 1; se ha segno negativo, viene definito **venditore netto** o **offerente netto**. Per l'equazione precedente, il valore di ciò che il consumatore acquista deve essere uguale al valore di ciò che egli vende, il che sembra piuttosto ragionevole.

Potremmo anche rappresentare la retta di bilancio, nel caso di una dotazione, in un modo simile a quello usato in precedenza. Sono allora necessarie due equazioni:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$
$$m = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2.$$

Dati i prezzi, è dato anche il valore della dotazione iniziale e quindi il reddito monetario del consumatore.

Rappresentiamo graficamente la retta di bilancio. Quando i prezzi sono fissati, è fissato anche il reddito monetario: otteniamo quindi un'equazione di bilancio uguale a quelle precedenti. L'inclinazione sarà allora $-p_1/p_2$, e l'unico problema da risolvere è determinare la posizione della retta.

La posizione della retta può essere determinata grazie a questa semplice osservazione: il paniere delle dotazioni si trova sempre sulla retta di bilancio, cioè $x_1 = \omega_1$ e $x_2 = \omega_2$ è un valore di (x_1, x_2) che soddisfa l'equazione di bilancio.

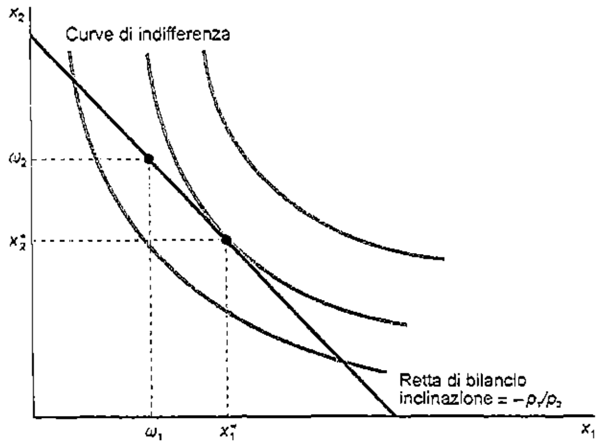


Figura 9.1 **La retta di bilancio.** La retta di bilancio passa per il punto corrispondente al paniere delle dotazioni e ha inclinazione $-p_1/p_2$.

L'acquisto del paniere di dotazioni è sempre possibile, poiché quanto il consumatore può spendere equivale esattamente al valore della dotazione.

In definitiva la retta di bilancio avrà inclinazione $-p_1/p_2$ e passerà per il punto corrispondente alle dotazioni, come nella Figura 9.1.

Dato questo vincolo di bilancio, il consumatore può scegliere il paniere di consumo ottimo, esattamente come prima. Nella Figura 9.1 abbiamo rappresentato un esempio di paniere di consumo ottimo, (x_1^*, x_2^*): come in precedenza, esso soddisferà la condizione di ottimo, che comporta che il saggio marginale di sostituzione sia uguale al rapporto tra i prezzi.

In questo caso $x_1^* > \omega_1$ e $x_2^* < \omega_2$: il consumatore è pertanto un acquirente netto del bene 1 e un venditore netto del bene 2. Le domande nette rappresentano soltanto le quantità dei due beni che il consumatore acquista o vende: egli infatti può decidere di acquistare o vendere a seconda dei prezzi relativi dei due beni.

9.3 Variazioni delle dotazioni

Nel corso della precedente analisi del comportamento di scelta, abbiamo osservato come può variare il consumo ottimo a seguito di variazioni del reddito monetario, se i prezzi vengono mantenuti fissi. Possiamo ora chiederci come vari il consumo ottimo al variare delle *dotazioni*, mentre i prezzi rimangono fissi.

Supponiamo, per esempio, che la dotazione vari da (ω_1, ω_2) a un altro valore (ω_1', ω_2') tale che

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 > p_1\omega_1' + p_2\omega_2'.$$

Ciò significa che il valore della nuova dotazione (ω_1', ω_2') è inferiore a quello della dotazione iniziale — cioè è inferiore il reddito monetario che il consumatore potrebbe ottenere vendendo la dotazione.

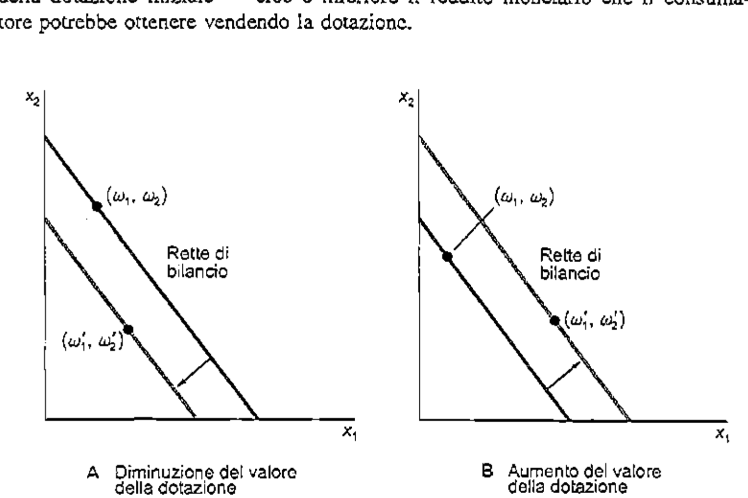


Figura 9.2 **Variazioni del valore delle dotazioni.** Nel caso A il valore delle dotazioni diminuisce, nel caso B aumenta.

La Figura 9.2A rappresenta questa situazione: la retta di bilancio si sposta verso l'interno. Poiché ciò equivale esattamente a una riduzione del reddito monetario, possiamo trarre le stesse conclusioni che abbiamo tratto a proposito di quel caso. Per prima cosa, la soddisfazione del consumatore è decisamente inferiore in presenza della dotazione (ω_1', ω_2') di quanto non lo fosse in presenza della dotazione iniziale, poiché sono state ridotte le sue possibilità di consumo. In secondo luogo, la domanda di ciascun bene varierà a seconda che si tratti di un bene normale oppure di un bene inferiore.

Se il bene 1, per esempio, è un bene normale, e la dotazione del consumatore varia in modo che se ne riduce il valore, possiamo concludere che la domanda del bene 1 diminuirà.

La Figura 9.2B illustra il caso in cui il valore della dotazione aumenta. Seguendo il ragionamento precedente, concludiamo che se la retta di bilancio si sposta verso destra senza che se ne modifichi l'inclinazione, la soddisfazione del consumatore deve aumentare. In termini algebrici, se la dotazione varia da (ω_1, ω_2) a (ω_1', ω_2') e $p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega_1' + p_2\omega_2'$, allora il nuovo insieme di bilancio del consumatore deve contenere il suo insieme di bilancio iniziale. Ciò significa, a sua volta, che la scelta ottima del consumatore all'interno del nuovo insieme di bilancio deve essere preferita alla scelta ottima relativamente alla dotazione iniziale.

Vale la pena di riflettere su quest'ultimo punto. Nel Capitolo 7 abbiamo sostenuto che se un paniere di consumo ha un costo superiore a quello di un altro paniere, ciò non significa necessariamente che sia preferito all'altro, ma questa affermazione è valida soltanto per un paniere che debba essere *consumato*. Se un consumatore può vendere un paniere di beni in un mercato libero a prezzi costanti, preferirà sempre un paniere con un valore più alto a uno con valore più basso, semplicemente perché un paniere con un valore più alto gli consente di ottenere un reddito più elevato e quindi maggiori possibilità di consumo. Perciò una *dotazione* che abbia un valore più elevato sarà sempre preferita a una che ne abbia uno più basso: questa semplice osservazione avrà in seguito alcune importanti implicazioni.

Dobbiamo ancora considerare che cosa avvenga nel caso in cui $p_1\omega_1 + p_2\omega_2 = p_1\omega_1' + p_2\omega_2'$. In questo caso l'insieme di bilancio non subisce alcuna variazione: la soddisfazione del consumatore è la stessa in presenza di (ω_1, ω_2) e di (ω_1', ω_2') e la sua scelta ottima dovrebbe essere identica. La dotazione si è semplicemente spostata lungo la retta di bilancio iniziale.

9.4 Variazioni di prezzo

In precedenza, quando abbiamo studiato la variazione della domanda al variare dei prezzi, abbiamo mantenuto l'ipotesi che il reddito monetario rimanesse costante. Ora, poiché il reddito monetario risulta determinato dal valore della dotazione, tale ipotesi è inaccettabile: se varia il valore di un bene venduto dal consumatore, il suo reddito monetario varierà sicuramente. Nel caso in cui il consumatore abbia una dotazione, la variazione dei prezzi implicherà automaticamente una variazione del reddito.

Analizziamo dapprima questa affermazione in termini geometrici. Sappiamo che, se il prezzo del bene 1 diminuisce, la retta di bilancio diventa più piatta. Poiché l'acquisto del paniere delle dotazioni è sempre possibile, ciò significa che la retta di bilancio deve ruotare attorno al punto corrispondente alle dotazioni, come nella Figura 9.3.

In questo caso, il consumatore è inizialmente un venditore del bene 1, e resta tale anche dopo che il prezzo è diminuito. Per quanto riguarda il benessere del consumatore, nel caso in questione egli si troverà su di una curva di indifferenza più bassa, in conseguenza della variazione del prezzo. Per verificare se ciò sia vero in generale, applichiamo la teoria delle preferenze rivelate.

Se il consumatore continua a essere un venditore, ciò significa che il nuovo paniere di consumo deve trovarsi sul tratto più marcato della nuova retta di bilancio. Questo tratto si trova all'interno dell'insieme di bilancio iniziale: le scelte corrispondenti erano quindi possibili prima della variazione del prezzo. Di conseguenza, secondo la teoria delle preferenze rivelate, tutte queste scelte sono peggiori del paniere di consumo iniziale. Possiamo pertanto concludere che se diminuisce il prezzo di un bene venduto dal consumatore e questi decide di restare venditore, allora il suo benessere deve diminuire.

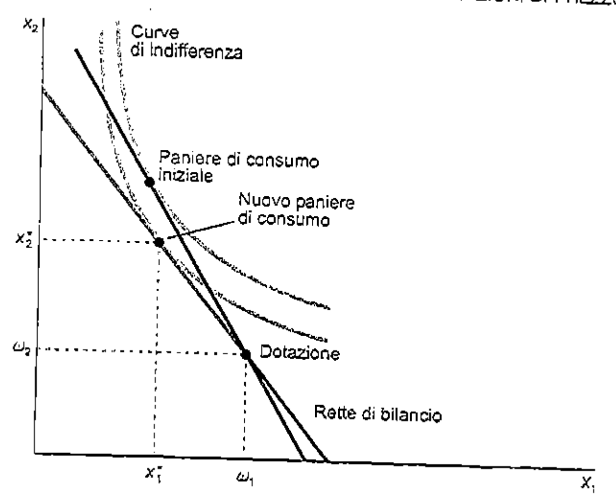


Figura 9.3

Diminuzione del prezzo del bene 1. La diminuzione del prezzo del bene 1 fa ruotare la retta di bilancio attorno al punto corrispondente al paniere delle dotazioni. Se il consumatore continua ad essere un venditore, la sua soddisfazione deve diminuire.

Nel caso in cui invece diminuisca il prezzo di un bene che il consumatore vende e questi decida di diventare un acquirente di quel bene, è impossibile stabilire se la soddisfazione del consumatore sarà maggiore o minore.

Prendiamo ora in considerazione il caso in cui il consumatore sia un acquirente netto di un bene. La situazione allora si inverte: quando il consumatore è un acquirente netto di un bene, se il prezzo *aumenta* e il consumatore decide in modo ottimale di continuare a essere un acquirente, allora la sua soddisfazione deve certamente diminuire. Ma, se a causa dell'aumento del prezzo il consumatore decide di diventare un venditore, la sua soddisfazione potrebbe sia aumentare che diminuire. Come nei casi descritti in precedenza, ciò deriva da una semplice applicazione della teoria delle preferenze rivelate: è comunque opportuno tracciare un grafico, per capire meglio come questo avvenga.

La teoria delle preferenze rivelate ci consente anche di fare alcune interessanti osservazioni sulla decisione del consumatore di restare un acquirente oppure di diventare un venditore al variare dei prezzi. Supponiamo che il consumatore sia un acquirente netto del bene 1, come nella Figura 9.4, e osserviamo che cosa accade se il prezzo del bene 1 *diminuisce*: la retta di bilancio diventerà più piatta.

Naturalmente non possiamo dire esattamente se il consumatore acquisterà quantità maggiori o minori del bene 1, perché ciò dipende dai suoi gusti. Ciò che possiamo sicuramente affermare è che *il consumatore continuerà a essere un acquirente netto del bene 1 e non deciderà di diventare un venditore.*

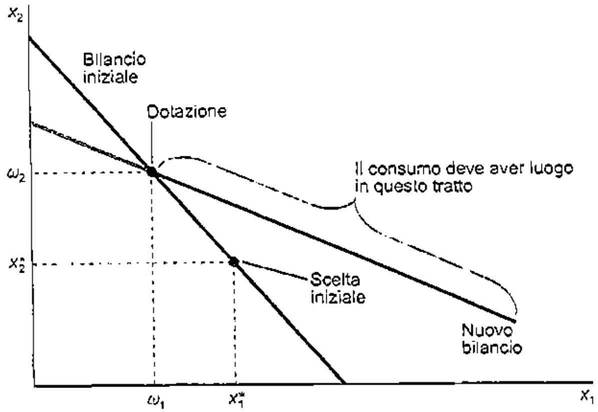


Figura 9.4 **Diminuzione del prezzo del bene 1.** Se un individuo è un acquirente e il prezzo di ciò che sta acquistando diminuisce, continuerà a essere un acquirente.

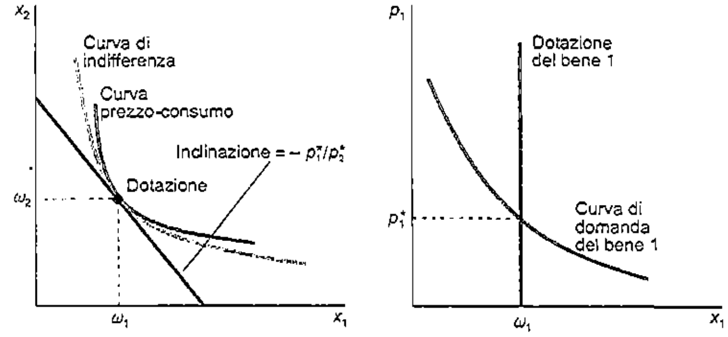
Per dimostrare questa affermazione, è sufficiente pensare a che cosa accadrebbe se il consumatore decidesse di diventare un venditore: in questo caso i suoi consumi dovrebbero trovarsi sul tratto più marcato della nuova retta di bilancio della Figura 9.4. Ma tali panieri di consumo erano possibili anche quando il consumatore si trovava di fronte alla retta di bilancio iniziale, e sono stati scartati a favore di (x_1^*, x_2^*). Pertanto (x_1^*, x_2^*) è migliore di tutti quei punti ed è un paniere di consumo possibile che si trova al di sotto della *nuova* retta di bilancio. Per questo motivo, qualsiasi paniere venga scelto al di sotto della nuova retta di bilancio, deve essere migliore di (x_1^*, x_2^*) — e quindi migliore di ciascun punto che stia sul tratto più marcato della nuova retta di bilancio. Ne consegue che il consumo di x_1 deve trovarsi alla destra del punto corrispondente alle dotazioni del consumatore, cioè questi deve continuare a essere un acquirente netto del bene 1.

Questa affermazione è valida ugualmente se è applicata a un venditore netto: se aumenta il prezzo del bene che il consumatore vende, egli non deciderà di diventare un acquirente netto. Non possiamo affermare con sicurezza se il consumatore aumenterà o diminuirà il consumo del bene che vende, ma siamo certi che, se il suo prezzo aumenta, continuerà a venderlo.

9.5 Curve prezzo-consumo e curve di domanda

Nel Capitolo 6 abbiamo visto che le curve prezzo-consumo rappresentano le combinazioni di beni domandati da un consumatore e che le curve di domanda rappresentano la relazione tra prezzo e quantità domandata di un bene. Lo stesso vale se il consumatore ha una dotazione di entrambi i beni.

Osserviamo, per esempio, la Figura 9.5, che rappresenta la curva di domanda e la curva prezzo-consumo di un consumatore. La curva prezzo-consumo passerà sempre per il punto corrispondente alla dotazione, perché per qualche prezzo la dotazione sarà un paniere domandato, cioè, in corrispondenza di certi prezzi, la scelta ottima del consumatore sarà di non scambiare.



A Curva prezzo-consumo B Curva di domanda

Figura 9.5 **Curva prezzo-consumo e curva di domanda.** Sono due modi di descrivere la relazione tra il paniere domandato e i prezzi in presenza di dotazioni date.

Abbiamo già osservato che il consumatore può decidere di essere un acquirente del bene 1 per certi prezzi e un venditore dello stesso bene per altri prezzi; pertanto la curva prezzo-consumo si troverà sia alla destra che alla sinistra del punto di dotazione.

La curva di domanda della Figura 9.5 è la curva di domanda lorda e rappresenta la quantità complessiva del bene 1 che il consumatore sceglie di consumare. La Figura 9.6 rappresenta la curva di domanda netta.

Osserviamo che la domanda netta del bene 1 sarà negativa per alcuni prezzi. Ciò avviene quando il prezzo del bene 1 è così alto che il consumatore sceglie di diventare un venditore di tale bene: per certi prezzi, il consumatore si trasforma da acquirente netto in offerente netto.

Convenzionalmente la curva di offerta viene rappresentata nell'ortante positivo, per quanto sarebbe in effetti più logico considerare l'offerta come una domanda negativa. Qui seguiamo, comunque, la tradizione e disegniamo la curva di offerta netta nel modo consueto, cioè considerandola una quantità positiva, come nella Figura 9.6.

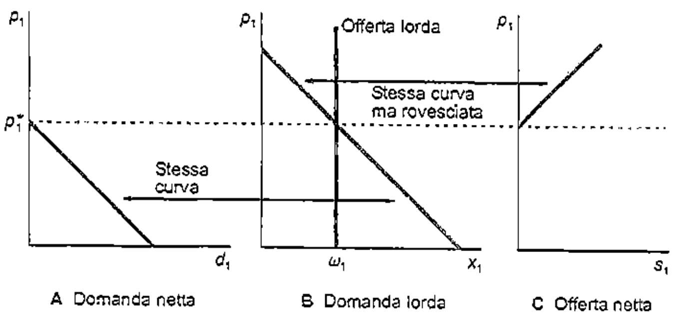


Figura 9.6 **Domanda lorda, domanda netta e offerta netta.** Come impiegare la domanda lorda e la domanda netta per rappresentare il comportamento di domanda e offerta.

In termini algebrici, $d_1(p_1,p_2)$, la domanda netta del bene 1, equivale alla differenza tra la domanda lorda $x_1(p_1,p_2)$ e la dotazione del bene 1, quando questa differenza è positiva, cioè quando il consumatore desidera una quantità maggiore di quella che già possiede:

$$d_1(p_1,p_2) = \begin{cases} x_1(p_1,p_2) - \omega_1 & \text{se è positivo;} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

La curva di offerta netta è la differenza tra la quantità del bene 1 che il consumatore possiede e quella che desidera, quando *questa* differenza è positiva:

$$s_1(p_1,p_2) = \begin{cases} \omega_1 - x_1(p_1,p_2) & \text{se è positivo;} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Ciò che abbiamo detto a proposito delle proprietà della funzione di domanda si estende alla funzione di offerta, poiché l'offerta equivale ad una domanda negativa. Se la curva di domanda *lorda* ha sempre inclinazione negativa, quella di offerta avrà inclinazione positiva. È naturale che, se un aumento del prezzo fa aumentare il valore assoluto di una domanda netta negativa, esso dovrà necessariamente far aumentare il valore, positivo, dell'offerta.

9.6 Riesame dell'equazione di Slutsky

La teoria delle preferenze rivelate non consente di rispondere completamente al nostro principale interrogativo: come la domanda di un bene reagisca alla variazione del prezzo. Nel Capitolo 8 abbiamo osservato che se il reddito monetario viene mantenuto costante, una diminuzione del prezzo deve comportare un aumento della domanda di un bene normale.

Sottolineiamo l'espressione "se il reddito monetario viene mantenuto costante": il caso che stiamo esaminando, infatti, richiede che vi sia necessariamente una variazione del reddito monetario, poiché il valore delle dotazioni varierà necessariamente al variare del prezzo.

Nel Capitolo 8 abbiamo descritto l'equazione di Slutsky, che scompone la variazione della domanda al variare del prezzo in un effetto di sostituzione ed in un effetto di reddito: l'effetto di reddito è dovuto alla variazione del potere d'acquisto al variare dei prezzi. Ma ora il potere d'acquisto varia al variare del prezzo per due ragioni. La prima è connessa alla definizione dell'equazione di Slutsky: quando un prezzo diminuisce, per esempio, un consumatore può acquistare la stessa quantità del bene che acquistava prima, risparmiando una certa quantità di denaro. È questo l'**effetto di reddito ordinario**. Ma il secondo effetto è nuovo: se il prezzo di un bene varia, varia anche il valore della dotazione del consumatore e, di conseguenza, il reddito monetario. Se, per esempio, un consumatore è un venditore netto di un bene, una riduzione del prezzo farà diminuire direttamente il suo reddito monetario, poiché non potrà più ottenere per la sua dotazione la stessa quantità di denaro che in precedenza. In questo caso, oltre agli effetti che abbiamo già visto, vi sarà un effetto di reddito addizionale derivante dall'influenza dei prezzi sul valore del paniere di dotazione, definito **effetto di reddito di dotazione**.

Nell'equazione di Slutsky vista in precedenza il reddito monetario veniva considerato fisso, mentre ora dovremo esaminarne la variazione al variare del valore delle dotazioni. Se calcoliamo l'effetto di una variazione del prezzo sulla domanda, l'equazione di Slutsky diventa:

variazione complessiva della domanda = variazione dovuta all'effetto di sostituzione + variazione della domanda dovuta all'effetto di reddito ordinario + variazione della domanda dovuta all'effetto di reddito di dotazione.

I primi due effetti ci sono noti. Indichiamo ora con Δx_1 la variazione complessiva della domanda, con Δx_1^s la variazione della domanda dovuta all'effetto di sostituzione, e con Δx_1^m la variazione della domanda dovuta all'effetto di reddito ordinario. Possiamo ora sostituire questi termini nella precedente "equazione verbale" per ottenere l'equazione di Slutsky in termini di saggi di variazione:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - x_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} + \text{effetto di reddito di dotazione.} \qquad (9.1)$$

Esaminiamo più in dettaglio l'ultimo termine: se varia il prezzo delle dotazioni, varierà il reddito monetario, e la variazione del reddito monetario provocherà una variazione della domanda. L'effetto di reddito di dotazione si scompone pertanto in due termini:

effetto di reddito di dotazione = variazione della domanda al variare del reddito × variazione del reddito al variare del prezzo. (9.2)

Esaminiamo il secondo effetto. Poiché il reddito è

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$

otteniamo

$$\frac{\Delta m}{\Delta p_1} = \omega_1$$

che ci dice come il reddito monetario vari al variare del prezzo del bene 1: se un consumatore ha 10 unità del bene 1 da vendere e il prezzo aumenta di un dollaro, il suo reddito monetario aumenterà di 10 dollari.

Il primo termine dell'equazione (9.2) rappresenta la variazione della domanda al variare del reddito: ciò è espresso dal rapporto $\Delta x_1^m/\Delta m$ — la variazione della domanda divisa per la variazione del reddito. L'effetto di reddito di dotazione è dato pertanto da

$$\text{effetto di reddito di dotazione} = \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}\frac{\Delta m}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}\omega_1. \tag{9.3}$$

Se inseriamo l'equazione (9.3) nella (9.1), otteniamo la forma finale dell'equazione di Slutsky:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

Possiamo impiegare questa equazione per rispondere al quesito posto in precedenza. Sappiamo che il segno dell'effetto di sostituzione è sempre negativo, cioè opposto alla direzione della variazione del prezzo. Supponiamo di prendere in considerazione un bene normale, cioè che $\Delta x_1^m/\Delta m > 0$: allora il segno dell'effetto di reddito combinato dipenderà dal fatto che l'individuo sia un acquirente netto o un venditore netto. Se il consumatore è un acquirente netto di un bene normale e il prezzo aumenta, ne acquisterà necessariamente quantità minori. Se egli invece è un venditore netto di un bene normale, non conosciamo con esattezza il segno dell'effetto complessivo: esso dipende dalla grandezza dell'effetto di reddito combinato (positivo) rispetto alla grandezza dell'effetto di sostituzione (negativo).

Ciascuna di queste variazioni può essere rappresentata graficamente, come in precedenza, ma in questo caso il grafico risulta piuttosto complicato: prendiamo in esame la Figura 9.7, che rappresenta la scomposizione di Slutsky di una variazione di prezzo. La variazione globale della domanda del bene 1 viene rappresentata dal movimento da A a C, che corrisponde alla somma di tre movimenti diversi: l'effetto di sostituzione, cioè il movimento da A a B, e due effetti di reddito. L'effetto di reddito ordinario, cioè il movimento da B a D, corrisponde alla variazione della domanda *quando venga mantenuto fisso il reddito monetario*. Si tratta dell'effetto di reddito esaminato nel Capitolo 8. Ma poiché il valore della dotazione varia al variare dei prezzi, si aggiunge ora un altro effetto di reddito: a causa della variazione del valore della dotazione, varia il reddito monetario. Questa variazione del reddito monetario sposta la retta di bilancio nuovamente verso sinistra in modo che passi per il punto corrispondente al paniere delle dotazioni. Questo effetto di reddito di dotazione è rappresentato dallo spostamento della domanda da D a C.

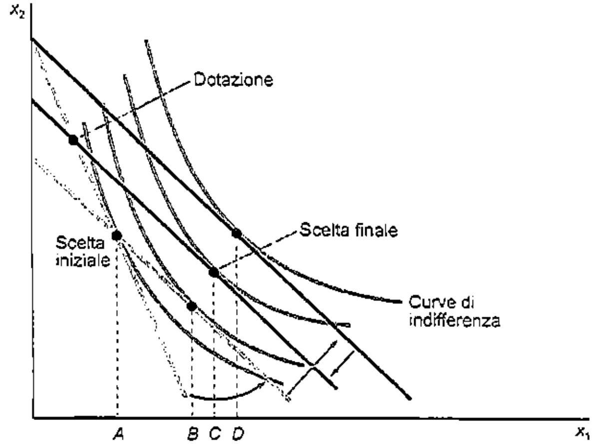


Figura 9.7 **L'equazione di Slutsky riesaminata.** La scomposizione dell'effetto della variazione del prezzo nell'effetto di sostituzione (da A a B), nell'effetto di reddito ordinario (da B a D) e nell'effetto di reddito di dotazione (da D a C).

9.7 L'uso dell'equazione di Slutsky

Supponiamo ora di considerare il caso in cui un consumatore venda mele e arance prodotte nel suo frutteto, come il consumatore descritto all'inizio del Capitolo 8. Ricordiamo che il consumatore poteva consumare quantità maggiori di mele se il loro prezzo aumentava. Non è difficile dimostrarlo se utilizziamo l'equazione di Slutsky vista nel corso di questo capitolo. Se indichiamo con x_a la domanda di mele del consumatore e con p_a il loro prezzo, allora:

$$\frac{\Delta x_a}{\Delta p_a} = \underset{(-)}{\frac{\Delta x_a^s}{\Delta p_a}} + \underset{(+)}{(\omega_a - x_a)}\ \underset{(+)}{\frac{\Delta x_a^m}{\Delta m}}.$$

Cioè la variazione complessiva della domanda di mele al variare del prezzo è uguale alla somma dell'effetto di sostituzione e dell'effetto di reddito. L'effetto di sostituzione agisce nella direzione "giusta": l'aumento del prezzo fa diminuire la domanda di mele. Ma se le mele sono un bene normale per questo consumatore, l'effetto di reddito agisce nella direzione "sbagliata". Poiché il consumatore è un venditore netto di mele, l'aumento del loro prezzo fa aumentare il suo reddito monetario in modo tale che egli desidera consumarne quantità maggiori proprio a causa dell'effetto di reddito. Se l'ultimo termine prevale sull'effetto di sostituzione, otteniamo il risultato "perverso".

ESEMPIO: Calcolo dell'effetto di reddito di dotazione

Consideriamo un semplice esempio numerico. Supponiamo che un allevatore produca 40 litri di latte alla settimana e che, inizialmente, il prezzo del latte sia \$3 il litro. La sua funzione di domanda di latte, per il suo consumo, è

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Poiché produce 40 litri a \$3 il litro, il suo reddito sarà \$120 alla settimana e la sua domanda iniziale di latte sarà pertanto $x_1 = 14$. Supponiamo ora che il prezzo del latte scenda a \$2 il litro: il reddito monetario diventerà allora $m' = 2 \times 40 = \$80$ e la domanda sarà $x_1' = 10 + 80/20 = 14$.

Se il reddito monetario fosse rimasto fisso a $m = \$120$, l'allevatore avrebbe acquistato $x_1 = 10 + 120/10 \times 2 = 16$ litri di latte a questo prezzo. L'effetto di reddito di dotazione — la variazione della domanda dovuta alla variazione del valore della dotazione — equivale pertanto a -2. Nel Capitolo 8 abbiamo già calcolato gli effetti di sostituzione e di reddito ordinario per questo problema.

9.8 Offerta di lavoro

Impieghiamo l'idea di dotazione per analizzare le scelte di un consumatore relativamente all'offerta di lavoro. Il consumatore può scegliere di lavorare molto, ottenendo in questo modo un consumo relativamente elevato, oppure può scegliere di lavorare poco e di consumare poco. Le quantità di lavoro e di consumo saranno determinate dall'interazione tra le preferenze del consumatore e il vincolo di bilancio.

Il vincolo di bilancio

Supponiamo che il consumatore abbia inizialmente un reddito monetario M, che lavori o no: potrebbe trattarsi di un reddito da investimenti, di donazioni familiari, o altro. Definiamo questo reddito **reddito non da lavoro**. (Può darsi che il consumatore abbia un reddito non da lavoro uguale a zero, ma vogliamo ammettere la possibilità che non sia così).

Indichiamo con C la quantità consumata dal consumatore e con p il suo prezzo. Se w indica il salario e L la quantità di lavoro offerta, il vincolo di bilancio sarà

$$pC = M + wL$$

che significa che il valore di tutto ciò che il consumatore consuma deve essere uguale alla somma del suo reddito non da lavoro e del suo reddito da lavoro.

Confrontiamo questa formulazione con gli esempi precedenti di vincolo di bilancio: la differenza principale è che la scelta del consumatore, cioè l'offerta di lavoro, si trova nel membro di destra dell'equazione. Spostandola a sinistra, otteniamo

$$pC - wL = M.$$

Supponiamo ora che esista una quantità massima possibile di offerta di lavoro, per esempio 24 ore al giorno, 7 giorni alla settimana, o qualsiasi altra quantità coerente con le unità di misura impiegate. Indichiamo la quantità massima di tempo di lavoro con $\overline{L}$. Sommando $w\overline{L}$ a ciascun membro, con opportune trasformazioni, otteniamo

$$pC + w(\overline{L} - L) = M + w\overline{L}.$$

Indichiamo con $\overline{C} = M/p$ la quantità di consumo disponibile per il consumatore se non lavorasse affatto, vale a dire, la sua dotazione di consumo. Possiamo quindi scrivere

$$pC + w(\overline{L} - L) = p\overline{C} + w\overline{L}.$$

Questa equazione è molto simile a quelle viste in precedenza. Vi sono due variabili di scelta a sinistra e due variabili di dotazione a destra. La variabile $\overline{L} - L$ può essere interpretata come la quantità di "tempo libero", cioè del tempo durante il quale non si lavora. La indicheremo con R (come relax!), così che $R = \overline{L} - L$. Allora $\overline{R} = \overline{L}$ rappresenta la quantità complessiva di tempo libero disponibile e il vincolo di bilancio diviene

$$pC + wR = p\overline{C} + w\overline{R}.$$

L'equazione precedente è formalmente identica al primo vincolo di bilancio di questo capitolo e tuttavia la sua interpretazione è di gran lunga più interessante. Secondo questa equazione la somma del valore del consumo e del tempo libero deve essere uguale al valore della dotazione di consumo e della dotazione di tempo, quest'ultima valutata in base al salario del consumatore. Il salario non è quindi solo il prezzo del lavoro, ma anche il prezzo del *tempo libero*.

Supponiamo che il salario sia \$10 l'ora e che un individuo decida di consumare un'ora addizionale di tempo libero. Il prezzo di quell'ora addizionale di tempo libero equivale ai \$10 di reddito perduto. Gli economisti perciò definiscono talvolta il salario come il **costo opportunità** del tempo libero.

Il membro di destra del vincolo di bilancio viene definito, talvolta, **reddito pieno** o **reddito implicito** del consumatore, e rappresenta il valore di tutto ciò che il consumatore possiede, cioè la sua dotazione di beni di consumo, nel caso ne possieda, e la sua dotazione di tempo. È necessario distinguere tra il reddito pieno e il **reddito misurato** del consumatore, che rappresenta semplicemente il reddito derivante dalla vendita di una parte del suo tempo.

Questo vincolo di bilancio ha le stesse caratteristiche di quelli visti in precedenza: esso passa per il punto di dotazione $(\overline{L}, \overline{C})$ ed ha inclinazione $-w/p$. La dotazione equivale a ciò che il consumatore ottiene se non effettua alcuno scambio sul mercato, e l'inclinazione della retta di bilancio rappresenta il saggio al quale sul mercato verrà scambiato un bene con l'altro.

La scelta ottima corrisponderà al punto in cui il saggio marginale di sostituzione, cioè lo scambio, o trade-off, tra consumo e tempo libero, è uguale a w/p, il **salario reale**, come è rappresentato in Figura 9.8. In altri termini, il valore del consumo addizionale derivante dal lavorare un poco di più deve essere uguale al valore del

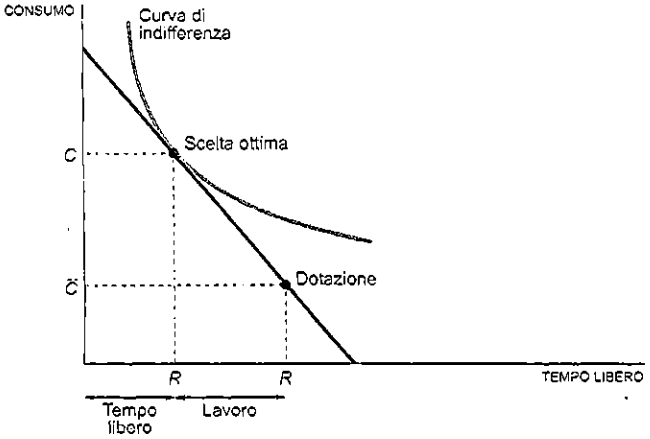


Figura 9.8 **Offerta di lavoro.** La scelta ottima rappresenta la domanda di tempo libero a partire dall'origine verso destra, e l'offerta di lavoro a partire dalla dotazione verso sinistra.

tempo libero perduto per consentire tale consumo. Il salario reale corrisponde alla quantità di consumo che può essere acquistato rinunciando ad un'ora di tempo libero.

9.9 Statica comparata dell'offerta di lavoro

Consideriamo dapprima la variazione dell'offerta di lavoro di un consumatore al variare del suo reddito monetario, quando vengano mantenuti fissi il prezzo e il salario. Come varieranno l'offerta di lavoro e la domanda di tempo libero se, per esempio, un consumatore vince alla lotteria e il suo reddito monetario aumenta considerevolmente?

Nella maggior parte dei casi l'offerta di lavoro diminuisce se il reddito monetario aumenta. In altre parole, il tempo libero è probabilmente un bene normale per la maggior parte delle persone: se aumenta il loro reddito monetario, esse scelgono di consumare quantità maggiori di tempo libero. Poiché esistono numerose prove a sostegno di questa osservazione, adotteremo l'ipotesi che il tempo libero sia un bene normale.

Quali sono le implicazioni di questa ipotesi sulla variazione dell'offerta di lavoro di un consumatore al variare del salario? Un aumento del salario produce diversi effetti: aumenta il reddito derivante dal lavoro e il tempo libero diventa più costoso. Possiamo isolare e analizzare questi effetti impiegando l'equazione di Slutsky e le nozioni di effetto di reddito e di sostituzione.

Se il salario aumenta, anche il prezzo del tempo libero diventa più elevato, e questo comporta una diminuzione del suo consumo (effetto di sostituzione). Poiché il tempo libero è un bene normale, possiamo prevedere che un aumento del salario comporterà necessariamente una diminuzione della domanda di tempo libero, cioè un aumento dell'offerta di lavoro. Questa è una conseguenza dell'equazione di Slutsky vista nel Capitolo 8. La curva di domanda di un bene normale deve avere inclinazione negativa. Se il tempo libero è un bene normale, quindi, la curva di offerta di lavoro deve avere inclinazione positiva.

Ma ciò pone qualche problema: in primo luogo non sembra accettabile, da un punto di vista intuitivo, che un aumento del salario si traduca *sempre* in un aumento dell'offerta di lavoro. Se il salario diventa molto elevato, è probabile che un lavoratore decida di "spendere" il reddito addizionale consumando tempo libero. Vediamo se è possibile conciliare questo comportamento apparentemente plausibile con la teoria esposta in precedenza.

Se la teoria fornisce una risposta sbagliata, ciò è dovuto, probabilmente, ad una sua applicazione erronea. In questo caso è proprio così. L'esempio di Slutsky citato in precedenza esprime la variazione della domanda *quando venga mantenuto costante il reddito monetario*, ma, se varia il salario, anche il reddito monetario deve variare. La variazione della domanda al variare del reddito monetario equivale a un effetto di reddito addizionale — l'effetto di reddito di dotazione — che si aggiunge all'effetto di reddito ordinario.

Se applichiamo la versione *appropriata* dell'equazione di Slutsky descritta in questo capitolo, otteniamo l'espressione seguente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \underset{(-)}{\text{effetto di sostituzione}} + \underset{(+)}{(\overline{R} - R)} \underset{(+)}{\frac{\Delta R}{\Delta m}}. \tag{9.4}$$

In questa espressione l'effetto di sostituzione ha, come sempre, segno negativo, mentre $\Delta R/\Delta m$ ha segno positivo, poiché supponiamo che il tempo libero sia un bene normale. Ma anche $(\overline{R} - R)$ ha segno positivo, e pertanto l'intera espressione potrebbe essere positiva o negativa. Diversamente dal caso normale della domanda del consumatore, la domanda di tempo libero avrà un segno indeterminato, anche se il tempo libero è un bene normale: quando aumenta il salario, si può lavorare di più o di meno.

Perché sorge questa ambiguità? Quando aumenta il salario, l'effetto di sostituzione prevede che si lavori di più allo scopo di sostituire il consumo al tempo libero. Ma, se aumenta il salario, aumenta anche il valore della dotazione, il che si traduce in un reddito addizionale che potrebbe facilmente essere consumato sotto forma di maggior tempo libero. Determinare l'effetto prevalente è una questione empirica che non può essere risolta soltanto a livello teorico: è necessario osservare le effettive decisioni di offerta di lavoro degli individui.

Il caso in cui un aumento del salario ha come conseguenza una diminuzione dell'offerta di lavoro è rappresentato da una **curva di offerta di lavoro volta all'indietro.** Secondo l'equazione di Slutsky, è tanto più probabile che ciò avvenga quanto maggiore è $(\overline{R} - R)$, cioè quanto maggiore è l'offerta di lavoro. Nel caso in cui $\overline{R} = R$, il consumatore consuma soltanto tempo libero, per cui un aumento del salario avrà come conseguenza un effetto di sostituzione puro e, quindi, un incremento dell'offerta di lavoro. Ma all'aumentare dell'offerta di lavoro, qualsiasi aumento del salario procura al consumatore un reddito addizionale, così che questi può decidere a un certo punto di impiegare il reddito addizionale per "acquistare" tempo libero addizionale, cioè per *ridurre* l'offerta di lavoro.

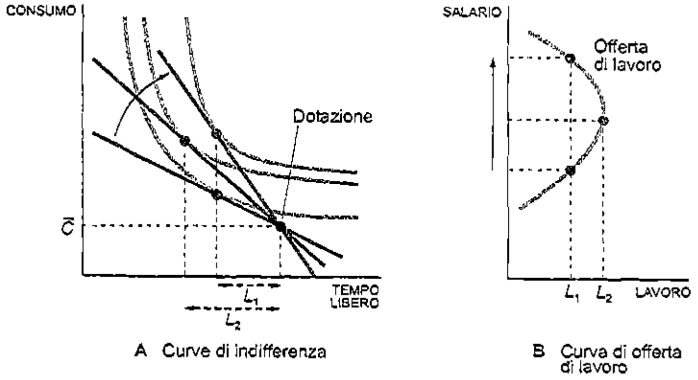


Figura 9.9 **Curva di offerta di lavoro volta all'indietro.** Se il salario aumenta l'offerta di lavoro aumenta da L_1 a L_2. Ma un ulteriore aumento del salario riduce l'offerta di lavoro a L_1.

La Figura 9.9 rappresenta una curva di offerta di lavoro volta all'indietro. In corrispondenza di un basso livello salariale, l'effetto di sostituzione è maggiore di quello di reddito: un aumento del salario fa diminuire la domanda di tempo libero e di conseguenza aumenta l'offerta di lavoro. Ma in corrispondenza di un livello salariale più elevato l'effetto di reddito può superare l'effetto di sostituzione, e un aumento del salario farà *diminuire* l'offerta di lavoro.

ESEMPIO: Lavoro straordinario e offerta di lavoro

Consideriamo il caso di un lavoratore che abbia scelto di offrire una certa quantità di lavoro $L^* = \overline{R} - R^*$ con un salario w, come nella Figura 9.10. Supponiamo ora che l'impresa gli offra un salario più elevato, $w' > w$, per il tempo di lavoro addizionale: questo compenso viene definito **straordinario**.

Ciò significa che nella Figura 9.10 l'inclinazione della retta di bilancio sarà più ripida in corrispondenza del lavoro offerto oltre L^*. Ma allora sappiamo che (secondo la teoria delle preferenze rivelate) la scelta ottima del lavoratore sarà di offrire una quantità maggiore di lavoro. Infatti le scelte che comportavano una quantità

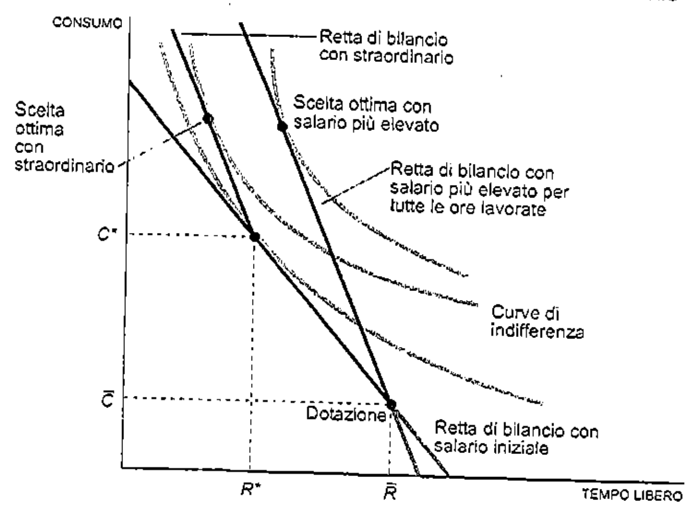


Figura 9.10 **Straordinario e aumento del salario ordinario.** Lo straordinario fa aumentare sicuramente l'offerta di lavoro, mentre un semplice aumento del salario può farla diminuire.

di lavoro inferiore a L^* erano disponibili anche prima dell'offerta di straordinario e sono state rifiutate. Osserviamo che lo straordinario permette di ottenere sicuramente un aumento dell'offerta di lavoro, mentre la semplice offerta di un salario più elevato per tutte le ore di lavoro ha un effetto ambiguo, poiché, come abbiamo già osservato, l'offerta di lavoro può sia diminuire che aumentare. Ciò avviene perché la risposta allo straordinario consiste essenzialmente in un puro effetto di sostituzione, equivale cioè alla variazione della scelta ottima che si ha dalla *rotazione* della retta di bilancio intorno al punto scelto. Lo straordinario corrisponde a un salario più elevato per le ore di lavoro *addizionali*, mentre un aumento del salario comporta che vengano pagate di più *tutte* le ore lavorate. Un aumento del salario si traduce pertanto sia in un effetto di sostituzione che in un effetto di reddito, mentre un aumento dello straordinario si traduce in un puro effetto di sostituzione.

La Figura 9.10 rappresenta un esempio di questa situazione: un aumento del salario ha come conseguenza una *diminuzione* dell'offerta di lavoro, mentre un aumento dello straordinario corrisponde a un incremento dell'offerta di lavoro.

Sommario

1. I consumatori ottengono il loro reddito vendendo le loro dotazioni di beni.

2. La domanda lorda di un bene è la quantità di un bene che il consumatore effettivamente consuma. La domanda netta è la quantità che il consumatore acquista. Così la domanda netta è uguale alla differenza tra la domanda lorda e la dotazione del bene.

3. Il vincolo di bilancio ha inclinazione $-p_1/p_2$ e passa sempre per il paniere delle dotazioni.

4. Al variare di un prezzo, varierà anche il valore di ciò che il consumatore vende, dando luogo a un effetto di reddito addizionale nell'equazione di Slutsky.

5. L'offerta di lavoro è un esempio interessante dell'interazione tra l'effetto di reddito e quello di sostituzione. A causa dell'interazione tra questi due effetti, l'offerta di lavoro può reagire in modi opposti ad una variazione del salario.

Domande

1. Se le domande nette di un consumatore sono $(5, -3)$ e la sua dotazione è $(4, 4)$, quali sono le sue domande lorde?

2. I prezzi sono $(p_1, p_2) = (2, 3)$ e il consumatore consuma $(x_1, x_2) = (4, 4)$. Esiste un mercato perfetto nel quale i due beni possono essere acquistati e venduti senza costo. Il consumatore preferirà necessariamente consumare il paniere $(y_1, y_2) = (3, 5)$? E preferirà necessariamente possederlo?

3. I prezzi sono $(p_1, p_2) = (2, 3)$ e il consumatore consuma $(x_1, x_2) = (4, 4)$. I prezzi variano a $(q_1, q_2) = (2, 4)$. La soddisfazione del consumatore potrebbe essere maggiore in presenza dei nuovi prezzi?

4. Gli Stati Uniti importano attualmente circa metà del petrolio che utilizzano, mentre l'altra metà è fornita dalla produzione nazionale. Il prezzo del petrolio potrebbe aumentare tanto da aumentare la soddisfazione degli Stati Uniti?

5. Supponiamo che, per qualche miracolo, le ore del giorno aumentino da 24 a 30 (speriamo che accada la settimana prima degli esami): che effetto avrebbe ciò sul vincolo di bilancio?

6. Che cosa potete dire a proposito dell'inclinazione della curva di offerta di lavoro se il tempo libero fosse un bene inferiore?

APPENDICE

Nella derivazione dell'equazione di Slutsky nel testo, considerando l'effetto sulla domanda della variazione del valore monetario delle dotazioni, abbiamo affermato che essa equivaleva a $\Delta x_1^m/\Delta m$. Nella nostra versione precedente dell'equazione di Slutsky ciò indicava il saggio di variazione della domanda al variare del reddito in modo che fosse ancora possibile l'acquisto del paniere di consumo iniziale. Ma questo non sarà necessariamente uguale al

saggio di variazione della domanda al variare del valore delle dotazioni. Esaminiamo questo punto un po' più in dettaglio.

Facciamo variare il prezzo del bene 1 da p_1 a p_1' e indichiamo con m'' il nuovo reddito monetario, dovuto alla variazione del valore della dotazione, in corrispondenza del prezzo p_1'. Supponiamo che il prezzo del bene 2 venga mantenuto fisso, in modo da non doverlo considerare nella funzione di domanda.

Dalla definizione di m'' sappiamo che

$$m'' - m = \Delta p_1 \omega_1 .$$

Osserviamo che è identicamente vero che

$$\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} =$$

$$+\frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \quad \text{(effetto di sostituzione)}$$

$$-\frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta p_1} \quad \text{(effetto di reddito ordinario)}$$

$$+\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1', m)}{\Delta p_1} \quad \text{(effetto di reddito di dotazione).}$$

(Basta cancellare i termini identici con segni opposti nel membro di destra.)

Dalla definizione dell'effetto di reddito ordinario abbiamo

$$\Delta p_1 = \frac{m' - m}{x_1}$$

e dalla definizione dell'effetto di reddito di dotazione abbiamo

$$\Delta p_1 = \frac{m'' - m}{\omega_1} .$$

Se operiamo le sostituzioni, otteniamo un'equazione di Slutsky del tipo

$$\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} =$$

$$+\frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \quad \text{(effetto di sostituzione)}$$

$$-\frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m} x_1 \quad \text{(effetto di reddito ordinario)}$$

$$+\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1', m)}{m'' - m} \omega_1 \quad \text{(effetto di reddito di dotazione).}$$

Se riscriviamo tutto ciò in termini di Δ, otteniamo

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 + \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \omega_1 .$$

L'unico termine nuovo è l'ultimo, che rappresenta il prodotto tra la variazione della domanda del bene 1 al variare del reddito e la *dotazione* del bene 1. È questo l'effetto di reddito di dotazione.

Supponiamo di considerare una variazione di prezzo di entità molto piccola e quindi anche una variazione molto piccola del reddito. Allora i due effetti di reddito saranno praticamente uguali, poiché il *saggio* di variazione del bene 1 al variare del reddito da m a m' è quasi uguale a quello che si ha al variare del reddito da m a m''. Nel caso di variazioni così piccole, possiamo raggruppare i termini e scrivere gli ultimi due — gli effetti di reddito — come

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}(\omega_1 - x_1)$$

che ci dà un'equazione di Slutsky della stessa forma di quella ottenuta in precedenza:

$$\frac{\Delta x_1^t}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

Per esprimere l'equazione di Slutsky in termini di calcolo differenziale, è sufficiente calcolare i limiti di questa espressione, oppure, se si preferisce, calcolare direttamente l'equazione, impiegando le derivate parziali. Sia $x_1(p_1, m(p_1))$ la funzione di domanda del bene 1, dove il prezzo 2 è fisso, e si tiene conto del fatto che il reddito monetario dipende dal prezzo del bene 1 secondo la relazione $m(p_1) = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$. Allora possiamo scrivere

$$\frac{dx_1(p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}\frac{dm(p_1)}{dp_1}.$$

Dalla definizione di $m(p_1)$ è nota la variazione del reddito al variare del prezzo:

$$\frac{\partial m(p_1)}{\partial p_1} = \omega_1 \tag{9.5}$$

e dall'equazione di Slutsky sappiamo come varia la domanda al variare del prezzo, se il reddito monetario viene mantenuto fisso:

$$\frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}x_1. \tag{9.6}$$

Se inseriamo l'equazione (9.6) nella (9.5), otteniamo

$$\frac{dx_1(p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}(\omega_1 - x_1)$$

che corrisponde alla forma desiderata dell'equazione di Slutsky.

10

SCELTA INTERTEMPORALE

In questo capitolo proseguiremo l'esame del comportamento del consumatore analizzando le scelte relative al risparmio e al consumo nel tempo. Queste scelte vengono dette scelte **intertemporali**.

10.1 Il vincolo di bilancio

Supponiamo che un consumatore scelga la quantità di un bene da consumare in due diversi periodi di tempo. Considereremo questo bene un bene composito, come quelli descritti nel Capitolo 2, ma possiamo egualmente considerarlo un particolare bene di consumo. Indichiamo con (c_1, c_2) il consumo di ciascun periodo e supponiamo che i prezzi in ciascun periodo rimangano costanti a 1. La quantità di moneta di cui il consumatore dispone in ciascun periodo è indicata con (m_1, m_2).

Supponiamo, inizialmente, che l'unico modo in cui un consumatore può trasferire moneta dal periodo 1 al periodo 2 sia risparmiarla senza interessi. Supponiamo inoltre, per il momento, che non abbia alcuna possibilità di prendere denaro a prestito, così che nel periodo 1 possa spendere al massimo m_1. Il vincolo di bilancio di questo consumatore sarà allora come quello rappresentato nella Figura 10.1.

Vediamo che sono possibili due tipi di scelte: il consumatore può scegliere di consumare in corrispondenza di (m_1, m_2), cioè consumare interamente il suo reddito di ciascun periodo, oppure può scegliere di non consumare per intero il suo reddito nel primo periodo. In quest'ultimo caso, il consumatore risparmia una parte del suo consumo del primo periodo per un periodo successivo.

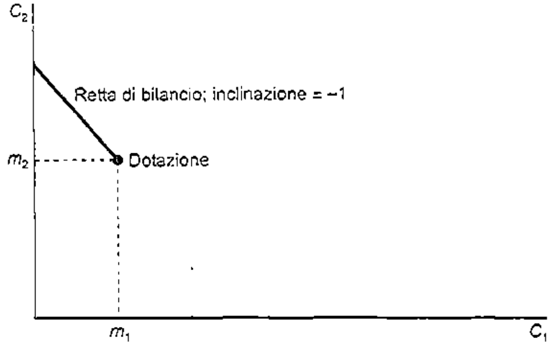


Figura 10.1 **Vincolo di bilancio.** Vincolo di bilancio nel caso in cui il tasso di interesse sia zero e non si possa prendere denaro a prestito. Quanto minore è il consumo nel periodo 1, tanto maggiore sarà nel periodo 2.

Supponiamo ora che il consumatore possa dare e prendere a prestito denaro ad un tasso di interesse r. Deriviamo il vincolo di bilancio mantenendo, per comodità, i prezzi fissi a 1 in ciascun periodo. Supponiamo dapprima che il consumatore decida di risparmiare, così che c_1, il consumo del primo periodo, sia inferiore a m_1, il reddito del primo periodo. In questo caso, otterrà degli interessi sul denaro risparmiato, $m_1 - c_1$, al tasso di interesse r. La quantità di consumo nel periodo successivo sarà quindi

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) \\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1). \end{aligned} \tag{10.1}$$

Il consumo del periodo 2 corrisponde alla somma del reddito del consumatore, di ciò che ha risparmiato nel periodo 1, e dell' interesse maturato sui suoi risparmi.

Supponiamo ora che il consumatore prenda denaro a prestito, così che il consumo del primo periodo sia maggiore del suo reddito nello stesso periodo. Il consumatore prende a prestito denaro se $c_1 > m_1$, e l'interesse che dovrà *pagare* nel secondo periodo sarà $r(c_1 - m_1)$. Naturalmente dovrà anche restituire $c_1 - m_1$, il denaro preso a prestito. Il suo vincolo di bilancio sarà pertanto

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1) \\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1) \end{aligned}$$

che equivale al risultato precedente. Se $m_1 - c_1$ è positivo, il consumatore ottiene degli interessi sui suoi risparmi; se $m_1 - c_1$ è negativo, allora il consumatore paga interessi sul denaro preso a prestito.

Nel caso in cui $c_1 = m_1$, necessariamente $c_2 = m_2$, e il consumatore non prende né dà a prestito denaro. Possiamo dire in questo caso che la sua posizione di consumo coincide col "punto di Polonio"[1].

Possiamo trasformare il vincolo di bilancio ottenendo due utili espressioni alternative:

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2 \tag{10.2}$$

e

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}. \tag{10.3}$$

Osserviamo che entrambe le equazioni hanno la forma

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 m_1 + p_2 m_2.$$

Nell'equazione (10.2), $p_1 = 1 + r$ e $p_2 = 1$. Nell'equazione (10.3), $p_1 = 1$ e $p_2 = 1/(1 + r)$.

L'equazione (10.2) esprime il vincolo di bilancio in termini del **valore futuro**, mentre l'equazione (10.3) lo esprime in termini del **valore attuale**. L'uso di questa terminologia deriva dal fatto che nel primo vincolo di bilancio il prezzo del consumo futuro è uguale a 1, mentre nel secondo vincolo di bilancio è uguale a 1 il prezzo del consumo attuale. Il primo vincolo di bilancio esprime il prezzo del periodo 1 *relativamente* al prezzo del periodo 2, mentre si ha l'opposto nella seconda equazione.

Nella Figura 10.2 rappresentiamo il valore attuale e il valore futuro da un punto di vista geometrico. Il valore attuale di una dotazione di moneta in due periodi diversi di tempo è uguale alla quantità di moneta del periodo 1 che permetterebbe di ottenere l'insieme di bilancio corrispondente alla dotazione. Questa quantità corrisponde all'intercetta orizzontale della retta di bilancio, che indica la quantità massima di consumo possibile nel primo periodo. Esaminando il vincolo di bilancio, notiamo che questa quantità è rappresentata da $\bar{c}_1 = m_1 + m_2/(1 + r)$, cioè dal valore attuale della dotazione.

Analogamente l'intercetta verticale corrisponde alla quantità massima di consumo nel secondo periodo, che si verifica quanto $c_1 = 0$. Dal vincolo di bilancio possiamo ancora ottenere $\bar{c}_2 = (1 + r)m_1 + m_2$, il valore futuro della dotazione.

L'espressione del vincolo di bilancio intertemporale in termini del valore attuale è la più significativa, poiché rapporta il futuro al presente, come in genere siamo abituati a fare.

Esaminando una delle precedenti equazioni è possibile individuare la forma di questo vincolo di bilancio. La retta di bilancio passa per (m_1, m_2), che è sempre una combinazione di consumo *possibile*, e ha inclinazione $-(1 + r)$.

[1] "Non indebitarti e non prestar soldi, perché chi presta perde sé e l'amico, e il debito smussa il filo dell'economia". *Amleto*, Atto I, scena iii, Polonio al figlio.

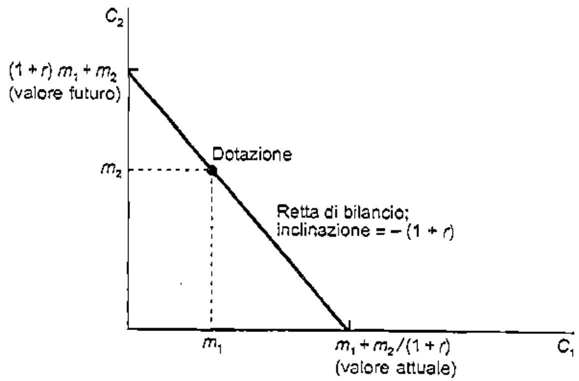


Figura 10.2 **Valore attuale e futuro.** L'intercetta verticale della retta di bilancio corrisponde al valore futuro, mentre l'intercetta orizzontale al valore attuale.

10.2 Preferenze relative al consumo

Consideriamo ora le preferenze del consumatore, rappresentate dalle curve di indifferenza: la loro forma descrive i gusti del consumatore in periodi diversi. Se, per esempio, disegniamo delle curve di indifferenza con inclinazione costante -1, queste rappresenteranno i gusti di un consumatore indifferente tra il consumare oggi oppure domani: il suo saggio marginale di sostituzione tra oggi e domani è -1.

Le curve di indifferenza relative ai perfetti complementi rappresentano un consumatore che intende consumare quantità uguali oggi e domani. Un consumatore di questo tipo sarebbe poco propenso a spostare il consumo da un periodo all'altro, indipendentemente dal valore di scambio del consumo stesso nei diversi periodi.

Ancora una volta, la situazione più ragionevole è rappresentata dal caso intermedio delle preferenze regolari o "well-behaved". Il consumatore è disposto, in questo caso, a sostituire una certa quantità del consumo di oggi con il consumo di domani. la quantità che è disposto a sostituire dipende dalla sua particolare combinazione di consumo. In questo contesto, l'ipotesi di convessità delle preferenze risulta naturale, poiché ne deriva che un consumatore preferisce una quantità "media" di consumo in ciascun periodo piuttosto che una grande quantità oggi e niente domani, oppure il contrario.

10.3 Statica comparata

Dati il vincolo di bilancio di un consumatore e le sue preferenze in ciascun periodo, possiamo studiarne la scelta ottima di consumo (c_1, c_2). Nel caso in cui il consumatore scelga un punto in corrispondenza del quale $c_1 < m_1$, **dà a prestito**, mentre se

$c_1 > m_1$, **prende a prestito**. Nelle figure 10.3A e 10.3B sono rappresentati i due casi.

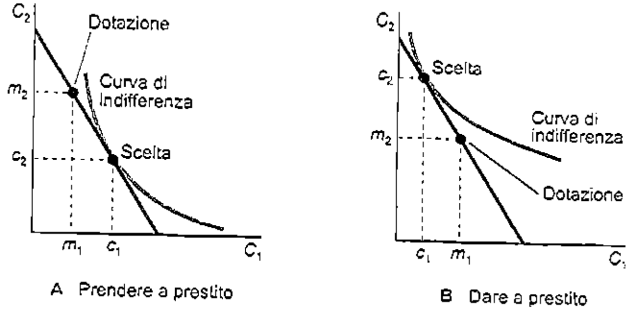


Figura 10.3 **Dare e prendere a prestito.** Il quadro A rappresenta il caso in cui si prende a prestito, poiché $c_1 > m_1$, mentre il quadro B illustra il caso in cui si dà a prestito: $c_1 < m_1$.

Consideriamo ora come il consumatore reagisce a una variazione del tasso d'interesse. Dall'equazione (10.1) sappiamo che un incremento del tasso d'interesse deve rendere più ripida la retta di bilancio: se il tasso d'interesse è più elevato, a una riduzione di c_1 corrisponderà un aumento del consumo nel secondo periodo. Naturalmente, l'acquisto della dotazione iniziale è sempre possibile, e quindi la retta ruoterà intorno al punto corrispondente alla dotazione stessa.

Consideriamo ora come si modifica la scelta fra dare e prendere a prestito al variare del tasso d'interesse. Vi sono due casi, a seconda che il consumatore inizialmente prenda oppure dia a prestito. Supponiamo dapprima che il consumatore dia a prestito: in questo caso, se il tasso d'interesse aumenta, continuerà a dare a prestito.

Questa situazione è rappresentata nella Figura 10.4. Se il consumatore inizialmente dà a prestito, il suo paniere di consumo si trova a sinistra del punto di dotazione. Se il tasso d'interesse aumenta, è possibile che il consumatore si sposti verso un nuovo punto di consumo a *destra* della dotazione?

La risposta è negativa, perché ciò costituirebbe una violazione del principio delle preferenze rivelate: le scelte a destra del punto di dotazione erano già disponibili in corrispondenza dell'insieme di bilancio iniziale, e sono state rifiutate a favore del punto scelto. Poiché il paniere ottimo iniziale è ancora disponibile in corrispondenza della nuova retta di bilancio, il nuovo paniere ottimo deve trovarsi *al di fuori* dell'insieme di bilancio iniziale — cioè a sinistra del punto di dotazione. Se aumenta il tasso d'interesse, il consumatore continuerà a dare a prestito.

Una situazione analoga si verifica nel caso in cui il consumatore prenda a prestito e il tasso d'interesse diminuisca: se inizialmente il consumatore prende a prestito e il tasso d'interesse diminuisce, egli continuerà a prendere a prestito. (Si provi a tracciare un grafico come quello della Figura 10.4 per verificare la comprensione di questo ragionamento).

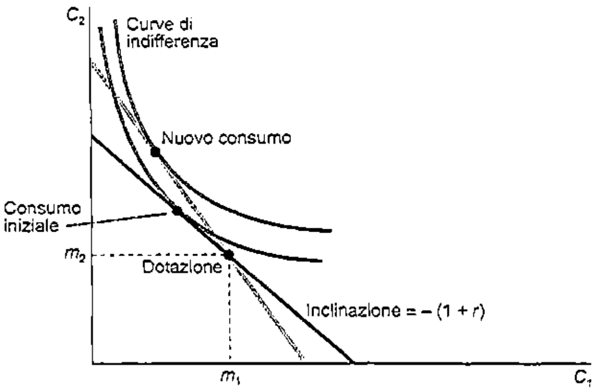


Figura 10.4

Se un consumatore dà a prestito e il tasso di interesse aumenta, egli continuerà a dare a prestito. L'incremento del tasso di interesse fa ruotare la retta di bilancio intorno al punto corrispondente alla dotazione iniziale, facendola diventare più ripida; per il principio delle preferenze rivelate, il nuovo paniere di consumo deve trovarsi a sinistra della dotazione iniziale.

Così, se un individuo dà a prestito e il tasso di interesse aumenta, continuerà a dare a prestito. Analogamente, se prende a prestito e il tasso d'interesse diminuisce, continuerà a prendere a prestito. D'altra parte, se un individuo dà a prestito e il tasso d'interesse diminuisce, può anche decidere di iniziare a prendere a prestito: analogamente, un incremento del tasso di interesse può indurre chi prende a prestito a dare a prestito. La teoria delle preferenze rivelate non consente di affermare nulla sugli ultimi due casi.

La teoria delle preferenze rivelate può essere impiegata anche per valutare come varia il benessere del consumatore al variare del tasso d'interesse. Se il consumatore inizialmente prende a prestito, il tasso d'interesse aumenta, ed egli decide di continuare a prendere a prestito, la sua soddisfazione sarà minore in corrispondenza del nuovo tasso d'interesse. Ciò è rappresentato nella Figura 10.5: se il consumatore continua a prendere a prestito, deve trovarsi in corrispondenza di un punto possibile anche sotto il vincolo di bilancio iniziale, ma che era stato rifiutato. La sua soddisfazione, pertanto, deve essere minore se ora sceglie questo punto.

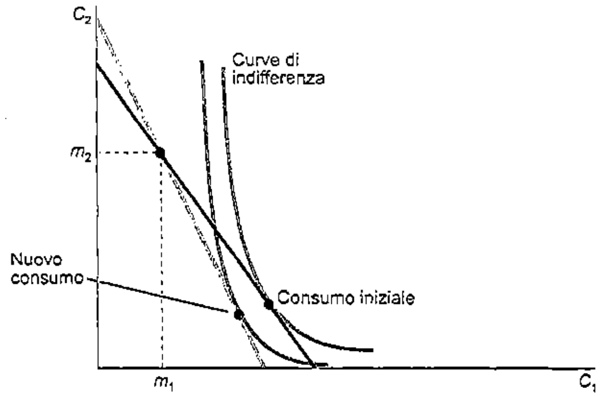


Figura 10.5

La soddisfazione di un individuo che prende a prestito diminuisce se il tasso di interesse aumenta. Se un consumatore prende a prestito, il tasso di interesse aumenta, e questi decide di continuare a prendere a prestito, la sua soddisfazione deve diminuire.

10.4 Equazione di Slutsky e scelta intertemporale

Possiamo usare l'equazione di Slutsky per scomporre la variazione della domanda al variare del tasso d'interesse negli effetti di reddito e di sostituzione, come abbiamo già visto nel Capitolo 9. Supponiamo che il tasso d'interesse aumenti: quale ne sarà l'effetto sul consumo di ciascun periodo?

L'analisi di questo caso risulta più semplice usando il vincolo di bilancio in termini del valore futuro piuttosto che in termini del valore attuale. In termini del valore futuro, l'aumento del tasso d'interesse equivale all'aumento del prezzo del consumo attuale rispetto al consumo futuro. Se scriviamo l'equazione di Slutsky otteniamo

$$\underset{(?)}{\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1}} + \underset{(?)}{(m_1 - c_1)} \underset{(+)}{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}.$$

Come sempre, l'effetto di sostituzione agisce nella direzione opposta a quella della variazione del prezzo. In questo caso, il prezzo del consumo nel periodo 1 aumenta, quindi, per l'effetto di sostituzione, il consumatore dovrebbe diminuire il suo consumo nel primo periodo. Ciò spiega il segno negativo posto sotto l'effetto di sostituzione. Supponiamo che il consumo di questo periodo sia un bene normale, cosicché l'ultimo termine — la variazione del consumo al variare del reddito — avrà segno positivo. Poniamo pertanto un segno positivo sotto l'ultimo termine. Il segno dell'intera espressione dipenderà ora da quello di $(m_1 - c_1)$. Se il consumatore prende a prestito, questo termine avrà segno negativo, e quindi l'intera espressione sarà sicuramente negativa. Per chi prende a prestito, un aumento del tasso d'interesse fa diminuire il consumo attuale.

Ciò avviene perché, quando aumenta il tasso d'interesse, vi è sempre un effetto di sostituzione, che si manifesta nel consumare meno oggi. Per chi prende a prestito, un aumento del tasso d'interesse significa che aumentano gli interessi che dovrà pagare domani. La conseguenza sarà che, nel primo periodo, il consumatore tenderà a diminuire la quantità presa a prestito e, quindi, anche il consumo.

Per chi dà a prestito l'effetto è indeterminato. L'effetto complessivo è uguale alla somma di un effetto di sostituzione negativo e di un effetto di reddito positivo. Un incremento del tasso d'interesse potrebbe far aumentare il reddito di chi dà a prestito a un punto tale che questi potrebbe anche decidere di consumare di più nel primo periodo.

Non è difficile comprendere gli effetti della variazione dei tassi d'interesse: come nel caso di qualsiasi altra variazione di prezzo, vi sono un effetto di reddito e un effetto di sostituzione. Se non si utilizzasse l'equazione di Slutsky per separarli, potrebbe essere arduo spiegare tali variazioni, la cui comprensione è invece immediata quando si impieghi tale equazione.

10.5 Inflazione

Nell'analisi precedente abbiamo considerato un bene generale, "consumo": rinunciare a Δc unità di consumo oggi significa ottenere $(1 + r)\Delta c$ unità di consumo domani.

Questa analisi si basa sull'ipotesi implicita che il "prezzo" del consumo non vari, cioè che non vi sia né inflazione, né deflazione.

Non è difficile, comunque, modificare l'analisi per trattare il caso dell'inflazione. Supponiamo che il consumo abbia un prezzo differente in ciascun periodo. Per comodità fissiamo a 1 il prezzo attuale del consumo e a p_2 il prezzo futuro. Risulta anche utile considerare le dotazioni in termini di unità di consumo, così che il valore monetario della dotazione nel periodo 2 sarà p_2m_2. La quantità di moneta che il consumatore può spendere nel secondo periodo è quindi

$$p_2c_2 = p_2m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

e la quantità del consumo disponibile nel secondo periodo è

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{p_2}(m_1 - c_1).$$

Osserviamo che questa equazione è molto simile alla precedente, ad eccezione del fatto che vi compare $(1 + r)/p_2$ invece di $1 + r$.

Esprimiamo questo vincolo di bilancio in termini del tasso d'inflazione, π, che è il tasso al quale i prezzi aumentano. Tenendo presente che $p_1 = 1$, otteniamo

$$p_2 = 1 + \pi$$

da cui

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{1 + \pi}(m_1 - c_1).$$

Indichiamo con ρ una nuova variabile[2], il **tasso d'interesse reale**, e la definiamo nel modo seguente

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$$

così che il vincolo di bilancio diviene

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1).$$

L'espressione $(1 + \rho)$ rappresenta la quantità di *consumo* addizionale che si può ottenere nel periodo 2 rinunciando a una parte del *consumo* del periodo 1. Questo spiega perché ρ viene chiamato tasso d'interesse *reale*: esso rappresenta la quantità di consumo addizionale e non la quantità di moneta addizionale.

Il tasso d'interesse in termini di moneta è definito tasso **nominale** d'interesse. Come abbiamo già visto, la relazione tra i due tassi è

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Esplicitando ρ, otteniamo

$$\rho = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r}{1 + \pi} - \frac{1 + \pi}{1 + \pi}$$
$$= \frac{r - \pi}{1 + \pi}.$$

È questa l'espressione effettiva del tasso d'interesse reale, anche se comunemente si impiega un'approssimazione. Se il tasso d'inflazione non è troppo elevato, il denominatore sarà solo di poco superiore a 1. Il tasso d'interesse reale, pertanto, sarà approssimativamente

$$\rho \approx r - \pi$$

cioè il tasso d'interesse reale corrisponde alla differenza tra tasso nominale e tasso d'inflazione. (Il simbolo $\approx$ significa "approssimativamente uguale a".) Ciò è perfettamente accettabile: se il tasso d'interesse è del 18 per cento ma i prezzi aumentano del 10 per cento, il tasso d'interesse reale — cioè la quantità di consumo aggiuntivo che sarà possibile acquistare nel periodo successivo se si rinuncia a una parte del consumo attuale — sarà all'incirca dell'8 per cento.

Naturalmente, quando si pianificano i consumi, si guarda sempre al futuro. In generale è noto il tasso d'interesse nominale del periodo successivo, ma non il tasso d'inflazione. Si considera in genere che il tasso d'interesse reale corrisponda alla differenza tra il tasso d'interesse corrente e il tasso d'inflazione *atteso*. Poiché gli individui valuteranno in modi differenti il tasso d'inflazione del prossimo anno, valuteranno in modi differenti anche il tasso di interesse reale. Nel caso in cui le previsioni sull'inflazione siano attendibili, queste valutazioni potranno anche non essere molto diverse.

[2] Il simbolo ρ è la lettera greca *ro* minuscola.

10.6 Valore attuale

Prendiamo nuovamente in esame le due forme del vincolo di bilancio rappresentate dalle equazioni (10.2) e (10.3):

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

e

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}.$$

Consideriamo soltanto i membri di destra: quello della prima equazione esprime il valore della dotazione in termini del valore futuro e quello della seconda in termini del valore attuale.

Esaminiamo dapprima il valore futuro. Se si prende e si dà a prestito a un tasso d'interesse r, l'equivalente futuro di un dollaro attuale corrisponde a $(1+r)$ dollari: ciò significa che un dollaro oggi equivale a $(1+r)$ dollari nel periodo successivo, se viene dato a prestito a un tasso d'interesse r. In altri termini, $(1+r)$ dollari del periodo successivo equivalgono a un dollaro oggi, cioè corrispondono a quanto si dovrebbe pagare nel periodo successivo per acquistare — cioè per prendere a prestito — un dollaro oggi. Il valore $(1+r)$ equivale esattamente al prezzo di un dollaro attuale, relativamente a un dollaro del periodo successivo. Ciò può essere visto osservando il primo vincolo di bilancio, che è espresso in termini di dollari futuri: i dollari del secondo periodo hanno prezzo 1 e i dollari del primo periodo vengono rapportati ad essi.

Per il valore attuale, il procedimento è inverso: tutto viene valutato nei termini dei dollari attuali. Il valore di un dollaro futuro in termini di un dollaro attuale è $1/(1+r)$ dollari. Ciò perché $1/(1+r)$ dollari possono essere trasformati in un dollaro nel periodo successivo, dandoli a prestito al tasso d'interesse r. Il *valore attuale* di un dollaro che viene reso disponibile nel periodo successivo è $1/(1+r)$.

Il valore attuale consente di esprimere in un altro modo il vincolo di bilancio per il consumo in due periodi di tempo: un piano di consumo è possibile se *il valore attuale del consumo è uguale al valore attuale del reddito.*

Il valore attuale ha un'altra importante implicazione, strettamente connessa ad un'affermazione che abbiamo fatto nel Capitolo 9: abbiamo affermato che se un consumatore può acquistare e vendere beni liberamente a prezzi costanti, preferirà sempre una dotazione di valore superiore a una dotazione di valore inferiore. Nel caso di decisioni intertemporali, ciò implica che *se un consumatore può dare e prendere a prestito liberamente a un tasso di interesse costante, allora preferirà sempre un reddito con valore attuale più elevato a uno con valore attuale meno elevato.*

Questa affermazione è valida per lo stesso motivo per cui lo è quella del Capitolo 9: una dotazione con valore più elevato si traduce in una retta di bilancio spostata più a destra. Il nuovo insieme di bilancio contiene quello iniziale, il che significa che il consumatore, oltre ad avere tutte le possibilità di consumo dell'insieme di bilancio iniziale, ne ha delle altre. Gli economisti affermano, talvolta, che una dotazione con valore attuale più elevato **domina** una dotazione con valore attuale meno elevato, nel senso che se il consumatore vende la dotazione con valore attuale più elevato, può ottenere consumi maggiori in *ciascun* periodo di quanti ne otterrebbe se vendesse la dotazione con valore attuale meno elevato.

Naturalmente, se il valore attuale di una dotazione è più elevato di quello di un'altra, sarà più elevato anche il valore futuro. È comunque preferibile far riferimento al valore attuale per rappresentare il potere d'acquisto di una dotazione di moneta nel tempo.

10.7 Il valore attuale nel caso di più periodi

Consideriamo un modello a tre periodi. Supponiamo di poter prendere e dare a prestito in ciascun periodo a un tasso di interesse r, che rimane costante in tutti e tre i periodi. Il prezzo del consumo nel periodo 2 in termini del consumo del periodo 1 sarà pertanto pari a $1/(1+r)$, esattamente come prima.

Vogliamo sapere quale sarà il prezzo del consumo nel periodo 3. Se un consumatore investe un dollaro oggi, questo diventerà $(1+r)$ dollari nel periodo successivo, e, se continua a investire, questo diventerà nel terzo periodo $(1+r)^2$ dollari. Pertanto, se oggi un consumatore dispone di $1/(1+r)^2$ dollari, può trasformarli in 1 dollaro nel periodo 3. Il prezzo del consumo nel periodo 3 relativamente al consumo nel periodo 1 è perciò $1/(1+r)^2$. Ciascun dollaro aggiuntivo di consumo nel periodo 3 costa al consumatore $1/(1+r)^2$ dollari di oggi. Ciò significa che il vincolo di bilancio avrà la forma

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}.$$

Questo equivale esattamente ai vincoli di bilancio visti in precedenza, e il prezzo del consumo nel periodo t in termini del consumo attuale è dato da

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}.$$

Anche in questo caso, qualsiasi consumatore preferirà una dotazione con valore attuale più elevato in corrispondenza di questi prezzi, poiché a questa è associata la retta di bilancio più a destra.

Abbiamo ottenuto questo vincolo di bilancio nell'ipotesi di tassi di interesse costanti, ma si può generalizzare al caso in cui i tassi di interesse varino. Supponiamo, per esempio, che r_1 rappresenti l'interesse sul risparmio dal periodo 1 al periodo 2 e che r_2 sia l'interesse sul risparmio dal periodo 2 al periodo 3: un dollaro del periodo 1 equivale pertanto a $(1+r_1)(1+r_2)$ dollari nel periodo 3. Il valore attuale di un dollaro nel periodo 3 è perciò $1/(1+r_1)(1+r_2)$. Il vincolo di bilancio quindi è

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)}.$$

Non è difficile analizzare questa espressione, ma ci limiteremo a trattare il caso di tassi di interesse costanti.

La Tabella 10.1 contiene alcuni esempi del valore attuale di un dollaro tra T anni a diversi tassi di interesse. Si noti che il valore attuale diminuisce molto velocemente dati tassi di interesse "plausibili". Ad un tasso del 10 per cento, per esempio, il valore di un dollaro tra 20 anni sarà pari soltanto a 15 centesimi.

Tasso	1	2	5	10	15	20	25	30
0,05	0,95	0,91	0,78	0,61	0,48	0,37	0,30	0,23
0,10	0,91	0,83	0,62	0,39	0,24	0,15	0,09	0,06
0,15	0,87	0,76	0,50	0,25	0,12	0,06	0,03	0,02
0,20	0,83	0,69	0,40	0,16	0,06	0,03	0,01	0,00

Tabella 10.1 **Il valore attuale di un dollaro tra t anni**

10.8 Uso del valore attuale

Stabiliamo prima di tutto un importante principio generale: *il valore attuale è l'unico modo corretto di convertire un flusso di pagamenti in dollari attuali.* Questo principio deriva direttamente dalla definizione del valore attuale: il valore attuale rappresenta il valore della dotazione iniziale di moneta di un consumatore. Finché il consumatore può dare e prendere a prestito liberamente a un tasso d'interesse costante, una dotazione con valore attuale più elevato può consentire in ciascun periodo un consumo *maggiore* di una dotazione con valore attuale meno elevato. Indipendentemente dai gusti nei diversi periodi, si dovrebbe sempre preferire un flusso di moneta con valore attuale più elevato a un flusso con valore attuale meno elevato, poiché ciò consente maggiori possibilità di consumo in ciascun periodo.

Questo è rappresentato nella Figura 10.6, dove (m_1', m_2') è un paniere di consumo peggiore della dotazione iniziale del consumatore, (m_1, m_2), poiché si trova al di sotto della curva di indifferenza che passa per la dotazione. Tuttavia, il consumatore preferirebbe (m_1', m_2') a (m_1, m_2) se potesse prendere e dare a prestito al tasso d'interesse r. Infatti con la dotazione (m_1', m_2') egli può acquistare un paniere come (c_1, c_2) che è inequivocabilmente migliore del paniere di consumo attuale.

Il valore attuale consente di valutare il flusso di reddito generato da diversi tipi di investimenti. Se si vogliono confrontare due investimenti che generano diversi flussi di pagamenti per determinare quale sia il migliore, è sufficiente calcolarne i valori attuali e scegliere il più elevato. L'investimento con il valore attuale più elevato consente sempre di ottenere maggiori possibilità di consumo.

Qualche volta un flusso di redditi può venire acquistato per mezzo di un flusso di pagamenti in un periodo di tempo. Per esempio è possibile acquistare un appartamento prendendo a prestito denaro da una banca e pagando un certo numero di rate di un mutuo ipotecario. Supponiamo di poter acquistare un flusso di redditi (M_1, M_2) per mezzo del flusso di pagamenti (P_1, P_2).

In questo caso è possibile valutare l'investimento confrontando il valore attuale del flusso dei redditi con il valore attuale del flusso dei pagamenti. Se

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} > P_1 + \frac{P_2}{1+r} \tag{10.4}$$

il valore attuale del flusso dei redditi è superiore a quello del flusso dei pagamenti: si tratta dunque di un buon investimento, poiché aumenta il valore iniziale della dotazione.

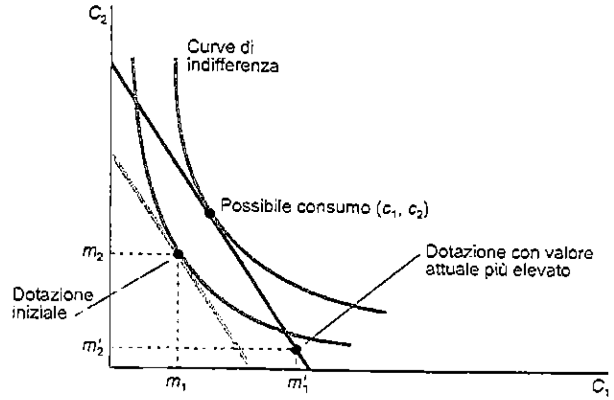


Figura 10.6 **Valore attuale più elevato.** Una dotazione con valore attuale più elevato dà al consumatore maggiori possibilità di consumo in ciascun periodo se egli può prendere e dare a prestito ai tassi di interesse di mercato.

L'investimento può anche essere valutato considerando il suo **valore attuale netto**. Per ottenerlo dobbiamo calcolare il flusso di cassa *netto* in ciascun periodo e rapportarlo al valore attuale. Nel nostro esempio il flusso di cassa netto è $(M_1 - P_1, M_2 - P_2)$ e quindi il valore attuale netto è

$$NPV = M_1 - P_1 + \frac{M_2 - P_2}{1+r}.$$

Confrontando quest'espressione con l'equazione (10.4) vediamo che è ragionevole scegliere quest'investimento se e solo se il valore attuale netto è un numero positivo.

Il calcolo del valore attuale netto è utile poiché ci consente di sommare i flussi di cassa negativi e positivi in ciascun periodo e di scontare il valore netto che ne risulta.

ESEMPIO: Valutazione di un flusso di pagamenti

Supponiamo di confrontare due investimenti A e B. L'investimento A rende attualmente $100 e ne renderà 200 il prossimo anno, l'investimento B rende attualmente $0 e ne renderà 310 il prossimo anno. Qual è l'investimento migliore?

La risposta dipende dal tasso di interesse. Se esso è uguale a zero, la risposta è semplice: il calcolo del valore attuale si riduce alla somma dei pagamenti.

Se il tasso di interesse è uguale a zero, il valore attuale dell'investimento A è

$$PV_A = 100 + 200 = 300$$

ed il valore attuale dell'investimento B è

$$PV_B = 0 + 310 = 310$$

quindi B è l'investimento migliore.

Otteniamo una risposta diversa se il tasso di interesse è sufficientemente elevato. Supponiamo, per esempio, che il tasso d'interesse sia il 20 per cento. Allora il calcolo del valore attuale diventa

$$PV_A = 100 + \frac{200}{1,20} = 266,67$$

$$PV_B = 0 + \frac{310}{1,20} = 258,33.$$

In questo caso A è l'investimento migliore. Il fatto che A renda di più nel primo periodo significa che avrà un valore attuale più elevato se il tasso di interesse è sufficientemente alto.

ESEMPIO: Il costo reale di una carta di credito

Prendere a prestito denaro con una carta di credito è costoso: molte società addebitano interessi annui che vanno dal 15 al 21 per cento. Tuttavia, a causa del modo in cui vengono calcolati gli interessi, il tasso di interesse reale sui debiti contratti in questo modo è molto più elevato.

Supponiamo che il possessore di una carta di credito acquisti beni per $2000 il primo giorno del mese, e che gli oneri finanziari siano pari all'1,5 per cento mensile. Se il consumatore versa l'intera somma entro la fine del mese, egli non dovrà sostenere alcun onere. Se invece non versa nulla, gli saranno addebitati interessi pari a $\$2000 \times 0,015 = \$30$ all'inizio del mese successivo.

Che cosa succede se il consumatore versa $1800, contro il saldo di $2000, l'ultimo giorno del mese? In questo caso, il consumatore ha preso a prestito soltanto $200, e quindi gli interessi dovrebbero ammontare a $3. Eppure molte società che emettono carte di credito addebitano cifre più alte. Questo perché molte società basano i loro addebiti sul "saldo medio mensile", anche se una parte di questo saldo è stata ripagata entro la fine del mese. Nel nostro esempio, il saldo medio mensile è di circa $2000 (è uguale a $2000 per 30 giorni, e a $200 per un giorno). Gli oneri finanziari saranno quindi lievemente inferiori a $30, anche se il consumatore ha effettivamente preso a prestito solo $200. Se è calcolato sulla somma effettivamente presa a prestito, questo tasso di interesse è pari al 15 per cento mensile!

10.9 Obbligazioni

I **titoli** sono strumenti finanziari che prevedono diverse forme di pagamento. Esistono molti tipi di strumenti finanziari perché gli individui desiderano tipi diversi di pagamenti. I mercati finanziari danno la possibilità di scambiare differenti forme di flussi di denaro nel tempo. Tali flussi sono usati per finanziare il consumo in un periodo o in un altro.

Prendiamo ora in esame un tipo particolare di titoli: le obbligazioni. Le obbligazioni sono emesse dai governi o dalle società e costituiscono, essenzialmente, un modo di prendere a prestito denaro. Chi prende a prestito — chi emette il titolo — si impegna a pagare una quantità fissa di dollari x (la **cedola**) per ciascun periodo fino a una data T (la **data di scadenza**), a questo punto chi emette il titolo pagherà a chi lo possiede una quantità di denaro F chiamata **valore nominale**. Possiamo rappresentare il flusso di pagamenti di un titolo come $(x, x, x, \ldots, F)$. Se il tasso d'interesse è costante, è facile calcolare il valore attuale scontato di questo titolo che è

$$PV = \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

Osserviamo che il valore attuale di un titolo diminuisce se il tasso di interesse aumenta, poiché allora il prezzo attuale di un dollaro disponibile in futuro diminuisce, e quindi il valore attuale dei pagamenti futuri sarà inferiore.

Il mercato dei titoli è vasto e ben sviluppato. Il valore di mercato dei titoli in circolazione fluttua al variare del tasso di interesse, poiché varia il valore attuale del flusso di pagamenti del titolo.

Particolarmente interessanti sono i titoli che prevedono pagamenti di durata illimitata, detti **rendite perpetue**. Consideriamo un titolo che garantisce un pagamento di x dollari all'anno per un numero illimitato di anni. Per calcolare il valore di questa rendita perpetua, dobbiamo calcolare la somma infinita:

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots$$

Per calcolare questa somma è necessario scomporla, mettendo in evidenza $1/(1+r)$, ottenendo

$$PV = \frac{1}{1+r}\left[x + \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots\right].$$

Ma il termine tra parentesi quadre non è altro che la somma di x e del valore attuale. Otteniamo quindi:

$$PV = \frac{1}{(1+r)}[x + PV]$$
$$= \frac{x}{r}.$$

Un modo ancora più semplice per risolvere questo problema è il seguente. Quale quantità di moneta, V, sarà necessaria per ottenere per un numero illimitato di anni x dollari al tasso di interesse r? Scriviamo l'equazione:

$$Vr = x$$

secondo cui l'interesse su V deve essere uguale a x. Ma allora il valore di questo investimento è

$$V = \frac{x}{r}.$$

Pertanto il valore attuale di questa rendita perpetua è x/r. Nel caso di tale rendita, è facile rendersi conto che un aumento del tasso d'interesse riduce il valore di un titolo. Supponiamo, per esempio, che venga emessa un'obbligazione quando il tasso di interesse è del 10 per cento. Se questa garantisce $10 l'anno, il suo valore attuale deve essere $100 — poiché $100 renderebbero $10 l'anno di interessi.

Supponiamo ora che il tasso d'interesse aumenti al 20 per cento. Il valore dell'obbligazione si ridurrà allora a $50, poiché con un tasso di interesse del 20 per cento sono sufficienti $50 per ottenere $10 di interessi l'anno.

Questa formula può essere anche usata per calcolare il valore approssimato di un titolo a lungo termine. Se il tasso d'interesse è, per esempio, il 10 per cento, il valore di un dollaro tra 30 anni sarà 6 centesimi. Considerata l'entità degli usuali tassi d'interesse, un periodo di 30 anni equivale ad un periodo infinito.

ESEMPIO: Credito rateale

Supponiamo di prendere a prestito $1000, impegnandoci a restituirli in 12 rate mensili di $100 l'una. Quale tasso di interesse paghiamo?

Può sembrare che il tasso d'interesse sia il 20 per cento: abbiamo preso a prestito $1000 e ne restituiamo 1200.

Ma non è così. Infatti non abbiamo preso a prestito $1000 per un anno intero: ne abbiamo preso 1000 per un mese e poi ne abbiamo restituiti 100, a questo punto ne abbiamo preso a prestito soltanto 900 e dobbiamo pagare un interesse mensile su $900. Restituiremo allora altri $100 alla fine del mese, e così via.

Il flusso dei pagamenti è

$$(1000, -100, -100, \ldots, -100).$$

Possiamo trovare il tasso d'interesse che rende il valore attuale di questo flusso uguale a zero usando una calcolatrice o un computer. Il tasso d'interesse effettivo su questo prestito rateale è circa il 35 per cento!

10.10 Tasse

Negli Stati Uniti il reddito da interessi è tassato allo stesso modo del reddito ordinario, cioè il reddito da interessi è tassato allo stesso modo del reddito da lavoro. Supponiamo che un individuo appartenga alla fascia di reddito su cui si applica la tassa marginale t, così che ogni dollaro *addizionale* di reddito, Δm, aumenta di $t\Delta m$ quanto egli deve come tassa.

Se questi investe X dollari in un titolo, otterrà un interesse rX, ma dovrà pagare trX tasse su questo reddito, e, quindi, il reddito al netto delle tasse sarà $(1-t)rX$ dollari. Chiamiamo perciò $(1-t)r$ **tasso d'interesse al netto delle tasse**.

Che cosa accade invece se si decide di prendere a prestito X dollari, piuttosto che darli a prestito? In questo caso, si dovrà pagare un interesse rX sul denaro preso a prestito. Negli Stati Uniti non tutti i pagamenti di interessi sono deducibili dalle tasse. Per esempio un individuo può dedurre gli interessi pagati su un mutuo ipotecario, ma non quelli pagati su un normale prestito. D'altro lato le imprese possono dedurre la maggior parte degli interessi che pagano.

Se un pagamento d'interessi è deducibile dalle tasse, questo viene sottratto dal reddito, e le tasse vengono pagate su ciò che rimane. Così gli rX dollari pagati sotto forma di interessi ridurranno di trX l'ammontare delle tasse dovute. Il costo complessivo degli X dollari presi a prestito sarà $rX - trX = (1-t)rX$.

Così, per chi appartiene alla stessa fascia di reddito, il tasso di interesse al netto delle tasse è lo stesso, che prenda o che dia denaro a prestito. La tassa sul risparmio ridurrà la quantità di denaro che si intende risparmiare, ma il sussidio sui prestiti aumenterà la quantità di denaro che si intende prendere a prestito.

ESEMPIO: Borse di studio e risparmio

Molti studenti negli Stati Uniti ricevono qualche forma di aiuto finanziario che consente loro di pagare i costi dell'università. L'ammontare di questo aiuto dipende da molti fattori, di cui uno dei più importanti è la capacità della famiglia dello studente di sostenere direttamente i costi dell'istruzione universitaria. La maggior parte delle università americane impiega una valutazione standard della capacità contributiva calcolata dal College Entrance Examination Board (CEEB).

Se uno studente intende richiedere una borsa di studio, la sua famiglia deve rispondere a un questionario sulla sua situazione reddituale. Il CEEB impiega le informazioni sul reddito e il patrimonio della famiglia per determinare una misura del "reddito disponibile conguagliato". Si presume che la famiglia possa contribuire alle spese dell'istruzione universitaria con una frazione di questo reddito disponibile che varia dal 22 al 47 per cento, a seconda del livello del reddito. Nel 1985, le famiglie con un reddito complessivo al lordo delle tasse di circa $35 000 dovevano contribuire alle spese universitarie di un loro figlio con circa $7000.

Ciascun dollaro addizionale in attività accumulate da una famiglia aumenta il contributo dovuto e riduce l'ammontare del sostegno finanziario che il figlio può sperare di ottenere. In effetti, la formula impiegata dal CEEB impone una tassa ai genitori che accantonano i loro risparmi per far fronte alle spese per l'educazione dei figli. Martin Feldstein, presidente del National Bureau of Economic Research (NBER) e professore di economia a Harvard, ha calcolato la grandezza di questa tassa[3].

Consideriamo una coppia di genitori che pensi di risparmiare un dollaro addizionale nel momento in cui la loro figlia entra all'università. Con un tasso di interesse del 6 per cento, il valore futuro di un dollaro tra 4 anni è di \$1.26. Dato che sul reddito da interessi devono essere pagate le tasse statali e federali, in realtà risparmiare un dollaro consente di ottenere tra 4 anni un reddito pari a \$1.19. Tuttavia, dato che questo dollaro risparmiato aumenta le disponibilità complessive della famiglia, l'ammontare dell'aiuto finanziario percepito dalla figlia diminuirà in *ciascuno* dei quattro anni di corso. L'effetto di questa "tassa sull'educazione" è di ridurre il valore futuro di un dollaro tra quattro anni a soli 87 centesimi. Questo equivale a una tassa sul reddito con un'aliquota del 150 per cento!

Feldstein ha anche esaminato il comportamento relativo al risparmio di un campione di famiglie della classe media con figli in età pre-universitaria. Egli ha stimato che una famiglia con un reddito annuo di \$40 000 e due figli che devono andare all'università accantona risparmi per circa il 50 per cento in meno di quanto sarebbe disposta a fare, e questo a causa della combinazione di tasse federali, statali e "educative" cui deve far fronte.

10.11 Scelta del tasso d'interesse

Nella discussione precedente, abbiamo spesso parlato del "tasso d'interesse". In realtà, vi sono numerosi tipi di tassi d'interesse: tassi nominali, tassi reali, tassi pre-tassazione, tassi post-tassazione, tassi a breve termine, a lungo termine e così via. Vogliamo ora sapere quale tasso sia "giusto" usare per determinare il valore attuale.

È necessario a tale scopo ricorrere ai concetti fondamentali. Il concetto di valore attuale scontato è stato introdotto perché volevamo convertire una certa quantità di moneta disponibile in un determinato periodo in una quantità equivalente relativa a un altro periodo.

Il "tasso d'interesse" equivale al rendimento di un investimento che consente di trasferire i fondi in questo modo.

Se intendiamo applicare questa analisi al caso in cui esista una varietà di tassi d'interesse, dobbiamo considerare quale tasso consenta di ottenere un flusso d'interessi il più vicino possibile al flusso di pagamenti che vogliamo valutare. Se il flusso di pagamenti non è tassato, si dovrebbe usare il tasso d'interesse al netto delle tasse, mentre nel caso in cui il flusso di pagamenti continui per 30 anni, sarebbe opportuno usare un tasso d'interesse a lungo termine. Se, infine, il flusso di pagamenti è a rischio, si dovrebbe usare un tasso d'interesse su un investimento che presenta lo stesso rischio. (Analizzeremo quest'ultima osservazione più avanti in modo più dettagliato).

[3] Martin Feldstein, "College Scholarship Rules and Private Savings", *American Economic Review*, 85, 3 (giugno 1995).

Il tasso di interesse misura il **costo opportunità** dei fondi, cioè il valore degli impieghi alternativi del denaro a disposizione. Per questo motivo si dovrebbe confrontare ogni flusso di pagamenti con la migliore alternativa che abbia caratteristiche simili per quanto riguarda il trattamento fiscale, il rischio e la liquidità.

Sommario

1. Il vincolo di bilancio relativo al consumo intertemporale può essere espresso in termini di valore attuale o di valore futuro.

2. I risultati di statica comparata relativi ai problemi generali di scelta sono validi anche per il consumo intertemporale.

3. Il tasso di interesse reale rappresenta il consumo addizionale che è possibile ottenere in futuro se si rinuncia a una parte del consumo attuale.

4. Un consumatore che può prendere e dare a prestito a un tasso di interesse costante preferirà sempre una dotazione con valore attuale più elevato a una con valore attuale meno elevato.

Domande

1. Qual è il valore attuale di un milione di dollari disponibile tra 20 anni, se il tasso di interesse è del 20 per cento?

2. Nel caso in cui aumenti il tasso di interesse, la retta del vincolo di bilancio intertemporale diventa più ripida o più piatta?

3. L'ipotesi che dei beni siano perfetti sostituti può essere valida nel caso di acquisti intertemporali di generi alimentari?

4. Un individuo che dà denaro a prestito, continua a farlo anche dopo una diminuzione dei tassi di interesse. La soddisfazione di questo individuo sarà maggiore o minore dopo la variazione dei tassi di interesse? Se questi, dopo la variazione, inizia a prendere a prestito, la sua soddisfazione sarà maggiore o minore?

5. Qual è il valore attuale di \$100 disponibili tra un anno se il tasso di interesse è del 10 per cento? E quale se il tasso di interesse è del 5 per cento?

11

MERCATI DELLE ATTIVITÀ

Le **attività** sono beni che forniscono un flusso di servizi nel tempo: servizi di consumo, come gli alloggi, oppure un flusso di denaro che può essere usato per acquistare beni di consumo. Le attività che forniscono un tale flusso monetario sono dette **attività finanziarie**.

Esempi di attività finanziarie sono i titoli, che abbiamo esaminato nel capitolo precedente. Il flusso di servizi che forniscono è, in questo caso, il flusso degli interessi. Altri tipi di attività finanziarie, come ad esempio le azioni, forniscono altri tipi di flussi di denaro. In questo capitolo prenderemo in esame i mercati delle attività in condizioni di certezza completa sul flusso futuro dei servizi che da queste provengono.

11.1 Tassi di rendimento

Accettando questa ipotesi estrema, possiamo formulare questo semplice principio: se non vi è alcuna incertezza sul flusso di denaro generato dalle attività, allora tutte le attività devono avere uguale tasso di rendimento. Questo è ovvio perché se un'attività avesse un tasso di rendimento più elevato di un'altra ed entrambe fossero identiche per tutti gli altri aspetti, nessuno vorrebbe acquistare quella con il tasso di rendimento inferiore. Così, in equilibrio, tutte le attività devono avere lo stesso tasso di rendimento.

Consideriamo ora il processo di aggiustamento dei tassi di rendimento. Supponiamo che il prezzo corrente di un'attività A sia p_0 e che p_1 sia il suo prezzo atteso domani. Vi è inoltre certezza sia sul prezzo attuale dell'attività che sul prezzo futuro. Per semplicità supponiamo che non vi siano dividendi o altri pagamenti tra il periodo 0 e il periodo 1. Supponiamo infine che sia possibile effettuare un altro investimento B tra il periodo 0 e il periodo 1, che frutti un tasso di interesse r. Consideriamo ora due possibilità di investimento: si può investire un dollaro nell'attività A incassando poi il prezzo del periodo successivo, oppure investire un dollaro nell'attività B e ottenere l'interesse di r dollari relativo a quel periodo.

Quali saranno i valori di questi due possibili investimenti alla fine del primo periodo? Se per investire un dollaro nell'attività A dobbiamo acquistarne x unità, avremo l'equazione

$$p_0 x = 1$$

ovvero

$$x = \frac{1}{p_0}.$$

Pertanto il valore futuro nel periodo successivo di un dollaro investito in questa attività sarà

$$FV = p_1 x = \frac{p_1}{p_0}.$$

D'altra parte, se investiamo un dollaro nell'attività B, otterremo $1+r$ dollari nel periodo successivo. Se le attività sono in equilibrio, un dollaro investito nell'una o nell'altra deve avere lo stesso valore nel periodo successivo. Otteniamo pertanto una condizione di equilibrio:

$$1 + r = \frac{p_1}{p_0}.$$

Se questa uguaglianza non viene soddisfatta, ciò significa che esiste un modo sicuro per far soldi. Se, per esempio,

$$1 + r > \frac{p_1}{p_0}$$

chi possiede l'attività A può venderne una unità per p_0 dollari nel primo periodo e investire il denaro ottenuto nell'attività B. Nel periodo successivo il valore dell'investimento nell'attività B sarà $p_0(1 + r)$, che, per l'espressione precedente, sarà maggiore di p_1. Questo garantisce che nel secondo periodo si avrà denaro sufficiente per riacquistare l'attività A e ritornare così alla situazione iniziale, ma con una quantità addizionale di moneta.

L'acquisto di una quota di un'attività vendendo una quota di un'altra, per realizzare in questo modo un profitto sicuro, è noto come **arbitraggio senza rischio** o, semplicemente, **arbitraggio**. Finché vi sarà qualcuno alla ricerca di "investimenti sicuri", ci possiamo aspettare che i mercati che funzionano bene eliminino rapidamente qualsiasi possibilità di arbitraggio. Possiamo quindi esprimere in un altro modo la condizione di equilibrio affermando che in equilibrio *non esistono possibilità di arbitraggio*. Questa condizione sarà detta **condizione di non arbitraggio**.

Vediamo ora come opera effettivamente l'arbitraggio. Nell'esempio precedente abbiamo affermato che, se $1 + r > p_1/p_0$, allora chiunque possieda l'attività A può decidere di venderla nel primo periodo, poiché è sicuro che avrà abbastanza denaro per riacquistarla nel secondo periodo. Ma chi sarebbe disposto ad acquistarla? Molte persone sarebbero disposte a offrire l'attività A al prezzo p_0, ma sarebbe molto difficile trovare qualcuno così sprovveduto da acquistarla a quel prezzo.

Questo significa che l'offerta sarebbe superiore alla domanda e, di conseguenza, il prezzo diminuirebbe fino a soddisfare la condizione di arbitraggio, cioè fino a che $1 + r = p_1/p_0$.

11.2 Arbitraggio e valore attuale

Possiamo anche esprimere la condizione di arbitraggio nel modo seguente

$$p_0 = \frac{p_1}{1+r}$$

cioè il prezzo corrente di un'attività deve essere uguale al suo valore attuale. Fondamentalmente, abbiamo trasformato, nella condizione di arbitraggio, il confronto tra valori futuri in confronto tra valori attuali. Così, se viene soddisfatta la condizione di non arbitraggio, le attività devono essere vendute ai loro valori attuali. Qualsiasi deviazione del prezzo dal valore attuale offrirebbe la possibilità di un modo sicuro per far soldi.

11.3 Aggiustamenti delle differenze tra le attività

Per la regola di non arbitraggio, i servizi generati dalle due attività sono identici, a meno della differenza puramente monetaria. Se i servizi generati dalle attività possiedono caratteristiche diverse, sarà necessario correggerli, per poter affermare che entrambe hanno lo stesso tasso di rendimento in equilibrio.

Per esempio, un'attività può essere più facilmente vendibile di un'altra, o, in altri termini, più **liquida** di un'altra. In questo caso, si può aggiustare il tasso di rendimento per tenere conto della difficoltà di trovare un acquirente. Infatti, una casa che vale \$100 000 è, probabilmente, un'attività meno liquida di \$100 000 in buoni del Tesoro.

Analogamente, un'attività può essere più rischiosa di un'altra. Il tasso di rendimento di un'attività può essere garantito, mentre quello di un'altra potrebbe essere altamente rischioso. Nel Capitolo 13 prenderemo in esame i modi di correggere le differenze dovute al rischio.

In questo capitolo, invece, prenderemo in considerazione altri due tipi di aggiustamento: il primo è quello relativo ad attività che hanno un rendimento in termini di consumo e il secondo si riferisce alle attività sottoposte a differenti tipi di tassazione.

11.4 Attività con rendimenti in termini di consumo

Molte attività hanno rendimenti esclusivamente monetari, ma ve ne sono altre che rendono in termini di consumo. Un esempio tipico è quello delle abitazioni. Se si è proprietari della casa in cui si abita, non è necessario affittarne una: quindi una parte del "rendimento" derivante dal possesso di una casa è dovuta al fatto che vi si abita senza pagarne l'affitto, o, se si vuole, che lo si paga a sé stessi. Questo può apparire stravagante, ma in realtà ha importanti applicazioni.

È vero che il proprietario di una casa non paga *esplicitamente* a sé stesso l'affitto della casa in cui abita, ma può essere utile pensare che lo faccia *implicitamente*. L'**affitto implicito** della casa che si possiede è quanto si dovrebbe pagare per poter affittare una casa simile, oppure, in modo equivalente, quanto si potrebbe ottenere affittando la propria casa a qualcuno in un libero mercato. Scegliendo di "affittare la propria casa a sé stessi" si rinuncia alla possibilità di percepire un affitto e questo rappresenta, pertanto, un costo opportunità.

Supponiamo che l'affitto implicito della casa che si possiede sia T dollari l'anno. Allora una parte del rendimento derivante dal possesso della casa dipende dal fatto che questo genera un reddito implicito di T dollari l'anno, uguale a quello che si dovrebbe pagare per abitare in una casa con caratteristiche simili a quella che si possiede.

Ma questo non è tutto il rendimento derivante dal possesso di un'abitazione: come ripetono instancabilmente gli agenti immobiliari, una casa è anche un investimento. È necessario molto denaro per acquistare una casa, ed è quindi ragionevole aspettarsi che questo investimento offra anche un rendimento monetario, dovuto all'aumento del valore dell'abitazione. L'aumento del valore di un'attività è detto **apprezzamento**.

Indichiamo con A l'apprezzamento atteso del valore in dollari di una casa, in un anno. Il rendimento complessivo derivante dal possesso di una casa è quindi uguale alla somma dell'affitto, T, e del rendimento dell'investimento, A. Se il prezzo iniziale della casa è P, allora il tasso *totale* di rendimento dell'investimento iniziale è

$$h = \frac{T + A}{P}.$$

Il tasso totale di rendimento è uguale alla somma del tasso di rendimento in termini di consumo, T/P, e del tasso di rendimento dell'investimento, A/P.

Se indichiamo con r il tasso di rendimento di altre attività finanziarie, il tasso totale di rendimento dell'investimento in abitazioni sarà, in equilibrio, uguale a r:

$$r = \frac{T + A}{P}.$$

Questo significa che, per esempio, all'inizio dell'anno si possono depositare in banca P dollari, ottenendone rP dollari, oppure si può investire P in una casa, risparmiando così T dollari di affitto e ottenendo A alla fine dell'anno. Il rendimento totale di questi due investimenti deve essere uguale. Se $T + A < rP$, sarebbe conveniente lasciare il denaro in banca e pagare T dollari di affitto. Alla fine dell'anno si avrebbero, in questo caso, $rP-T > A$ dollari. Se $T+A > rP$, sarebbe invece consigliabile acquistare una casa. (È evidente che non stiamo considerando la commissione dell'agente immobiliare e gli altri costi connessi all'acquisto e alla vendita).

Poiché il rendimento totale aumenta in base al tasso di interesse, il tasso di rendimento finanziario A/P sarà, generalmente, inferiore al tasso di interesse. Pertanto le attività con rendimento in termini di consumo avranno, in equilibrio, un tasso di rendimento finanziario inferiore a quello delle attività finanziarie pure. Ciò significa che acquistare case, quadri o gioielli *esclusivamente* come investimento finanziario non è, in genere, consigliabile, poiché il tasso di rendimento di queste attività sarà probabilmente inferiore al tasso di rendimento di attività esclusivamente finanziarie. Questo avviene perché il prezzo delle attività riflette, in parte, il rendimento in termini di consumo che deriva dal loro possesso. D'altra parte, se si attribuisce un valore sufficientemente elevato al rendimento in termini di consumo derivante da queste attività, può essere senz'altro opportuno acquistarle, considerandone il rendimento *totale*.

11.5 Tassazione sui rendimenti delle attività

L'Internal Revenue Service (così si chiama il fisco statunitense) distingue, ai fini della tassazione, due tipi di rendimenti. Il primo è il **dividendo** o **interesse**, cioè un rendimento pagato periodicamente — ogni anno oppure ogni mese — per la durata dell'attività. Sugli interessi e sui dividendi si pagano tasse al saggio ordinario, cioè allo stesso saggio al quale viene tassato il reddito da lavoro.

Il secondo tipo è costituito dai **capital gains** (rendimenti di capitale), che si verificano quando un'attività viene venduta a un prezzo più elevato di quello al quale era stata acquistata. I rendimenti di capitale sono tassati solo quando l'attività viene venduta. Negli Stati Uniti i rendimenti di capitale sono attualmente tassati allo stesso modo del reddito da lavoro, anche se sono state avanzate alcune proposte tendenti a un trattamento fiscale più favorevole.

Si sostiene talvolta che tassare i rendimenti di capitale allo stesso modo del reddito ordinario è una politica "neutrale". Questa affermazione può essere discussa in base a due ordini di motivi. Il primo è che le tasse sui capital gains vengono pagate soltanto al momento della vendita di una attività, mentre quelle sui dividendi o sugli interessi vengono pagate ogni anno. Il fatto che le tasse sui capital gains siano rinviate al momento della vendita rende *più basso* l'effettivo saggio di tassazione su questo tipo di rendimenti.

Il fatto che tassare i rendimenti di capitale allo stesso modo del reddito ordinario non sia una politica neutrale dipende anche da un secondo motivo: le tasse sui capital gains sono infatti basate sull'incremento del valore *monetario* delle attività. Se questo valore aumenta esclusivamente a causa dell'inflazione, un consumatore può dover pagare tasse su un'attività il cui valore *reale* non ha subito cambiamenti. Supponiamo per esempio che un'attività sia stata acquistata per 100 dollari e che 10 anni dopo ne valga 200. Supponiamo inoltre che nello stesso periodo il livello generale dei prezzi sia raddoppiato. In questo caso la persona che ha acquistato l'attività dovrà pagare tasse su un rendimento da capitale pari a 100, anche se il valore reale dell'attività è rimasto lo stesso. Per questo motivo il saggio di tassazione sui rendimenti di capitale tende a essere *più elevato* di quello sul reddito ordinario. È una questione controversa se sia dominante l'uno o l'altro effetto.

Questo dei capital gains non è l'unico esempio del diverso trattamento fiscale delle attività. Negli Stati Uniti, per esempio, i **municipal bonds** (obbligazioni emesse dai singoli stati o dalle amministrazioni cittadine) non sono tassati dal governo federale. Come abbiamo già detto, non sono tassati i rendimenti in termini di consumo derivanti dalle abitazioni occupate dai proprietari. Inoltre, negli Stati Uniti non è tassata una parte del rendimento di capitale derivante dalla vendita di una abitazione occupata dal proprietario.

Il fatto che attività diverse siano tassate in modi diversi comporta che, per la regola dell'arbitraggio, le differenze dovute alla tassazione devono essere corrette quando si confrontano i tassi di rendimento. Supponiamo che il tasso di interesse al lordo delle tasse di un'attività sia r_b, e che un'altra offra invece un rendimento esente da tasse, r_e. Allora, se entrambe le attività appartengono a individui che pagano tasse sul reddito al saggio t, si avrà

$$(1-t)r_b = r_e.$$

Questo significa che i rendimenti al netto delle tasse di ciascuna attività devono essere uguali, perché, se non fosse così, gli individui non desidererebbero possedere entrambe le attività, ma soltanto quella con il rendimento al netto delle tasse più elevato. (Senza considerare le differenze di liquidità, rischio, ecc.)

11.6 Applicazioni

Il fatto che tutte le attività non a rischio debbano avere gli stessi rendimenti è ormai ovvio, ma ha implicazioni di grande rilevanza sul funzionamento dei mercati.

Risorse esauribili

Esaminiamo l'equilibrio di mercato nel caso di una risorsa esauribile come il petrolio. Prendiamo in esame un mercato petrolifero concorrenziale con un gran numero di offerenti e supponiamo, per semplicità, che i costi di estrazione siano nulli: vogliamo sapere come varia nel tempo il prezzo del petrolio. La risposta è che il prezzo del petrolio deve aumentare in base al tasso di interesse, perché i giacimenti petroliferi sono attività come le altre. Quindi, se un produttore ritiene vantaggioso possedere un giacimento per un periodo, significa che il giacimento deve offrire un rendimento equivalente al rendimento finanziario che si potrebbe ottenere investendo altrove. Siano p_{t+1} e p_t i prezzi rispettivamente nei periodi $t+1$ e t, otteniamo

$$p_{t+1} = (1+r)p_t$$

come condizione di non arbitraggio in questo mercato.

Possiamo arrivare a dire che un giacimento di petrolio è come il denaro in banca: se il denaro è depositato in banca a un tasso d'interesse r, allora il petrolio deve offrire lo stesso tasso di rendimento. Se infatti il giacimento offrisse un rendimento più elevato, allora nessuno estrarrebbe petrolio, poiché preferirebbe aspettare, facendone in questo modo aumentare il prezzo corrente. Al contrario, se il giacimento offrisse un rendimento inferiore a quello del denaro depositato in banca, i proprietari dei pozzi cercherebbero di estrarre immediatamente il petrolio, per depositare il denaro in banca: così facendo, ne provocherebbero la diminuzione del prezzo.

Sappiamo quindi come varia il prezzo del petrolio: il livello del prezzo, invece, risulta determinato dalla domanda. Prendiamo ora in considerazione un semplice modello della domanda di mercato.

Supponiamo che la domanda di petrolio sia costante a D barili l'anno, e supponiamo che l'offerta mondiale complessiva sia S barili. Vi sarà quindi una riserva totale di petrolio per $T = S/D$ anni. Quando il petrolio si sarà esaurito, sarà necessario impiegare una tecnologia alternativa, per esempio quella del carbone liquefatto, che può essere prodotto a un costo costante di C dollari al barile. Supponiamo che il carbone liquefatto sia un perfetto sostituto del petrolio per ogni uso.

Tra T anni, quando il petrolio sarà quasi interamente esaurito, il suo prezzo dovrà essere C dollari il barile, cioè dovrà costare quanto il carbone liquefatto, che ne è un perfetto sostituto. Questo significa che p_0, il prezzo attuale di un barile di petrolio, dovrà aumentare al tasso di interesse r durante i prossimi T anni fino ad essere uguale a C. Otteniamo pertanto l'equazione

$$p_0(1+r)^T = C$$

oppure

$$p_0 = \frac{C}{(1+r)^T}.$$

Da questa espressione ricaviamo il prezzo corrente del petrolio come funzione delle altre variabili. A questo punto, possiamo impiegare la statica comparata per rispondere ad alcune domande. Che cosa accade, per esempio, se si scopre un nuovo giacimento di petrolio? In questo caso aumenterà T, cioè il numero degli anni durante i quali il petrolio continuerà a essere disponibile e pertanto, aumentando $(1+r)^T$, p_0 diminuirà. Perciò non ci stupiremo che un aumento dell'offerta di petrolio ne provochi una riduzione del prezzo.

Nel caso in cui un'innovazione tecnologica faccia diminuire C, dall'equazione precedente consegue che p_0 deve diminuire. Il prezzo del petrolio deve essere uguale a quello del suo perfetto sostituto, il carbone liquefatto, nel caso in cui quest'ultimo sia l'unica possibile alternativa.

Quando tagliare un bosco

Supponiamo che la dimensione di un bosco — misurata in termini del legname che se ne può ricavare — sia una certa funzione del tempo, $F(t)$. Supponiamo inoltre

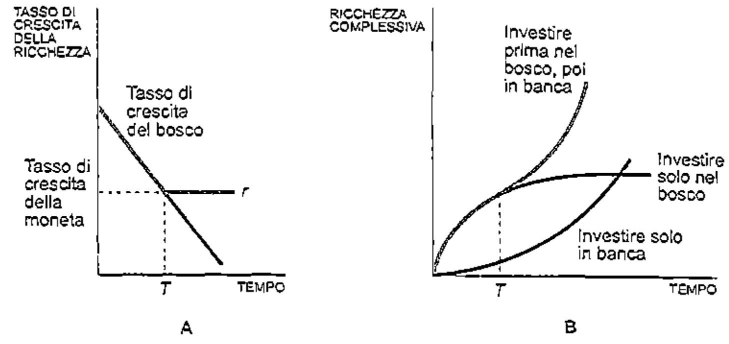


Figura 11.1 **Il taglio di un bosco.** È conveniente tagliare un bosco quando il suo tasso di crescita è uguale al tasso di interesse.

che il prezzo del legname rimanga costante e che gli alberi crescano ad un tasso inizialmente elevato, che in seguito diminuisce gradualmente. Se esiste un mercato concorrenziale del legname, quando sarà conveniente tagliare il bosco?

La risposta è la seguente: quando il tasso di crescita del bosco è uguale al tasso di interesse. Prima di raggiungere questo punto, il bosco offre un tasso di rendimento più elevato del denaro depositato in banca, mentre dopo quel punto, avviene esattamente il contrario. Il momento ottimale in cui tagliare il bosco è quello in cui il tasso di crescita è uguale al tasso di interesse.

Possiamo esprimere questa affermazione in termini formali considerando il valore attuale del bosco nel momento T, che sarà

$$PV = \frac{F(T)}{(1+r)^T}.$$

Vogliamo sapere quale scelta di T massimizzi il valore attuale, cioè renda il valore del bosco il più elevato possibile. Se scegliamo un valore di T molto basso, il tasso di crescita del bosco sarà superiore al tasso di interesse: questo significa che il valore attuale aumenta, e quindi è vantaggioso aspettare ancora un poco. D'altra parte, se scegliamo un valore di T molto alto, il bosco crescerà a un tasso inferiore al tasso di interesse, e quindi il valore attuale diminuisce. La scelta di T che massimizza il valore attuale si ha quando il tasso di crescita del bosco è uguale al tasso di interesse.

Questo è rappresentato nella Figura 11.1. Nel quadro A rappresentiamo il *tasso* di crescita del bosco e il *tasso* di crescita della moneta depositata in banca. Se vogliamo ottenere la quantità maggiore possibile di moneta in qualsiasi momento, dobbiamo investire nell'attività con il rendimento più elevato disponibile in ciascun periodo. Quando il bosco è giovane, rappresenta l'attività con il rendimento più elevato, mentre, quando invecchia, il suo tasso di crescita diminuisce, e la banca offre un rendimento più elevato.

La Figura 11.1B rappresenta come questo influisce sulla ricchezza complessiva. Prima di T, la ricchezza aumenta più rapidamente se è investita nel bosco, mentre dopo T se è investita in banca. La strategia ottimale consiste, pertanto, nell'investire nel bosco fino al momento T, dopo di che il bosco va tagliato e quanto se ne ricava va investito in banca.

ESEMPIO: Il prezzo della benzina durante la guerra del Golfo

Nell'estate del 1990 l'Iraq invase il Kuwait. Come risposta a questa azione di guerra, le Nazioni Unite imposero l'embargo sulle importazioni di petrolio dall'Iraq. Immediatamente dopo l'embargo, fu annunciato l'improvviso aumento del prezzo del petrolio sui mercati mondiali. Allo stesso tempo aumentò notevolmente anche il prezzo della benzina nei distributori degli Stati Uniti. Questo fatto indusse molti a lamentarsi dei "profittatori di guerra" e riempì i telegiornali di servizi sull'industria petrolifera.

Coloro che pensavano che l'aumento del prezzo della benzina fosse ingiustificato sostenevano che ci sarebbero volute almeno 6 settimane prima che il petrolio acquistato al nuovo prezzo (più alto) raggiungesse le raffinerie degli Stati Uniti e fosse trasformato in benzina. Le società petrolifere, sostenevano, avrebbero realizzato profitti "eccessivi" aumentando il prezzo della benzina che era già stata prodotta impiegando petrolio più a buon mercato.

Proviamo a considerare da economisti questo ragionamento. Supponiamo di possedere un'attività — per esempio una cisterna di benzina — il cui valore corrente è $1 al gallone. Sappiamo anche che tra 6 settimane il suo valore sarà $1.50 al gallone. A quale prezzo saremmo disposti a venderla ora? Certamente saremmo folli a venderla per molto meno di $1.50 al gallone: per qualsiasi prezzo molto inferiore ci converrebbe certamente lasciare la benzina nella cisterna per 6 settimane. Vale qui lo stesso ragionamento circa l'arbitraggio intertemporale che abbiamo applicato nel caso dell'estrazione del petrolio. Il prezzo (opportunamente scontato) della benzina di domani deve essere uguale al prezzo della benzina di oggi, se vogliamo che le imprese forniscano la benzina oggi.

Ciò è perfettamente sensato anche dal punto di vista del benessere sociale: se la benzina sarà più costosa nel prossimo futuro, non sarebbe sensato consumarne di meno oggi? L'aumento del prezzo incoraggia immediate misure di conservazione delle risorse, e riflette il reale prezzo di scarsità della benzina.

Per ironia della sorte, lo stesso fenomeno si verificò in Russia due anni più tardi. Durante la transizione all'economia di mercato, in Russia il petrolio veniva venduto a circa $3 al barile, mentre nel resto del mondo il prezzo era circa $19 al barile. I produttori di petrolio previdero che il prezzo sarebbe ben presto salito, e quindi tentarono di trattenerne quanto più possibile dalle forniture correnti. Come disse un petroliere russo, "Avete mai visto a New York qualcuno che vende un dollaro per 10 centesimi?" Di conseguenza i consumatori russi dovettero mettersi in coda davanti alle pompe di benzina.[1]

[1] Cfr. Louis Uchitelle, "Russians Line Up for Gas as Refineries Sit on Cheap Oil", *New York Times*, 12 luglio 1992, p. 4.

11.7 Istituzioni finanziarie

I mercati delle attività consentono agli individui di modificare i loro piani di consumo nel tempo. Consideriamo, per esempio, due individui A e B, che abbiano differenti dotazioni di ricchezza. A potrebbe possedere $100 oggi e nulla domani, mentre B potrebbe possedere $100 domani e nulla oggi. Può darsi benissimo che ciascuno preferisca $50 oggi e $50 domani: possono ottenere questa combinazione semplicemente scambiando: A dà $50 a B oggi e B dà $50 a A domani.

In questo caso, il tasso di interesse è nullo: A dà a prestito $50 a B, e in cambio riceve $50 il giorno dopo. Se i consumatori hanno preferenze convesse relativamente al consumo di oggi e di domani, preferiranno distribuire i consumi nel tempo, invece di consumare tutto in un solo periodo, anche se il tasso di interesse fosse nullo.

Questo vale anche per altre dotazioni di attività. È possibile che un individuo abbia una dotazione che generi un flusso costante di pagamenti e che, invece, preferisca disporre dell'intera somma, mentre per un altro può essere esattamente il contrario. Per esempio, un ventenne potrebbe desiderare in questo momento una somma di denaro per acquistare una casa, mentre un sessantenne, quando va in pensione, potrebbe desiderare un flusso costante di denaro. È evidente che questi due individui trarrebbero vantaggi da uno scambio delle rispettive dotazioni.

Nel nostro sistema economico, esistono istituzioni finanziarie che hanno lo scopo di facilitare questi scambi. Nel caso descritto sopra, il sessantenne potrebbe depositare in banca la somma di cui dispone, che, a sua volta, potrebbe essere data a prestito al ventenne. Quest'ultimo pagherà alla banca gli interessi sul prestito per l'acquisto della casa, e questo denaro sarà trasferito al sessantenne come pagamento degli interessi. Naturalmente la banca trattiene un compenso per questa intermediazione, ma, se il sistema bancario è concorrenziale, questo non dovrebbe essere molto superiore ai suoi costi effettivi.

Le banche non sono l'unica istituzione finanziaria che permetta di riallocare i consumi nel tempo: il mercato azionario ne è un altro importante esempio. Supponiamo che un imprenditore fondi una società e che questa abbia successo. È probabile che, per dare l'avvio alla società, l'imprenditore si sia rivolto a dei finanziatori — individui che gli hanno anticipato il denaro di cui aveva bisogno per far fronte alle spese fino a quando non fosse possibile ottenere dei ricavi. Una volta che la società è avviata, i proprietari hanno diritti sui profitti futuri, cioè hanno diritto ad un flusso di pagamenti.

Può anche accadere che i proprietari preferiscano invece ricevere subito una somma di denaro. In questo caso possono decidere di vendere l'impresa sul mercato azionario, emettendo azioni, che danno diritto a chi le compra di ottenere una parte dei profitti futuri in cambio d'un pagamento immediato. Chi intende acquisire una parte del flusso dei profitti dell'impresa acquista queste azioni dai proprietari: in questo modo, tutte e due le parti possono riallocare la loro ricchezza nel tempo.

Esiste una varietà di altre istituzioni e di mercati che facilitano lo scambio intertemporale. Vogliamo però sapere che cosa accade quando la domanda e l'offerta non si incontrano, cioè, per esempio, quando ci sono più persone disposte a vendere i consumi futuri di quanti intendano acquistarne. Come in qualsiasi altro tipo di mercato, anche in questo caso, se l'offerta è superiore alla domanda, il prezzo diminuirà, e quindi nel nostro esempio diminuirà il prezzo dei consumi futuri. Abbiamo già visto che il prezzo dei consumi futuri è

$$p = \frac{1}{1+r}$$

e questo significa che il tasso di interesse deve aumentare. L'aumento del tasso di interesse indurrà gli individui a risparmiare, diminuendo i consumi attuali, e in questo modo la domanda tenderà ad uguagliare l'offerta.

Sommario

1. In equilibrio tutte le attività che offrano un rendimento devono avere lo stesso tasso di rendimento. Altrimenti, esisterebbe la possibilità di arbitraggio senza rischio.

2. Se tutte le attività hanno lo stesso tasso di rendimento, questo implica che saranno vendute al loro valore attuale.

3. Se le attività sono tassate in modi diversi, oppure hanno caratteristiche di rischio differenti, si devono confrontare i saggi di rendimento al netto delle tasse, oppure i saggi di rendimento corretti in modo da tener conto del rischio.

Domande

1. Supponiamo che l'attività A possa essere venduta nel prossimo periodo a $11. Se attività simili hanno un tasso di rendimento del 10%, quale deve essere il prezzo corrente di A?

2. Un'abitazione che si potrebbe affittare a $10 000 l'anno e che si potrebbe vendere tra un anno a $110 000 può essere acquistata per $100 000. Qual è il saggio di rendimento?

3. Gli interessi su certi titoli non sono tassabili. Se titoli simili ma tassabili hanno un tasso di rendimento del 10% e se il saggio marginale di tassazione è il 40%, quale deve essere il tasso di rendimento dei titoli non tassabili?

4. Supponiamo che una risorsa scarsa la cui domanda sia costante si esaurisca in 10 anni. Se fosse disponibile una risorsa alternativa a un prezzo di $40 e se il tasso di interesse fosse il 10%, quale sarebbe il prezzo attuale di questa risorsa?

APPENDICE

Supponiamo di investire un dollaro in un'attività con tasso di interesse r, che preveda il pagamento dell'interesse una volta l'anno. Dopo T anni avremo quindi $(1+r)^T$ dollari. Supponiamo ora che gli interessi siano versati mensilmente: ciò significa che il tasso di interesse mensile sarà $T/12$ e che vi saranno $12T$ versamenti, e quindi dopo T anni avremo $(1+r/12)^{12T}$ dollari. Se il tasso di interesse è versato giornalmente, i dollari saranno $(1+r/365)^{365T}$, e così via. In genere, se l'interesse è versato n volte l'anno, si avranno $(1+r/n)^{nT}$ dollari dopo T anni. A questo punto, è naturale chiederci di quanta moneta potremmo disporre se gli interessi fossero pagati in modo *continuo*, cioè, vogliamo conoscere il limite di questa espressione per n che tende all'infinito. Questo è

$$e^{rT} = \lim_{n\to\infty} (1+r/n)^{nT}$$

dove e è 2,7183 ..., la base dei logaritmi naturali. Questa espressione della capitalizzazione continua sarà molto utile nei calcoli. Verifichiamo, per esempio, che è conveniente tagliare un bosco quando il suo tasso di crescita è uguale al tasso di interesse, come abbiamo affermato nel testo. Poiché il valore del bosco nel momento T sarà $F(T)$, il suo valore attuale è

$$V(T) = \frac{F(T)}{e^{rT}} = e^{-rT}F(T).$$

Per massimizzare il valore attuale, deriviamo rispetto a T e poniamo il risultato uguale a zero. Otteniamo così

$$V'(T) = e^{-rT}F'(T) - re^{-rT}F(T) = 0$$

ovvero

$$F'(T) - rF(T) = 0$$

che può essere riscritta per ottenere il risultato:

$$r = \frac{F'(T)}{F(T)}.$$

Questa equazione stabilisce che il valore ottimo di T soddisfa la condizione di uguaglianza tra il tasso di interesse e il tasso di crescita del valore del bosco.

12

INCERTEZZA

L'incertezza è una caratteristica fondamentale dell'esistenza umana. Si corrono dei rischi anche quando si fa una doccia o si attraversa la strada: a maggior ragione quando si impiega il proprio denaro. Esistono però istituzioni finanziarie, come le assicurazioni o i mercati azionari, che possono almeno ridurre alcuni di questi rischi. Il funzionamento di questi mercati verrà esaminato nel prossimo capitolo: in questo studieremo il comportamento degli individui che effettuano scelte in condizioni di incertezza.

12.1 Consumo condizionato

Poiché ci sono già noti gli elementi della teoria della scelta del consumatore, li impiegheremo per studiare la scelta in condizioni di incertezza. Prima di tutto vogliamo sapere "che cosa" si sceglie.

Il consumatore, presumibilmente, è interessato alla distribuzione della probabilità di ottenere panieri di consumo differenti. Per **distribuzione di probabilità** intendiamo un elenco di eventi — in questo caso, panieri di consumo — e delle probabilità associate a ciascun evento. Quando un consumatore decide quanto spendere per l'assicurazione dell'automobile oppure quanto investire in azioni, egli in effetti sceglie tra un insieme di distribuzioni di probabilità associate a differenti panieri di consumo.

Supponiamo, per esempio, che un consumatore disponga ora di \$100, e che intenda acquistare alla lotteria il biglietto numero 13. Se il numero 13 verrà estratto, frutterà al suo possessore \$200. Supponiamo che il biglietto costi \$5. I due eventi possibili sono l'estrazione e la non estrazione del biglietto.

La dotazione di ricchezza iniziale del consumatore è \$100, sia che il 13 venga estratto sia che non venga estratto. Ma se il consumatore acquista il biglietto della lotteria per \$5, la distribuzione della ricchezza sarà \$295 se il 13 è estratto e \$95 se non lo è. L'acquisto del biglietto ha modificato la distribuzione iniziale di probabilità delle dotazioni di ricchezza. Esaminiamo questo punto con maggiore cura.

Per semplicità, valuteremo il rischio in termini monetari, anche se, naturalmente, per il consumatore ciò che più conta non è la moneta, ma i beni di consumo che con questa può acquistare. Gli stessi principi, d'altra parte, valgono nel caso di rischio riferito a beni. In secondo luogo, ancora per semplicità, prenderemo in esame soltanto situazioni con un numero limitato di eventi.

Abbiamo descritto il rischio associato a una lotteria; considereremo ora il caso delle assicurazioni. Supponiamo che un individuo disponga inizialmente di attività per un valore di \$35 000, ma che esista la possibilità che ne perda \$10 000. Per esempio, la sua automobile potrebbe essere rubata, oppure un temporale potrebbe danneggiare la sua casa. Supponiamo che la probabilità che ciò accada sia $p = 0,01$. In questo caso, il consumatore avrà una probabilità dell'1 per cento di disporre di \$25 000 e una probabilità del 99 per cento di disporre di \$35 000.

Un modo per modificare questa distribuzione di probabilità è offerto dalle assicurazioni. Supponiamo che un consumatore stipuli un contratto di assicurazione in base al quale, per un premio di \$1, nel caso in cui si verifichi un danno egli riceverà \$100. Naturalmente il consumatore dovrà pagare il premio in ogni caso, che il danno si verifichi o no. Se egli decide di assicurarsi per \$10 000, dovrà pagare un premio di \$100. In questo caso avrà una probabilità dell'1 per cento di disporre di \$34 900 (\$35 000 di attività − \$10 000 di danni + \$10 000 di versamento dell'assicurazione − \$100 di premio) e una probabilità del 99 per cento di disporre di \$34 900 (\$35 000 di attività − \$100 di premio.) Quindi, qualsiasi cosa accada, il consumatore disporrà sempre, alla fine, della stessa ricchezza, e sarà completamente assicurato contro la probabilità che il danno si verifichi.

In generale, se questo individuo si assicura per K dollari e paga un premio γK, si avrà[1]:

$$\$25\,000 + K - \gamma K \text{ con probabilità } 0{,}01$$

e

$$\$35\,000 - \gamma K \text{ con probabilità } 0{,}99.$$

La scelta del tipo di assicurazione dipenderà dalle preferenze di questo individuo: potrebbe essere molto prudente, e quindi decidere di assicurarsi per una somma

[1] Il simbolo γ è la lettera greca *gamma* minuscola.

elevata, oppure potrebbe preferire il rischio e non assicurarsi affatto. Gli individui hanno preferenze differenti per le distribuzioni di probabilità, così come hanno preferenze differenti per il consumo dei beni.

In effetti, esaminando le decisioni in condizioni di incertezza, è utile pensare che la moneta disponibile in circostanze differenti equivalga a beni differenti. Avere un migliaio di dollari dopo aver subito una grossa perdita ha un significato ben diverso dall'avere la stessa somma senza aver subito alcun danno. Naturalmente questo non vale solo per il denaro: un gelato in una giornata calda e assolata è un bene molto diverso dallo stesso gelato in una giornata fredda e piovosa. In genere, i beni di consumo hanno valori differenti a seconda delle circostanze in cui sono disponibili.

Possiamo pensare gli esiti diversi di un qualche processo aleatorio come differenti **stati di natura**. Nell'esempio precedente, vi erano due stati di natura: subire il danno o non subirlo, ma in generale ve ne sono molti possibili. Possiamo allora pensare che un **piano di consumo condizionato** specifichi ciò che sarà consumato in ogni differente stato di natura, cioè in corrispondenza di ogni esito del processo aleatorio. *Condizionato* significa dipendente da qualcosa di non completamente certo, così, un piano di consumo condizionato dipende dal verificarsi di un determinato evento. Nel caso dell'assicurazione, il consumo condizionato era descritto nei termini del contratto di assicurazione: quanto si ottiene se si subisce un danno e quanto nel caso contrario. Nell'esempio dei giorni di sole o di pioggia, il consumo condizionato corrisponde al *piano* di consumo a seconda delle diverse condizioni metereologiche.

Gli individui hanno preferenze relativamente ai diversi piani di consumo, così come le hanno relativamente al consumo effettivo. Molti di noi, per esempio, potrebbero sentirsi più tranquilli sapendo di essere assicurati contro ogni danno. Le scelte degli individui relativamente ai consumi in circostanze differenti riflettono le loro preferenze. Per analizzare queste scelte, pertanto, impiegheremo la teoria della scelta che abbiamo già esaminato.

Se pensiamo che un piano di consumo condizionato equivalga a un ordinario paniere di consumo, è possibile applicare il modello che abbiamo costruito nei capitoli precedenti. Possiamo ritenere, in altri termini, che le preferenze siano definite sui diversi piani di consumo possibili, dato il vincolo di bilancio, e possiamo quindi stabilire che il consumatore scelga il miglior piano di consumo possibile, esattamente come nei capitoli precedenti.

Studiamo ora il caso dell'assicurazione impiegando le curve di indifferenza. I due stati di natura sono: l'eventualità che il danno si verifichi e quella che il danno non si verifichi. I consumi condizionati corrispondono alla quantità di moneta che si avrà in ciascun caso. Rappresentiamo questa situazione nella Figura 12.1.

La dotazione di consumo condizionato è \$25 000 nello stato "negativo" — il caso in cui si verifichi il danno — e di \$35 000 nello stato "positivo" — il caso in cui il danno non si verifichi. L'assicurazione consente al consumatore di spostarsi dal punto corrispondente alla dotazione: se si assicura per K dollari, cede γK dollari di possibilità di consumi nello stato "positivo" in cambio di $K - \gamma K$ dollari di possibilità di consumi in quello "negativo". Pertanto, se si divide il consumo perduto nello stato "positivo" per il consumo addizionale possibile nello stato "negativo" si

ottiene

$$\frac{\Delta C_g}{\Delta C_b} = -\frac{\gamma K}{K - \gamma K} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}.$$

Questa è l'inclinazione della retta di bilancio che passa per la dotazione. Possiamo quindi dire che il prezzo del consumo nello stato "positivo" è $1 - \gamma$ e il prezzo nello stato "negativo" è γ.

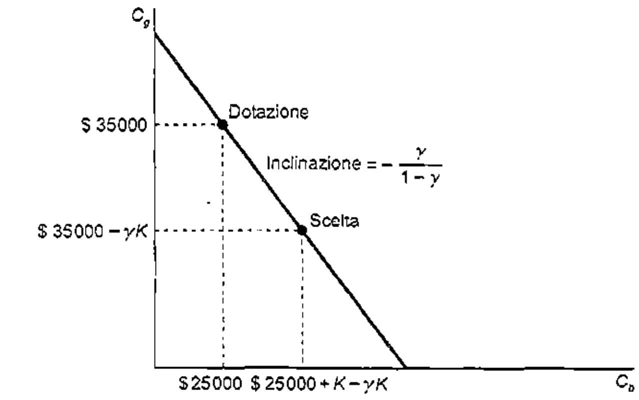


Figura 12.1 **Assicurazione.** La retta di bilancio associata all'assicurazione. Il premio γ consente di cedere una parte del consumo nell'evento "positivo" (C_g) in cambio di un consumo maggiore nell'evento "negativo" (C_b).

Possiamo ora tracciare le curve di indifferenza di un individuo relativamente al consumo condizionato. Anche in questo caso è naturale assumere che le curve di indifferenza siano convesse: ciò significa che un individuo preferirà una quantità costante di consumi in ciascuno stato piuttosto che una quantità elevata in uno stato e una molto ridotta nell'altro.

Date le curve di indifferenza relative al consumo in ciascuno stato di natura, consideriamo ora la scelta dell'entità dell'assicurazione. Come sempre, la scelta ottima sarà caratterizzata dalla condizione di tangenza: il saggio marginale di sostituzione tra i consumi in ciascuno stato di natura deve essere uguale al prezzo al quale i consumi possono essere sostituiti tra i due stati.

Dal momento che abbiamo a disposizione un modello della scelta ottima, possiamo applicare i procedimenti d'analisi sviluppati nei precedenti capitoli. Possiamo esaminare le variazioni della domanda di assicurazione al variare del suo prezzo, al variare della ricchezza del consumatore e così via; la teoria del consumatore ne descrive perfettamente il comportamento sia in condizioni di incertezza che di certezza.

ESEMPIO: Catastrophe bonds

Abbiamo visto che un'assicurazione rappresenta un modo per trasferire ricchezza da stati di natura "positivi" a stati di natura "negativi". Ovviamente nella transazione sono coinvolte due parti: chi acquista l'assicurazione e chi la vende. In questo esempio ci soffermeremo sulla vendita di un'assicurazione.

Possiamo dividere il mercato delle assicurazioni in un settore "al dettaglio", che tratta direttamente con l'acquirente finale, e un settore "all'ingrosso", in cui gli assicuratori vendono rischi ad altre controparti. Il mercato della vendita all'ingrosso è chiamato **mercato riassicurativo**.

Tipicamente, il mercato riassicurativo poggia su grandi investitori istituzionali, come i fondi pensioni, per fornire la copertura finanziaria dei rischi. Alcuni riassicuratori si affidano invece a grandi investitori individuali. La Lloyd's of London, uno dei più famosi consorzi di riassicurazione, generalmente usa investitori privati.

Recentemente, il settore riassicurativo sta sperimentando i **catastrophe bonds**, che, secondo alcuni analisti, rappresentano un modo più flessibile per fornire riassicurazioni. Queste obbligazioni, generalmente vendute a grandi istituzioni, sono tipicamente legate al verificarsi di disastri naturali quali, ad esempio, terremoti e uragani.

Un intermediario finanziario, come una compagnia di riassicurazione o una banca d'affari, emette un'obbligazione legata a un particolare evento assicurabile, come un terremoto, per il quale siano previsti, a titolo di esempio, almeno 500 milioni di dollari in richieste di risarcimento danni. Nel caso non si verifichi nessun terremoto, gli investitori ottengono un generoso tasso di rendimento. Ma se il terremoto si verifica e le richieste superano la somma specificata, gli investitori sacrificano sia il capitale sia l'interesse.

I *catastrophe bonds* hanno delle caratteristiche interessanti. Possono distribuire il rischio in modo significativo e possono essere suddivisi praticamente all'infinito, permettendo a ogni investitore di accollarsi solo una piccola parte del rischio. La copertura dell'assicurazione è versata in anticipo, per cui non vi è alcun rischio di inadempienza nei confronti dell'assicurato.

Dal punto di vista economico, i *catastrophe bonds* sono una forma di **attività contingente**, cioè un'attività che fornisce un rendimento se e solo se si verifica un particolare evento. Questo concetto venne introdotto per la prima volta dal premio Nobel Kenneth J. Arrow in un saggio pubblicato nel 1952 e fu a lungo considerato unicamente per il suo valore teorico. Ma in seguito si è visto che le opzioni e altri strumenti derivati potevano venire meglio compresi utilizzando il concetto di attività contingente. Ora, i guru di Wall Street attingono da questo lavoro vecchio di cinquant'anni per creare nuovi esotici derivati come i *catastrophe bonds*.

12.2 Probabilità e funzioni di utilità

Nel caso in cui un consumatore abbia preferenze plausibili relativamente ai consumi in situazioni diverse, potremo descriverle con una funzione di utilità, come abbiamo

già fatto in precedenza. Tuttavia, il fatto di considerare la scelta in condizioni di incertezza aggiunge senza dubbio al problema di scelta qualche complicazione. In genere, il modo in cui un individuo sceglie tra i consumi in uno stato e quelli in un altro stato dipende dalla *probabilità* che lo stato in questione si verifichi. In altri termini, il saggio al quale un individuo è disposto a sostituire il consumo nel caso in cui piova al consumo nel caso in cui non piova dipende dalla probabilità che piova effettivamente. Le preferenze per i consumi in stati di natura differenti dipenderanno da ciò che gli individui pensano a proposito dei diversi gradi di probabilità che questi stati si verifichino.

Per questo motivo, diciamo che la funzione di utilità dipende sia dalle probabilità che dai livelli di consumo. Supponiamo di considerare due stati che si escludano a vicenda, come la pioggia e il sole, il fatto che un danno si verifichi oppure che non si verifichi, ecc. Indicheremo con c_1 e c_2 i consumi negli stati 1 e 2 e con π_1 e π_2 le probabilità che lo stato 1 o lo stato 2 si verifichino.

Nel caso in cui i due stati si escludano a vicenda, così che solo uno di essi possa verificarsi, allora $\pi_2 = 1 - \pi_1$. In genere, però, scriveremo entrambe le probabilità per ragioni di simmetria.

Possiamo ora scrivere la funzione di utilità relativa ai consumi nei periodi 1 e 2 come $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$. Questa è la funzione che rappresenta le preferenze relative ai consumi in ciascuno stato.

ESEMPIO: Alcuni esempi di funzioni di utilità

Possiamo impiegare quasi tutte le funzioni di utilità che abbiamo visto in precedenza anche nel caso della scelta in condizioni di incertezza. Un caso interessante, per esempio, è quello dei perfetti sostituti, in cui si attribuisca un peso a ciascun consumo in ragione della probabilità che questo si verifichi. In questo modo otteniamo una funzione di utilità della forma

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2.$$

Nel caso della scelta in condizioni d'incertezza, questa espressione viene definita **valore atteso**, e rappresenta il livello medio di consumo.

Un altro esempio di funzione di utilità è la funzione di utilità Cobb-Douglas:

$$u(c_1, c_2, \pi, 1 - \pi) = c_1^{\pi} c_2^{1-\pi}.$$

In questo caso l'utilità attribuita a ciascuna combinazione di panieri dipende dal piano di consumo in modo non lineare.

Come sempre, una trasformazione monotona dell'utilità continuerà a rappresentare le stesse preferenze. Il logaritmo della funzione Cobb-Douglas, che risulterà in seguito molto utile, ha la forma

$$\ln u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2.$$

12.3 Utilità attesa

Possiamo esprimere convenientemente la funzione di utilità nel modo seguente:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

cioè possiamo esprimere la funzione di utilità come somma ponderata di una qualche funzione del consumo nei due stati, $v(c_1)$ e $v(c_2)$, ove i pesi sono le probabilità.

Abbiamo già visto che il caso dei perfetti sostituti può essere rappresentato da una funzione di questo tipo, con $v(c) = c$. La funzione Cobb-Douglas non ha questa forma ma, se è espressa in termini logaritmici, assume una forma lineare con $v(c) = \ln c$.

Nel caso in cui uno degli stati sia certo e quindi, per esempio, $\pi_1 = 1$, allora $v(c_1)$ è l'utilità del consumo certo nello stato 1. Analogamente, nel caso in cui $\pi_2 = 1$, $v(c_2)$ è l'utilità del consumo nello stato 2. Pertanto l'espressione

$$\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

rappresenta l'utilità media, o utilità attesa, del piano di consumo (c_1, c_2).

Per questo motivo, una funzione di utilità che abbia la forma appena descritta viene chiamata **funzione di utilità attesa** oppure **funzione di utilità di Von Neumann-Morgenstern**[2].

Affermando che le preferenze di un consumatore possono essere rappresentate da una funzione di utilità attesa, oppure che hanno la proprietà dell'utilità attesa, intendiamo dire che possono essere rappresentate da una funzione di utilità che abbia la forma additiva descritta in precedenza. Potremmo, naturalmente, scegliere anche una forma diversa: qualsiasi trasformazione monotona di una funzione di utilità attesa è una funzione di utilità che descrive le stesse preferenze. Questa rappresentazione, tuttavia, risulta particolarmente conveniente. Se le preferenze del consumatore sono rappresentate da $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$, saranno rappresentate anche da $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$, ma quest'ultima rappresentazione non ha la proprietà dell'utilità attesa, mentre la prima la possiede.

D'altra parte, la funzione di utilità attesa può subire un qualche tipo di trasformazione monotona continuando a possedere la proprietà dell'utilità attesa. Diciamo che una funzione $v(u)$ è una **trasformazione lineare positiva** se può essere scritta nella forma $v(u) = a(u) + b$ dove $a > 0$. Una trasformazione lineare positiva si ottiene semplicemente moltiplicando per un numero positivo e sommando una costante. Se una funzione di utilità attesa subisce una trasformazione lineare positiva, non rappresenta soltanto le stesse preferenze (questo è ovvio poiché una trasformazione affine è soltanto un tipo particolare di trasformazione monotona), ma conserva anche la proprietà dell'utilità attesa.

[2] John von Neumann è uno dei più grandi matematici del ventesimo secolo. Egli ha inoltre contribuito in modo fondamentale allo sviluppo della fisica, della *computer science* e della teoria economica. Oscar Morgenstern, un economista di Princeton, sviluppò con Von Neumann la teoria dei giochi.

Gli economisti affermano che una funzione di utilità attesa è "unica a meno di una trasformazione lineare". Ciò significa che si può applicare alla funzione di utilità una trasformazione lineare ottenendo un'altra funzione di utilità attesa che rappresenta le stesse preferenze. Ma qualsiasi altro tipo di trasformazione non godrà della proprietà dell'utilità attesa.

La rappresentazione in termini di utilità attesa è conveniente, ma è essa anche ragionevole? Perché rappresentiamo le preferenze relative a scelte in condizioni d'incertezza con la funzione di utilità attesa? In realtà, vi sono convincenti motivi per ritenere che l'utilità attesa si presti a trattare problemi di scelta di questo tipo.

Il fatto che gli oggetti di una scelta effettuata in condizioni aleatorie siano beni che saranno consumati in differenti circostanze significa che alla fin fine *soltanto uno* di tali oggetti si realizzerà. Per esempio, o la nostra abitazione sarà distrutta da un incendio oppure non lo sarà; domani o pioverà oppure ci sarà il sole. Dal modo in cui abbiamo impostato il problema di scelta, deduciamo che si attuerà soltanto uno dei molti eventi possibili e, pertanto, che soltanto uno dei piani di consumo condizionati si realizzerà effettivamente.

Ciò ha implicazioni di grande interesse. Supponiamo che un consumatore consideri se stipulare o no una polizza assicurativa contro gli incendi per il prossimo anno. Per effettuare questa scelta il consumatore dovrà esaminare tre situazioni: la sua ricchezza attuale (c_0), la sua ricchezza, nel caso in cui l'abitazione venga distrutta da un incendio, (c_1), e la sua ricchezza nel caso l'incendio non abbia luogo, (c_2). (Come abbiamo già detto, ciò che interessa realmente al consumatore sono le possibilità di consumo corrispondenti a ciascun evento, ma in questo caso il consumo è rappresentato dalla ricchezza.) Se π_1 rappresenta la probabilità che la casa sia distrutta da un incendio e π_2 la probabilità che non lo sia, le preferenze relative a queste tre alternative di consumo possono essere rappresentate da una funzione di utilità $u(\pi_1, \pi_2, c_0, c_1, c_2)$.

Supponiamo di considerare lo scambio (trade-off) tra la ricchezza attuale e uno degli eventi possibili — per esempio, la quantità di moneta alla quale si è disposti a rinunciare ora per averne di più se la casa brucia. *Questa decisione è indipendente dalla quantità dei consumi disponibili nell'altro stato di natura, cioè dalla ricchezza disponibile se la casa non sarà distrutta.* Questo perché o la casa sarà distrutta oppure non lo sarà: se lo sarà, il valore della ricchezza addizionale non dipenderà dalla ricchezza che sarebbe stata disponibile se la casa *non* fosse stata distrutta dall'incendio. Il passato è passato — e quindi ciò che *non* avviene non influisce sul valore del consumo nell'evento che accade *realmente*.

Va sottolineato che questa è un'*ipotesi* sulle preferenze del consumatore e che, pertanto, può essere violata. Quando si sceglie tra due beni, è tipicamente rilevante la quantità posseduta di un terzo bene: la scelta tra caffè e tè può dipendere da quanta panna si possiede, e questo perché normalmente il caffè viene consumato insieme alla panna. Ma nel caso in cui si scegliesse in modo del tutto casuale (per esempio tirando un dado) tra caffè, *oppure* tè, *oppure* panna, allora la quantità di panna che si può ottenere non influenzerà in alcun modo le preferenze relative al caffè o al tè. Questo perché si può avere solamente l'uno o l'altro: se si finisce per scegliere la panna, è irrilevante il fatto che si sarebbe potuto ottenere caffè o tè.

Così, per quanto concerne la scelta in condizioni di incertezza, esiste una certa "indipendenza" tra i diversi eventi, poiché i consumi avvengono separatamente — nei diversi stati di natura. Le scelte che si prevede di fare in uno stato non influenzano quelle che si prevede di fare in altri stati di natura. Tale ipotesi viene detta **ipotesi di indipendenza**. Ne consegue che la funzione di utilità che esprime il consumo condizionato assumerà una struttura molto particolare: dovrà essere additiva rispetto ai diversi panieri di consumo condizionato.

Ciò significa che se c_1, c_2 e c_3 rappresentano i consumi nei diversi stati di natura e π_1, π_2 e π_3 le probabilità che questi tre stati di natura si realizzino, allora, se viene soddisfatta l'ipotesi d'indipendenza, la funzione di utilità avrà la forma

$$U(c_1, c_2, c_3) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2) + \pi_3 u(c_3).$$

Una funzione di questo tipo è già stata definita funzione di utilità attesa. Va sottolineato che la funzione di utilità attesa soddisfa effettivamente la proprietà secondo la quale il saggio marginale di sostituzione tra due beni è indipendente dalla quantità del terzo. Il saggio marginale di sostituzione tra i beni 1 e 2, per esempio, ha la forma

$$\begin{aligned} \mathrm{MRS}_{12} &= \frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_2} \\ &= \frac{\pi_1 \Delta u(c_1)/\Delta c_1}{\pi_2 \Delta u(c_2)/\Delta c_2}. \end{aligned}$$

Questo MRS dipende soltanto dalle quantità possedute dei beni 1 e 2, e non da quella del bene 3.

12.4 Avversione al rischio

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che la funzione di utilità attesa ha proprietà utili per analizzare le scelte in condizioni di incertezza: in questo paragrafo forniremo qualche esempio.

Applichiamo il modello dell'utilità attesa a un semplice problema di scelta. Supponiamo che la ricchezza di un consumatore sia attualmente \$10 e che stia pensando di investirla in un'attività a rischio, la quale gli offre una probabilità del 50 per cento di guadagnare \$5 e una probabilità del 50 per cento di perdere \$5. La sua ricchezza dipenderà quindi da un elemento aleatorio: egli ha il 50 per cento di probabilità di ritrovarsi con 5 dollari e il 50 per cento di probabilità di ritrovarsi con 15 dollari. Il *valore atteso* di questa scommessa è \$10 e l'utilità attesa è

$$\frac{1}{2}u(\$15) + \frac{1}{2}u(\$5).$$

Ciò è rappresentato nella Figura 12.2; l'utilità attesa della ricchezza corrisponde alla media dei due numeri $u(\$15)$ e $u(\$5)$, rappresentata nel grafico da $0,5u(5) + 0,5u(15)$. Abbiamo rappresentato anche l'utilità del valore atteso della ricchezza,

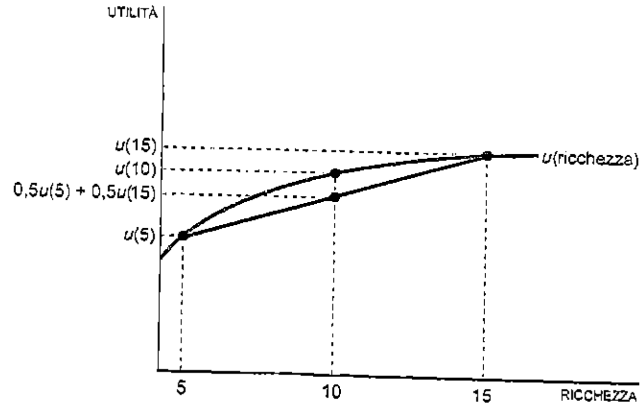


Figura 12.2 **Avversione al rischio.** Per un consumatore avverso al rischio, l'utilità del valore atteso della ricchezza, $u(10)$, è maggiore dell'utilità attesa della ricchezza, $0,5u(5) + 0,5u(15)$.

$u(\$10)$. Va osservato che in questo grafico l'utilità attesa della ricchezza è inferiore all'utilità del valore atteso, e cioè:

$$u(\frac{1}{2}\,15 + \frac{1}{2}\,5) = u(10) > \frac{1}{2}u(15) + \frac{1}{2}u(5).$$

In questo caso, si dice che il consumatore è **avverso al rischio**, poiché preferisce disporre del valore atteso della ricchezza piuttosto di correre il rischio di affrontare la scommessa. Può accadere, naturalmente, che le preferenze di un consumatore siano tali che egli preferisca una distribuzione aleatoria della ricchezza al suo valore atteso. In questo caso diciamo che il consumatore è **propenso al rischio** (si veda per un esempio la Figura 12.3).

Va sottolineata la differenza tra le Figure 12.2 e 12.3. La funzione di utilità del consumatore avverso al rischio è *concava* — cioè diventa sempre più piatta all'aumentare della ricchezza. La funzione di utilità del consumatore propenso al rischio è invece *convessa* — cioè diventa sempre più ripida all'aumentare della ricchezza. La curvatura della funzione di utilità rappresenta pertanto l'attitudine al rischio del consumatore; in genere, più la funzione di utilità è concava, più il consumatore sarà avverso al rischio, e più è convessa, più il consumatore sarà propenso al rischio.

Il caso intermedio è rappresentato da una funzione di utilità lineare. In questo caso il consumatore è **neutrale rispetto al rischio**: l'utilità attesa della ricchezza è uguale all'utilità del suo valore atteso. Questo è il caso dei perfetti sostituti descritti in precedenza; in questo tipo di funzione di utilità il consumatore non è interessato al rischio della scommessa ma soltanto al suo valore atteso.

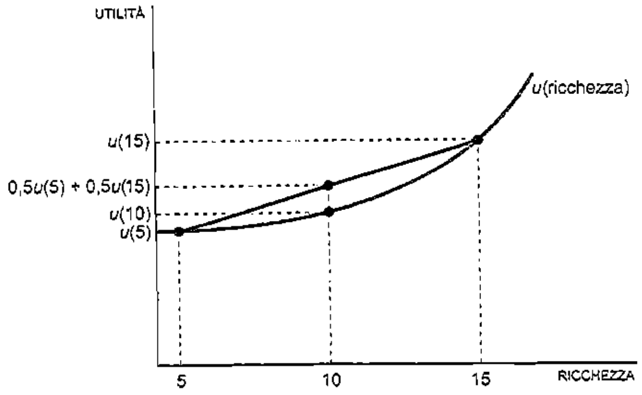


Figura 12.3 **Propensione al rischio.** Per un consumatore propenso al rischio, l'utilità attesa della ricchezza, $0,5u(5) + 0,5u(15)$, è maggiore dell'utilità del valore atteso della ricchezza, $u(10)$.

ESEMPIO: La domanda di assicurazioni

Applichiamo ora l'utilità attesa alla domanda di assicurazioni considerata in precedenza. Ricordiamo che in quell'esempio un individuo dispone di \$35 000 e può rischiare di perderne 10 000. La probabilità che il danno si verifichi è dell'1 per cento, e assicurarsi per K dollari gli costa γK. Analizzando questa situazione per mezzo delle curve di indifferenza, abbiamo visto che la scelta ottima è determinata dalla condizione che il saggio marginale di sostituzione tra i consumi nelle due situazioni (danno o non danno) sia uguale a $-\gamma/(1-\gamma)$. Abbiamo inoltre indicato con π la probabilità che il danno si verifichi e con $1-\pi$ la probabilità che non si verifichi.

Supponiamo ora che lo stato 1 sia quello nel quale il danno non si verifica; la ricchezza in questo caso sarà

$$c_1 = \$35\,000 - \gamma K$$

e supponiamo che lo stato 2 sia quello nel quale il danno si verifica, e che la ricchezza in questo caso sia

$$c_2 = \$35\,000 - \$10\,000 + K - \gamma K.$$

Allora la scelta ottima del consumatore relativamente all'assicurazione è determinata dalla condizione che il suo saggio marginale di sostituzione tra i consumi nelle due situazioni sia uguale al rapporto tra i prezzi:

$$\text{MRS} = -\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}. \qquad (12.1)$$

Consideriamo ora l'assicurazione dal punto di vista della compagnia di assicurazioni. Questa dovrà pagare K con probabilità π, mentre non dovrà pagare nulla con probabilità $(1-\pi)$. In ogni caso, la società incasserà il premio γK. Quindi il profitto atteso della compagnia di assicurazioni, P, è

$$P = \gamma K - \pi K - (1-\pi)\cdot 0 = \gamma K - \pi K.$$

Supponiamo che, in generale, la società offra l'assicurazione a un tasso "equo", dove "equo" significa che il valore atteso dell'assicurazione è uguale al suo costo. Otteniamo allora

$$P = \gamma K - \pi K = 0$$

da cui risulta che $\gamma = \pi$.

Sostituendo nell'equazione (12.1), otteniamo

$$\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = \frac{\pi}{1-\pi}.$$

Eliminando π, la quantità ottima dell'assicurazione deve soddisfare

$$\frac{\Delta u(c_1)}{\Delta c_1} = \frac{\Delta u(c_2)}{\Delta c_2}. \qquad (12.2)$$

Secondo questa equazione *l'utilità marginale di un dollaro addizionale nel caso in cui si verifichi il danno deve essere uguale all'utilità marginale di un dollaro addizionale nel caso in cui il danno non si verifichi.*

Supponiamo che il consumatore sia avverso al rischio, e che quindi l'utilità marginale della moneta diminuisca all'aumentare della quantità di moneta posseduta. Allora se $c_1 > c_2$, l'utilità marginale in corrispondenza di c_1 sarà inferiore all'utilità marginale in corrispondenza di c_2, e viceversa. Inoltre, se le utilità marginali del reddito sono uguali in corrispondenza di c_1 e di c_2, come lo sono nell'equazione (12.2), allora deve essere che $c_1 = c_2$. Applicando le formule relative a c_1 e c_2:

$$35\,000 - \gamma K = 25\,000 + K - \gamma K$$

che significa che $K = \$10\,000$ e cioè che nel caso in cui sia possibile assicurarsi a un premio "equo", un consumatore avverso al rischio sceglierà sempre di assicurarsi completamente.

Ciò avviene perché l'utilità della ricchezza in ciascuno stato dipende soltanto dalla quantità complessiva della ricchezza posseduta in quello stato — e non da quella che si *potrebbe* avere in qualche altro stato — e quindi se le quantità complessive della ricchezza posseduta dal consumatore in ciascuno stato sono uguali, anche le utilità marginali della ricchezza devono essere uguali.

Per riassumere possiamo dire che se il consumatore è avverso al rischio, se massimizza l'utilità attesa e se gli viene offerta un'equa assicurazione, la sua scelta ottima consisterà nell'assicurarsi interamente.

12.5 Diversificazione

Prendiamo ora in considerazione un altro argomento relativo all'incertezza: i vantaggi della diversificazione. Supponiamo che un consumatore consideri di investire $100 in due società differenti, una delle quali produce occhiali da sole e l'altra impermeabili. Le previsioni del tempo a lungo termine affermano che vi sono uguali probabilità che la prossima estate piova o che vi sia il sole. Come si dovrebbe investire il denaro in questo caso?

Avrebbe senso scommettere sia pro che contro, investendo sia nell'una che nell'altra società? Diversificando gli investimenti, l'individuo in questione potrà ottenere un rendimento più certo, e quindi più desiderabile per chi sia avverso al rischio.

Supponiamo, per esempio, che il prezzo di ciascuna azione della società che produce impermeabili e di quella che produce occhiali da sole sia $10. Se l'estate sarà piovosa, le azioni della società che produce impermeabili varranno $20 e quelle della società che produce occhiali da sole $5. Al contrario, se avremo un'estate di sole avverrà esattamente il contrario: le azioni della società che produce occhiali da sole varranno $20 e quelle della società che produce impermeabili $5. Se si investono $100 nella società che produce occhiali da sole, vi sarà una probabilità del 50 per cento di ottenere $200 e del 50 per cento di ottenere $50. La stessa situazione si verifica se si investe tutto il denaro nella società che produce impermeabili: in entrambi i casi il rendimento atteso è $125.

Vediamo ora che cosa accade se si investe metà della somma in ciascuna società. In questo caso, se c'è il sole si otterranno $100 dall'investimento nella società che produce occhiali da sole e $25 da quello negli impermeabili. Nel caso in cui l'estate sia piovosa, si otterranno $100 dall'investimento negli impermeabili e $25 da quello negli occhiali da sole. Pertanto, in entrambi i casi il consumatore finirà con l'avere certamente $125: diversificando l'investimento nelle due società si è ridotto il rischio globale sull'investimento, mentre il rendimento atteso è rimasto invariato.

Questo è un esempio piuttosto semplice di diversificazione: le due attività sono perfettamente correlate negativamente: se il valore dell'una aumenta, quello dell'altra diminuisce. Questo tipo di attività riduce il rischio in modo evidente ma, sfortunatamente, non è affatto comune. La maggior parte dei valori delle attività si muovono assieme: quando le quotazioni delle azioni della General Motors sono elevate, lo stesso vale anche per quelle della Ford o della Goodrich. Ma finché i movimenti dei prezzi delle attività non sono *perfettamente* correlati positivamente, la diversificazione produrrà dei vantaggi.

12.6 Ripartizione del rischio

Nell'esempio delle assicurazioni, abbiamo considerato il caso di un individuo che disponeva di $35 000 e aveva una probabilità 0,01 di subire un danno pari a $10 000. Supponiamo ora che 1000 individui si trovino in questa stessa situazione; si verificheranno allora, in media, 10 sinistri, con una perdita annua pari a $100 000.

Ciascuno dei 1000 individui si trova quindi di fronte a una *perdita attesa* uguale a 0,01 per $10 000, cioè $100 l'anno. Supponiamo infine che la probabilità che ogni individuo subisca un danno non influisca sulla probabilità che lo subisca anche qualche altro, supponiamo cioè che i rischi siano *indipendenti*.

La ricchezza attesa di ciascun individuo sarà pertanto uguale a $0,99 \times \$35\,000 + 0,01 \times \$25\,000 = \$34\,900$. In questo modo, ciascuno deve affrontare un rischio elevato: ha cioè una probabilità dell'1 per cento di perdere $10 000.

Supponiamo che ciascun consumatore decida di *diversificare* il rischio, cedendone ad altri una parte. Supponiamo che i 1000 consumatori decidano di assicurarsi reciprocamente: se uno di loro subisce un danno pari a $10 000, ciascuno dei 1000 consumatori gli darà un contributo di $10. In questo modo, l'individuo la cui casa viene distrutta viene risarcito del danno, e gli altri consumatori sanno che se succederà loro una cosa simile saranno risarciti a loro volta. È questo un esempio di **ripartizione del rischio**: ciascun consumatore distribuisce il proprio rischio agli altri consumatori, riducendo perciò la quantità di rischio che deve affrontare direttamente.

In un anno le case distrutte dagli incendi saranno in media 10, e quindi ciascuno dei 1000 individui pagherà in media $100 l'anno. È chiaro però che in alcuni anni si potranno verificare 12 incendi e in altri 8. Vi sono poche probabilità che un individuo debba pagare più di, diciamo, $200 l'anno, ma, comunque, il rischio esiste.

Esaminiamo ora un altro modo di diversificare il rischio. Supponiamo che i proprietari decidano di pagare $100 l'anno, sia nel caso in cui si verifichino danni, sia nel caso in cui non si verifichino. In questo modo si creerà un fondo di riserva che potrà essere impiegato negli anni in cui si verificherà un maggior numero di incendi. I consumatori in questo modo pagano sempre $100 l'anno, e questo denaro sarà sufficiente, in media, a risarcirli dei danni subiti.

È questa una specie di cooperativa di assicurazioni. Possiamo aggiungere che le compagnie di assicurazioni, di solito, investono propri fondi e percepiscono interessi sulle attività, ma, nel complesso, la caratteristica essenziale di una compagnia di assicurazioni è quella che abbiamo qui delineato.

12.7 Il mercato azionario

Il ruolo del mercato azionario è simile a quello del mercato delle assicurazioni, poiché in tutti e due è possibile ripartire il rischio. Nel Capitolo 11 abbiamo affermato che il mercato azionario consente ai proprietari delle imprese di convertire in un'unica somma il flusso dei profitti nel tempo. Il mercato azionario consente inoltre di trasformare il rischio derivante dall'aver vincolata tutta la ricchezza in un'unica impresa in una situazione in cui si possiede una somma che può essere investita in diverse attività. I proprietari di un'impresa sono incentivati a emettere azioni, perché in questo modo possono ripartire il rischio di quell'impresa tra un grande numero di azionisti.

Analogamente, chi possiede azioni può rivolgersi al mercato azionario per riallocare i propri rischi. Se un individuo possiede azioni di una società la cui politica gli sembri troppo arrischiata — oppure troppo conservatrice — può venderle e acquistarne altre.

Nel caso delle assicurazioni, abbiamo visto che un individuo è in grado di ridurre il rischio a zero assicurandosi. Pagando un premio di \$100, è possibile assicurarsi completamente contro un danno di \$10 000. Ciò è vero perché, in sostanza, non vi è nel complesso alcun rischio: se la probabilità che il danno si verifichi è l'1 per cento, allora in media 10 persone su 1000 lo subiranno, semplicemente non sappiamo chi.

Nel caso del mercato azionario, è presente invece complessivamente del rischio. Il mercato azionario può andare bene un anno e male un altro, e qualcuno deve comunque sopportare questo rischio. Il mercato azionario offre un modo per trasferire investimenti a rischio da chi non intende affrontare rischi ad altri disposti a farlo.

Naturalmente vi sono ben poche persone fuori di Las Vegas alle quali *piaccia* rischiare: la maggior parte degli individui è avversa al rischio. Per questo motivo il mercato azionario consente di trasferire i rischi da chi non è disposto ad affrontarli ad altri disposti a farlo, se il risarcimento è sufficiente. Nel capitolo seguente approfondiremo questo concetto.

Sommario

1. Possiamo considerare i consumi in stati di natura differenti alla stregua di beni di consumo, e applicare quindi alla scelta in condizioni di incertezza l'analisi sviluppata in precedenza.

2. La funzione di utilità che riassume il comportamento di scelta in condizioni di incertezza ha una forma specifica. In particolare se la funzione di utilità è lineare nelle probabilità, allora l'utilità assegnata a una scommessa sarà uguale all'utilità attesa dei vari eventi.

3. La curvatura della funzione di utilità attesa descrive l'attitudine al rischio del consumatore. Se tale funzione è concava il consumatore è avverso al rischio mentre se è convessa il consumatore è propenso al rischio.

4. Istituzioni finanziarie come i mercati delle assicurazioni e quelli azionari forniscono ai consumatori modi per diversificare e ripartire i rischi.

Domande

1. Come è possibile conseguire un paniere di consumo a sinistra della dotazione nella Figura 12.1?

2. Quale delle seguenti funzioni di utilità gode della proprietà dell'utilità attesa? (a) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2)$, (b) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2^2$, (c) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2 + 17$.

3. A un individuo avverso al rischio viene offerta la possibilità di scegliere tra una scommessa che rende \$1000 con una probabilità del 25 per cento e \$100 con una probabilità del 75 per cento e il versamento di una somma di \$325. Cosa sceglierà?

4. Che cosa sceglierebbe se la somma fosse \$320?

5. Si disegni una funzione di utilità che rappresenti il comportamento di individui propensi al rischio per scommesse di piccola entità e avversi al rischio per scommesse di entità maggiore.

6. Perché un gruppo di vicini potrebbe incontrare maggiori difficoltà ad autoassicurarsi contro le inondazioni che contro gli incendi?

APPENDICE

Esaminiamo un semplice problema di massimizzazione dell'utilità attesa. Supponiamo che un consumatore dotato di ricchezza w consideri se investirne una quantità x in una attività a rischio, la quale renda r_g se si verifica l'evento "positivo" e r_b se si verifica quello "negativo". Si dovrebbe considerare r_g come un rendimento positivo, poiché in questo caso il valore dell'attività aumenta, e r_b come un rendimento negativo, poiché in questo caso diminuisce.

Negli eventi "positivo" e "negativo" la ricchezza del consumatore sarà pertanto

$$W_g = (w - x) + x(1 + r_g) = w + xr_g$$
$$W_b = (w - x) + x(1 + r_b) = w + xr_b.$$

Supponiamo che π rappresenti la probabilità che si verifichi l'evento "positivo" e $(1-\pi)$ la probabilità che si verifichi quello "negativo". Allora l'utilità attesa nel caso in cui il consumatore decida di investire x dollari è

$$EU(x) = \pi u(w + xr_g) + (1 - \pi)u(w + xr_b).$$

Il consumatore sceglie x in modo da massimizzare questa espressione.

Differenziando rispetto a x, troviamo come varia l'utilità al variare di x:

$$EU'(x) = \pi u'(w + xr_g)r_g + (1 - \pi)u'(w + xr_b)r_b. \tag{12.3}$$

La derivata seconda dell'utilità rispetto a x è

$$EU''(x) = \pi u''(w + xr_g)r_g^2 + (1 - \pi)u''(w + xr_b)r_b^2. \tag{12.4}$$

Se il consumatore è avverso al rischio la sua funzione di utilità sarà concava, il che significa che $u''(w) < 0$ per ogni livello di ricchezza. La derivata seconda dell'utilità attesa risulta pertanto inequivocabilmente negativa. L'utilità attesa sarà una funzione concava di x.

Consideriamo la variazione dell'utilità attesa per il primo dollaro investito nell'attività a rischio. Questa è semplicemente l'equazione (12.3) con la derivata calcolata per $x = 0$:

$$\begin{aligned} EU'(0) &= \pi u'(w)r_g + (1 - \pi)u'(w)r_b \\ &= u'(w)[\pi r_g + (1 - \pi)r_b]. \end{aligned}$$

L'espressione tra parentesi quadre indica il **rendimento atteso** dell'attività: se è negativa, l'utilità attesa deve diminuire quando il primo dollaro viene investito. Ma poiché la derivata seconda dell'utilità attesa è negativa (per la concavità), l'utilità deve continuare a decrescere quando vengono investiti dollari addizionali.

Perciò se il *valore atteso* di una scommessa è negativo, un individuo avverso al rischio avrà la massima *utilità attesa* in corrispondenza di $x^* = 0$, cioè non vorrà effettuare un investimento in perdita.

Se, invece, il rendimento atteso dell'attività è positivo, allora, all'allontanarsi di x da zero, l'utilità attesa aumenterà. Perciò l'individuo vorrà sempre investire qualcosa nell'attività a rischio, anche se è avverso al rischio.

La Figura 12.4 rappresenta l'utilità attesa in funzione di x. Nella Figura 12.4A il rendimento atteso è negativo e la scelta ottima è $x^* = 0$. Nella Figura 12.4B il rendimento atteso è positivo in un intervallo, e quindi il consumatore desidera investire nell'attività a rischio una quantità positiva x^*.

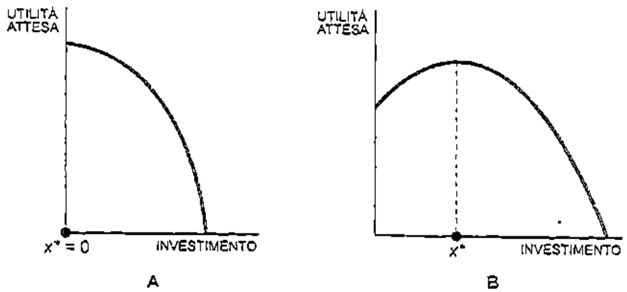


Figura 12.4 **L'investimento in attività a rischio.** Nel quadro A l'investimento ottimale è 0, mentre nel quadro B il consumatore intende investire una quantità positiva.

La quantità ottima che il consumatore investirà sarà determinata dalla condizione che la derivata dell'utilità attesa rispetto a x sia uguale a zero. Poiché a causa della concavità la derivata seconda dell'utilità è sempre negativa, questo sarà un massimo globale.

Ponendo (12.3) uguale a zero otteniamo

$$EU'(x) = \pi u'(w + x r_g) r_g + (1 - \pi) u'(w + x r_b) r_b = 0. \qquad (12.5)$$

Questa equazione determina la scelta ottima di x per il consumatore in questione.

ESEMPIO: L'effetto della tassazione sull'investimento in attività a rischio

Vediamo ora come varia il livello di investimento in un'attività a rischio quando ne vengano tassati i rendimenti. Se un individuo paga tasse a un saggio t, i rendimenti al netto delle

tasse saranno $(1 - t)r_g$ e $(1 - t)r_b$. Quindi la condizione del primo ordine che determina l'investimento ottimo x sarà

$$EU'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_g)(1 - t)r_g + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_b)(1 - t)r_b = 0.$$

Eliminando $(1 - t)$ otteniamo

$$EU'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_g)r_g + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_b)r_b = 0. \qquad (12.6)$$

Indichiamo con x^* la soluzione del problema di massimizzazione senza la tassa — quando $t = 0$ — e con $\hat{x}$ la soluzione del problema di massimizzazione in presenza della tassa. Qual è la relazione tra x^* e $\hat{x}$?

A prima vista può sembrare che $x^* > \hat{x}$, cioè che la tassazione di un'attività a rischio abbia l'effetto di scoraggiare gli investimenti; avviene invece esattamente il contrario. Tassare un'attività a rischio nel modo che abbiamo descritto *incoraggerà* gli investimenti!

Infatti vi è una relazione precisa tra x^* e $\hat{x}$, cioè

$$\hat{x} = \frac{x^*}{1 - t}.$$

Per dimostrarlo basta osservare che questo valore di $\hat{x}$ soddisfa la condizione del primo ordine per la scelta ottima in presenza di tassazione. Sostituendo nell'equazione (12.6) otteniamo

$$\begin{aligned} EU'(\hat{x}) &= \pi u'(w + \frac{x^*}{1 - t}(1 - t)r_g)r_g \\ &\quad + (1 - \pi)u'(w + \frac{x^*}{1 - t}(1 - t)r_b)r_b \\ &= \pi u'(w + x^* r_g)r_g + (1 - \pi)u'(w + x^* r_b)r_b = 0 \end{aligned}$$

in cui l'ultima uguaglianza dipende dal fatto che x^* è la scelta ottima in assenza di tassazione.

Cerchiamo ora di capire perché l'imposizione di tasse fa aumentare la quantità di denaro che viene investita in attività a rischio. Quando si applica la tassa, l'individuo avrà un minor vantaggio nella situazione "positiva" ma avrà anche un *danno minore nella situazione "negativa"*. Aumentando l'investimento iniziale di $1/(1 - t)$ il consumatore può ottenere lo stesso rendimento *al netto delle tasse* che aveva prima che la tassa fosse applicata. La tassa provoca la diminuzione del rendimento atteso, ma provoca anche la riduzione del rischio; aumentando l'investimento il consumatore può ottenere esattamente lo stesso tipo di rendimenti che aveva in precedenza e, pertanto, può bilanciare le conseguenze della tassazione. Una tassa su un investimento a rischio equivale ad una tassa sul rendimento se questo è positivo — ma equivale a un sussidio se il rendimento è negativo.

13

ATTIVITÀ A RISCHIO

Nel capitolo precedente abbiamo esaminato un modello del comportamento degli individui in condizioni di incertezza e il ruolo di due istituzioni legate all'incertezza: i mercati assicurativi e i mercati azionari. In questo capitolo studieremo il modo in cui i mercati azionari allocano i rischi, facendo ricorso a un modello semplificato di comportamento in condizioni di incertezza.

13.1 La varianza-media dell'utilità

Nel capitolo precedente abbiamo esaminato il modello di scelta in condizioni di incertezza in termini di utilità attesa. Un altro modo di trattare la scelta in condizioni di incertezza consiste nel descrivere le distribuzioni di probabilità che sono oggetto di scelta per mezzo di alcuni parametri e di assumere che la funzione di utilità sia definita da questi parametri. L'esempio più comune di questo tipo di approccio è il **modello "media-varianza"**. Invece di considerare le preferenze di un consumatore dipendenti dall'intera distribuzione di probabilità della sua ricchezza per ogni possibile evento, supponiamo che le preferenze possano essere descritte in modo appropriato prendendo in considerazione soltanto alcuni dati statistici riassuntivi riguardanti la distribuzione di probabilità della ricchezza.

Supponiamo che una variabile aleatoria w assuma i valori w_s, con $s = 1, \ldots, S$, con probabilità π_s. La **media** di una distribuzione di probabilità è semplicemente

il suo valore medio:

$$\mu_w = \sum_{s=1}^{S} \pi_s w_s.$$

cioè la somma di tutti gli eventi w_s, ciascuno ponderato dalla probabilità che esso si verifichi[1].

La **varianza** di una distribuzione di probabilità corrisponde al valore medio di $(w - \mu_w)^2$:

$$\sigma_w^2 = \sum_{s=1}^{S} \pi_s (w_s - \mu_w)^2.$$

La varianza rappresenta l'ampiezza della distribuzione, e è una misura accettabile della rischiosità. Ad essa è collegato lo **scarto quadratico medio** (o *standard deviation*), indicato con σ_w, la radice quadrata della varianza: $\sigma_w = \sqrt{\sigma_w^2}$.

La media di una distribuzione di probabilità rappresenta il suo valore medio, cioè il valore intorno al quale si concentra la distribuzione. La varianza rappresenta "l'ampiezza" della distribuzione, cioè quanto essa si estende intorno alla media. La Figura 13.1 rappresenta distribuzioni di probabilità con diverse medie e varianze.

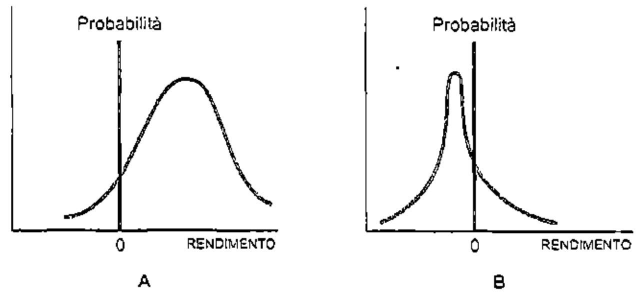


Figura 13.1 **Media e varianza.** La distribuzione di probabilità rappresentata nel quadro A ha una media positiva, mentre quella del quadro B ha una media negativa. La distribuzione nel quadro A è più "ampia" di quella nel quadro B, cioè la sua varianza è maggiore.

Il modello media-varianza assume che l'utilità di una distribuzione di probabilità, che offra all'investitore una ricchezza w_s con probabilità π_s, possa essere rappresentata come funzione della media e della varianza di quella distribuzione, $u(\mu_w, \sigma_w^2)$ oppure, quando è opportuno, come funzione della media e dello scarto

[1] Il simbolo μ è la lettera greca *mi* minuscola.

quadratico medio, $u(\mu_w, \sigma_w)$. Poiché la varianza e lo scarto quadratico medio rappresentano ambedue il rischio associato alla distribuzione di ricchezza, possiamo ritenere che l'utilità dipenda dall'una o dall'altro.

Possiamo considerare questo modello una semplificazione del modello dell'utilità attesa descritto nel capitolo precedente. Se le scelte possono essere completamente descritte in termini di media e di varianza, una funzione di utilità in termini di queste grandezze potrà ordinare le scelte nello stesso modo della funzione di utilità attesa. Inoltre, anche se le distribuzioni di probabilità non potessero essere descritte completamente in termini di media e varianza, il modello media-varianza costituirebbe una ragionevole approssimazione a quello dell'utilità attesa.

Ovviamente supponiamo che un rendimento atteso più elevato, se tutto il resto non varia, sia preferito a uno più basso, e che una varianza più elevata sia, al contrario, meno preferita. Questo è semplicemente un altro modo di formulare l'ipotesi che, in generale, gli individui siano avversi al rischio.

Impieghiamo ora il modello media-varianza per analizzare un semplice problema di portafoglio. Supponiamo di poter investire in due attività differenti, una delle quali sia **non rischiosa**, cioè garantisca un tasso di rendimento costante r_f: per esempio un Buono del Tesoro che offra un interesse costante.

Supponiamo che l'altra attività sia una **attività a rischio**, come, per esempio, l'acquisto di una quota di un fondo comune di investimento che operi sul mercato azionario. Questo investimento sarà redditizio soltanto nel caso in cui il mercato azionario abbia un andamento positivo. Indichiamo con m_s il rendimento di questa attività se si verifica lo stato s, e con π_s la probabilità che lo stato s si verifichi. Indichiamo inoltre con r_m il rendimento atteso dell'attività a rischio e con σ_m lo scarto quadratico medio del rendimento.

Non è naturalmente necessario scegliere l'una o l'altra attività, poiché è possibile suddividere tra le due la ricchezza disponibile. Se si impiega una frazione x della ricchezza disponibile nell'attività a rischio e una frazione $(1 - x)$ in quella non rischiosa, il rendimento medio del portafoglio sarà

$$r_x = \sum_{s=1}^{S} (xm_s + (1-x)r_f)\pi_s$$
$$= x \sum_{s=1}^{S} m_s\pi_s + (1-x)r_f \sum_{s=1}^{S} \pi_s.$$

Poiché $\sum \pi_s = 1$, otteniamo

$$r_x = xr_m + (1-x)r_f.$$

Pertanto il rendimento atteso del portafoglio è uguale alla media ponderata dei rendimenti attesi delle due attività.

La varianza del rendimento del portafoglio è

$$\sigma_x^2 = +\sum_{s=1}^{S} (xm_s + (1-x)r_f - r_x)^2\pi_s.$$

Sostituendo il valore di r_x otteniamo

$$\sigma_x^2 = \sum_{s=1}^{S} (xm_s - xr_m)^2\pi_s$$
$$= \sum_{s=1}^{S} x^2(m_s - r_m)^2\pi_s$$
$$= x^2\sigma_m^2.$$

Lo scarto quadratico medio del rendimento del portafoglio sarà pertanto

$$\sigma_x = \sqrt{x^2\sigma_m^2} = x\sigma_m.$$

Naturalmente assumiamo che $r_m > r_f$, poiché un individuo avverso al rischio non investirebbe in una attività a rischio il cui rendimento atteso fosse inferiore a quello dell'attività non rischiosa. Di conseguenza, se si sceglie di impiegare nell'attività a rischio una frazione più elevata della ricchezza disponibile, si avrà un più elevato rendimento atteso, ma si dovrà anche affrontare un rischio maggiore, come viene rappresentato nella Figura 13.2.

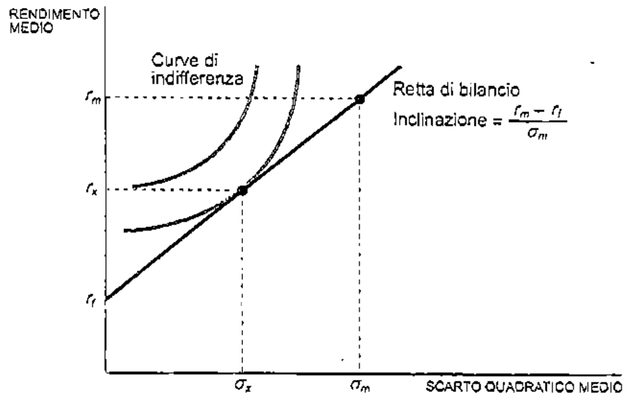


Figura 13.2 **Rischio e rendimento.** La retta di bilancio rappresenta il costo di un rendimento atteso più elevato in termini di aumento del suo scarto quadratico medio. In corrispondenza della scelta ottima la curva di indifferenza deve essere tangente alla retta di bilancio.

Se $x = 1$ ciò significa che l'intera ricchezza è investita nell'attività a rischio: il rendimento atteso e lo scarto quadratico medio saranno (r_m, σ_m). Se $x = 0$

tutta la ricchezza è investita nell'attività non rischiosa, e il rendimento atteso e lo scarto quadratico medio saranno $(r_f, 0)$. Infine, i valori di x compresi tra 0 e 1 corrispondono ai punti situati sulla retta rappresentata nella figura. Questa retta è la retta di bilancio che descrive lo scambio, o trade-off, di mercato tra rischio e rendimento.

Poiché abbiamo assunto che le preferenze degli individui dipendano soltanto dalla media e dalla varianza della loro ricchezza, possiamo disegnare le curve di indifferenza che rappresentano le preferenze di un individuo relativamente al rischio e al rendimento. Se gli individui sono avversi al rischio, un rendimento atteso più elevato aumenta la loro soddisfazione, mentre uno scarto quadratico medio più elevato la diminuisce. Ciò significa che lo scarto quadratico medio è un "male" e quindi le curve di indifferenza avranno inclinazione positiva, come rappresentato in figura.

In corrispondenza della scelta ottima di rischio e di rendimento, l'inclinazione della curva di indifferenza deve essere uguale all'inclinazione della retta di bilancio. Potremmo definire questa inclinazione il **prezzo del rischio**, poiché misura la sostituzione tra rischio e rendimento nelle scelte di portafoglio. Esaminando la Figura 13.2, possiamo ottenere il prezzo del rischio:

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}. \tag{13.1}$$

Potremmo pertanto caratterizzare la scelta ottima di portafoglio tra l'attività a rischio e quella non rischiosa con la condizione che il saggio marginale di sostituzione tra rischio e rendimento debba essere uguale al prezzo del rischio:

$$\text{MRS} = -\frac{\Delta U/\Delta\sigma}{\Delta U/\Delta\mu} = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}. \tag{13.2}$$

Supponiamo ora che molti individui scelgano tra queste due attività: il saggio marginale di sostituzione di ciascun individuo sarà uguale al prezzo del rischio. Pertanto, in condizioni di equilibrio, il MRS deve essere uguale per tutti gli individui: se esistono sufficienti opportunità di sostituire i rischi, il prezzo di equilibrio del rischio sarà uguale per tutti gli individui. Da questo punto di vista il rischio è uguale a tutti gli altri beni.

Possiamo impiegare i concetti sviluppati nei precedenti capitoli per esaminare come queste scelte varino al variare dei parametri del problema: possiamo cioè trasferire in questo modello i concetti di bene normale, bene inferiore, preferenze rivelate, ecc. Supponiamo, per esempio, che a un individuo sia offerta una nuova attività a rischio, y, con rendimento medio r_y e scarto quadratico medio σ_y, come rappresentato nella Figura 13.3.

Se egli può scegliere tra l'investimento nell'attività x e quello nell'attività y, come si comporterà il consumatore? L'insieme di bilancio iniziale e quello che corrisponde alla nuova attività sono rappresentati nella Figura 13.3. Si noti che tutte le scelte di rischio e rendimento possibili nell'insieme di bilancio iniziale sono possibili anche nel nuovo insieme, poiché questo contiene quello iniziale.

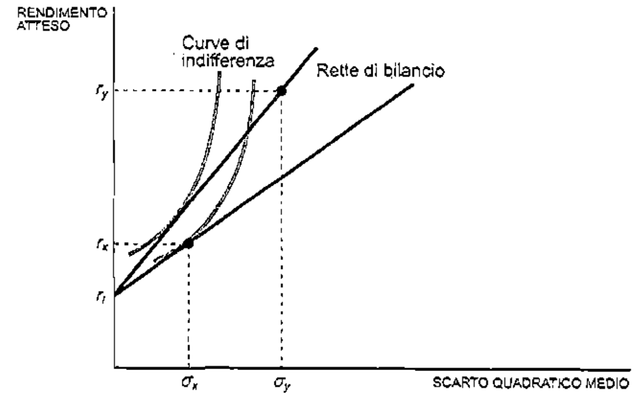


Figura 13.3 **Preferenze tra rischio e rendimento.** L'attività con la combinazione rischio-rendimento y è preferita a quella con la combinazione x.

Quindi investire nell'attività y e in quella non rischiosa è decisamente preferibile che investire nell'attività x e in quella non rischiosa, dal momento che in questo modo il consumatore può scegliere una migliore struttura del portafoglio.

È importante per il nostro ragionamento che il consumatore possa scegliere quale frazione della propria ricchezza investire nell'attività a rischio. Se infatti si trattasse di una scelta del tipo "tutto o niente", cioè se il consumatore dovesse scegliere di investire tutto il suo denaro nell'attività x oppure nell'attività y, il risultato sarebbe molto diverso. Nell'esempio della Figura 13.3, il consumatore preferirà investire tutto il suo denaro nell'attività x piuttosto che nell'attività y, poiché x si trova su una curva di indifferenza più elevata di y. Ma se può combinare l'attività a rischio con quella non rischiosa, il consumatore preferirà certamente la combinazione che contiene y a quella che contiene x.

13.2 Misura del rischio

Abbiamo dunque un modello che ci consente di descrivere il prezzo del rischio, ma come possiamo misurare la *quantità* di rischio associata ad una attività? Poiché abbiamo assunto che l'utilità dipenda dalla media e dalla varianza della ricchezza, si potrebbe facilmente supporre che il rischio sia misurato dallo scarto quadratico medio del rendimento di un'attività.

Ciò è vero nel caso dell'esempio precedente, nel quale vi è soltanto una attività a rischio: il rischio associato all'attività è il suo scarto quadratico medio. Ma nel caso in cui vi siano molte attività a rischio, lo scarto quadratico medio non rappresenta il modo appropriato di misurare la quantità di rischio.

Questo perché l'utilità di un consumatore dipende dalla media e dalla varianza della sua ricchezza complessiva, e non da quelle di ogni singola attività nella quale il consumatore potrebbe investire. Il dato essenziale è il modo in cui i rendimenti delle varie attività che un consumatore possiede *interagiscono* dando luogo a una media e una varianza della ricchezza complessiva. Come sempre nell'analisi economica, è l'effetto marginale di un'attività sull'utilità complessiva a determinarne il valore, e non, quindi, il valore di quella attività considerata singolarmente. Come il valore di una tazza addizionale di caffè può dipendere dalla quantità di panna disponibile, anche il prezzo al quale una persona sarà disposta ad acquistare un'azione addizionale di una certa attività a rischio dipenderà dal modo in cui questa interagisce con le altre attività del suo portafoglio.

Supponiamo per esempio che un consumatore intenda investire in due attività, e sappia che si potranno verificare solo due possibili eventi: il valore dell'attività A potrà essere $10 oppure −$5, mentre il valore dell'attività B potrà essere −$5 oppure $10. Ma quando A varrà $10, B varrà −$5, e viceversa. In altri termini, i valori delle due attività sono *correlati negativamente*: quando una delle due attività ha un valore elevato, il valore dell'altra è basso.

Supponiamo che i due eventi siano egualmente probabili, così che il valore medio di ciascuna attività sarà $2.50. Allora, se il consumatore non considera il rischio e se deve investire solo in una delle due attività, il prezzo massimo al quale sarà disposto ad acquistare l'una o l'altra sarà $2.50, cioè il valore atteso di ciascuna. Se il consumatore è avverso al rischio, intenderà probabilmente pagare un prezzo anche inferiore a $2.50.

Esaminiamo ora il caso in cui il consumatore possa investire in entrambe le attività. Se il consumatore acquista un'azione di ciascuna attività, otterrà $5 quale che sia l'evento che si verifica: quando una delle due attività vale $10, l'altra vale −$5. Pertanto, se è possibile investire in entrambe le attività, il prezzo che il consumatore sarà disposto a pagare per acquistare *entrambe* le attività sarà $5.

Questo esempio dimostra chiaramente che il valore di una attività dipende in genere dal modo in cui questa è correlata con le altre. Le attività che variano in direzioni opposte, cioè che sono correlate negativamente, hanno un valore elevato, poiché riducono il rischio complessivo. Infatti il valore di un'attività dipende, in genere, molto più dal modo in cui il suo rendimento è correlato con le altre attività piuttosto che dalle sue stesse variazioni. La quantità di rischio associata a un'attività dipende, quindi, dalla sua correlazione con le altre.

È utile valutare il rischio di un'attività relativamente al rischio dell'intero mercato. Il rapporto tra il rischio di un'azione e il rischio associato all'intero mercato viene definito **indice beta** di quell'azione, ed è indicato con la lettera greca β. Pertanto, se i è una certa azione, β_i rappresenta il suo rischio relativo all'intero mercato:

$$\beta_i = \frac{\text{rischio associato all'attività } i}{\text{rischio associato all'intero mercato}}.$$

Se l'indice beta di un'azione è uguale a 1, questa sarà rischiosa quanto il mercato nel suo insieme: se l'indice del mercato varia del 10 per cento, questa azione, in media, varierà del 10 per cento. Se l'indice beta di un'azione è inferiore a 1, ciò

significa che quando l'indice del mercato varia del 10 per cento, l'azione varierà in misura inferiore. L'indice beta può essere valutato con metodi statistici che permettono di determinare la reattività di una variabile rispetto a un'altra, e esistono numerosi servizi di consulenza che forniscono regolarmente stime dell'indice beta delle azioni[2].

13.3 Equilibrio in un mercato di attività a rischio

Siamo ora in grado di stabilire la condizione di equilibrio in un mercato di attività a rischio. In precedenza, quando abbiamo esaminato un mercato in cui vi erano soltanto rendimenti privi di rischio, abbiamo concluso che tutte le attività dovevano avere lo stesso tasso di rendimento. In questo caso vale un principio simile: tutte le attività, quando si tenga debito conto del rischio, devono avere lo stesso tasso di rendimento.

Per studiare la correzione del tasso di rendimento dovuta al rischio faremo riferimento all'analisi delle scelte ottimali svolta in precedenza, in cui avevamo considerato la scelta di un portafoglio ottimale che contenesse un'attività a rischio e una non rischiosa. Avevamo supposto che l'attività a rischio fosse simile a un fondo comune d'investimento, cioè fosse un portafoglio diversificato che includesse molte attività a rischio. In questo paragrafo supponiamo che il portafoglio sia costituito da *tutte* le attività a rischio.

In questo caso il rendimento atteso del portafoglio coincide con r_m, il rendimento atteso del mercato, e lo scarto quadratico medio del rendimento del mercato è uguale a σ_m, il rischio del mercato. Il rendimento di un'attività non rischiosa sarà r_f.

Sappiamo dall'equazione (13.1) che il prezzo del rischio, p, è

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}.$$

Ricordiamo inoltre che il rischio associato a un'attività i in rapporto al rischio complessivo del mercato è indicato con β_i. Ciò significa che per misurare il rischio *totale* associato all'attività i, si dovrà moltiplicare tale rapporto per σ_m, il rischio del mercato. Il rischio totale associato all'attività i sarà quindi $\beta_i\sigma_m$.

Il costo di questo rischio sarà uguale al prodotto tra $\beta_i\sigma_m$, la quantità totale del rischio, e il prezzo del rischio. In questo modo otteniamo la *correzione del rendimento in rapporto al rischio*, o *risk adjustment*:

$$\begin{aligned} \text{correzione in rapporto al rischio} &= \beta_i\sigma_m p \\ &= \beta_i\sigma_m \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \\ &= \beta_i(r_m - r_f). \end{aligned}$$

[2] In statistica l'indice beta di un'azione viene definito $\beta_i = \text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_m)/\text{var}(\tilde{r}_m)$. Ciò significa che β_i è il rapporto tra la covarianza del rendimento dell'azione e del rendimento del mercato e la varianza del rendimento del mercato.

Possiamo ora stabilire la condizione di equilibrio nei mercati delle attività a rischio: in equilibrio tutte le attività devono avere lo stesso tasso di rendimento corretto in rapporto al rischio. La logica di questa affermazione è quella dell'esempio analogo presentato nel Capitolo 12: se il tasso di rendimento corretto in rapporto al rischio di un'attività fosse più elevato di quello di un'altra, chiunque vorrebbe investire nell'attività con il tasso più elevato. Pertanto in equilibrio i tassi di rendimento corretti in rapporto al rischio devono essere uguali.

Se vi sono due attività i e j con rendimenti attesi r_i e r_j ed indici beta β_i e β_j, in equilibrio deve essere soddisfatta l'equazione:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_j - \beta_j(r_m - r_f)$$

che stabilisce che in equilibrio i rendimenti corretti in rapporto al rischio delle due attività devono essere uguali (la correzione in rapporto al rischio viene ottenuta moltiplicando il rischio totale dell'attività per il prezzo del rischio).

Questa condizione può essere espressa anche osservando che l'attività non rischiosa avrà, per definizione, $\beta_f = 0$, poiché in questo caso il rischio è nullo, e β misura il rischio associato a un'attività. Pertanto per qualsiasi attività i si deve avere

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_f - \beta_f(r_m - r_f) = r_f.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f)$$

da cui risulta che il rendimento atteso di qualsiasi attività deve corrispondere alla somma del rendimento dell'attività non rischiosa e della correzione in rapporto al rischio. Il secondo termine rappresenta il rendimento addizionale che gli individui richiedono per dover assumere il rischio costituito dall'attività. Questa equazione è il risultato principale del **Capital Asset Pricing Model (CAPM)**, che viene spesso impiegato nello studio dei mercati finanziari.

13.4 Correzione dei rendimenti in rapporto al rischio

Quando abbiamo esaminato i mercati delle attività in condizioni di certezza, abbiamo descritto il processo di aggiustamento dei prezzi che faceva in modo che i rendimenti fossero uguali. In questo paragrafo esamineremo un processo di aggiustamento dello stesso tipo.

Secondo il modello che abbiamo già delineato, il rendimento atteso di qualsiasi attività è uguale alla somma del rendimento dell'attività non rischiosa e del premio per il rischio:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f).$$

Nella Figura 13.4 abbiamo disegnato questa retta rappresentando sull'asse orizzontale i valori dell'indice beta e sull'asse verticale il rendimento atteso. Secondo

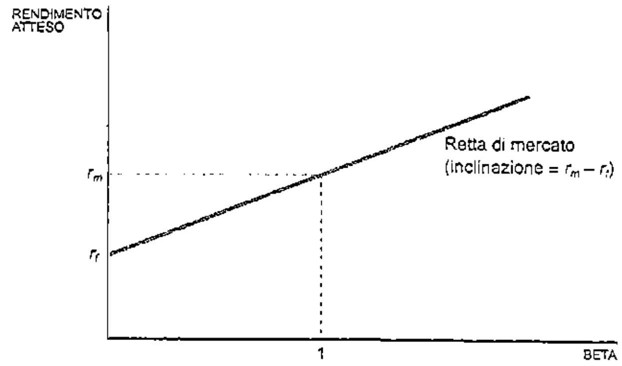


Figura 13.4 **Retta di mercato.** La retta di mercato rappresenta le combinazioni di rendimento atteso e indice beta delle attività in equilibrio.

il nostro modello, in equilibrio tutte le attività devono corrispondere a punti che appartengono a questa retta, definita **retta di mercato**.

Vogliamo ora sapere che cosa accade nel caso di una attività il cui rendimento atteso e il cui indice beta non corrispondano a un punto sulla retta di mercato.

Il rendimento atteso dell'attività è uguale al rapporto tra la variazione attesa del suo prezzo e il suo prezzo corrente:

$$r_i = \text{valore atteso di } \frac{p_1 - p_0}{p_0}.$$

Questa definizione equivale alla precedente, salvo l'aggiunta del termine "atteso", che abbiamo incluso perché il prezzo futuro dell'attività non è certo.

Supponiamo che il rendimento atteso di un'attività, corretto in rapporto al rischio, sia più elevato del tasso di rendimento dell'attività non rischiosa:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) > r_f.$$

Questa attività rappresenta un buon investimento: il suo rendimento corretto in rapporto al rischio è infatti maggiore del tasso dell'attività non rischiosa.

Se gli individui scoprono un'attività di questo tipo ovviamente vorranno acquistarla, per sé oppure per venderla ad altri. Poiché il suo rapporto di scambio (trade-off) tra rischio e rendimento è migliore di quello delle altre attività, vi sarà certamente un mercato.

Ma il fatto che i consumatori cerchino di acquistare questa attività ne farà naturalmente aumentare il prezzo attuale p_0, e quindi il rendimento atteso $r_i = (p_1 - p_0)/p_0$ diminuirà fino a un valore corrispondente alla retta di bilancio.

Per questo motivo è conveniente acquistare un'attività che si trovi al di sopra della retta di mercato, perché quando gli individui si rendono conto che questa offre un rendimento più elevato, scontato il rischio, di quello delle attività nelle quali stanno in quel momento investendo, essi ne faranno aumentare il prezzo.

Si noti che tutto ciò si regge sull'ipotesi che tutti gli individui valutino allo stesso modo il rischio associato alle diverse attività. Se non vi fosse accordo sul rendimento atteso o l'indice beta delle attività, il modello risulterebbe molto più complicato.

ESEMPIO: Classificare i fondi comuni

È possibile impiegare il Capital Asset Pricing Model per confrontare il rischio e il rendimento di diversi investimenti. Un investimento molto diffuso è costituito dai fondi comuni, grandi organizzazioni che raccolgono denaro dagli investitori e lo impiegano per acquistare e vendere azioni. I profitti che conseguono a tali investimenti sono successivamente versati ai singoli investitori.

Il vantaggio principale dei fondi comuni è rappresentato dal fatto che il denaro degli investitori è gestito da esperti operatori finanziari, mentre il principale svantaggio consiste nel fatto che per godere di questo servizio bisogna pagare. Il costo di questo servizio, tuttavia, non è generalmente molto elevato, e quindi l'investimento in un fondo comune è probabilmente consigliabile alla maggioranza dei piccoli investitori.

Ma come scegliere il fondo nel quale investire? Questo dovrà avere, naturalmente, un elevato rendimento atteso, ma gli investitori contemporaneamente preferiranno una quantità di rischio minima. Quanto rischio si sarà disposti a sostenere per conseguire un elevato rendimento atteso?

Una cosa che possiamo fare è prendere in esame la performance di diversi fondi comuni e calcolare il rendimento medio annuale e l'indice beta (la quantità di rischio) di ciascuno. Il calcolo può risultare difficile, perché non abbiamo dato una definizione rigorosa dell'indice beta. In ogni caso le serie degli indici relativi ai vari fondi comuni sono riportate in numerosi testi.

Se si rappresentano su un diagramma cartesiano i rendimenti attesi e gli indici beta, si otterrà un grafico come quello della Figura 13.5[3]. Si noti che ai fondi comuni con i più elevati rendimenti attesi sarà associato, in genere, il rischio più elevato. Il rendimento atteso, infatti, è elevato proprio per compensare gli individui del rischio che essi devono assumere.

Può essere interessante confrontare nel grafico gli investimenti gestiti con criteri professionali con la semplice strategia che consiste nell'investire una parte del denaro disponibile in un **fondo indice**. Esistono vari indici del mercato azionario come, per esempio, l'indice Dow-Jones o l'indice Standard and Poor. Gli indici rappresentano in genere i rendimenti medi di un dato gruppo di azioni in un certo giorno. L'indice Standard and Poor, per esempio, si basa sulla media delle performance di 500 azioni scambiate alla borsa di New York.

[3] Si veda Michael Jensen, "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964", *Journal of Finance*, 23 (Maggio 1968), 389–416, per una discussione più dettagliata. Mark Grinblatt e Sheridan Titman hanno esaminato dati più recenti nell'articolo "Mutual Fund Performance: An Analysis of Quarterly Portfolio Holdings", *The Journal of Business*, 62 (Luglio 1989), 393–416.

Un **fondo indice** è un fondo comune che investe nelle azioni che costituiscono un tale indice. Si ha quindi, praticamente per definizione, la garanzia di ottenere la performance media delle azioni incluse nell'indice. Dato che restare nella media non è poi così difficile — se si pensa a quanto è difficile superarla — i fondi indice hanno in genere delle spese di gestione di lieve entità. Poiché un fondo indice gestisce una quantità consistente di attività a rischio, il suo indice beta sarà prossimo a 1 e il fondo sarà, pertanto, rischioso quanto il mercato nel suo insieme, dato che include quasi tutte le azioni trattate sul mercato.

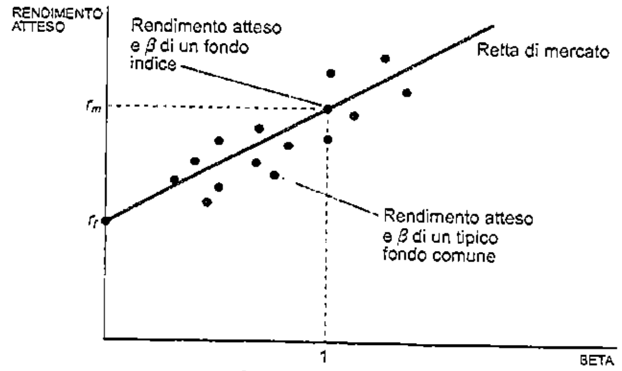


Figura 13.5 **Fondi comuni.** Confronto tra i rendimenti dei fondi comuni di investimento e la retta di mercato.

Confrontiamo ora un fondo indice e un tipico fondo comune, tenendo presente che devono essere considerati sia il rischio che il rendimento degli investimenti. Un modo per farlo consiste nel riportare su un grafico il rendimento atteso e l'indice beta, per esempio, del fondo indice Standard and Poor, e tracciare poi la retta che congiunge questo punto al rendimento di un'attività non rischiosa, come nella Figura 13.5. È possibile riportare su questa retta qualsiasi combinazione di rischio e di rendimento semplicemente scegliendo quanto denaro investire nell'attività non rischiosa e quanto nel fondo indice.

Esaminiamo i fondi che si trovano al di sotto di questa retta: sono fondi che offrono combinazioni di rischio e di rendimento dominate da quelle che si possono ottenere combinando il fondo indice e l'attività non rischiosa. Se si contano i fondi di questo tipo, si scoprirà che la grande maggioranza delle combinazioni di rischio e rendimento offerta dai fondi comuni si trova al di sotto di questa retta. Il numero dei fondi al di sopra della retta non è superiore a quello che ci si potrebbe aspettare in virtù del puro caso.

Questa scoperta non è poi così sorprendente: il mercato azionario è un ambiente incredibilmente competitivo. Gli operatori cercano continuamente di scoprire ed acquistare azioni sottovalutate, e ciò significa che, in media, le azioni sono scambiate al loro valore effettivo. Se è così, scommettere sulla media è probabilmente una strategia ragionevole, dal momento che superarla è praticamente impossibile.

Sommario

1. È possibile impiegare l'insieme di bilancio e le curve di indifferenza per esaminare la scelta della quantità di moneta da investire in attività a rischio e in attività non rischiose.

2. Il saggio marginale di sostituzione tra rischio e rendimento dovrà essere uguale all'inclinazione della retta di bilancio. Questa inclinazione è detta prezzo del rischio.

3. Il rischio associato a un'attività dipende in gran parte dalla sua correlazione con le altre. Un'attività che vari in direzione opposta a quella delle altre contribuisce a ridurre il rischio globale del portafoglio.

4. Il rapporto tra il rischio associato a un'attività e quello del mercato nel suo insieme viene definito indice **beta** di quell'attività.

5. La condizione di equilibrio fondamentale nei mercati delle attività stabilisce che i rendimenti corretti in rapporto al rischio devono essere uguali.

Domande

1. Se il tasso di rendimento dell'attività non rischiosa è il 6% e è disponibile un'attività a rischio con rendimento 9% e scarto quadratico medio 3%, quale sarà il tasso di rendimento massimo che si potrà ottenere se si è disposti ad accettare uno scarto quadratico medio del 2%? Quale frazione della ricchezza si dovrebbe investire nell'attività a rischio?

2. Qual è il prezzo del rischio nell'esercizio precedente?

3. Se il β di un'azione è 1,5, il rendimento del mercato è il 10% e il tasso di rendimento dell'attività non rischiosa è il 5%, quale dovrebbe essere il tasso di rendimento atteso di questo titolo secondo il Capital Asset Pricing Model? Se il valore atteso del titolo è $100, a quale prezzo dovrebbe essere venduto oggi?

14

SURPLUS DEL CONSUMATORE

Abbiamo visto nei precedenti capitoli come è possibile derivare la funzione di domanda di un consumatore dalle preferenze o dalla funzione di utilità. In realtà siamo generalmente interessati al problema inverso: come stimare le preferenze o la funzione di utilità dato un certo numero di osservazioni del comportamento del consumatore.

Abbiamo già affrontato questo problema in due altre occasioni. Nel Capitolo 6 abbiamo visto come stimare i parametri di una funzione di utilità a partire dall'osservazione della domanda. Nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas abbiamo potuto stimare una funzione di utilità in grado di descrivere le scelte osservate semplicemente calcolando la frazione media del reddito spesa per ciascun bene. Abbiamo potuto quindi impiegare questa funzione di utilità per studiare l'effetto di variazioni del consumo.

Nel Capitolo 7 abbiamo impiegato il metodo delle preferenze rivelate per risalire alle preferenze cui potevano essere ricondotte alcune scelte osservabili. Anche in questo caso, la stima delle curve di indifferenza così ottenuta può essere impiegata per valutare l'effetto di variazioni del consumo.

In questo capitolo esamineremo alcuni altri approcci al problema della determinazione della funzione di utilità a partire dall'osservazione della domanda. Per quanto alcuni di questi metodi risulteranno applicabili a un numero più limitato di casi, essi si riveleranno utili in vari esempi che saranno discussi successivamente.

Cominceremo riesaminando un caso speciale per il quale è molto facile determinare una stima dell'utilità dall'osservazione della domanda, per prendere in considerazione in seguito il problema in termini più generali.

14.1 Domanda di un bene discreto

Iniziamo riesaminando la domanda di un bene discreto nel caso di preferenze quasi-lineari, che abbiano già trattato nel Capitolo 6. Supponiamo che la funzione di utilità sia $v(x) + y$ e che il bene-x sia disponibile soltanto in unità discrete. Possiamo considerare il bene-y come la quantità di moneta che può essere spesa per tutti gli altri beni, e fissare a 1 il suo prezzo. Sia infine p il prezzo del bene-x.

Abbiamo visto nel Capitolo 6 che in questo caso il comportamento del consumatore può essere descritto per mezzo di una sequenza di prezzi di riserva $r_1 = v(1) - v(0)$, $r_2 = v(2) - v(1)$, e così via. La relazione tra domanda e prezzi di riserva è piuttosto semplice: se le unità domandate del bene discreto sono n, allora $r_n \geq p \geq r_{n+1}$.

Per verificarlo consideriamo un esempio. Supponiamo che il consumatore scelga di consumare 6 unità del bene-x al prezzo p. L'utilità derivante dal consumo di $(6, m - 6, p)$ deve essere almeno uguale a quella derivante dal consumo di un altro paniere qualsiasi $(x, m - px)$:

$$v(6) + m - 6p \geq v(x) + m - px. \tag{14.1}$$

In particolare questa disuguaglianza deve valere per $x = 5$, il che ci dà

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo $v(6) - v(5) = r_6 \geq p$.

La (14.1) deve valere anche per $x = 7$. Questo ci dà

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p$$

che può essere trasformata così da ottenere

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7.$$

La discussione di questo esempio dimostra che se le unità domandate del bene-x sono 6, il prezzo del bene-x deve essere situato tra r_6 e r_7. In generale, se le unità domandate del bene-x sono n, allora $r_n \geq p \geq r_{n+1}$, come volevamo dimostrare. La sequenza dei prezzi di riserva contiene tutte le informazioni necessarie a descrivere la domanda. La rappresentazione grafica dei prezzi di riserva è una serie di gradini, come mostra la Figura 14.1. Questa "scala" rappresenta in effetti la curva di domanda del bene discreto.

14.2 Costruzione della funzione di utilità dalla curva di domanda

Abbiamo visto come costruire la curva di domanda dati i prezzi di riserva o la funzione di utilità. Possiamo anche seguire il procedimento inverso. Data la curva di domanda possiamo costruire la funzione di utilità, almeno nello speciale caso dell'utilità quasi-lineare.

In un certo senso l'operazione è piuttosto banale. Abbiamo definito i prezzi di riserva come differenza dell'utilità:

$$\begin{aligned} r_1 &= v(1) - v(0) \\ r_2 &= v(2) - v(1) \\ r_3 &= v(3) - v(2) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Per calcolare $v(3)$, per esempio, non dobbiamo far altro che sommare membro a membro le precedenti uguaglianze, ottenendo

$$r_1 + r_2 + r_3 = v(3) - v(0).$$

È conveniente stabilire che se non viene consumata alcuna unità del bene l'utilità che ne deriva è nulla, così che $v(0) = 0$ e pertanto $v(n)$ è uguale alla somma dei primi n prezzi di riserva.

La rappresentazione grafica di questa operazione è illustrata nella Figura 14.1A. Possiamo osservare che l'utilità derivante dal consumo di n unità del bene discreto corrisponde esattamente all'area dei primi n rettangoli che formano la curva di domanda. Questo perché l'altezza di ciascun rettangolo è il prezzo di riserva associato a quel livello della domanda, mentre la base è uguale a 1. Quest'area è generalmente definita **beneficio lordo** o **surplus lordo del consumatore** associato al consumo del bene.

Si noti che l'utilità in questione è quella derivante dal consumo del bene 1. L'utilità finale per il consumatore deriva dal consumo *sia* del bene 1 *che* del bene 2. Se il consumatore sceglie n unità del bene discreto, gli resteranno $m - pn$ dollari per acquistare altri beni. La sua utilità totale sarà quindi

$$v(n) + m - pn.$$

Anche questa utilità può essere rappresentata da una superficie: è sufficiente sottrarre all'area rappresentata nella Figura 14.1A la somma spesa per il bene discreto, e aggiungere m.

L'espressione $v(n) - pn$ è definita **surplus del consumatore** o **surplus netto del consumatore**. Essa rappresenta il beneficio netto derivante dal consumo di n unità del bene discreto: la differenza tra l'utilità $v(n)$ e la riduzione della somma disponibile per il consumo dell'altro bene. Il surplus del consumatore è rappresentato nella Figura 14.1B.

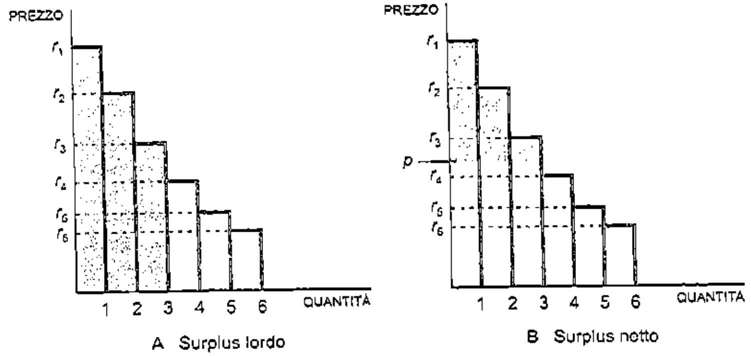


Figura 14.1 **Prezzi di riserva e surplus del consumatore.** Nel quadro A il beneficio lordo è rappresentato dalla superficie al di sotto della curva di domanda. Esso corrisponde all'utilità derivante dal consumo del bene-x. Nel quadro B è rappresentato il surplus del consumatore, che corrisponde all'utilità derivante dal consumo di entrambi i beni, se il bene 1 è acquistato al prezzo costante p.

14.3 Altre interpretazioni del surplus del consumatore

Vi sono altre interpretazioni possibili del surplus del consumatore. Supponiamo che il prezzo del bene discreto sia p. In questo caso il consumatore assegna un valore pari a r_1 al consumo della prima unità del bene, ma per acquistarla deve pagare solo il prezzo p. In questo modo gli resta un "surplus" uguale a $r_1 - p$. Il valore assegnato alla seconda unità è r_2, ma, di nuovo, egli deve pagare solo il prezzo p, e ottiene in questo modo un surplus di $r_2 - p$. Sommando il surplus derivante dalle n unità scelte otteniamo il surplus totale del consumatore:

$$CS = r_1 - p + r_2 - p + \cdots r_n - p = r_1 + \cdots + r_n - np.$$

Poiché la somma dei prezzi di riserva è uguale all'utilità derivante dal consumo del bene 1, la precedente espressione può anche essere scritta

$$CS = v(n) - pn.$$

Possiamo interpretare il surplus del consumatore anche in un altro modo. Supponiamo che un individuo consumi n unità del bene 1 e paghi per questo pn dollari. Quale quantità di moneta lo indurrà a rinunciare interamente al consumo di quel bene? Se R è la quantità di moneta richiesta, dovrà essere soddisfatta l'equazione

$$v(0) + m + R = v(n) + m - pn.$$

Poiché $v(0) = 0$ per definizione, la precedente espressione si riduce a

$$R = v(n) - pn$$

cioè al surplus del consumatore. Quindi il surplus del consumatore rappresenta la quantità di moneta che il consumatore potrebbe chiedere per rinunciare al consumo del bene in questione.

14.4 Dal surplus del consumatore al surplus dei consumatori

Abbiamo considerato finora il caso di un singolo consumatore. Nel caso in cui i consumatori siano più di uno, dovremo sommare il surplus di ciascuno per ottenere una misura aggregata del **surplus dei consumatori**. Si tratta di due concetti distinti: il surplus del consumatore rappresenta il surplus di un singolo consumatore, mentre il surplus dei consumatori è la somma dei surplus per un certo numero di consumatori.

Il surplus dei consumatori è una misura adeguata dei vantaggi aggregati derivanti dallo scambio, così come il surplus del consumatore misura i vantaggi derivanti dallo scambio per un singolo individuo.

14.5 Approssimazione a una curva di domanda continua

Abbiamo visto che la superficie al di sotto della curva di domanda rappresenta l'utilità derivante dal consumo nel caso di un bene discreto. Possiamo generalizzare questa rappresentazione al caso di un bene disponibile in quantità continue approssimando una curva di domanda continua per mezzo di una curva di domanda scalettata. La superficie al di sotto della curva di domanda continua è quindi approssimativamente uguale a quella al di sotto della curva di domanda scalettata. Si veda la Figura 14.2 per un esempio. Nell'Appendice a questo capitolo mostreremo come è possibile calcolare esattamente quest'area impiegando il calcolo differenziale.

14.6 Utilità quasi-lineare

È importante sottolineare il ruolo dell'utilità quasi-lineare nella discussione di questo argomento. In generale il prezzo al quale un consumatore è disposto ad acquistare il bene 1 dipende dalla quantità di moneta di cui dispone per acquistare gli altri beni. Ciò significa che in generale il prezzo di riserva del bene 1 dipende dalla quantità consumata del bene 2.

Ma nello speciale caso dell'utilità quasi-lineare i prezzi di riserva sono indipendenti dalla quantità di moneta disponibile per gli altri beni. In termini economici possiamo dire che nel caso dell'utilità quasi-lineare non si verifica alcun "effetto di reddito", poiché una variazione del reddito non modifica la domanda. Questo

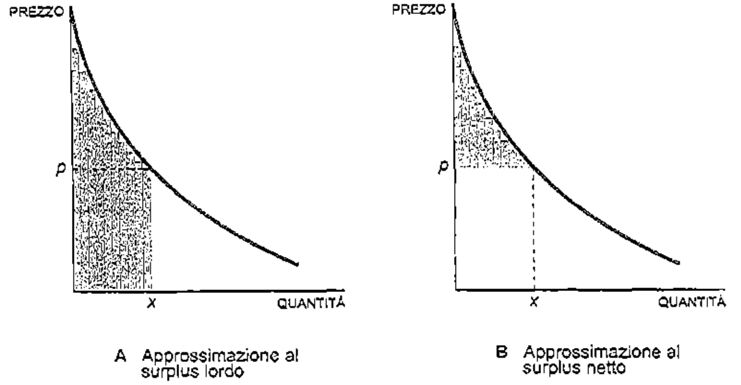


Figura 14.2 **Approssimazione a una curva di domanda continua.** Il surplus del consumatore associato a una curva di domanda continua può essere approssimato da quello associato a una curva di domanda discreta.

ci consente di determinare l'utilità in un modo così semplice. La superficie al di sotto della curva di domanda misura *esattamente* l'utilità soltanto nel caso di una funzione di utilità quasi-lineare.

Tuttavia, questa può essere spesso un buona approssimazione. Se la domanda di un bene non è molto sensibile alle variazioni del reddito, l'effetto di reddito non sarà molto significativo, e la variazione del surplus dei consumatore rappresenterà approssimativamente la variazione dell'utilità[1].

14.7 Interpretazione della variazione del surplus del consumatore

In genere siamo più interessati alla variazione del surplus del consumatore in conseguenza di diverse politiche che al suo valore assoluto. Supponiamo, per esempio, che il prezzo di un bene vari da p' a p''. Come varierà il surplus del consumatore?

Abbiamo rappresentato nella Figura 14.3 la variazione del surplus associata ad una variazione del prezzo. La variazione del surplus è uguale alla differenza tra due aree approssimativamente triangolari, ed è pertanto una superficie trapezoidale, che può essere suddivisa nel rettangolo R e nell'area approssimativamente triangolare T.

Il rettangolo rappresenta la perdita di surplus dovuta al fatto che il consumatore paga un prezzo più elevato per le unità del bene che continua a consumare. Dopo l'aumento del prezzo il consumatore continua a consumare infatti x'' unità del bene,

[1] La variazione del surplus del consumatore è ovviamente solo una delle possibili rappresentazioni della variazione dell'utilità. Ad esempio si potrebbe usare la radice quadrata del surplus del consumatore, ma il surplus del consumatore è la misura convenzionale.

ciascuna delle quali ora costa $p'' - p'$ in più. Questo significa che per consumare x'' unità del bene egli deve ora spendere la somma addizionale $(p'' - p')x''$.

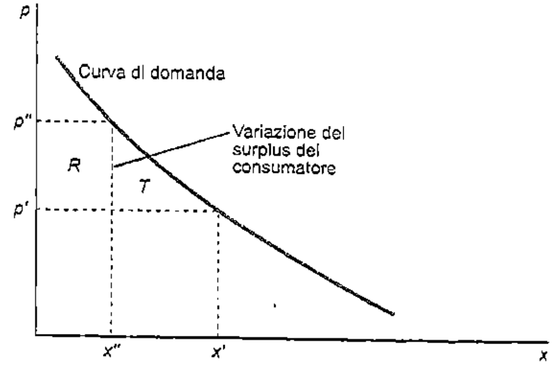


Figura 14.3 **Variazione del surplus del consumatore.** La variazione del surplus del consumatore corrisponde alla differenza tra due superfici approssimativamente triangolari, ed è pertanto un'area trapezoidale.

Ma questa perdita non rappresenta l'intera riduzione del benessere del consumatore. A causa dell'aumento del prezzo egli ora consuma una quantità minore del bene. Il triangolo T misura il valore di questa *riduzione* del consumo del bene-x. La perdita totale per il consumatore corrisponde alla somma di questi due effetti: R misura la perdita dovuta al maggior prezzo delle unità che egli continua a consumare, e T misura la perdita derivante dalla riduzione del consumo.

ESEMPIO: Variazione del surplus del consumatore

Domanda: Consideriamo la curva di domanda lineare $D(p) = 20 - 2p$. Se il prezzo varia da 2 a 3 quale sarà la variazione del surplus del consumatore?

Risposta: Per $p = 2$, $D(2) = 16$, e per $p = 3$, $D(3) = 14$. Dobbiamo pertanto calcolare l'area di un trapezio di altezza unitaria e basi 14 e 16. Questo equivale alla somma dell'area di un rettangolo di altezza unitaria e base 14 e di quella di un triangolo di altezza 1 e base 2. L'area complessiva è quindi 15.

14.8 Variazione compensativa e variazione equivalente

La teoria del surplus del consumatore può essere applicata rigorosamente solo nel caso di utilità quasi-lineare. Ma anche nel caso che l'utilità non sia quasi-lineare il surplus del consumatore può approssimare ragionevolmente il benessere del consumatore. In genere le inesattezze nella misurazione della curva di domanda sono superiori agli errori derivanti dall'impiego del surplus del consumatore.

In molti casi però una simile approssimazione può non essere sufficiente. In questo paragrafo descriveremo un modo per misurare le "variazioni dell'utilità" senza ricorrere al surplus del consumatore. In realtà dovremo esaminare separatamente due ordini di problemi. Il primo riguarda il modo in cui possiamo stimare la funzione di utilità data l'osservazione di un certo numero di scelte del consumatore. Il secondo, il modo in cui è possibile misurare l'utilità in termini monetari.

Abbiamo già esaminato nel Capitolo 6 il modo in cui è possibile stimare una funzione di utilità Cobb-Douglas. In quell'esempio abbiamo notato che le frazioni del reddito spese per acquistare i due beni erano relativamente costanti, e che quindi era possibile impiegare tali frazioni come stima dei parametri della funzione Cobb-Douglas. Se la curva di domanda non avesse presentato questa particolare caratteristica, avremmo dovuto scegliere una funzione di utilità più complessa, ma il principio sarebbe rimasto il medesimo: se disponiamo di un numero sufficiente di osservazioni del comportamento del consumatore, e il comportamento osservato è coerente con la massimizzazione di qualche funzione, quest'ultima potrà in generale essere stimata.

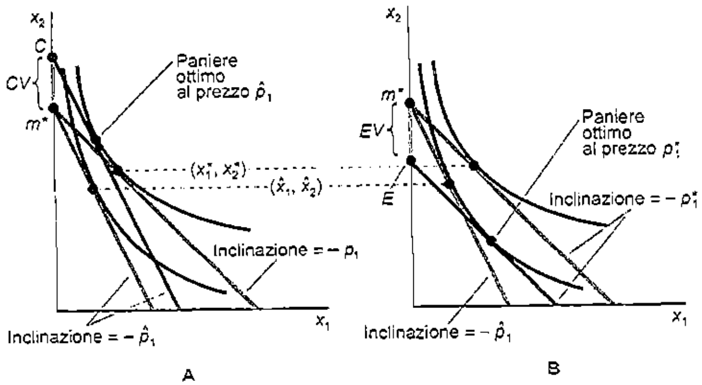


Figura 14.4 **Variazione compensativa ed equivalente.** Il quadro A rappresenta la variazione compensativa (CV) e il quadro B la variazione equivalente (EV).

Se disponiamo di una stima della funzione di utilità che descrive le scelte del consumatore, questa può essere impiegata per valutare gli effetti delle variazioni dei prezzi e dei livelli di consumo. A questo livello di generalizzazione, questo è il massimo che possiamo pensare di ottenere. Ciò che importa sono le preferenze del

consumatore, e qualsiasi funzione di utilità che ci permetta di descriverle è quindi accettabile.

In alcuni casi, tuttavia, può essere opportuno usare delle misure monetarie dell'utilità. Ci potremmo chiedere, per esempio, quale quantità di moneta potrebbe compensare il consumatore della variazione del livello di consumo di un bene. Tale quantità è essenzialmente una misura della variazione dell'utilità, rappresentata in termini monetari. Come è possibile ottenerla?

Consideriamo la situazione rappresentata nella Figura 14.4: inizialmente il consumatore si trova di fronte ai prezzi $(p_1^*, 1)$ e consuma il paniere (x_1, x_2). Successivamente il prezzo del bene 1 aumenta da p_1^* a $\hat{p}_1$ e il consumatore sceglie di consumare il paniere $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$. Vogliamo conoscere il "danno" arrecato al consumatore da questa variazione.

Per determinarlo possiamo chiederci quale quantità di moneta il consumatore richiede *dopo* la variazione del prezzo perché il suo benessere resti identico a quello *iniziale*. Considerando il grafico, ci chiediamo di quanto dobbiamo spostare verso l'alto la nuova retta di bilancio perché diventi tangente alla curva di indifferenza che passa per il paniere iniziale (x_1^*, x_2^*). Chiamiamo **variazione compensativa** del reddito la variazione del reddito necessaria a riportare il consumatore sulla curva di indifferenza iniziale, poiché tale variazione è appena necessaria a compensare il consumatore della variazione del prezzo. Tale variazione misura, per esempio, quanto denaro lo stato dovrebbe cedere al consumatore se volesse compensarlo esattamente dell'aumento del prezzo di un bene.

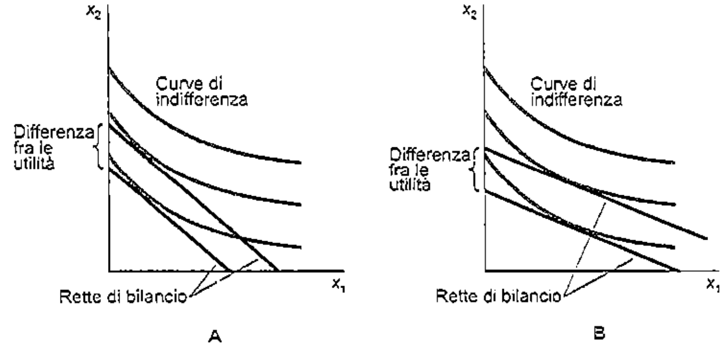


Figura 14.5 **Preferenze quasi-lineari.** Nel caso di preferenze quasi-lineari la distanza tra due curve di indifferenza non dipende dall'inclinazione delle rette di bilancio.

Un altro modo di misurare l'effetto di una variazione dei prezzi è chiedersi quale quantità di moneta deve essere sottratta al consumatore *prima* dell'aumento del prezzo perché il suo benessere resti identico a quello *successivo* all'aumento. Definiamo questa **variazione equivalente** del reddito poiché è la variazione del reddito che equivale esattamente, in termini di utilità, alla variazione del prezzo. Considerando la Figura 14.4 ci chiediamo di quanto dobbiamo spostare verso il basso la retta di bilancio iniziale perché questa diventi tangente alla curva di indifferenza che passa per il nuovo paniere di consumo. La variazione equivalente misura la somma massima che il consumatore sarebbe disposto a cedere per evitare l'aumento del prezzo.

In genere la somma che il consumatore sarebbe disposto a cedere per evitare la variazione del prezzo sarà diversa da quella che egli richiederebbe per esserne compensato. Dopo tutto, un dollaro ha un valore differente in corrispondenza di diversi insiemi di prezzi, poiché consente di acquistare quantità diverse dello stesso bene.

In termini geometrici, le variazioni compensativa ed equivalente non sono altro che due modi di misurare la "distanza" tra due curve di indifferenza. In ciascun caso questa distanza viene misurata osservando quanto divergono le loro tangenti. In genere tale misura dipende dall'inclinazione delle rette, vale a dire, dai prezzi che abbiamo scelto.

Le due variazioni, però, risultano identiche nel caso dell'utilità quasi-lineare. In questo caso le curve di indifferenza sono "parallele", e quindi la distanza tra di loro è la medesima, indipendentemente dal punto in cui viene misurata, come si vede nella Figura 14.5. Nel caso dell'utilità quasi-lineare la variazione compensativa, la variazione equivalente e il surplus del consumatore forniscono tutti l'identica misura del valore, in termini monetari, della variazione del prezzo.

ESEMPIO: Variazioni compensative ed equivalenti

Supponiamo che la funzione di utilità del consumatore sia $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$. Egli si trova di fronte inizialmente ai prezzi $(1, 1)$ e il suo reddito è 100. Il prezzo del bene 1 aumenta a 2. Vogliamo determinare la variazione compensativa e la variazione equivalente.

Sappiamo che le funzioni di domanda nel caso di una funzione di utilità Cobb-Douglas sono

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$
$$x_2 = \frac{m}{2p_2}.$$

Impiegando questa formula, vediamo che la domanda del consumatore varia da $(x_1^*, x_2^*) = (50, 50)$ a $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (25, 50)$.

Al fine di calcolare la variazione compensativa, ci chiediamo quale sarà la quantità di moneta necessaria a mantenere il benessere del consumatore, in corrispondenza dei prezzi $(2, 1)$, identico a quello derivante dal consumo del paniere $(50, 50)$. Dati i prezzi $(2, 1)$ e il reddito m, li possiamo sostituire nelle funzioni di domanda, trovando così la scelta ottima, cioè il paniere $(m/4, m/2)$. Se stabiliamo

che l'utilità di questo paniere deve essere identica a quella derivante dal paniere $(50, 50)$, avremo

$$\left(\frac{m}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 50^{\frac{1}{2}} 50^{\frac{1}{2}}.$$

Risolvendo per m otteniamo

$$m = 100\sqrt{2} \approx 141.$$

Pertanto il consumatore richiederà una somma addizionale di circa $141 - 100 = \$41$ dopo la variazione del prezzo per mantenere il suo benessere identico a quello iniziale.

Per calcolare la variazione equivalente, ci chiediamo quale sarà la quantità di moneta necessaria a mantenere il benessere del consumatore, in corrispondenza dei prezzi $(1, 1)$, identico a quello derivante dal consumo del paniere $(25, 50)$. Indichiamo con m tale quantità; con un ragionamento analogo al precedente avremo

$$\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}} 50^{\frac{1}{2}}.$$

Risolvendo per m otteniamo

$$m = 50\sqrt{2} \approx 70.$$

Quindi se il consumatore avesse un reddito di \$70 in corrispondenza dei prezzi iniziali, il suo benessere sarebbe identico a quello derivante da un reddito di \$100 in corrispondenza dei nuovi prezzi. La variazione equivalente del reddito è pertanto circa $100 - 70 = \$30$.

ESEMPIO: Variazione compensativa ed equivalente nel caso di preferenze quasi-lineari

Supponiamo che la funzione di utilità del consumatore sia quasi-lineare, $v(x_1) + x_2$. Sappiamo che in questo caso la domanda del bene 1 dipende solo dal suo prezzo, e quindi la possiamo scrivere $x_1(p_1)$. Supponiamo che il prezzo cambi da p_1^* a $\hat{p}_1$. Quali saranno le variazioni compensativa ed equivalente?

In corrispondenza del prezzo p_1^*, il consumatore sceglie $x_1^* = x_1(p_1^*)$ e la sua utilità è $v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*$. In corrispondenza del prezzo $\hat{p}_1$, il consumatore sceglie $\hat{x}_1 = x_1(\hat{p}_1)$ e la sua utilità è $v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1 \hat{x}_1$.

Sia C la variazione compensativa, cioè la quantità di moneta addizionale richiesta dal consumatore, in corrispondenza del nuovo prezzo, perché il suo benessere dopo la variazione del prezzo resti identico a quello iniziale. Uguagliando le due funzioni di utilità avremo

$$v(\hat{x}_1) + m + C - \hat{p}_1 \hat{x}_1 = v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*.$$

Risolvendo per C otteniamo

$$C = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\hat{x}_1 - p_1^*x_1^*.$$

Sia E la variazione equivalente, cioè la somma che deve essere sottratta al consumatore, in corrispondenza del vecchio prezzo, perché la sua utilità sia la stessa di quella che avrebbe in corrispondenza del nuovo prezzo. Deve quindi essere soddisfatta l'equazione

$$v(x_1^*) + m - E - p_1^*x_1^* = v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1\hat{x}_1.$$

Risolvendo per E, otteniamo

$$E = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\hat{x}_1 - p_1^*x_1^*.$$

Si noti che nel caso di utilità quasi-lineare le variazioni compensativa ed equivalente sono identiche. Esse sono inoltre uguali alla variazione del surplus (netto) del consumatore:

$$\Delta CS = [v(x_1^*) - p_1^*x_1^*] - [v(\hat{x}_1) - \hat{p}_1\hat{x}_1].$$

14.9 Surplus del produttore

La curva di domanda rappresenta la quantità domandata di un bene in corrispondenza di ciascun prezzo, la **curva di offerta** la quantità che viene offerta in corrispondenza di ciascun prezzo. Come l'area *al di sotto* della curva di domanda misura il surplus di cui godono coloro i quali domandano un bene, così l'area *al di sopra* della curva di offerta misura il surplus goduto dagli offerenti.

Per analogia col surplus del consumatore, l'area al di sopra della curva di offerta è definita **surplus del produttore.** In realtà i termini "surplus del consumatore" e "surplus del produttore" sono in qualche modo fuorvianti: sarebbe preferibile usare "surplus del domandante" e "surplus dell'offerente" ma, inchinandoci alla tradizione, faremo anche noi ricorso alla terminologia in uso.

Consideriamo ora la curva di offerta di un bene: come abbiamo visto, questa rappresenta la quantità offerta in corrispondenza di ciascun prezzo. Il bene può essere offerto da un individuo che ne dispone o da un'impresa che lo produce: seguiremo questa seconda interpretazione, in modo da aderire alla terminologia in uso. Rappresentiamo la curva di offerta del produttore nella Figura 14.6. Vogliamo conoscere il surplus che deriva al produttore dalla vendita di x^* unità del suo prodotto al prezzo p^*.

È conveniente proseguire l'analisi considerando la curva di offerta *inversa* del produttore, $p_s(x)$, che descrive il prezzo al quale il produttore è disposto a offrire x unità del bene.

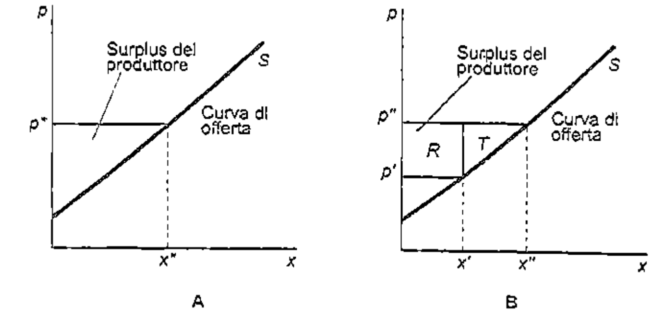


Figura 14.6 **Surplus del produttore.** Il surplus netto del produttore è rappresentato dall'area triangolare a sinistra della curva di offerta nel quadro A, mentre la variazione del surplus del produttore corrisponde all'area trapezoidale del quadro B.

Consideriamo la funzione di offerta inversa di un bene discreto. In questo caso il produttore è disposto a vendere la prima unità del bene al prezzo $p_s(1)$, ma ne ricava in effetti il prezzo p^*. Egualmente, egli è disposto a vendere la seconda unità al prezzo $p_s(2)$, ma ne ricava ancora p^*. Possiamo continuare sino all'ultima unità: egli sarà disposto a venderla esattamente al prezzo $p_s(x^*) = p^*$.

La differenza tra la somma minima alla quale il produttore sarebbe disposto a vendere le x^* unità del bene e quella che effettivamente ottiene è il **surplus netto del produttore**, rappresentato dall'area triangolare della Figura 14.6A.

Come nel caso del surplus del consumatore, ci possiamo chiedere come il surplus del produttore vari al variare del prezzo da p' a p''. Tale variazione generalmente corrisponde alla differenza tra due superfici approssimativamente triangolari, e avrà pertanto la forma del trapezoide rappresentato nella Figura 14.6B. Analogamente al caso del surplus del consumatore, il trapezoide può essere suddiviso nel rettangolo R e nella superficie approssimativamente triangolare T. Il rettangolo misura il beneficio associato alla vendita al prezzo più elevato p'' delle unità prima vendute al prezzo p'. La superficie triangolare corrisponde al beneficio derivante dalla vendita di ulteriori unità al prezzo p''. Come si vede, il risultato è del tutto simile alla variazione del surplus del consumatore considerata in precedenza.

Per quanto ci si riferisca comunemente a una variazione di questo tipo come a un aumento del surplus del produttore, in un senso più profondo essa rappresenta in realtà un aumento del surplus del consumatore percepito dal proprietario dell'impresa che mette in vendita il bene (egli è infatti a sua volta un consumatore). Il surplus del consumatore è strettamente collegato al concetto di profitto, ma si dovrà attendere di aver esaminato in modo più approfondito il comportamento dell'impresa per comprendere tale relazione.

14.10 Analisi costi-benefici

Possiamo impiegare il concetto di surplus del consumatore per calcolare i benefici e i costi associati a varie scelte di politica economica.

Ad esempio, analizziamo l'effetto dell'imposizione di un prezzo massimo. Consideriamo la situazione illustrata nella Figura 14.7. Senza alcun intervento regolativo, il prezzo sarebbe p_0 e la quantità venduta q_0.

Le autorità pubbliche ritengono che questo prezzo sia troppo alto e impongono un prezzo massimo pari a p_c. Ciò riduce a q_c la quantità che i venditori sono disposti a offrire, il che, a sua volta, riduce il surplus del produttore all'area PS.

Ora che la quantità a disposizione dei consumatori è solo q_c, ci chiediamo a chi essa andrà.

Un'ipotesi è che la quantità prodotta vada ai consumatori disposti a pagare di più. Indichiamo con p_e il **prezzo effettivo**, ossia il prezzo che indurrebbe i consumatori a domandare q_c. Se tutti coloro che sono disposti a pagare più di p_e ottengono il bene, il surplus del produttore corrisponderà appunto all'area CS.

Si noti che la perdita di surplus del consumatore e del produttore corrisponde all'area trapezioidale al centro del grafico. Essa è la differenza fra la somma dei due surplus nel mercato concorrenziale e nel mercato con un prezzo massimo imposto.

Nella maggior parte dei casi è eccessivamente ottimistico supporre che i consumatori con la maggiore disponibilità a pagare si aggiudichino l'intera quantità del bene. Perciò, ci aspetteremo che quest'area trapezioidale sia il limite inferiore della perdita complessiva di surplus nel caso dell'imposizione di un prezzo massimo.

Razionamento

Possiamo impiegare lo stesso grafico per descrivere le perdite sociali dovute al razionamento. Anziché fissare un prezzo massimo p_c, supponiamo che le autorità emettano buoni-razione che consentono l'acquisto solo di q_c unità del bene. Per acquistare una unità del bene, un consumatore dovrà pagare p_c al venditore e spendere un buono-razione.

Se i buoni-razione sono commerciabili, allora si venderanno a un prezzo pari a $p_e - p_c$. Questo renderebbe il prezzo totale di acquisto uguale a p_e, che è il prezzo di equilibrio di mercato per il bene in questione.

14.11 Calcolo dei guadagni e delle perdite

Se disponiamo di stime della domanda e dell'offerta di mercato di un bene, non è difficile, in linea di principio, calcolare la perdita di surplus del consumatore dovuta a una scelta di politica economica. Supponiamo per esempio che si decida di aumentare la tassa che grava su un bene. Questo si tradurrà, per i consumatori, in una variazione del prezzo e di conseguenza in una variazione della quantità consumata. È possibile calcolare il surplus associato alle diverse proposte di tassazione e individuare in questo modo quella che determina la minore perdita.

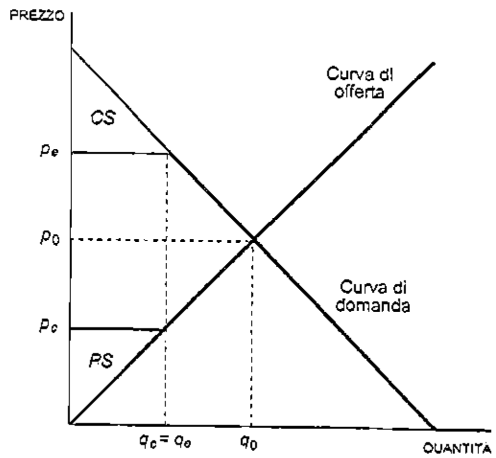


Figura 14.7 **Imposizione di un prezzo massimo**. Il prezzo massimo p_c riduce la quantità offerta a q_c, il surplus del consumatore a CS e il surplus del produttore a PS. Il prezzo effettivo del bene, p_e, è il prezzo di equilibrio del mercato. Il grafico illustra anche ciò che succede nel caso di razionamento, in cui il prezzo di un buono-razione sarebbe $p_e - p_c$.

Questo calcolo offre spesso un utile criterio per valutare le diverse proposte di tassazione, ma presenta due difetti. In primo luogo, come abbiamo visto in precedenza, il surplus del consumatore è una misura valida solo nel caso di un particolare tipo di preferenze, quelle associate a una funzione di utilità quasi-lineare. Si ricorderà che una funzione di questo tipo rappresenta con ragionevole approssimazione il caso di beni la cui domanda sia poco sensibile a variazioni del reddito. Nel caso di beni il cui consumo sia strettamente connesso al reddito, invece, il surplus del consumatore può risultare inappropriato.

In secondo luogo, per calcolare la perdita di surplus si devono considerare indistintamente tutti i consumatori e tutti i produttori, ottenendo così una stima del "costo" di una politica per un mitico "consumatore rappresentativo". In molti casi è desiderabile conoscere non solo il costo medio sostenuto dalla popolazione, ma anche quali gruppi sosterranno il costo maggiore: il successo o il fallimento di una politica dipendono spesso più dalla *distribuzione* dei costi e dei benefici che dal loro valore medio.

Se il surplus del consumatore può essere calcolato con facilità, abbiamo visto che non è molto più difficile calcolare l'effettiva variazione compensativa o equivalente associata a una variazione del prezzo. Se sono note stime delle funzioni di domanda di ciascun nucleo familiare — o quanto meno di un campione rappresentativo di essi — è possibile calcolare l'effetto delle diverse scelte di politica economica su ciascuna famiglia impiegando la variazione compensativa o equivalente. Avremo in questo modo una misura dei "costi" e dei "benefici" che ne deriverebbero per ciascun nucleo familiare.

Un interessante esempio di questo approccio è offerto da Mervyn King, un economista della London School of Economics, nel suo studio "Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data", *Journal of Public Economics*, 21 (1983), 183–214, che analizza gli effetti della riforma della tassazione delle abitazioni in Gran Bretagna.

In primo luogo King ha preso in esame i dati sulla spesa in abitazioni di 5895 nuclei familiari, ricavandone una stima della specifica funzione di domanda. Successivamente, per mezzo di questa funzione di domanda ha calcolato una funzione di utilità per ciascun nucleo familiare. Ha impiegato infine questa stima della funzione di utilità per calcolare i costi e i benefici conseguenti a determinati cambiamenti del sistema di tassazione. La misura impiegata era simile alla nostra descizione della variazione equivalente. La riforma in esame proponeva fondamentalmente di abolire le agevolazioni per le abitazioni occupate dai proprietari e di aumentare gli affitti delle abitazioni di proprietà pubblica. Le entrate che ne sarebbero derivate sarebbero state restituite ai nuclei familiari sotto forma di trasferimenti proporzionali al reddito di ciascuna famiglia.

King trovò che 4888 delle 5895 famiglie avrebbero ricavato un beneficio da questa riforma. Cosa ancora più importante, egli poté identificare le famiglie che avrebbero subito svantaggi significativi da tali proposte, dimostrando, per esempio, che il 94 per cento delle famiglie a più alto reddito avrebbero ricavato dei benefici, contro il 58 per cento delle famiglie a reddito più basso. Informazioni di questo genere possono consentire di progettare riforme fiscali in grado di raggiungere determinati obiettivi distributivi.

Sommario

1. Nel caso di un bene discreto e di una funzione di utilità quasi-lineare l'utilità associata al consumo di n unità del bene è uguale alla somma dei primi n prezzi di riserva.

2. Questa somma corrisponde al beneficio lordo derivante dal consumo del bene. Sottraendo la somma spesa per acquistarlo, otteniamo il surplus del consumatore.

3. La variazione del surplus del consumatore associata a una variazione del prezzo ha una forma approssimativamente trapezoidale, e può essere interpretata come la variazione dell'utilità associata alla variazione del prezzo.

4. In generale, impieghiamo la variazione compensativa e la variazione equivalente per misurare l'effetto monetario di una variazione del prezzo.

5. Se la funzione di utilità è quasi-lineare, la variazione compensativa, la variazione equivalente e la variazione del surplus del consumatore sono identici. Anche nel caso in cui l'utilità non sia quasi-lineare, il surplus del consumatore può essere una misura ragionevolmente approssimata dell'effetto della variazione del prezzo sull'utilità del consumatore.

6. Nel caso dell'offerta, possiamo misurare per mezzo del surplus del produttore il beneficio netto derivante dalla produzione di una data quantità di output.

Domande

1. Un bene può essere prodotto in un'industria concorrenziale al costo unitario di \$10. Ci sono 100 consumatori e ognuno è disposto a pagare \$12 per il consumo di una singola unità del bene (le unità addizionali non hanno per loro alcun valore). Qual è il prezzo di equilibrio e quale la quantità venduta? Il governo impone una tassa di \$1 sul bene. Qual è la perdita netta causata dalla tassa?

2. Supponiamo che la curva di domanda sia $D(p) = 10 - p$. Quale sarà il beneficio lordo associato al consumo di 6 unità di quel bene?

3. Se, nell'esempio precedente, il prezzo varia da 4 a 6, quale sarà la variazione del surplus del consumatore?

4. Supponiamo che il consumatore consumi 10 unità di un bene discreto e che il prezzo aumenti da \$5 a \$6 per unità. Il consumatore, tuttavia, continua a consumare 10 unità del bene anche dopo l'aumento del prezzo. Qual è la perdita di surplus del consumatore conseguente all'aumento del prezzo?

APPENDICE

Possiamo esaminare il surplus del consumatore più rigorosamente per mezzo del calcolo integrale. Iniziamo dal problema di massimizzazione della funzione di utilità quasi-lineare:

$$\max_{x,y} v(x) + y$$
$$\text{con il vincolo } px + y = m.$$

Esplicitando il vincolo di bilancio otteniamo

$$\max_x v(x) + m - px.$$

La condizione del primo ordine in questo caso è

$$v'(x) = p.$$

Ciò significa che possiamo definire la funzione di domanda inversa $p(x)$ in questo modo:

$$p(x) = v'(x). \tag{14.2}$$

Si noti l'analogia con l'esempio del bene discreto esaminato nel testo: il prezzo al quale il consumatore è appena disposto a consumare x unità è uguale all'utilità marginale.

Poiché la curva di domanda inversa corrisponde alla derivata dell'utilità, l'utilità può essere determinata calcolando l'integrale della funzione di domanda inversa. Sviluppando il calcolo avremo:

$$v(x) = v(x) - v(0) = \int_0^x v'(t)\,dt = \int_0^x p(t)\,dt.$$

Pertanto l'utilità associata al consumo del bene-x è esattamente l'area al di sotto della curva di domanda.

ESEMPIO: Alcune funzioni di domanda

Supponiamo che la funzione di domanda sia lineare, così che $x(p) = a - bp$. In questo caso la variazione del surplus del consumatore al variare del prezzo da p a q è

$$\int_p^q (a - bt)\,dt = at - b\frac{t^2}{2}\Big]_p^q = a(q - p) - b\frac{q^2 - p^2}{2}.$$

Una funzione di domanda impiegata piuttosto comunemente, e che noi esamineremo più in dettaglio nel prossimo capitolo, ha la forma $x(p) = Ap^{\epsilon}$, dove $\epsilon < 0$ e A è una costante. Se il prezzo varia da p a q, la variazione del surplus del consumatore è

$$\int_p^q At^{\epsilon}\,dt = A\frac{t^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}\Big]_p^q = A\frac{q^{\epsilon+1} - p^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}$$

per $\epsilon \neq -1$.

Se $\epsilon = -1$, la funzione di domanda è $x(p) = A/p$, un'espressione molto simile a quella della funzione di domanda Cobb-Douglas, $x(p) = am/p$. La variazione del surplus del consumatore nel caso della funzione di domanda Cobb-Douglas è

$$\int_p^q \frac{am}{t}\,dt = am \ln t\Big]_p^q = am(\ln q - \ln p).$$

ESEMPIO: Variazione equivalente, surplus del consumatore e variazione compensativa

Abbiamo calcolato nel testo le variazioni compensativa ed equivalente nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas, mentre nell'esempio precedente abbiamo calcolato la variazione del surplus del consumatore per la stessa funzione. Vogliamo ora confrontare queste tre misure monetarie dell'effetto sull'utilità di una variazione del prezzo.

p_1	CV	CS	EV
1	0,00	0,00	0,00
2	7,18	6,93	6,70
3	11,61	10,99	10,40
4	14,87	13,86	12,94
5	17,46	16,09	14,87

Tabella 14.1 **Confronto tra CV, CS ed EV.**

Supponiamo che il prezzo del bene 1 vari da 1 a 2, 3, ... mentre il prezzo del bene 2 resta 1 e il reddito resta 100. La Tabella 14.1 mostra la variazione equivalente (EV), la variazione compensativa (CV) e la variazione del surplus del consumatore (CS) nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{10}} x_2^{\frac{9}{10}}$.

Si noti che la variazione del surplus del consumatore ha sempre un valore intermedio tra quello della variazione compensativa (CV) e quello della variazione equivalente (EV), e che la differenza fra i tre numeri è relativamente modesta. È possibile dimostrare che ciò è vero in un numero di casi ragionevolmente elevato. Cfr. Robert Willig, "Consumer's Surplus without Apology", *American Economic Review*, 66 (1976), 589–597.

15

DOMANDA DI MERCATO

Nei capitoli precedenti abbiamo esaminato un modello di scelta individuale del consumatore. In questo studieremo come sommare queste scelte individuali in modo da ottenere la **domanda di mercato** complessiva. Ottenuta la curva di domanda di mercato, ne esamineremo alcune proprietà, e in special modo la relazione tra domanda e ricavi.

15.1 Dalla domanda individuale alla domanda di mercato

Scriviamo $x_i^1(p_1, p_2, m_i)$ la funzione di domanda del bene 1 del consumatore i e $x_i^2(p_1, p_2, m_i)$ la funzione di domanda dello stesso consumatore relativa al bene 2. Supponendo che esistano n consumatori, la **domanda di mercato** del bene 1, detta anche la sua **domanda aggregata**, è la somma per tutti i consumatori delle domande individuali:

$$X^1(p_1, p_2, m_1, \ldots, m_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i^1(p_1, p_2, m_i).$$

Analogamente per il bene 2.

Poiché la domanda individuale di un bene dipende dai prezzi e dal reddito monetario del consumatore, la domanda aggregata dipenderà dai prezzi e dalla *distribuzione* dei redditi. È però preferibile talvolta considerare la domanda aggregata

come la domanda di un "consumatore rappresentativo" il cui reddito sia pari alla somma dei redditi di tutti gli individui. Questa semplificazione è in realtà sottoposta a condizioni piuttosto rigide, e una discussione completa di tale argomento esula dagli scopi di questo libro.

Se vale l'ipotesi del consumatore rappresentativo, la funzione di domanda aggregata avrà la forma $X^1(p_1, p_2, M)$, ove M è la somma dei redditi dei consumatori individuali. Sotto tale ipotesi, la domanda aggregata non è altro che la curva di domanda di qualche individuo che si trovi di fronte ai prezzi (p_1, p_2) e il cui reddito sia M.

Mantenendo fissi il prezzo del bene 2 e il reddito è possibile rappresentare la relazione tra la domanda aggregata del bene 1 e il suo prezzo, come nella Figura 15.1. Si noti che la curva è disegnata mantenendo fissi tutti gli altri prezzi e redditi: se questi variano, la curva di domanda aggregata si sposterà.

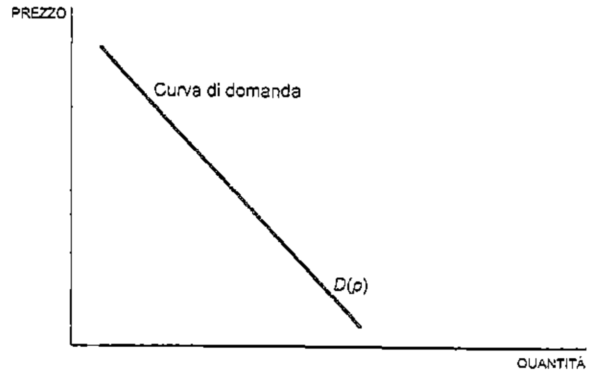


Figura 15.1 **Curva di domanda di mercato.** La curva di domanda di mercato è la somma delle curve di domanda individuali.

Per esempio, se i beni 1 e 2 sono sostituti, l'aumento del prezzo del bene 2 tenderà, come sappiamo, a far aumentare la domanda del bene 1, quale che sia il prezzo di quest'ultimo. L'aumento del prezzo del bene 2 tenderà pertanto a spostare verso destra la curva di domanda aggregata del bene 1. Analogamente, se i beni 1 e 2 sono complementi, l'aumento del prezzo del bene 2 sposterà verso sinistra la curva di domanda aggregata del bene 1.

Se per un consumatore il bene 1 è un bene normale, l'aumento del suo reddito, senza che null'altro vari, tenderà a far aumentare la sua domanda del bene 1, spostando così verso destra la curva di domanda. Se applichiamo il modello del consumatore rappresentativo, e supponiamo che per questo consumatore il bene 1 sia un bene normale, ogni variazione alla quale consegua un aumento del reddito aggregato farà aumentare anche la domanda del bene 1.

15.2 Funzione di domanda inversa

La curva di domanda aggregata può esprimere la quantità in funzione del prezzo o il prezzo in funzione della quantità. In questo secondo caso viene definita **funzione di domanda inversa**, $P(X)$. Questa funzione rappresenta il prezzo del bene 1 in corrispondenza del quale ne vengono domandate X unità.

Il prezzo di un bene rappresenta, come abbiamo visto, il saggio marginale di sostituzione (MRS) tra quel bene e tutti gli altri beni: in altri termini, il prezzo di un bene rappresenta la disponibilità marginale a pagare per un'unità addizionale di quel bene da parte di chi lo stia domandando. Se tutti i consumatori si trovano di fronte agli stessi prezzi, il saggio di sostituzione, in corrispondenza delle scelte ottimali, sarà uguale per tutti. Pertanto la funzione di domanda inversa, $P(X)$, rappresenta il saggio marginale di sostituzione, o disponibilità marginale a pagare, di *ciascun* consumatore che stia acquistando il bene.

Questa operazione è piuttosto ovvia anche da un punto di vista geometrico. Si noti che le curve di domanda o di offerta sono sommate *orizzontalmente*: per ogni prezzo dato si sommano le quantità domandate, che sono appunto rappresentate sull'asse orizzontale.

ESEMPIO: Somma di curve di domanda "lineari"

Supponiamo che la curva di domanda di un consumatore sia $D_1(p) = 20 - p$ e quella di un altro sia $D_2(p) = 10 - 2p$. Quale sarà la funzione di domanda di mercato? Si deve considerare con attenzione l'esatto significato di funzione di domanda "lineare". Poiché in generale una quantità negativa di un bene è priva di significato, *in realtà* si intende che le funzioni di domanda hanno la forma

$$D_1(p) = \max\{20 - p, 0\}$$
$$D_2(p) = \max\{10 - 2p, 0\}.$$

Le funzioni dette "lineari" dagli economisti non lo sono affatto! La somma delle due curve di domanda ha la forma rappresentata nella Figura 15.2. Si noti l'angolo in corrispondenza di $p = 5$.

15.3 Beni discreti

Abbiamo visto che nel caso di un bene disponibile in unità discrete possiamo descrivere la domanda di un singolo consumatore relativa a quel bene nei termini del prezzo/i di riserva. Esaminiamo qui la domanda di mercato nel caso di un bene del genere. Per semplicità supponiamo sia possibile acquistare una unità del bene oppure nessuna.

In questo caso la domanda di un consumatore è descritta completamente dal suo prezzo di riserva, cioè il prezzo al quale egli è appena disponibile ad acquistarne una unità. Abbiamo rappresentato nella Figura 15.3 le curve di domanda di due consumatori, A e B, e la domanda di mercato, che è la somma di queste due curve di domanda. Si noti che in questo caso la curva di domanda di mercato ha "inclinazione negativa", poiché a una diminuzione del prezzo di mercato deve corrispondere un aumento del numero dei consumatori disposti a pagare almeno quel prezzo.

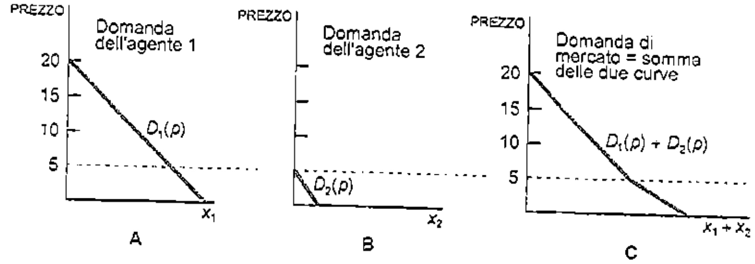


Figura 15.2 **Somma di due curve di domanda "lineari".** Poiché le curve di domanda sono lineari solo per quantità positive, la curva di domanda di mercato presenterà tipicamente un angolo.

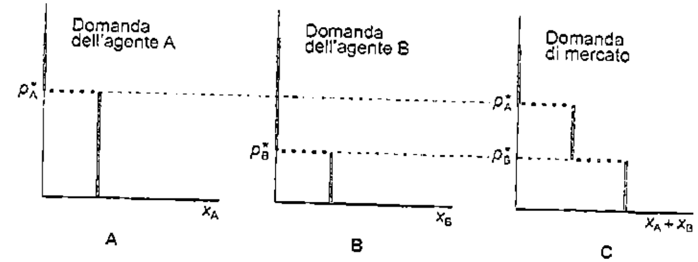


Figura 15.3 **Domanda di mercato nel caso di un bene discreto.** La curva di domanda di mercato è la somma delle curve di domanda di tutti i consumatori presenti sul mercato, rappresentati in figura dai due consumatori A e B.

15.4 Margine estensivo e intensivo

Abbiamo fino ad ora esaminato il problema della scelta del consumatore nel caso in cui egli consumi quantità positive di ciascun bene: in corrispondenza di una variazione dei prezzi il consumatore varia la quantità consumata dell'uno o dell'altro bene, ma finisce per consumare una certa quantità di entrambi. Gli economisti definiscono questo processo come un aggiustamento sul **margine intensivo.**

Nel modello del prezzo di riserva i consumatori decidono se entrare o no nel mercato di uno dei beni: questo è definito aggiustamento sul **margine estensivo.** L'inclinazione della curva di domanda aggregata varierà in conseguenza di ambedue le decisioni.

Abbiamo visto in precedenza che l'aggiustamento sul margine intensivo andava nella direzione "giusta" nel caso di beni normali: se il prezzo aumenta, la quantità domandata diminuisce. Anche l'aggiustamento sul margine estensivo va nella direzione "giusta": ci si può quindi attendere che le curve di domanda aggregate abbiano inclinazione negativa.

15.5 Elasticità

Nel Capitolo 6 abbiamo esaminato il modo in cui derivare la funzione di domanda dalle preferenze del consumatore: studieremo ora come misurare la "reattività" della domanda alle variazioni del prezzo o del reddito. La più naturale misura della reattività di una funzione di domanda è rappresentata dalla sua inclinazione: questa infatti non è altro che il rapporto tra la variazione della quantità domandata e la variazione del prezzo:

$$\text{inclinazione della funzione di domanda} = \frac{\Delta q}{\Delta p}.$$

In effetti l'inclinazione è una misura della reattività ma, come si è già visto, la sua grandezza dipende dall'unità di misura della domanda e del prezzo. Se la domanda di un bene è misurata in galloni piuttosto che in quarti, l'inclinazione della funzione di domanda risulterà quattro volte maggiore. È preferibile perciò esprimere la "reattività" della domanda in modo che sia indipendente dall'unità di misura: gli economisti impiegano a tale scopo **l'elasticità**, come si è visto nel Capitolo 6.

L'elasticità della domanda rispetto al prezzo, ϵ[1], è il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo: un aumento del prezzo del dieci per cento rappresenta infatti la stessa variazione sia che il prezzo sia espresso in dollari che in sterline.

Formalmente l'elasticità può essere definita come

$$\epsilon = \frac{\Delta q / q}{\Delta p / p}$$

che, trasformata, diventa:

$$\epsilon = \frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p}$$

[1] Il simbolo ϵ è la lettera greca *epsilon* minuscola.

che è l'espressione più comune. Possiamo cioè esprimere l'elasticità come il prodotto tra l'inclinazione della funzione di domanda e il rapporto tra il prezzo e la quantità. Nell'appendice di questo capitolo rappresenteremo l'elasticità ricorrendo alla derivata della funzione di domanda. È questa certamente la formulazione più adeguata, posto che si conosca il calcolo differenziale.

Il segno dell'elasticità della domanda è generalmente negativo, poiché la curva di domanda ha invariabilmente inclinazione negativa. Ciò nonostante, molto spesso si dice che il valore dell'elasticità è 2 o 3, invece che -2 o -3, per semplificare. Si noti che in questo libro ci riferiremo sempre al valore assoluto dell'elasticità, ma è bene ricordare che verbalmente si tende a omettere il segno.

Un altro problema connesso alla definizione dell'elasticità come numero negativo sorge quando se ne vuole confrontare la grandezza: un'elasticità di -3 è maggiore o minore di una di -2? È ovvio che algebricamente -3 è minore di -2, ma gli economisti tendono a ritenere "più elastica" una domanda con elasticità -3 che una con elasticità -2. Anche per evitare queste ambiguità effettueremo sempre confronti tra valori assoluti.

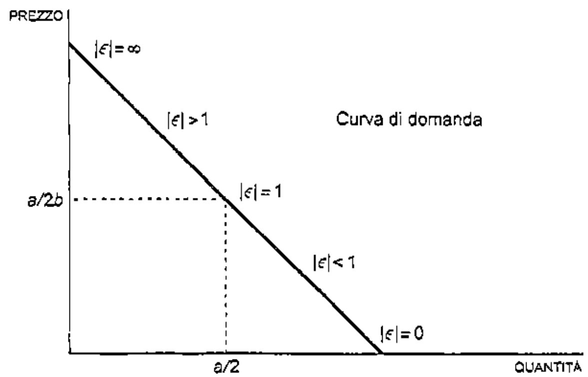


Figura 15.4 **Elasticità di una curva di domanda lineare.** L'elasticità è infinita sull'intercetta verticale, nulla sull'intercetta orizzontale, uguale a uno a metà della curva.

ESEMPIO: Elasticità di una curva di domanda lineare

Si consideri la curva di domanda lineare, $q = a - bp$, rappresentata nella Figura 15.4, la cui inclinazione è costante a $-b$. Se la sostituiamo nella formula dell'elasticità otteniamo

$$\epsilon = \frac{-bp}{q} = \frac{-bp}{a - bp}.$$

Per $p = 0$ l'elasticità della domanda sarà nulla, mentre per $q = 0$ sarà infinita (negativamente). In corrispondenza di quale prezzo l'elasticità della domanda sarà uguale a -1?

Scriviamo l'equazione

$$\frac{-bp}{a - bp} = -1$$

risolvendo per p otteniamo:

$$p = \frac{a}{2b}$$

che, come si vede nella Figura 15.4, si trova a metà della curva di domanda.

15.6 Elasticità e domanda

Se l'elasticità della domanda di un bene è maggiore di 1 in valore assoluto diciamo che la domanda di quel bene è una domanda elastica. Se l'elasticità in valore assoluto è minore di 1, la domanda di quel bene è **inelastica**. Se infine l'elasticità è uguale a -1, si ha una **domanda con elasticità unitaria**.

Nel caso di una curva di domanda elastica la quantità domandata è molto sensibile al prezzo: se questo aumenta dell'uno per cento, per esempio, la quantità domandata diminuirà più dell'uno per cento.

In genere l'elasticità della domanda di un bene dipende in larga misura dall'esistenza di beni sostituti. Torniamo ancora una volta al nostro esempio delle matite rosse e delle matite blu. Se ciascuno le considera come perfetti sostituti devono ovviamente essere messe in vendita allo stesso prezzo. Supponiamo ora che il prezzo delle matite rosse aumenti, mentre quello delle matite blu resta costante: certamente la domanda di matite rosse si ridurrà a zero. La domanda di matite rosse sarà quindi molto elastica, poiché ne esiste un perfetto sostituto.

Se un bene ha molti sostituti, la sua domanda sarà probabilmente molto sensibile alle variazioni del prezzo, se ne ha invece pochi o nessuno, presenterà in genere una domanda inelastica.

15.7 Elasticità e ricavo

Il **ricavo** corrisponde al prodotto del prezzo di un bene per la quantità venduta. Se il prezzo aumenta, e quindi la quantità venduta diminuisce, i ricavi possono sia aumentare che diminuire: l'effettivo risultato dipende dalla reattività della domanda alle variazioni del prezzo. Se la domanda diminuisce in modo consistente all'aumentare del prezzo, i ricavi diminuiranno, mentre se all'aumentare del prezzo la domanda diminuisce di poco, i ricavi aumenteranno.

Esiste in effetti una utile relazione tra l'elasticità rispetto al prezzo e la variazione dei ricavi. Formalmente il ricavo è definito

$$R = pq.$$

Se il prezzo varia fino a $p + \Delta p$ e la quantità fino a $q + \Delta q$, i nuovi ricavi saranno

$$\begin{aligned} R' &= (p + \Delta p)(q + \Delta q) \\ &= pq + q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q. \end{aligned}$$

Sottraendo R da R' si avrà

$$\Delta R = q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q.$$

Per valori molto piccoli di Δp e Δq, l'ultimo termine sarà trascurabile, e quindi la variazione del ricavo sarà

$$\Delta R = q\Delta p + p\Delta q$$

che significa che la variazione dei ricavi è approssimativamente uguale al prodotto tra la quantità e la variazione del prezzo sommato al prodotto tra il prezzo e la variazione della quantità. Per ottenere un'espressione del saggio di variazione del ricavo al variare del prezzo è sufficiente dividere la precedente per Δp, ottenendo

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q + p\frac{\Delta q}{\Delta p}.$$

Ciò è rappresentato nella Figura 15.5. Il ricavo corrisponde all'area del rettangolo (il prodotto tra il prezzo e la quantità). Quando il prezzo aumenta, viene sommata ai ricavi l'area rettangolare che corrisponde approssimativamente a $q\Delta p$, e sottratta l'area che corrisponde approssimativamente a $p\Delta q$. Per variazioni di piccola entità, ciò coincide con l'espressione precedente, poiché la quantità trascurata, $\Delta p\Delta q$, l'area del quadrato nell'angolo, è molto piccola in rapporto alle altre.

Vogliamo sapere in quale caso il risultato netto di questi due effetti sarà positivo, in quale caso cioè sarà soddisfatta la disuguaglianza seguente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = p\frac{\Delta q}{\Delta p} + q(p) > 0$$

che, trasformata, diventa

$$\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} > -1$$

il cui membro di sinistra non è altro che $\epsilon(p)$, che ha segno negativo. Moltiplicando per -1 si inverte il senso della disuguaglianza:

$$|\epsilon(p)| < 1.$$

Pertanto i ricavi aumentano all'aumentare del prezzo se l'elasticità della domanda è inferiore a 1 in valore assoluto. Analogamente i ricavi diminuiscono all'aumentare del prezzo se l'elasticità in valore assoluto è maggiore di uno.

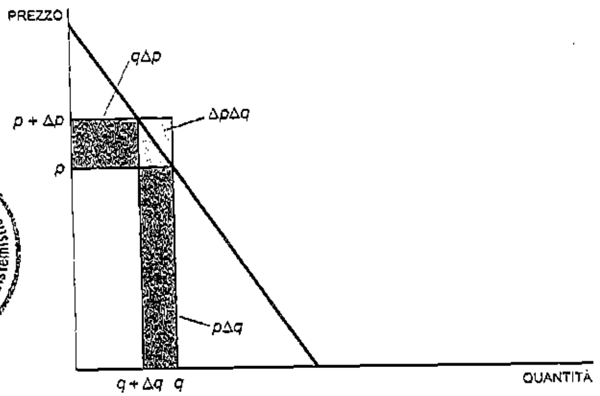


Figura 15.5 **Variazione del ricavo al variare del prezzo.** Per ottenere la variazione del ricavo si aggiunge al ricavo l'area sulla sommità del rettangolo e si sottrae quella sul lato.

Possiamo ottenere questo risultato in un altro modo. Scriviamo la variazione del ricavo:

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p > 0.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$-\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} = |\epsilon(p)| < 1.$$

È anche possibile giungere a questo risultato trasformando nel modo seguente l'espressione di $\Delta R/\Delta p$:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{\Delta p} &= q + p\frac{\Delta q}{\Delta p} \\ &= q\left[1 + \frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p}\right] \\ &= q[1 + \epsilon(p)].\end{aligned}$$

Poiché l'elasticità della domanda ha ovviamente segno negativo, possiamo scrivere

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q[1 - |\epsilon(p)|]$$

che offre un'espressione evidente della variazione dei ricavi al variare del prezzo: se l'elasticità in valore assoluto è maggiore di 1, $\Delta R/\Delta p$ avrà segno negativo, e viceversa.

Non è difficile ricordare il significato di queste formule: se la domanda è molto sensibile al prezzo — se è molto elastica — un aumento del prezzo ridurrà talmente la domanda che i ricavi diminuiranno. Se al contrario la domanda non è molto sensibile al prezzo — è molto inelastica — un aumento del prezzo non la modificherà sostanzialmente e quindi i ricavi aumenteranno. Se infine l'elasticità è uguale a -1, un aumento del prezzo dell'uno per cento, per esempio, farà diminuire della stessa percentuale la domanda, e quindi i ricavi non varieranno.

ESEMPIO: Scioperi e profitti

Nel 1979 la United Farm Workers indisse uno sciopero contro i coltivatori di lattuga della California. Lo sciopero fu molto efficace, perché la produzione di lattuga venne ridotta di circa la metà. Ma la riduzione dell'offerta produsse inevitabilmente un aumento del prezzo del prodotto. In effetti, durante lo sciopero il prezzo della lattuga aumentò di circa il 400 per cento. Poiché la produzione era stata dimezzata e il prezzo quadruplicato, il risultato netto fu praticamente il *raddoppio* dei profitti dei produttori![2]

Ci si potrebbe chiedere perché mai i produttori alla fine composero la vertenza. La risposta coinvolge la differenza tra reazioni di breve e di lungo periodo. La maggior parte della lattuga consumata negli Stati Uniti nei mesi invernali è coltivata nella Imperial Valley. Se l'offerta di lattuga fosse drasticamente ridotta nel corso di una stagione, non vi sarebbe materialmente il tempo di sostituirla con lattuga di altra provenienza, e quindi il suo prezzo di mercato salirebbe alle stelle. Ma se lo sciopero durasse per un periodo piuttosto lungo, la lattuga potrebbe venir coltivata in altre regioni. Questo aumento dell'offerta di lattuga tenderebbe a riportarne il prezzo al suo livello normale, riducendo così i profitti dei coltivatori della Imperial Valley.

15.8 Domanda a elasticità costante

Quale tipo di curva di domanda presenta elasticità costante? Certamente non una curva di domanda lineare, se si ricorda che in questo caso l'elasticità passa da zero all'infinito. Esaminiamo un esempio tenendo conto della relazione appena descritta tra elasticità e ricavo.

Sappiamo che se l'elasticità è uguale a 1 in corrispondenza del prezzo p, il ricavo non varierà in corrispondenza di una piccola variazione del prezzo. Pertanto, perché i ricavi rimangano costanti in corrispondenza di qualsiasi variazione del prezzo, la curva di domanda deve presentare elasticità pari a -1 in ogni tratto.

Ciò significa che la relazione tra il prezzo e la quantità deve essere:

$$pq = \overline{R}$$

[2] Cfr. Colin Carter et al., "Agricultural Labor Strikes and Farmers' Incomes", *Economic Inquiry*, 25, 1987, 121-133.

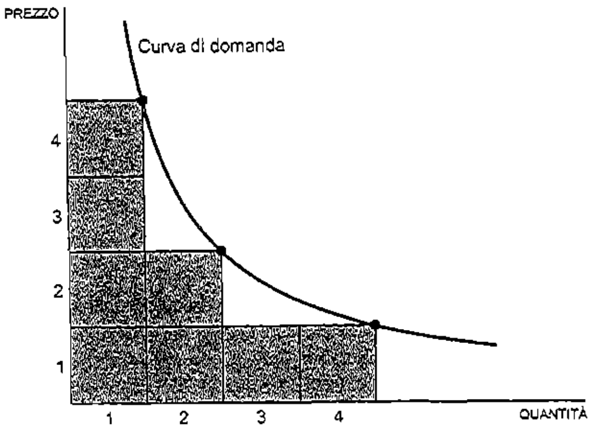


Figura 15.6 **Domanda con elasticità unitaria.** In una curva di domanda di questo tipo il prodotto tra il prezzo e la quantità è costante in corrispondenza di ciascun punto. La curva di domanda ha pertanto elasticità costante a -1.

e quindi

$$q = \frac{\overline{R}}{p}$$

rappresenta una funzione di domanda con elasticità costante a -1, il cui grafico è dato nella Figura 15.6. Si noti che il prodotto tra il prezzo e la quantità è **costante** lungo la curva di domanda.

In generale una curva di domanda con elasticità ϵ avrà la forma

$$q = Ap^{\epsilon}$$

dove A è una costante positiva arbitraria e ϵ, l'elasticità, ha tipicamente segno negativo.

Una curva di domanda a elasticità costante può essere opportunamente espressa come

$$\ln q = \ln A + \epsilon \ln p$$

dove il logaritmo di q dipende linearmente dal logaritmo di p.

15.9 Elasticità e ricavo marginale

Nel paragrafo precedente abbiamo esaminato la variazione dei ricavi al variare del prezzo: studieremo ora come variano i ricavi al variare della quantità, relazione particolarmente importante per le decisioni produttive di un'impresa.

Abbiamo visto in precedenza che per piccole variazioni del prezzo e della quantità la variazione dei ricavi può essere scritta come

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p.$$

Dividendo entrambi i membri per Δq, otteniamo l'espressione del **ricavo marginale**:

$$\mathrm{MR} = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p + q\frac{\Delta p}{\Delta q}$$

che può essere trasformata in

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p\left[1 + \frac{q\Delta p}{p\Delta q}\right]$$

dove il secondo termine tra parentesi quadre è il reciproco dell'elasticità:

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\frac{p\Delta q}{q\Delta p}} = \frac{q\Delta p}{p\Delta q}.$$

Pertanto l'espressione del ricavo marginale diventa

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 + \frac{1}{\epsilon(q)}\right].$$

dove $p(q)$ e $\epsilon(q)$ esprimono la dipendenza di prezzo ed elasticità dal livello dell'output.

Per evitare le ambiguità derivanti dal segno negativo dell'elasticità possiamo scrivere:

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon(q)|}\right].$$

La precedente espressione significa che se l'elasticità della domanda è -1 il ricavo marginale sarà zero — i ricavi non varieranno all'aumentare dell'output. Se la domanda è inelastica, $|\epsilon|$ è minore di 1 e quindi $1/|\epsilon|$ è maggiore di 1. Quindi $1 - 1/|\epsilon|$ sarà negativo, cioè il ricavo diminuisce all'aumentare dell'output.

Il significato di tutto questo è piuttosto intuitivo: se la domanda non è molto sensibile al prezzo, per poter aumentare l'output si dovranno ridurre i prezzi in modo consistente, e in tal modo i ricavi diminuiranno. Ciò è coerente con le nostre conclusioni a proposito della variazione dei ricavi al variare del prezzo, poiché un aumento della quantità si traduce in una diminuzione del prezzo e viceversa.

ESEMPIO: Come determinare un prezzo

Supponiamo di dover determinare il prezzo di un certo bene prodotto e di disporre di una stima attendibile della sua curva di domanda. Supponiamo inoltre di voler massimizzare il profitto — la differenza tra i ricavi e i costi. In tal caso non dovremmo mai scegliere un prezzo in corrispondenza del quale l'elasticità della domanda sia minore di 1, cioè la domanda sia inelastica.

Perché? Consideriamo che cosa accadrebbe se aumentassimo i prezzi. In questo caso i ricavi aumenterebbero (poiché la domanda è inelastica) e la quantità venduta diminuirebbe. Pertanto dovranno diminuire anche i costi di produzione o, quanto meno, non potranno aumentare. Di conseguenza il profitto complessivo aumenterà, e ciò dimostra che in corrispondenza di un tratto inelastico della curva di domanda non vi è profitto massimo.

15.10 Curva del ricavo marginale

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che il ricavo marginale può essere espresso come:

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) + \frac{\Delta p(q)}{\Delta q} q$$

oppure

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon(q)|}\right].$$

Vogliamo ora costruire la curva che lo rappresenta. Si noti in primo luogo che, se la quantità è nulla, il ricavo marginale è uguale al prezzo. Per la prima unità venduta, il ricavo addizionale sarà esattamente uguale al prezzo, ma, per l'unità successiva, il ricavo marginale sarà inferiore al prezzo, poiché $\Delta p/\Delta q$ è negativo.

In altri termini, se vogliamo vendere una unità addizionale di output, dovremo diminuirne il prezzo, e questo a sua volta farà diminuire i ricavi derivanti da tutte le altre unità che stavamo vendendo. Di conseguenza il ricavo addizionale sarà inferiore al prezzo ottenuto per l'unità addizionale.

Consideriamo ora il caso di una curva di domanda (inversa) lineare:

$$p(q) = a - bq.$$

Si nota facilmente che l'inclinazione della curva di domanda inversa è costante:

$$\frac{\Delta p}{\Delta q} = -b.$$

Pertanto l'espressione del ricavo marginale diventa

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{\Delta q} &= p(q) + \frac{\Delta p(q)}{\Delta q} q \\ &= p(q) - bq \\ &= a - bq - bq \\ &= a - 2bq.\end{aligned}$$

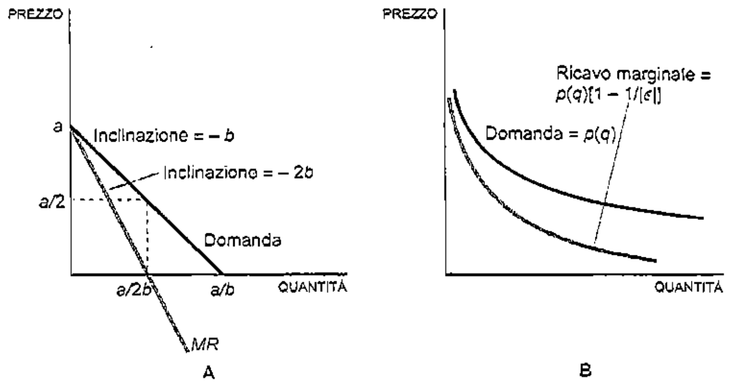


Figura 15.7 **Ricavo marginale.** (A) Ricavo marginale nel caso di curva di domanda lineare. (B) Ricavo marginale nel caso di curva di domanda a elasticità costante.

È questa la curva del ricavo marginale rappresentata nella Figura 15.7A. La curva del ricavo marginale ha la stessa intercetta verticale della curva di domanda, ma la sua inclinazione è doppia. Il ricavo marginale è negativo per $q > a/2b$. In corrispondenza della quantità $a/2b$ l'elasticità è uguale a -1. Per ogni quantità maggiore la domanda sarà inelastica, e quindi il ricavo marginale sarà negativo.

Un altro interessante tipo di curva del ricavo marginale è quella associata alla curva di domanda a elasticità costante, rappresentata nella Figura 15.7B. Se l'elasticità della domanda è costante a $\epsilon(q) = \epsilon$, la curva del ricavo marginale avrà la forma

$$MR = p(q)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right].$$

Poiché il termine tra parentesi quadre è costante, la curva del ricavo marginale è rappresentata da qualche frazione costante della curva di domanda inversa. Per $|\epsilon| = 1$ la curva del ricavo marginale è uguale a zero. Per $|\epsilon| > 1$ la curva del ricavo marginale si trova al di sotto della curva di domanda inversa, come rappresentato in figura. Per $|\epsilon| < 1$ il ricavo marginale è negativo.

15.11 Elasticità rispetto al reddito

Ricordiamo che l'elasticità della domanda rispetto al prezzo è definita come

$$\text{elasticità della domanda rispetto al prezzo} = \frac{\text{\% variazione della quantità domandata}}{\text{\% variazione del prezzo}}.$$

Questo ci offre un'espressione, indipendente dall'unità di misura, del modo in cui la quantità domandata reagisce a una variazione del prezzo.

La **elasticità della domanda rispetto al reddito** rappresenta il modo in cui la quantità domandata reagisce a una variazione del reddito: la sua definizione è

$$\text{elasticità della domanda rispetto al reddito} = \frac{\text{\% variazione della quantità}}{\text{\% variazione del reddito}}.$$

Ricordiamo anche che un **bene normale** è un bene la cui domanda cresce all'aumentare del reddito, e quindi nel caso di un bene di questo tipo l'elasticità della domanda rispetto al reddito è positiva. Nel caso di un bene inferiore, invece, la quantità domandata diminuisce all'aumentare del reddito, e quindi l'elasticità della domanda rispetto al reddito è negativa. Talvolta gli economisti parlano dei **beni di lusso**: si tratta di beni per i quali l'elasticità della domanda rispetto al reddito è maggiore di 1, vale a dire, l'incremento di un punto percentuale del reddito porta a un incremento *maggiore* di un punto percentuale nel consumo di un bene di lusso.

Tuttavia, come regola empirica, possiamo dire che l'elasticità rispetto al reddito tende a concentrarsi intorno al valore 1. Ne possiamo capire il motivo esaminando il vincolo di bilancio. Scriviamo il vincolo di bilancio per due diversi livelli di reddito:

$$p_1x_1' + p_2x_2' = m'$$

$$p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = m^0.$$

Sottraiamo la seconda equazione dalla prima e denotiamo con Δ la differenza:

$$p_1\Delta x_1 + p_2\Delta x_2 = \Delta m.$$

Moltiplichiamo il prezzo i per x_i/x_i, e dividiamo entrambi i lati per m:

$$\frac{p_1x_1}{m}\frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{p_2x_2}{m}\frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{\Delta m}{m}.$$

Dividiamo infine entrambi i lati per $\Delta m/m$ e denotiamo con $s_i = p_ix_i/m$ la **frazione di spesa** relativa al bene i. Otteniamo in questo modo l'equazione finale

$$s_1\frac{\Delta x_1/x_1}{\Delta m/m} + s_2\frac{\Delta x_2/x_2}{\Delta m/m} = 1.$$

Questa equazione stabilisce che la *media ponderata delle elasticità rispetto al reddito è uguale a 1*, impiegando come pesi le frazioni di spesa. I beni di lusso per i quali l'elasticità rispetto al reddito è maggiore di 1 devono essere controbilanciati da beni per i quali l'elasticità rispetto al reddito è inferiore a 1, e quindi, "in media", l'elasticità rispetto al reddito è all'incirca uguale a 1.

Sommario

1. La curva di domanda di mercato è la somma delle curve di domanda individuali.

2. Il prezzo di riserva è il prezzo al quale il consumatore è indifferente tra acquistare e non acquistare un bene.

3. La funzione di domanda esprime la quantità domandata in funzione del prezzo. La funzione di domanda inversa esprime il prezzo in funzione della quantità. Una curva di domanda data può essere rappresentata in entrambi i modi.

4. L'elasticità della domanda rappresenta la reattività al variare del prezzo della quantità domandata ed è definita come il rapporto tra la variazione percentuale della quantità e la variazione percentuale del prezzo.

5. Se l'elasticità della domanda in valore assoluto è minore di 1 in qualche tratto, la domanda è *inelastica* in corrispondenza di quel tratto. Se l'elasticità della domanda in valore assoluto è maggiore di 1 in qualche tratto, la domanda in corrispondenza di quel tratto è *elastica*. Se l'elasticità della domanda in valore assoluto è uguale a 1 in qualche tratto, la domanda in corrispondenza di quel tratto ha elasticità *unitaria*.

6. Se in qualche tratto la domanda è inelastica, un aumento della quantità si tradurrà in una diminuzione dei ricavi. Se al contrario la domanda è elastica, a un aumento della quantità corrisponderà un aumento dei ricavi.

7. Il ricavo marginale è il ricavo addizionale che si ottiene aumentando la quantità venduta. La relazione tra ricavo marginale ed elasticità è $MR = p[1 + 1/\epsilon] = p[1 - 1/|\epsilon|]$.

8. Se la curva di domanda inversa è una funzione lineare $p(y) = a - by$, il ricavo marginale corrispondente sarà $MR = a - 2by$.

9. L'elasticità rispetto al reddito misura la sensibilità della quantità domandata rispetto al reddito. Formalmente è definita come la variazione percentuale della quantità divisa per la variazione percentuale del reddito.

Domande

1. Se la curva di domanda di mercato è $D(p) = 100 - 0,5p$, quale sarà la curva di domanda inversa?

2. La funzione di domanda di droga di un tossicomane può essere molto inelastica, ma la funzione di domanda di mercato potrebbe essere estremamente elastica. Perché?

3. Se $D(p) = 12 - 2p$, quale prezzo massimizzerà i ricavi?

4. Si supponga che la curva di domanda di un bene sia $D(p) = 100/p$. Quale prezzo massimizzerà i ricavi?

5. Vero o falso? In un modello a due beni se uno dei due beni è un bene inferiore l'altro deve essere un bene di lusso.

APPENDICE

Si può rappresentare l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in termini di derivate come

$$\epsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp}.$$

Abbiamo affermato nel testo che una curva di domanda a elasticità costante può essere espressa come $q = Ap^{\epsilon}$. Per verificarlo è sufficiente differenziarla rispetto al prezzo:

$$\frac{dq}{dp} = \epsilon Ap^{\epsilon-1}$$

e moltiplicarla per il rapporto tra prezzo e quantità:

$$\frac{p}{q}\frac{dq}{dp} = \frac{p}{Ap^{\epsilon}}\epsilon Ap^{\epsilon-1} = \epsilon.$$

Con le opportune semplificazioni si otterrà ϵ, come richiesto.

Consideriamo ora la curva di domanda lineare $q(p) = a - bp$. L'elasticità della domanda in corrispondenza di un punto p è

$$\epsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} = \frac{-bp}{a - bp}.$$

Se p è uguale a zero, l'elasticità è nulla, mentre se q è uguale a zero l'elasticità è infinita.

Scriviamo il ricavo $R(p) = pq(p)$. Per esaminarne la variazione al variare del prezzo differenziamo l'espressione precedente rispetto a p ottenendo

$$R'(p) = pq'(p) + q(p).$$

Supponiamo che il reddito aumenti all'aumentare di p. Avremo allora

$$R'(p) = p\frac{dq}{dp} + q(p) > 0.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo

$$\epsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} > -1.$$

Ricordando che dq/dp ha segno negativo e cambiando il segno della disuguaglianza otteniamo

$$|\epsilon| < 1.$$

Poiché il reddito aumenta all'aumentare del prezzo, ci dobbiamo trovare in corrispondenza di un tratto inelastico della curva di domanda.

ESEMPIO: La curva di Laffer

Considereremo in questo paragrafo alcuni semplici calcoli in termini di elasticità che ci consentiranno di esaminare un argomento di politica economica particolarmente interessante: come variano le entrate fiscali al variare del saggio di tassazione.

Rappresentiamo sui due assi il saggio di tassazione e le entrate fiscali: se il saggio è uguale a zero, le entrate saranno nulle; d'altro lato, se il saggio di tassazione è uguale a 1, nessuno sarà disposto a domandare o ad offrire il bene tassato, e quindi le entrate saranno ancora nulle. Pertanto le entrate come funzione del saggio di tassazione devono inizialmente aumentare e successivamente diminuire. (Le entrate possono naturalmente aumentare e diminuire varie volte, ma per semplicità escluderemo questa possibilità). La curva che mette in relazione le entrate fiscali con il saggio di tassazione è nota come **curva di Laffer**, ed è rappresentata nella Figura 15.8.

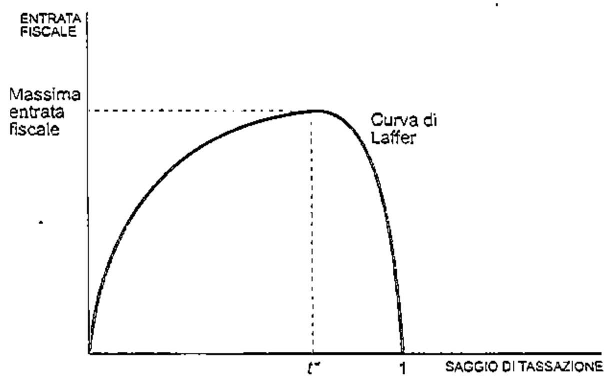


Figura 15.8 **Curva di Laffer.** Una possibile forma della curva di Laffer, che mette in relazione le entrate fiscali con il saggio di tassazione.

La più interessante caratteristica della curva di Laffer è che questa fa ritenere che, quando il saggio di tassazione è sufficientemente elevato, aumentarlo ancora farebbe *diminuire* le entrate. La riduzione dell'offerta del bene dovuta all'aumento del saggio di tassazione potrebbe essere così consistente da far diminuire le entrate fiscali. Questo è chiamato **effetto Laffer**, dal nome dell'economista che divulgò questo tema all'inizio degli anni '80. Qualcuno ha notato che la maggior virtù della curva di Laffer è che può essere spiegata a un membro del Congresso in mezz'ora, e che questi ne può poi parlare per sei mesi. In ogni caso la curva di Laffer rappresentò uno degli argomenti principali nel dibattito sugli effetti delle riduzioni delle imposte decise negli Stati Uniti nel 1980. Nella definizione precedente si deve fare attenzione all'esatto significato dell'espressione "sufficientemente elevato": quanto elevato dev'essere il saggio di tassazione perché l'effetto Laffer abbia luogo?

Risponderemo a questa domanda considerando un semplice modello del mercato del lavoro. Supponiamo che le imprese domandino una quantità nulla di lavoro se i salari sono maggiori di $\overline{w}$ e una quantità arbitrariamente elevata se i salari sono uguali a $\overline{w}$. Supponiamo inoltre che la curva di offerta di lavoro, $S(w)$, abbia, come viene comunemente supposto, inclinazione positiva. L'equilibrio nel mercato del lavoro è rappresentato nella Figura 15.9.

Se si applica una tassa al saggio t sul reddito da lavoro, e l'impresa paga $\overline{w}$, il lavoratore percepisce soltanto $w = (1 - t)\overline{w}$. Di conseguenza l'offerta di lavoro diminuisce e la curva di offerta si inclina verso sinistra, come rappresentato nella Figura 15.9: il salario al netto delle tasse è diminuito, scoraggiando l'offerta di lavoro. Fin qui, tutto bene.

Possiamo rappresentare le entrate fiscali, T, come

$$T = t\overline{w}S(w)$$

dove $w = (1 - t)\overline{w}$ e $S(w)$ è l'offerta di lavoro.

Per vedere come variano le entrate al variare del saggio di tassazione differenziamo l'espressione precedente rispetto a t:

$$\frac{dT}{dt} = \left[-t\frac{dS(w)}{dw}\overline{w} + S(w)\right]\overline{w}. \tag{15.1}$$

(Si noti l'uso della regola di derivazione di funzioni composte, e che $dw/dt = -\overline{w}$.)

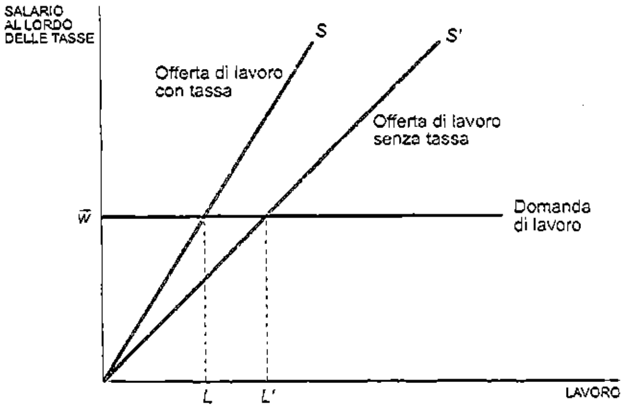


Figura 15.9 **Mercato del lavoro.** Equilibrio in un mercato del lavoro con curva di domanda di lavoro orizzontale. Quando il reddito da lavoro è tassato, ne verrà offerta una quantità inferiore in corrispondenza di ciascun livello dei salari.

Si verifica l'effetto Laffer quando le entrate diminuiscono all'aumentare di t, vale a dire, quando questa espressione è negativa. Risulta chiaro fin d'ora che l'offerta di lavoro sarà

piuttosto elastica — deve diminuire considerevolmente all'aumentare del saggio di tassazione. Vediamo quindi per quali valori dell'elasticità la precedente espressione sarà negativa.

Perché la (15.1) sia negativa deve essere che

$$-t\frac{dS(w)}{dw}\overline{w} + S(w) < 0.$$

Cambiando di segno

$$t\frac{dS(w)}{dw}\overline{w} > S(w)$$

e dividendo entrambi i membri per $tS(w)$ si ottiene

$$\frac{dS(w)}{dw}\frac{\overline{w}}{S(w)} > \frac{1}{t}.$$

Moltiplicando entrambi i membri per $(1 - t)$ e ricordando che $w = (1 - t)\overline{w}$ otteniamo

$$\frac{dS}{dw}\frac{w}{S} > \frac{1 - t}{t}.$$

Il membro di sinistra è l'elasticità dell'offerta di lavoro. Abbiamo dimostrato che l'effetto Laffer può aver luogo solo se l'elasticità dell'offerta di lavoro è maggiore di $(1 - t)/t$.

Consideriamo un caso estremo e immaginiamo che il saggio di tassazione sul reddito da lavoro sia uguale al 50 per cento. L'effetto Laffer in questo caso si verificherà solo se l'elasticità dell'offerta di lavoro è maggiore di 1. Ciò significa che una riduzione dei salari dell'uno per cento comporterebbe una riduzione dell'offerta di lavoro superiore all'uno per cento. Una reattività di questo genere sembra molto elevata. Gli studiosi di econometria hanno spesso stimato l'elasticità dell'offerta di lavoro, e i valori più elevati che siano stati ottenuti si collocano intorno a 0,2. Pertanto l'effetto Laffer sembra piuttosto inverosimile dati i saggi di tassazione comuni negli Stati Uniti. In altri paesi però, come per esempio la Svezia, i saggi di tassazione sono molto più elevati, ed esiste qualche ragione per ritenere che l'effetto Laffer vi abbia avuto luogo[3].

ESEMPIO: Un altro modo per esprimere l'elasticità

Un altro modo per esprimere l'elasticità è il seguente

$$\frac{d \ln Q}{d \ln P}.$$

Per provare che l'elasticità può essere rappresentata in questo modo si applica ripetutamente la regola di derivazione di funzioni composte. Iniziamo notando che

$$\begin{aligned}\frac{d \ln Q}{d \ln P} &= \frac{d \ln Q}{dQ}\frac{dQ}{d \ln P} \\ &= \frac{1}{Q}\frac{dQ}{d \ln P}.\end{aligned} \tag{15.2}$$

[3] Cfr. Charles E. Stuart, "Swedish Tax Rates, Labor Supply, and Tax Revenues", *Journal of Political Economy*, 89, 5 (ottobre 1981), 1020–38.

Notiamo inoltre che

$$\frac{dQ}{dP} = \frac{dQ}{d\ln P}\frac{d\ln P}{dP}$$
$$= \frac{dQ}{d\ln P}\frac{1}{P}$$

che implica

$$\frac{dQ}{d\ln P} = P\frac{dQ}{dP}.$$

Sostituendo nella (15.2) otteniamo

$$\frac{d\ln Q}{d\ln P} = \frac{1}{Q}\frac{dQ}{dP}P = \epsilon$$

come si voleva dimostrare.

In questo modo l'elasticità misura l'inclinazione di una curva di domanda in rappresentazione logaritmica: la variazione del logaritmo della quantità al variare del logaritmo del prezzo.

16

EQUILIBRIO

Abbiamo visto nei capitoli precedenti come sia possibile costruire curve di domanda individuali, quando siano note le preferenze e i prezzi. Nel Capitolo 15 abbiamo sommato le curve di domanda individuali per ottenere le curve di domanda di mercato: in questo studieremo come impiegare le curve di domanda di mercato per determinare il prezzo di equilibrio.

Si ricorderà che nel Capitolo 1 abbiamo affermato che esistono due fondamentali principi dell'analisi microeconomica: il ottimizzazione, principio di e il principio di equilibrio. Fino ad ora abbiamo studiato esempi del principio di ottimizzazione, vale a dire applicazioni dell'ipotesi che gli individui scelgano i propri consumi in modo ottimo all'interno dei propri insiemi di bilancio. Nei prossimi capitoli continueremo a impiegare il concetto di ottimizzazione per studiare la massimizzazione del profitto d'impresa. Infine analizzeremo congiuntamente il comportamento del consumatore e quello dell'impresa per studiare i risultati di equilibrio delle loro interazioni nel mercato.

Ma prima di affrontare questi argomenti in modo dettagliato vale la pena di offrire a questo punto alcuni esempi di analisi dell'equilibrio: come variano i prezzi fino a rendere compatibili tra loro le scelte di domanda e di offerta degli agenti economici. Per poterlo fare, dobbiamo considerare brevemente l'altro lato del mercato, quello dell'offerta.

16.1 Offerta

Abbiamo già incontrato alcuni esempi di curve di offerta: nel Capitolo 1 abbiamo esaminato una curva verticale di offerta di appartamenti, mentre nel Capitolo 9 abbiamo considerato situazioni nelle quali i consumatori scelgono se domandare od offrire beni che hanno a disposizione, e abbiamo esaminato in quel contesto l'offerta di lavoro. In tutti questi casi la curva di offerta non rappresentava altro che la quantità di un bene che un consumatore è disposto a offrire in corrispondenza di ciascun prezzo di mercato. In effetti, è questa la definizione di curva di offerta: in corrispondenza di ciascun prezzo p, viene determinata la quantità del bene che sarà offerta, $S(p)$.

L'offerta d'impresa verrà trattata nei prossimi capitoli ma, per ora, non è realmente necessario conoscere il modo in cui la curva di offerta o di domanda derivano dal comportamento ottimizzante: è sufficiente ricordare la relazione tra il prezzo e la quantità che un individuo è disposto a domandare o a offrire in corrispondenza di tale prezzo.

16.2 Equilibrio di mercato

Supponiamo che esista un certo numero di consumatori di un bene: date le loro curve di domanda individuali, è possibile sommarle per ottenere una curva di domanda di mercato. Analogamente, se esiste un certo numero di agenti economici che offrono indipendentemente l'uno dall'altro tale bene, è possibile sommare le loro curve di offerta individuali per ottenere la **curva di offerta di mercato**.

Per ipotesi i consumatori e gli offerenti individuali assumeranno i prezzi come dati — cioè al di fuori del loro controllo — e semplicemente vorranno prendere le decisioni migliori dati quei prezzi. Un mercato nel quale ciascun agente considera il prezzo di mercato al di fuori del proprio controllo è definito **mercato concorrenziale**.

L'ipotesi del mercato concorrenziale viene normalmente spiegata con il fatto che ciascun consumatore o produttore copre una quota molto piccola del mercato e le sue azioni hanno pertanto un effetto trascurabile sul prezzo. Per esempio, ciascun coltivatore di frumento considererà il prezzo di mercato più o meno indipendente dalle sue scelte relative alla quantità di frumento da produrre e da offrire sul mercato.

Per quanto il prezzo in un mercato concorrenziale sia indipendente dalle azioni di *ciascun* agente economico, sono le azioni degli agenti, considerati globalmente, a determinarlo. Il **prezzo di equilibrio** di un bene è il prezzo in corrispondenza del quale l'offerta eguaglia la domanda, cioè, da un punto di vista geometrico, il punto nel quale la curva di offerta e quella di domanda si intersecano.

Se indichiamo con $D(p)$ la curva di domanda di mercato e con $S(p)$ la curva di offerta di mercato, il prezzo di equilibrio sarà il prezzo p^* che risolve l'equazione

$$D(p^*) = S(p^*)$$

cioè il prezzo in corrispondenza del quale la domanda di mercato è uguale all'offerta.

Perché un tale prezzo è un prezzo di equilibrio? In economia si ha una situazione di equilibrio quando tutti gli individui effettuano la miglior scelta possibile che hanno a disposizione, e il comportamento di ciascuno è coerente con quello di tutti gli altri. In corrispondenza di qualsiasi prezzo diverso da quello di equilibrio, il comportamento di almeno uno degli agenti sarà irrealizzabile, e pertanto tenderà a cambiare: quindi non ci si potrà attendere che un prezzo diverso da quello di equilibrio persista.

Le curve di offerta e di domanda rappresentano le scelte ottimali dei soggetti coinvolti, e il fatto che si intersechino in corrispondenza di qualche prezzo p^* indica che il comportamento dei consumatori e degli offerenti è compatibile. Per qualsiasi prezzo *diverso* da quello in corrispondenza del quale la domanda è uguale all'offerta queste due condizioni *non* si verificheranno.

Consideriamo, per esempio, un prezzo $p' < p^*$ in corrispondenza del quale la domanda supera l'offerta. In questo caso qualche offerente si renderà conto che può vendere i propri beni a un prezzo superiore a quello corrente, p', agli insoddisfatti consumatori. A mano a mano che un numero sempre maggiore di offerenti diventerà consapevole di questo fatto, il prezzo di mercato sarà spinto verso l'alto, fino al punto in corrispondenza del quale la domanda sarà uguale all'offerta.

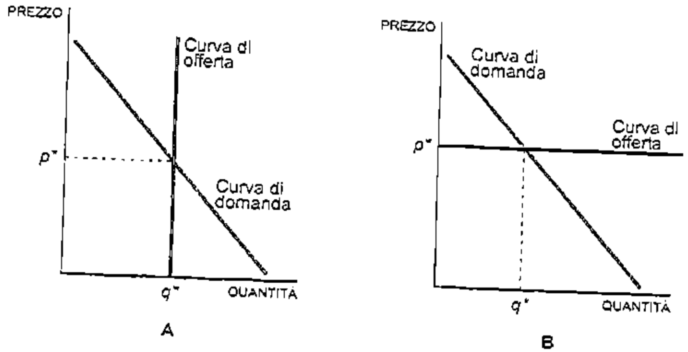


Figura 16.1 **Due casi speciali di equilibrio.** Nel quadro A la curva di offerta è una retta verticale, e il prezzo di equilibrio è determinato esclusivamente dalla curva di domanda. Nel quadro B la curva di offerta è una retta orizzontale. Il prezzo di equilibrio è determinato esclusivamente dalla curva di offerta.

Analogamente se $p' > p^*$, e quindi l'offerta supera la domanda, alcuni offerenti non riusciranno a vendere la quantità attesa. L'unico modo nel quale potranno vendere una quantità maggiore di output sarà offrirlo a un prezzo inferiore. Ma se tutti gli offerenti vendono gli stessi beni, e alcuni li offrono a un prezzo inferiore, anche gli altri dovranno adeguarsi a quel prezzo. Pertanto l'eccesso di offerta tenderà a ridurre il prezzo di mercato. Solamente quando la quantità che si desidera acquistare a un dato prezzo sarà uguale a quella che viene offerta a quel prezzo il mercato sarà in equilibrio.

16.3 Due casi speciali

Intendiamo ora esaminare due casi che vengono discussi con una certa frequenza, rappresentati nella Figura 16.1. Il primo è quello dell'offerta fissa, quando cioè viene offerta una quantità data, indipendente dal prezzo: vale a dire, la curva di offerta è una retta verticale. In questo caso la *quantità* di equilibrio è determinata interamente dall'offerta e il *prezzo* di equilibrio è determinato interamente dalla domanda.

Il caso opposto è quello in cui la curva di offerta è una retta orizzontale. Se la curva di offerta di un bene di un'industria è una retta orizzontale, ciò significa che ne verrà offerta qualsiasi quantità a un prezzo costante. In questo caso il *prezzo* di equilibrio è determinato dall'offerta, mentre la *quantità* di equilibrio è determinata dalla domanda.

In questi due casi particolari la determinazione del prezzo e della quantità possono essere separate, mentre in generale il prezzo e la quantità di equilibrio sono determinati congiuntamente dalla curva di offerta e da quella di domanda.

16.4 Curve di domanda e di offerta inversa

È possibile esaminare l'equilibrio di mercato anche da un punto di vista lievemente differente: come abbiamo visto sopra, le curve di domanda individuali normalmente rappresentano le quantità ottime domandate in funzione del prezzo. Possiamo però rappresentarle come funzioni di domanda inversa in termini del *prezzo* che un consumatore è disposto a pagare per acquistare una quantità data di un bene. Anche le curve di offerta possono essere rappresentate in termini del *prezzo* che deve prevalere per indurre una data quantità di offerta.

Anche le curve di domanda *di mercato* e di offerta *di mercato* possono essere rappresentate in forma inversa. Usando questa rappresentazione, il prezzo di equilibrio può essere determinato individuando la quantità in corrispondenza della quale i consumatori sono disposti a pagare lo stesso prezzo che gli offerenti richiedono per fornire appunto quella quantità.

Pertanto, se indichiamo con $P_S(q)$ la funzione di offerta inversa e con $P_D(q)$ la funzione di domanda inversa, il verificarsi dell'equilibrio è determinato dalla condizione

$$P_S(q^*) = P_D(q^*).$$

ESEMPIO: Equilibrio in presenza di curve lineari

Supponiamo che le curve di domanda e di offerta siano entrambe lineari:

$$D(p) = a - bp$$
$$S(p) = c + dp.$$

I coefficienti (a, b, c, d) sono parametri che individuano le intercette e l'inclinazione di queste curve lineari. È possibile determinare il prezzo di equilibrio risolvendo l'equazione:

$$D(p) = a - bp = c + dp = S(p)$$

vale a dire:

$$p^* = \frac{a - c}{d + b}.$$

La quantità domandata (e offerta) in equilibrio sarà pertanto

$$\begin{aligned} D(p^*) &= a - bp^* \\ &= a - b\frac{a - c}{b + d} \\ &= \frac{ad + bc}{b + d}. \end{aligned}$$

Il problema può essere risolto anche impiegando le curve di domanda e di offerta inverse. Determiniamo per prima la curva di domanda inversa: in corrispondenza di quale prezzo sarà domandata la quantità q? Sostituendo q a $D(p)$ e risolvendo per p otteniamo

$$q = a - bp$$

e quindi

$$P_D(q) = \frac{a - q}{b}.$$

Analogamente ricaviamo

$$P_S(q) = \frac{q - c}{d}.$$

Se stabiliamo che il prezzo di domanda sia uguale al prezzo di offerta e risolviamo per la quantità di equilibrio otteniamo

$$P_D(q) = \frac{a - q}{b} = \frac{q - c}{d} = P_S(q)$$
$$q^* = \frac{ad + bc}{b + d}.$$

Si noti che questa è la stessa soluzione del problema precedente, nel quale si dovevano determinare sia il prezzo che la quantità di equilibrio.

16.5 Statica comparata

Dopo aver individuato un equilibrio, impiegando la condizione di uguaglianza tra domanda e offerta (o tra prezzo di domanda e prezzo di offerta), possiamo esaminare come quest'equilibrio varierà al variare delle curve di domanda e di offerta. Per esempio è facile rendersi conto che se la curva di domanda si sposta verso destra senza che la sua inclinazione si modifichi — viene domandata una quantità costante aggiuntiva in corrispondenza di ciascun prezzo — sia il prezzo che la quantità di equilibrio devono aumentare. D'altra parte, se è la curva di offerta a spostarsi verso destra, la quantità di equilibrio aumenterà ma il prezzo di equilibrio dovrà diminuire.

Se entrambe le curve si spostano verso destra la quantità di equilibrio aumenterà certamente, mentre il prezzo varierà in modo indeterminato: potrà sia aumentare che diminuire.

ESEMPIO: Spostamento delle curve di domanda e di offerta

Domanda: Consideriamo il mercato concorrenziale degli appartamenti descritto nel Capitolo 1. Sia p^* il prezzo di equilibrio in quel mercato e q^* la quantità di equilibrio. Supponiamo che un investitore trasformi m appartamenti in condominî, che saranno acquistati dalle persone che vi abitavano. Come varierà il prezzo d'equilibrio?

Risposta: La situazione è rappresentata nella Figura 16.2. La curva di domanda e quella di offerta si spostano verso sinistra della *stessa* quantità. Il prezzo resta pertanto invariato mentre la quantità diminuisce di m.

In termini formali il nuovo prezzo di equilibrio è determinato da

$$D(p) - m = S(p) - m$$

la cui soluzione è evidentemente la stessa dell'equilibrio iniziale.

16.6 Tasse

Descrivere un mercato prima e dopo l'introduzione di una tassa costituisce un ottimo esercizio di statica comparata, oltre a essere estremamente interessante per valutare la politica economica.

L'elemento fondamentale da tener presente è che quando su un mercato viene introdotta una tassa, si vengono a determinare *due* prezzi: il prezzo pagato dal consumatore e quello percepito dall'offerente. La differenza tra questi due prezzi — il prezzo di domanda e il prezzo di offerta — corrisponde all'ammontare della tassa.

Le tasse possono essere di differenti tipi: i due esempi che considereremo qui saranno le **tasse sulla quantità** e le tasse **sul valore** (dette anche tasse **ad valorem**).

Una tassa sulla quantità è riscossa su ciascuna unità di un bene acquistato o venduto: le tasse sulla benzina ne costituiscono un tipico esempio. Negli Stati Uniti le tasse sulla benzina sono circa 12 centesimi al gallone. Se il consumatore paga un gallone di benzina $P_D = \$1.50$, l'offerente ottiene $P_S = \$1.50 - 0.12 = \$1.38$. In generale, se t rappresenta l'ammontare della tassa per ciascuna unità venduta, avremo

$$P_D = P_S + t.$$

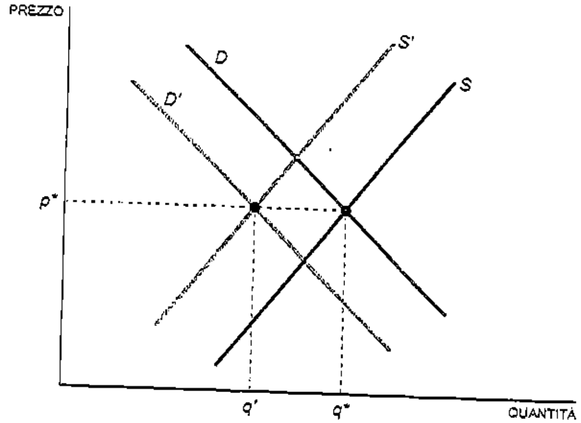


Figura 16.2 **Spostamento delle curve di domanda e di offerta.** La curva di offerta e quella di domanda si spostano entrambe verso sinistra dello stesso tratto, e quindi il prezzo di equilibrio rimane invariato.

Una tassa sul valore è una tassa percentuale: le tasse statali sulle vendite ne costituiscono l'esempio più comune. Se vi è una tassa sulle vendite del 5 per cento, quando il consumatore acquista un bene pagandolo \$1.05 (comprese le tasse), l'offerente percepisce \$1.00. In generale, se la percentuale della tassa è τ, avremo

$$P_D = (1 + \tau)P_S.$$

Consideriamo come si modifica un mercato nel caso in cui venga introdotta una tassa sulla quantità. Supponiamo che sia l'offerente a dover pagare la tassa, come nel caso della tassa sulla benzina. Allora la quantità offerta dipenderà dal prezzo di offerta — quanto effettivamente percepisce l'offerente dopo aver pagato la tassa — mentre la quantità domandata dipenderà dal prezzo di domanda — il prezzo pagato dal consumatore. L'offerente percepirà una somma uguale alla differenza tra il prezzo pagato dal consumatore e l'ammontare della tassa. Formalmente:

$$D(P_D) = S(P_S)$$
$$P_S = P_D - t.$$

Sostituendo la seconda equazione nella prima, otteniamo la condizione d'equilibrio:

$$D(P_D) = S(P_D - t).$$

È possibile altresì trasformare la seconda equazione in $P_D = P_S + t$ e poi sostituire ottenendo

$$D(P_S + t) = S(P_S).$$

Supponiamo ora che invece dell'offerente sia il consumatore a dover pagare la tassa. Scriveremo

$$P_D - t = P_S$$

vale a dire che la differenza tra il prezzo pagato dal consumatore e l'ammontare della tassa è uguale al prezzo percepito dall'offerente. Sostituendo questa espressione nella condizione di uguaglianza tra domanda e offerta otterremo

$$D(P_D) = S(P_D - t).$$

Si noti che questa equazione è uguale a quella ottenuta nel caso che fosse l'offerente a pagare la tassa. Per quanto riguarda il prezzo d'equilibrio, non ha nessuna importanza chi debba pagare la tassa — ciò che importa è che qualcuno la debba pagare.

È molto semplice dimostrarlo. Consideriamo l'esempio della tassa sulla benzina: in questo caso la tassa è inclusa nel prezzo esposto. Se al contrario il prezzo fosse quello al netto della tassa e l'importo di questa fosse aggiunto come elemento separato che il consumatore deve pagare, varierebbe la quantità domandata di benzina? Dopo tutto, il prezzo finale per il consumatore è lo stesso, in qualsiasi modo la tassa venga applicata. Fin tanto che il consumatore può essere consapevole del costo netto del bene che acquista, non ha davvero importanza il modo in cui una tassa viene riscossa.

Questo può essere dimostrato ancor più semplicemente ricorrendo alle funzioni di domanda e di offerta inverse. La quantità scambiata in equilibrio sarà quella quantità q^* tale che il prezzo di domanda in corrispondenza di q^* *meno la tassa* sia uguale al prezzo di offerta per q^*. Formalmente:

$$P_D(q^*) - t = P_S(q^*).$$

Se fossero invece gli offerenti a dover pagare la tassa, allora il prezzo di offerta *sommato all'ammontare della tassa* dovrà essere uguale al prezzo di domanda:

$$P_D(q^*) = P_S(q^*) + t.$$

Le due equazioni precedenti sono ovviamente identiche, e quindi ne risulteranno identici prezzi e quantità di equilibrio.

Consideriamo infine questa situazione da un punto di vista geometrico, impiegando le curve di domanda e di offerta inverse. Vogliamo determinare la quantità in corrispondenza della quale la curva $P_D(q) - t$ interseca la curva $P_S(q)$. Spostiamo perciò verso il basso la curva di domanda di un tratto t e individuiamo il punto nel quale questa interseca la curva di offerta. Alternativamente possiamo determinare la quantità in corrispondenza della quale $P_D(q)$ è uguale a $P_S(q) + t$. Ciascuno di questi due procedimenti ci permette di determinare la quantità di equilibrio, come rappresentato nella Figura 16.3, nella quale è evidente l'effetto qualitativo dell'applicazione di una tassa: la quantità venduta diminuisce, aumenta il prezzo pagato dai consumatori, mentre diminuisce quello percepito dagli offerenti.

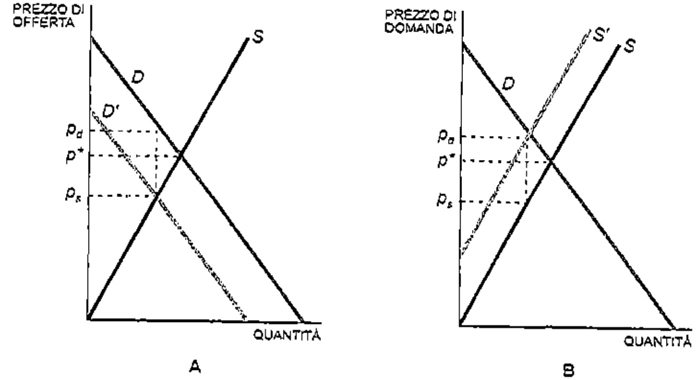


Figura 16.3 **L'applicazione di una tassa.** Per studiare l'effetto di una tassa, possiamo spostare verso il basso la curva di domanda, come nel quadro A, o spostare verso l'alto la curva di offerta, come nel quadro B. I prezzi di equilibrio di domanda e di offerta saranno gli stessi nell'uno e nell'altro caso.

La Figura 16.4 rappresenta un altro modo di determinare l'effetto di una tassa. Si ricordi la definizione di equilibrio di mercato: vogliamo determinare una quantità q^* tale che, quando l'offerente si trova di fronte al prezzo p_s e il consumatore al prezzo $p_d = p_s + t$, la quantità domandata e quella offerta siano uguali a q^*. Rappresentiamo l'ammontare della tassa con un segmento verticale t, e facciamolo scorrere lungo la curva di offerta finché tocchi appena la curva di domanda. Il punto così individuato rappresenta la quantità di equilibrio.

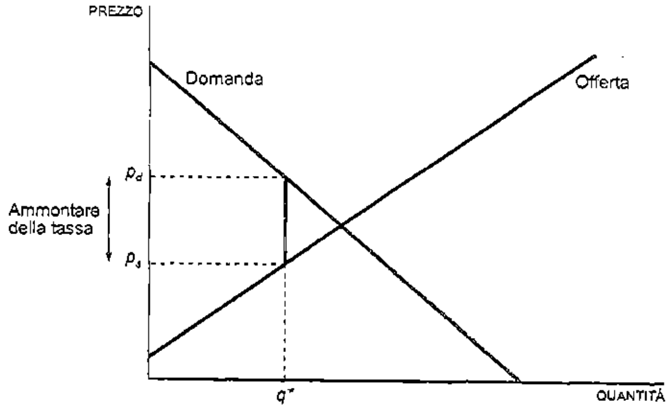


Figura 16.4 **Un altro modo di determinare l'effetto di una tassa.** Si fa scorrere il segmento corrispondente alla tassa lungo la curva di offerta finché tocchi la curva di domanda.

ESEMPIO: Tassazione con domanda e offerta lineari

Supponiamo che la curva di offerta e di domanda siano entrambe lineari. Se si applica una tassa in questo mercato, l'equilibrio sarà determinato dalle equazioni

$$a - bp_D = c + dp_S$$

e

$$p_D = p_S + t.$$

Sostituendo la seconda nella prima, si otterrà

$$a - b(p_S + t) = c + dp_S$$

e risolvendo per il prezzo di offerta di equilibrio, p_S^*, avremo

$$p_S^* = \frac{a - c - bt}{d + b}.$$

Il prezzo di domanda di equilibrio, p_D^*, sarà uguale a $p_S^* + t$:

$$p_D^* = \frac{a - c - bt}{d + b} + t$$
$$= \frac{a - c + dt}{d + b}.$$

Si noti che il prezzo pagato dal consumatore aumenta, mentre diminuisce quello percepito dall'offerente. L'ammontare di questa variazione dipende dall'inclinazione delle curve di offerta e di domanda.

16.7 Il trasferimento di una tassa

Si sente spesso dire che tassare i produttori non ne colpisce i profitti, poiché le imprese semplicemente trasferiscono la tassa sui consumatori. In realtà, come abbiamo già visto, le tasse non colpiscono le imprese o i consumatori: piuttosto, le tasse si applicano sugli scambi *tra* le imprese e i consumatori. In generale l'applicazione di una tassa fa aumentare il prezzo pagato dai consumatori e diminuire quello percepito dalle imprese. Quanta parte di una tassa venga trasferita dipende pertanto dalle caratteristiche della domanda e dell'offerta.

Questo può essere visto con estrema facilità nei due casi estremi: quando la curva di offerta è una retta orizzontale oppure una retta verticale. Questi casi sono noti anche come offerta **perfettamente elastica** e **perfettamente inelastica**.

Se la curva di offerta in un'industria è una retta orizzontale, ciò significa che quell'industria offrirà qualsiasi quantità si desideri, a un prezzo dato, e una quantità nulla in corrispondenza di qualsiasi prezzo inferiore. In questo caso il prezzo è determinato interamente dalla curva di offerta, mentre la quantità venduta è determinata dalla domanda. Se al contrario la curva di offerta dell'industria è una retta verticale, ciò significa che la quantità del bene è fissa. Il prezzo di equilibrio in questo caso è determinato unicamente dalla domanda.

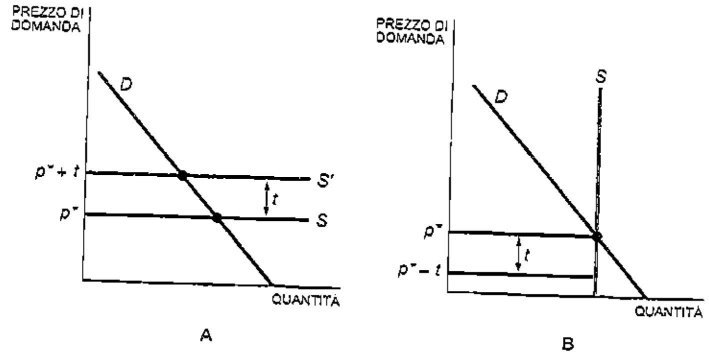


Figura 16.5 **Casi particolari di tassazione.** (A) Nel caso di una curva di offerta perfettamente elastica la tassa è interamente trasferita sui consumatori. (B) Nel caso di offerta perfettamente inelastica non ne sarà trasferita alcuna parte.

Esaminiamo l'applicazione di una tassa su un mercato con curva di offerta perfettamente elastica. Come sappiamo, l'applicazione di una tassa equivale ad uno spostamento verso l'alto della curva di offerta di un tratto pari all'ammontare della tassa, come rappresentato nella Figura 16.5A.

È facile rendersi conto che in questo caso il prezzo per il consumatore aumenta esattamente dell'ammontare della tassa. Il prezzo di offerta è lo stesso che prima della tassa, e questa viene pagata interamente dai consumatori. Questo perché una curva di offerta orizzontale rappresenta un'industria disposta a offrire qualsiasi quantità di un bene a un prezzo dato, p^*, e una quantità nulla a un qualsiasi prezzo inferiore. Quindi, quale che sia la quantità venduta in equilibrio, gli offerenti dovranno ricevere il prezzo p^*. È proprio questo a determinare il prezzo di offerta di equilibrio, mentre il prezzo di domanda sarà $p^* + t$.

Il caso opposto è rappresentato nella Figura 16.5B. Se la curva di offerta è una retta verticale, uno "spostamento verso l'alto" non modifica in alcun modo il grafico. La curva di offerta scorre lungo sé stessa e la quantità offerta resta la medesima, con o senza la tassa. In questo caso il prezzo di equilibrio è determinato dai consumatori, e questi sono disposti a pagare il prezzo p^* per la quantità disponibile del bene, con o senza la tassa. Pertanto i consumatori pagheranno il prezzo p^*, e gli offerenti riceveranno $p^* - t$. L'intero ammontare della tassa sarà pagato dagli offerenti.

Questo può sembrare paradossale, ma non lo è. Se gli offerenti potessero aumentare il prezzo quando la tassa viene applicata, continuando a vendere l'intera quantità offerta (che è fissa), l'avrebbero già fatto prima! Se la curva di domanda non varia, l'unico modo in cui si può aumentare un prezzo è diminuire l'offerta. Se una politica non induce qualche variazione dell'offerta o della domanda, non può certamente modificare il prezzo.

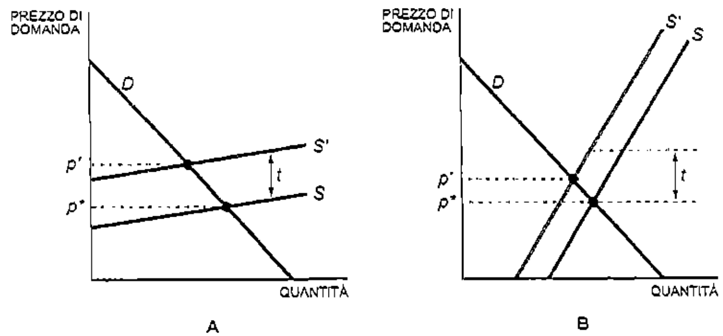


Figura 16.6 **Il trasferimento di una tassa.** (A) Se la curva di offerta è pressoché orizzontale, la maggior parte della tassa può essere trasferita. (B) Se è pressoché verticale, ne può essere trasferita solo una piccola parte.

Dopo questi casi estremi, possiamo esaminarne uno intermedio, in cui la curva di offerta sia inclinata positivamente, senza essere una retta verticale. In questo caso la quantità della tassa trasferita dipenderà dall'inclinazione della curva di offerta relativamente a quella della curva di domanda. Se la curva di offerta è quasi

orizzontale, sarà trasferito pressoché l'intero ammontare della tassa, mentre se è quasi verticale, non ne sarà trasferita quasi alcuna parte. Due esempi sono riportati nella Figura 16.6.

16.8 La perdita netta causata da una tassa

Abbiamo visto che applicare una tassa su di un bene ne farà tipicamente aumentare il prezzo pagato dai consumatori e diminuire quello percepito dagli offerenti: questo rappresenta certamente uno svantaggio per entrambi, ma per l'economista il costo reale di una tassa corrisponde alla riduzione dell'output che ne consegue.

L'output perduto rappresenta il costo sociale di una tassa. Esamineremo ora questo costo sociale impiegando i concetti di surplus del produttore e del consumatore discussi nel Capitolo 14. Consideriamo il grafico della Figura 16.7, che rappresenta i prezzi di domanda e di offerta di equilibrio dopo che una tassa, t, è stata applicata.

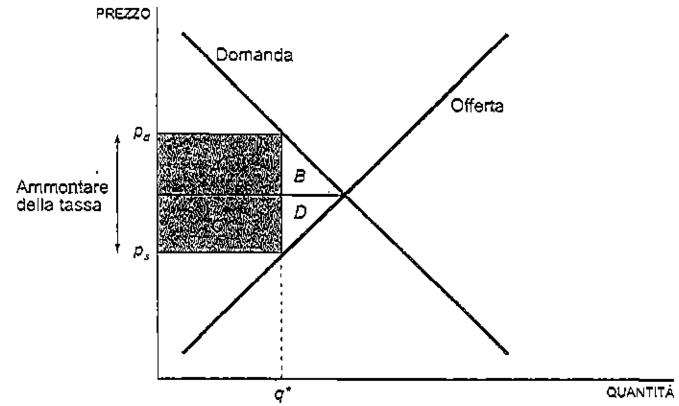


Figura 16.7 **La perdita netta causata da una tassa.** L'area $B + D$ rappresenta la perdita netta causata dalla tassa.

Poiché l'applicazione della tassa ha ridotto l'output, la perdita di surplus del consumatore corrisponderà all'area $A+B$, mentre la perdita di surplus del produttore corrisponderà all'area $C + D$. Si tratta dello stesso tipo di perdite esaminato nel Capitolo 14.

Poiché vogliamo esprimere il costo sociale della tassa, sembra ragionevole sommare tra loro le aree $A+B$ e $C+D$ per ottenere la perdita complessiva dei produttori e dei consumatori. Non abbiamo però ancora preso in considerazione una delle parti — lo stato.

Lo stato ricava un *beneficio* dalla tassa, e certamente anche il consumatore, che gode dei servizi che lo stato può offrire grazie alle entrate derivanti dalla tassa, ne trae un beneficio. Non è possibile però determinare la misura di questo beneficio se non si conosce in che modo vengono spese le entrate fiscali.

Facciamo l'ipotesi che le entrate fiscali siano esattamente restituite ai consumatori e ai produttori, o, il che è lo stesso, che il valore dei servizi offerti dallo stato sia esattamente uguale alle entrate derivanti dalle tasse.

In questo caso il beneficio netto per lo stato corrisponde all'area $A+C$ — le entrate complessive derivanti dalla tassa. Poiché le perdite di surplus del consumatore e del produttore sono costi netti, e le entrate sono un beneficio netto per lo stato, il costo netto totale della tassa è uguale alla somma algebrica di queste aree: la perdita di surplus del consumatore, $-(A+B)$, la perdita di surplus del produttore, $-(C+D)$, e il beneficio derivante dalle entrate $+(A+C)$.

Il risultato netto è l'area $-(B+D)$ e corrisponde alla **perdita netta** causata dalla tassa ovvero al suo **onere in eccesso** (dei benefici).

Ricordiamo il significato della perdita di surplus del consumatore: essa corrisponde a quanto il consumatore sarebbe disposto a pagare per evitare la tassa. Nei termini della Figura 16.7, il consumatore sarebbe disposto a pagare $A+B$ per evitare la tassa, mentre i produttori sarebbero disposti a pagare $C+D$; vale a dire, insieme sarebbero disposti a pagare $A+B+C+D$ per evitare una tassa che raccoglie entrate pari a $A+C$. L'*onere in eccesso* della tassa è pertanto $B+D$.

Da dove proviene questo onere in eccesso? Esso corrisponde fondamentalmente al valore perduto da produttori e consumatori a causa della riduzione delle vendite. Poiché non si può tassare quello che non c'è, lo stato non ottiene alcuna entrata in conseguenza della riduzione delle vendite di un bene. Dal punto di vista della società, questa è una pura perdita — una perdita netta.

La perdita netta potrebbe anche essere calcolata misurando il valore sociale della riduzione dell'output. Supponiamo di trovarci in corrispondenza dell'equilibrio iniziale e di spostarci verso sinistra. Il prezzo di domanda della prima unità perduta è uguale al prezzo di offerta: non si avrà pertanto alcuna perdita.

Spostiamoci ora un altro poco verso sinistra. Il prezzo di domanda indica l'ammontare che qualcuno era disposto a pagare per ottenere il bene in questione, e il prezzo di offerta indica a quale prezzo qualcuno era disposto a offrire tale bene. La differenza fra tali prezzi corrisponde al valore perduto di quella unità del bene. Sommando tale differenza per tutte le unità che non sono state prodotte e consumate a causa dell'applicazione della tassa, otteniamo la perdita netta.

ESEMPIO: Il mercato dei prestiti

Il volume del credito in un'economia è determinato fondamentalmente dall'ammontare del saggio di interesse. Nel mercato dei prestiti, cioè, il saggio di interesse ha la funzione di un prezzo.

Indichiamo con $D(r)$ la domanda di prestiti e con $S(r)$ l'offerta. Il saggio di interesse di equilibrio, r^*, sarà determinato dalla condizione di uguaglianza tra

domanda e offerta:

$$D(r^*) = S(r^*). \tag{16.1}$$

Supponiamo che in questo modello venga introdotta una tassa. Come varierà il saggio di interesse di equilibrio?

Negli Stati Uniti gli individui devono pagare tasse sugli interessi sul denaro dato a prestito. Se tutti appartengono allo stesso scaglione di reddito con aliquota t, l'interesse al netto delle tasse per chi presta denaro sarà $(1-t)r$, e quindi l'offerta di prestiti, che dipende dal saggio di interesse al netto delle tasse, sarà $S((1-t)r)$.

D'altra parte, è consentito dedurre gli interessi pagati sul denaro preso a prestito, e quindi, se chi ha preso denaro a prestito appartiene allo stesso scaglione di reddito di chi lo presta, l'interesse pagato al netto delle tasse sarà $(1-t)r$. La domanda di prestiti sarà quindi $D((1-t)r)$. L'equazione che determina il saggio di interesse in presenza di tasse sarà pertanto

$$D((1-t)r') = S((1-t)r') \tag{16.2}$$

Si osservi che se r^* risolve l'equazione (16.1), $r^* = (1-t)r'$ deve risolvere la (16.2), così che

$$r^* = (1-t)r'$$

ovvero

$$r' = \frac{r^*}{(1-t)}.$$

In tal modo il saggio di interesse in presenza della tassa aumenterà di $1/(1-t)$. Ma il saggio di interesse *al netto delle tasse* $(1-t)r'$ sarà uguale a r^*, il saggio di interesse prima che la tassa fosse applicata!

Ciò è evidente nella Figura 16.8. Se gli interessi vengono tassati la curva di offerta dei prestiti sarà più inclinata verso l'alto di un fattore $1/(1-t)$. Se, d'altra parte, il pagamento degli interessi è deducibile dalle tasse, la curva di domanda di prestiti risulterà più inclinata verso l'alto nella stessa misura. Il risultato netto sarà un aumento del saggio di interesse di mercato pari a $1/(1-t)$.

Possiamo esaminare questo problema impiegando le funzioni di domanda e di offerta inverse. Sia $r_b(q)$ la funzione di domanda inversa per chi richiede i prestiti. Tale funzione rappresenta il saggio di interesse al netto delle tasse al quale gli agenti saranno disposti a prendere a prestito q. Analogamente, sia $r_l(q)$ la funzione di offerta inversa di chi presta il denaro. La quantità di equilibrio sarà pertanto determinata dalla condizione

$$r_b(q^*) = r_l(q^*). \tag{16.3}$$

Supponiamo ora che venga applicata una tassa. Per render le cose più interessanti, immaginiamo che chi chiede e chi offre denaro a prestito appartenga a fasce di reddito alle quali si applicano aliquote differenti, che indicheremo con t_b e t_l, rispettivamente. Se il saggio di interesse di mercato è r, il saggio di interesse al netto delle tasse per chi richiede dei prestiti sarà $(1-t_b)r$, e la quantità ottenuta sarà determinata da

$$(1-t_b)r = r_b(q)$$

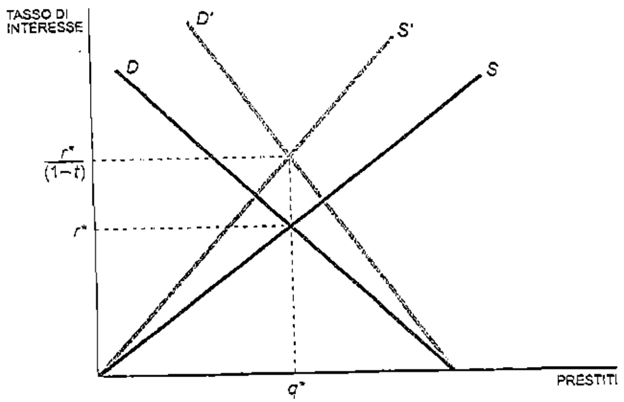


Figura 16.8 **L'equilibrio nel mercato dei prestiti.** Se chi presta e chi prende denaro a prestito paga la tassa nella stessa misura, il tasso di interesse al netto delle tasse e la quantità prestata restano immutati.

ovvero

$$r = \frac{r_b(q)}{1 - t_b}. \qquad (16.4)$$

Analogamente, il saggio di interesse al netto delle tasse sarà per coloro i quali concedono prestiti $(1 - t_l)r$, e la quantità che sceglieranno di prestare sarà determinata dall'equazione

$$(1 - t_l)r = r_l(q)$$

ovvero

$$r = \frac{r_l(q)}{1 - t_l}. \qquad (16.5)$$

Combinando la (16.4) e la (16.5) si ottiene la condizione di equilibrio:

$$r = \frac{r_b(\hat{q})}{1 - t_b} = \frac{r_l(\hat{q})}{1 - t_l}. \qquad (16.6)$$

Da questa equazione è facile notare che se chi chiede e chi offre denaro a prestito appartiene a una fascia di reddito sulla quale si applica la medesima aliquota, cioè se $t_b = t_l$, allora $\hat{q} = q^*$. E se appartengono a fasce differenti? Non è difficile rendersi conto che la tassa agisce come un sussidio per chi prende denaro a prestito, e come tassa per chi lo dà, ma quale sarà l'effetto netto? Se coloro i quali richiedono un prestito si troveranno di fronte un prezzo più alto di chi lo concede, vi sarà una tassa netta sul denaro ottenuto a prestito, ma se accadrà il contrario, allora vi sarà un sussidio netto. Riscrivendo la condizione di equilibrio otterremo pertanto

$$r_b(\hat{q}) = \frac{1 - t_b}{1 - t_l} r_l(\hat{q}).$$

Quindi il prezzo di domanda sarà più alto del prezzo di offerta se

$$\frac{1 - t_b}{1 - t_l} > 1$$

cioè se $t_l > t_b$. Perciò se sulla fascia di reddito a cui appartengono coloro i quali prestano denaro si applica un'aliquota maggiore di quella pagata da chi lo ottiene, l'effetto sarà una tassa netta sul denaro preso a prestito, ma se $t_l < t_b$ l'effetto sarà un sussidio netto.

ESEMPIO: Sussidi alimentari

Nell'Inghilterra ottocentesca, nelle annate di cattivo raccolto i ricchi offrivano un'assistenza caritatevole ai poveri acquistando il raccolto, del quale poi consumavano una quantità fissa, rivendendo il resto ai bisognosi ad un prezzo pari alla metà di quello al quale l'avevano acquistato. A prima vista può sembrare che in questo modo i poveri ricevessero un beneficio davvero significativo, ma, a una riflessione più accurata, può sorgere qualche dubbio.

L'unico modo in cui il benessere dei poveri può essere aumentato è consentir loro di consumare una maggior quantità di grano. Ma la quantità di grano, dopo ciascun raccolto, è fissa. Quindi come può aumentare il benessere in conseguenza di questa politica?

Infatti la loro situazione non migliora: i poveri pagano il grano esattamente allo stesso prezzo con o senza una tale politica. Per verificarlo, costruiamo un modello di equilibrio in cui vi sia questo programma di assistenza e uno in cui il programma non venga messo in pratica. Sia $D(p)$ la curva di domanda dei poveri, K la quantità domandata dai ricchi, e S la quantità fissa offerta in una cattiva annata. L'offerta di grano e la domanda dei ricchi sono fisse per ipotesi. Senza il programma di assistenza, il prezzo di equilibrio è determinato dalla consueta condizione di uguaglianza tra domanda e offerta:

$$D(p^*) + K = S.$$

Se invece il programma viene messo in pratica, il prezzo di equilibrio sarà determinato da

$$D(\hat{p}/2) + K = S.$$

Ma ora si osservi: se p^* risolve la prima equazione, allora $\hat{p} = 2p^*$ risolve la seconda. Pertanto quando i ricchi acquistano il grano e lo distribuiscono ai poveri, il prezzo di mercato è semplicemente spinto verso l'alto dalla concorrenza fino a un livello doppio di quello iniziale — e i poveri continuano a pagare lo stesso prezzo che pagavano prima!

A pensarci bene, ciò non dovrebbe essere molto sorprendente: se la domanda dei ricchi è fissa ed è fissa la quantità offerta, anche la quantità di grano che i poveri possono consumare dev'essere fissa. Pertanto il prezzo di equilibrio per i poveri è determinato interamente dalla loro curva di domanda, indipendentemente dal modo in cui il grano è fornito.

ESEMPIO: Sussidi in Iraq

Anche i sussidi stanziati "per una giusta causa" possono essere estremamente difficili da revocare. Perché? Perché creano una comunità politica che confida in essi. È così ovunque, ma l'Iraq rappresenta un caso particolarmente significativo. Nel 2005, i sussidi alimentari e per l'olio combustibile hanno inciso per circa un terzo del bilancio nazionale.[1]

Gran parte dei fondi del bilancio iracheno provengono dalle esportazioni di petrolio. Il paese dispone di una bassa capacità di raffinazione, perciò l'Iraq importa benzina a un prezzo tra i 30 e i 35 cent al litro, e la rivende al pubblico a 1,5 cent. Una notevole quantità di questa benzina viene venduta al mercato nero e contrabbandata in Turchia, dove costa circa un dollaro al litro.

Anche il cibo e il combustibile per il riscaldamento sono oggetto di sussidi elevati. Le autorità sono restie a eliminare questi sussidi a causa della situazione politica instabile. Quando questo tipo di sussidi fu revocato in Yemen, ci furono rivolte nelle strade e dozzine di morti. Uno studio della Banca Mondiale ha concluso che più della metà del PIL dell'Iraq viene speso in sussidi. Secondo il ministro delle finanze, Ali Abdulameer Allawi, "Hanno finito col diventare dannosi. Hanno introdotto distorsioni nell'economia in modo grottesco e hanno creato i peggiori incentivi che si possano immaginare".

16.9 Efficienza paretiana

Una situazione economica è detta **Pareto-efficiente** se non esiste alcun modo di aumentare la soddisfazione di qualcuno senza ridurre la soddisfazione di qualcun altro. Questo è certamente un obiettivo desiderabile — se esiste un modo per migliorare la situazione di un gruppo di individui, perché non farlo? — anche se non è l'unico obiettivo della politica economica. Per esempio, il criterio di efficienza non ci permette di esprimere alcun giudizio circa la distribuzione del reddito o la giustizia economica.

In ogni caso, l'efficienza è un obiettivo importante, e vale la pena di chiedersi se il mercato concorrenziale sia il miglior modo per conseguire l'efficienza in senso paretiano. Un mercato concorrenziale, come ogni altro meccanismo economico, deve determinare due elementi. In primo luogo, la quantità prodotta, e in secondo luogo chi la ottiene. Un mercato concorrenziale determina la quantità prodotta confrontando quanto gli individui sono disposti a pagare per acquistare un bene e quanto altri individui intendono essere pagati per fornirlo.

Consideriamo la Figura 16.9. In corrispondenza di qualsiasi quantità di output minore di quella concorrenziale q^*, vi sarà qualcuno disposto a vendere un'unità addizionale di un bene a un prezzo inferiore a quello che qualcun altro sarebbe disposto a pagare per quella unità. Se il bene fosse prodotto e scambiato tra questi due

[1] Cfr. James Glanz, "Despite Crushing Costs, Iraqi Cabinet Lets Big Subsidies Stands", *New York Times*, 11 agosto 2005.

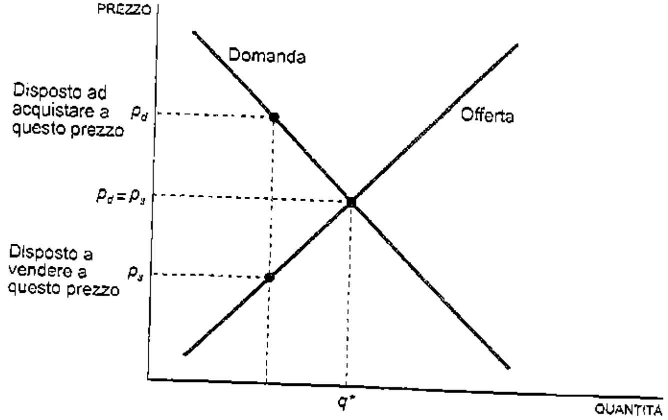


Figura 16.9 **Efficienza paretiana.** Il mercato concorrenziale determina una quantità di output Pareto-efficiente perché in corrispondenza di q^* il prezzo al quale ciascuno è disposto ad acquistare un'unità addizionale è uguale a quello al quale ciascuno è disposto a venderla.

individui a un prezzo qualsiasi compreso tra quello di domanda e quello di offerta, esisterebbe comunque un modo per aumentare la loro soddisfazione. Pertanto qualsiasi quantità inferiore alla quantità di equilibrio non può essere Pareto-efficiente, poiché esisteranno almeno due individui il cui benessere può essere aumentato.

Analogamente, in corrispondenza di una quantità di output maggiore di q^*, il prezzo che ciascuno sarebbe disposto a pagare per un'unità addizionale del bene sarebbe inferiore al prezzo di offerta. Solo in corrispondenza dell'equilibrio di mercato q^* sarà offerta una quantità di output Pareto-efficiente — tale cioè che la disponibilità a pagare per acquistare un'unità addizionale sia esattamente uguale alla pretesa a essere pagati per offrirla.

Pertanto un mercato concorrenziale determina una quantità di output Pareto-efficiente. Vogliamo sapere se lo è anche l'allocazione tra i consumatori. In un mercato concorrenziale ciascuno paga un dato bene allo stesso prezzo — il saggio marginale di sostituzione tra quello e "tutti gli altri beni" è uguale al prezzo del bene. Chiunque sia disposto a pagare quel prezzo potrà acquistare il bene, mentre chi non è disposto a pagare quel prezzo non potrà acquistarlo.

Che cosa accadrebbe se esistesse un'allocazione del bene in corrispondenza della quale il saggio marginale di sostituzione tra quello e "tutti gli altri beni" non fosse lo stesso? Esisterebbero almeno due individui che ne valutano in modo differente un'unità marginale. Supponiamo che uno la valuti $4 e un altro $5. Allora se chi la valuta di meno ne vendesse una certa quantità a quello che la valuta di più, a un qualsiasi prezzo tra $4 e $5, il benessere di entrambi sarebbe maggiore. Pertanto qualsiasi allocazione in cui i saggi marginali di sostituzione siano diversi non può essere Pareto-efficiente.

ESEMPIO: Aspettare in coda

Un modo comunemente usato per allocare risorse consiste nel far aspettare la gente in coda. Possiamo analizzare questo sistema impiegando gli strumenti che abbiamo sviluppato per studiare i meccanismi di mercato. Consideriamo un esempio concreto: supponiamo che la vostra università distribuisca biglietti per la finale del campionato di pallacanestro. Chiunque faccia la coda otterrà un biglietto gratis.

Il costo di un biglietto sarà quindi semplicemente il costo di attendere in coda. Le persone molto desiderose di assistere alla partita si accamperanno fuori della biglietteria, in modo di essere sicure di ottenere un biglietto, mentre chi non è molto interessato farà un salto pochi minuti prima dell'apertura, sperando che nonostante tutto sia rimasto qualche biglietto. La disponibilità a pagare un biglietto non sarà più misurata in dollari, ma in tempo di attesa, poiché i biglietti saranno allocati in base alla disponibilità ad aspettare il proprio turno.

Questo metodo permetterà di ottenere una allocazione dei biglietti Pareto-efficiente? Per rispondere, possiamo chiederci se non è possibile che qualcuno che ha fatto la coda per avere un biglietto voglia venderlo a qualcuno che non si è dato la pena di aspettare. Spesso le cose andranno proprio così, dato che la disponibilità a pagare e la disponibilità ad attendere in coda variano da persona a persona. Se qualcuno è disposto a fare la coda e poi rivendere il biglietto a qualcun altro, l'allocazione dei biglietti in base alla disponibilità a fare la coda non esaurisce tutte le possibilità di scambio — alcune persone in genere saranno ancora disposte a scambiare i biglietti dopo che sono stati allocati tutti. Poiché far aspettare la gente in coda non esaurisce tutti i vantaggi dello scambio, questo metodo non darà luogo in genere a un risultato Pareto-efficiente.

Se un bene è allocato in base a un prezzo monetario, la quantità di moneta pagata dall'acquirente fornisce un beneficio al venditore del bene. Ma se il bene è allocato in base al tempo di attesa, le ore spese in coda non arrecano un beneficio a nessuno: in questo modo si impone semplicemente un costo agli acquirenti senza fornire alcun beneficio all'offerente. Aspettare in coda è quindi una forma di **perdita netta**: le persone che fanno la fila pagano un "prezzo", ma questo non offre alcun beneficio a nessuno.

Sommario

1. La curva di offerta rappresenta la quantità di un bene che gli individui sono disposti a offrire in corrispondenza di ciascun prezzo.

2. Si ha un prezzo di equilibrio quando la quantità di un bene che gli offerenti sono disposti a offrire è uguale a quella che i consumatori sono disposti a domandare.

3. Lo studio delle variazioni del prezzo e della quantità di equilibrio al variare delle curve di domanda e di offerta è un altro esempio di statica comparata.

4. Quando un bene è tassato, si vengono a determinare due prezzi: il prezzo pagato dai consumatori e quello ricevuto dagli offerenti. La differenza tra i due prezzi corrisponde all'ammontare della tassa.

5. La quantità di una tassa che viene trasferita sui consumatori dipende dall'inclinazione relativa delle curve di offerta e di domanda. Se la curva di offerta è una retta orizzontale, la tassa viene trasferita interamente sui consumatori; se la curva di offerta è una retta verticale, non viene trasferita sui consumatori alcuna parte della tassa.

6. La perdita netta causata da una tassa è la somma della perdita netta di surplus del produttore e del consumatore che deriva dall'applicazione della tassa. Il costo complessivo misura il valore dell'output che non è stato venduto a causa della tassa.

7. Si ha efficienza in senso paretiano quando non vi è modo di aumentare la soddisfazione di un gruppo di individui senza ridurre quella di qualche altro gruppo.

8. La quantità di output Pareto-efficiente offerta in un singolo mercato è quella in corrispondenza della quale la curva di offerta e quella di domanda si intersecano, poiché solo in quel punto la somma che i consumatori sono disposti a pagare per un'unità addizionale è uguale a quella pretesa dagli offerenti per offrire la stessa unità.

Domande

1. Qual è l'effetto di un sussidio in un mercato con curva di offerta orizzontale? E con curva di offerta verticale?

2. Supponiamo che la curva di domanda sia una retta verticale, mentre la curva di offerta è inclinata positivamente. Se in questo mercato si applica una tassa, chi la pagherà?

3. Supponiamo che tutti i consumatori considerino le matite rosse e le matite blu come perfetti sostituti. Supponiamo inoltre che la curva di offerta delle matite rosse abbia inclinazione positiva. Sia il prezzo delle matite rosse p_r e quello delle matite blu p_b. Che cosa accadrà se si applica una tassa sulle matite rosse?

4. Gli Stati Uniti importano circa la metà del loro fabbisogno petrolifero. Supponiamo che i produttori dell'altra metà siano disposti a fornire qualsiasi quantità venga richiesta nel mercato interno a un prezzo costante di $25 al barile. Come varierà il prezzo del petrolio prodotto negli Stati Uniti se viene applicata una tassa di $5 al barile sul petrolio prodotto all'estero?

5. Supponiamo che la curva di offerta sia una retta verticale. Quale sarà la perdita netta causata dalla tassa?

6. Quali saranno le entrate derivanti da una tassa sui prestiti come quella descritta nel testo, se sia chi chiede sia chi dà denaro a prestito appartiene a una fascia di reddito sulla quale si applica la stessa aliquota?

7. Una tassa sui prestiti come quella descritta nel testo permetterà di ottenere quantità positive o negative di entrate se $t_l < t_b$?

17

ASTE

Le aste sono una delle forme più antiche di mercato e risalgono a più di duemila anni fa. Al giorno d'oggi una grande varietà di merci, dai computer usati ai fiori freschi, vengono venduti mediante aste.

Gli economisti cominciarono a interessarsi al meccanismo delle aste nei primi anni Settanta, quando l'OPEC, il cartello dei paesi produttori, aumentò il prezzo del petrolio. Il Dipartimento degli interni degli USA decise di mettere all'asta il diritto di effettuare perforazioni in alcune aree costiere dove ci si aspettava di trovare grandi quantità di petrolio. Il governo incaricò alcuni economisti di progettare il meccanismo dell'asta, e altri economisti furono assunti come consulenti dalle imprese interessate per definire un'adeguata strategia di offerta. Questo promosse una notevole mole di ricerche sui meccanismi delle aste.

In tempi più vicini a noi, la Federal Communications Commission (FCC) decise di mettere all'asta alcuni segmenti dello spettro delle radiofrequenze, usate dai telefoni cellulari e altri strumenti di comunicazione. Queste decisioni vennero salutate come scelte di politica pubblica di grande successo, e hanno consentito al governo degli USA di ricavare, fino ad ora, oltre 23 miliardi di dollari.

Anche in altri paesi i governi hanno privatizzato delle imprese impiegando sistemi di aste. Per esempio, in Australia sono stati ceduti in questo modo vari impianti elettrici di proprietà pubblica, e in Nuova Zelanda è stata messa all'asta la compagnia telefonica di proprietà statale.

Le aste rivolte ai consumatori hanno conosciuto una rinascita grazie a Internet, dove vengono messi all'asta beni di ogni tipo, dai biglietti aerei ai computer o agli oggetti da collezione. OnSale, che afferma di essere la più grande casa d'aste in rete, nel 1997 ha venduto beni per oltre 41 milioni di dollari.

17.1 Classificazione delle aste

Per classificare le aste da un punto di vista economico dobbiamo considerare due elementi: qual è la natura del bene messo all'asta e, in secondo luogo, quali sono le regole relative alle offerte. Per quanto riguarda la natura del bene, distinguiamo tra **aste a valore privato** e **aste a valore comune.**

In un'asta del primo tipo, il valore del bene per ciascun partecipante è potenzialmente diverso. Per esempio, un'opera d'arte può valere \$500 per un collezionista, \$200 per un altro, e \$50 per un altro ancora, a seconda dei loro gusti. In un'asta del secondo tipo il bene in vendita ha essenzialmente lo stesso valore per ciascun offerente, anche se ciascun offerente può avere stime diverse di quel valore. L'asta dei diritti di perforazione citata prima è di questo tipo: in un dato tratto di costa si può trovare il petrolio oppure no. Le compagnie petrolifere che partecipano all'asta possono avere stime diverse circa la quantità di petrolio presente, basate sul risultato delle prospezioni geologiche effettuate, ma il valore di mercato del petrolio è identico, indipendentemente da chi si aggiudicherà l'asta.

In questo capitolo tratteremo soprattutto le aste del primo tipo, che rappresentano il caso più familiare, mentre tratteremo brevemente le aste del secondo tipo alla fine.

Regole relative alle offerte

La struttura delle offerte prevalente nelle aste è la cosiddetta **asta all'inglese** (o metodo inglese). Il banditore comincia con un **prezzo di riserva**, che è il prezzo più basso al quale il venditore è disposto appunto a vendere il bene[1]. I partecipanti all'asta offrono successivamente prezzi più alti: in genere, ciascuna offerta deve superare la precedente di un definito **aumento minimo**. Quando nessuno è più disposto a aumentare ulteriormente l'offerta, il miglior offerente si aggiudica il bene.

Un'altra forma è l'**asta all'olandese** (o metodo olandese), chiamata così perché un tempo veniva usata in Olanda per vendere i formaggi o i tulipani. In questo caso il banditore propone inizialmente un prezzo molto alto e lo diminuisce gradatamente finché qualcuno non sia disposto ad acquistare il bene. In pratica, il "banditore" è spesso uno strumento come un quadrante d'orologio con una lancetta che viene spostata su valori sempre più bassi al progredire dell'asta.

Un terzo tipo d'asta è l'**offerta in busta chiusa** (asta a offerta segreta). In questo caso ciascun partecipante scrive la propria offerta su un foglio e lo chiude in una busta sigillata. Le buste vengono consegnate al banditore, che le apre e aggiudica

[1] Si veda la nota relativa al "prezzo di riserva" nel Capitolo 6.

il bene a chi ha offerto la somma maggiore. Se esiste un prezzo di riserva, e tutte le offerte sono inferiori a quel prezzo, il bene non viene assegnato.

Questo tipo di meccanismo è normalmente impiegato nell'industria delle costruzioni. In questo caso il committente di un'opera chiede a diverse imprese di effettuare delle offerte, con l'intesa che verrà scelta l'impresa che offre il prezzo minore.

Infine, consideriamo una variante dell'offerta in busta chiusa nota come **asta filatelica** o **asta di Vickrey**. Si chiama così perché all'origine questo meccanismo era impiegato dai collezionisti di francobolli, mentre il secondo nome è in onore di William Vickrey, insignito nel 1996 del Premio Nobel per il suo lavoro pionieristico sulle aste. L'asta di Vickrey è un'asta a offerta segreta, ma con una variante decisiva: il bene è assegnato a chi ha offerto la somma più alta, ma al *prezzo immediatamente inferiore*. In altre parole, chi offre di più si aggiudica il bene, ma il prezzo pagato è quello corrispondente all'offerta immediatamente più bassa della sua. Per quanto possa sembrare strano, vedremo che questo meccanismo d'asta presenta alcune proprietà molto interessanti.

17.2 Progettazione del meccanismo d'asta

Supponiamo di voler mettere all'asta un singolo bene e che vi siano n offerenti, con valori (privati) $v_1, \ldots, v_n$. Per semplicità assumiamo che tutti i valori siano positivi e che il valore per il venditore sia uguale a zero. Vogliamo definire un meccanismo d'asta adatto per vendere il bene.

Si tratta di un caso speciale di **progettazione di un meccanismo economico.** Nel caso dell'asta avremo naturalmente due obiettivi:

- **Efficienza paretiana.** Progettare un meccanismo d'asta che produca un risultato Pareto efficiente.
- **Massimizzazione del profitto.** Progettare un meccanismo d'asta che si traduca nel massimo profitto per il venditore.

Il significato della massimizzazione del profitto sembra abbastanza chiaro, ma che cosa significa l'efficienza paretiana in questo contesto? Non è difficile osservare che l'efficienza paretiana richiede che il bene venga assegnato alla persona che attribuisce al bene il valore più elevato. Per dimostrarlo, supponiamo che la persona 1 attribuisca al bene il valore più elevato, mentre il valore attribuito dalla persona 2 sia più basso. Se la persona 2 ottenesse il bene, vi sarebbe un semplice modo di aumentare la soddisfazione sia di 1 che di 2, cioè trasferire il bene dalla persona 2 alla persona 1 e far sì che la persona 1 paghi alla persona 2 un prezzo p intermedio tra v_1 e v_2. Ciò dimostra che se il bene viene assegnato a una persona diversa da chi attribuisce al bene stesso il valore massimo non si consegue l'efficienza in senso paretiano.

Se il venditore conosce i valori $v_1, \ldots, v_n$ il problema di progettare un meccanismo d'asta è piuttosto banale. Per conseguire la massimizzazione del profitto, il venditore dovrebbe assegnare il bene alla persona che vi attribuisce il valore massimo, a un prezzo corrispondente appunto a quel valore. Se l'obiettivo desiderato è l'efficienza paretiana, il bene dovrebbe sempre essere assegnato alla persona che vi attribuisce il valore massimo, ma il prezzo potrebbe essere qualsiasi valore compreso tra il valore massimo e zero, poiché la distribuzione del surplus non modifica l'efficienza.

Il problema è più interessante quando il venditore non conosce le valutazioni dei potenziali acquirenti. Come possiamo massimizzare il profitto in questo caso?

Consideriamo prima di tutto l'efficienza. Non è difficile notare che l'asta all'inglese consente di ottenere il risultato desiderato: la persona che attribuisce il valore più alto al bene se lo aggiudica. È solo un po' più complicato determinare il prezzo pagato: il prezzo corrisponderà al valore attribuito al bene da chi ha effettuato l'offerta *immediatamente precedente* più, forse, l'aumento minimo previsto dall'asta.

Consideriamo per esempio un caso in cui il valore massimo sia \$100, quello immediatamente precedente sia \$80 e l'aumento minimo sia di \$5. La persona che valuta il bene \$100 sarà certamente disposta a offrire \$85, mentre quella che lo valuta \$80 non lo sarà. Quindi, esattamente come abbiamo previsto, la persona che attribuisce il valore massimo al bene se lo aggiudica, ad un prezzo pari al valore immediatamente precedente al suo (più, forse, l'aumento minimo). (Continuiamo a dire "forse" perché, se entrambi i partecipanti offrissero \$80, si verificherebbe una situazione di parità, e il risultato effettivo dipenderebbe dalle regole impiegate nello spareggio).

Passiamo ora all'obiettivo della massimizzazione del profitto. Questo caso è più difficile da analizzare poiché dipende dalle *credenze* del venditore circa le valutazioni dei potenziali acquirenti. Esaminiamo un esempio concreto: supponiamo che vi siano solo 2 partecipanti, ciascuno dei quali può valutare il bene \$10 oppure \$100. Assumiamo che le due valutazioni siano equiprobabili: avremo quindi quattro distribuzioni di valori, tutte egualmente probabili, tra i due giocatori: (10,10), (10,100), (100,10), (100,100). Supponiamo infine che l'aumento minimo dell'offerta sia \$1 e che in caso di parità il vincitore venga stabilito in base al lancio di una moneta.

Nel nostro esempio le offerte vincenti nei quattro casi saranno (10,11,11,100) e il partecipante con la valutazione più elevata otterrà sempre il bene venduto all'asta. Il ricavo atteso per il venditore è $\$33 = \frac{1}{4}(10 + 11 + 11 + 100)$.

Può il venditore ottenere un risultato migliore? La risposta è sì, se stabilisce un adeguato prezzo di riserva. In questo caso, il prezzo di riserva che corrisponde al massimo profitto è uguale a \$100. Tre volte su quattro il venditore riuscirà a vendere il bene a questo prezzo, mentre una volta su quattro non vi sarà alcuna offerta vincente. Questo comporta un ricavo atteso per il venditore di \$75, molto superiore al valore atteso prodotto da un'asta all'inglese senza prezzo di riserva.

Si noti che questa scelta *non* è efficiente in senso paretiano, poiché una volta su quattro nessuno riesce a ottenere il bene. La situazione è analoga alla perdita netta di monopolio e deriva esattamente dalle stesse ragioni.

L'identificazione di un prezzo di riserva è estremamente importante se si è interessati alla massimizzazione del profitto. Nel 1990, il governo della Nuova Zelanda mise all'asta una parte delle frequenze impiegate dalla radio, dalla televisione e dai

telefoni cellulari, usando il meccanismo di un'asta di Vickrey. In un caso l'offerta vincente fu di NZ\$100 000, ma l'offerta immediatamente inferiore era di soli NZ\$6! In questo caso l'asta avrebbe potuto produrre un risultato Pareto-efficiente, ma certamente non di massimo profitto!

Abbiamo visto che uno schema di asta all'inglese con prezzo di riserva uguale a zero garantisce il conseguimento di un risultato Pareto-efficiente. Vogliamo ora sapere se questo è vero anche nel caso di un'asta all'olandese. La risposta è che non è necessariamente vero. Per provarlo, consideriamo il caso in cui le valutazioni di due giocatori siano rispettivamente \$100 e \$80. Se il giocatore con la valutazione più alta crede (erroneamente) che la valutazione immediatamente inferiore sia \$70, deciderà di aspettare sino a che il banditore raggiunga la somma, diciamo, di \$75, prima di fare un'offerta. Ma avrà aspettato troppo, perché l'altro partecipante avrà già acquistato il bene a \$80. In generale, non vi è in questo caso alcuna garanzia che la persona con la valutazione massima si aggiudichi il bene.

Lo stesso vale nel caso delle aste a offerta segreta. L'offerta ottimale di ciascun agente dipende dalle sue *credenze* circa le valutazioni degli altri agenti. Se le credenze sono erronee, il bene può facilmente finire in mano a chi lo valuta meno di altri[2].

Consideriamo infine l'asta di Vickrey — la variante di un'asta a offerta segreta in cui chi fa l'offerta più alta si aggiudica il bene, ma al prezzo immediatamente inferiore.

Notiamo prima di tutto che *se* ciascun partecipante offre il valore che effettivamente attribuisce al bene, questo verrà aggiudicato alla persona che lo valuta di più, per un prezzo pari al valore immediatamente inferiore. Il risultato è sostanzialmente uguale a quello di un'asta all'inglese (fino all'incremento minimo dell'offerta, che può essere piccolo a piacere).

Ma la strategia di fare un'offerta pari all'effettivo valore attribuito al bene oggetto dell'asta è una strategia ottimale nel caso di un'asta di Vickrey? Abbiamo visto che nel caso di un'asta a offerta segreta non è così. Ma nel caso dell'asta di Vickrey la conclusione sorprendente è che è sempre nell'interesse del giocatore fare un'offerta pari all'effettivo valore attribuito al bene oggetto dell'asta.

Per verificarlo, consideriamo il caso speciale di due partecipanti a un'asta, le cui valutazioni siano rispettivamente v_1 e v_2, e che presentino rispettivamente le offerte b_1 e b_2. Il payoff atteso del partecipante 1 è:

$$\text{Prob}(b_1 \geq b_2)[v_1 - b_2],$$

dove "Prob" sta per "probabilità".

Il primo termine dell'espressione rappresenta la probabilità che l'offerta del giocatore 1 sia maggiore di quella del giocatore 2, mentre il secondo rappresenta il surplus del consumatore del giocatore 1, nel caso in cui si aggiudichi il bene.

[2] D'altra parte, se le opinioni di tutti i partecipanti corrispondono al vero, anche se solo "in media", e tutti i giocatori seguono una strategia ottimale, i vari meccanismi d'asta descritti risultano "strategicamente equivalenti", nel senso che conducono alla stessa soluzione di equilibrio. Si veda per un'analisi P. Milgrom, "Auctions and Bidding: a Primer", *Journal of Economic Perspectives*, 3(3), 1989, 3–22.

(Se $b_1 < b_2$, il surplus del giocatore 1 è nullo, quindi possiamo non considerare il termine che contiene Prob($b_1 \leq b_2$).)

Supponiamo che $v_1 > b_2$. In questo caso il giocatore 1 vorrà rendere massima la probabilità di vincere, cosa che può ottenere ponendo $b_1 = v_1$. Supponiamo invece che $v_1 < b_2$: in questo caso il giocatore vorrà ridurre al minimo la probabilità di vincere, ciò che può essere ottenuto ponendo ancora $b_1 = v_1$. In entrambi i casi la strategia ottimale del giocatore è di presentare un'offerta uguale alla sua valutazione effettiva del bene! L'onestà è la miglior politica... almeno nel caso di un'asta di Vickrey!

La caratteristica interessante di questo meccanismo d'asta è che consente di ottenere essenzialmente lo stesso risultato di un'asta all'inglese, senza le iterazioni. A quanto sembra è per questo motivo che venne usata dai collezionisti di francobolli. I collezionisti erano soliti vendere i francobolli nel corso dei loro convegni impiegando un meccanismo di asta all'inglese, mentre le vendite promosse attraverso i loro bollettini specializzati avvenivano mediante offerte in busta chiusa. Qualcuno osservò che il meccanismo di offerte in busta chiusa avrebbe riprodotto il risultato di un'asta all'inglese se si fosse introdotta la regola del prezzo immediatamente inferiore all'offerta massima. Ma fu Vickrey ad analizzare in modo completo l'asta filatelica dimostrando che dire la verità rappresentava la strategia ottimale e che l'asta filatelica era strategicamente equivalente all'asta all'inglese.

17.3 Altre forme d'asta

L'asta di Vickrey è stata considerata di scarso interesse fino all'esplosione del fenomeno delle aste on line. La casa d'aste on line più grande al mondo, eBay, afferma di avere circa 30 milioni di utenti registrati, che, nel 2000, hanno scambiato beni per un valore pari a 5 miliardi di dollari.

Su eBay le aste durano giorni, talvolta settimane, e per l'utente non è conveniente controllare continuamente il processo. Per evitare il continuo monitoraggio, eBay ha introdotto un agente che lancia le offerte in modo automatico (*bidding agent*), chiamato **proxy bidder**. L'utente comunica all'agente il prezzo più alto che è disposto a pagare per un determinato bene e la sua offerta iniziale. Man mano che l'asta prosegue, l'agente aumenta automaticamente l'offerta dell'utente dell'incremento minimo necessario, fino a quando non si raggiunga la sua offerta massima.

Questa è essenzialmente un'asta di Vickrey: ogni partecipante rivela al proprio agente il prezzo massimo che è disposto a pagare. In teoria, si aggiudica il bene il partecipante che fa l'offerta più alta, il quale però paga il prezzo corrispondente all'offerta immediatamente più bassa della sua (più un incremento minimo, in caso di parità). Secondo l'analisi svolta in precedenza, ciascun offerente è incentivato in questo modo a rivelare il valore che effettivamente attribuisce al bene oggetto dell'asta.

In realtà, il comportamento dei partecipanti all'asta è leggermente diverso da quanto previsto dal modello di Vickrey. Spesso essi aspettano che si avvicini la chiusura dell'asta per lanciare la propria offerta. Questo pare verificarsi per due ragioni: una certa riluttanza a rivelare il proprio interesse troppo presto, e la speranza di chiudere in fretta un buon affare in un'asta con pochi partecipanti. Tuttavia, il modello del *proxy bidder* pare essere molto utile agli utenti. L'asta di Vickrey, inizialmente presa in considerazione esclusivamente per il suo interesse teorico, è ora il metodo di offerta preferito della più grande casa d'asta on line del mondo!

Esistono meccanismi d'asta ancora più sofisticati. Uno di questi è l'**asta a escalation**. In questo tipo d'asta, il miglior offerente si aggiudica il bene, ma, oltre al miglior offerente, anche chi ha fatto l'offerta immediatamente più bassa deve pagare la somma che ha offerto.

Supponiamo, ad esempio, di mettere all'asta un dollaro tra un certo numero di partecipanti secondo le regole dell'asta a escalation. Normalmente, all'inizio vi sarà qualche offerta di 10 o 15 cent, ma alla fine la maggior parte dei partecipanti lascerà l'asta. Quando l'offerta più alta si avvicina a un dollaro, chi è rimasto comincia a capire qual è il problema che deve risolvere. Se uno dei partecipanti ha offerto 90 cent e l'altro 85, chi ha fatto l'offerta più bassa si rende conto che, se resta fermo dov'è, pagherà 85 cent e non avrà niente ma, se aumenta la sua offerta a 95 cent, guadagnerà almeno 5 cent.

Ma, una volta che egli ha aumentato la sua offerta, chi aveva offerto 90 cent può fare lo stesso ragionamento. Infatti, a questo punto, è nel suo interesse offrire *più* di un dollaro. Se, ad esempio, offre $1,05 (e vince), perderà solo 5 cent piuttosto che 90 cent! Non è raro che l'asta si chiuda con un'offerta vincente di $5 o $6.

Una forma d'asta collegata a questa è quella in cui tutti pagano. Pensiamo per esempio a un uomo politico corrotto che annunci di voler vendere il suo voto alle seguenti condizioni: tutti gli esponenti delle varie lobby contribuiscono alla sua campagna elettorale, ma egli voterà per stanziare fondi solo a favore del maggior offerente. Questa essenzialmente è un'asta in cui tutti pagano ma solo chi fa l'offerta più alta si aggiudica quello che vuole!

ESEMPIO: Offerte all'ultimo minuto su eBay

Secondo la teoria standard delle aste, il *proxy bidder* di eBay dovrebbe indurre gli utenti a offrire l'effettivo valore che essi attribuiscono a un determinato bene. Il miglior offerente vince offrendo (essenzialmente) una somma pari all'offerta immediatamente inferiore alla sua, esattamente come in un'asta di Vickrey. Ma in realtà le cose non funzionano proprio così. In molte aste, i partecipanti aspettano fino all'ultimo minuto per fare la propria offerta. All'interno di uno studio, si è visto che nel 37 per cento delle aste sono state effettuate offerte nell'ultimo minuto e, nel 12 per cento dei casi, addirittura negli ultimi 10 secondi. Perché così tante "offerte all'ultimo minuto"?

Esistono almeno due teorie che spiegano questo fenomeno. Patrick Bajari e Ali Hortaçsu, due esperti di aste, sostengono che, in alcuni tipi di aste, i partecipanti non vogliono fare la propria offerta troppo presto per timore di far aumentare il prezzo di aggiudicazione. Di solito su eBay l'identità dei partecipanti e le relative offerte (non le offerte massime) sono pubbliche. Per esempio, un esperto di francobolli rari, conosciuto su eBay, potrebbe voler ritardare la propria offerta in modo da non rivelare il vostro interesse per un particolare francobollo.

Questa spiegazione ha senso per beni da collezione come francobolli o monete, ma vengono fatte offerte all'ultimo minuto anche per beni più generici, come le componenti dei computer. Al Roth e Axel Ockenfels suggeriscono che le offerte all'ultimo minuto sono un modo di evitare la guerra delle offerte.

Supponiamo che due persone stiano partecipando all'asta di un bene qualsiasi con un prezzo di riserva del venditore di \$2. Si dà il caso che ciascuno dei due valuti il bene \$10. Se entrambi dichiarano subito che il prezzo massimo che sarebbero disposti a pagare è \$10, allora chi si aggiudica il bene finirà col pagare almeno \$10 — che è il valore massimo anche per l'altro partecipante. Il "vincitore" non otterrebbe nessun surplus del consumatore!

In alternativa, supponiamo che ciascuno dei due aspetti l'avvicinarsi della chiusura dell'asta e poi offra \$10 negli ultimi secondi utili (in e-Bay, questo comportamento viene detto *sniping*). In questo caso, ci sono buone possibilità che una delle offerte non passi, e che quindi il vincitore finisca col pagare solo il prezzo di riserva del venditore, e cioè \$2.

Fare un'offerta elevata all'ultimo minuto significa introdurre una certa aleatorietà nel risultato dell'asta. Uno dei due giocatori fa un ottimo affare mentre l'altro resta a mani vuote. Ma questo non è necessariamente negativo: se entrambi fanno la loro offerta troppo presto, uno dei due pagherà il valore pieno e l'altro resterà a mani vuote.

All'interno di questa analisi, l'offerta all'ultimo minuto è una forma di "collusione implicita". Se aspettano a fare la propria offerta e lasciano che anche il caso faccia la sua parte, gli offerenti riescono a ottenere in media risultati migliori.

ESEMPIO: Aste pubblicitarie on line

Google e Yahoo sono due popolari motori di ricerca che guadagnano vendendo pubblicità collegata alle ricerche in rete. Se, ad esempio, qualcuno sta facendo una ricerca su "viaggi alle Hawaii", otterrà risultati su diversi aspetti delle Hawaii, assieme a brevi messaggi pubblicitari relativi a biglietti aerei, stanze d'albergo, noleggio di automobili e così via, tutti collegati a "viaggi alle Hawaii". Se chi fa la ricerca clicca su una di queste pubblicità, l'inserzionista pagherà una certa somma di denaro al motore di ricerca.

La somma che un inserzionista deve pagare è determinata da una **asta di posizione**. Ciascun inserzionista stabilisce l'offerta massima per click che è disposto a pagare. Al miglior offerente verrà assegnata la posizione più in vista, a quello che ha fatto l'offerta immediatamente inferiore verrà assegnata la seconda posizione in ordine di visibilità, e così via fino all'ultimo inserzionista della pagina, il quale paga l'offerta del miglior offerente fra gli inserzionisti la cui pubblicità resta esclusa dalla pagina. Se non c'è nessun'altra pubblicità da inserire, l'ultimo inserzionista paga un prezzo di riserva determinato dal motore di ricerca.

Come per l'asta di Vickrey, il miglior offerente pagherà il prezzo corrispondente all'offerta immediatamente più bassa della sua, lo stesso farà il secondo e così via. Inizialmente, i motori di ricerca avevano considerato di far pagare a ciascuno la propria offerta effettiva. Ma si sono subito resi conto che gli inserzionisti sarebbero entrati di continuo nel sistema per controllare i prezzi e ridurre le proprie offerte, in modo da non dover pagare più del necessario per occupare la posizione desiderata. Google descrive le sue aste in termini di un "AdWords Discounter", che è simile al *proxy bidder* di eBay. Fondamentalmente, l'AdWords Discounter aggiusta le offerte in modo che ciascun inserzionista non debba pagare più di quanto è necessario per essere in una data posizione.

Ci sono alcune complicazioni. Ad esempio, nell'asta di Google, la posizione è determinata non solo dall'offerta, ma anche da una stima della qualità dell'inserzione e la sua rilevanza per la ricerca.

È interessante notare che, diversamente che nell'asta di Vickrey, in questa forma di asta, offrire il vero valore attribuito alle posizioni non costituisce un equilibrio. Supponiamo di essere in terza posizione. In questo caso dobbiamo confrontare l'incremento di valore che otterremmo dall'offrire di più — i click in più che avremmo se fossimo in una posizione migliore — con il costo addizionale che dovremmo pagare per essere in quella posizione. Analogamente, potremmo anche calcolare la somma che risparmieremmo se fossimo in una posizione più bassa e confrontarla con il valore dei click persi.

In equilibrio, ciascun offerente preferisce la posizione che occupa rispetto alle altre possibili. Se ciascun partecipante segue questa strategia, l'asta assegnerà le posizioni migliori a quegli inserzionisti che assegnano a un click il valore maggiore.

17.4 Problemi connessi alle aste

Abbiamo visto che i dispositivi di asta all'inglese (o le aste di Vickrey) hanno la desiderabile proprietà di produrre un risultato efficiente in senso paretiano, proprietà che li rende molto attraenti quando si tratta di scegliere meccanismi di allocazione delle risorse. In effetti, la maggior parte delle aste di radiofrequenze condotte dalla FCC sono state aste di tipo inglese.

Ma le aste all'inglese non sono perfette perché vi è sempre la possibilità che i partecipanti colludano fra di loro. Nel Capitolo 24 abbiamo descritto un accordo di cartello tra alcuni antiquari di Filadelfia, un caso di collusione nelle strategie di offerta alle aste.

Esistono comunque vari modi per manipolare il risultato di un'asta. Nell'analisi svolta in precedenza abbiamo assunto che il fatto stesso di effettuare un'offerta *vincolasse* il vincitore a pagare la somma promessa. Tuttavia, alcuni meccanismi d'asta consentono ai partecipanti di ritirarsi una volta che le offerte sono rese pubbliche. Un'opzione del genere favorisce le manipolazioni. Per esempio, nel 1993 il governo australiano mise all'asta alcune licenze per effettuare trasmissioni televisive via satellite impiegando il meccanismo dell'offerta in busta chiusa. L'offerta vincente per una delle licenze, A\$212 milioni, era stata effettuata da una società chiamata Ucom. Quando il governo annunciò il vincitore, la Ucom ritirò la sua offerta, e quindi il governo dovette concedere la licenza a chi aveva presentato l'offerta immediatamente inferiore — ancora la Ucom! La società ritirò anche questa seconda offerta. Quattro mesi più tardi, dopo svariate altre inadempienze, la Ucom pagò A$117 per la licenza, A$95 milioni meno della sua iniziale offerta vincente! La licenza finì con l'essere aggiudicata a chi aveva presentato l'offerta più alta, a un prezzo pari all'offerta immediatamente inferiore — ma i difetti di progettazione del meccanismo d'asta causò almeno un anno di ritardo nell'introduzione della pay-TV in Australia[3].

17.5 La maledizione del vincitore

Passiamo ora a esaminare le **aste a valore comune**, caso in cui il bene messo all'asta ha lo *stesso* valore per tutti i partecipanti. Tuttavia, come abbiamo visto, ciascun partecipante può avere stime diverse di quel valore. Per mettere in evidenza questo aspetto, scriviamo il valore (stimato) per il partecipante i come $v + \epsilon_i$ dove v rappresenta l'effettivo, comune, valore del bene, mentre ϵ_i rappresenta il fattore di "errore" associato alla stima del giocatore i.

Consideriamo un sistema d'asta con offerte in busta chiusa in questo contesto. Quale offerta dovrebbe presentare la persona i? Per provare a capire, vediamo cosa succede se ciascun partecipante presenta un'offerta pari al suo valore stimato. In questo caso la persona con il valore più alto di ϵ_i, ϵ_{max}, si aggiudica il bene. Ma finché $\epsilon_{max} > 0$, il vincitore paga un prezzo maggiore di v, il valore effettivo del bene. È questa la cosiddetta **maledizione del vincitore.** Chi presenta l'offerta vincente ha sovrastimato il valore del bene messo all'asta. In altre parole, si vince solo perché si è stati troppo ottimisti!

La strategia *ottima* in un'asta a valore comune consiste nell'offrire una somma inferiore al proprio valore stimato — e maggiore è il numero dei partecipanti, più bassa sarà l'offerta che si desidererà effettuare. Provate a riflettere: chi fa l'offerta più alta in un gruppo di cinque partecipanti a un'asta può essere molto ottimista, ma per presentare l'offerta più alta in un gruppo di venti persone si deve essere davvero *esageratamente* ottimisti. Maggiore è il numero dei partecipanti a un'asta, tanto più conviene essere "umili" nello stimare il valore effettivo del bene in questione.

Possiamo osservare la maledizione del vincitore nell'asta indetta dalla Federal Communations Commission per vendere alcune fasce di radio frequenze. Il miglior offerente in quell'asta, NextWave Personal Communication Inc., offrì $4,2 miliardi per 63 licenze, vincendole tutte. Tuttavia, nel gennaio del 1998 la società dovette portare i libri in tribunale, perché non era ormai più in grado di pagare i fornitori.

[3] Cfr. John McMillan, "Selling Spectrum Rights", *Journal of Economic Perspectives*, 8(3), 145-152, per ulteriori dettagli e per il modo in cui questa lezione venne tenuta presente nella progettazione dell'asta delle frequenze negli USA. L'articolo descrive anche l'esempio della Nuova Zelanda che abbiamo citato in precedenza.

Sommario

1. Le aste sono una forma di mercato in uso da migliaia di anni.

2. Se il valore del bene messo all'asta è diverso per ciascun partecipante, diciamo che si tratta di un'asta a valore privato. Se invece il valore del bene venduto è sostanzialmente identico per ciascun partecipante, diciamo che si tratta di un'asta a valore comune.

3. Le più comuni forme d'asta sono l'asta all'inglese, l'asta all'olandese, l'offerta in busta chiusa, e l'asta di Vickrey.

4. L'asta all'inglese e l'asta di Vickrey godono della desiderabile proprietà di produrre un risultato efficiente in senso paretiano.

5. Le aste orientate alla massimizzazione del profitto richiedono una scelta strategica del prezzo di riserva.

6. Nonostante i loro vantaggi come meccanismi di mercato, le aste non sono immuni dalla collusione o da altre forme di comportamento strategico.

Domande

1. Consideriamo un'asta di tessuti antichi per collezionisti. Si tratta di un'asta a valore privato o a valore comune?

2. Supponiamo di avere due soli partecipanti a un'asta di un bene, con valutazioni rispettive di $8 e $10 e con un aumento minimo di $1. Quale dovrebbe essere il prezzo di riserva in un'asta all'inglese orientata al massimo profitto?

3. Supponiamo di avere due copie di *Microeconomia* di Varian da vendere a tre studenti (entusiasti della materia). Come dovremmo progettare un sistema di offerte in busta chiusa tale da garantire che i libri vengano assegnati ai due partecipanti che vi attribuiscono i valori più alti?

4. Consideriamo l'esempio dell'Ucom esaminato in precedenza. Il meccanismo d'asta progettato era efficiente? Ha massimizzato il profitto?

5. Uno specialista di teoria dei giochi riempie un vaso di monetine e lo mette all'asta il primo giorno di lezione impiegando un meccanismo all'inglese. Si tratta di un'asta a valore privato o a valore comune? Di solito il miglior offerente realizzerà un profitto?

18

TECNOLOGIA

In questo capitolo comínceremo a studiare il comportamento dell'impresa, esaminando in primo luogo i vincoli ai quali è sottoposto. Infatti, quando un'impresa compie delle scelte, essa tiene conto di molti vincoli: questi possono essere imposti dai clienti, o dai concorrenti, oppure possono essere vincoli naturali. In questo capitolo prenderemo in considerazione i vincoli naturali, che si traducono nel fatto che solo alcuni modi di trasformare input in output sono effettivamente realizzabili. In altri termini, sono possibili solo alcuni tipi di scelta relativi alla tecnologia. Studieremo ora il modo in cui gli economisti descrivono i vincoli tecnologici.

Se si è compresa la teoria del consumo, la teoria della produzione risulterà assai semplice poiché impiegheremo gli stessi strumenti. Di fatto, la teoria della produzione è più semplice della teoria del consumo perché l'output di un processo di produzione è generalmente osservabile, mentre l'"output" del consumo (utilità) non è osservabile direttamente.

18.1 Input e output

Gli input alla produzione sono detti **fattori produttivi**. I fattori produttivi vengono di solito classificati in categorie abbastanza ampie quali: terra, lavoro, capitale e materie prime. Mentre il significato dei termini lavoro, terra e materie prime è abbastanza chiaro, può darsi che il concetto di capitale risulti completamente nuovo.

Beni capitali sono quegli input che sono essi stessi beni prodotti: si tratta fondamentalmente di macchinari di qualche tipo, per esempio trattori, edifici, computer, ecc.

A volte si usa il termine capitale per indicare il denaro impiegato per finanziare un'impresa. Useremo sempre il termine **capitale finanziario** in questo senso, e il termine beni capitali o **capitale fisico** per indicare i fattori produttivi a loro volta prodotti.

Normalmente gli input e gli output saranno misurati in termini di *flussi*: una certa quantità di lavoro e un certo numero di ore-macchina per settimana produrranno una certa quantità di output per settimana.

Non dovremo ricorrere spesso, comunque, a queste classificazioni: possiamo sostanzialmente descrivere le tecniche senza fare alcun riferimento al *tipo* di input e di output: sarà sufficiente considerare la loro quantità.

18.2 Descrizione dei vincoli tecnologici

I vincoli naturali si presentano all'impresa come **vincoli tecnologici**: solo alcune combinazioni di input consentono di produrre una data quantità di output, quindi l'impresa deve limitarsi a prendere in considerazione piani di produzione tecnicamente realizzabili. Il modo più semplice per descrivere i piani di produzione realizzabili è quello di elencarli, vale a dire, possono essere elencate tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili. L'insieme di tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili è detto **insieme di produzione**.

Supponiamo, per esempio, di avere un solo input, che indichiamo con x, e un solo output, y. L'insieme di produzione può in questo caso avere la forma rappresentata nella Figura 18.1. Dire che un punto (x, y) si trova all'interno dell'insieme di produzione significa affermare che è tecnicamente possibile produrre una quantità y di output impiegando una quantità x di input. L'insieme di produzione rappresenta le scelte tecniche *possibili* per l'impresa.

Finché gli input dell'impresa hanno un costo, ha senso prendere in considerazione soltanto il *massimo livello di output* che può essere prodotto impiegando un dato livello di input. Questo coinciderà con la frontiera dell'insieme di produzione rappresentato nella Figura 18.1. La funzione corrispondente alla frontiera di questo insieme è nota come **funzione di produzione** e misura il massimo livello di output che può ottenersi impiegando un dato livello di input.

La nozione di funzione di produzione può essere estesa anche al caso in cui vi siano più input. Se, per esempio, consideriamo il caso di due input, la funzione di produzione $f(x_1, x_2)$ determina la quantità massima di output y che può essere prodotta impiegando x_1 unità del fattore 1 e x_2 unità del fattore 2.

L'insieme di tutte le possibili combinazioni degli input 1 e 2 esattamente sufficienti a produrre una data quantità di output è detto **isoquanto**. Gli isoquanti sono simili alle curve di indifferenza. Come si ricorderà, una curva di indifferenza rappresenta i diversi panieri di consumo che consentono di ottenere un certo livello di utilità. La differenza essenziale tra isoquanti e curve di indifferenza consiste nel fatto

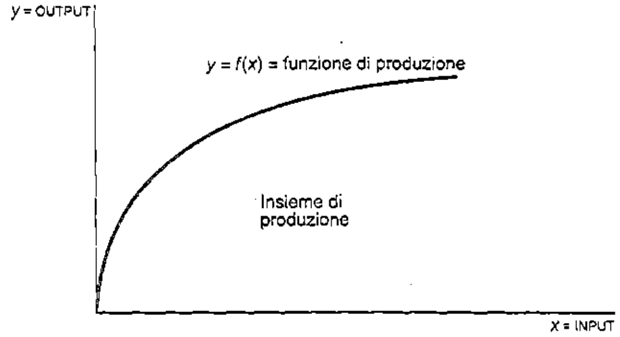


Figura 18.1 **Insieme di produzione.** Una possibile forma di un insieme di produzione.

che gli isoquanti sono contrassegnati in base alla quantità di output prodotto, e non in base a un livello di utilità. Questo significa che i livelli di produzione corrispondenti agli isoquanti sono assegnati dalla tecnologia, e non risentono dell'arbitrarietà che invece caratterizza l'assegnazione dell'utilità alle curve di indifferenza.

18.3 Esempi di tecnologia

Poiché sono già note molte curve di indifferenza, non sarà difficile comprendere gli isoquanti. In questo paragrafo considereremo appunto gli isoquanti relativi ad alcuni esempi di tecnologie.

Proporzioni fisse

Supponiamo di produrre buche, e che il solo modo di produrle sia impiegare un uomo ed un badile. Un uomo in più senza un badile non scaverebbe nessuna buca, e neppure un badile senza un uomo. Il numero totale di buche che possono essere prodotte corrisponderà pertanto al minimo tra il numero degli uomini e quello dei badili a disposizione. La funzione di produzione sarà $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Gli isoquanti vengono rappresentati come nella Figura 18.2, e corrispondono esattamente al caso dei perfetti complementi nella teoria del consumatore.

Perfetti sostituti

Supponiamo ora di produrre compiti a casa e che gli input siano matite rosse e matite blu. La quantità di compiti a casa prodotti dipende unicamente dal numero

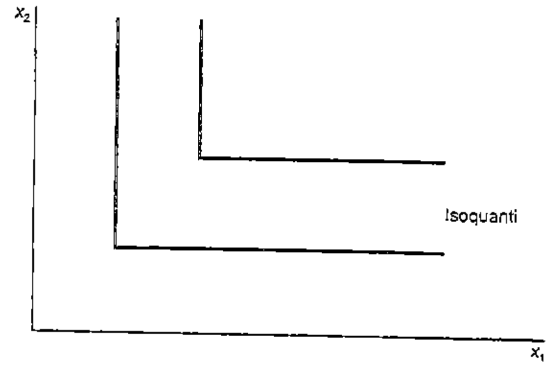


Figura 18.2 **Proporzioni fisse.** Isoquanti nel caso di proporzioni fisse.

totale delle matite, e quindi la funzione di produzione sarà $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Gli isoquanti rappresentati in Figura 18.3 hanno la stessa forma delle curve di indifferenza relative ai perfetti sostituti nella teoria del consumatore.

Cobb-Douglas

Se la funzione di produzione ha la forma $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$, diremo che è una **funzione di produzione Cobb-Douglas.** Questa è l'equivalente della funzione di utilità Cobb-Douglas esaminata in precedenza. I valori numerici della funzione di utilità non sono di per sé rilevanti, e quindi nella funzione di utilità Cobb-Douglas abbiamo posto $A = 1$ e generalmente poniamo $a + b = 1$. Al contrario, nella funzione di produzione la quantità dell'output è rilevante, e quindi i parametri possono assumere valori arbitrari. In questo caso il parametro A misura la scala della produzione: la quantità di output che può essere prodotta impiegando una unità di ciascun input. I parametri a e b rappresentano la variazione del livello dell'output al variare delle quantità di input impiegate. Il loro significato verrà esaminato in seguito con maggior dettaglio. In alcuni esempi, si porrà comunque $A = 1$ in modo da semplificare i calcoli. Gli isoquanti relativi a una funzione di produzione Cobb-Douglas hanno la stessa forma regolare delle curve d'indifferenza Cobb-Douglas.

18.4 Proprietà della tecnologia

Come nella teoria del consumatore, si assume che anche la tecnologia goda di un certo numero di proprietà. In primo luogo si assume generalmente che le tecnologie siano **monotone**: aumentando la quantità impiegata di almeno uno degli input, dovrebbe essere possibile produrre una quantità di output almeno uguale a quella prodotta inizialmente. Si definisce talvolta questa proprietà come possibilità di **eliminazione senza costo** (*free disposal*): se l'impresa può eliminare un input senza costo, avere a disposizione degli input supplementari non può nuocerle.

In secondo luogo, si assumerà che la tecnologia sia **convessa**. Ciò significa che se esistono due modi per produrre y unità di output, (x_1, x_2) e (z_1, z_2), allora la loro media ponderata produrrà *almeno* y unità di output.

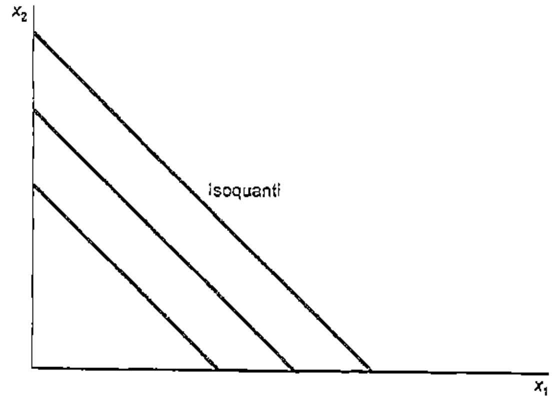


Figura 18.3 **Perfetti sostituti.** Isoquanti nel caso di perfetti sostituti.

Per illustrare questa ipotesi, supponiamo di produrre 1 unità di output impiegando a_1 unità del fattore 1 e a_2 unità del fattore 2, e di disporre di un altro modo per produrre 1 unità di output impiegando b_1 unità del fattore 1 e b_2 unità del fattore 2. Chiamiamo questi due modi di produrre **tecniche di produzione**.

Supponiamo inoltre di poter aumentare arbitrariamente il livello dell'output, così che $(100a_1, 100a_2)$ e $(100b_1, 100b_2)$ unità di input produrranno 100 unità di output. Ma si noti ora che impiegando $25a_1 + 75b_1$ unità del fattore 1 e $25a_2 + 75b_2$ unità del fattore 2 è ancora possibile produrre 100 unità di output: 25 unità saranno prodotte impiegando la tecnica "a" e 75 impiegando la tecnica "b".

Ciò è rappresentato nella Figura 18.4. Scegliendo il livello operativo di ciascuna delle due attività produttive sarà possibile produrre una data quantità di output in molti modi. In particolare, ogni combinazione di input che si trovi sulla retta che unisce (a_1, a_2) e (b_1, b_2) rappresenta un modo realizzabile di produrre y unità di output. In questo tipo di tecnologia, dove è possibile aumentare o diminuire facilmente la produzione, e i processi produttivi separati non interferiscono l'uno con l'altro, l'ipotesi di convessità risulta ragionevole.

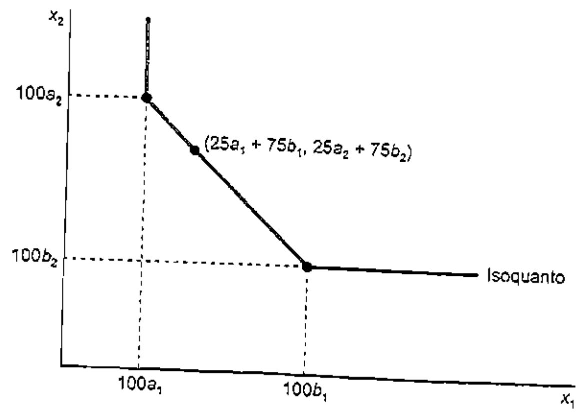


Figura 18.4 **Convessità.** Se sono realizzabili in modo indipendente diversi piani produttivi, ne sarà realizzabile anche la media ponderata. Gli isoquanti avranno quindi una forma convessa.

18.5 Il prodotto marginale

Supponiamo di impiegare le quantità di input (x_1, x_2) per produrre una data quantità di output e di voler impiegare una quantità leggermente superiore del fattore 1, mantenendo fisso il fattore 2 al livello x_2. Quale sarà la quantità dell'output addizionale che può essere prodotto per ciascuna unità addizionale del fattore 1? Consideriamo la variazione dell'output in corrispondenza di una variazione unitaria del fattore 1:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

La formula precedente rappresenta il **prodotto marginale del fattore 1**, che indicheremo con $MP_1(x_1, x_2)$, analogamente, il prodotto marginale del fattore 2 sarà indicato con $MP_2(x_1, x_2)$.

Con una certa imprecisione, possiamo descrivere il concetto di prodotto marginale come la quantità di output addizionale ottenuta impiegando "una" unità addizionale del fattore 1. Fino a che "una" unità è sufficientemente piccola rispetto alla quantità totale impiegata del fattore 1, non ci saranno problemi. Ma si dovrà tenere bene a mente che il prodotto marginale è un *saggio di variazione*: la quantità addizionale di output per unità addizionale di input.

Il concetto di prodotto marginale è del tutto simile al concetto di utilità marginale che abbiamo descritto nell'ambito della teoria del consumatore, fatta eccezione per la natura ordinale dell'utilità. Qui stiamo trattando di prodotto fisico: il prodotto marginale di un fattore è un numero preciso che, in linea di principio, può essere misurato.

18.6 Il saggio tecnico di sostituzione

Supponiamo di impiegare le quantità (x_1, x_2) di input per produrre una data quantità di output. Supponiamo di voler ridurre di poco la quantità impiegata del fattore 1, usando al suo posto la quantità addizionale del fattore 2 esattamente necessaria per produrre la medesima quantità di output, y. Qual è la quantità addizionale del fattore 2, Δx_2, che si deve impiegare se si vuole ridurre di Δx_1 la quantità impiegata del fattore 1? Il saggio al quale l'impresa deve sostituire un input con un altro per mantenere costante il livello dell'output è uguale all'inclinazione dell'isoquanto: esso viene definito **saggio tecnico di sostituzione** e indicato con $\text{TRS}(x_1, x_2)$.

Per esprimere analiticamente il TRS[1] possiamo ricorrere allo stesso procedimento che abbiamo usato per determinare l'inclinazione delle curve di indifferenza. Consideriamo una variazione nell'impiego dei fattori 1 e 2 che mantenga fisso il livello dell'output. Si avrà allora

$$\Delta y = MP_1(x_1, x_2)\Delta x_1 + MP_2(x_1, x_2)\Delta x_2 = 0$$

che risolta diventa

$$\text{TRS}(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)}.$$

Si noti ancora l'analogia con il saggio marginale di sostituzione.

18.7 Produttività marginale decrescente

Supponiamo di disporre di una data quantità dei fattori 1 e 2 e di voler impiegare una quantità addizionale del fattore 1, mantenendo a un livello prefissato il fattore 2. Come varierà il prodotto marginale del fattore 1?

Se la tecnologia è monotona, l'output totale aumenterà all'aumentare del livello del fattore 1. Ma ci si può attendere che tale aumento avvenga ad un saggio decrescente. Consideriamo un esempio specifico: una fattoria. Un individuo che lavori su un acro di terra può produrre 100 bushel di frumento.[2] Se impieghiamo due lavoratori sullo stesso appezzamento, mantenendo invariata l'estensione del terreno, otterremo 200 bushel di frumento, e quindi, in questo caso, il prodotto marginale di un lavoratore addizionale è 100. Se impieghiamo altri lavoratori la produzione aumenta ma la quantità addizionale di frumento prodotta dall'ultimo lavoratore impiegato sarà inferiore a 100 bushel. Se si impiegano quattro o cinque lavoratori in più la quantità addizionale che ciascun lavoratore produce scenderà a 90, 80, 70 bushel o anche meno. Se, ammassati su questo acro di terra, ci fossero centinaia di lavoratori, un lavoratore in più potrebbe persino far diminuire l'output!

[1] TRS dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Technical Rate of Substitution*.

[2] 1 bushel = 27,216 kg; 1 acro = 4046,86 mq.

Ci possiamo aspettare, dunque, che il prodotto marginale di un fattore diminuisca quando se ne impiegano quantità via via crescenti. Questa viene definita **legge della produttività marginale decrescente**. Non si tratta di una vera e propria "legge", ma soltanto di una caratteristica comune alla maggior parte dei processi produttivi.

È importante sottolineare che la legge della produttività marginale decrescente è valida solo quando *tutti gli altri* input siano mantenuti fissi. Nell'esempio precedente, infatti, variava solo l'input "lavoro", mentre gli input "terra" e "materie prime" erano mantenuti fissi.

18.8 Saggio tecnico di sostituzione decrescente

Un'altra assunzione riguardante la tecnologia, in stretta relazione con la precedente, è quella del **saggio tecnico di sostituzione decrescente**. Questa ipotesi afferma che, se si impiega una quantità maggiore del fattore 1, e si varia l'impiego del fattore 2, in modo da rimanere sullo stesso isoquanto, il saggio tecnico di sostituzione diminuisce. In parole povere, l'ipotesi che il TRS sia decrescente significa che l'inclinazione dell'isoquanto deve diminuire in valore assoluto man mano che ci si sposta lungo l'isoquanto nella direzione che corrisponde all'incremento di x_1, e aumentare in valore assoluto man mano che ci si sposta nella direzione che corrisponde all'incremento di x_2. Questo significa che gli isoquanti hanno la stessa forma convessa delle curve di indifferenza regolari.

Le ipotesi di saggio tecnico di sostituzione decrescente e produttività marginale decrescente sono strettamente connesse, ma non coincidono esattamente. L'ipotesi di produttività marginale decrescente concerne la variazione del prodotto marginale che dipende dall'aumento della quantità impiegata di un fattore, *se si mantiene l'altro a un livello prefissato*. L'ipotesi di TRS decrescente, invece, riguarda il modo in cui il *rapporto* dei prodotti marginali (l'inclinazione dell'isoquanto) varia, se si aumenta la quantità impiegata di un fattore e *si fa variare la quantità impiegata dell'altro in modo da rimanere sullo stesso isoquanto*.

18.9 Lungo e breve periodo

Ritorniamo ora alla nozione di tecnologia come elenco dei piani di produzione realizzabili: possiamo voler distinguere tra i piani di produzione realizzabili *subito* e quelli realizzabili solo *successivamente*.

Nel **breve periodo**, alcuni fattori produttivi sono fissi a livelli predeterminati. L'agricoltore descritto in precedenza potrebbe prendere in considerazione solo quei piani di produzione che richiedono una quantità fissa di terra, se questo è tutto quello di cui può disporre. Se disponesse di una quantità maggiore di terra, potrebbe produrre una quantità maggiore di frumento, ma, nel breve periodo, l'agricoltore è condizionato dall'estensione del terreno di cui dispone.

D'altro lato, nel lungo periodo l'agricoltore è libero di acquistare altro terreno, oppure di vendere parte di quello che possiede: può, cioè, far variare la quantità impiegata dell'input "terra" in modo da massimizzare il profitto.

Gli economisti distinguono tra lungo e breve periodo nel modo seguente: nel breve periodo alcuni dei fattori produttivi sono fissi: un'estensione fissa di terreno, la scala fissa di un impianto, un numero fisso di macchine e così via. Nel **lungo periodo,** *tutti* i fattori produttivi possono variare.

Questa distinzione non fa riferimento a uno specifico periodo di tempo, ma semplicemente al fatto che nel breve periodo un certo numero di fattori sono impiegati a livelli prefissati, mentre nel lungo periodo la quantità impiegata di questi fattori può variare.

Supponiamo che, nel breve periodo, il fattore 2 sia fisso a un livello $\bar{x}_2$. In questo caso, scriveremo la funzione di produzione di breve periodo come $f(x_1, \bar{x}_2)$. Possiamo rappresentare graficamente la relazione funzionale tra l'output e x_1 in un grafico come quello della Figura 18.5.

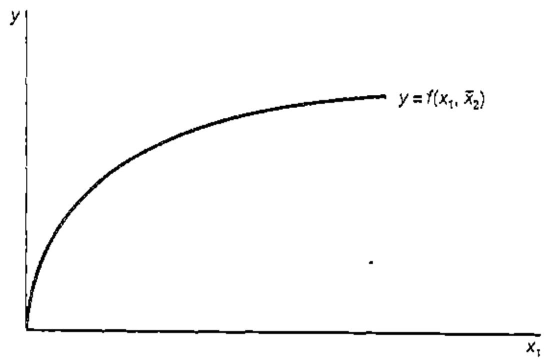


Figura 18.5 **Funzione di produzione.** Una possibile forma di una funzione di produzione di breve periodo.

Si noti che, nella rappresentazione grafica, la funzione di produzione di breve periodo diventa sempre più piatta all'aumentare di x_1: questa è una conseguenza dell'ipotesi di produttività marginale decrescente. Naturalmente può accadere che, inizialmente, il rendimento marginale sia crescente, cioè che il prodotto marginale del fattore 1 aumenti quando se ne aumenta l'impiego. Nel caso dell'agricoltore che impiega una quantità maggiore di lavoratori, per esempio, è possibile che i primi lavoratori impiegati siano in grado di dividere il lavoro in modo efficiente, riuscendo così ad aumentare sempre più la produzione. Ma, data la quantità fissa di terra, è inevitabile che alla fine il prodotto marginale del lavoro diminuisca.

18.10 Rendimenti di scala

Consideriamo ora il caso in cui, invece di aumentare l'impiego di uno degli input, mantenendo l'altro fisso, aumentiamo la quantità impiegata di *tutti* gli input della

funzione di produzione. In altri termini, moltiplichiamo la quantità di tutti gli input per una qualche costante.

Se, per esempio, raddoppiamo la quantità impiegata sia del bene 1 che del bene 2, quanto output sarà prodotto? Possiamo attenderci ragionevolmente che l'output raddoppi. È questo un caso di **rendimenti di scala costanti.** Nei termini della funzione di produzione, questo significa che raddoppiando la quantità di ciascun input, si produce una quantità doppia di output. Il caso di due input può essere espresso analiticamente nel modo seguente:

$$2f(x_1, x_2) = f(2x_1, 2x_2).$$

In generale, se si moltiplica per t la quantità impiegata di tutti gli input, nel caso di rendimenti di scala costanti risulterà moltiplicata per t anche la quantità prodotta:

$$tf(x_1, x_2) = f(tx_1, tx_2).$$

Questo risultato è plausibile perché, normalmente, l'impresa è in grado di *replicare* esattamente ciò che faceva prima. Se l'impresa dispone di una quantità doppia di ciascun input può, per esempio, costruire due impianti uguali, l'uno accanto all'altro, che produrranno una quantità doppia di output. Se la quantità degli input fosse tripla, costruirebbe tre impianti, e così via.

Si noti che è perfettamente possibile che una tecnologia presenti, allo stesso tempo, rendimenti costanti di scala e produttività marginale dei fattori decrescente. I **rendimenti di scala** descrivono ciò che accade quando si aumentano *tutti* gli input, mentre la produttività marginale decrescente rappresenta ciò che accade quando si aumenta *un solo* input e si mantengono gli altri fissi.

Il caso di rendimenti di scala costanti è quello più "naturale", ma vi sono anche altre possibilità. Per esempio, può accadere che, moltiplicando per t la quantità impiegata di entrambi gli input, la quantità di output risulti pari a *più* di t volte la quantità iniziale. È questo il caso di **rendimenti di scala crescenti.** Formalmente, rendimenti di scala crescenti sono rappresentati in questo modo:

$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$$

per $t > 1$.

Un oleodotto può rappresentare un esempio significativo di una tecnologia che presenta rendimenti di scala crescenti. Se si raddoppia il diametro della tubatura, si utilizzerà una quantità doppia di materiali, ma la sezione del condotto aumenterà di quattro volte. Quindi l'oleodotto sarà in grado di trasportare una quantità più che doppia di petrolio.

(Ovviamente c'è un limite. Se si continua a raddoppiare il diametro della tubatura, questa alla fine cederà sotto il suo stesso peso. I rendimenti di scala crescenti sussistono solo per certi livelli di output.)

L'altro caso da considerare è quello di **rendimenti di scala decrescenti**, dove

$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2)$$

per $t > 1$.

Questo è un caso un po' particolare. Se otteniamo una quantità meno che doppia di output raddoppiando la quantità impiegata di tutti gli input, qualche cosa non funziona. Dopo tutto, si tratta solo di replicare esattamente ciò che si faceva prima!

Normalmente si hanno rendimenti di scala decrescenti quando non si tiene conto di qualche input. Se si raddoppiano tutti gli input tranne uno, non sarà possibile replicare esattamente ciò che si faceva prima, e quindi non si potrà ottenere un output doppio. I rendimenti di scala decrescenti sono in realtà un fenomeno di breve periodo, quando cioè alcuni fattori sono fissi.

Naturalmente, una tecnologia può presentare rendimenti di scala diversi in corrispondenza di livelli diversi di produzione. Può accadere che a livelli di produzione bassi corrispondano rendimenti di scala crescenti — moltiplicando successivamente la quantità impiegata di tutti gli input per una piccola quantità t, la quantità prodotta può aumentare in misura *più che proporzionale* a t. Successivamente, in corrispondenza di livelli di output più elevati, è possibile che se moltiplichiamo gli input per t anche l'output risulti moltiplicato esattamente per lo stesso fattore.

Sommario

1. I vincoli tecnologici dell'impresa sono descritti dall'insieme di produzione, che rappresenta tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili, e dalla funzione di produzione, che rappresenta il livello massimo di output associato a un determinato livello degli input.

2. Gli isoquanti rappresentano un altro modo per descrivere i vincoli tecnologici che un'impresa deve affrontare. Essi rappresentano tutte le combinazioni di input in grado di produrre un determinato livello di output.

3. In generale, si assume che gli isoquanti siano convessi e monotoni, esattamente come le curve di indifferenza regolari.

4. Il prodotto marginale misura la quantità addizionale di output per unità addizionale di input, se tutti gli altri input sono mantenuti fissi. Si assumerà tipicamente che il prodotto marginale di un input diminuisca via via che ne aumenta la quantità impiegata.

5. Il saggio tecnico di sostituzione (TRS) misura l'inclinazione di un isoquanto. Si assume generalmente che il TRS diminuisca man mano che ci si sposta lungo l'isoquanto, il che equivale a dire che gli isoquanti hanno forma convessa.

6. Nel breve periodo alcuni input sono fissi, mentre nel lungo periodo tutti gli input sono variabili.

7. I rendimenti di scala si riferiscono al modo in cui l'output varia al variare della *scala* di produzione. Se si moltiplica per t la quantità impiegata di tutti gli input ed anche l'output risulta moltiplicato per t, si hanno rendimenti di scala costanti. Se la quantità prodotta risulta moltiplicata per un fattore maggiore di t, si hanno rendimenti di scala crescenti, se risulta moltiplicata per un fattore minore di t, si hanno rendimenti di scala decrescenti.

Domande

1. Si consideri la funzione di produzione $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. Questa funzione presenta rendimenti di scala costanti, crescenti o decrescenti?

2. Si consideri la funzione di produzione $f(x_1, x_2) = 4x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{3}}$. Presenta rendimenti di scala costanti, crescenti o decrescenti?

3. La funzione di produzione Cobb-Douglas è $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$. Il tipo di rendimenti di scala di questa funzione dipende dalla grandezza di $a + b$. Quali valori di $a + b$ saranno associati ai diversi tipi di rendimenti di scala?

4. Il saggio tecnico di sostituzione tra i fattori x_2 e x_1 è -4. Se si vuole produrre la stessa quantità di output utilizzando 3 unità in meno di x_1, quante unità in più di x_2 si dovranno impiegare?

5. Se la legge della produttività marginale decrescente non fosse valida, si potrebbe coltivare in un vaso da fiori una quantità di cibo sufficiente a soddisfare il fabbisogno alimentare mondiale. Vero o falso?

6. In un processo produttivo è possibile che un input abbia produttività marginale decrescente e che tuttavia i rendimenti di scala siano crescenti?

19

MASSIMIZZAZIONE DEL PROFITTO

Nel capitolo precedente abbiamo esaminato alcuni modi di rappresentare le scelte tecnologiche dell'impresa. In questo intendiamo proporre un modello che descriva tali scelte relativamente alla quantità prodotta e al modo in cui produrla. In tale modello, l'impresa sceglie un piano di produzione che massimizzi il profitto.

Assumiamo che l'impresa consideri come dati i prezzi degli input e degli output. Come abbiamo già visto, la teoria economica definisce **concorrenziale** un mercato in cui ciascun produttore ritiene di non poter influire sui prezzi. In questo capitolo affronteremo il problema della massimizzazione del profitto per un'impresa che operi in mercati concorrenziali sia dei fattori produttivi che dei beni prodotti.

19.1 Profitto

Si definisce **profitto** la differenza tra ricavi e costi. Supponiamo che un'impresa produca n output $(y_1, \ldots, y_n)$ impiegando m input $(x_1, \ldots, x_m)$. Siano $(p_1, \ldots, p_n)$ i prezzi dei beni prodotti e $(w_1, \ldots, w_m)$ i prezzi degli input.

Il profitto dell'impresa, π, può allora essere espresso come

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

dove il primo termine esprime i ricavi e il secondo i costi.

È essenziale che nel calcolo dei costi siano inclusi *tutti* i fattori produttivi impiegati dall'impresa, valutati al loro prezzo di mercato. In generale questo è scontato ma, per esempio, nel caso in cui la stessa persona sia proprietaria di un'impresa e la gestisca, è possibile che alcuni fattori non vengano considerati.

Se un individuo lavora in un'impresa di sua proprietà, infatti, il suo lavoro va considerato come un input, e quindi deve essere incluso nel calcolo dei costi. Il suo salario corrisponde al prezzo di mercato del lavoro che egli presta, cioè a quanto egli *guadagnerebbe* se offrisse il proprio lavoro sul mercato. Analogamente, se un agricoltore possiede un terreno e lo utilizza come fattore produttivo, deve far ricorso al suo prezzo di mercato per calcolarne il costo economico.

Questo tipo di costi è noto come **costi opportunità**. Il termine deriva dal concetto che, se si impiega il proprio lavoro in una certa attività, si perde l'opportunità di impiegarlo in un'altra. Il salario non percepito del primo esempio fa parte dei costi di produzione, e lo stesso criterio vale nel caso del terreno. L'agricoltore che lo possiede potrebbe infatti affittarlo ad altri, ma sceglie di rinunciare a questa rendita per utilizzarlo egli stesso. La rendita non percepita rappresenta per lui un costo opportunità.

La definizione economica di profitto richiede che tutti gli input e gli output siano valutati al loro costo opportunità. Il profitto calcolato dai contabili non misura necessariamente in modo accurato il profitto economico, poiché essi impiegano normalmente la nozione di costi storici (costo effettivo del bene al momento del suo acquisto) e non quella di costi economici (costo del bene se fosse acquistato ora). Per quanto il termine "profitto" venga usato con molte sfumature diverse, noi ci atterremo sempre alla definizione economica.

Anche la confusione degli orizzonti temporali può a volte generare degli equivoci. Di solito misuriamo gli input in termini di *flussi*: un certo numero di ore-lavoro e un certo numero di ore-macchina per settimana produrranno una certa quantità di output per settimana. In questo caso i prezzi dei fattori sono espressi in unità appropriate all'acquisto di tali flussi. I salari sono espressi in dollari all'ora, mentre l'equivalente per le macchine è rappresentato dal loro **canone d'affitto**, cioè il prezzo al quale una macchina può essere affittata per un dato periodo di tempo.

Poiché le imprese preferiscono normalmente acquistare i loro macchinari, in molti casi il mercato dei macchinari in affitto non è sufficientemente sviluppato: si dovrà allora calcolare il prezzo di affitto implicito, valutando quanto costerebbe acquistare una macchina all'inizio del periodo considerato, rivendendola alla fine.

19.2 L'organizzazione dell'impresa

In un'economia capitalistica le imprese sono proprietà degli individui. Poiché le imprese esistono solo come entità giuridiche, in ultima istanza sono i proprietari a essere responsabili del comportamento dell'impresa, e sono sempre i proprietari che raccolgono i profitti e sopportano i costi che ne derivano.

In generale le imprese possono essere organizzate come imprese individuali, società di persone o società di capitali. L'**impresa individuale** è proprietà di un singolo individuo, la **società di persone** di due o più individui, come la **società di capitali**, a cui però la legge attribuisce un'esistenza separata da quella dei suoi proprietari. Per questa ragione la maggior parte delle grandi imprese è organizzata come società di capitali.

I proprietari di ciascuno di questi diversi tipi di impresa possono finalizzarne la gestione a obiettivi differenti. Nelle imprese individuali o in una società di persone i proprietari si assumono di solito direttamente il compito della gestione quotidiana dell'impresa e si trovano quindi in una posizione che permette loro di perseguire direttamente i propri obiettivi. In genere i proprietari sono interessati alla massimizzazione del profitto, ma, se avessero obiettivi diversi dal profitto, potrebbero egualmente perseguirli.

In una società di capitali, proprietari e manager sono spesso persone diverse: esiste in questo caso separazione tra proprietà e controllo. Ai proprietari spetta fissare l'obiettivo che i manager dovranno perseguire nella gestione dell'impresa, e controllare quindi che questi ultimi interpretino correttamente i piani dei proprietari. Ancora una volta, un obiettivo comune è la massimizzazione del profitto. Si vedrà in seguito che l'interpretazione corretta di questo obiettivo porterà probabilmente i manager a scegliere strategie coerenti con gli interessi dei proprietari.

19.3 Profitti e mercato azionario

Il processo produttivo di un'impresa continua spesso per un lungo periodo di tempo: gli input resi disponibili al tempo t saranno utilizzati completamente solo in periodi successivi. Per esempio, una fabbrica costruita da un'impresa potrebbe durare 50 o 100 anni. In questo caso un fattore produttivo reso disponibile in un dato istante contribuisce alla produzione anche in periodi successivi.

Dobbiamo perciò valutare un flusso di costi e un flusso di ricavi in diversi periodi di tempo. Come abbiamo già visto nel Capitolo 10, il metodo corretto di valutazione impiega il concetto di valore attuale. Quando è possibile chiedere e concedere denaro a prestito sui mercati finanziari, si può impiegare il saggio di interesse per definire il prezzo dei consumi in diversi periodi di tempo. Le imprese hanno accesso allo stesso tipo di mercati finanziari, e, quindi, il saggio di interesse può essere utilizzato in modo analogo per valutare le decisioni di investimento.

Si consideri un mondo in cui vi sia certezza perfetta, e quindi il flusso dei profitti futuri di un'impresa sia noto a tutti. In questo caso il valore attuale di quei profitti coinciderebbe con il **valore attuale dell'impresa**, e corrisponderebbe al prezzo che si sarebbe disposti a pagare per acquistarla.

Come abbiamo già osservato, la maggior parte delle grandi imprese è organizzata in società di capitali, vale a dire, è proprietà comune di un certo numero di individui. Le società di capitali, nella forma di società per azioni, emettono certificati azionari che rappresentano la proprietà di quote dell'impresa e, in certe occasioni, sulla base di queste quote distribuiscono dividendi, che rappresentano una quota di profitti dell'impresa. Le quote di proprietà della società vengono acquistate e vendute sul **mercato azionario**. Il prezzo di un'azione rappresenta il valore attuale del flusso

dei dividendi che gli azionisti si aspettano di ricevere dalla società. Quindi il valore di un'impresa, determinato dal mercato azionario, coincide con il valore attuale dei profitti che ci si attende l'impresa generi in futuro. Così, l'obiettivo dell'impresa (massimizzare il valore attuale del flusso dei profitti) potrebbe essere anche definito come l'obiettivo della massimizzazione del suo valore sul mercato azionario: in un mondo senza incertezza i due obiettivi coincidono.

I proprietari vorranno in generale che l'impresa scelga quei piani di produzione che massimizzano il suo valore sul mercato azionario, perché così anche il valore delle azioni che detengono risulterà il più elevato possibile. Come si ricorderà dal Capitolo 10, un consumatore, quali che siano le sue preferenze relative al consumo in differenti periodi di tempo, preferirà sempre una dotazione con un valore attuale più elevato ad una con un valore attuale più basso. Massimizzando il valore sul mercato azionario, un'impresa amplia il più possibile anche gli insiemi di bilancio dei propri azionisti e quindi agisce nel loro interesse.

Se vi è incertezza riguardo al flusso dei profitti di un'impresa, allora non ha senso chiedere ai manager di "massimizzare il profitto". Dovrebbero massimizzare i profitti attesi? O dovrebbero massimizzare l'utilità attesa dei profitti? Quale dovrebbe essere il loro atteggiamento nei confronti degli investimenti rischiosi? È difficile attribuire un significato preciso alla massimizzazione del profitto in condizioni di incertezza. Tuttavia, in un mondo caratterizzato dall'incertezza, la massimizzazione del *valore sul mercato azionario* costituisce pur sempre un obiettivo significativo. Se i manager si impegnano a massimizzare il valore delle azioni di un'impresa, operano efficacemente per aumentare la soddisfazione dei suoi proprietari (gli azionisti). La massimizzazione del valore sul mercato azionario è quindi per l'impresa un obiettivo ben definito in quasi tutte le circostanze.

Anche se ci siamo soffermati su queste questioni che riguardano il tempo e l'incertezza, ci limiteremo sostanzialmente all'esame di problemi di massimizzazione del profitto molto più semplici, cioè di quelli in cui vi sia un unico e ben definito output in un singolo periodo di tempo. La semplicità di questa ipotesi ci permetterà tuttavia di comprendere il problema in modo più approfondito, e porrà le basi per lo studio di modelli più generali di comportamento dell'impresa.

19.4 I confini dell'impresa

Un problema che i manager delle imprese devono spesso affrontare è se "produrre o acquistare". In altre parole, l'impresa dovrebbe produrre un bene al proprio interno o acquistarlo da un fornitore? La questione è più ampia di quanto sembri, poiché può riguardare non solo beni fisici ma anche servizi di vario tipo. In effetti, nell'interpretazione più ampia, il dilemma "produrre o acquistare" può riferirsi a qualsiasi decisione dell'impresa.

L'impresa dovrebbe fornire il servizio mensa, di portineria o di fotocopiatura? E l'assistenza di viaggio? Ovviamente, tali decisioni sono influenzate da vari fattori. Uno dei più importanti è la dimensione dell'impresa. Una piccola videoteca a conduzione familiare con 12 dipendenti molto probabilmente non avrà un servizio mensa. Ma potrebbe esternalizzare altri servizi, in base ai costi, alle risorse e al personale.

Anche un'impresa di grandi dimensioni, che potrebbe facilmente permettersi di provvedere a un servizio mensa, potrebbe scegliere di farlo o non farlo, in base alle alternative disponibili. I dipendenti di un'impresa situata in una grande città possono facilmente raggiungere vari posti in cui mangiare; se l'impresa invece ha sede in un'area periferica, le scelte possono essere molto più limitate.

Un problema critico è se i beni o servizi in questione sono prodotti all'esterno in condizioni di monopolio o di concorrenza. Ovviamente, i manager preferiscono di gran lunga acquistare beni e servizi in un mercato concorrenziale, se possibile. La scelta di *second best* è trattare con un monopolista interno. La scelta peggiore, in termini di prezzo e qualità del servizio, è trattare con un monopolista esterno.

Pensiamo ad esempio al servizio di fotocopiatura. In una situazione ideale avremmo una dozzina di fornitori in concorrenza fra loro per quel servizio; in questo caso otterremmo prezzi molto vantaggiosi e un servizio di alta qualità. Nel caso di una scuola molto grande, situata in un centro cittadino, esisteranno molti servizi di fotocopiatura in concorrenza fra loro. D'altro canto, le piccole scuole di campagna avranno una minore possibilità di scelta e spesso prezzi più alti.

Lo stesso avviene per le imprese. Un ambiente altamente competitivo offre molta più scelta a chi usa il servizio. In confronto, fornire fotocopie all'interno potrebbe essere meno conveniente. Anche se i prezzi sono bassi, il servizio potrebbe essere lento. Ma l'opzione sicuramente meno attraente di tutte è doversi affidare a un singolo fornitore esterno. Un fornitore monopolistico interno può fornire un cattivo servizio, ma almeno il denaro resta nell'impresa.

Con l'evolversi della tecnologia, cambia anche l'organizzazione interna delle imprese. Quarant'anni fa le imprese provvedevano direttamente a fornire vari servizi. Ora si è affermata la tendenza a ricorrere il più possibile a fornitori esterni. I servizi di mensa, le fotocopie e i servizi di portineria sono spesso forniti da organizzazioni esterne specializzate in tali attività. Questa specializzazione permette di fornire servizi di qualità migliore e molto meno costosi alle organizzazioni che li utilizzano.

19.5 Fattori fissi e fattori variabili

In un dato periodo di tempo, può risultare difficile far variare la quantità impiegata di certi input. Tipicamente un'impresa è obbligata contrattualmente a utilizzare determinati input a livelli prefissati. Per esempio, l'impresa potrebbe affittare un edificio, con l'obbligo legale di acquistarne la proprietà in un certo periodo di tempo (*leasing*). Definiamo **fattore fisso** quel fattore produttivo che l'impresa deve impiegare in quantità predeterminate. Se un fattore può essere invece impiegato in quantità variabili, lo si definisce **fattore variabile**.

Come già nel Capitolo 18, definiamo breve periodo quel periodo di tempo in cui alcuni fattori sono fissi, e cioè possono essere utilizzati solo in quantità prefissate. Nel lungo periodo, invece, l'impresa è libera di variare la combinazione dei fattori produttivi: cioè tutti i fattori sono variabili.

Non vi è rigida distinzione tra lungo e breve periodo: ciò che conta è che alcuni fattori produttivi sono fissi nel breve periodo e variabili nel lungo. Poiché tutti i fattori sono variabili nel lungo periodo, l'impresa è sempre libera di decidere di utilizzare quantità nulle di input per produrre una quantità nulla di output, cioè può decidere di cessare ogni attività. Quindi il profitto minimo che un'impresa può realizzare nel lungo periodo è un profitto nullo.

Nel breve periodo, l'impresa deve impiegare un certo numero di fattori, anche se ha deciso che la sua produzione sarà nulla. È quindi perfettamente possibile che il profitto dell'impresa sia *negativo* nel breve periodo.

Per definizione, i fattori fissi sono quei fattori produttivi di cui l'impresa deve sostenere il costo anche se decide che il suo output sarà nullo: se un'impresa prende in affitto un edificio dovrà pagare l'affitto alle scadenze previste, che decida o no di produrre qualche cosa. Esiste comunque un'altra categoria di fattori che l'impresa dovrà pagare solo nel caso in cui decida di produrre una quantità positiva di output: per esempio l'elettricità per l'illuminazione. Se l'output dell'impresa è nullo, non sarà necessario acquistare energia elettrica, ma, se l'impresa produce una quantità positiva di output, dovrà acquistare una quantità fissa di elettricità.

Questi fattori, detti **fattori quasi-fissi**, sono fattori che bisogna utilizzare in quantità fisse, finché la quantità di output è positiva. La distinzione tra fattori fissi e quasi-fissi è utile, in certi casi, per analizzare il comportamento economico dell'impresa.

19.6 Massimizzazione del profitto nel breve periodo

Consideriamo il problema di massimizzazione del profitto nel breve periodo, quando la quantità dell'input 2 sia fissa a un livello dato $\bar{x}_2$. Siano $f(x_1, x_2)$ la funzione di produzione dell'impresa, p il prezzo dell'output e w_1 e w_2 i prezzi dei due input. In questo caso il problema di massimizzazione del profitto dell'impresa può essere scritto come

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2.$$

Non è difficile individuare la condizione che determina la scelta ottima della quantità da impiegare del fattore 1: il prodotto del prezzo dell'output per il prodotto marginale del fattore 1 deve essere uguale al prezzo del fattore stesso. In simboli:

$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$

dove x_1^* rappresenta la scelta della quantità da impiegare del fattore 1 che corrisponde alla massimizzazione del profitto. In altri termini, *il valore del prodotto marginale di un fattore deve essere uguale al suo prezzo*.

Non è difficile capire il perché: se si decide di impiegare una piccola quantità addizionale del fattore 1, Δx_1, si produrrà una quantità addizionale $\Delta y = MP_1 \Delta x_1$ di output, il cui valore sarà $pMP_1 \Delta x_1$. Produrre questo output marginale costerà $w_1 \Delta x_1$. Se il valore del prodotto marginale fosse superiore al suo costo, sarebbe possibile aumentare i profitti impiegando una quantità maggiore dell'input 1. Se al contrario il valore del prodotto marginale fosse inferiore al suo costo, sarebbe possibile incrementare i profitti *diminuendo* la quantità impiegata dell'input 1.

Se i profitti risultano già massimi, allora essi non aumenteranno sia che si aumenti, sia che si diminuisca la quantità impiegata dell'input 1. Ciò significa che in corrispondenza di una scelta delle quantità di input e output che massimizzi il profitto, il valore del prodotto marginale, $pMP_1(x_1^*, \overline{x}_2)$, deve essere uguale al prezzo del fattore, w_1.

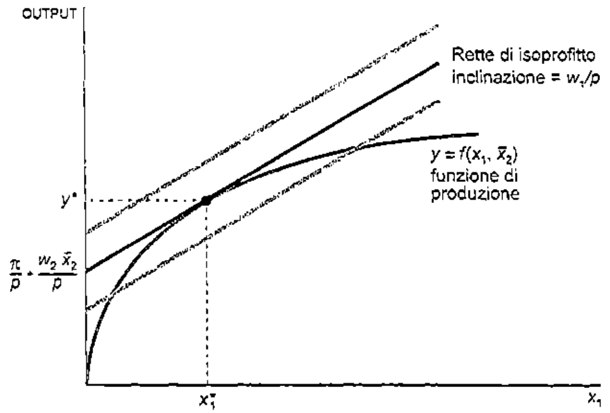


Figura 19.1 **Massimizzazione del profitto.** L'impresa sceglie la combinazione di input e output che si trova sulla retta di isoprofitto più elevata. In questo caso il punto di massimo profitto è (x_1^*, y^*).

La stessa condizione può essere ottenuta graficamente. Nella Figura 19.1, la curva rappresenta la funzione di produzione nel caso in cui la quantità del fattore 2 sia mantenuta fissa al livello $\overline{x}_2$. Se indichiamo con y l'output dell'impresa, i profitti saranno

$$\pi = py - w_1 x_1 - w_2 \overline{x}_2.$$

Questa espressione può essere risolta per y per esprimere l'output come funzione di x_1:

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\overline{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1. \tag{19.1}$$

Questa equazione rappresenta le **rette di isoprofitto.** Le rette di isoprofitto corrispondono a tutte le combinazioni di input e output associate a un livello costante del profitto, π. Al variare di π si ottiene un fascio di rette parallele, ciascuna con inclinazione w_1/p, e intercetta verticale $\pi/p + w_2\overline{x}_2/p$. Quest'ultima espressione corrisponde alla somma del profitto e dei costi fissi dell'impresa.

Evidentemente i costi fissi rimangono fissi, così la sola cosa che varia, se ci si sposta da una retta di isoprofitto a un'altra, è il livello dei profitti. Quindi, a livelli di profitto più elevati corrispondono rette di isoprofitto con intercette verticali più elevate.

Il problema della massimizzazione del profitto consiste quindi nel trovare sulla funzione di produzione un punto al quale sia associata la retta di isoprofitto più elevata. Tale punto è evidenziato nella Figura 19.1, ed è come al solito caratterizzato da una condizione di tangenza: l'inclinazione della funzione di produzione deve essere uguale all'inclinazione della retta di isoprofitto. Poiché l'inclinazione della funzione di produzione rappresenta il prodotto marginale e l'inclinazione della retta di isoprofitto è w_1/p, la condizione può anche essere espressa nel modo seguente:

$$MP_1 = \frac{w_1}{p}$$

che equivale alla condizione ottenuta in precedenza.

19.7 Statica comparata

Impieghiamo il grafico della Figura 19.1 per analizzare come varia la scelta degli input e degli output di un'impresa al variare dei loro prezzi: in questo modo studieremo la **statica comparata** del comportamento dell'impresa.

Per esempio, come varia la scelta ottima del fattore 1 al variare del suo prezzo, w_1? Facendo riferimento all'equazione (19.1) della retta di isoprofitto, possiamo notare che se w_1 aumenta, la retta di isoprofitto diventa più ripida, come è rappresentato nella Figura 19.2A. Quanto più la retta di isoprofitto è ripida, tanto più a sinistra si verificherà la condizione di tangenza, e quindi la quantità ottima del fattore 1 diminuirà. Ciò significa semplicemente che, all'aumentare del prezzo del fattore 1, la domanda di tale fattore diminuisce: le curve di domanda dei fattori hanno inclinazione negativa.

Analogamente, se il prezzo dell'output diminuisce, la retta di isoprofitto diventa più ripida (vedi Figura 19.2B). Per il motivo appena esposto, il livello del fattore 1 che corrisponde alla massimizzazione del profitto deve diminuire. Se la quantità impiegata del fattore 1 diminuisce, e si assume che il livello del fattore 2 sia fisso nel breve periodo, il livello dell'output diminuirà. È questo un altro risultato di statica comparata: una riduzione del prezzo dell'output farà sì che la sua offerta diminuisca. La funzione di offerta, cioè, ha inclinazione positiva.

Che cosa accade, infine, se varia il prezzo del fattore 2? Poiché la nostra è un'analisi di breve periodo, possiamo affermare che la variazione del prezzo del fattore 2 non influirà sulla scelta dell'impresa relativa all'impiego del fattore stesso: nel breve periodo, il livello del fattore 2 rimane fisso a $\overline{x}_2$. La variazione del prezzo del fattore 2 non influisce sull'*inclinazione* della retta di isoprofitto. Non vi saranno quindi variazioni, né della scelta ottima del fattore 1, né dell'offerta di output: l'unica variazione riguarda il profitto dell'impresa.

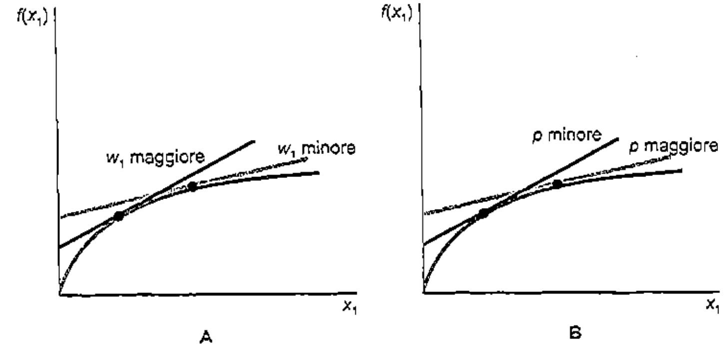


Figura 19.2 **Statica comparata.** La figura A mostra che l'aumento di w_1 riduce la domanda del fattore 1. La figura B mostra che l'aumento del prezzo dell'output farà aumentare la domanda del fattore 1 e quindi l'offerta di output.

19.8 Massimizzazione del profitto nel lungo periodo

Nel lungo periodo l'impresa è libera di scegliere il livello di tutti i suoi input. Il problema di massimizzazione del profitto nel lungo periodo può essere quindi formulato nel modo seguente:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2.$$

Questo problema non è sostanzialmente dissimile da quello, esaminato prima, della massimizzazione del profitto nel breve periodo, ma, in questo caso, entrambi i fattori sono liberi di variare.

Anche la condizione che determina le scelte ottimali è analoga alla precedente, ma ora dev'essere applicata a *ciascun* fattore. Abbiamo visto che il valore del prodotto marginale del fattore 1 deve essere uguale al suo prezzo, quale che sia il livello del fattore 2. La stessa condizione deve valere ora per *ciascun* fattore:

$$pMP_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$
$$pMP_2(x_1^*, x_2^*) = w_2.$$

Se l'impresa ha scelto le quantità ottimali da impiegare dei fattori 1 e 2, il valore del prodotto marginale di ciascun fattore sarà uguale al suo prezzo. In corrispondenza della scelta ottima, il profitto dell'impresa non può aumentare al variare della quantità impiegata di uno dei due input.

Vale in questo caso lo stesso ragionamento svolto a proposito delle decisioni relative alla massimizzazione del profitto nel breve periodo. Se, per esempio, il valore del prodotto marginale del fattore 1 è superiore al prezzo del fattore stesso, se si impiega una piccola quantità addizionale del fattore 1, si produrrà una quantità addizionale MP_1 di output, che sarà venduta per pMP_1 dollari. Se il valore di questo output supera il costo del fattore utilizzato per produrlo, è chiaro che conviene aumentare l'impiego del fattore in questione.

Queste due condizioni ci danno due equazioni in due incognite, x_1^* e x_2^*. Se è nota la produttività marginale di x_1 e x_2, le quantità ottime da impiegare di x_1 e x_2, che risolvono le equazioni, possono essere espresse in funzione dei prezzi. Le equazioni così ottenute sono note come **curve di domanda dei fattori.**

19.9 Curve di domanda inversa dei fattori

Le **curve di domanda dei fattori** di un'impresa esprimono la relazione tra il prezzo di un fattore e la scelta di questo stesso fattore che massimizza il profitto. Abbiamo visto in precedenza come si determinino le scelte che corrispondono alla massimizzazione del profitto: dati i prezzi (p, w_1, w_2), è sufficiente trovare le quantità domandate dei fattori, (x_1^*, x_2^*), tali che il valore del prodotto marginale di ciascun fattore sia uguale al suo prezzo.

La **curva di domanda inversa** dei fattori esprime, da un diverso punto di vista, la stessa relazione. Essa stabilisce quali debbano essere i prezzi dei fattori perché venga domandata una certa quantità degli input. Se si assume come data la scelta ottima del fattore 2, è possibile definire in un grafico, come quello della Figura 19.3, la relazione tra la scelta ottima del fattore 1 e il suo prezzo. È questo il grafico dell'equazione

$$pMP_1(x_1, x_2^*) = w_1.$$

Se si assume che la produttività marginale sia decrescente, la curva avrà inclinazione negativa. Per qualsiasi livello di x_1, questa curva determina il prezzo del fattore 1 che induce l'impresa a domandare un certo livello di x_1, se il fattore 2 viene mantenuto fisso a x_2^*.

19.10 Massimizzazione del profitto e rendimenti di scala

Esiste un'importante relazione tra massimizzazione del profitto in una situazione di concorrenza e rendimenti di scala. Supponiamo che un'impresa abbia scelto un livello di output $y^* = f(x_1^*, x_2^*)$, che massimizza il profitto nel lungo periodo, e che questo venga prodotto impiegando quantità (x_1^*, x_2^*) di input.

Il profitto dell'impresa sarà quindi

$$\pi^* = py^* - w_1 x_1^* - w_2 x_2^*.$$

Supponiamo che la funzione di produzione di questa impresa presenti rendimenti di scala costanti e che, in equilibrio, il profitto sia positivo. Che cosa accade se l'impresa raddoppia la quantità di input che utilizza? Per l'ipotesi di rendimenti costanti di scala, la quantità di output raddoppierà. Come varierà il profitto?

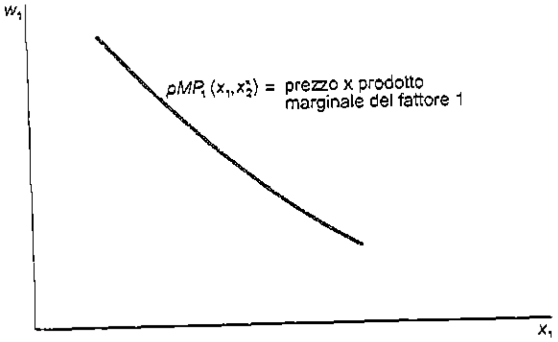


Figura 19.3 **Curva di domanda inversa dei fattori.** Indica quale debba essere il prezzo del fattore 1 perché ne vengano domandate x_1 unità, se il livello dell'altro fattore viene mantenuto fisso a x_2^*.

Non è difficile concludere che anche il profitto raddoppierà. Se questo è vero, l'assunzione che la scelta iniziale dell'impresa corrispondesse al massimo profitto viene contraddetta! Vi è contraddizione poiché abbiamo assunto che il livello iniziale del profitto fosse positivo: se fosse nullo non vi sarebbe alcun problema, poiché se si moltiplica zero per due il risultato è sempre zero.

Dimostriamo in questo modo che, per un'impresa che operi in condizioni di concorrenza a rendimenti di scala costanti per tutti i livelli di output, il solo ragionevole livello di profitto nel lungo periodo è zero. (Naturalmente, se l'impresa realizzasse nel lungo periodo profitti negativi, sarebbe costretta a chiudere).

Questa affermazione può risultare sorprendente. Se le imprese tendono a massimizzare il profitto, come è possibile che, nel lungo periodo, il profitto sia nullo?

Si pensi a che cosa accadrebbe se l'impresa tentasse di espandersi illimitatamente. Potrebbero verificarsi tre tipi di conseguenze. Prima di tutto, l'impresa potrebbe ingrandirsi tanto da non essere più in grado di operare in modo efficiente. Ciò equivale a dire che l'impresa, *in realtà*, non gode di rendimenti di scala costanti per tutti i livelli dell'output. L'insorgere di problemi di coordinamento potrebbe anche farla entrare, successivamente, in una fase di rendimenti di scala decrescenti.

In secondo luogo, l'impresa potrebbe espandersi tanto da dominare totalmente il mercato del suo prodotto. In questo caso, il comportamento concorrenziale — considerare come dato il prezzo dell'output — non avrebbe alcuna ragione di essere. Sarebbe invece conveniente per l'impresa cercare di sfruttare le proprie dimensioni per influenzare il prezzo di mercato. L'impresa non avrebbe più motivo di attenersi a un modello di massimizzazione concorrenziale del profitto, perché, in realtà, non avrebbe più concorrenti. Modelli più adeguati relativi al comportamento dell'impresa in situazioni analoghe saranno analizzati quando si affronterà il monopolio.

In terzo luogo, se un'impresa può realizzare un profitto positivo con una tecnologia a rendimenti di scala costanti, la stessa tecnologia può essere adottata anche da altre imprese. Se un'impresa intende aumentare il proprio output, le altre possono decidere di fare altrettanto. Ma, se tutte le imprese decidono di aumentare il proprio output, il prezzo dell'output diminuirà, e ne conseguirà la riduzione del profitto di tutte le imprese dell'industria.

19.11 Profittabilità rivelata

Quando un'impresa che massimizza il profitto attua le proprie scelte relative agli input e agli output rivela che, in primo luogo, la combinazione di input e output prescelta rappresenta un piano di produzione *realizzabile*, e, in secondo luogo, che tali scelte sono più profittevoli di altre, ugualmente realizzabili, che avrebbe potuto effettuare. Esaminiamo più attentamente questo argomento.

Supponiamo di osservare due scelte dell'impresa in corrispondenza di due diversi insiemi di prezzi. All'istante t i prezzi sono (p^t, w_1^t, w_2^t) e le scelte effettuate sono (y^t, x_1^t, x_2^t). All'istante s, i prezzi sono (p^s, w_1^s, w_2^s) e le scelte (y^s, x_1^s, x_2^s). Se la funzione di produzione dell'impresa è la stessa all'istante s e all'istante t, e l'impresa si comporta in modo da massimizzare il profitto, deve essere

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s \tag{19.2}$$

e

$$p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t. \tag{19.3}$$

Cioè, il profitto che l'impresa realizza in corrispondenza dei prezzi nell'istante t deve essere maggiore del profitto realizzabile considerando i prezzi dell'istante s, e viceversa. Se non vale una delle due disuguaglianze, ciò significa che l'impresa non massimizza il profitto (a tecnologia immutata).

Quindi, se mai ci capitasse di osservare due periodi di tempo in cui queste disuguaglianze non sussistessero, ne potremmo concludere che l'impresa non massimizza il profitto quanto meno in uno dei due periodi. Il fatto che le disuguaglianze (19.2) e (19.3) sussistano equivale a un assioma del comportamento di massimizzazione del profitto, che potremmo chiamare **Assioma debole della massimizzazione del profitto (WAPM)**.[1]

Se le scelte dell'impresa soddisfano lo WAPM, è possibile ottenere una formula di statica comparata che esprime le domande dei fattori e l'offerta di output al variare dei prezzi. Si invertano i membri della (19.3) per ottenere

$$-p^s y^t + w_1^s x_1^t + w_2^s x_1^t \geq -p^s y^s + w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \tag{19.4}$$

sommando la (19.4) alla (19.2) avremo

$$\begin{aligned}(p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \\ \geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s.\end{aligned} \tag{19.5}$$

[1] WAPM dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Weak Axiom of Profit Maximization*.

Con le opportune trasformazioni si otterrà

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) - (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \geq 0. \qquad (19.6)$$

Infine, indicando con $\Delta p = (p^t - p^s)$ la variazione dei prezzi, con $\Delta y = (y^t - y^s)$ la variazione dell'output, e così via, si otterrà

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0. \qquad (19.7)$$

Questa equazione è il nostro risultato finale: il prodotto della variazione del prezzo dell'output e della variazione dell'output, meno la variazione del prezzo di ciascun fattore, moltiplicato per la variazione di quel determinato fattore, deve essere non negativo. Questa equazione deriva esclusivamente dalla definizione di massimizzazione del profitto e, tuttavia, contiene tutti i risultati di statica comparata connessi alle scelte di massimizzazione del profitto!

Supponiamo, per esempio, di analizzare una situazione in cui il prezzo dell'output varia, mentre il prezzo di entrambi i fattori rimane costante. Se $\Delta w_1 = \Delta w_2 = 0$, la (19.7) si riduce a

$$\Delta p \Delta y \geq 0.$$

Quindi, se il prezzo dell'output aumenta, in modo tale che $\Delta p > 0$, anche la variazione dell'output deve essere non negativa, cioè $\Delta y \geq 0$. Questo significa che la curva di offerta che corrisponde alla massimizzazione del profitto per un'impresa concorrenziale deve avere inclinazione positiva (o quantomeno uguale a zero).

Analogamente, se il prezzo dell'output e quello del fattore 2 rimangono costanti, la (19.7) diventa

$$-\Delta w_1 \Delta x_1 \geq 0$$

che equivale a

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Quindi, se il prezzo del fattore 1 aumenta, in modo tale che $\Delta w_1 > 0$, la domanda del fattore 1 diminuirà (o, nel peggiore dei casi, rimarrà invariata), così che $\Delta x_1 \leq 0$. Ciò significa che la curva di domanda del fattore deve essere una funzione decrescente del prezzo del fattore, e deve avere pertanto inclinazione negativa.

La semplice disuguaglianza dello WAPM, e le sue implicazioni nell'equazione (19.7), impongono delle restrizioni al comportamento dell'impresa. Possiamo chiederci se queste restrizioni siano tutte quelle che il modello della massimizzazione del profitto impone all'impresa. In altri termini, se osserviamo le scelte di un'impresa, e queste soddisfano lo WAPM, ci chiediamo se sia possibile costruire una tecnologia per la quale le scelte osservate rappresentino scelte di massimizzazione del profitto. La risposta è affermativa. La Figura 19.4 mostra come questa tecnologia può essere costruita.

Supponiamo di avere un solo input e un solo output, e che le scelte osservate all'istante t e all'istante s siano rispettivamente (p^t, w_1^t, y^t, x_1^t) e (p^s, w_1^s, y^s, x_1^s). È possibile calcolare i profitti per ciascun periodo, π_s e π_t, e determinare tutte le combinazioni di y e x_1 che consentono di realizzarli.

In altri termini, possiamo tracciare le due rette di isoprofitto

$$\pi_t = p^t y - w_1^t x_1$$

e

$$\pi_s = p^s y - w_1^s x_1.$$

I punti che si trovano al di sopra della retta di isoprofitto relativa al periodo t corrispondono a profitti più elevati di π_t, ai prezzi del periodo t, e i punti al di sopra della retta di isoprofitto relativa al periodo s corrispondono a profitti più elevati di π_s, ai prezzi del periodo s. Per lo WAPM la combinazione di input e output relativa al periodo t deve trovarsi al di sotto della retta di isoprofitto relativa al periodo s, e la combinazione di input e output relativa al periodo s deve trovarsi al di sotto della retta di isoprofitto relativa al periodo t.

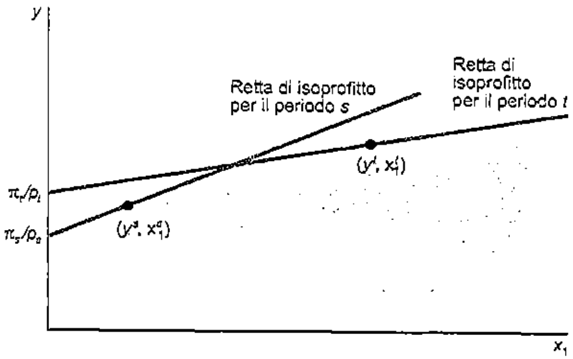


Figura 19.4 **Costruzione di una tecnologia possibile.** Se le scelte osservate sono scelte di massimizzazione del profitto in corrispondenza di ciascun insieme di prezzi, è possibile costruire la tecnologia che ha prodotto tali scelte impiegando le rette di isoprofitto.

Se questa condizione risulta soddisfatta, non sarà difficile costruire una tecnologia per la quale (y^t, x_1^t) e (y^s, x_1^s) rappresentino scelte di massimizzazione del profitto. Si consideri l'area ombreggiata al di sotto delle due rette. Essa corrisponde a tutte le scelte che realizzano profitti inferiori a quelli determinati dalle scelte osservate per entrambi gli insiemi di prezzi.

È possibile dimostrare geometricamente che per questa tecnologia le scelte osservate rappresentano scelte di massimizzazione del profitto. In corrispondenza dei prezzi (p^t, w_1^t), la combinazione (y^t, x_1^t) si trova sulla più elevata retta di isoprofitto possibile, e lo stesso vale per la combinazione relativa al periodo s.

In questo modo, quando le scelte osservate soddisfano lo WAPM, è possibile "ricostruire" una tecnologia che le possa aver generate. In questo senso, qualsiasi scelta osservata che non contraddica lo WAPM, potrebbe essere una scelta di massimizzazione del profitto. Considerando un numero sempre maggiore di scelte, si potrà ottenere una valutazione sempre più accurata della funzione di produzione (vedi Figura 19.5).

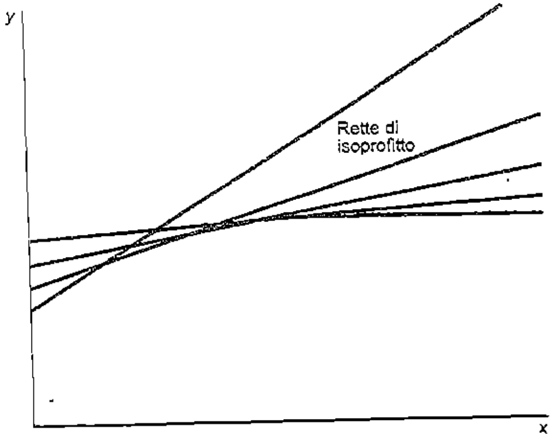


Figura 19.5 **Approssimazione della tecnologia.** Maggiore è il numero di scelte osservate, più precisa sarà la valutazione della funzione di produzione.

ESEMPIO: Come reagiscono gli agricoltori alla politica di sostegno dei prezzi?

Il governo degli Stati Uniti spende attualmente da 40 a 60 miliardi di dollari l'anno per aiuti agli agricoltori. Per la maggior parte si tratta di sussidi alla produzione di latte, mais, frumento, soia e cotone. Talvolta si tenta di ridurre o di eliminare tali sussidi, con l'obiettivo di ridurre il prezzo del prodotto praticato dagli agricoltori.

Gli agricoltori sostengono che l'eliminazione dei sussidi alla produzione di latte, per esempio, non ne ridurrebbe l'offerta totale, perché gli allevatori di mucche da latte sceglierebbero di *aumentare* il numero dei loro capi, e quindi l'offerta di latte, in modo da mantenere invariato il loro tenore di vita.

Se la logica degli agricoltori fosse una logica di massimizzazione del profitto, un'ipotesi del genere non sarebbe neppure pensabile. Come abbiamo già visto, secondo tale logica una diminuzione del prezzo dell'output *deve provocare* una riduzione dell'offerta: se Δp è negativo, deve esserlo anche Δy.

Certo è possibile che l'obiettivo di piccole aziende agricole a conduzione familiare non sia quello di massimizzare il profitto, mentre è invece probabile che questo sia lo scopo delle grandi aziende. Quindi, la risposta "perversa" alla eliminazione dei sussidi cui abbiamo accennato, potrebbe verificarsi solo su scala limitata, o forse non verificarsi affatto.

19.12 Minimizzazione dei costi

Se un'impresa massimizza il profitto e sceglie di offrire una quantità y di output, questo significa anche che minimizza il costo di produzione di y. Se così non fosse, dovrebbe esistere un altro modo più economico di produrre y unità di output, e quindi l'impresa in questione non massimizzerebbe il profitto.

Questa semplice osservazione ci sarà utile per analizzare il comportamento dell'impresa, poiché ci permette di scomporre il problema della massimizzazione del profitto in due fasi: la minimizzazione dei costi necessari per produrre una quantità y di output, e la determinazione della quantità di output che corrisponde alla massimizzazione del profitto. Sarà questo l'argomento del prossimo capitolo.

Sommario

1. Il profitto è la differenza tra ricavi e costi. È essenziale che tutti i costi siano valutati al loro prezzo di mercato.

2. Sono detti fattori fissi quei fattori la cui quantità non dipende dalla quantità dell'output prodotto, fattori variabili quelli la cui quantità varia al variare della quantità prodotta.

3. Nel breve periodo, alcuni fattori devono essere utilizzati in quantità predeterminate. Nel lungo periodo tutti i fattori sono liberi di variare.

4. Se l'impresa massimizza il profitto, il valore del prodotto marginale di ciascun fattore libero di variare deve essere uguale al suo prezzo.

5. La logica della massimizzazione del profitto implica che la funzione di offerta di un'impresa concorrenziale sia una funzione crescente del prezzo dell'output e che la funzione di domanda di ciascun fattore sia una funzione decrescente del prezzo del fattore stesso.

6. Se un'impresa presenta rendimenti di scala costanti, il suo massimo profitto nel lungo periodo deve essere nullo.

Domande

1. Se nel breve periodo il prezzo del fattore fisso aumenta, come varierà il profitto?

2. Se un'impresa presenta ovunque rendimenti di scala crescenti, come varierebbe il suo profitto se i prezzi rimanessero fissi ed essa raddoppiasse la sua scala operativa?

3. Se un'impresa presentasse rendimenti di scala decrescenti per tutti i livelli di output, e si dividesse in due imprese di dimensioni minori uguali tra loro, come varierebbe il suo profitto totale?

4. Un ortolano esclama: "Con un dollaro di semente ho potuto produrre venti dollari di verdura!" A parte la considerazione che si tratta quasi solo di zucchine, che altro potrebbe osservare un cinico economista?

5. La massimizzazione del profitto di un'impresa coincide sempre con la massimizzazione del suo valore sul mercato azionario?

6. Se $pMP_1 > w_1$ l'impresa dovrebbe aumentare o diminuire la quantità impiegata del fattore 1 per aumentare il profitto?

7. Supponiamo che un'impresa massimizzi il profitto nel breve periodo impiegando un fattore variabile x_1 e un fattore fisso x_2. Se il prezzo di x_2 diminuisce, come varierà la quantità impiegata del fattore x_1? Come varierà il profitto dell'impresa?

8. Un'impresa concorrenziale che massimizzi il profitto e realizzi profitti positivi in equilibrio di lungo periodo (può/non può) impiegare una tecnologia con rendimenti di scala costanti.

APPENDICE

Il problema di massimizzazione del profitto dell'impresa è

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

le cui condizioni del primo ordine sono

$$p\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - w_1 = 0$$
$$p\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - w_2 = 0.$$

Sono queste le condizioni relative al prodotto marginale viste in precedenza. Esaminiamo ora il problema di massimizzazione del profitto nel caso della funzione di produzione Cobb-Douglas.

Sia $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$ la funzione di produzione Cobb-Douglas. Le condizioni del primo ordine sono

$$pax_1^{a-1}x_2^b - w_1 = 0$$
$$pbx_1^a x_2^{b-1} - w_2 = 0.$$

Moltiplicando la prima equazione per x_1 e la seconda per x_2 otteniamo

$$pax_1^a x_2^b - w_1 x_1 = 0$$
$$pbx_1^a x_2^b - w_2 x_2 = 0.$$

Se $y = x_1^a x_2^b$ rappresenta la quantità di output prodotta dall'impresa, possiamo scrivere le espressioni precedenti in questo modo:

$$pay = w_1 x_1$$
$$pby = w_2 x_2.$$

Risolvendo per x_1 e x_2 otterremo

$$x_1^* = \frac{apy}{w_1}$$
$$x_2^* = \frac{bpy}{w_2}.$$

Si ottengono così le domande dei due fattori come funzione della scelta ottima di output, ma la scelta ottima dell'output resta da ottenere. Inserendo le domande ottime dei fattori nella funzione di produzione Cobb-Douglas otteniamo

$$\left(\frac{pay}{w_1}\right)^a \left(\frac{pby}{w_2}\right)^b = y.$$

Da cui

$$\left(\frac{pa}{w_1}\right)^a \left(\frac{pb}{w_2}\right)^b y^{a+b} = y$$

oppure

$$y = \left(\frac{pa}{w_1}\right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pb}{w_2}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$$

È questa la funzione di offerta Cobb-Douglas dell'impresa che, insieme alle funzioni di domanda dei fattori già ottenute, fornisce una soluzione completa al problema di massimizzazione del profitto.

Si osservi che quando l'impresa presenta rendimenti di scala costanti — quando $a+b=1$ — tale funzione di offerta non è definita. Fino a che i prezzi dell'output e degli input consentono di mantenere i profitti uguali a zero, un'impresa con tecnologia Cobb-Douglas sarà indifferente al livello della propria offerta.

20

MINIMIZZAZIONE DEI COSTI

Il nostro obiettivo è lo studio del comportamento di un'impresa che massimizza il profitto sia in mercati concorrenziali che non concorrenziali. Nel Capitolo 19 abbiamo iniziato l'analisi del comportamento di massimizzazione del profitto in un mercato concorrenziale, affrontando direttamente il problema della massimizzazione del profitto.

Sembra, tuttavia, che anche un approccio meno diretto offra notevoli possibilità di approfondimento. Scomporremo il problema di massimizzazione del profitto in due fasi: in primo luogo, la minimizzazione dei costi necessari per produrre una data quantità di output e, in secondo luogo, la determinazione della quantità di output che corrisponde alla massimizzazione del profitto. In questo capitolo ci occuperemo del problema della minimizzazione dei costi di produzione in corrispondenza di un dato livello di output.

20.1 Minimizzazione dei costi

Supponiamo di disporre di due fattori produttivi i cui prezzi siano w_1 e w_2: vogliamo individuare il modo più economico per produrre un dato livello y di output. Se indichiamo con x_1 e x_2 le quantità impiegate dei due fattori e con $f(x_1, x_2)$ la funzione di produzione dell'impresa possiamo scrivere il problema nel modo seguente:

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{tale che } f(x_1, x_2) = y.$$

Anche in questo caso vale l'avvertenza data nel capitolo precedente: nel calcolo dei costi devono essere inclusi *tutti* i costi di produzione, e si deve far riferimento allo stesso orizzonte temporale.

La soluzione del problema di minimizzazione dei costi — i costi minimi necessari per produrre il livello di output desiderato — dipenderà da w_1, w_2 e y, e sarà espressa pertanto da $c(w_1, w_2, y)$. Questa funzione è nota come **funzione di costo** ed esprime i costi minimi necessari per produrre y unità di output, quando i prezzi dei fattori sono (w_1, w_2).

Per risolvere questo problema, rappresentiamo sullo stesso grafico i costi e i vincoli tecnologici — questi ultimi, come si ricorderà, rappresentano tutte le combinazioni di x_1 e x_2 che consentono di produrre y.

Supponiamo di voler determinare tutte le combinazioni di input il cui costo sia C, vale a dire

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 = C.$$

Risolvendo per x_2 otteniamo

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1.$$

La funzione così ottenuta rappresenta evidentemente una retta con inclinazione $-w_1/w_2$ e intercetta verticale C/w_2. Al variare di C otterremo un insieme di **rette di isocosto**. Ad ogni punto sulla curva di isocosto corrisponde lo stesso costo, C, e a rette di isocosto più elevate corrispondono costi più elevati.

È quindi possibile riformulare il problema di minimizzazione dei costi nei seguenti termini: dobbiamo individuare sull'isoquanto il punto al quale è associata la retta di isocosto più bassa possibile. Questo punto è indicato nella Figura 20.1.

Si noti che, se la soluzione ottimale richiede che venga impiegata una certa quantità di ciascun fattore e se l'isoquanto ha la forma regolare rappresentata nella Figura 20.1, allora il punto che corrisponde alla minimizzazione dei costi sarà caratterizzato dalla condizione di tangenza: l'inclinazione dell'isoquanto deve essere uguale all'inclinazione della curva di isocosto. Con i termini impiegati nel Capitolo 18, possiamo dire che *il saggio tecnico di sostituzione deve essere uguale al rapporto tra i prezzi dei fattori:*

$$-\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)} = \text{TRS}(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}. \qquad (20.1)$$

(Nel caso in cui uno dei due fattori non venga utilizzato, la condizione di tangenza può non essere soddisfatta. Analogamente, se la funzione di produzione presenta degli "angoli", la condizione di tangenza risulta priva di significato. Queste

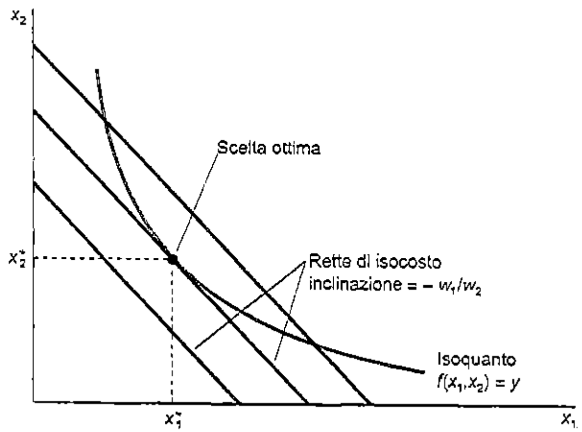


Figura 20.1 **Minimizzazione dei costi.** La scelta dei fattori che minimizzano i costi di produzione può essere determinata individuando sull'isoquanto il punto al quale è associata la curva di isocosto più bassa.

eccezioni sono simili a quelle affrontate nell'ambito della teoria del consumatore, pertanto, in questo capitolo, non ne tratteremo oltre.)

L'equazione (20.1) può essere ottenuta col seguente procedimento: si consideri una variazione nella quantità impiegata dei fattori produttivi $(\Delta x_1, \Delta x_2)$, che mantenga costante il livello dell'output, cioè che sia tale che

$$MP_1(x_1^*, x_2^*)\Delta x_1 + MP_2(x_1^*, x_2^*)\Delta x_2 = 0. \tag{20.2}$$

Si noti che i segni di Δx_1 e Δx_2 devono essere opposti: se si aumenta la quantità impiegata del fattore 1 è necessario diminuire la quantità impiegata del fattore 2 per mantenere l'output costante.

Se il costo è già minimo, tale variazione non lo potrà ridurre ulteriormente, e quindi:

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 \geq 0. \tag{20.3}$$

Consideriamo ora la variazione $(-\Delta x_1, -\Delta x_2)$. Anch'essa consente di produrre un livello costante di output senza ridurre i costi. Ciò significa che

$$-w_1\Delta x_1 - w_2\Delta x_2 \geq 0. \tag{20.4}$$

Combinando le equazioni (20.3) e (20.4), si ottiene

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 = 0. \tag{20.5}$$

Risolvendo le equazioni (20.2) e (20.5) per $\Delta x_1/\Delta x_2$ si otterrà

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)}$$

che è esattamente la condizione di minimizzazione dei costi ottenuta geometricamente.

Si noti che la Figura 20.1 presenta analogie con la soluzione del problema di scelta del consumatore. Nonostante le soluzioni sembrino uguali, non si equivalgono esattamente. Nel problema del consumatore, la retta rappresenta il vincolo di bilancio, e il consumatore si sposta lungo tale retta per trovare la posizione preferita. Nel problema del produttore, l'isoquanto rappresenta il vincolo tecnologico, e il produttore si sposta lungo l'isoquanto per trovare la posizione ottimale.

Le scelte delle quantità di input che minimizzano i costi dell'impresa dipendono generalmente dai prezzi e dalla quantità di output che l'impresa intende produrre, e saranno pertanto indicate con $x_1(w_1, w_2, y)$ e $x_2(w_1, w_2, y)$. Queste scelte sono dette **funzioni di domanda condizionata dei fattori**, oppure **domande derivate dei fattori**, e misurano la relazione tra i prezzi, l'output e la scelta ottimale dei fattori dell'impresa, *condizionata* dalla produzione di un certo livello y di output.

Si osservi con attenzione la differenza tra la domanda *condizionata* dei fattori e la domanda dei fattori che massimizzano il profitto, esaminata nel capitolo precedente. La domanda condizionata dei fattori dà le scelte di minimizzazione dei costi in corrispondenza di un dato *livello* di output; la domanda dei fattori dà invece le scelte di massimizzazione del profitto in corrispondènza di un dato *prezzo* dell'output.

Le funzioni di domanda condizionata dei fattori sono in effetti una costruzione ipotetica, che ci consente di determinare la quantità di ciascun fattore che un'impresa *impiegherebbe* se intendesse produrre un livello dato di output al costo minimo. Tali funzioni, tuttavia, ci permettono di distinguere il problema della determinazione del livello ottimo di output da quello della determinazione del metodo di produzione cui corrisponde il minimo costo.

ESEMPIO: Minimizzazione dei costi nel caso di specifiche tecnologie

Supponiamo di analizzare una tecnologia in cui i fattori siano perfetti complementi, così che $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Di conseguenza, se si vogliono produrre y unità di output, sono evidentemente necessarie y unità di x_1 e y unità di x_2. I costi minimi di produzione saranno quindi

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 y + w_2 y = (w_1 + w_2)y.$$

Che cosa accade nel caso di tecnologie in cui i fattori siano perfetti sostituti, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$? Dato che, nella produzione, i beni 1 e 2 sono perfetti sostituti, è evidente che l'impresa sceglierà il meno costoso tra i due. In questo modo, il costo minimo di produzione di y unità di output sarà il più basso tra $w_1 y$ e $w_2 y$. In altri termini:

$$c(w_1, w_2, y) = \min\{w_1 y, w_2 y\} = \min\{w_1, w_2\}y.$$

Consideriamo, infine, la tecnologia Cobb-Douglas: $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$. Impiegando il calcolo differenziale possiamo dimostrare che la funzione di costo sarà

$$c(w_1, w_2, y) = K w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$$

dove K è una costante che dipende da a e da b. Per i dettagli del calcolo si veda l'appendice di questo capitolo.

20.2 Minimizzazione rivelata dei costi

L'ipotesi che l'impresa scelga determinati fattori per minimizzare il costo di produzione ha alcune implicazioni sul modo in cui le scelte dell'impresa variano al variare dei prezzi dei fattori.

Supponiamo di osservare due differenti insiemi di prezzi, (w_1^t, w_2^t) e (w_1^s, w_2^s), e le scelte dell'impresa ad essi associate, (x_1^t, x_2^t) e (x_1^s, x_2^s). Supponiamo che ciascuna di queste scelte consenta di produrre lo stesso livello y di output. Quindi, se ciascuna scelta, in corrispondenza dei prezzi ad essa associati, minimizza i costi, dobbiamo avere

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s$$

e

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t.$$

Se l'impresa, per produrre y unità di output, sceglie sempre il modo di produzione che minimizza i costi, le sue scelte nei periodi t e s devono soddisfare queste disuguaglianze, che definiremo **Assioma debole della minimizzazione dei costi** (WACM).[1]

Si scriva la seconda equazione in questo modo:

$$-w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \leq -w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s$$

sommando alla prima equazione si otterrà

$$(w_1^t - w_1^s)x_1^t + (w_2^t - w_2^s)x_2^t \leq (w_1^t - w_1^s)x_1^s + (w_2^t - w_2^s)x_2^s$$

e, con le opportune trasformazioni:

$$(w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) + (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \leq 0.$$

Se rappresentiamo con il simbolo Δ le *variazioni* della domanda e dei prezzi dei fattori otteniamo

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0.$$

[1] WACM dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Weak Axiom of Cost Minimization.*

Questa equazione deriva unicamente dall'ipotesi di minimizzazione dei costi. Ne consegue che esistono dei vincoli al comportamento dell'impresa quando i prezzi degli input variano mentre l'output rimane costante.

Per esempio, se il prezzo del primo bene aumenta e il prezzo del secondo rimane costante, allora $\Delta w_2 = 0$, e quindi la disuguaglianza diventa

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Questa disuguaglianza implica che, se il prezzo del fattore 1 aumenta, la domanda del fattore 1 deve diminuire; pertanto le funzioni di domanda condizionata dei fattori devono avere inclinazione negativa.

Ci si può anche chiedere come varino i costi minimi se variano i parametri del problema. Si può facilmente constatare che i costi aumentano se aumenta il prezzo di uno dei due fattori: se un bene diventa più costoso mentre il prezzo dell'altro non varia, il costo minimo certamente non diminuirà. Analogamente, se un'impresa sceglie di produrre una maggiore quantità di output e i prezzi dei fattori rimangono costanti, i suoi costi aumenteranno.

20.3 Rendimenti di scala e funzione di costo

Nel Capitolo 18 abbiamo esaminato il concetto di rendimenti di scala della funzione di produzione. Si ricordi che una tecnologia presenta rendimenti di scala crescenti, decrescenti o costanti quando $f(tx_1, tx_2)$ è maggiore, minore o uguale, rispettivamente, a $tf(x_1, x_2)$, per ogni $t > 1$. Osserviamo che esiste un'interessante relazione tra il tipo di rendimenti di scala della funzione di produzione e l'andamento della funzione di costo.

Esaminiamo dapprima il caso di rendimenti di scala costanti. Immaginiamo di aver risolto il problema della minimizzazione dei costi necessari per produrre 1 unità di output. La **funzione di costo per unità** sarà quindi: $c(w_1, w_2, 1)$. Quale sarà allora il modo meno costoso per produrre y unità di output? Sarà sufficiente utilizzare y volte la quantità di ogni input impiegata per produrre 1 unità di output. Questo significa che il costo minimo di produzione di y unità di output sarà $c(w_1, w_2, 1)y$. Nel caso di rendimenti di scala costanti, pertanto, la funzione di costo è lineare nell'output.

Nel caso di rendimenti di scala crescenti i costi aumentano meno che proporzionalmente rispetto all'output. Infatti, se l'impresa decide di produrre una quantità doppia di output, può farlo con un costo *meno* che doppio, almeno finché i prezzi dei fattori rimangono fissi. Questa è una conseguenza ovvia dell'ipotesi di rendimenti di scala crescenti: se l'impresa raddoppia la quantità degli input, la quantità dell'output risulterà più che doppia. Quindi, se l'impresa vuole produrre una quantità doppia di output potrà farlo impiegando ciascun input in quantità meno che doppia.

Impiegare ciascun input in quantità doppia significa raddoppiare esattamente i costi, e quindi, se ciascun input viene utilizzato in quantità meno che doppia anche i costi risulteranno meno che doppi: in altri termini, la funzione di costo aumenterà meno che proporzionalmente rispetto all'output. Analogamente, se la tecnologia presenta rendimenti di scala decrescenti, la funzione di costo aumenterà più che proporzionalmente rispetto all'output. Se la quantità di output raddoppia, i costi risulteranno più che doppi.

La **funzione del costo medio** rappresenta sinteticamente quanto detto: essa esprime il costo *unitario* di produzione di y unità di output:

$$AC(y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}.$$

Se la tecnologia presenta rendimenti di scala costanti, la funzione di costo, come abbiamo già visto, deve avere la forma $c(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y$. Questo significa che la funzione del costo medio sarà

$$AC(w_1, w_2, y) = \frac{c(w_1, w_2, 1)y}{y} = c(w_1, w_2, 1)$$

cioè il costo unitario rimane costante indipendentemente dalla quantità di output che l'impresa intende produrre.

Se la tecnologia presenta rendimenti di scala crescenti, i costi di produzione aumenteranno meno che proporzionalmente rispetto all'output, quindi i costi medi saranno decrescenti all'aumentare dell'output.

Analogamente, se la tecnologia presenta rendimenti di scala decrescenti, i costi medi saranno crescenti all'aumentare dell'output.

Come abbiamo già osservato, una tecnologia può presentare *regioni* in cui i rendimenti di scala sono crescenti, costanti o decrescenti — l'output può aumentare più rapidamente, con la stessa rapidità o meno rapidamente della scala operativa dell'impresa in corrispondenza di diversi livelli di produzione. Analogamente, la funzione di costo può aumentare meno rapidamente, con la stessa rapidità o più rapidamente dell'output in corrispondenza di diversi livelli di produzione. Questo implica che la funzione del costo medio può diminuire, rimanere costante o aumentare per quantità diverse di output. Nel capitolo successivo esamineremo queste possibilità in modo più approfondito.

D'ora in poi ci occuperemo in particolar modo dell'andamento della funzione di costo al variare dell'output. In linea di massima, considereremo i prezzi dei fattori fissi a livelli predeterminati, e assumeremo che i costi dipendano dalla scelta da parte dell'impresa della quantità da produrre. Nel resto del libro, quindi, la funzione di costo sarà considerata funzione del solo output, e sarà pertanto scritta $c(y)$.

20.4 Costi di lungo e breve periodo

La funzione di costo rappresenta il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una data quantità di output. È spesso importante distinguere tra i costi minimi che l'impresa deve sostenere se è libera di variare l'impiego di tutti i suoi fattori produttivi, e i costi minimi che essa invece deve sostenere nel caso in cui possa variare l'impiego soltanto di alcuni fattori.

Abbiamo definito breve periodo quel periodo di tempo nel quale una parte dei fattori produttivi deve essere impiegata in quantità predeterminate. Nel lungo periodo, invece, tutti i fattori sono liberi di variare. La **funzione di costo di breve periodo** rappresenta il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una data quantità di output, variando l'impiego dei soli fattori variabili. La **funzione di costo di lungo periodo** esprime il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una data quantità di output, variando l'impiego di *tutti* i fattori produttivi.

Supponiamo che nel breve periodo il fattore 2 sia fisso a qualche livello predeterminato, $\overline{x}_2$, e che nel lungo periodo sia libero di variare. La funzione di costo di breve periodo sarà

$$c_s(y, \overline{x}_2) = \min_{x_1} w_1 x_1 + w_2 \overline{x}_2$$

$$\text{tale che } f(x_1, \overline{x}_2) = y.$$

Si osservi che, generalmente, nel breve periodo il costo minimo di produzione di y unità di output dipende dalla quantità disponibile del fattore fisso.

Nel caso di due fattori, questo problema di minimizzazione è facilmente risolvibile: dobbiamo solo determinare la quantità minima di x_1 tale che $f(x_1, \overline{x}_2) = y$. Tuttavia, se vi sono molti fattori di produzione variabili nel breve periodo, la soluzione richiederà calcoli più elaborati.

La funzione di domanda di breve periodo del fattore 1 rappresenta la quantità del fattore 1 che minimizza i costi. Generalmente essa dipende sia dai prezzi dei fattori che dalla quantità disponibile dei fattori fissi; la domanda di breve periodo dei fattori può quindi essere espressa come:

$$x_1 = x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y)$$
$$x_2 = \overline{x}_2.$$

Da queste equazioni risulta che, per esempio, se le dimensioni di un edificio sono fisse nel breve periodo, il numero di lavoratori che un'impresa assumerà, in corrispondenza di certi prezzi e di un certo livello di output, dipenderà dalle dimensioni dell'edificio.

Si osservi che per la definizione di funzione di costo di breve periodo

$$c_s(y, \overline{x}_2) = w_1 x_1(w_1, w_2, \overline{x}_2, y) + w_2 \overline{x}_2$$

cioè il costo minimo di produzione di una quantità y di output è il costo associato all'impiego della quantità di input che minimizza i costi.

La funzione di costo di lungo periodo in questo esempio è

$$c(y) = \min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{tale che } f(x_1, x_2) = y.$$

In questo caso entrambi i fattori sono liberi di variare. I costi di lungo periodo dipendono esclusivamente dalla quantità di output che l'impresa intende produrre e dai prezzi dei fattori. Sia la funzione di costo di lungo periodo $c(y)$, e siano le domande dei fattori di lungo periodo

$$x_1 = x_1(w_1, w_2, y)$$
$$x_2 = x_2(w_1, w_2, y).$$

La funzione di costo di lungo periodo può anche essere espressa in questo modo:

$$c(y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y).$$

Esattamente come nel caso precedente, i costi minimi sono quelli che l'impresa deve sostenere se la scelta dei fattori produttivi minimizza i costi.

Esiste un'interessante relazione tra la funzione di costo di breve e quella di lungo periodo, che utilizzeremo nel prossimo capitolo. Per semplicità, supponiamo che i prezzi dei fattori siano fissi a un dato livello, e scriviamo le domande di lungo periodo dei fattori

$$x_1 = x_1(y)$$
$$x_2 = x_2(y).$$

La funzione di costo di lungo periodo può quindi essere scritta

$$c(y) = c_s(y, x_2(y)).$$

Non è difficile comprendere il significato di questa espressione: i costi minimi, nel caso in cui tutti i fattori siano variabili, corrispondono al costo minimo sostenuto se il fattore 2 è fisso in corrispondenza *del livello che minimizza i costi di lungo periodo*. Di conseguenza, la domanda di lungo periodo del fattore variabile sarà

$$x_1(w_1, w_2, y) = x_1^s(w_1, w_2, x_2(y), y).$$

Vale a dire, la quantità del fattore variabile che minimizza i costi nel lungo periodo corrisponde alla quantità che l'impresa sceglierebbe nel breve periodo se disponesse della quantità del fattore fisso che minimizza il costo di lungo periodo.

20.5 Costi fissi e quasi-fissi

Nel Capitolo 19 abbiamo introdotto la distinzione tra fattori fissi e quasi-fissi. Fattori fissi sono quei fattori per i quali devono essere sostenuti dei costi indipendentemente dal fatto che l'output venga prodotto. I fattori quasi-fissi devono invece essere acquistati solo se l'impresa decide di produrre una quantità positiva di output.

È naturale che i costi fissi e quelli quasi-fissi siano definiti in modo simile. I **costi fissi** sono costi associati ai fattori fissi: non dipendono dal livello dell'output e, in particolare, devono essere sostenuti che l'impresa produca o no. I **costi quasi-fissi** egualmente non dipendono dal livello dell'output, ma devono essere sostenuti solo se l'impresa produce una quantità positiva di output.

Per definizione, nel lungo periodo non vi sono costi fissi, ma è possibile che vi siano costi quasi-fissi. Se, per esempio, è necessario spendere una certa quantità di denaro prima che sia possibile produrre un output qualsiasi, allora si determineranno dei costi quasi-fissi.

20.6 Costi sommersi

I costi sommersi sono un altro tipo di costi fissi. Possiamo esprimere meglio questo concetto con un esempio. Supponiamo di aver deciso di prendere in affitto un ufficio per un anno. Il canone mensile che ci siamo impegnati a pagare è un costo fisso, poiché siamo obbligati a pagarlo indipendentemente da quanto produciamo. Supponiamo ora di voler sistemare il nostro ufficio facendolo ridipingere e acquistando nuovi mobili. Il costo della ridipintura è un costo fisso, ma è anche un costo **sommerso**, dato che non potremo recuperare quanto abbiamo speso. Il costo dei mobili, d'altra parte, non è completamente sommerso, poiché potremo rivenderli quando non ne avremo più bisogno. Solo la *differenza* tra il costo dei mobili nuovi e usati rappresenta un costo sommerso.

Per esaminare la questione con maggiore dettaglio, supponiamo di prendere a prestito \$20 000 all'inizio dell'anno con un tasso d'interesse del 10 per cento. Firmiamo poi un contratto d'affitto per un ufficio e paghiamo in anticipo \$12 000 per il canone annuale. Spendiamo anche \$6000 per i mobili e \$2000 per ridipingere l'ufficio. Alla fine dell'anno ripaghiamo il prestito di \$20 000 più \$2000 di interessi e rivendiamo i mobili usati per \$5000.

I nostri costi sommersi totali sono rappresentati dai \$12 000 dell'affitto, dai \$2000 degli interessi, dai \$2000 della ridipintura, ma solo da \$1000 dei mobili, perché possiamo recuperare \$5000 rivendendo i mobili usati.

La differenza tra costi sommersi e costi recuperabili può essere molto significativa. Centomila dollari spesi per comprare cinque autocarri leggeri possono sembrare una cifra molto elevata, ma se gli autocarri possono essere rivenduti nel mercato dell'usato per ottantamila dollari, il costo sommerso effettivo è di soli ventimila dollari. Se si spendono invece centomila dollari per acquistare una pressa speciale fatta su ordinazione, che non può essere rivenduta, l'intera somma rappresenta un costo sommerso.

Il modo migliore per aver chiari questi concetti è di considerare tutte le spese in termini di flussi: quanto costa mantenere in piedi l'attività per un anno? In questo modo è meno probabile che non si tenga in conto il valore di rivendita dei beni capitali, e quindi la distinzione tra costi sommersi e costi recuperabili resterà chiara.

Sommario

1. La funzione di costo, $c(w_1, w_2, y)$, misura i costi minimi di produzione di una determinata quantità di output, dati i prezzi dei fattori.

2. Il comportamento di minimizzazione dei costi impone alcune restrizioni alle scelte dell'impresa. In particolare, le funzioni di domanda condizionata dei fattori avranno inclinazione negativa.

3. Esiste una stretta relazione tra i rendimenti di scala di una tecnologia e la funzione di costo. Rendimenti *crescenti* di scala comportano un costo medio *decrescente*,

rendimenti *decrescenti* di scala comportano un costo medio *crescente*, e rendimenti *costanti* di scala comportano un costo medio *costante*.

4. I costi sommersi sono i costi non recuperabili.

Domande

1. Si dimostri che un'impresa che massimizza il profitto minimizza sempre i costi.

2. Se un'impresa produce nel tratto in cui $MP_1/w_1 > MP_2/w_2$, che cosa può fare per ridurre i costi mantenendo invariata la quantità prodotta?

3. Supponiamo che un'impresa che minimizza i costi utilizzi due input che sono perfetti sostituti. Se i due input hanno lo stesso prezzo, che forma avranno le domande condizionate dei fattori?

4. Il prezzo della carta usata da un'impresa che minimizza i costi aumenta. L'impresa reagisce a questa variazione di prezzo modificando la sua domanda di alcuni input, ma mantiene costante l'output. Come varia l'impiego di carta da parte dell'impresa?

5. Se un'impresa impiega n input ($n > 2$), per la teoria della minimizzazione rivelata dei costi quale disuguglianza sarà valida tra le variazioni dei prezzi dei fattori (Δw_i) e le variazioni delle domande dei fattori (Δx_i), per una quantità data di output?

APPENDICE

Esaminiamo il problema di minimizzazione dei costi visto nel testo impiegando le tecniche di ottimizzazione introdotte nel Capitolo 5. Si tratta di un problema di minimizzazione vincolata del tipo:

$$\min_{x_1,x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$
$$\text{tale che } f(x_1, x_2) = y.$$

Ricordiamo che esistono varie tecniche per risolvere problemi di questo tipo. Una di esse consiste nel sostituire il vincolo nella funzione obiettivo. Questo sistema può essere utile quando per $f(x_1, x_2)$ esiste una specifica forma funzionale, ma non può essere impiegato nel caso più generale.

Il secondo metodo è quello dei moltiplicatori di Lagrange. Per applicarlo occorre scrivere la Lagrangiana

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 - \lambda(f(x_1, x_2) - y)$$

e calcolare le derivate rispetto a x_1, x_2 e λ. Si ottengono così le condizioni del primo ordine:

$$w_1 - \lambda\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} = 0$$
$$w_2 - \lambda\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0$$
$$f(x_1,x_2) - y = 0.$$

L'ultima condizione rappresenta il vincolo. Trasformando le due equazioni e dividendo la prima per la seconda, otteniamo

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial f(x_1,x_2)/\partial x_2}.$$

Si noti che si tratta della stessa condizione del primo ordine ottenuta nel testo: il saggio tecnico di sostituzione deve essere uguale al rapporto tra i prezzi dei fattori. Applichiamo ora questo metodo alla funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b.$$

Il problema di minimizzazione dei costi diventa allora

$$\min_{x_1,x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$
$$\text{tale che } x_1^a x_2^b = y.$$

Otteniamo così una forma funzionale specifica che può essere risolta utilizzando il metodo della sostituzione o il metodo di Lagrange. Con il primo metodo occorre prima risolvere il vincolo per x_2 come funzione di x_1:

$$x_2 = (yx_1^{-a})^{1/b}$$

e poi sostituire questa equazione nella funzione obiettivo, ottenendo il problema di massimizzazione non vincolata

$$\min_{x_1} w_1x_1 + w_2(yx_1^{-a})^{1/b}.$$

È possibile ora derivare la precedente espressione rispetto a x_1, ponendo come al solito la derivata uguale a zero. L'equazione risultante può essere risolta per ottenere x_1 come funzione di w_1, w_2 e y, in modo da ottenere la domanda condizionata dei fattori per x_1. Per quanto il procedimento non sia difficile, i calcoli sono complessi, e quindi non vengono riportati.

Risolviamo il nostro problema col metodo di Lagrange. Le tre condizioni del primo ordine sono

$$w_1 = \lambda a x_1^{a-1} x_2^b$$
$$w_2 = \lambda b x_1^a x_2^{b-1}$$
$$x_1^a x_2^b - y = 0.$$

Moltiplicando la prima equazione per x_1 e la seconda per x_2 otteniamo

$$w_1x_1 = \lambda a x_1^a x_2^b = \lambda a y$$
$$w_2x_2 = \lambda b x_1^a x_2^b = \lambda b y$$

così che

$$x_1 = \lambda\frac{ay}{w_1} \qquad (20.6)$$
$$x_2 = \lambda\frac{by}{w_2}. \qquad (20.7)$$

Si utilizza ora la terza equazione per ottenere λ. Sostituendo le espressioni per x_1 e x_2 nella terza condizione del primo ordine, si ottiene

$$\left(\frac{\lambda a y}{w_1}\right)^a \left(\frac{\lambda b y}{w_2}\right)^b = y.$$

Possiamo risolvere questa equazione per λ, ottenendo

$$\lambda = (a^{-a} b^{-b} w_1^a w_2^b y^{1-a-b})^{\frac{1}{a+b}}$$

che, con le equazioni (20.6) e (20.7), ci consente di ottenere x_1 e x_2. Le funzioni di domanda dei fattori avranno allora la forma

$$x_1(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{-b}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$$

$$x_2(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a+b}} w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{-a}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

La funzione di costo può essere trovata esprimendo i costi relativi alle scelte di minimizzazione dei costi dell'impresa, cioè:

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y).$$

Con dei calcoli un po' noiosi otteniamo

$$c(w_1, w_2, y) = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-a}{a+b}}\right] w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

(Questa formula è presentata solamente allo scopo di dimostrare come sia possibile ottenere una soluzione esplicita al problema di minimizzazione dei costi impiegando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.)

Si noti che i costi aumentano più che proporzionalmente, proporzionalmente, o meno che proporzionalmente rispetto all'output, a seconda che $a + b$ sia rispettivamente minore, uguale o maggiore di 1. Ciò è dovuto al fatto che la tecnologia Cobb-Douglas presenta rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti a seconda del valore di $a + b$.

21

CURVE DI COSTO

Abbiamo studiato nel capitolo precedente la minimizzazione dei costi da parte dell'impresa; continuiamo ora la nostra analisi per mezzo di un'importante costruzione geometrica: la **curva di costo**. Le curve di costo possono essere impiegate per rappresentare graficamente la funzione di costo di un'impresa e per studiare la determinazione delle scelte relative alla quantità ottima di output.

21.1 Costi medi

Consideriamo la funzione di costo descritta nel Capitolo 20, $c(w_1, w_2, y)$, che esprime il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una quantità y di output, se i prezzi dei fattori sono (w_1, w_2). In questo capitolo assumeremo che i prezzi dei fattori siano fissi, in modo da poter esprimere il costo come funzione del solo y, e cioè $c(y)$.

Alcuni dei costi dell'impresa non dipendono dalla quantità di output che essa produce. Come abbiamo già visto nel Capitolo 20, questi sono i costi fissi, cioè quelli che devono essere sostenuti indipendentemente dalla quantità prodotta. Per esempio, un'impresa che abbia contratto un'ipoteca deve rimborsare il prestito ipotecario indipendentemente dalla quantità di output che produce.

Gli altri costi, invece, variano al variare della produzione: sono questi i costi variabili. I costi totali di un'impresa corrispondono sempre alla somma dei costi variabili, $c_v(y)$, e dei costi fissi, F:

$$c(y) = c_v(y) + F.$$

La **funzione di costo medio** esprime il costo per unità di output. La **funzione di costo medio variabile** misura i costi variabili per unità di output, e analogamente la **funzione di costo medio fisso** misura i costi fissi per unità di output. Per l'equazione precedente:

$$AC(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y} = AVC(y) + AFC(y)$$

dove $AVC(y)$ indica i costi medi variabili e $AFC(y)$ i costi medi fissi[1]. Quale sarà la forma di queste funzioni? La più semplice è senz'altro la funzione di costo medio fisso: quando $y = 0$ essa tende all'infinito, e tende a zero all'aumentare di y. (Si veda la Figura 21.1A).

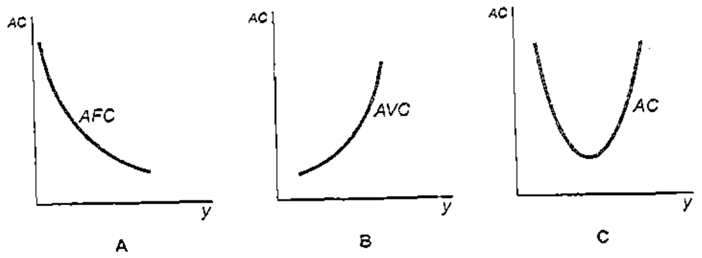


Figura 21.1 **Costruzione della curva del costo medio.** (A) I costi medi fissi decrescono all'aumentare dell'output. (B) I costi medi variabili, da un certo punto in poi, crescono all'aumentare dell'output. (C) La combinazione di questi due effetti dà luogo a una curva del costo medio con una forma a U.

Consideriamo ora la funzione di costo variabile. Partendo da una quantità nulla di output, si pensi di produrre una unità. In questo caso, quando $y = 1$, i costi medi variabili corrispondono esattamente al costo (variabile) di produzione di questa unità. Si porti ora il livello di produzione a due unità. Ci attenderemo che, nel peggiore dei casi, i costi variabili raddoppino, e quindi che i costi medi variabili rimangano costanti. Se fosse possibile organizzare la produzione in modo più efficiente, all'aumentare della scala dell'output i costi medi variabili potrebbero,

[1] *AC, AVC* e *AFC* dalle iniziali delle espressioni in lingua inglese *Average Costs, Average Variable Costs* e *Average Fixed Costs.*

inizialmente, addirittura diminuire. A lungo andare, però, possiamo attenderci che essi aumentino poiché, se vi sono dei fattori fissi, questi finiranno per porre dei vincoli al processo produttivo.

Supponiamo, per esempio, che i costi fissi derivino dal pagamento dell'affitto per un edificio di date dimensioni. In questo caso, aumentando la produzione, i costi medi variabili (costi per unità di prodotto) possono, per un certo periodo, rimanere costanti. Ma, quando l'edificio sia sfruttato al massimo, questi costi subiranno un forte aumento, determinando una curva di costo medio variabile come quella della Figura 21.1B.

La curva del costo medio corrisponde alla somma di queste due curve, e avrà quindi l'andamento a U rappresentato nella Figura 21.1C. L'iniziale diminuzione dei costi medi dipende dalla diminuzione dei costi medi fissi, mentre l'aumento finale dei costi medi è dovuto all'aumento dei costi medi variabili. La combinazione di questi due effetti produce l'andamento a U che si osserva nella figura.

21.2 Costi marginali

Un'altra curva interessante è la **curva del costo marginale**. La curva del costo marginale misura la *variazione* dei costi corrispondente ad una variazione dell'output. In altri termini, per qualsiasi livello y di output, possiamo chiederci quale sarà la variazione dei costi se l'output varia di una quantità Δy:

$$MC(y) = \frac{\Delta c(y)}{\Delta y} = \frac{c(y + \Delta y) - c(y)}{\Delta y}.$$

Il costo marginale può essere egualmente espresso nei termini della funzione di costo variabile:

$$MC(y) = \frac{\Delta c_v(y)}{\Delta y} = \frac{c_v(y + \Delta y) - c_v(y)}{\Delta y}$$

che equivale alla prima definizione, poiché $c(y) = c_v(y) + F$ e i costi fissi, F, non variano al variare di y.

Si considera spesso che Δy rappresenti una unità di output, e quindi che il costo marginale rappresenti la variazione dei costi derivante dal produrre una unità addizionale di output. Se si considera la produzione di un bene discreto, il costo marginale corrispondente alla produzione di y unità non è altro che $c(y) - c(y - 1)$. Ciò facilita la trattazione, ma è talvolta fuorviante. Si ricordi che il costo marginale è un *saggio di variazione*: il rapporto tra la variazione dei costi e la variazione dell'output. Se si considera una variazione unitaria dell'output, il costo marginale appare una semplice variazione dei costi, mentre è in realtà un saggio di variazione.

È possibile rappresentare anche la curva del costo marginale nella figura precedente? Notiamo in primo luogo che, per definizione, i costi variabili sono nulli quando la produzione è nulla, e quindi, per la prima unità di output

$$MC(1) = \frac{c_v(1) + F - c_v(0) - F}{1} = \frac{c_v(1)}{1} = AVC(1).$$

Quindi il costo marginale della prima (piccola) unità addizionale di output è uguale al suo costo medio variabile.

Supponiamo ora di produrre in corrispondenza di livelli di output in cui i costi *medi* variabili siano decrescenti. Ne consegue che, in corrispondenza di questi livelli, i costi *marginali* risultano inferiori ai costi variabili medi. Infatti, se si aggiungono a una somma numeri inferiori al valore della media, la media si abbassa.

Pensiamo a una serie di numeri che rappresenti i costi medi in corrispondenza di diversi livelli di output. Se la media è decrescente, ciò significa che il costo di ogni unità addizionale è inferiore alla media calcolata fino a quel punto. Per abbassarla, è necessario aggiungere unità addizionali i cui costi siano inferiori a quelli medi.

Analogamente, se ci si trova in corrispondenza di livelli di output in cui i costi medi variabili sono crescenti, i costi marginali saranno superiori ai costi medi variabili — gli elevati costi marginali alzano la media.

Quindi la curva del costo marginale si troverà al di sotto della curva di costo medio variabile, a sinistra del minimo di quest'ultima, e, al di sopra della stessa curva, a destra del suo punto di minimo. Questo significa che la curva del costo marginale interseca la curva di costo medio variabile in corrispondenza del suo punto di minimo.

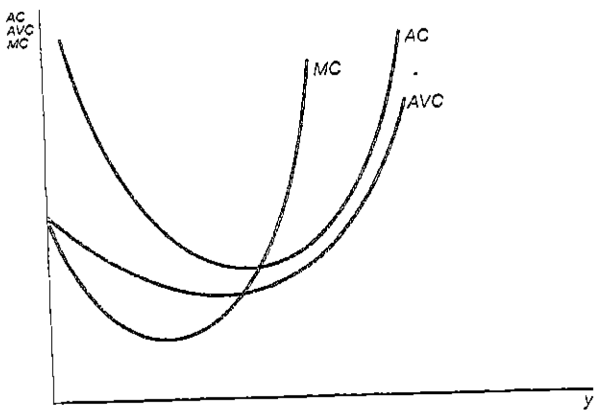


Figura 21.2 **Curve di costo.** Curva del costo medio (AC), del costo medio variabile (AVC) e del costo marginale (MC).

Lo stesso vale per la curva del costo medio. Se i costi medi diminuiscono, i costi marginali devono necessariamente essere inferiori ai costi medi e, se i costi medi aumentano, i costi marginali devono essere maggiori dei costi medi. Tali osservazioni ci permettono di tracciare la curva del costo marginale (si veda la Figura 21.2).

Riassumiamo i punti principali:

- Inizialmente, la curva del costo medio variabile può avere inclinazione negativa, anche se non necessariamente. Tuttavia, in presenza di fattori fissi che vincolano la produzione, a partire da un certo punto inizierà a crescere.
- La curva del costo medio inizialmente diminuisce, poiché diminuiscono i costi fissi, ma, da un certo punto in poi, inizierà a crescere a causa dei crescenti costi medi variabili.
- Per la prima unità prodotta il costo marginale e il costo medio variabile coincidono.
- La curva del costo marginale passa per il punto di minimo della curva del costo variabile medio e della curva del costo medio.

21.3 Costi marginali e costi variabili

Esaminiamo ora altre relazioni tra le varie curve. Una non proprio scontata è la seguente: l'area al di sotto della curva del costo marginale, determinata in corrispondenza di diversi livelli dell'output y, rappresenta il costo variabile di produzione di y unità di output.

La curva del costo marginale misura il costo di produzione di ciascuna unità addizionale di output. Sommando il costo di produzione di ciascuna unità di output, otteniamo i costi totali di produzione — esclusi i costi fissi.

Possiamo trattare rigorosamente il caso di un bene prodotto in quantità discrete. Prima di tutto notiamo che

$$c_v(y) = [c_v(y) - c_v(y-1)] + [c_v(y-1) - c_v(y-2)] + \cdots + [c_v(1) - c_v(0)]$$

poiché $c_v(0) = 0$ e gli altri termini si semplificano, cioè il secondo termine semplifica il terzo, il quarto il quinto, e così via. Ma ciascun termine di questa somma corrisponde al costo marginale relativo ad un differente livello di output:

$$c_v(y) = MC(y-1) + MC(y-2) + \ldots + MC(0).$$

Quindi ogni termine della somma rappresenta l'area di un rettangolo con altezza $MC(y)$ e base unitaria. Sommando tutti questi rettangoli si otterrà l'area al di sotto della curva del costo marginale rappresentata nella Figura 21.3.

ESEMPIO: Specifiche curve di costo

Sia $c(y) = y^2 + 1$ la funzione di costo. Si avrà:

- costi variabili: $c_v(y) = y^2$

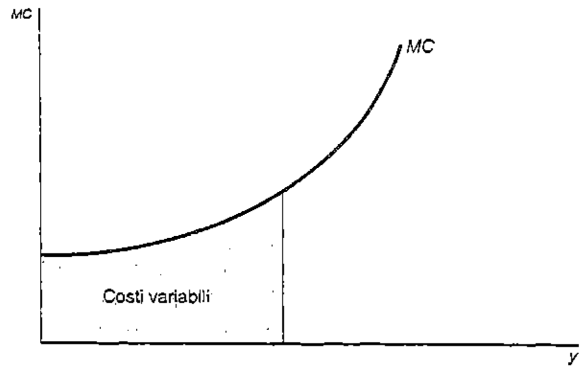


Figura 21.3 **Costo marginale e costi medi variabili.** L'area al di sotto della curva del costo marginale rappresenta i costi variabili.

- costi fissi: $c_f(y) = 1$
- costi medi variabili: $AVC(y) = y^2/y = y$
- costi medi fissi: $AFC(y) = 1/y$
- costi medi: $AC(y) = \frac{y^2+1}{y} = y + \frac{1}{y}$
- costi marginali: $MC(y) = 2y$.

Le precedenti espressioni sono tutte ovvie, a parte l'ultima, per derivare la quale è necessario possedere alcune nozioni di calcolo. Se la funzione di costo è $c(y) = y^2 + F$, la funzione del costo marginale sarà $MC(y) = 2y$. È opportuno tenere a mente quest'ultima formula, poiché sarà usata negli esercizi.

Quale sarà l'andamento di queste curve? Il modo più semplice per disegnarle consiste nel tracciare in primo luogo la curva del costo medio variabile, una retta con inclinazione 1, e quindi la curva del costo marginale, una retta con inclinazione 2.

La curva del costo medio è minima quando il costo medio coincide con il costo marginale, cioè quando

$$y + \frac{1}{y} = 2y$$

che può essere risolta per ottenere $y_{min} = 1$. Il costo medio corrispondente a $y = 1$ è 2, che è anche il costo marginale. Il grafico risultante è quello della Figura 21.4.

ESEMPIO: Curve del costo marginale per due impianti

Supponiamo che due impianti abbiano funzioni di costo differenti, $c_1(y_1)$ e $c_2(y_2)$.

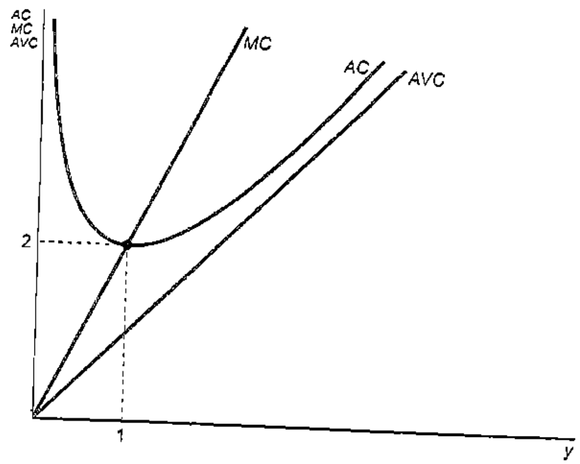


Figura 21.4 **Curve di costo.** Curve di costo per $c(y) = y^2 + 1$.

Intendiamo produrre y unità di output al costo più basso. Assegneremo a ciascun impianto una certa quantità di output da produrre. La domanda è: quale quantità dovrà produrre ciascun impianto?

Formuliamo il problema di minimizzazione dei costi:

$$\min_{y_1, y_2} c_1(y_1) + c_2(y_2)$$

$$\text{tale che } y_1 + y_2 = y.$$

Come risolverlo? Perché la ripartizione della produzione tra i due impianti sia ottimale, il costo marginale dell'output per l'impianto 1 deve essere uguale al costo marginale dell'output per l'impianto 2. Per dimostrarlo, supponiamo che i costi marginali non siano uguali; in questo caso sarebbe conveniente trasferire una piccola parte della produzione dall'impianto con costi marginali più elevati a quello con costi marginali più bassi. Se la ripartizione della produzione è ottima, il trasferimento della produzione da un impianto all'altro non può ridurre i costi.

Sia $c(y)$ la funzione di costo che esprime il modo più economico per produrre y unità di output — cioè il costo di produzione di y unità di output, posto che sia ottima la ripartizione della produzione tra i due impianti. Il costo marginale di produzione di una unità addizionale di output deve allora essere il medesimo, indipendentemente dall'impianto in cui tale unità viene prodotta.

Rappresentiamo le due curve del costo marginale, $MC_1(y_1)$ e $MC_2(y_2)$, nella Figura 21.5. La curva del costo marginale per i due impianti, considerati insieme,

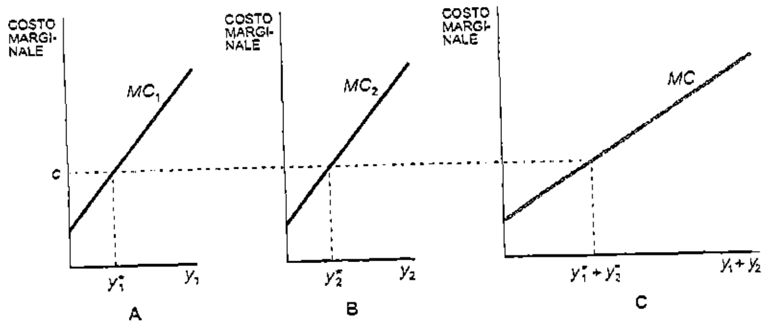


Figura 21.5 **Costi marginali per un'impresa con due impianti.** La curva dei costi marginali totali (C) corrisponde alla somma orizzontale delle curve dei costi marginali per i due impianti (A e B).

corrisponde alla somma orizzontale delle due curve del costo marginale (si veda la Figura 21.5C).

Per qualsiasi livello dei costi marginali, c, produrremo y_1^* e y_2^* tali che $MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*) = c$, e avremo così prodotto $y_1^* + y_2^*$ unità di output. Pertanto la quantità di output prodotto in corrispondenza di un qualsiasi costo marginale c è pari esattamente alla somma delle quantità di output prodotte dai due impianti se i costi marginali dell'impresa 1 e dell'impresa 2 sono uguali a c, cioè alla somma orizzontale delle curve del costo marginale.

21.4 Costi di lungo periodo

Nell'analisi precedente, i costi fissi dell'impresa sono stati definiti come i costi derivanti dall'acquisto di fattori il cui impiego l'impresa non è in grado di variare nel breve periodo. Nel lungo periodo, al contrario, l'impresa può scegliere il livello dei suoi fattori "fissi", poiché non sono più fissi.

È evidente che nel lungo periodo vi possono essere ancora dei fattori quasi-fissi. In altri termini, si può considerare come una specifica caratteristica della tecnologia il fatto che alcuni costi debbano comunque essere sostenuti per poter produrre una quantità positiva di output. Ma, nel lungo periodo, non vi sono costi fissi, nel senso che è sempre possibile produrre una quantità nulla di output a costi nulli, cioè è sempre possibile cessare l'attività. Se, nel lungo periodo, vi sono fattori quasi-fissi, la curva del costo medio tenderà ad avere una forma a U, esattamente come nel breve periodo. Ma nel lungo periodo, per definizione, è sempre possibile produrre una quantità nulla di output a costi nulli.

Ovviamente, il significato di "lungo periodo" dipende dal problema in esame. Se la scala dell'impianto viene considerata un fattore fisso, il "lungo periodo" corrisponde al tempo impiegato dall'impresa per modificare la scala dell'impianto. Se il fattore fisso è costituito dagli obblighi contrattuali di pagamento dei salari, il lungo periodo corrisponde al tempo che l'impresa impiega per variare le dimensioni della sua mano d'opera.

Consideriamo, per esempio, la scala dell'impianto come fattore fisso, e indichiamola con k. La funzione di costo di breve periodo dell'impresa, posto che la dimensione dell'impianto sia k, sarà $c_s(y, k)$, dove l'indice s sta per "breve periodo"[2]. (Qui k corrisponde a $\overline{x}_2$ nel Capitolo 20).

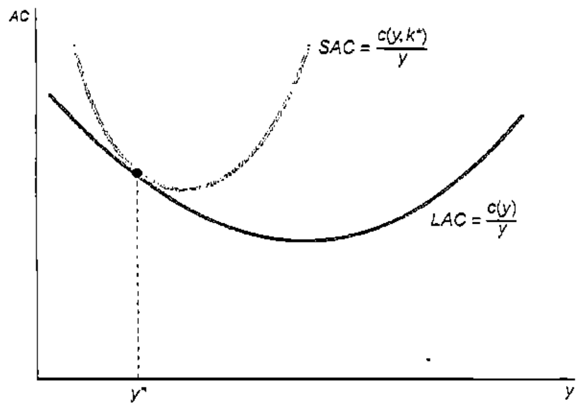


Figura 21.6 **Costi medi di breve e di lungo periodo.** La curva del costo medio di breve periodo deve essere tangente alla curva del costo medio di lungo periodo.

Per qualsiasi dato livello dell'output, esisterà una scala dell'impianto ottima per produrlo. Indichiamo con $k(y)$ la dimensione ottima dell'impianto. Questa corrisponde alla domanda condizionata del fattore "dimensione d'impianto" in funzione dell'output. (Naturalmente, la domanda dipende anche dai costi dell'impianto e da altri fattori di produzione, che qui non abbiamo considerato). Quindi, come abbiamo già visto nel Capitolo 20, la funzione di costo di lungo periodo sarà $c_s(y, k(y))$. Questo rappresenta il costo totale di produzione di un livello y di output, posto che l'impresa possa modificare in modo ottimale la dimensione dell'impianto. La funzione di costo di lungo periodo coincide con la funzione di costo di breve periodo, in corrispondenza delle scelte ottime dei fattori fissi

$$c(y) = c_s(y, k(y)).$$

[2] Da *short run*, breve periodo.

Consideriamo la funzione da un punto di vista grafico. Scelto un livello y^* di output, sia $k^* = k(y^*)$ la dimensione ottima dell'impianto per quel dato livello di output. La funzione di costo di breve periodo per un impianto di dimensioni k^* sarà $c_s(y, k^*)$, e la funzione di costo di lungo periodo sarà $c(y) = c_s(y, k(y))$, esattamente come prima.

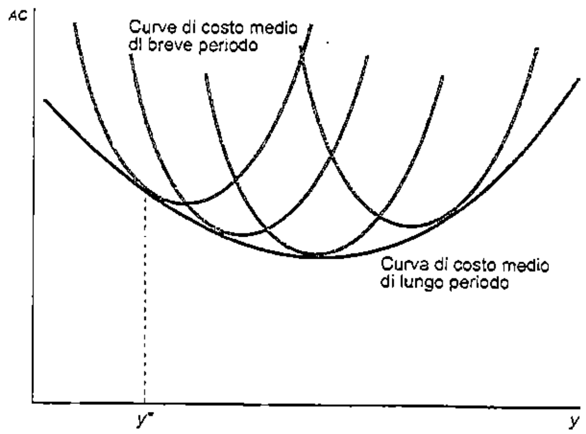


Figura 21.7 **Costi medi di breve e di lungo periodo.** La curva del costo medio di lungo periodo è l'inviluppo delle curve di costo medio di breve periodo.

Si noti ora un fatto importante: il costo di breve periodo necessario per produrre un livello di output y deve essere almeno altrettanto grande del costo di lungo periodo necessario per produrre lo stesso output. Nel breve periodo infatti la dimensione dell'impianto è fissa, mentre nel lungo periodo l'impresa è libera di variarla. Poiché una delle scelte di lungo periodo concerne la dimensione dell'impianto k^*, la scelta ottima relativa alla produzione di y unità di output deve comportare costi non più elevati di $c(y, k^*)$. Questo significa che l'impresa deve conseguire risultati almeno altrettanto buoni sia che modifichi le dimensioni dell'impianto, sia che le mantenga fisse, cioè

$$c(y) \leq c_s(y, k^*)$$

per tutti i livelli di y.

Infatti, per un dato livello di y, y^*, sappiamo che

$$c(y^*) = c_s(y^*, k^*)$$

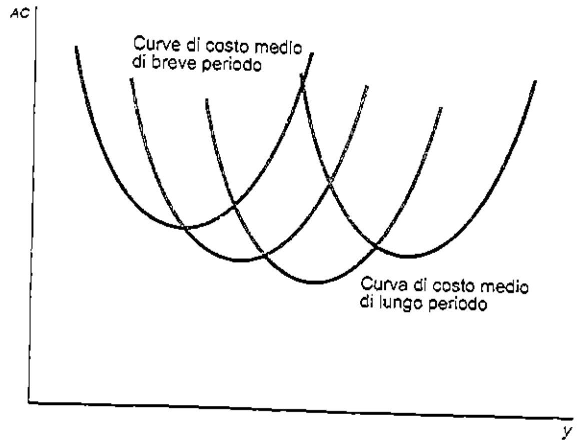


Figura 21.8 **Livelli discreti di dimensione dell'impianto.** La curva di costo di lungo periodo è l'inviluppo inferiore delle curve di breve periodo, esattamente come nell'esempio precedente.

perché in corrispondenza di y^* la scelta *ottima* della dimensione dell'impianto è k^*. Quindi, in corrispondenza di y^*, i costi di lungo periodo e quelli di breve periodo coincidono.

Se il costo di breve periodo è sempre maggiore del costo di lungo periodo, ed entrambi coincidono in corrispondenza di un determinato livello di output, ciò significa che i costi medi di breve e di lungo periodo godono della medesima proprietà: $AC(y) \leq AC_s(y, k^*)$ e $AC(y^*) = AC_s(y^*, k^*)$. Questo implica che la curva di costo medio di breve periodo giace sempre al di sopra della curva di costo medio di lungo periodo e che esse coincidono in un punto, y^*. Quindi, la curva del costo medio di lungo periodo (LAC) e quella di breve periodo (SAC) devono essere tangenti in quel punto (si veda la Figura 21.6).

Lo stesso vale per livelli di output diversi da y^*, per esempio $y_1, y_2, \ldots, y_n$, cui sono associate le dimensioni di impianto $k_1 = k(y_1), k_2 = k(y_2), \ldots, k_n = k(y_n)$. Si otterrà dunque un grafico come quello della Figura 21.7, dove la curva di costo medio di lungo periodo rappresenta l'**inviluppo inferiore** delle curve dei costi medi di breve periodo.

21.5 Livelli discreti di dimensione dell'impianto

Nella discussione precedente abbiamo assunto implicitamente che fosse possibile scegliere le dimensioni di impianto in modo continuo. Ne consegue che ciascun livello di output è associato a una sola dimensione ottima dell'impianto. Consideriamo ora il caso in cui si possa scegliere tra un numero limitato di dimensioni

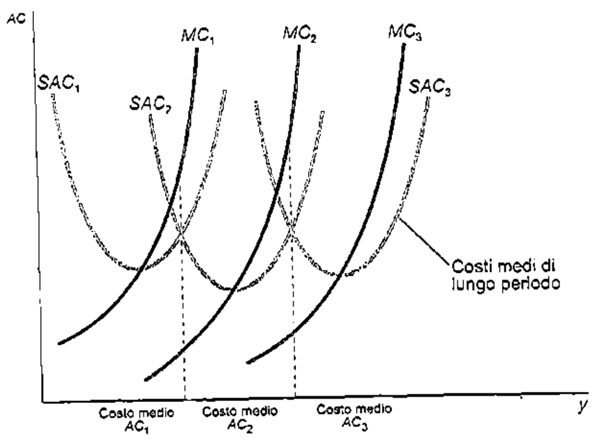


Figura 21.9 **Costi marginali di lungo periodo.** Quando sono disponibili livelli discreti del fattore fisso, l'impresa sceglierà la quantità del fattore fisso che minimizza i costi medi. Così, la curva del costo marginale di lungo periodo sarà costituita da segmenti delle curve del costo marginale di breve periodo associate a ciascun livello del fattore fisso.

dell'impianto, per esempio tra k_1, k_2 e k_3. Disegniamo le curve del costo medio associate a queste dimensioni di impianto, come nella Figura 21.8.

Per costruire la curva del costo medio di lungo periodo, ricordiamo che questa è la curva di costo che si ottiene variando k in modo ottimale. In questo caso ciò non è difficile: poiché vi sono solo tre diverse dimensioni di impianto, è sufficiente determinare quella alla quale sono associati i costi più bassi. In altri termini, per qualsiasi livello y di output, si sceglie la dimensione dell'impianto alla quale è associato il costo minimo di produzione per quel dato livello di output.

La curva del costo medio di lungo periodo rappresenta quindi l'inviluppo inferiore della curva di costo medio di breve periodo, come rappresentato nella Figura 21.8. Si noti che le caratteristiche di questa figura sono simili a quelle della Figura 21.7: i costi medi di breve periodo hanno sempre una dimensione almeno pari a quella dei costi medi di lungo periodo, e coincidono per il livello dell'output in corrispondenza del quale la domanda di lungo periodo del fattore fisso corrisponde alla quantità disponibile dello stesso fattore.

21.6 Costi marginali di lungo periodo

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che la curva del costo medio di lungo periodo rappresenta l'inviluppo inferiore delle curve di costo medio di breve periodo.

Quali implicazioni avrà questo fatto sui costi marginali? Consideriamo in primo luogo il caso di livelli discreti di dimensione dell'impianto. In questo caso la curva del costo marginale di lungo periodo è formata dai tratti appropriati delle curve del costo marginale di breve periodo (si veda la Figura 21.9). In corrispondenza di ciascun livello di output, individuiamo una curva di costo medio di breve periodo e, quindi, il costo marginale ad essa associato.

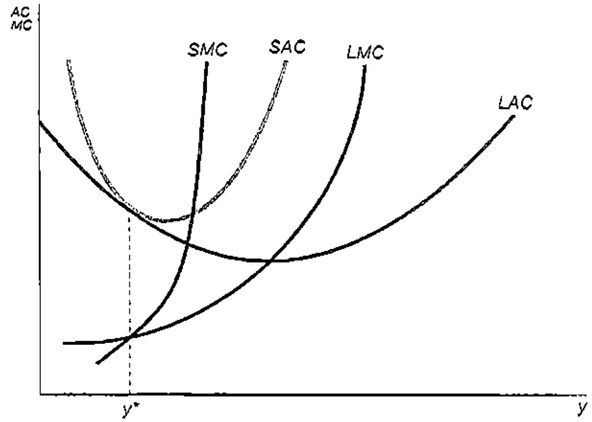


Figura 21.10 **Costi marginali di lungo periodo.** La relazione tra i costi marginali di lungo e di breve periodo nel caso di livelli continui del fattore fisso.

Questo vale quale che sia il numero delle dimensioni dell'impianto, e quindi il grafico relativo al caso continuo è quello della Figura 21.10. Il costo marginale di lungo periodo, per qualsiasi livello y di output, deve essere uguale al costo marginale di breve periodo associato al livello ottimo della dimensione dell'impianto che consente di produrre y.

Sommario

1. I costi medi sono la somma dei costi medi variabili e dei costi medi fissi. I costi medi fissi diminuiscono all'aumentare dell'output, mentre i costi medi variabili aumentano: la curva del costo medio che ne risulta ha pertanto una forma a U.

2. La curva del costo marginale si trova al di sotto della curva del costo medio nel tratto in cui i costi medi diminuiscono, e al di sopra di essa nel tratto in cui aumentano. I costi marginali devono quindi essere uguali ai costi medi in corrispondenza del punto di minimo di questi ultimi.

3. L'area al di sotto della curva del costo marginale misura i costi medi variabili.

4. La curva del costo medio di lungo periodo rappresenta l'inviluppo inferiore delle curve di costo medio di breve periodo.

Domande

1. Quale delle seguenti affermazioni è vera? (1) I costi medi fissi non aumentano mai all'aumentare dell'output. (2) I costi medi totali sono sempre maggiori o uguali ai costi medi variabili. (3) Il costo medio non aumenta mai quando i costi marginali diminuiscono.

2. Un'impresa produce la stessa quantità di output con due impianti diversi. Se il costo marginale relativo al primo impianto è superiore a quello relativo al secondo, come può l'impresa ridurre i costi mantenendo invariata la quantità prodotta?

3. Nel lungo periodo l'impresa opera sempre in corrispondenza del livello minimo dei costi medi che devono essere sostenuti per produrre una data quantità di output utilizzando la dimensione d'impianto ottima. Vero o falso?

APPENDICE

Abbiamo affermato nel testo che il costo medio variabile è uguale al costo marginale per la prima unità di output. Formalmente:

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \lim_{y \to 0} c'(y).$$

La parte sinistra dell'espressione non è definita per $y = 0$, mentre il suo limite è definito, e può essere calcolato mediante la regola di de l'Hôpital, che stabilisce che il limite di una frazione, il cui numeratore e il cui denominatore tendano entrambi a zero, corrisponde al limite delle derivate del numeratore e del denominatore. Applicando questa regola si ottiene

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \frac{\lim_{y \to 0} dc_v(y)/dy}{\lim_{y \to 0} dy/dy} = \frac{c'(0)}{1}$$

che dimostra la nostra affermazione.

Abbiamo anche affermato che l'area al di sotto della curva del costo marginale rappresenta il costo variabile. Questo può essere dimostrato per mezzo del teorema fondamentale del calcolo integrale. Poiché

$$MC(y) = \frac{dc_v(y)}{dy}$$

l'area al di sotto della curva di costo marginale sarà

$$c_v(y) = \int_0^y \frac{dc_v(x)}{dx} dx = c_v(y) - c_v(0) = c_v(y).$$

La discussione relativa alle curve del costo marginale di lungo e breve periodo è abbastanza chiara da un punto di vista geometrico, ma qual è il suo significato economico? Il costo marginale di produzione corrisponde alla variazione dei costi derivante da una variazione della quantità prodotta. Nel breve periodo si deve mantenere fissa, per esempio, la dimensione dell'impianto (o un qualsiasi altro fattore), mentre, nel lungo periodo, è possibile modificarla. Il costo marginale di lungo periodo, quindi, può essere scomposto in due elementi: la variazione dei costi se viene mantenuta fissa la dimensione dell'impianto, e la variazione dei costi al variare della dimensione dell'impianto. Ma se la scelta della dimensione dell'impianto è ottima, quest'ultimo termine deve essere nullo! Di conseguenza i costi marginali di lungo e di breve periodo devono coincidere.

La dimostrazione richiede l'uso della regola di derivazione di funzioni composte. Dalla definizione data nel testo:

$$c(y) \equiv c_s(y, k(y)).$$

Differenziando rispetto a y e applicando la regola di derivazione di funzioni composte sappiamo che

$$\frac{dc(y)}{dy} = \frac{\partial c_s(y,k)}{\partial y} + \frac{\partial c_s(y,k)}{\partial k}\frac{\partial k(y)}{\partial y}.$$

Se calcoliamo questa funzione in corrispondenza del livello di output y^* e dell'associata dimensione ottima dell'impianto $k^* = k(y^*)$ otteniamo

$$\frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial k} = 0$$

poiché questa è la condizione del primo ordine necessaria perché k^* sia la dimensione dell'impianto che minimizza i costi in corrispondenza di y^*. Così il secondo termine dell'espressione si annulla, e quello che rimane è il costo marginale di breve periodo:

$$\frac{dc(y^*)}{dy} = \frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial y}.$$

22

OFFERTA DELL'IMPRESA

In questo capitolo deriveremo la curva di offerta di un'impresa concorrenziale che massimizzi il profitto dalla sua funzione di costo. A tale scopo descriviamo dapprima le condizioni di mercato in cui l'impresa opera.

22.1 Forme di mercato

Ogni impresa prende due fondamentali decisioni: quanto produrre e quale prezzo praticare. Se un'impresa che massimizza il profitto non fosse soggetta a vincoli, stabilirebbe prezzi arbitrariamente elevati e produrrebbe quantità arbitrariamente grandi. Ma nessuna impresa opera in un ambiente totalmente privo di vincoli: sostanzialmente, un'impresa ne deve considerare due.

In primo luogo, l'impresa si trova di fronte ai **vincoli tecnologici**, riassunti dalla funzione di produzione. Solo alcune combinazioni di input e output sono realizzabili, e anche l'impresa più bramosa di profitti deve tener conto dei vincoli imposti dalla realtà fisica. Abbiamo già visto come possano essere espressi i vincoli tecnologici, e come questi si traducano in **vincoli economici** rappresentati dalla funzione di costo.

Introduciamo ora un nuovo tipo di vincolo, o, perlomeno, un vincolo già noto, ma considerato da un differente punto di vista: il **vincolo di mercato**. Un'impresa può produrre qualsiasi cosa sia realizzabile, può fissare il prezzo che preferisce... ma può vendere solo quanto la gente è disposta ad acquistare.

Se l'impresa fissa un prezzo p, potrà vendere solo una determinata quantità di output x. La relazione tra il prezzo fissato dall'impresa e la quantità venduta è detta **curva di domanda per l'impresa**.

Se nel mercato fosse presente una sola impresa, la sua curva di domanda sarebbe identica alla curva di domanda di mercato già descritta nei capitoli precedenti nell'ambito della teoria del consumatore. La curva di domanda di mercato esprime la quantità di un bene che i consumatori intendono acquistare in corrispondenza di ciascun prezzo. La curva di domanda riassume così i vincoli di mercato per l'unica impresa che vi operi.

Ma, se sono presenti sul mercato anche altre imprese, i vincoli saranno diversi. In questo caso l'impresa, nel momento in cui sceglie il prezzo e la quantità da produrre, deve prevedere il comportamento delle *altre* imprese presenti sul mercato.

Non si tratta di un problema di facile soluzione, né per le imprese né per gli economisti. Esistono molte possibilità differenti, e cercheremo di esaminarle sistematicamente. Faremo uso dell'espressione **forme di mercato** per descrivere il modo in cui le imprese interagiscono nel prendere decisioni relative al prezzo e all'output.

In questo capitolo esamineremo la più semplice forma di mercato, la **concorrenza perfetta**, che costituisce anche un termine di paragone per altre forme, ed è estremamente interessante di per sé. Riportiamo in primo luogo l'usuale definizione di concorrenza perfetta, che tenteremo in seguito di giustificare.

22.2 Concorrenza perfetta

Il termine "concorrenza" è associato nel linguaggio comune a un'idea di intensa rivalità, per questo gli studenti spesso si sorprendono che la definizione economica della concorrenza sia così passiva: diciamo, infatti, che un mercato è **perfettamente concorrenziale** se ciascuna impresa assume che il prezzo di mercato sia indipendente dalla quantità che essa decide di produrre. Quindi, in un mercato concorrenziale, ciascuna impresa deve decidere solo quanto produrre, poiché qualsiasi quantità essa produca potrà essere venduta a un unico prezzo: il prezzo di mercato.

In quale situazione è ragionevole per l'impresa un comportamento di questo tipo? Consideriamo un'industria in cui siano presenti numerose imprese che producono un identico prodotto, e che ciascuna impresa produca una quantità di output trascurabile rispetto alla quantità scambiata sul mercato. Un esempio può essere rappresentato dal mercato del frumento: negli USA vi sono migliaia di agricoltori che coltivano frumento, e anche il più grande di essi non produce che una parte infinitesima dell'offerta totale. È quindi ragionevole, in questo caso, che ciascuna impresa di quest'industria consideri il prezzo di mercato come dato. Chi coltiva frumento non può stabilire il prezzo del proprio prodotto — se vuole vendere, deve vendere al prezzo di mercato. L'agricoltore, in questo caso, subisce il prezzo di mercato, ovvero è, come si dice, un **price-taker**: egli deve infatti considerare il prezzo come dato e deve solo decidere quanto produrre.

Questa situazione — un identico prodotto e un gran numero di imprese di dimensioni trascurabili rispetto al mercato — costituisce un classico esempio di una situazione in cui il comportamento di un price-taker è ragionevole. Ma anche nel caso in cui siano presenti nel mercato poche imprese, queste possono ritenere di non essere in grado di controllare il prezzo di mercato.

Si pensi al caso in cui vi sia un'offerta fissa di beni deperibili, per esempio pesce fresco o fiori recisi. Anche se le imprese sul mercato sono solo 3 o 4, è tuttavia possibile che ciascuna impresa consideri i prezzi delle *altre* come dati. Se i consumatori acquistano solo al prezzo più basso, il prezzo più basso praticato dalle imprese è il prezzo di mercato. Se un'impresa vuole riuscire a vendere, dovrà vendere a questo prezzo. Quindi anche in questo caso il comportamento concorrenziale — considerare cioè il prezzo di mercato come dato — sembra plausibile.

È possibile descrivere la relazione tra prezzo e quantità per un'impresa concorrenziale con un grafico come quello della Figura 22.1. Come si vede, questa curva di domanda è molto semplice. Un'impresa concorrenziale ritiene che, se fissasse un prezzo più elevato del prezzo di mercato, non potrebbe vendere nulla. Vendendo al prezzo di mercato, l'impresa potrebbe vendere qualsiasi quantità di prodotto, mentre, se vendesse al di sotto del prezzo di mercato, essa potrebbe aggiudicarsi l'intera domanda di mercato.

Questa curva di domanda può, come al solito, essere interpretata in due modi. Se la quantità è considerata funzione del prezzo, la curva stabilisce che è possibile vendere qualsiasi quantità di prodotto al prezzo di mercato o a un prezzo inferiore. Se invece il prezzo è considerato funzione della quantità, risulta che, quale che sia la quantità venduta, il prezzo di mercato non dipende dalle vendite.

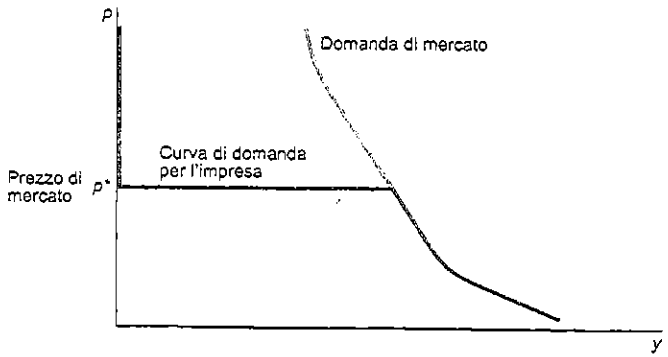


Figura 22.1 **Curva di domanda per un'impresa concorrenziale.** La domanda per l'impresa è orizzontale in corrispondenza del prezzo di mercato. A prezzi più elevati, l'impresa non vende nulla, e a prezzi inferiori si trova di fronte all'intera curva di domanda del mercato.

(Ovviamente, questo non è vero per *qualsiasi* quantità. Il prezzo dev'essere indipendente dall'output per qualsiasi quantità si possa pensare di vendere. Nel caso dei fiori recisi, il prezzo deve essere indipendente dalla quantità venduta fino all'esaurimento dell'intero stock disponibile, che rappresenta il massimo che si può pensare di vendere).

È importante cogliere la differenza tra "curva di domanda per l'impresa" e "curva di domanda di mercato". La curva di domanda di mercato esprime la relazione tra il prezzo di mercato e la quantità totale di output venduto. La curva di domanda per l'impresa esprime la relazione tra il prezzo di mercato e l'output *di quella particolare impresa*.

La curva di domanda di mercato dipende dal comportamento del consumatore, mentre quella per l'impresa dipende non soltanto dal comportamento del consumatore, ma anche da quello delle altre imprese. L'ipotesi di concorrenza è giustificata normalmente col fatto che quando nel mercato sono presenti molte imprese di piccole dimensioni, ciascuna si trova di fronte una curva di domanda sostanzialmente piatta. Ma anche se sul mercato vi fossero solamente due imprese, e una persistesse nel praticare a tutti i costi un certo prezzo, l'altra si troverebbe di fronte a una curva di domanda concorrenziale, come quella della Figura 22.1. L'ipotesi di concorrenza, quindi, risulta valida in un numero di situazioni assai più ampio di quanto possa sembrare a prima vista.

22.3 L'offerta di un'impresa concorrenziale

Possiamo costruire la curva di offerta di un'impresa concorrenziale impiegando le nozioni che già abbiamo a proposito delle curve di costo. Per definizione, un'impresa concorrenziale non può influire sul prezzo di mercato. Il problema di massimizzazione del profitto per un'impresa concorrenziale si presenta di conseguenza come:

$$\max_y \; py - c(y)$$

che significa semplicemente che un'impresa concorrenziale intende massimizzare la differenza tra i ricavi, py, e i costi, $c(y)$.

Quale quantità di output allora deciderà di produrre un'impresa concorrenziale? Essa produrrà la quantità di output in corrispondenza della quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale — dove cioè il ricavo addizionale derivante da un'unità addizionale di output è esattamente uguale al costo addizionale che si sostiene per produrla. Se questa condizione non fosse più valida, l'impresa potrebbe sempre aumentare i profitti variando la quantità prodotta.

Nel caso di un'impresa concorrenziale, il ricavo marginale coincide con il prezzo. Se un'impresa concorrenziale aumenta il proprio output di Δy, infatti, otterrà un ricavo addizionale

$$\Delta R = p\Delta y$$

poiché p per ipotesi non varia. Il ricavo addizionale per unità di output sarà allora

$$\frac{\Delta R}{\Delta y} = p$$

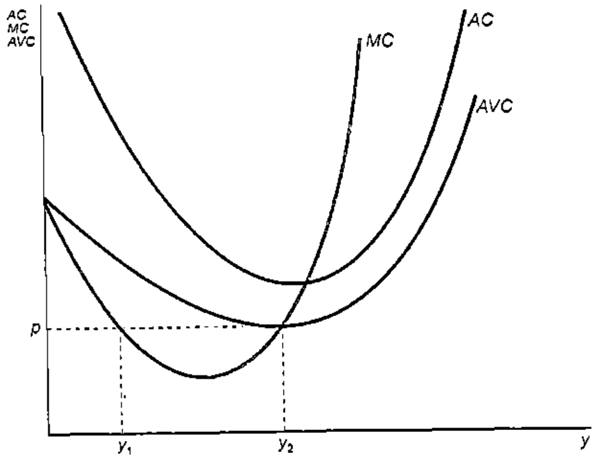


Figura 22.2 **Costo marginale e offerta.** Anche se vi sono due livelli di output in cui il prezzo è uguale al costo marginale, la quantità offerta per la quale il profitto è massimo può corrispondere solo al tratto crescente della curva del costo marginale.

che esprime il ricavo marginale.

Quindi un'impresa concorrenziale sceglierà un livello di output y in corrispondenza del quale il costo marginale è esattamente uguale al prezzo di mercato:

$$p = MC(y).$$

Dato un prezzo di mercato p, vogliamo determinare il livello di output che corrisponde alla massimizzazione del profitto. Se per qualche livello di output y il prezzo fosse superiore al costo marginale, l'impresa potrebbe aumentare i profitti producendo una quantità leggermente superiore. Infatti, se il prezzo è superiore ai costi marginali

$$p - \frac{\Delta c}{\Delta y} > 0$$

e quindi, aumentando l'output di Δy:

$$p\Delta y - \frac{\Delta c}{\Delta y}\Delta y > 0.$$

Semplificando:

$$p\Delta y - \Delta c > 0$$

che significa che l'aumento dei ricavi derivanti dall'output addizionale supera l'aumento dei costi. Il profitto deve così aumentare.

Possiamo applicare un procedimento simile anche al caso in cui il prezzo è inferiore al costo marginale. In questo caso la riduzione della quantità di output farà aumentare il profitto, dato che i ricavi perduti vengono più che compensati dalla riduzione dei costi.

Quando il livello dell'output è ottimo, l'impresa produce una quantità in corrispondenza della quale il prezzo uguaglia i costi marginali. Quale che sia il prezzo di mercato p, l'impresa sceglie un livello di output y, in corrispondenza del quale $p = MC(y)$. Quindi la curva del costo marginale di un'impresa concorrenziale coincide esattamente con la sua curva di offerta, o, in altri termini, il prezzo di mercato coincide con il costo marginale — finché l'impresa produce la quantità di output che massimizza il profitto.

22.4 Un'eccezione

Vi sono però due casi problematici. Il primo si verifica quando esistono livelli diversi di output in corrispondenza dei quali il prezzo è uguale al costo marginale, come nella Figura 22.2, dove sono rappresentati due livelli di output in corrispondenza dei quali il prezzo è uguale al costo marginale. Quale di essi sceglierà l'impresa?

La risposta è piuttosto semplice. Si consideri la prima intersezione, che avviene nel tratto in cui la curva del costo marginale è inclinata negativamente. Se ora si aumentasse di poco l'output, i costi di ogni unità addizionale diminuirebbero, poiché la curva del costo marginale è decrescente. Ma, poiché il prezzo di mercato rimarrà invariato, in questo caso il profitto aumenterebbe.

Possiamo quindi non prendere in considerazione il tratto in cui la curva del costo marginale è inclinata negativamente, perché in questo tratto un aumento dell'output comporta sempre un aumento del profitto. La curva di offerta di un'impresa concorrenziale deve quindi coincidere col tratto inclinato positivamente della curva del costo marginale. Questo significa che anche la curva di offerta deve essere crescente. Il caso dei "beni di Giffen" non può verificarsi per le curve di offerta.

L'uguaglianza del prezzo e del costo marginale è una condizione *necessaria* per la massimizzazione del profitto ma non è, in genere, una condizione *sufficiente*. Il punto in cui il prezzo è uguale al costo marginale non sempre rappresenta il punto di massimo profitto, anche se, d'altra parte, nel punto di massimo profitto il prezzo deve essere uguale al costo marginale.

22.5 Un'altra eccezione

Abbiamo ipotizzato fino ad ora che produrre sia di per sé profittevole, mentre, dopotutto, la cosa migliore da fare per un'impresa sarebbe talvolta non produrre affatto. Dato che è sempre possibile produrre una quantità nulla di output, dobbiamo confrontare la scelta di massimizzazione del profitto con la scelta di non produrre affatto.

Se un'impresa produce una quantità nulla di output, deve comunque sostenere i costi fissi, F. Il profitto derivante dalla produzione di una quantità nulla sarà

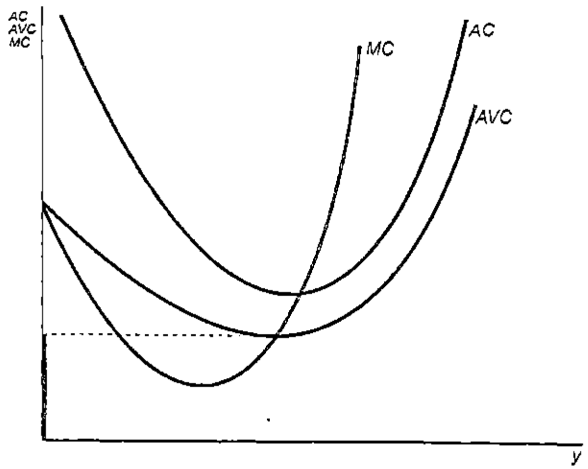


Figura 22.3 **Costo medio variabile e offerta.** La curva di offerta corrisponde al tratto crescente della curva del costo marginale che si trova al di sopra della curva del costo medio variabile. L'impresa non produrrà in corrispondenza dei punti della curva del costo marginale al di sotto della curva del costo medio variabile, dato che il suo profitto potrebbe essere maggiore (le perdite minori) se cessasse l'attività.

quindi $-F$, mentre il profitto derivante dalla produzione di un livello y di output sarà $py - c_v(y) - F$. All'impresa conviene sospendere l'attività quando

$$-F > py - c_v(y) - F$$

cioè quando il "profitto" che deriva dal non produrre nulla, sostenendo comunque i costi fissi, è superiore a quello che si ottiene quando il prezzo è uguale al costo marginale. La precedente espressione può essere trasformata nella **condizione di chiusura:**

$$AVC(y) = \frac{c_v(y)}{y} > p.$$

Se i costi medi variabili sono maggiori di p, all'impresa conviene non produrre affatto, poiché i ricavi derivanti dalla vendita dell'output y non coprono nemmeno $c_v(y)$, i costi *variabili* di produzione. In questo caso sarebbe conveniente per l'impresa chiudere: non producendo nulla dovrebbe comunque sostenere i costi fissi, ma eviterebbe le perdite ancora maggiori che avrebbe se continuasse a produrre.

La discussione precedente dimostra che solo i punti che appartengono al tratto della curva del costo marginale al di sopra della curva del costo medio variabile possono appartenere alla curva di offerta. Se un punto in corrispondenza del quale il prezzo è uguale al costo marginale si trovasse al di sotto della curva del costo medio variabile, la scelta ottima per l'impresa sarebbe quella di produrre una quantità nulla.

Otteniamo in questo modo un grafico della curva di offerta come quello della Figura 22.3. L'impresa concorrenziale produce lungo il tratto crescente della curva del costo marginale che si trova al di sopra della curva del costo medio variabile.

ESEMPIO: Il prezzo dei sistemi operativi

Per poter funzionare un computer ha bisogno di un sistema operativo, e la maggior parte dei produttori di computer vendono le loro macchine provviste di sistemi operativi già installati. Nei primi anni '80 molti produttori di sistemi operativi stavano combattendo per la supremazia nel mercato dei personal computer IBM compatibili. In quegli anni i produttori di sistemi operativi normalmente addebitavano ai produttori di personal computer ciascuna copia del sistema operativo *installata* sulle macchine che questi ultimi mettevano in vendita.

La Microsoft Corporation propose uno schema alternativo in base al quale i produttori dovevano pagare in base al numero dei computer che *costruivano*. La Microsoft fissò il prezzo della licenza di utilizzo del sistema operativo a un livello tale da renderlo attraente per i produttori.

Si noti l'intelligente strategia di prezzo della Microsoft: una volta firmato il contratto con il produttore, il costo marginale dell'installazione del sistema operativo MS-DOS su un computer già costruito era uguale a zero. D'altra parte, installare un sistema operativo di un concorrente poteva costare dai 50 ai 100 dollari. Naturalmente i produttori di hardware (e di conseguenza gli utenti finali) pagavano alla Microsoft il costo del sistema operativo, ma la struttura del contratto che fissava il prezzo rendeva MS-DOS molto più attraente dei sistemi prodotti dai concorrenti. In questo modo il sistema prodotto dalla Microsoft finì col diventare il sistema operativo standard installato sui personal computer, e acquisì una penetrazione sul mercato superiore al 90 per cento.

22.6 La funzione di offerta inversa

Abbiamo visto che la curva di offerta di un'impresa concorrenziale è ottenuta dalla condizione di uguglianza tra prezzo e costo marginale. Come si ricorderà è possibile esprimere questa relazione tra prezzo e output in due modi: considerare l'output funzione del prezzo, come si fa usualmente, oppure considerare la "funzione di offerta inversa" che esprime il prezzo in funzione dell'output. Ciò consente di comprendere meglio la loro relazione.

Poiché il prezzo è uguale al costo marginale in corrispondenza di ogni punto sulla curva di offerta, il prezzo di mercato deve rappresentare il costo marginale per ogni impresa che operi nell'industria. Il costo marginale deve cioè essere il *medesimo* per un'impresa che produca una grande quantità di output e per una che ne produca una piccola quantità, se entrambe massimizzano il profitto. I costi totali di ciascuna impresa possono essere molto diversi, ma i costi marginali devono essere uguali. L'equazione $p = MC(y)$ ci dà la funzione di offerta inversa, cioè il prezzo in funzione dell'output.

22.7 Profitto e surplus del produttore

Dato il prezzo di mercato è possibile individuare, partendo dalla condizione $p = MC(y)$, il livello ottimo di produzione dell'impresa, e da quest'ultimo ottenere il profitto. Nella Figura 22.4 l'area del rettangolo più grande è p^*y^*, che corrisponde al ricavo totale. L'area $y^*AC(y^*)$ rappresenta i costi totali poiché

$$yAC(y) = y\frac{c(y)}{y} = c(y).$$

Il profitto è semplicemente la differenza fra le due aree.

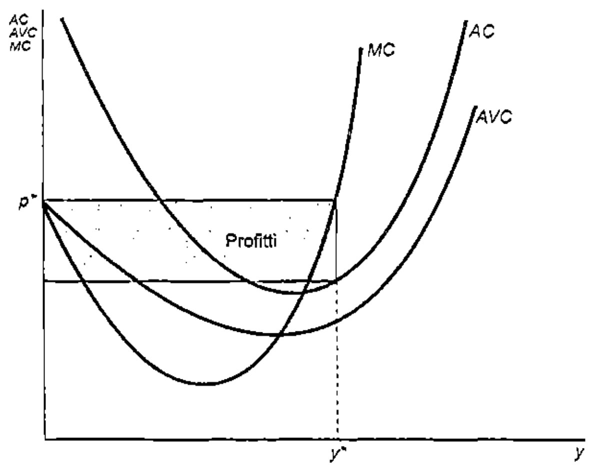


Figura 22.4 **Profitto.** Il profitto è la differenza tra i ricavi totali e i costi totali rappresentata dal rettangolo ombreggiato.

Nel Capitolo 14 abbiamo definito **surplus del produttore** l'area situata alla sinistra della curva di offerta, così come il surplus del consumatore è rappresentato dall'area alla sinistra della curva di domanda. Si dà il caso che il surplus del produttore sia strettamente connesso al profitto dell'impresa. Esso infatti è uguale alla differenza tra i ricavi e i costi variabili, oppure alla somma del profitto e dei costi fissi:

$$\text{profitto} = py - c_v(y) - F$$

$$\text{surplus del produttore} = py - c_v(y).$$

Il modo più diretto di misurare il surplus del produttore è calcolare la differenza tra l'area dei ricavi e l'area $y^*AVC(y^*)$, come nella Figura 22.5A, anche se esistono altri modi di misurarlo utilizzando la curva del costo marginale.

Abbiamo visto nel Capitolo 21 che l'area al di sotto della curva del costo marginale rappresenta i costi totali variabili, cioè il costo di produzione della prima unità, più il costo di produzione della seconda unità, e così via. Per ottenere il surplus del produttore dovremo quindi sottrarre l'area al di sotto della curva del costo marginale dall'area dei ricavi, come si vede nella Figura 22.5B.

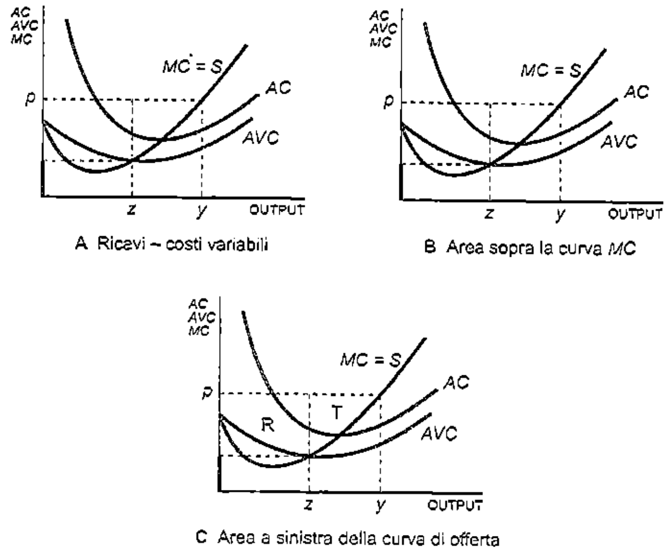


Figura 22.5 **Surplus del produttore.** Sono rappresentati tre metodi equivalenti per misurare il surplus del produttore. Il quadro A rappresenta il rettangolo corrispondente alla differenza tra il ricavo e i costi variabili. Il quadro B rappresenta l'area al di sopra della curva del costo marginale. Nel quadro C impieghiamo il primo metodo fino al livello di output z (area R) e successivamente il secondo (area T).

Possiamo infine combinare questi due metodi, impiegando la prima definizione per il tratto della curva fino al punto in cui il costo marginale è uguale ai costi medi variabili, e successivamente l'area al di sopra della curva del costo marginale, come nella Figura 22.5C. Quest'ultimo metodo è il più adatto in molte applicazioni, poiché il valore che ne risulta corrisponde alla superficie a sinistra della curva di offerta. Si noti che ciò è coerente con la definizione di surplus del produttore data nel Capitolo 14.

Raramente ci occupiamo del surplus *totale* del produttore, ma piuttosto della sua *variazione*. Quest'ultima, se l'impresa passa da un livello y^* a un livello y' di output, sarà rappresentata da una regione di forma trapezoidale, come quella della Figura 22.6.

Si noti che la variazione del surplus del produttore, in questo caso, corrisponde alla variazione del profitto che si ha per la stessa variazione, da y^* a y', del livello dell'output, poiché, per definizione, i costi fissi non variano. È quindi possibile misurare l'effetto sul profitto di una variazione del livello dell'output impiegando solamente la curva del costo marginale, senza far riferimento alla curva del costo medio.

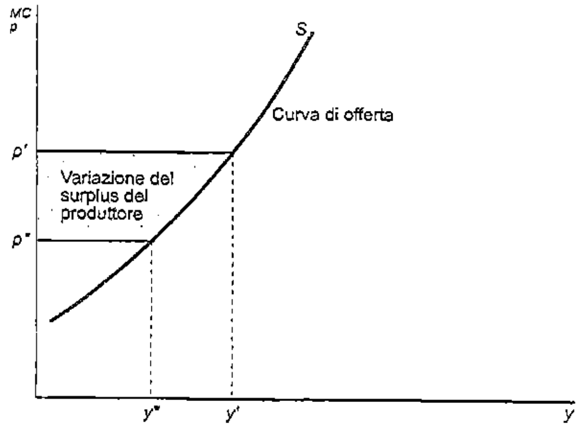


Figura 22.6 **Variazione del surplus del produttore.** Poiché la curva di offerta coincide con il tratto crescente della curva del costo marginale, la variazione del surplus del produttore avrà, normalmente, una forma trapezoidale.

ESEMPIO: La curva di offerta per una specifica funzione di costo

Quale sarà la forma della curva di offerta per l'esempio fornito nel capitolo precedente, dove $c(y) = y^2 + 1$? In questo esempio la curva del costo marginale si trovava sempre al di sopra della curva del costo medio variabile, ed era sempre crescente.

Quindi, la condizione "prezzo uguale costo marginale" ci dà direttamente la curva di offerta. Sostituendo $2y$ al costo marginale si ottiene la formula

$$p = 2y$$

che ci dà la curva di offerta inversa, cioè il prezzo in funzione dell'output. Risolvendo per l'output in funzione del prezzo otteniamo

$$S(p) = y = \frac{p}{2}$$

che è l'equazione della curva di offerta (si veda la Figura 22.7).

Sostituendo questa funzione di offerta nella definizione del profitto è possibile calcolare, per ogni prezzo p, il profitto massimo:

$$\begin{aligned} \pi(p) &= py - c(y) \\ &= p\frac{p}{2} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1 \\ &= \frac{p^2}{4} - 1. \end{aligned}$$

Qual è la relazione tra massimo profitto e surplus del produttore? Nella Figura 22.8 si può notare che il surplus del produttore (l'area alla sinistra della curva di offerta) è rappresentato da un triangolo con base $y = p/2$ e altezza p. L'area del triangolo è pertanto:

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{p}{2}\right)p = \frac{p^2}{4}.$$

Confrontando questo risultato con la formula del profitto, si può notare che il surplus del produttore corrisponde alla somma del profitto e dei costi fissi, come richiesto.

22.8 La curva di offerta di lungo periodo dell'impresa

La funzione di offerta di lungo periodo dell'impresa esprime la quantità ottima di output che l'impresa può produrre se è libera di far variare la dimensione dell'impianto (o qualsiasi altro fattore sia fisso nel breve periodo). Scriviamo quindi la curva di offerta di lungo periodo

$$p = MC_l(y) = MC(y, k(y)).$$

La curva di offerta di breve periodo si ottiene dall'eguaglianza tra il prezzo e il costo marginale, in corrispondenza di qualche livello fisso k:

$$p = MC(y, k).$$

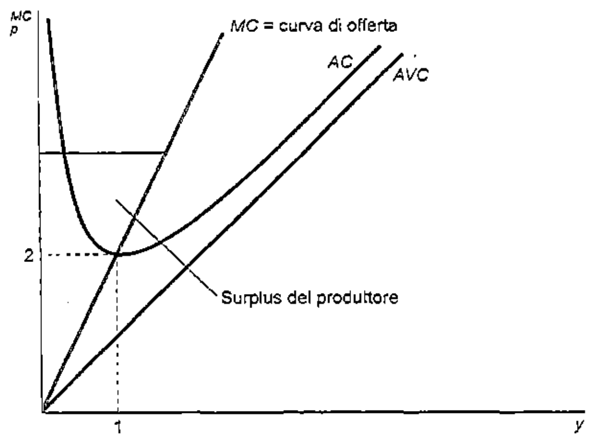


Figura 22.7 **Un esempio specifico di curva di offerta.** Curva di offerta e surplus del produttore per la funzione di costo $c(y) = y^2 + 1$.

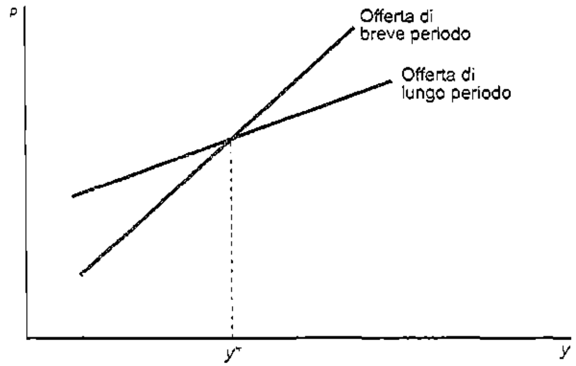


Figura 22.8 **Curve di offerta di breve e lungo periodo.** La curva di offerta di lungo periodo è tipicamente più elastica di quella di breve periodo.

Si noti la differenza tra le due espressioni. La curva di offerta di breve periodo si ottiene dal costo marginale mantenendo k fisso in corrispondenza di un dato livello di output, mentre quella di lungo periodo si ottiene dal costo marginale, quando è possibile far variare k in modo ottimale.

Si ricorderà che i costi marginali di breve e di lungo periodo coincidono in corrispondenza del livello di output y^*, per il quale la scelta del fattore fisso associata al costo marginale di breve periodo è la scelta ottima, k^*. Quindi, le curve di offerta di breve e lungo periodo dell'impresa coincideranno in corrispondenza di y^*, come si vede nella Figura 22.8.

Nel breve periodo l'impresa dispone di alcuni fattori in quantità fissa, mentre nel lungo periodo questi fattori sono variabili. Quindi, se il prezzo dell'output varia, l'impresa ha maggiori possibilità di far variare le proprie scelte nel lungo che nel breve periodo. Questo suggerisce che la curva di offerta di lungo periodo sia più sensibile al prezzo — cioè più elastica — della curva di offerta di breve periodo, come è rappresentato nella Figura 22.8.

Che altro si può dire della curva di offerta di lungo periodo? Il lungo periodo è quel periodo di tempo nel quale l'impresa è libera di far variare l'impiego di tutti i propri input. Una delle scelte a disposizione è naturalmente quella di cessare l'attività. Poiché nel lungo periodo l'impresa può sempre ottenere profitti nulli, cessando l'attività, i suoi profitti in corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo devono essere almeno nulli:

$$py - c(y) \geq 0$$

che significa

$$p \geq \frac{c(y)}{y}.$$

Nel lungo periodo, quindi, il prezzo deve essere non inferiore al costo medio. Ne deriva che il tratto rilevante della curva di offerta di lungo periodo è costituito dal tratto crescente della curva del costo marginale che si trova al di sopra della curva del costo medio (si veda la Figura 22.9).

Ciò è coerente con quanto avviene nel breve periodo: nel lungo periodo tutti i costi sono variabili, quindi la condizione di breve periodo, in cui il prezzo si trova al di sopra del costo medio variabile, equivale alla condizione di lungo periodo, in cui il prezzo si trova al di sopra del costo medio.

22.9 Costi medi costanti di lungo periodo

Un caso particolarmente interessante è quello di una tecnologia che nel lungo periodo presenti rendimenti di scala costanti. In questo caso, la curva di offerta di lungo periodo corrisponde alla curva del costo marginale di lungo periodo, che, nel caso di costi medi costanti, a sua volta coincide con la curva del costo medio di lungo periodo. Questa situazione è rappresentata nella Figura 22.10, dove la curva di offerta di lungo periodo è una retta orizzontale in corrispondenza di c_{min}, il livello del costo medio costante.

Questa curva di offerta significa che l'impresa è disposta a fornire qualsiasi quantità di output per $p = c_{min}$, una quantità arbitrariamente grande di output per $p > c_{min}$, e una quantità nulla per $p < c_{min}$. Ciò ha senso se si ricorda quanto abbiamo detto a proposito dei rendimenti di scala costanti: se è possibile produrre 1

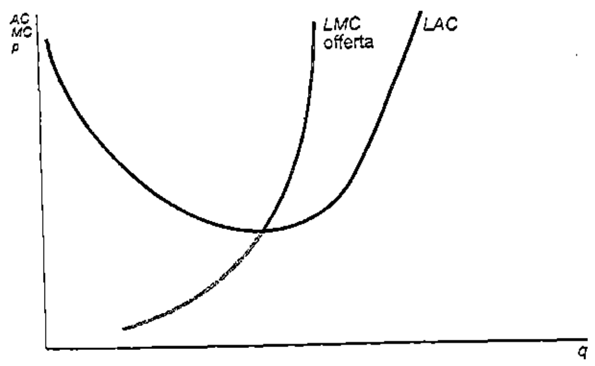


Figura 22.9 **La curva di offerta di lungo periodo.** La curva di offerta di lungo periodo è rappresentata dal tratto crescente della curva del costo marginale di lungo periodo che si trova al di sopra della curva del costo medio.

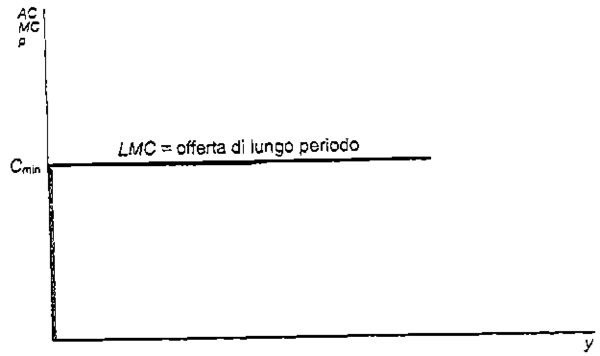


Figura 22.10 **Costi medi costanti.** Nel caso di costi medi costanti, la curva di offerta di lungo periodo è una retta orizzontale.

unità per c_{min} dollari, è anche possibile produrre n unità per nc_{min} dollari. L'impresa sarà quindi disposta a offrire qualsiasi quantità di output a un prezzo uguale a c_{min}, e una quantità arbitrariamente elevata a un prezzo qualsiasi maggiore di c_{min}.

D'altra parte, se $p < c_{min}$, così che si hanno perdite per offrire anche solo una unità di output, a maggior ragione se ne avranno offrendone n unità. Quindi, per

qualsiasi prezzo inferiore a c_{min}, l'impresa deciderà di non offrire alcuna unità di output.

Sommario

1. La relazione tra il prezzo praticato dall'impresa e l'output venduto è nota come curva di domanda per l'impresa. Per definizione, un'impresa concorrenziale si trova di fronte a una curva di domanda orizzontale, la cui altezza è il prezzo di mercato, cioè il prezzo praticato dalle altre imprese presenti nel mercato.

2. La curva di offerta (di breve periodo) di un'impresa concorrenziale coincide con il tratto crescente della sua curva del costo marginale (di breve periodo) che si trova al di sopra della curva del costo medio variabile.

3. La variazione del surplus del produttore che si verifica al variare del prezzo da p_1 a p_2 è rappresentata dall'area alla sinistra della curva del costo marginale, compresa tra p_1 e p_2. Essa misura anche la variazione del profitto dell'impresa.

4. La curva di offerta di lungo periodo di un'impresa corrisponde al tratto crescente della sua curva del costo marginale di lungo periodo che si trova al di sopra della curva del costo medio di lungo periodo.

Domande

1. Sia $c(y) = 10y^2 + 1000$ la funzione di costo di un'impresa. Quale sarà la sua curva di offerta?

2. Sia $c(y) = 10y^2 + 1000$ la funzione di costo di un'impresa. Per quale quantità di output i costi medi risultano minimizzati?

3. Sia $S(p) = 100 + 20p$ la curva di offerta. Qual è la formula della curva di offerta inversa?

4. Sia $S(p) = 4p$ la funzione di offerta dell'impresa, e i costi fissi siano uguali a 100. Se il prezzo varia da 10 a 20, quale sarà la variazione del profitto?

5. Se la funzione di costo di lungo periodo è $c(y) = y^2 + 1$, qual è la curva di offerta di lungo periodo dell'impresa?

6. Si definisca quanto segue come vincolo tecnologico oppure come vincolo di mercato: il prezzo degli input, il numero delle altre imprese nel mercato, la quantità di output prodotto, la capacità di produrre di più dati gli attuali livelli degli input.

7. Qual è l'ipotesi fondamentale che caratterizza un mercato perfettamente concorrenziale?

8. Il ricavo marginale di un'impresa (in un mercato perfettamente concorrenziale) è sempre uguale a...? Un'impresa che massimizzi il profitto, in questo tipo di mercato, produrrà una quantità di output uguale a...?

9. Se i costi variabili medi fossero superiori al prezzo di mercato, quale quantità di output dovrebbe produrre l'impresa? E se non ci fossero costi fissi?

10. È vero che per un'impresa perfettamente concorrenziale è sempre meglio produrre, anche se in perdita? Se sì, quando?

11. Qual è la relazione tra prezzo di mercato e costo di produzione per le imprese dell'industria in un mercato perfettamente concorrenziale?

APPENDICE

Quanto abbiamo detto finora diventa molto semplice se si impiega il calcolo differenziale. Il problema di massimizzazione del profitto è

$$\max_{y} py - c(y)$$

$$\text{tale che } y \geq 0.$$

Le condizioni necessarie per determinare l'offerta ottima, y^*, sono la condizione del primo ordine

$$p - c'(y^*) = 0$$

e la condizione del secondo ordine

$$-c''(y^*) \leq 0.$$

La condizione del primo ordine stabilisce che il prezzo è uguale al costo marginale, e quella del secondo ordine che il costo marginale deve essere crescente. Si presume, naturalmente, che $y^* > 0$. Se il prezzo in corrispondenza di y^* è inferiore al costo medio variabile, all'impresa conviene produrre una quantità nulla. Per determinare la curva di offerta di un'impresa concorrenziale, si devono trovare tutti i punti in cui le condizioni del primo e del secondo ordine siano soddisfatte, confrontarli tra di loro (e con $y = 0$) e scegliere quello che consente di ottenere il profitto più elevato. Sarà questa l'offerta che massimizza il profitto.

23

OFFERTA DELL'INDUSTRIA

Abbiamo visto come derivare la curva di offerta di un'impresa dalla sua curva del costo marginale. Ma, in un mercato concorrenziale, sono presenti tipicamente molte imprese, e quindi in quel mercato la curva di offerta corrisponde alla somma delle offerte delle singole imprese dell'industria. In questo capitolo studieremo appunto la **curva di offerta dell'industria**.

23.1 Offerta dell'industria di breve periodo

Inizieremo prendendo in esame un'industria in cui sia presente un numero fisso di imprese, n. Sia $S_i(p)$ la curva di offerta dell'impresa i: in questo caso la **curva di offerta dell'industria** o **curva di offerta di mercato** sarà

$$S(p) = \sum_{i=1}^{n} S_i(p)$$

cioè la somma delle singole curve di offerta. In termini geometrici consideriamo la somma delle quantità di output fornite da ciascuna impresa in corrispondenza di ciascun prezzo, ottenendo in tal modo la somma *orizzontale* delle curve di offerta, come nella Figura 23.1.

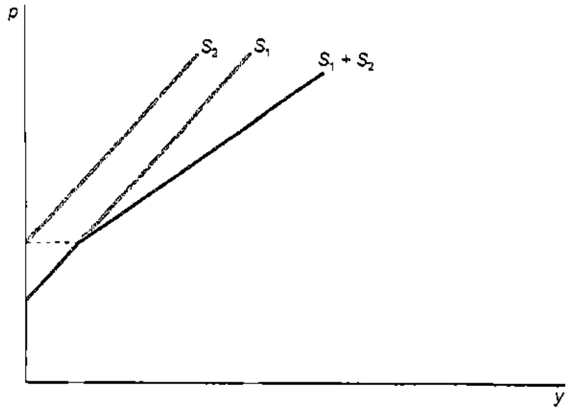


Figura 23.1 **Curva di offerta dell'industria.** La curva di offerta dell'industria ($S_1 + S_2$) corrisponde alla somma delle curve di offerta individuali (S_1 e S_2).

23.2 Equilibrio dell'industria nel breve periodo

Per determinare l'equilibrio dell'industria consideriamo la curva di offerta di mercato e individuiamo la sua intersezione con la curva di domanda di mercato. L'intersezione rappresenta il prezzo di equilibrio, p^*.

Stabilito il prezzo di equilibrio, torniamo a considerare le singole imprese, esaminandone i livelli di output e i profitti. Nella Figura 23.2 abbiamo rappresentato un'industria in cui siano presenti tre imprese, A, B e C. In questo esempio, l'impresa A impiega una combinazione di prezzo e output che si trova sulla curva del costo medio. Ciò significa che

$$p = \frac{c(y)}{y}.$$

Con opportune trasformazioni otteniamo

$$py - c(y) = 0$$

e quindi l'impresa A realizza profitti nulli.

L'impresa B produce in corrispondenza di un punto in cui il prezzo è superiore al costo medio: $p > c(y)/y$, e quindi realizza un profitto nell'equilibrio di breve periodo. L'impresa C, infine, produce in corrispondenza di un punto in cui il prezzo è inferiore al costo medio; essa realizza quindi un profitto negativo, cioè subisce una perdita.

In generale, le combinazioni di prezzo e output che si trovano al di sopra della curva del costo medio corrispondono a profitti positivi, mentre quelle che si trovano al di sotto corrispondono a profitti negativi. Anche se il profitto è negativo,

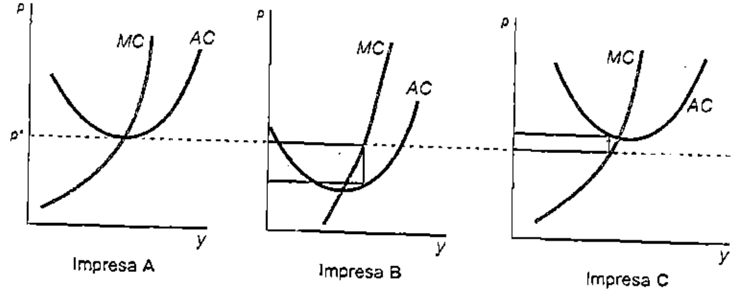


Figura 23.2 **Equilibrio di breve periodo.** Esempio di un equilibrio di breve periodo con tre imprese. Il profitto dell'impresa A è nullo, quello dell'impresa B è positivo, e quello dell'impresa C è negativo (cioè l'impresa C subisce una perdita).

all'impresa converrà continuare a produrre nel breve periodo se la sua combinazione di prezzo e output si trova al di sopra della curva del costo medio *variabile*, poiché in questo caso realizzerà perdite minori continuando l'attività piuttosto che producendo una quantità nulla.

23.3 Equilibrio dell'industria nel lungo periodo

Nel lungo periodo le imprese possono modificare l'impiego dei fattori fissi, cioè possono scegliere la dimensione dell'impianto, o la dotazione di capitale, o altro, in modo da massimizzare il profitto nel lungo periodo. Questo significa che si sposteranno dalle curve di costo di breve a quelle di lungo periodo, senza che questo complichi l'analisi: considereremo semplicemente le curve di offerta di lungo periodo derivate dalle curve del costo marginale di lungo periodo.

Nel lungo periodo, tuttavia, dobbiamo tener conto di un altro possibile effetto. Se un'impresa subisce delle perdite nel lungo periodo, non ha motivo di restare nell'industria, e ci aspetteremo quindi che essa ne *esca*, poiché uscendo dall'industria potrà ridurre le perdite a zero. In altri termini, questo significa che l'unico tratto rilevante della curva di offerta di un'impresa, nel lungo periodo, è quello che si trova *sulla curva del costo medio* o *al di sopra* di questa, poiché in corrispondenza di questo tratto i profitti sono non negativi.

Analogamente, se in un mercato si realizzano profitti, ci aspetteremo che nuove imprese *entrino*. Dopo tutto, si suppone che la curva di costo includa il costo di tutti i fattori necessari alla produzione, valutati al loro prezzo di mercato (cioè i loro costi opportunità). Se un'impresa realizza dei profitti nel lungo periodo, questo significa che *qualsiasi altra* impresa può entrare nel mercato, acquistare i fattori necessari e produrre un'identica quantità di output a un identico costo.

Nella maggior parte delle industrie concorrenziali non esistono impedimenti all'entrata di nuove imprese nell'industria; si dirà in questo caso che vi è **libertà** di entrata nell'industria. In alcune industrie vi sono invece **barriere all'entrata**, quali ad esempio licenze o restrizioni imposte dalla legge al numero delle imprese che possono essere presenti in un'industria. Per esempio, in molti stati la regolamentazione della vendita degli alcolici impedisce la libera entrata nell'industria della vendita al dettaglio di liquori.

I due effetti di lungo periodo — la possibilità di acquistare differenti fattori fissi e la possibilità di entrata e uscita — sono strettamente connessi. Un'impresa già presente in una data industria può decidere di acquistare un nuovo impianto o un altro negozio, e aumentare così la quantità dell'output prodotto. Oppure, una nuova impresa può entrare nell'industria acquistando un nuovo impianto e iniziando così a produrre.

Naturalmente con l'entrata di un numero sempre maggiore di imprese nell'industria — e l'uscita delle imprese che subiscono perdite — la quantità totale di output varia, determinando una variazione nel prezzo di mercato. Questo, a sua volta, farà variare i profitti, modificando così gli incentivi all'entrata e all'uscita. Quale sarà allora l'equilibrio in un'industria in cui vi sia libertà d'entrata?

Consideriamo il caso in cui la funzione di costo di lungo periodo sia $c(y)$ per tutte le imprese. Data la funzione di costo, calcoliamo il livello di output per il quale i costi medi sono minimi, y^*. Il valore minimo del costo medio sarà allora $p^* = c(y^*)/y^*$. Questo valore è significativo, perché rappresenta il prezzo più basso che le imprese possono praticare senza subire perdite.

Possiamo ora tracciare le curve di offerta dell'industria, quale che sia il numero di imprese presenti nel mercato. La Figura 23.3 rappresenta le curve di offerta dell'industria se sono presenti nel mercato $1, \ldots, 4$ imprese (consideriamo al massimo 4 imprese solo a titolo di esempio; in realtà, in un'industria concorrenziale le imprese saranno molte di più). Si noti che, poiché le imprese hanno la stessa curva di offerta, se vi sono due imprese sul mercato, la quantità complessivamente offerta è il doppio di quella offerta nel caso sia presente una sola impresa; se sul mercato vi sono tre imprese la quantità offerta complessivamente sarà tripla, e così via.

Aggiungiamo ora altre due curve al grafico: una retta orizzontale passante per p^*, il prezzo minimo compatibile con profitti non negativi, e la curva di domanda di mercato. Consideriamo le intersezioni della curva di domanda e delle curve di offerta per un numero $n = 1, 2, \ldots$ di imprese. Se, quando vi sono profitti positivi, nuove imprese entrano nell'industria, l'intersezione rilevante è quella in corrispondenza della quale si ha il *minimo prezzo compatibile con profitti non negativi*.

Nell'esempio della Figura 23.3 tale intersezione, indicata con p', si verifica quando siano presenti nel mercato tre imprese. Se un'altra impresa entra nel mercato, i profitti tenderanno a divenire negativi. In questo caso, il numero massimo di imprese concorrenziali che possono rimanere nell'industria è tre.

23.4 Curva di offerta di lungo periodo

Il procedimento del paragrafo precedente — che consente di ottenere le curve di offerta dell'industria, quale che sia il numero di imprese presenti nel mercato, e

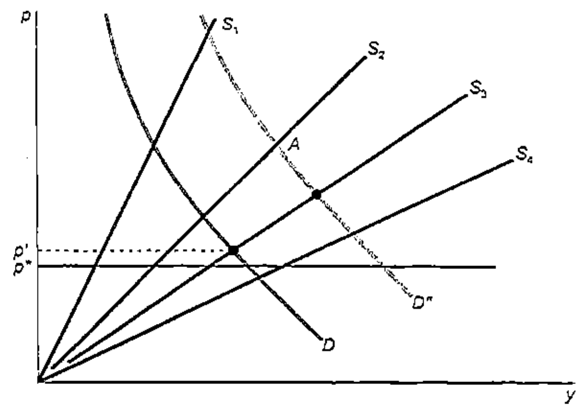


Figura 23.3 **Curve di offerta dell'industria con libertà d'entrata.** Curve di offerta per $1, 2, \ldots, 4$ imprese. Si ha il prezzo di equilibrio, p', in corrispondenza dell'intersezione più bassa possibile tra domanda e offerta tale che $p' \geq p^*$.

di determinare poi il numero massimo di imprese compatibile con profitti non negativi — è assolutamente rigoroso e di facile applicazione, anche se, tuttavia, esiste un'utile approssimazione che ci consente di ottenere lo stesso risultato.

Vogliamo verificare se esiste un modo per ottenere *una* curva di offerta dell'industria dalle n curve esaminate in precedenza. Osserviamo prima di tutto che è possibile escludere tutti i punti della curva di offerta al di sotto di p^*, poiché essi non possono mai corrispondere a livelli operativi nel lungo periodo. Ma possiamo anche escludere alcuni punti sulle curve di offerta che si trovano *al di sopra* di p^*.

Si assumerà tipicamente che la curva di domanda di mercato abbia inclinazione negativa. La curva di domanda più ripida sarà quindi una retta verticale. Questo significa che non si avranno punti equivalenti al punto A della Figura 23.3, poiché qualsiasi curva di domanda con inclinazione negativa passante per A dovrebbe anche intersecare una curva di offerta associata a un numero maggiore di imprese, come è mostrato dall'ipotetica curva di domanda D'' che passa per il punto A nella Figura 23.3.

È così possibile escludere un tratto di ciascuna curva di offerta, che non corrisponde a un possibile equilibrio di lungo periodo. Ogni punto della curva di offerta a 1 impresa, che si trovi alla destra dell'intersezione della curva di offerta a 2 imprese con la retta passante per p^*, non è compatibile con l'equilibrio di lungo periodo. Analogamente, ogni punto sulla curva di offerta a 2 imprese, che si trovi alla destra dell'intersezione della curva di offerta a 3 imprese con la retta passante per p^*, non è compatibile con l'equilibrio di lungo periodo... e ogni punto sulla curva di offerta a n imprese, che si trovi alla destra dell'intersezione della curva di offerta a $n+1$ imprese con la retta passante per p^*, non può essere compatibile con l'equilibrio.

I tratti delle curve di offerta in corrispondenza dei quali esiste l'equilibrio di lungo periodo sono indicati dai segmenti più marcati nella Figura 23.4. L'n-esimo segmento più marcato rappresenta tutte le combinazioni di prezzi e output dell'industria compatibili con un numero n di imprese in equilibrio di lungo periodo. Si noti che questi segmenti diventano sempre più piatti all'aumentare dell'output dell'industria, via via che aumenta, cioè, il numero delle imprese sul mercato.

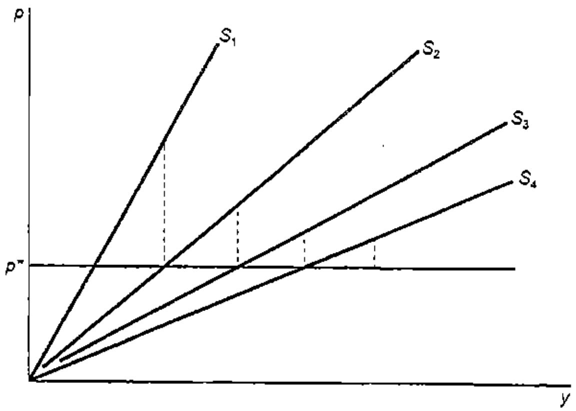


Figura 23.4 **Curva di offerta di lungo periodo.** Si possono eliminare quei tratti delle curve di offerta che nel lungo periodo non possono intersecare la curva di domanda di mercato, inclinata negativamente, quali i punti di ciascuna curva di offerta alla destra delle linee punteggiate.

Ciò avviene perché, se è presente una sola impresa sul mercato e il prezzo aumenta di Δp, essa produrrà una quantità addizionale di output Δy. Se sul mercato sono presenti n imprese e il prezzo aumenta di Δp, *ciascuna* impresa produrrà una quantità addizionale Δy, e quindi l'output addizionale complessivo sarà $n\Delta y$. Questo significa che la curva di offerta diventerà sempre più piatta via via che aumentano le imprese sul mercato, poiché l'offerta diventerà sempre più sensibile al prezzo.

Per un numero di imprese sul mercato sufficientemente elevato, la curva di offerta sarà quindi sostanzialmente piatta, tanto da poter dire che la sua inclinazione è pressoché nulla: ciò equivale ad affermare che la curva di offerta dell'industria nel lungo periodo è una retta orizzontale in corrispondenza di un prezzo uguale al minimo del costo medio. Questa approssimazione si rivela poco significativa se, nel lungo periodo, sono presenti nell'industria solo poche imprese. Ma anche l'ipotesi

che un numero ristretto di imprese si comporti in modo concorrenziale è altrettanto approssimativa! Se, nel lungo periodo, il numero delle imprese è sufficientemente elevato, il prezzo di equilibrio non può discostarsi molto dal minimo del costo medio, come è rappresentato nella Figura 23.5.

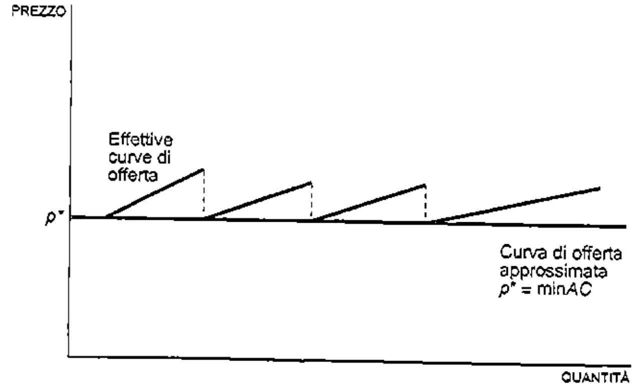


Figura 23.5 **Curva di offerta approssimata di lungo periodo.** La curva di offerta di lungo periodo sarà approssimativamente piatta in corrispondenza del prezzo uguale al minimo del costo medio.

Ne deriva un'importante conseguenza: in un'industria concorrenziale in cui vi sia libertà d'entrata si realizzeranno profitti pressoché nulli. Se vi fossero infatti profitti positivi, altre imprese sarebbero indotte a entrare nell'industria, facendo tendere così i profitti a zero.

Si ricorderà che per calcolare correttamente i costi è necessario valutare tutti i fattori produttivi ai loro prezzi di mercato. Se *tutti* i fattori sono valutati correttamente, chiunque può riprodurre esattamente ciò che fa un'impresa che realizzi profitti positivi. Chiunque cioè può presentarsi sul mercato e acquistare i fattori necessari per produrre nello stesso modo la stessa quantità di output di quell'impresa.

In un'industria in cui vi sia libertà di entrata e uscita, la curva del costo medio di lungo periodo sarà sostanzialmente piatta in corrispondenza di un prezzo uguale al minimo del costo medio. Questo è esattamente il tipo di curva di offerta di lungo periodo che avrebbe un'impresa con una tecnologia a rendimenti di scala costanti. Ciò non è casuale: abbiamo dimostrato che l'ipotesi di rendimenti di scala costanti è ragionevole, poiché un'impresa può sempre rifare esattamente ciò che faceva prima. Ma anche un'altra impresa potrebbe rifarlo! L'espansione dell'output grazie al raddoppiamento di un impianto equivale all'entrata nell'industria di una nuova impresa con raddoppiate capacità produttive. Così, la curva di offerta di lungo periodo di un'industria concorrenziale con libertà d'entrata sarà simile alla curva di offerta di lungo periodo di un'impresa con tecnologia a rendimenti di scala costanti: una retta orizzontale in corrispondenza del prezzo che uguaglia il minimo del costo medio.

ESEMPIO: Tassazione nel lungo e nel breve periodo

Consideriamo un'industria in cui vi sia libertà di entrata e di uscita e supponiamo che essa si trovi inizialmente in equilibrio di lungo periodo con un numero fisso di imprese e profitti nulli, come rappresentato nella Figura 23.6. Nel breve periodo, con un numero fisso di imprese, la curva di offerta dell'industria ha inclinazione positiva, mentre, nel lungo periodo, con un numero di imprese variabile, la curva di offerta è orizzontale in corrispondenza del prezzo uguale al minimo del costo medio.

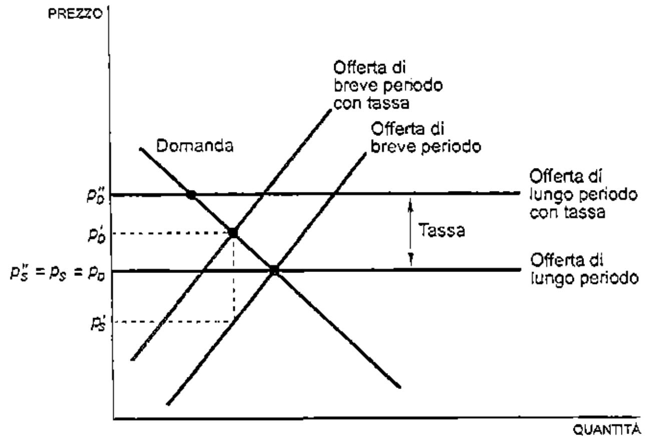


Figura 23.6 **Tassazione nel breve e nel lungo periodo.** Nel breve periodo, con un numero fisso di imprese, la curva di offerta dell'industria ha inclinazione positiva, e quindi parte della tassa ricade sui consumatori e parte sulle imprese. Nel lungo periodo la curva di offerta dell'industria è orizzontale, e quindi l'onere della tassa ricade interamente sui consumatori.

Che cosa succede se viene applicata una tassa a quest'industria? Utilizziamo una rappresentazione geometrica analoga a quella del Capitolo 16: per individuare il nuovo prezzo spostiamo la curva di offerta verso l'alto di un tratto pari all'ammontare della tassa.

In generale, quando viene applicata una tassa, i consumatori pagano un prezzo più elevato, e i produttori ricevono un prezzo più basso. Ma i produttori, prima dell'imposizione della tassa, riuscivano esattamente a pareggiare i costi, e quindi ora, per qualsiasi prezzo più basso, subiscono delle perdite, che indurranno alcune imprese ad abbandonare l'industria. In questo modo l'offerta si ridurrà e il prezzo per i consumatori aumenterà ulteriormente.

Nel lungo periodo, l'offerta dell'industria sarà rappresentata da una curva orizzontale. Per rimanere su questa curva le imprese devono praticare un prezzo uguale al minimo del costo medio, cioè il prezzo praticato prima della tassa, e quindi il prezzo per i consumatori dovrà aumentare in misura pari all'intero ammontare della tassa.

Nella Figura 23.6, si ha inizialmente un equilibrio in corrispondenza di $P_D = P_S$. Quando la tassa viene introdotta, la curva di offerta di breve periodo si sposta verso l'alto di un tratto pari all'ammontare della tassa, e il prezzo di equilibrio per i consumatori diventa P_D', mentre il prezzo di equilibrio per le imprese diminuisce a $P_S' = P_D' - t$. Ma ciò avviene solo nel breve periodo, quando cioè il numero delle imprese presenti nell'industria è fisso. Dato che vi è libertà d'entrata e di uscita, la curva di offerta di *lungo periodo* dell'industria è orizzontale in corrispondenza di $P_D = P_S$ = minimo del costo medio. Quindi, nel lungo periodo, lo spostamento verso l'alto della curva di offerta significa che l'intero peso della tassa ricade sui consumatori.

Per riassumere: in un'industria in cui vi sia libertà di entrata l'introduzione di una tassa, all'inizio, farà aumentare il prezzo per i consumatori in misura inferiore al suo ammontare, poiché una parte della tassa ricadrà sui produttori. Ma, nel lungo periodo, la tassa spingerà alcune imprese a uscire dall'industria, riducendo l'offerta, e saranno quindi i consumatori a dover sostenere l'onere della tassa.

23.5 Il significato del profitto nullo

In un'industria in cui vi sia libertà d'entrata i profitti tenderanno ad essere nulli se nell'indnstria entrano nuove imprese: se i profitti sono positivi, vi sarà sempre una nuova impresa indotta a entrare per realizzarne a sua volta. Il fatto che i profitti siano nulli non significa che l'industria sparisca, ma solo che cessa di espandersi, non essendovi più incentivi all'entrata.

In corrispondenza di un equilibrio di lungo periodo con profitti nulli, tutti i fattori produttivi devono essere acquistati al loro prezzo di mercato. Il proprietario dell'impresa, per esempio, remunera il proprio lavoro o il denaro che ha investito nell'impresa, o, ancora, qualsiasi contributo abbia fornito all'impresa. La stessa cosa vale per tutti gli altri fattori produttivi. All'impresa affluisce denaro — ma è esattamente il denaro necessario ad acquistare gli input impiegati. In questa industria, ogni fattore produttivo è remunerato esattamente come lo sarebbe in qualsiasi altra industria, cioè non esiste una retribuzione addizionale (un profitto puro) dei fattori tale da attrarne altri nell'industria. D'altra parte, non vi sono neppure motivi per cui quelli che vi sono impiegati la abbandonino. Le industrie in equilibrio di lungo periodo con profitti nulli sono industrie mature; è probabile che *Business Week* non dedichi loro una copertina, ma sono queste le industrie che costituiscono la spina dorsale dell'economia.

Ricordiamo che per calcolare i profitti i fattori produttivi sono valutati ai loro prezzi di mercato. I prezzi di mercato misurano il costo opportunità di questi fattori, cioè la remunerazione che potrebbero ottenere altrove. I ricavi dell'impresa che eccedano la remunerazione dei fattori produttivi costituiscono un profitto puro. Ma se in un'industria qualcuno realizza un profitto puro, anche altri tenteranno di entrarvi per realizzarne a loro volta. Per questo motivo, i profitti in un'industria concorrenziale in cui vi sia libertà di entrata tendono a diventare nulli.

Il profitto viene considerato da alcuni con un certo disdegno, ma, considerati da un punto di vista puramente economico, i profitti forniscono segnali corretti per l'allocazione delle risorse. Se un'impresa realizza profitti positivi, ciò significa che si assegna all'output dell'impresa un valore più elevato di quello che viene assegnato ai suoi input. Non è ragionevole che altre imprese comincino a produrre lo stesso output?

23.6 Fattori fissi e rendita economica

Se vi è libertà di entrata i profitti, nel lungo periodo, si annullano. Ma non vi è libertà d'entrata in tutte le industrie: in alcune, infatti, il numero delle imprese è fisso.

La spiegazione più comune è che alcuni dei fattori produttivi sono disponibili solo in quantità fisse. Abbiamo affermato che, nel lungo periodo, i fattori "fissi" possono essere acquistati o venduti da una singola impresa. Ma alcuni fattori sono invece fissi per *l'economia nel suo insieme*, anche nel lungo periodo.

L'esempio più ovvio è quello dell'industria estrattiva: il petrolio rappresenta un input necessario per l'industria estrattiva, ma la quantità di petrolio estraibile è limitata. Lo stesso vale per il carbone, il gas, i metalli preziosi, ecc. Un altro esempio è l'agricoltura: il terreno adatto alla coltivazione ha un'estensione limitata.

Un esempio un po' meno ovvio è il talento. Solo un certo numero di persone possiede il talento necessario per essere un atleta professionista o un cantante. Può esservi "libertà d'entrata" in queste professioni, ma solo per quelli che siano sufficientemente dotati.

In altri casi, la disponibilità di un fattore è fissata non dalla natura ma dalla legge. In molte industrie è necessario possedere una licenza o un permesso, e il numero dei permessi è fissato dalla legge. In molte città l'industria dei taxi è regolamentata in questo modo, e lo stesso vale per la vendita dei liquori.

Se il numero delle imprese presenti nell'industria è soggetto a vincoli come quelli degli esempi precedenti, così che non vi è libertà di entrata, ci potremmo aspettare che esista la possibilità di profitti positivi nel lungo periodo, e che non vi siano forze che tendano ad annullarli.

Ma non è così. Esiste infatti una forza che tende ad annullare i profitti. Se l'impresa opera in corrispondenza di un punto in cui i profitti sono apparentemente positivi nel lungo periodo, questo dipende probabilmente dal fatto che il valore di mercato di quei fattori che impediscono l'entrata non è misurato opportunamente.

Occorre qui ricordare la definizione di costo: tutti i fattori produttivi devono essere valutati al loro *prezzo di mercato*, cioè al loro costo opportunità. Se il profitto di un agricoltore, dopo che sono stati sottratti i costi di produzione, risulta ancora positivo, questo significa probabilmente che non è stato sottratto il costo del terreno.

Supponiamo di poter valutare tutti gli input di un'azienda agricola ad eccezione della terra, e di riscontrare un profitto annuo di π dollari. Quale sarà il valore del terreno sul mercato? Quanto si sarebbe disposti a pagare per affittare il terreno per un anno?

La risposta è: si sarebbe disposti ad affittare il terreno per π dollari all'anno, e cioè per il "profitto" che esso consente di realizzare. Anche se non sapessimo nulla di agricoltura potremmo affittare questo terreno ed ottenerne π dollari. Infatti, anche il lavoro dell'imprenditore è stato valutato al suo prezzo di mercato, e ciò significa che è sempre possibile, impiegando un agricoltore, realizzare un profitto di π dollari. Quindi, il valore di mercato del terreno (la sua rendita concorrenziale) corrisponde esattamente a π, e perciò il profitto è nullo.

Si noti che il prezzo d'affitto, così determinato, può anche non avere alcuna relazione con il costo storico dell'impresa agricola. Non importa infatti il prezzo al quale questa è stata acquistata, ma quello al quale la si può vendere: è questo che determina il costo opportunità.

Quando un fattore fisso impedisce l'entrata in un'industria, vi sarà sempre una rendita di equilibrio per quel fattore. Anche se i fattori sono fissi, si può sempre entrare in un'industria prendendo il posto di un'impresa già presente. Ogni impresa dell'industria può decidere di chiudere, e il costo opportunità che deriva dal non farlo costituisce un costo di produzione che deve essere considerato.

Quindi, in un certo senso, c'è sempre la *possibilità* che l'entrata annulli i profitti. Vi sono due modi per entrare in un'industria: costruire una nuova impresa o comprarne una che già vi operi. Se una nuova impresa può acquistare quanto è necessario per produrre in un'industria e riuscire comunque a realizzare un profitto, lo farà. Ma se l'offerta di alcuni fattori è fissa, la concorrenza per l'acquisizione di questi fattori tra le imprese potenzialmente entranti nell'industria ne farà aumentare il prezzo fino all'annullamento del profitto.

ESEMPIO: Le licenze dei taxi a New York

A New York una licenza per la guida di un taxi viene venduta per circa centomila dollari. Eppure, nel 1986 un guidatore di taxi riusciva a guadagnare solo circa $400 per una settimana di lavoro di 50 ore, il che significa un salario di circa $8 all'ora. La Commissione per i taxi e le limousine di New York sostenne che il salario era troppo basso per attrarre conducenti esperti, e propose di aumentare le tariffe dei taxi appunto per indurre migliori guidatori a fare i taxisti.

Un economista avrebbe fatto notare che virtualmente l'aumento delle tariffe non avrebbe avuto alcun effetto sul guadagno netto dei conducenti: non si sarebbe verificato altro che un aumento del valore delle licenze per la guida dei taxi. Possiamo rendercene conto esaminando i costi operativi di un taxi, così come la commissione li aveva prospettati. Nel 1986, il noleggio di una licenza costava $55 per il turno di giorno e $65 per quello di notte. Il conducente che prendeva a noleggio il taxi pagava la benzina, e riusciva a guadagnare circa $80 netti al giorno.

Ma notate quanto riusciva a guadagnare il proprietario di una licenza. Supponendo che un taxi venga noleggiato per due turni per 320 giorni l'anno, ne deriva un ricavo di $38 400. Se calcoliamo che l'assicurazione, il deprezzamento della vettura, la manutenzione, ecc. incidano per circa $21 100 l'anno, resta un profitto netto di $17 300 l'anno. Poiché una licenza costa circa $100 000, ciò significa un rendimento pari a circa il 17 per cento.

Un aumento delle tariffe sulle corse dei taxi si sarebbe riflettuto direttamente sul valore delle licenze. Un aumento delle tariffe tale da produrre $10 000 di maggiori ricavi l'anno avrebbe provocato un aumento del valore di una licenza pari a circa $60 000. Il salario dei guidatori di taxi — che è fissato sul mercato del lavoro — non sarebbe stato modificato dall'aumento[1].

23.7 Rendita economica

Nel paragrafo precedente abbiamo visto alcuni esempi di **rendita economica**. La rendita economica è definita come la remunerazione di un fattore produttivo che eccede quella minima necessaria per disporne.

Consideriamo, per esempio, il caso del petrolio esaminato in precedenza. Per produrre petrolio sono necessari lavoro, macchinari e, soprattutto, giacimenti petroliferi! Supponiamo che il costo di estrazione del petrolio da un pozzo già in funzione sia $1 al barile. Quindi, qualsiasi prezzo superiore a $1 renderà conveniente per l'impresa estrarre petrolio dai pozzi in funzione. Ma il prezzo effettivo del petrolio è molto più alto di $1 il barile. Il petrolio è richiesto per molteplici usi, e i consumatori sono disposti a pagarlo più del suo costo di produzione. La frazione del prezzo del petrolio che eccede il suo costo di produzione costituisce una rendita economica.

Perché non entrano altre imprese in questa industria? In effetti, molti ci provano, ma vi è una quantità limitata di petrolio disponibile. Il petrolio si vende a un prezzo superiore al suo costo di produzione proprio perché l'offerta è limitata.

Consideriamo ora le licenze per la guida dei taxi. Queste, come semplici pezzi di carta, non costano praticamente nulla. Ma a New York una licenza può essere venduta per $100 000! Perché altri non tentano di entrare in questa industria, producendo un maggior numero di licenze? Perché sarebbe illegale: l'offerta di licenze per la guida di taxi spetta esclusivamente all'autorità cittadina.

L'agricoltura fornisce un altro esempio di rendita economica. La quantità complessiva di terra disponibile è fissa. La quantità di terra offerta resterà la stessa, che il prezzo sia zero oppure $1000 l'acro. Quindi, complessivamente, ciò che si paga per la terra costituisce una rendita economica.

[1] Le cifre sono riprese da un editoriale non firmato comparso sul *New York Times* il 17 agosto 1986.

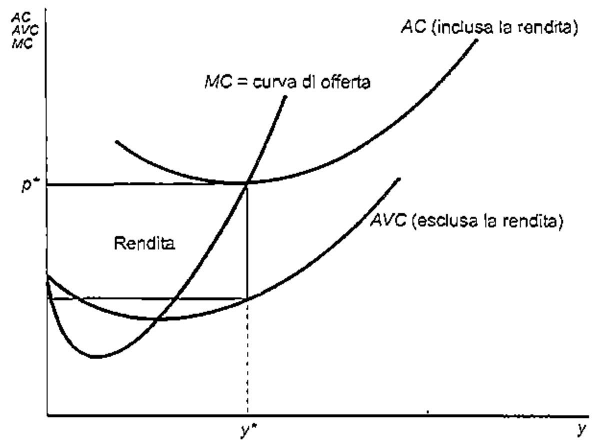


Figura 23.7 **Rendita economica della terra.** L'area del rettangolo ombreggiato rappresenta la rendita economica della terra.

Dal punto di vista dell'economia nel suo insieme, il valore della terra coltivabile è determinato dal prezzo dei prodotti agricoli. Ma, dal punto di vista del singolo agricoltore, il valore del suo terreno costituisce un costo di produzione di cui deve tener conto per determinare il prezzo del suo prodotto.

Questo è rappresentato nella Figura 23.7, dove AVC è la curva del costo medio di tutti i fattori di produzione *esclusa* la terra (assumendo che la terra sia il solo fattore fisso). Se il prezzo del prodotto coltivato su questo terreno è p^*, i "profitti" che ne derivano sono rappresentati dall'area del rettangolo ombreggiato, e corrispondono alla rendita economica, cioè al prezzo al quale può essere affittato il terreno in un mercato concorrenziale.

La curva del costo medio *incluso* il costo della terra è AC. Se si misura correttamente il valore della terra, i profitti dell'impresa agricola saranno nulli. Dato che la rendita di equilibrio della terra è quella quantità che rende nullo il profitto, avremo

$$p^*y^* - c_v(y^*) - \text{rendita} = 0$$

oppure

$$\text{rendita} = p^*y^* - c_v(y^*). \tag{23.1}$$

Questo corrisponde esattamente a quanto abbiamo precedentemente definito surplus del produttore. In effetti si tratta dello stesso concetto, considerato però da un altro punto di vista. È anche possibile, quindi, misurare la rendita, considerando l'area alla sinistra della curva del costo marginale, come abbiamo visto in precedenza.

Data la definizione di rendita nell'equazione (23.1), è facile ora comprendere che è il prezzo di equilibrio che determina la rendita, e non viceversa. L'offerta dell'impresa coincide con la curva del costo marginale, che non dipende dal costo dei fattori fissi. La rendita varierà in modo da annullare i profitti.

23.8 Rendite e prezzi

Poiché normalmente misuriamo l'output in termini di flussi — una certa quantità di output per unità di tempo — è necessario misurare anche i profitti e le rendite in dollari per unità di tempo. Nella precedente discussione, infatti, abbiamo parlato della rendita annua di un terreno, o di una licenza per taxi.

Se il terreno o la licenza vengono venduti, invece che affittati, il loro prezzo di equilibrio corrisponderà al valore attuale del flusso dei pagamenti dell'affitto. Si tratta di una conseguenza del fatto già noto che le attività che generano un flusso di pagamenti vengono vendute in un mercato concorrenziale al loro valore attuale.

ESEMPIO: Le licenze per la vendita di liquori

Negli Stati Uniti, ogni stato stabilisce la propria politica relativa alla vendita di bevande alcoliche. Alcuni stati hanno il monopolio sui liquori, mentre altri rilasciano apposite licenze a chi intende vendere queste bevande. In alcuni casi, le licenze vengono rilasciate dietro il pagamento di una tariffa di concessione, mentre in altri il numero delle licenze è fisso. Nello stato del Michigan, per esempio, il numero delle licenze per la mescita di birra e vino è limitato a una ogni 1500 residenti.

Dopo ogni censimento federale, una commissione statale di controllo sui liquori assegna delle licenze alle comunità in cui si registra un aumento della popolazione. (Tuttavia, non vengono ritirate licenze dalle comunità in cui la popolazione è diminuita). Questa scarsità artificiale ha creato un vivace mercato per le licenze di mescita di bevande alcoliche nelle comunità che crescono più rapidamente. Per esempio, a Ann Arbor, Michigan, nel 1983 esistevano 66 licenze. Ne vennero concesse altre 6 dopo il censimento del 1980, e 33 persone si misero in fila per cercare di ottenerle. A quell'epoca il valore di mercato di una licenza del genere era circa $80 000. Un giornale locale sostenne in un articolo che "la domanda di licenze per la vendita di bevande alcoliche supera l'offerta". Un economista non sarebbe stato certo sorpreso del fatto che la concessione a costo zero di un'attività del valore di $80 000 avesse dato luogo a un eccesso di domanda!

Sono state presentate varie proposte per rendere meno stringente il controllo sulla vendita di bevande alcoliche nel Michigan consentendo l'emissione di un maggior numero di licenze, ma nessuna di queste è mai divenuta legge, a causa dell'opposizione di vari gruppi politici. Alcuni di questi si oppongono al consumo di bevande alcoliche per motivi religiosi o di igiene pubblica. Altri hanno motivazioni lievemente diverse. Per esempio, uno dei gruppi che si oppongono con maggior clamore alla liberalizzazione delle leggi sui liquori è l'associazione che rappresenta i venditori di bevande alcoliche dello stato. Anche se a prima vista può sembrare paradossale che questo gruppo si opponga alla liberalizzazione della legge sui liquori, una breve riflessione può indicare il perché di questo comportamento:

concedere un numero maggiore di licenze indubbiamente farebbe diminuire il valore di rivendita delle licenze *già esistenti*, e quindi imporrebbe perdite significative agli attuali titolari.

23.9 La politica della rendita

In molti casi la rendita economica è dovuta alle restrizioni che la legge impone all'entrata in un'industria. Abbiamo visto due esempi: le licenze per i taxi e per la vendita di alcolici. In questi casi il numero delle licenze è fissato dalla legge, che limita in tal modo l'entrata nell'industria creando delle rendite.

Supponiamo che l'autorità cittadina di New York intenda aumentare il numero dei taxi. Che cosa accadrebbe al valore di mercato delle licenze già concesse? Ovviamente questo diminuirà, provocando in tal modo un danno economico agli operatori di quest'industria, che saranno indotti a creare una lobby che si opponga a tale provvedimento.

Anche il governo federale restringe artificialmente la produzione di alcuni beni, creando così una rendita. Per esempio, ha stabilito che il tabacco possa essere coltivato solo su certi terreni. Il valore di questi terreni è quindi determinato dalla domanda dei prodotti a base di tabacco, e ogni tentativo di eliminare questo sistema di concessione delle licenze deve fare i conti con una lobby molto agguerrita. Se il governo ha creato una sorta di scarsità artificiale, è molto difficile che riesca a eliminarla. Coloro che ne beneficiano si opporranno con forza al tentativo di consentire l'entrata nell'industria.

Chi già operi in un'industria soggetta a restrizioni legali sarà sicuramente disposto a impiegare una parte considerevole delle proprie risorse per mantenere il suo privilegio. Le spese di lobby, gli onorari degli avvocati, i costi delle pubbliche relazioni, ecc. possono anche essere notevoli. Dal punto di vista della società, queste spese rappresentano un vero e proprio spreco. Non si tratta di veri e propri costi di produzione, poiché non servono alla produzione di una quantità *maggiore* di output. Le spese di lobby e di pubbliche relazioni servono soltanto a stabilire chi otterrà il denaro derivante dalla produzione esistente.

Gli sforzi diretti a mantenere o acquisire diritti sui fattori disponibili in quantità fissa sono detti, a volte, **rent seeking** (finalizzati alla rendita). Dal punto di vista sociale questi rappresentano una perdita netta, perché non determinano un aumento della quantità prodotta, ma riguardano solo la proprietà dei fattori di produzione.

ESEMPIO: La coltivazione del governo

C'è un solo elogio che possiamo fare alla politica di sostegno all'agricoltura negli Stati Uniti: fornisce una fonte infinita di esempi nei libri di economia. Ogni riforma di questo programma di assistenza porta con sé nuovi problemi. "Se volete scoprire i buchi di una nuova proposta, datela ai contadini. Nessuno meglio di loro è capace di trovare modi innovativi di utilizzarla", afferma Teddy Bar, vice presidente del National Council of Farm Cooperatives[2].

La struttura fondamentale dei programmi di aiuto all'agricoltura negli Stati Uniti è il sostegno dei prezzi: il governo federale garantisce un determinato prezzo per un raccolto, e se in effetti il prezzo di mercato scende al di sotto di quel valore il governo rimborsa la differenza. Per poter godere del programma di sussidi, l'agricoltore deve accettare di non coltivare una frazione del suo terreno.

Per le caratteristiche intrinseche di questa forma di intervento, la maggior parte dei benefici va a finire in mano ai grandi proprietari. Secondo un calcolo effettuato, il 13 per cento dei sussidi federali diretti sono stati percepiti da quell'1 per cento degli agricoltori che fatturava più di $500 000 all'anno. Nel 1985 il Food Security Act pose delle significative restrizioni ai sussidi ai grandi proprietari. Di conseguenza, gli agricoltori suddivisero le loro proprietà cedendone parte in affitto a investitori locali. Gli investitori avrebbero acquisito appezzamenti sufficientemente grandi per trarre vantaggi dai sussidi, ma non così ampi da incorrere nelle misure restrittive contro i latifondisti. Una volta acquisita la terra, l'investitore avrebbe richiesto di partecipare al programma governativo, e avrebbe ricevuto del denaro per *non* coltivarla. Questa pratica divenne nota come "coltivazione del governo".

Secondo uno studio sull'argomento, le restrizioni sui sussidi ai grandi proprietari del 1985 produssero circa 31 000 nuove richieste di sussidio, per un costo complessivo intorno ai 2,3 miliardi di dollari.

Si noti che lo scopo apparente del programma (ridurre l'ammontare dei sussidi erogati ai grandi proprietari) non fu raggiunto. Quando i proprietari affittano un appezzamento a un piccolo coltivatore, il valore di mercato del canone di affitto dipende dalla generosità dei sussidi federali. Quanto più alti sono i sussidi, tanto più alto sarà il canone di affitto percepito dal proprietario del fondo. I benefici del programma di sussidi continuano a ricadere su chi fin dall'inizio possiede la terra, poiché in definitiva è il valore di quello che la terra può produrre — grazie ai raccolti, oppure alla coltivazione del governo — che ne determina il valore di mercato.

Il Farm Act del 1996 promise una graduale riduzione della maggior parte dei sussidi agricoli entro il 2002. Tuttavia, il bilancio federale del 1998 ripristinò stanziamenti per più di 6 miliardi di dollari in sussidi agricoli, dimostrando ancora una volta quanto sia difficile conciliare scelte politiche e scelte economiche.

23.10 Politica energetica

Concludiamo questo capitolo con un esempio dell'impiego di alcuni concetti studiati fino ad ora.

Nel 1974 l'Organizzazione dei paesi esportatori di petrolio (OPEC) decise di aumentare considerevolmente il prezzo del petrolio. I paesi che non disponevano di

[2] Citato in William Robbins, "Limits on Subsidies to Big Farms Go Awry, Sending Costs Climbing", *New York Times*, 15 giugno 1987, A1.

proprie risorse petrolifere non ebbero molta scelta relativamente alla politica energetica da adottare: il prezzo del petrolio e dei prodotti derivati doveva aumentare.

Gli Stati Uniti, al contrario, producevano all'epoca circa la metà del proprio fabbisogno petrolifero, e quindi il Congresso ritenne ingiusto che anche i produttori statunitensi dovessero lucrare inattesi extraprofitti (o *windfall profits*) derivanti dall'aumento incontrollato del prezzo del petrolio. Di conseguenza il Congresso escogitò un piano che avrebbe dovuto mantenere basso il prezzo dei prodotti derivati dal petrolio. Il più importante tra questi prodotti è senz'altro la benzina, e quindi esamineremo gli effetti che il piano ebbe su questo mercato.

Prezzo del petrolio a due livelli

La politica adottata dal Congresso fu la seguente: il petrolio importato sarebbe stato venduto al suo prezzo di mercato, quale che fosse, mentre il petrolio prodotto all'interno (da pozzi già in funzione prima del 1974) sarebbe stato venduto al prezzo precedente le decisioni dell'OPEC. Per semplicità, diciamo che il petrolio importato era venduto a circa $15 il barile, e quello interno a circa $5. L'idea era che in questo modo il prezzo medio sarebbe stato circa $10 il barile, con un effetto di contenimento del prezzo della benzina.

Poteva funzionare questo piano? Consideriamo la questione dal punto di vista dei produttori di benzina: per conoscere l'andamento della curva di offerta della benzina, dobbiamo esaminare la forma della curva del costo marginale.

Come ci saremmo comportati al posto di un produttore di benzina? Sicuramente avremmo cercato, prima di tutto, di utilizzare il petrolio prodotto all'interno, più a buon mercato. Solo dopo averne esaurito le scorte ci saremmo rivolti al più costoso petrolio importato. Quindi la curva aggregata del costo marginale della benzina — la curva di offerta dell'industria — avrebbe avuto una forma come quella rappresentata nella Figura 23.8. La curva presenta una discontinuità in corrispondenza del punto in cui si verifica l'esaurimento delle scorte di petrolio prodotto all'interno e si ricorre al petrolio importato. Prima di questo punto, il prezzo del fattore rilevante impiegato per produrre la benzina corrisponde al prezzo del petrolio prodotto all'interno, oltre quel punto al prezzo del petrolio prodotto all'estero.

Nella Figura 23.8 è rappresentata la curva di offerta della benzina se tutto il petrolio fosse venduto al prezzo internazionale di $15 il barile, e se tutto il petrolio fosse invece venduto al prezzo interno di $5 al barile. Se il petrolio prodotto all'interno fosse effettivamente venduto a $5 il barile e quello importato a $15, la curva di offerta della benzina coinciderebbe con la curva di offerta a $5 fino a che tutto il petrolio prodotto all'interno fosse esaurito, e successivamente coinciderebbe con la curva di offerta a $15.

Per determinare il prezzo di equilibrio troviamo ora, nella Figura 23.8, l'intersezione di questa curva di offerta con la curva di domanda di mercato. Il grafico mette in evidenza un fatto interessante: il prezzo della benzina è esattamente quello che sarebbe stato se tutto il petrolio fosse stato venduto al prezzo di quello importato! Il prezzo della benzina è determinato dal costo *marginale* di produzione, e questo viene a sua volta determinato dal costo del petrolio importato.

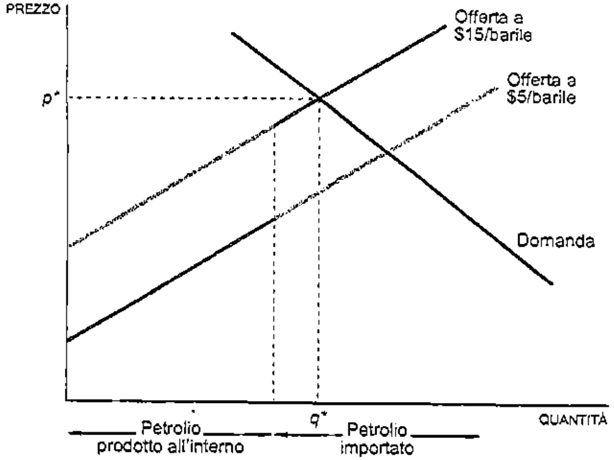


Figura 23.8 **Curva di offerta della benzina.** In conseguenza del provvedimento del Congresso sul prezzo del petrolio, la curva di offerta della benzina sarà discontinua, con un salto dalla curva di offerta inferiore a quella superiore, in corrispondenza dell'esaurimento del petrolio a buon mercato.

Ciò è immediatamente comprensibile: i produttori di benzina vendono il loro prodotto al prezzo consentito dal mercato. Se si è stati tanto fortunati da procurarsi del petrolio a buon mercato, ciò non significa che si venderà la benzina a un prezzo diverso da quello praticato dalle altre imprese.

Supponiamo, per un momento, che il petrolio fosse venduto a un unico prezzo, e che l'equilibrio fosse raggiunto in corrispondenza del prezzo p^*. Se a questo punto fosse intervenuto il governo abbassando il prezzo dei primi 100 barili di petrolio impiegati da ciascun raffinatore, quale sarebbe stato l'effetto sulle decisioni di offerta? Nessuno. Infatti, per modificare l'offerta è necessario variare gli incentivi al margine. Il solo modo per abbassare il prezzo della benzina consiste nell'aumentarne l'offerta, e per farlo è necessario ridurre il costo marginale del petrolio.

L'effetto della politica adottata dal Congresso fu niente altro che un trasferimento di profitti dai produttori interni di petrolio ai produttori di benzina. I produttori ricevettero per il loro petrolio $10 meno di quanto avrebbero potuto ottenere, e i profitti che avrebbero potuto ottenere andarono ai produttori di benzina. Ciò non influì in alcun modo sull'offerta di benzina, e quindi nemmeno sul suo prezzo.

Controllo dei prezzi

Tutti coloro i cui interessi erano coinvolti in questa vicenda non tardarono a farsi

sentire. Il Dipartimento dell'energia si rese conto ben presto di non poter permettere che fossero le sole forze di mercato a determinare il prezzo della benzina, poiché queste, da sole, ne avrebbero determinato un unico prezzo, lo stesso che sarebbe prevalso in assenza del provvedimento del Congresso.

Venne così istituito un sistema di controllo del prezzo della benzina. Ogni raffinatore era obbligato a stabilire un prezzo basato sul costo di produzione della benzina che, a sua volta, era determinato principalmente dal costo del petrolio che il produttore era riuscito a procurarsi.

La disponibilità di petrolio prodotto all'interno variava a seconda del luogo. Nel Texas i raffinatori avevano a disposizione le principali fonti di produzione, e potevano quindi procurarsi grandi quantitativi di petrolio a basso prezzo. A causa del controllo dei prezzi, in Texas il prezzo della benzina era quindi relativamente basso. Nel New England, al contrario, si doveva importare praticamente tutto il petrolio necessario, e quindi il prezzo della benzina era piuttosto alto.

Se vi sono prezzi diversi per lo stesso prodotto, è naturale che le imprese cerchino di venderlo al prezzo più elevato. Il Dipartimento dell'energia dovette di nuovo intervenire per impedire trasferimenti incontrollati di benzina dalle regioni in cui il prezzo era basso a quelle in cui era elevato. Ne risultò la famosa scarsità di benzina della metà degli anni settanta. Periodicamente, in una regione, l'offerta di benzina si esauriva, e la disponibilità era scarsa quale che fosse il prezzo. In condizioni di mercato libero non si era mai verificato niente di simile: la scarsità derivava interamente dall'effetto congiunto del provvedimento del Congresso e del controllo dei prezzi.

Tutto questo, all'epoca, venne messo in rilievo dagli economisti, ma non influì sulle decisioni politiche. Al contrario, si dimostrò efficace l'azione della lobby dei raffinatori. La maggior parte del petrolio prodotto all'interno era venduta sulla base di contratti a lungo termine, e, mentre alcuni raffinatori erano in grado di acquistarne grosse quantità, altri dovevano accontentarsi del costoso petrolio importato. Naturalmente, questi ultimi ritenevano la discriminazione ingiusta, così il Congresso preparò un altro progetto che avrebbe consentito di allocare in modo più equo il petrolio prodotto negli USA.

Entitlement Program

Il programma prese il nome di *entitlement program*, e stabiliva che se un raffinatore acquistava un barile di petrolio importato, riceveva un tagliando che gli permetteva di acquistare una certa quantità di petrolio statunitense. La quantità di petrolio prodotto negli USA concessa al raffinatore dipendeva dall'offerta, ma, per semplicità, possiamo dire che era in termini di uno a uno: per ogni barile di petrolio estero, acquistato per $15, si poteva acquistare un barile di petrolio prodotto negli USA per $5.

Che effetto ebbe tutto ciò sul prezzo marginale del petrolio? Il prezzo marginale del petrolio corrispondeva ora alla media ponderata del prezzo interno e di quello internazionale; nel nostro esempio il prezzo sarebbe stato $10. L'effetto sulla curva di offerta della benzina è rappresentato nella Figura 23.9.

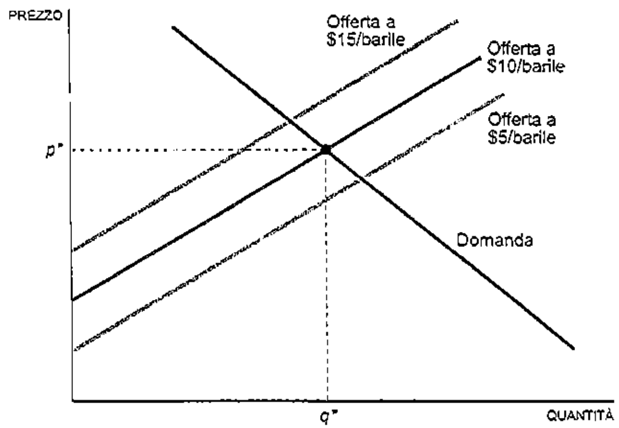


Figura 23.9 **Entitlement Program.** Con questo programma la curva di offerta della benzina si trova tra quella che si avrebbe se tutto il petrolio fosse fornito al prezzo internazionale e quella che si avrebbe se tutto il petrolio fosse fornito al prezzo interno.

Si era effettivamente verificata una riduzione del costo del petrolio, e di conseguenza diminuì anche il prezzo della benzina. Ma questo, in realtà, penalizzava i produttori statunitensi di petrolio! Gli Stati Uniti compravano petrolio a $15 il barile, e fingevano che costasse solo $10. Si chiedeva ai produttori interni di vendere il loro petrolio a un prezzo inferiore a quello praticato sul mercato internazionale, e si sovvenzionava quindi l'importazione di petrolio costringendo i produttori interni a pagarne le spese!

Alla fine, anche questo programma venne abbandonato, e si optò per una tassa sulla produzione interna, per impedire che i produttori statunitensi realizzassero extraprofitti in conseguenza delle decisioni dell'OPEC. Ovviamente, questo tipo di tassa avrebbe scoraggiato la produzione interna di petrolio, con un conseguente aumento del prezzo della benzina, ma, all'epoca, una tale soluzione sembrò al Congresso pienamente accettabile.

Sommario

1. La curva di offerta di breve periodo di un'industria corrisponde alla somma orizzontale delle curve di offerta delle imprese presenti in quell'industria.

2. La curva di offerta di lungo periodo di un'industria deve tenere conto dell'entrata e dell'uscita delle imprese.

3. Se vi è libertà di entrata e di uscita, in corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo sarà presente nell'industria il numero massimo di imprese compatibile con profitti non negativi. Questo significa che la curva di offerta di lungo periodo è sostanzialmente orizzontale in corrispondenza di un prezzo uguale al minimo del costo medio.

4. Se vi sono forze che impediscono alle imprese l'entrata in un'industria nella quale si realizzano profitti, i fattori che impediscono l'entrata genereranno rendite economiche. La rendita è determinata dal prezzo dell'output dell'industria.

Domande

1. Se $S_1(p) = p - 10$ e $S_2(p) = p - 15$, in corrispondenza di quale prezzo la curva di offerta dell'industria presenterà un angolo?

2. Nel breve periodo la domanda di sigarette è totalmente inelastica. Supponiamo, invece, che nel lungo periodo essa sia perfettamente elastica. Quale effetto avrà una tassa sulle sigarette sul prezzo pagato dal consumatore nel breve e nel lungo periodo?

3. I negozi che si trovano vicino all'università tengono i prezzi alti perché i loro affitti sono alti. Vero o falso?

4. Nell'equilibrio dell'industria di lungo periodo nessuna impresa subisce perdite. Vero o falso?

5. In base al modello proposto in questo capitolo, che cosa determina il numero delle entrate e delle uscite in un'industria?

6. Il modello proposto in questo capitolo prevede che più elevato è il numero delle imprese presenti in una certa industria, più (ripida/piatta) è la curva di offerta di lungo periodo dell'industria.

7. Un taxista di New York ritiene di aver realizzato profitti positivi nel lungo periodo, dopo aver accuratamente calcolato i costi operativi e di manodopera. Viene contraddetto, in questo caso, il nostro modello? E perché?

24

MONOPOLIO

Nei capitoli precedenti abbiamo analizzato il comportamento di un'industria concorrenziale, cioè di una struttura di mercato caratterizzata da un gran numero di imprese di piccole dimensioni. In questo capitolo ci occuperemo del caso opposto: studieremo infatti un'industria in cui sia presente *una sola* impresa: un **monopolio**.

Quando sul mercato vi sia una sola impresa, è improbabile che questa accetti il prezzo di mercato come dato. Il monopolista, infatti, si rende conto di poter influire sul prezzo di mercato, e quindi sceglie i livelli di prezzo e di output che massimizzano il suo profitto globale.

Naturalmente, il monopolista non può scegliere il prezzo e l'output indipendentemente. Dato un certo prezzo, potrà vendere solo la quantità di output che il mercato è disposto ad acquistare: se fissa un prezzo molto elevato sarà in grado di vendere solo una piccola quantità di output. La domanda dei consumatori pone un vincolo alla scelta del prezzo e della quantità da parte del monopolista.

Possiamo pensare che il monopolista scelga il prezzo, e lasci che siano i consumatori a decidere quanto acquistare a quel prezzo, oppure che il monopolista scelga la quantità, lasciando che i consumatori decidano a che prezzo acquistarla. Il primo approccio è probabilmente più naturale, ma il secondo è più adatto a esser trattato in termini formali. Ovviamente, entrambi gli approcci risultano equivalenti se applicati correttamente.

24.1 Massimizzazione del profitto

Studiamo dapprima il problema di massimizzazione del profitto per il monopolista. Siano $p(y)$ la curva di domanda inversa di mercato e $c(y)$ la funzione di costo. Sia $r(y) = p(y)y$ la funzione del ricavo del monopolista. Il problema di massimizzazione del profitto per il monopolista sarà quindi

$$\max_y r(y) - c(y).$$

La condizione di ottimo per questo problema è immediata: in corrispondenza della scelta ottima di output, il ricavo marginale deve essere uguale al costo marginale. Se il ricavo marginale fosse inferiore al costo marginale, all'impresa converrebbe ridurre l'output, poiché la diminuzione dei costi compenserebbe la riduzione dei ricavi. Se il ricavo marginale fosse maggiore del costo marginale, all'impresa converrebbe aumentare l'output. Il solo punto in cui l'impresa non ha incentivi a variare l'output è quello in cui il ricavo marginale è uguale al costo marginale.

La condizione di ottimizzazione può essere espressa come segue:

$$MR = MC$$

oppure

$$\frac{\Delta r}{\Delta y} = \frac{\Delta c}{\Delta y}.$$

La stessa condizione $MR = MC$ sussiste nel caso di un'impresa concorrenziale: in quel caso il ricavo marginale è uguale al prezzo, e quindi la condizione si riduce all'uguaglianza tra il prezzo e il costo marginale.

Nel caso del monopolista, l'espressione del ricavo è leggermente più complessa. Se il monopolista decide di aumentare di Δy l'output, l'effetto sul profitto è duplice. In primo luogo egli vende una quantità maggiore di output, e ottiene un ricavo pari a $p\Delta y$. Ma, in secondo luogo, il prezzo si ridurrà di Δp, e *tutto* l'output sarà venduto al prezzo più basso. Quindi, l'effetto complessivo sui ricavi derivante da una variazione Δy dell'output sarà

$$\Delta r = p\Delta y + y\Delta p$$

e quindi il rapporto tra la variazione del ricavo e la variazione dell'output — il ricavo marginale — sarà

$$\frac{\Delta r}{\Delta y} = p + \frac{\Delta p}{\Delta y}y.$$

(che corrisponde esattamente a quanto ottenuto nel Capitolo 15, in cui abbiamo trattato il ricavo marginale. Sarà forse opportuno rivedere questo capitolo prima di procedere oltre).

Un'altra possibilità è quella che il monopolista scelga simultaneamente prezzo e quantità, tenendo conto naturalmente del vincolo costituito dalla curva di domanda.

Se il monopolista vuole vendere una quantità maggiore di output deve ridurre il prezzo, ma questo prezzo più basso sarà il prezzo al quale venderà tutte le unità prodotte, e non solo le nuove, come infatti si deduce dalla notazione $y\Delta p$.

In concorrenza, un'impresa che potesse praticare un prezzo inferiore a quello praticato dalle altre imprese, sottrarrebbe loro l'intero mercato. Ma, in monopolio, il monopolista dispone già dell'intera domanda di mercato: quando abbassa il prezzo, deve considerare l'effetto di questa riduzione su tutte le unità che vende. Dal Capitolo 15 sappiamo che è possibile esprimere il ricavo marginale in termini di elasticità, in questo modo:

$$MR(y) = p(y)\left[1 + \frac{1}{\epsilon(y)}\right]$$

e la condizione di massimizzazione del profitto (l'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale) sarà quindi

$$p(y)\left[1 + \frac{1}{\epsilon(y)}\right] = MC(y). \qquad (24.1)$$

Dato che l'elasticità è per sua natura negativa l'espressione può essere riscritta

$$p(y)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon(y)|}\right] = MC(y).$$

Da questa equazione è chiara la relazione tra monopolio e concorrenza: in concorrenza l'impresa si trova di fronte una curva di domanda piatta — infinitamente elastica. Ciò significa che $1/\epsilon = 1/\infty = 0$, e quindi la precedente equazione per un'impresa concorrenziale si riduce semplicemente a "prezzo uguale costo marginale".

Si noti che il monopolista non sceglierà mai di produrre nei tratti in cui la curva di domanda è *inelastica*. Infatti se $|\epsilon| < 1$, allora $1/|\epsilon| > 1$, e quindi il ricavo marginale è negativo e non può essere uguale al costo marginale.

Ciò è chiaro se si pensa alle implicazioni di una curva di domanda inelastica: se $|\epsilon| < 1$ la riduzione dell'output fa aumentare i ricavi e riduce il costo totale, con un conseguente aumento dei profitti. Pertanto, qualsiasi punto in cui $|\epsilon| < 1$ non può rappresentare per il monopolista un punto di massimo profitto, dato che il profitto potrebbe essere aumentato producendo una quantità minore di output. Da ciò consegue che la massimizzazione del profitto si può avere solo in corrispondenza dei punti in cui $|\epsilon| \geq 1$.

24.2 Curva di domanda lineare e monopolio

Supponiamo che il monopolista si trovi di fronte una curva di domanda lineare

$$p(y) = a - by.$$

La funzione del ricavo sarà quindi

$$r(y) = p(y)y = ay - by^2$$

e la funzione del ricavo marginale sarà

$$MR(y) = a - 2by.$$

(Questo consegue dalla formula data alla fine del Capitolo 15: ottenerla rappresenta un semplice esercizio di calcolo differenziale; se non lo si conosce, ci si limiti a memorizzare la formula, perché essa ricorrerà spesso.)

Si noti che la funzione del ricavo marginale ha la stessa intercetta verticale, a, della curva di domanda, ma è due volte più ripida. Possiamo perciò ottenerne facilmente la rappresentazione grafica. Sappiamo che l'intercetta verticale è a: per trovare l'intercetta orizzontale, è sufficiente fissare il punto che corrisponde alla metà dell'intercetta orizzontale della curva di domanda. Unendo questi due punti, si otterrà la curva del ricavo marginale, come è mostrato dalla Figura 24.1.

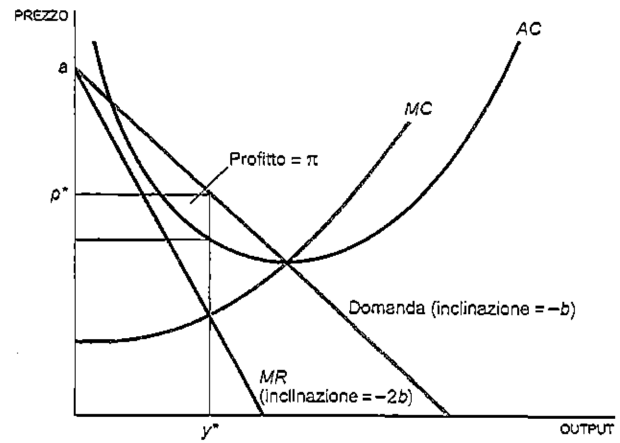


Figura 24.1 **Monopolio con curva di domanda lineare.** L'output che massimizza il profitto del monopolista si ottiene quando il ricavo marginale uguaglia il costo marginale.

L'output ottimo, y^*, si ottiene quando la curva del ricavo marginale interseca la curva del costo marginale. Il monopolista praticherà quindi il prezzo massimo che può ottenere in corrispondenza di questo output, e cioè $p(y)^*$. Il suo ricavo sarà pertanto $p(y^*)y^*$, dal quale, sottraendo il costo totale $c(y^*) = AC(y^*)y^*$, si ottiene il profitto, che corrisponde all'area del rettangolo ombreggiato nella Figura 24.1.

24.3 Markup

È possibile impiegare la formula dell'elasticità per esprimere in un altro modo la politica di prezzo ottimale del monopolista. Riscriviamo l'equazione (24.1) nel modo seguente

$$p(y) = \frac{MC(y^*)}{1 - 1/|\epsilon(y)|}. \tag{24.2}$$

Questa formula indica che il prezzo di mercato è un *markup*, o ricarico, sul costo marginale, la cui ampiezza dipende dall'elasticità della domanda. Il markup corrisponde a

$$\frac{1}{1 - 1/|\epsilon(y)|}.$$

Dato che il monopolista produce sempre in corrispondenza dei tratti in cui la curva di domanda è elastica, certamente $\epsilon > 1$, e, quindi, il markup è maggiore di 1.

Nel caso di una curva di domanda a elasticità costante, la precedente espressione si semplifica, dato che $\epsilon(y)$ è una costante. Quindi, un monopolista che si trovi di fronte una curva di domanda a elasticità costante fisserà un prezzo pari a un markup *costante* sul costo marginale, come è rappresentato nella Figura 24.2. La curva $MC/(1 - 1/|\epsilon|)$ è più elevata della curva del costo marginale di una frazione costante, e il livello ottimo dell'output corrisponde a $p = MC/(1 - 1/|\epsilon|)$.

ESEMPIO: Effetto di una tassa sul monopolista

Consideriamo un'impresa con costi marginali costanti: vogliamo sapere come varia il prezzo se viene introdotta una tassa sulla quantità. Evidentemente, i costi marginali aumenteranno in misura pari all'ammontare della tassa: come varierà il prezzo di mercato?

Consideriamo, in primo luogo, il caso di una curva di domanda lineare, come quella della Figura 24.3. Quando la curva del costo marginale, MC, si sposta verso l'alto a $MC + t$, dove t rappresenta l'ammontare della tassa, l'intersezione del ricavo marginale con il costo marginale si sposta verso sinistra. Dato che la curva di domanda ha un'inclinazione pari alla metà di quella del ricavo marginale, il prezzo aumenta in misura pari alla metà dell'ammontare della tassa.

Ciò è piuttosto semplice dal punto di vista algebrico. La condizione di uguaglianza tra il ricavo marginale e il costo marginale più la tassa è:

$$a - 2by = c + t.$$

Risolvendo per y, si ottiene

$$y = \frac{a - c - t}{2b}.$$

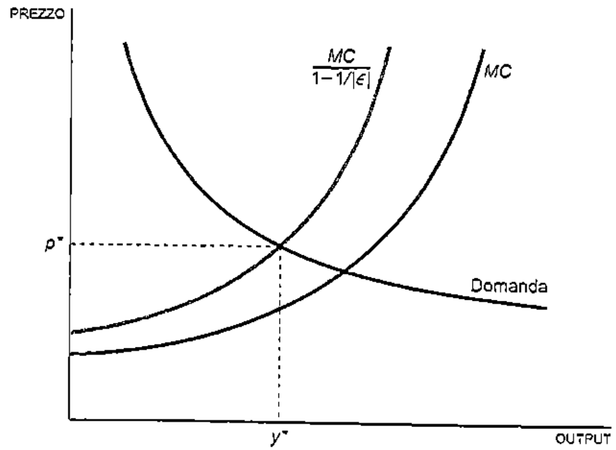


Figura 24.2 **Monopolio con domanda a elasticità costante.** Il livello dell'output che corrisponde alla massimizzazione del profitto corrisponde al punto in cui la curva $MC/(1 - 1/|\epsilon|)$ interseca la curva di domanda.

Quindi la variazione dell'output è

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = -\frac{1}{2b}.$$

La curva di domanda è

$$p(y) = a - by$$

e quindi il prezzo varierà in misura pari a $-b$ volte la variazione dell'output:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = -b \times -\frac{1}{2b} = \frac{1}{2}.$$

In questo calcolo compare il fattore 1/2 perché consideriamo una curva di domanda lineare e costi marginali costanti. Entrambe le restrizioni implicano il fatto che il prezzo aumenti in misura inferiore alla tassa. Possiamo dire che ciò sia vero in generale?

La risposta è no — in generale una tassa può far aumentare il prezzo in misura superiore o inferiore al suo ammontare. Consideriamo un semplice esempio: il caso di un monopolista che si trovi di fronte una curva di domanda ad elasticità costante. In questo caso si avrà:

$$p = \frac{c + t}{1 - 1/|\epsilon|}$$

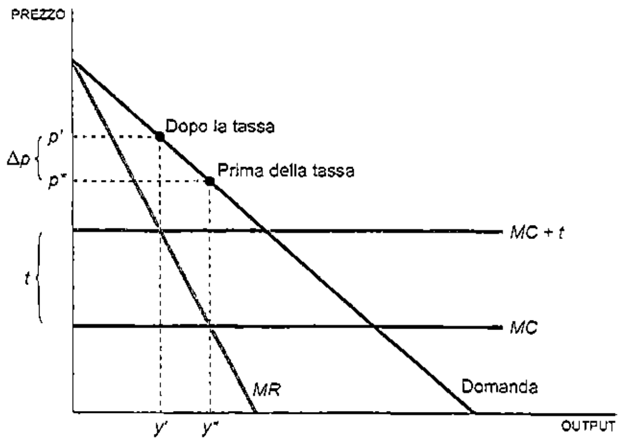


Figura 24.3 **Domanda lineare e tassazione.** Effetto di una tassa per un monopolista con curva di domanda lineare. Si noti che il prezzo aumenta in misura pari alla metà dell'ammontare della tassa.

così che

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{1 - 1/|\epsilon|}$$

che è certamente maggiore di 1. In questo caso, si ha un'aumento del prezzo *superiore* all'ammontare della tassa.

Consideriamo ora una tassa sui profitti. In questo caso, il monopolista deve versare una quota τ del suo profitto. Il problema di massimizzazione sarà quindi per lui

$$\max_y (1 - \tau)[p(y)y - c(y)].$$

Ma il valore di y che massimizza il profitto massimizzerà anche il valore del prodotto tra il profitto e $(1 - \tau)$. Di conseguenza una tassa sui profitti non influirà in alcun modo sulla scelta dell'output del monopolista.

24.4 Inefficienza del monopolio

Un'industria concorrenziale produce in corrispondenza di un punto in cui il prezzo è uguale al costo marginale. Un'industria monopolistica produce in corrispondenza di un punto in cui il prezzo è maggiore del costo marginale. Quindi, in monopolio l'output sarà in generale inferiore e il prezzo più elevato che in concorrenza. Per questa ragione, la soddisfazione dei consumatori sarà tipicamente inferiore se la struttura dell'industria è monopolistica piuttosto che concorrenziale.

Ma, per la stessa ragione, per l'impresa è vero il contrario. Se consideriamo congiuntamente gli interessi dell'impresa e del consumatore, non è chiaro se la soluzione "migliore" sia la concorrenza o il monopolio. All'apparenza si richiede un giudizio di valore sul benessere relativo dei consumatori e dei proprietari delle imprese. Vedremo, tuttavia, che è possibile essere contrari al monopolio semplicemente sulla base di un criterio di efficienza.

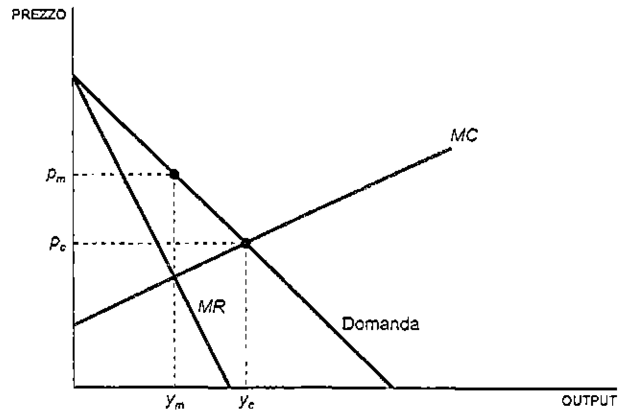


Figura 24.4 **Inefficienza del monopolio.** Un monopolista produce una quantità di output inferiore a quella concorrenziale, e quindi non è Pareto-efficiente.

Consideriamo una situazione di monopolio come quella rappresentata nella Figura 24.4. Supponiamo di poter costringere, senza costi, questa impresa a comportarsi in modo concorrenziale, e, quindi, a considerare il prezzo di mercato come dato. In questo caso la combinazione concorrenziale di prezzo e output sarà (p_c, y_c). Alternativamente, se l'impresa si rende conto di poter influire sul prezzo di mercato, e quindi sceglie il livello dell'output che massimizza il profitto, la combinazione monopolistica di prezzo e output sarà (p_m, y_m).

Si ricordi che uno stato dell'economia è Pareto-efficiente se non è possibile operare alcuna riallocazione a vantaggio di qualcuno senza danneggiare qualcun altro. Orbene, si può dire che il livello dell'output prodotto in monopolio sia Pareto-efficiente?

Ricordiamo la definizione della curva di domanda inversa: in corrispondenza di ciascun livello di output, $p(y)$ rappresenta il prezzo che i consumatori sono disposti a pagare per un'unità addizionale di un bene. Poiché $p(y)$ è maggiore di $MC(y)$ per tutti i livelli di output compresi tra y_m e y_c, esistono livelli di output in corrispondenza dei quali i consumatori sono disposti ad acquistare un'unità di output a un prezzo superiore al suo costo. Evidentemente, questa non è una situazione efficiente in senso paretiano!

Per esempio, consideriamo la situazione in cui la quantità di output prodotta in monopolio sia y_m. Poiché $p(y_m) > MC(y_m)$, sappiamo che esiste qualcuno disposto a pagare una unità addizionale di output più di quanto essa costi. Supponiamo che l'impresa produca questa quantità addizionale e la venda per un qualsiasi prezzo p, tale che $p(y_m) > p > MC(y_m)$. La soddisfazione del consumatore aumenterà, poiché era disposto a pagare esattamente $p(y_m)$ per l'unità addizionale che viene invece venduta a $p < p(y_m)$. D'altra parte, il costo di produzione dell'unità addizionale sarà per il monopolista $MC(y_m)$, mentre il prezzo è $p > MC(y_m)$. Tutte le altre unità sono vendute al prezzo precedente, ma, nella vendita dell'unità addizionale, entrambi i contraenti ottengono un surplus addizionale — cioè aumenta la soddisfazione di tutti, senza che diminuisca quella di alcuno. Abbiamo così dimostrato che la situazione iniziale non è Pareto-efficiente.

Esaminiamo le ragioni di questa inefficienza. Il livello efficiente dell'output è quello in corrispondenza del quale la disponibilità a pagare una unità addizionale di output è uguale al costo necessario per produrla. Un'impresa concorrenziale tiene conto di questa condizione. Ma il monopolista tiene altresì conto dell'effetto dell'aumento dell'output sui ricavi derivanti dalle unità **inframarginali**, che non hanno nulla a che fare con l'efficienza. Un monopolista sarebbe sempre disposto a vendere un'unità addizionale a un prezzo inferiore, se non dovesse vendere a un prezzo inferiore anche le unità inframarginali.

24.5 Perdita netta di monopolio

Abbiamo visto che un monopolio è inefficiente: vorremmo ora sapere in quale misura. Esiste un modo per calcolare la perdita complessiva di efficienza dovuta a un monopolio? Sappiamo come si misura la perdita del consumatore, che, in monopolio, deve pagare p_m invece di p_c: è sufficiente considerare la variazione del suo surplus. Analogamente, sappiamo calcolare l'aumento dei profitti per un'impresa che pratichi un prezzo p_m invece che p_c: è sufficiente considerare la variazione del surplus del produttore.

Trattando in modo simmetrico l'impresa — o, più propriamente, i suoi proprietari — e i consumatori dell'output che l'impresa produce, possiamo sommare i profitti dell'impresa e il surplus del consumatore. La variazione del surplus del produttore misura l'entità del profitto cui i proprietari sono disposti a rinunciare per poter praticare il più elevato prezzo di monopolio; la variazione del surplus dei consumatori rappresenta quanto si deve dare ai consumatori per compensarli del prezzo più elevato. La differenza tra questi due valori consente di calcolare il beneficio o il costo netto del monopolio.

Le variazioni del surplus del produttore e del consumatore passando dal livello dell'output che massimizza il profitto in monopolio a quello che corrisponde all'equilibrio in concorrenza sono rappresentate nella Figura 24.5. Il surplus del mo-

nopolista diminuisce di A, poiché diminuisce il prezzo delle unità che già vendeva, e aumenta di C, a causa dei profitti provenienti dalla vendita delle unità addizionali.

Il surplus del consumatore aumenta di A, poiché ora è possibile acquistare a un prezzo inferiore le unità che erano acquistate in precedenza, e aumenta anche di B, perché il consumatore ottiene un surplus dalle unità addizionali ora in vendita. L'area A rappresenta il trasferimento dal monopolista al consumatore: un lato del mercato aumenta la propria soddisfazione mentre l'altro la diminuisce, ma il surplus totale non varia. L'area $B + C$ corrisponde a un vero e proprio aumento del surplus, e misura il valore che il consumatore e il produttore attribuiscono all'output addizionale.

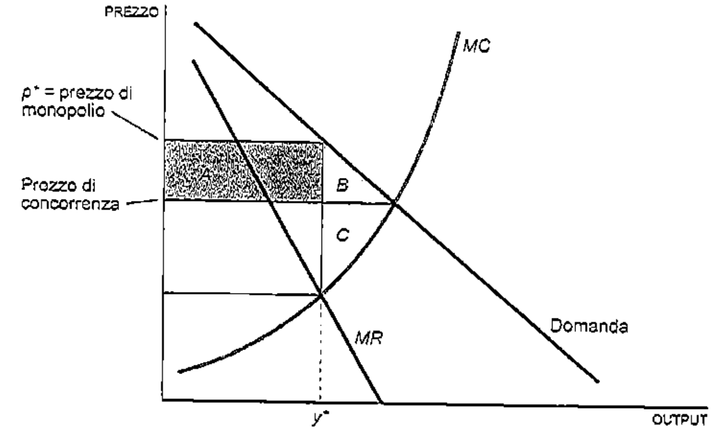


Figura 24.5 **Perdita netta di monopolio.** La perdita netta di monopolio è rappresentata dall'area $B + C$.

L'area $B + C$ è detta **perdita netta di monopolio**, e misura il peggioramento della situazione per chi deve pagare il prezzo di monopolio piuttosto che quello di concorrenza. La perdita netta di monopolio, come quella derivante da una tassa, corrisponde al valore dell'output perduto, quando ciascuna unità di tale output sia valutata al prezzo al quale i consumatori sarebbero disposti ad acquistarla. Immaginiamo infatti di produrre la quantità di output corrispondente alla massimizzazione del profitto di monopolio e di produrre successivamente una unità addizionale. Il valore di quella unità marginale corrisponde al prezzo di mercato. Il costo di produzione dell'unità addizionale è il costo marginale. Quindi, il "valore sociale" della produzione di una unità addizionale corrisponderà semplicemente alla differenza tra il prezzo e il costo marginale. Consideriamo ora il valore dell'unità di output successiva: di nuovo il suo valore sociale corrisponde alla differenza tra il prezzo e il costo marginale per quel livello di output. E così via. Man mano che ci si sposta dal monopolio alla concorrenza, possiamo "sommare" le distanze tra la curva di domanda e la curva del costo marginale per determinare il valore della perdita dell'output dovuta al monopolio. L'area compresa tra le due curve, che corrisponde ai livelli di output compresi tra quello di monopolio e quello di concorrenza, rappresenta la perdita netta.

ESEMPIO: Durata ottima di un brevetto

Un **brevetto** garantisce agli inventori, per un periodo limitato di tempo, il diritto esclusivo ai benefici derivanti dalle loro invenzioni. Il brevetto è quindi una forma di monopolio limitato nel tempo. La protezione garantita dei brevetti ha lo scopo di incoraggiare le innovazioni. In assenza di un sistema di brevetti, infatti, i singoli e le imprese non sarebbero disposti a investire molto in ricerca e sviluppo, perché qualsiasi loro invenzione potrebbe essere copiata dai concorrenti.

Negli USA, un brevetto è protetto per 17 anni, periodo durante il quale i possessori del brevetto detengono il monopolio sull'invenzione; al termine di questo periodo chiunque è libero di utilizzarne la tecnologia. Più lunga è la vita di un brevetto, maggiori sono i guadagni per gli inventori, e quindi maggiori saranno gli incentivi a investire in ricerca e sviluppo. D'altra parte, più si prolunga la durata di un monopolio, maggiore è la perdita netta che ne deriva. La lunga durata di un brevetto stimola l'innovazione, ma ha l'effetto negativo di incoraggiare il monopolio. La durata "ottima" di un brevetto è quella che riesce a bilanciare questi due effetti opposti.

Il problema è stato esaminato da William Nordhaus della Yale University[1]. Come Nordhaus sottolinea, il problema è complesso, anche perché molte relazioni sono sconosciute. Tuttavia, alcuni calcoli abbastanza semplici possono aiutarci a determinare se l'attuale durata di un brevetto sia o no decisamente incompatibile con i costi e i benefici che si suppone ne derivino.

Per le invenzioni ordinarie considerate da Nordhaus, una durata dei brevetti di circa 17 anni risulta efficiente al 90 per cento circa, nel senso che consente di ottenere il 90 per cento del massimo surplus dei consumatori possibile. Sulla base di questi dati, possiamo concludere che non vi sono ragioni particolari per cambiare radicalmente il sistema dei brevetti.

ESEMPIO: Selve di brevetti

La tutela della proprietà intellettuale garantita dai brevetti costituisce un incentivo a innovare, ma potrebbe anche generare degli abusi. Alcuni osservatori sostengono che l'estensione dei diritti di proprietà intellettuale a processi aziendali, software e altro ancora ha comportato una più bassa qualità dei brevetti.

[1] William Nordhaus, *Invention, Growth, and Welfare*, Cambridge, Mass., MIT Press, 1969.

Possiamo pensare che i brevetti siano dotati di tre dimensioni: lunghezza, larghezza e altezza. La "lunghezza" rappresenta la durata della protezione garantita dal brevetto. La "larghezza" rappresenta l'ampiezza della tutela che esso fornisce. L'"altezza" rappresenta lo standard di misura adottato nel valutare se il brevetto costituisce effettivamente una nuova idea. Purtroppo, la lunghezza è l'unica dimensione quantificabile. Gli altri aspetti del brevetto come la qualità, l'ampiezza della tutela e il grado di innovazione introdotto possono essere soggettivi.

Dato che negli ultimi anni aquisire un brevetto è diventato decisamente facile, molte imprese hanno investito nell'acquisizione di un portafoglio di brevetti su quasi ogni aspetto della loro attività. Un'impresa che voglia entrare in un certo mercato e competere con un operatore già presente, che possieda una vasta gamma di brevetti, può trovarsi intrappolata in una **selva di brevetti**.

Anche le imprese che già operano stabilmente nel mercato ritengono importante investire nell'acquisto di un portafoglio di brevetti. Nel 2004, Microsoft ha pagato 440 milioni di dollari a InterTrust Technology per la concessione di un portafoglio di brevetti relativi alla sicurezza dei computer, e ha firmato un accordo decennale con Sun Microsystems, pagando 900 milioni di dollari, per risolvere alcune controversie sempre in materia di brevetti. Nel 2003-2004, Microsoft ha ottenuto la concessione di più di 1000 brevetti.

A che cosa è dovuta questa importanza assunta dai brevetti? Per grandi aziende come Microsoft, il loro valore primario è la possibilità di venire utilizzati come elementi di contrattazione negli accordi bilaterali sulle licenze.

Le selve di brevetti create dalle imprese funzionano come i missili nucleari di USA e URSS durante la Guerra Fredda. Ciascun paese aveva sufficienti missili puntati sull'altro per creare una "garanzia di distruzione reciproca" in caso di attacco, e quindi nessuna delle due parti avrebbe rischiato di attaccare per prima.

Lo stesso succede per i brevetti. Se IBM tenta di fare causa a HP per la violazione di un brevetto, HP tirerà fuori la sua collezione di brevetti e farà causa a sua volta a IBM per la violazione di qualche altro diritto di proprietà sulla tecnologia. Anche le imprese che non hanno particolare interesse a brevettare vari aspetti della propria attività sono costrette comunque a farlo per disporre delle munizioni necessarie per difendersi da eventuali azioni legali contro di loro.

L'opzione "bomba nucleare" in una selva di brevetti è la "ingiunzione preliminare". In certe circostanze, un giudice può obbligare un'azienda a cessare la vendita di un prodotto perché potrebbe costituire una violazione dei diritti di proprietà tutelati da qualche brevetto. Ciò può rivelarsi estremamente costoso per le imprese. Nel 1986, Kodak dovette ritirare definitivamente dal commercio il suo sistema di fotografia istantanea a causa di alcune controversie legali. Alla fine, Kodak fu costretta a pagare un'ammenda di un miliardo di dollari per violazione di brevetto.

L'ingiunzione di cessare la produzione rappresenta un'enorme minaccia, ma non ha alcun effetto su aziende che non producono nulla. InterTrust, ad esempio, non vendeva nessun prodotto — i suoi ricavi derivavano interamente dalla vendita di brevetti. Perciò, poteva far causa alle altre imprese senza preoccuparsi troppo di eventuali ritorsioni.

24.6 Monopolio naturale

Abbiamo visto in precedenza che la quantità di output che garantisce in un'industria l'efficienza paretiana è quella in corrispondenza della quale il prezzo uguaglia il costo marginale. Un monopolista produce una quantità in corrispondenza della quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale, producendo così una quanità di output inferiore a quella efficiente. Sembrerebbe facile regolamentare un monopolio in modo tale da eliminare l'inefficienza: sarebbe sufficiente stabilire che il prezzo debba essere uguale al costo marginale e lasciare che la quantità prodotta sia determinata dalla condizione di massimizzazione del profitto. Ciò sfortunatamente non tiene conto di un importante aspetto del problema: potrebbe verificarsi il caso che, a quel prezzo, il profitto del monopolista fosse negativo.

La Figura 24.6 rappresenta un caso del genere. Qui il minimo della curva del costo medio si trova a destra della curva di domanda, e l'intersezione delle curve di domanda e del costo marginale si trova al di sotto della curva del costo medio. Pur essendo efficiente, il livello y_{MC} di output non consente di ottenere profitti. Se s'imponesse al monopolista di produrre questa quantità, per lui sarebbe conveniente cessare l'attività.

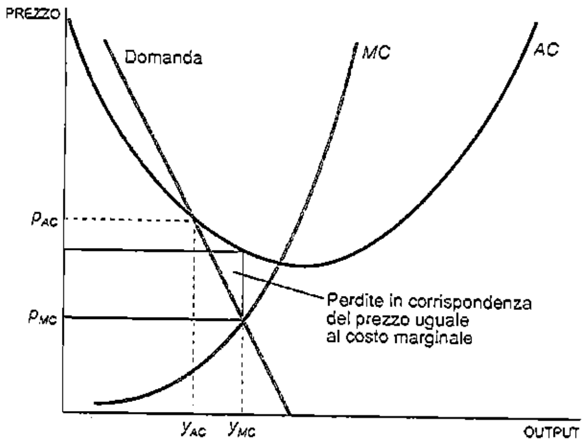


Figura 24.6 **Monopolio naturale.** Se un monopolista naturale produce in corrispondenza di un prezzo uguale al costo marginale, il suo livello y_{MC} di output sarà efficiente, ma non sarà in grado di coprire i costi. Se gli si impone di produrre un output y_{AC} in cui il prezzo sia uguale al costo medio, riuscirà a coprire i costi, ma produrrà una quantità di output inferiore a quella efficiente.

Questo caso è quello tipico dei servizi pubblici. Si pensi alla società del gas, per esempio. In questo caso la tecnologia adottata richiede notevoli costi fissi (installazione e manutenzione delle tubature per il gas) e il costo marginale per fornire unità addizionali di gas è molto basso — posate le tubature, costa molto poco farvi passare il gas. Analogamente, una società telefonica locale deve affrontare notevoli costi fissi per installare i cavi e i commutatori, mentre i costi marginali di un'unità addizionale di servizio sono molto bassi. In presenza di elevati costi fissi e bassi costi marginali, è facile che si crei la situazione detta di **monopolio naturale** descritta nella Figura 24.6.

Se non è opportuno permettere a un monopolista naturale di fissare il prezzo di monopolio, poiché a questo prezzo si determinerebbe una inefficienza paretiana, e non è possibile imporgli di produrre al prezzo concorrenziale, poiché egli realizzerebbe profitti negativi, che cos'altro si può fare? Per la maggior parte i monopoli naturali sono regolamentati o gestiti direttamente dallo stato. Diversi sono gli approcci adottati nei vari paesi: in alcuni, il servizio telefonico è fornito dallo stato, in altri da imprese private regolamentate. Entrambi gli approcci presentano vantaggi e svantaggi.

Consideriamo, per esempio, il caso di un monopolio naturale regolamentato dallo stato. Affinché l'impresa regolamentata non abbia bisogno di sovvenzioni, i suoi profitti devono essere positivi, e ciò significa che deve operare sulla curva del costo medio, o al di sopra. Ma se intende fornire un servizio a tutti coloro che sono disposti a pagarlo, deve anche tener conto della curva di domanda. Per soddisfare queste condizioni, la combinazione di prezzo e output per un'impresa regolamentata deve corrispondere al punto (p_{AC}, y_{AC}) nella Figura 24.6. In corrispondenza di questo punto l'impresa vende il suo prodotto al costo medio di produzione, riuscendo così a coprire i costi, ma producendo un livello di output inferiore a quello efficiente.

Questa soluzione viene spesso adottata nel caso del monopolista naturale come politica dei prezzi sub-ottimale, o *second best*: il governo stabilisce i prezzi che l'impresa fornitrice del servizio pubblico può imporre, i quali, teoricamente, dovrebbero essere tali da permettere all'impresa di pareggiare i costi, cioè di produrre in corrispondenza di un punto in cui il prezzo è uguale al costo medio.

Il problema che il governo deve risolvere è la determinazione dei costi effettivi dell'impresa: di solito, un'apposita commissione è incaricata di determinarli e di fissare un prezzo che permetta di coprirli. (Ovviamente, uno dei costi è rappresentato dai dividendi che devono essere distribuiti agli azionisti e dagli interessi sui crediti.)

Negli Stati Uniti, queste commissioni di controllo operano a livello statale e locale. Le società che forniscono elettricità, gas e servizi telefonici normalmente sono organizzate in questo modo. Altri monopoli naturali, come la TV via cavo, sono di solito regolamentati a livello locale.

L'altra soluzione al problema del monopolio naturale prevede che sia lo stato stesso a gestirlo. La soluzione ideale consiste in questo caso nel gestire il servizio secondo il criterio dell'uguaglianza tra prezzo e costo marginale, fornendo un sussidio all'impresa.

Questo è il sistema adottato di solito dai servizi locali di trasporto pubblico, come gli autobus e la metropolitana. Questi sussidi, *di per sé*, possono anche non dipendere dall'inefficienza di questi servizi, ma piuttosto dai notevoli costi fissi a essi associati.

D'altra parte, i sussidi potrebbero non essere altro che un segno di inefficienza. Il problema connesso ai monopoli gestiti dallo stato consiste in generale nel fatto che la valutazione dei costi è quasi altrettanto complessa della valutazione dei servizi regolamentati. Le commissioni governative che sovraintendono al funzionamento dei servizi pubblici sono spesso chiamate a giustificare, in apposite sedi, le loro valutazioni dei costi di gestione delle imprese, mentre è possibile che la burocrazia statale non sia soggetta a controlli così pesanti. È del tutto possibile che i burocrati che gestiscono i monopoli dello stato siano chiamati a render conto del loro operato ai cittadini in misura minore di chi fa parte delle commissioni che li regolamentano.

24.7 Come nascono i monopoli?

Date le informazioni sui costi e sulla domanda, quando si può affermare che un'industria sarà concorrenziale e quando monopolistica? La risposta dipende in generale dalla relazione tra la curva del costo medio e la curva di domanda. L'elemento rilevante è costituito dalle dimensioni della **scala minima efficiente (MES)**, il livello di output che minimizza il costo medio, relativamente alle dimensioni della domanda.

Si osservi la Figura 24.7, che rappresenta la curva del costo medio e le curve di domanda di mercato per due beni. Nel primo caso c'è spazio per molte imprese: ciascuna di esse pratica un prezzo vicino a p^* e produce su scala relativamente piccola. Nel secondo mercato, solamente un'impresa può realizzare profitti positivi. Ci possiamo aspettare che il primo mercato funzioni come mercato concorrenziale, e il secondo come monopolio.

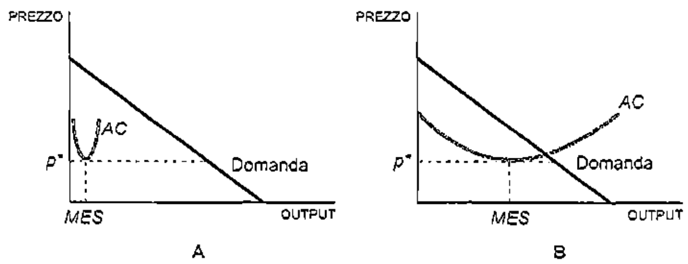


Figura 24.7 **Scala minima efficiente e domanda.** (A) Se la domanda è elevata rispetto alla scala minima efficiente si avrà probabilmente un mercato concorrenziale. (B) Se essa è invece ridotta si avrà probabilmente un monopolio.

Quindi, la forma della curva del costo medio, a sua volta determinata dalla tecnologia, costituisce un aspetto importante in grado di determinare se un mercato sarà concorrenziale o un monopolio. Se la minima scala produttiva efficiente — la quantità di output che minimizza i costi medi — è piccola relativamente alle dimensioni del mercato, ci possiamo aspettare che prevalga la concorrenza.

Si noti che questa affermazione ha valore *relativo*: ciò che importa è la scala produttiva rispetto alle dimensioni del mercato. La scala minima efficiente non può essere modificata più di tanto perché è determinata dalla tecnologia. La politica economica può però influire sulle dimensioni del mercato. Se un paese sceglie una politica di commercio con l'estero non protezionistica, così che le imprese del paese devono far fronte alla concorrenza internazionale, queste avranno una modesta possibilità di influire sui prezzi. Al contrario, se si adotta una politica protezionistica, che limiti le dimensioni del mercato a livello nazionale, sarà probabile che prevalga un regime di monopolio.

Se i monopoli nascono perché la scala minima efficiente è grande rispetto alla dimensione del mercato, e quest'ultima non può essere aumentata, l'industria finirà per venire regolamentata, o sarà comunque sottoposta ad interventi da parte dello stato. Ovviamente anche queste regolamentazioni e interventi costano. Le commissioni governative costano, e costa molto anche alle imprese attenersi alle loro direttive. Dal punto di vista sociale, il problema consiste nel chiedersi se la perdita netta di monopolio superi i costi di regolamentazione.

Può crearsi un monopolio anche nel caso in cui varie imprese decidano di colludere e di diminuire la produzione per aumentare i prezzi e quindi i profitti: diciamo allora che tali imprese formano un **cartello.**

Negli Stati Uniti, i cartelli sono illegali. La Antitrust Division del Justice Department è incaricata di controllare che il comportamento delle imprese sia effettivamente concorrenziale. Se il governo è in grado di provare che un gruppo di imprese ha tentato di diminuire la produzione, oppure ha attuato pratiche non concorrenziali, le può penalizzare con forti ammende.

D'altra parte può darsi il caso che, per una semplice contingenza storica, in un'industria vi sia una sola impresa dominante. Se un'impresa è stata la prima a entrare in un mercato, può usufruire di un vantaggio in termini di costo tale da scoraggiare l'entrata di altre imprese. Supponiamo, per esempio, che per entrare in una certa industria sia necessario un notevole investimento in macchinari. L'impresa già presente nell'industria potrebbe riuscire a convincere le potenziali nuove imprese che un loro tentativo di entrare potrebbe indurla a ridurre drasticamente i prezzi. Impedendo in questo modo l'entrata, un'impresa può riuscire, alla fine, a dominare il mercato. Ciò verrà visto in dettaglio nel Capitolo 28.

ESEMPIO: Un diamante è per sempre

Il gruppo De Beers è un cartello di produttori di diamanti formato per iniziativa di Sir Ernest Oppenheimer, un operatore minerario del Sud Africa, nel 1930. Da allora si è sviluppato sino a diventare uno dei gruppi mondiali di maggior successo. La De

Beers tratta circa l'80 per cento della produzione mondiale annua di diamanti, ed è stata in grado di mantenere la sua posizione praticamente di monopolio per decenni. Nel corso degli anni, il gruppo ha sviluppato diversi meccanismi per controllare il mercato mondiale dei diamanti.

Prima di tutto, la De Beers mantiene scorte considerevoli di diamanti di tutti i tipi. Se un produttore tenta di vendere al di fuori dell'accordo di cartello, la De Beers può inondare rapidamente il mercato con lo stesso tipo di diamanti, punendo in questo modo il "traditore". In secondo luogo, le quote dei grandi produttori sono *proporzionali* alle vendite. Quindi, quando il mercato è fiacco ciascun produttore riduce proporzionalmente la sua quota, incrementando automaticamente la scarsità e quindi innalzando i prezzi.

In terzo luogo, la De Beers è coinvolta sia nell'estrazione che nella commercializzazione dei diamanti. Nei mercati all'ingrosso i diamanti sono venduti ai tagliatori in lotti di pietre assortite: gli acquirenti devono comprare l'intero lotto oppure nulla — non possono scegliere le singole pietre. Se il mercato non assorbe pietre di una particolare dimensione, la De Beers può ridurre il numero di quel particolare tipo di diamanti offerti nei lotti, rendendoli quindi più scarsi.

Infine, la De Beers è in grado di influenzare la domanda finale con 110 milioni di dollari spesi ogni anno in pubblicità. Ancora una volta, la pubblicità può essere modificata in modo da incoraggiare la domanda di diamanti di particolari tipi o dimensioni la cui offerta sia relativamente scarsa[2].

ESEMPIO: Accordi di cartello nel mercato delle aste

Adam Smith ebbe a dire: "Raramente persone della stessa professione si incontrano, anche solo per stare insieme in allegria, senza che la conversazione finisca in una cospirazione contro il pubblico, o in qualche espediente per aumentare i prezzi". Gli accordi di cartello nelle aste offrono un ottimo esempio dell'osservazione di Adam Smith. Nel 1988 il Dipartimento di Giustizia accusò di violazione delle norme antitrust 12 antiquari di Philadelphia per aver partecipato a questa particolare forma di "cospirazione contro il pubblico"[3]. Gli antiquari erano accusati di aver partecipato ad accordi di cartello nel corso di aste di mobili antichi. I membri del cartello incaricavano uno di loro di effettuare le offerte su alcuni pezzi messi all'asta: se questi riusciva ad acquistare il pezzo, i membri del cartello se lo disputavano successivamente nel corso di un'asta privata, chiamata "knockout", dove erano gli unici a fare offerte. Questa pratica consentiva loro di acquisire gli oggetti d'antiquariato a prezzi molto più bassi di quelli che sarebbero prevalsi se le offerte fossero state presentate separatamente: in molti casi i prezzi nelle aste private erano del 50 o anche del 100 per cento maggiori di quelli pagati all'originale venditore del bene.

[2] Per una breve descrizione del mercato dei diamanti si può vedere "The cartel lives to face another threat", *The Economist*, 10 gennaio 1987, 58-60. Un esame più dettagliato è nel libro di Edward J. Epstein, *Cartel*, New York, Putnam, 1978.

[3] Cfr. Meg Cox, "At Many Auctions, Illegal Bidding Thrives As a Longtime Practice Among Dealers", *Wall Street Journal*, 19 febbraio 1988, che ha costituito la fonte di questo esempio.

Gli antiquari furono sorpresi del processo intentato loro dal Dipartimento di Giustizia, poiché consideravano tali accordi una pratica comune nel loro commercio, e non pensavano che fossero illegali. Consideravano gli accordi di cartello una forma tradizionale di cooperazione tra loro: essere invitati a far parte di un cartello era reputato un "segno di distinzione". Come disse uno di loro: "Il giorno in cui fui invitato a partecipare al cartello, è stato per me un giorno di quelli che non si dimenticano. Se non facevi parte dell'accordo, non ricevevi molta considerazione come antiquario". Gli antiquari erano stati ingenui al punto da annotare scrupolosamente i loro pagamenti nelle aste private, fornendo così al Dipartimento di Giustizia delle prove contro di loro.

Il Dipartimento di Giustizia sostenne che "se si sono riuniti per mantenere basso il prezzo [ricevuto dal venditore] ciò è illegale". La tesi del Dipartimento di Giustizia prevalse su quella degli antiquari: 11 di loro si dichiararono colpevoli e definirono la questione con il pagamento di ammende da 1000 a 50 000 dollari e la sospensione condizionale della pena. Il dodicesimo antiquario affrontò il processo, venne ritenuto colpevole e condannato a 30 giorni di arresti domiciliari e a una multa di 30 000 dollari.

ESEMPIO: Price-fixing nel mercato delle memorie dei computer

Una memoria DRAM (Dynamic Random Access Memory) è un circuito integrato che si trova all'interno dei computer. Si tratta di un prodotto indifferenziato e il mercato delle DRAM è (di solito) altamente competitivo. Tuttavia, c'è motivo di ritenere che alcuni produttori di DRAM si siano accordati illegalmente fra loro per fissare i prezzi, facendo pagare ai produttori di computer un prezzo più alto di quello che avrebbero ottenuto in condizioni di pura concorrenza. A quanto pare, tra le vittime di questo comportamento illegale vi sono Apple Computer, Compaq, Dell, Gateway, HP, e IBM.

Il Dipartimento della Giustizia degli Stati Uniti ha iniziato a indagare sul caso nel 2002. Nel settembre del 2004, Infineon, un produttore tedesco di DRAM, si è dichiarato colpevole di price-fixing, e ha accettato di pagare una multa di 160 milioni di dollari. È la terza multa in ordine di grandezza che sia mai stata imposta dalla divisione antitrust del Dipartimento della Giustizia.

Secondo i documenti del processo, Infineon è stata accusata di "aver partecipato a riunioni, conversazioni, e comunicazioni con i concorrenti per discutere il prezzo a cui vendere le DRAM ad alcuni clienti; aver stipulato accordi sui prezzi a cui vendere le DRAM ad alcuni clienti; aver scambiato informazioni sulle vendite di DRAM ad alcuni clienti, allo scopo di monitorare e imporre i prezzi oggetto degli accordi".

Successivamente, quattro dirigenti di Infineon sono stati condannati a pene detentive e al pagamento di multe molto elevate. Le indagini sono ancora in corso, e presumibilmente emergeranno altre accuse. Le autorità antitrust trattano molto seriamente l'attività di price-fixing, con conseguenze severe per qualsiasi impresa o individuo che intraprenda tali attività.

Sommario

1. Si dice monopolio un'industria in cui sia presente una sola impresa.

2. Un monopolista produce in corrispondenza di un punto in cui il ricavo marginale è uguale al costo marginale. Quindi, il monopolista stabilisce un prezzo che rappresenta un markup sul costo marginale, la cui ampiezza dipende dall'elasticità della domanda.

3. Poiché il monopolista stabilisce un prezzo superiore al costo marginale, la quantità di output prodotta sarà inefficiente. La perdita netta — somma della perdita di surplus del consumatore e del produttore — misura l'entità di questa inefficienza.

4. Si ha un monopolio naturale quando un'impresa non può produrre una quantità efficiente di output senza subire perdite. Molti servizi pubblici sono monopoli naturali di questo tipo, e sono quindi regolamentati dallo stato.

5. Che un'industria sia concorrenziale o monopolistica dipende, in parte, dalla tecnologia adottata. Se la scala minima efficiente è elevata rispetto alla domanda, è probabile che il mercato sia un monopolio. Ma se la scala minima efficiente è ridotta rispetto alla domanda, nell'industria possono coesistere molte imprese, e si può quindi avere una struttura di mercato concorrenziale.

Domande

1. Sembra che la curva di domanda del mercato dell'eroina sia estremamente inelastica. Inoltre, si ritiene che l'offerta di eroina sia monopolizzata dalla mafia, e assumiamo che quest'ultima massimizzi il profitto. C'è contraddizione fra le due affermazioni?

2. Un monopolista si trova di fronte una curva di domanda $D(p) = 100 - 2p$. La sua funzione di costo è $c(y) = 2y$. Quale sarà il livello ottimo di output e prezzo?

3. Un monopolista si trova di fronte una curva di domanda $D(p) = 10p^{-3}$. La funzione di costo è $c(y) = 2y$. Quale sarà il livello ottimo di output e prezzo?

4. Se $D(p) = 100/p$ e $c(y) = y^2$, quale sarà il livello ottimo di output per il monopolista? (Attenzione!)

5. Un monopolista produce in corrispondenza di un livello di output in cui $|\epsilon| = 3$. Il governo introduce una tassa sulla quantità di \$6 per unità di output. Se la curva di domanda per il monopolista è lineare, di quanto aumenta il prezzo?

6. Qual è la risposta al problema precedente se la curva di domanda per il monopolista ha elasticità costante?

7. Se la curva di domanda per il monopolista presenta una elasticità costante uguale a 2, quale sarà il suo markup sul costo marginale?

8. Il governo sta valutando la possibilità di sussidiare i costi marginali del monopolista della domanda precedente. Quale sarà il livello del sussidio, se si vuole che il monopolista produca la quantità di output ottima socialmente?

9. Si dimostri in termini formali che un monopolista fissa sempre il suo prezzo a un livello superiore a quello del costo marginale.

10. Imponendo a un monopolista una tassa sulla quantità si provocherà sempre un aumento del prezzo di mercato pari all'ammontare della tassa. (Vero o falso?)

11. Quali problemi deve affrontare una commissione governativa che intenda indurre un monopolista a praticare un prezzo concorrenziale?

12. Quali condizioni economiche e tecnologiche portano alla formazione dei monopoli?

APPENDICE

Se il ricavo è $r(y) = p(y)y$ il problema di massimizzazione del profitto per il monopolista è

$$\max r(y) - c(y).$$

La condizione del primo ordine è

$$r'(y) - c'(y) = 0$$

che implica che il ricavo marginale deve uguagliare il costo marginale in corrispondenza della scelta ottima dell'output.

Differenziando il ricavo, si ottiene $r'(y) = p(y) + p'(y)y$, che, sostituita nella condizione del primo ordine, ci dà

$$p(y) + p'(y)y = c'(y).$$

La condizione del secondo ordine è

$$r''(y) - c''(y) \leq 0$$

che implica che

$$c''(y) \geq r''(y)$$

cioè che l'inclinazione della curva del costo marginale sia maggiore dell'inclinazione della curva del ricavo marginale.

25

COMPORTAMENTO MONOPOLISTICO

In un mercato concorrenziale esistono tipicamente numerose imprese che vendono un identico prodotto. Qualsiasi tentativo da parte di un'impresa di vendere il suo prodotto a un prezzo superiore a quello di mercato indurrà i consumatori ad abbandonarla e a rivolgersi alle imprese concorrenti. Al contrario, in una situazione di monopolio vi è una sola impresa che vende un prodotto dato. Se il monopolista pratica un prezzo più alto perderà qualcuno dei suoi clienti, anche se non tutti.

In realtà la maggior parte delle industrie si trova in qualche punto intermedio tra i due estremi. Se un distributore di benzina di una piccola città aumenta il prezzo della benzina e perde la maggior parte dei suoi clienti, è ragionevole pensare che quell'impresa si debba comportare in modo concorrenziale. Ma se un ristorante della stessa città aumenta i prezzi e perde solo pochi clienti, è altrettanto ragionevole pensare che abbia qualche potere di monopolio.

Se un'impresa ha qualche potere di monopolio dispone di un maggior numero di opzioni di un'impresa in un mercato perfettamente concorrenziale. Per esempio, può usare più complesse strategie di prezzo e di marketing che in un'industria concorrenziale. Oppure può tentare di differenziare il suo prodotto da quelli dei suoi concorrenti in modo da accrescere ulteriormente il suo potere di mercato. Esamineremo in questo capitolo come le imprese sono in grado di sfruttare e accrescere il proprio potere di mercato.

25.1 Discriminazione dei prezzi

Abbiamo visto che un monopolio produce in corrispondenza di un livello inefficiente di output, poiché lo riduce fino al punto in cui i consumatori sono disposti ad acquistarne una unità addizionale a un prezzo superiore al suo costo di produzione. Il monopolista non intende produrre tale output *addizionale* perché in questo modo farebbe diminuire il prezzo di *tutto* l'output.

Ma, se il monopolista potesse vendere diverse unità di output a prezzi diversi, le cose cambierebbero. Questa pratica è chiamata **discriminazione dei prezzi**. Generalmente gli economisti distinguono tre tipi di discriminazione dei prezzi:

La **discriminazione dei prezzi di primo grado** descrive una situazione in cui il monopolista vende unità diverse di output a prezzi diversi *e* questi prezzi possono essere diversi per ogni consumatore. Questa situazione viene a volte definita **discriminazione perfetta dei prezzi**.

La **discriminazione dei prezzi di secondo grado** descrive una situazione in cui il monopolista vende unità diverse a prezzi diversi, ma ogni consumatore che acquisti la stessa quantità del bene paga lo stesso prezzo. Quindi i prezzi differiscono a seconda della quantità del bene, ma non in relazione al consumatore. L'esempio più comune di questa situazione è lo sconto praticato sulle vendite all'ingrosso.

La **discriminazione dei prezzi di terzo grado** descrive una situazione in cui il monopolista vende l'output a persone diverse a prezzi diversi, ma ciascuna unità di output è venduta a un determinato consumatore allo stesso prezzo. Si tratta della forma più comune di discriminazione dei prezzi: un esempio è costituito dagli sconti per gli anziani, per gli studenti, e così via.

Esamineremo ora separatamente queste tre diverse forme per capire il funzionamento della discriminazione di prezzo dal punto di vista economico.

25.2 Discriminazione dei prezzi di primo grado

Con la **discriminazione dei prezzi di primo grado** o **discriminazione perfetta dei prezzi**, ciascuna unità di un bene è venduta al consumatore che le attribuisce il valore più alto, al massimo prezzo al quale costui è disposto ad acquistarla.

Consideriamo la Figura 25.1, nella quale abbiamo rappresentato le curve di domanda relative a un bene di due consumatori. Pensate a un modello della domanda basato sul prezzo di riserva, in cui gli individui scelgono quantità intere del bene, e ogni gradino della curva di domanda rappresenta una diversa disponibilità a pagare una unità addizionale del bene. Abbiamo anche rappresentato una curva del costo marginale (costante) per lo stesso bene.

Un produttore che discrimini perfettamente i prezzi venderà ciascuna unità del bene al prezzo più alto che è in grado di esigere, cioè al prezzo di riserva di ciascun consumatore. Poiché ciascuna unità del bene è venduta a ciascun consumatore a un prezzo uguale al suo prezzo di riserva, in questo mercato non si produce alcun surplus del consumatore, e tutto il surplus va al produttore. Le aree in grigio nella Figura 25.1 rappresentano il *surplus del produttore* accumulato dal monopolista.

In un normale mercato concorrenziale queste aree rappresenterebbero il *surplus del consumatore*, ma nel caso di discriminazione perfetta dei prezzi il monopolista è in grado di appropriarsi di tutto il surplus.

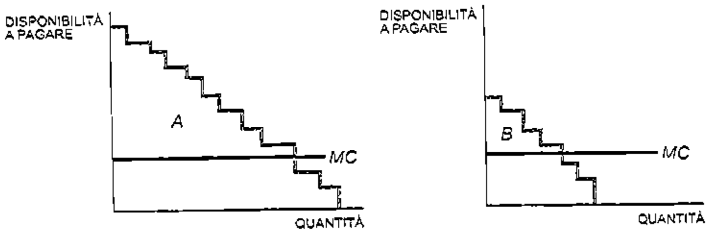


Figura 25.1 **Discriminazione dei prezzi di primo grado.** Sono rappresentate le curve di domanda relative a un bene di due consumatori, insieme alla curva del costo marginale costante. Il produttore vende ciascuna unità del bene al prezzo massimo che è in grado di esigere, ottenendo in questo modo il massimo profitto.

Se il produttore ottiene tutto il surplus, naturalmente farà in modo che questo sia il massimo possibile. In altre parole, l'obiettivo del produttore è di massimizzare il profitto (il surplus del produttore), con il vincolo che i consumatori siano appena disposti a acquistare il bene. Si determina quindi un risultato di efficienza paretiana, poiché non esiste un modo di migliorare contemporaneamente la situazione del produttore e del consumatore: il profitto del produttore non può essere aumentato, poiché è già massimo, e non è possibile aumentare il surplus del consumatore senza ridurre il profitto del produttore.

Se consideriamo adesso l'approssimazione di una curva di domanda "liscia", come nella Figura 25.2, vediamo che un monopolista che discrimini perfettamente i prezzi deve produrre un livello di output in cui il prezzo sia uguale al costo marginale: se infatti il prezzo fosse maggiore del costo marginale, ciò significherebbe che esiste qualcuno disposto a pagare un'unità addizionale di output più di quanto costi produrla, e quindi perché mai non si dovrebbe produrla e venderla a costui al suo prezzo di riserva, aumentando così i profitti?

Come nel caso di un mercato concorrenziale, la somma del surplus del produttore e del consumatore viene massimizzata. Tuttavia, nel caso della discriminazione perfetta dei prezzi il produttore ottiene *tutto* il surplus che si genera nel mercato!

Abbiamo interpretato la discriminazione dei prezzi di primo grado in base a un modello in cui il monopolista vende ciascuna unità di un bene al prezzo massimo che è in grado di esigere. Ma possiamo anche pensare a una situazione in cui una quantità fissa di un bene viene venduta a un prezzo del tipo "prendere o lasciare". Nel caso rappresentato nella Figura 25.2, il monopolista proporrebbe di

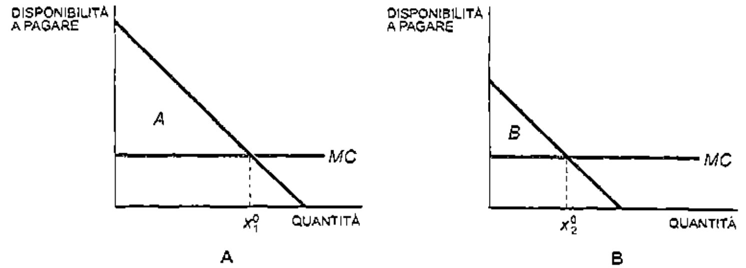


Figura 25.2 **Discriminazione dei prezzi di primo grado con curve di domanda "lisce".** Sono rappresentate le curve di domanda "lisce" relative a un bene di due consumatori, insieme alla curva del costo marginale costante. In questo caso il produttore massimizza il profitto producendo un livello di output in corrispondenza del quale il prezzo sia uguale al costo marginale, come nel caso di un mercato concorrenziale.

vendere x_1^0 unità del bene alla persona 1 per un prezzo uguale all'area A, e x_2^0 unità del bene alla persona 2 per un prezzo uguale all'area B. Come nella situazione precedente, nessuno dei due individui otterrebbe alcun surplus del consumatore, e l'intero surplus finirebbe nelle mani del monopolista.

La discriminazione perfetta dei prezzi è un'astrazione — la stessa parola "perfetto" sembra suggerirlo — ma è interessante dal punto di vista teorico, perché ci fornisce l'esempio di un meccanismo di allocazione di risorse, diverso da quello di un mercato concorrenziale, in cui si ha egualmente efficienza paretiana. L'esempio più adatto potrebbe forse essere quello di un medico di una piccola città, in grado di far pagare le sue prestazioni ai pazienti secondo le loro possibilità.

ESEMPIO: La discriminazione dei prezzi di primo grado in pratica

Come abbiamo visto in precedenza, la discriminazione dei prezzi di primo grado è essenzialmente un concetto teorico. È difficile trovare degli esempi nel mondo reale in cui a ciascun individuo venga praticato un prezzo diverso. Un possibile esempio è il caso in cui i prezzi vengono stabiliti tramite contrattazione, come nella vendita di automobili usate o nei mercati dell'antiquariato. Tuttavia, questi non sono esempi ideali.

La Southwest Airlines ha di recente introdotto un sistema chiamato Ding, che si avvicina molto alla discriminazione dei prezzi di primo grado.[1]

Il sistema utilizza in modo intelligente Internet: l'utente installa un programma sul suo computer e la compagnia aerea gli invia periodicamente informazioni sulle

[1] Cfr. Christopher Elliott, "Your Very Own Personal Air Fare", *New York Times*, 9 agosto 2005.

offerte speciali. Queste offerte vengono segnalate con il suono "ding", da cui deriva il nome del sistema. Secondo l'analisi di un esperto, le tariffe offerte da Ding risultavano più basse del 30 per cento rispetto ad altre tariffe simili.

Quanto dureranno queste offerte così basse? Si potrebbe benissimo utilizzare un sistema analogo per offrire tariffe più alte. Tuttavia, questa possibilità sembra remota vista la natura fortemente concorrenziale dell'industria del trasporto aereo. È molto facile tornare alle modalità standard di acquisto dei biglietti se i prezzi iniziano a salire.

25.3 Discriminazione dei prezzi di secondo grado

La **discriminazione dei prezzi di secondo grado** è nota anche come **determinazione non-lineare del prezzo**, poiché il prezzo unitario dell'output non è costante, ma dipende dalla quantità acquistata. Questo tipo di discriminazione dei prezzi è praticata, di solito, nei servizi pubblici: per esempio, il prezzo unitario dell'elettricità dipende da quanta se ne acquista. In altre industrie, sono a volte previsti sconti per acquisti di grandi quantità.

Consideriamo ancora il caso rappresentato nella Figura 25.2. Abbiamo visto che il monopolista *vorrebbe* vendere una quantità x_1^0 alla persona 1 per un prezzo A e una quantità x_2^0 alla persona 2 per un prezzo B. Ma per stabilire i prezzi, il monopolista deve *conoscere* le curve di domanda dei consumatori, cioè deve conoscere l'esatta disponibilità a pagare di ciascun individuo. Anche se il monopolista ha qualche informazione circa la distribuzione statistica della disponibilità a pagare — per esempio, sa che gli studenti universitari sono disposti a pagare meno per i biglietti del cinema di quanto non lo siano i giovani professionisti — può essere molto difficile distinguere uno studente da un giovane professionista mentre stanno entrambi in coda al botteghino.

Allo stesso modo, un agente di viaggio può sapere che chi viaggia per affari è disposto a pagare un biglietto aereo più di quanto non lo sia un turista, ma è spesso difficile sapere se una particolare persona è un uomo d'affari o un turista. Se bastasse togliersi il completo grigio e infilarsi un paio di bermuda per risparmiare $500 di spese di viaggio, i codici di abbigliamento delle grandi imprese cambierebbero velocemente!

Il problema posto dall'esempio di discriminazione dei prezzi di primo grado rappresentato nella Figura 25.2 è che la persona 1 (con la maggiore disponibilità a pagare) può *fingere* di essere la persona 2 (con la minore disponibilità a pagare), e il venditore può non essere in grado di distinguerli efficacemente.

Un modo per aggirare il problema consiste nell'offrire sul mercato due differenti combinazioni prezzo-quantità. Una combinazione sarà rivolta all'individuo con il livello di domanda più elevato, e l'altra a quello con il livello più basso. Accade spesso che il monopolista possa mettere in vendita combinazioni che inducono il consumatore a scegliere quella pensata esattamente per lui: nel gergo economico, si dice che il monopolista produce combinazioni prezzo-quantità che offrono ai consumatori un incentivo all'**auto-selezione**.

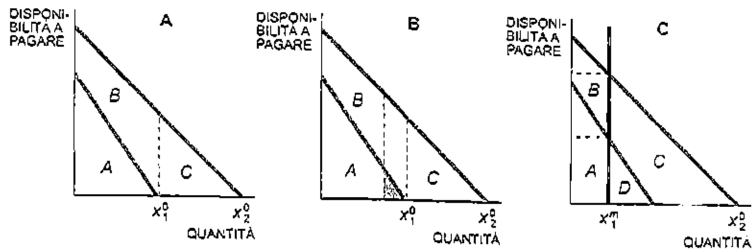


Figura 25.3 **Discriminazione dei prezzi di secondo grado.** Sono rappresentate le curve di domanda di due consumatori, mentre assumiamo che il costo marginale per il produttore sia nullo. Nel quadro A è rappresentato il problema dell'auto-selezione. Nel quadro B rappresentiamo il caso in cui il monopolista riduce la quantità di output rivolta al consumatore 1, mentre il quadro C illustra la soluzione di massimo profitto.

Per vedere come funziona il meccanismo, osserviamo la Figura 25.3, dove abbiamo rappresentato curve di domanda dello stesso tipo di quelle della Figura 25.2, ma sovrapposte una all'altra. Abbiamo anche fissato il costo marginale uguale a zero per maggiore semplicità.

Come prima, il monopolista vorrebbe offrire x_1^0 al prezzo A e x_2^0 al prezzo $A + B + C$. In questo modo il monopolista otterrebbe l'intero surplus e quindi il massimo profitto. Sfortunatamente per lui, queste combinazioni prezzo-quantità sono incompatibili con l'auto-selezione. Il consumatore con il livello di domanda più elevato troverà ottimale scegliere x_1^0 e pagare il prezzo A, ottenendo in questo modo un surplus uguale a B, maggiore di quello, nullo, che avrebbe se scegliesse x_2^0.

Il monopolista può tuttavia offrire x_2^0 al prezzo $A + C$. In questo caso il consumatore con il livello di domanda più elevato troverà ottimale scegliere x_2^0 e ottenere un surplus lordo pari a $A + B + C$. Il prezzo pagato, $A + C$, gli lascia un surplus netto uguale a B, esattamente lo stesso che otterrebbe se scegliesse x_1^0. In genere questa soluzione consente al monopolista di ottenere maggiori profitti di quelli che avrebbe offrendo una sola combinazione prezzo-quantità.

Ma la nostra storia non finisce qui. Il monopolista ha un'altra soluzione per aumentare i profitti. Supponiamo che invece di offrire x_1^0 al prezzo A al consumatore con il livello di domanda inferiore, il monopolista ne offra una quantità di poco inferiore a un prezzo lievemente più basso di A. In questo modo il profitto che il monopolista ottiene dalla persona 1 si riduce in misura pari al piccolo triangolo più scuro rappresentato nella Figura 25.3B. Ma si noti che, poiché la combinazione della persona 1 è meno attraente per la persona 2, il monopolista può ora applicare alla persona 2 un prezzo *più elevato* per x_2^0! Riducendo x_1^0, il monopolista riduce lievemente la superficie A (in misura pari al triangolo più scuro), ma rende maggiore la superficie C (in misura pari al triangolo più l'area in grigio). Come risultato netto, il profitto del monopolista aumenta.

Seguendo questa logica, il monopolista desidererà ridurre la quantità offerta alla persona 1 fino al punto in cui la perdita di profitto sulla persona 1 derivante da una ulteriore riduzione dell'output sia esattamente uguale all'aumento di profitto ottenuto sulla persona 2. In corrispondenza di questo punto, rappresentato nella Figura 25.3C, i costi e i benefici marginali della riduzione della quantità si bilanciano. La persona 1 sceglie x_1^m e paga A, la persona 2 sceglie x_2^0 e paga $A + C + D$. La persona 1 non ottiene più alcun surplus, mentre la persona 2 ha un surplus pari a B, lo stesso che otterrebbe se scegliesse di consumare x_1^0.

In realtà, spesso i monopolisti incoraggiano l'auto-selezione non modificando la *quantità*, come nel nostro esempio, ma la *qualità* di un bene. Anche in questo caso il prezzo dei biglietti aerei ci offre un buon esempio. Negli USA normalmente le linee aeree offrono due tipi di biglietti. Sul primo non vi è alcuna restrizione, cosa che gli uomini d'affari trovano attraente, poiché i loro impegni possono cambiare all'improvviso. L'altra tariffa impone invece delle limitazioni: per esempio bisogna includere almeno un sabato, oppure prenotare il biglietto con due settimane di anticipo. Queste restrizioni rendono il biglietto meno attraente per chi viaggia per affari (e ha la maggiore disponibilità a pagare), ma sono invece accettabili per i turisti. Nel complesso, ciascuna categoria di viaggiatori seleziona il tipo di biglietto concepito appunto per quella categoria, e la compagnia aerea realizza un profitto sostanzialmente superiore a quello che avrebbe ottenuto se avesse venduto i biglietti a un prezzo uniforme.

ESEMPIO: Discriminazione di prezzo nelle tariffe dei voli aerei

L'industria del trasporto aereo ha applicato con molto successo la discriminazione dei prezzi (anche se i rappresentanti dell'industria preferiscono parlare di "gestione del rendimento"). Il modello che abbiamo appena illustrato descrive piuttosto bene il problema delle compagnie aeree: esistono due tipi di viaggiatori (i turisti e chi viaggia per affari), la cui disponibilità a pagare è in genere molto differente. Anche se nel mercato americano vi sono molte compagnie aeree in concorrenza tra loro, è piuttosto comune che solo una o due di queste effettuino il collegamento tra una particolare coppia di città. Questa situazione offre alle compagnie una notevole libertà nella definizione dei prezzi.

Abbiamo visto che la politica di prezzo ottimale per un monopolista che si trovi di fronte due gruppi di consumatori consiste nel vendere a un prezzo elevato nel mercato con la maggiore disponibilità a pagare e nell'offrire un prodotto di qualità ridotta nel mercato con la disponibilità minore. Lo scopo dell'offerta di un prodotto di bassa qualità è di dissuadere i consumatori con elevata disponibilità a pagare dall'acquistare il bene con il prezzo più basso.

Le compagnie aeree realizzano questa politica offrendo una "tariffa senza restrizioni" e una "tariffa ristretta". La tariffa ristretta spesso impone che il biglietto venga acquistato in anticipo, che nel periodo del viaggio sia incluso un sabato, o altre limitazioni. Queste limitazioni hanno lo scopo di discriminare tra la domanda elevata di chi viaggia per affari e i turisti, più sensibili al prezzo. Offrendo un prodotto "degradato" — la tariffa ristretta — le compagnie aeree possono applicare un prezzo considerevolmente più alto a chi ha bisogno di maggiore flessibilità nell'organizzazione del proprio viaggio.

Questa soluzione potrebbe anche essere socialmente utile, perché senza la possibilità di discriminare il prezzo, un'impresa potrebbe decidere in modo ottimale di vendere *solo* nel mercato con elevata disponibilità a pagare.

Un altro modo in cui è possibile discriminare il prezzo consiste nell'offrire viaggi in prima o in seconda classe. Chi viaggia in prima classe paga un prezzo più alto, ma riceve un servizio molto migliore: più spazio, cibi di migliore qualità, maggiore attenzione. I viaggiatori di seconda classe, d'altra parte, ottengono un servizio di livello inferiore. Questo tipo di discriminazione di qualità ha caratterizzato i servizi di trasporto per secoli. Ne è testimone, per esempio, questa osservazione di Emile Dupuit, un economista francese ottocentesco, sulle tariffe ferroviarie:

> Non è a causa delle poche migliaia di franchi che si dovrebbero spendere per mettere un tetto o imbottire i sedili sulle carrozze di terza classe che l'una o l'altra compagnia di trasporti ha carrozze aperte e panche di legno... Ciò che la compagnia tenta di fare è prevenire dal viaggiare in terza classe chi può pagare il biglietto di seconda; si colpiscono i poveri non perché li si voglia danneggiare, ma per impaurire i ricchi... Ed è di nuovo per la stessa ragione che le compagnie, dopo essersi mostrate quasi crudeli con i viaggiatori di terza classe, e meschine con quelli di seconda, diventano prodighe con i viaggiatori di prima classe. Avendo rifiutato il necessario al povero, danno il superfluo al ricco.[2]

La prossima volta che volerete in classe turistica, forse vi sarà di qualche conforto sapere che viaggiare in treno nella Francia dell'ottocento era ancora meno confortevole!

ESEMPIO: I prezzi dei farmaci

Una scorta per un mese dell'antidepressivo Zoloft costa $29,74 in Austria, $32,91 in Lussemburgo, $40,97 in Messico e $64,67 negli Stati Uniti. Perché queste differenze di prezzo? I produttori di medicinali, come qualsiasi altra impresa, applicano i prezzi che il mercato può sostenere. I paesi più poveri non possono spendere quanto i paesi più ricchi, perciò in quei paesi il prezzo dei medicinali tende a essere minore.

Ma questo non spiega completamente la situazione. Anche il potere di contrattazione varia enormemente da paese a paese. In Canada, in cui è in vigore un piano nazionale per la sanità, i medicinali hanno costi più contenuti rispetto agli Stati Uniti, in cui invece non esiste un'assistenza sanitaria centralizzata.

È stato proposto che le aziende farmaceutiche vengano obbligate a praticare un prezzo unico in tutto il mondo. Lasciando da parte la spinosa questione sul modo in cui questa politica può essere imposta, possiamo però chiederci quali sarebbero le sue conseguenze. Tutto il mondo si ritroverebbe con prezzi più bassi o più alti?

[2] Cfr. R.B. Ekelund, "Price Discrimination and Product Differentiation in Economic Theory: An Early Analysis", *Quarterly Journal of Economics*, 84 (1970), 268-78.

La risposta dipende dalla dimensione relativa del mercato. La maggior parte della domanda di un farmaco contro la malaria sarà concentrata nei paesi più poveri. Se costrette ad applicare un prezzo unico, le aziende farmaceutiche preferiranno fissarlo molto basso. Ma un farmaco che cura le malattie diffuse nei paesi più ricchi verrà venduto a un prezzo più alto, risultando troppo costoso per i paesi più poveri.

Tipicamente, il passaggio dalla discriminazione dei prezzi a un regime di prezzo unico farà aumentare alcuni prezzi e ne farà diminuire altri, facendo star meglio alcuni e peggio altri. In alcuni casi, un prodotto potrebbe anche non venire venduto affatto in alcuni mercati se il venditore fosse costretto ad applicare prezzi uniformi.

25.4 Discriminazione dei prezzi di terzo grado

Ricordiamo che la discriminazione dei prezzi di terzo grado significa che il monopolista vende il suo prodotto a persone diverse a prezzi diversi, ma che ogni unità del bene venduta a un certo gruppo di acquirenti viene venduta al medesimo prezzo. Potremmo fare l'esempio degli sconti al cinematografo concessi agli studenti oppure degli sconti di cui godono nelle farmacie gli anziani. Come fa il monopolista a decidere quali sono i prezzi ottimi in ciascun mercato?

Supponiamo che il monopolista sia in grado di identificare due gruppi di consumatori e possa vendere a ciascuno uno stesso bene a un prezzo diverso. Supponiamo anche che i consumatori di ciascun mercato non siano in grado di rivendere il bene. Siano $p_1(y_1)$ e $p_2(y_2)$ le curve di domanda inversa rispettivamente del gruppo 1 e 2, e sia $c(y_1 + y_2)$ il costo di produzione dell'output. Il problema di massimizzazione del profitto per il monopolista sarà

$$\max_{y_1, y_2} p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 - c(y_1 + y_2).$$

La soluzione ottima sarà

$$MR_1(y_1) = MC(y_1 + y_2)$$
$$MR_2(y_2) = MC(y_1 + y_2).$$

Vale a dire, il costo marginale deve essere uguale al ricavo marginale in *ciascun* mercato. Se il ricavo marginale del mercato 1 superasse il costo marginale, in questo mercato sarebbe conveniente espandere l'output, e analogamente per il mercato 2. Poiché il costo marginale è uguale in tutti e due i mercati, lo stesso deve valere per il ricavo marginale. Quindi la vendita di un bene nel mercato 1 o nel mercato 2 dovrebbe comportare un uguale aumento del ricavo.

Si può utilizzare per esprimere il ricavo marginale la consueta formula in termini di elasticità, scrivendo le condizioni di massimizzazione del profitto come

$$p_1(y_1)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon_1(y_1)|}\right] = MC(y_1 + y_2)$$
$$p_2(y_2)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon_2(y_2)|}\right] = MC(y_1 + y_2)$$

dove $\epsilon_1(y_1)$ e $\epsilon_2(y_2)$ rappresentano le elasticità della domanda nei rispettivi mercati, valutate in corrispondenza dei livelli di output che massimizzano il profitto.

Si noti ora quanto segue: se $p_1 > p_2$, allora

$$1 - \frac{1}{|\epsilon_1(y_1)|} < 1 - \frac{1}{|\epsilon_2(y_2)|}$$

che a sua volta implica che

$$\frac{1}{|\epsilon_1(y_1)|} > \frac{1}{|\epsilon_2(y_2)|}.$$

Questo significa che

$$|\epsilon_2(y_2)| > |\epsilon_1(y_1)|.$$

Quindi, nel mercato in cui il prezzo è più elevato, l'elasticità della domanda sarà più bassa. Ciò è evidente se si pensa che una domanda elastica è sensibile al prezzo. Un'impresa che discrimina i prezzi praticherà un prezzo più basso per il gruppo di consumatori sensibile al prezzo e uno più alto per quello relativamente insensibile al prezzo. In questo modo massimizzerà i profitti totali.

Abbiamo detto che gli sconti per gli anziani e per gli studenti costituiscono un buon esempio di discriminazione dei prezzi di terzo grado. Possiamo ora capire perché questi gruppi godano di facilitazioni. È probabile che gli studenti e gli anziani siano più sensibili al prezzo che il consumatore medio, e che quindi la loro domanda sia più elastica in corrispondenza dei prezzi rilevanti. Quindi, un'impresa che massimizzi il profitto discriminerà i prezzi in loro favore.

ESEMPIO: Curve di domanda lineari

Consideriamo un'impresa che operi in due mercati con curve di domanda lineari, $x_1 = a - bp_1$ e $x_2 = c - dp_2$. Supponiamo, per semplicità, che i costi marginali siano nulli. Se l'impresa può discriminare i prezzi, produrrà una quantità di output tale che il ricavo marginale sia nullo in ogni mercato, cioè si avrà una combinazione di prezzo e output che si trovi a metà di ciascuna curva di domanda, con output pari a $x_1^* = a/2$ e $x_2^* = c/2$, e prezzi $p_1^* = a/2b$ e $p_2^* = c/2d$.

Supponiamo che l'impresa sia costretta a vendere allo stesso prezzo in entrambi i mercati. Si troverà in questo caso di fronte una curva di domanda $x = (a+c)-(b+d)p$, e produrrà in corrispondenza del punto che si trova a metà di questa curva, il suo output sarà $x^* = (a + c)/2$, e il prezzo $p^* = (a + c)/2(b + d)$. Si noti che la quantità totale di output rimane la stessa che ci sia o no discriminazione dei prezzi. (Questo risultato dipende dal fatto che le curve di domanda sono lineari e non vale in generale).

Esiste comunque un'importante eccezione. Abbiamo assunto che quando il monopolista sceglie i prezzi ottimali, venderà quantità positive di output in ciascun

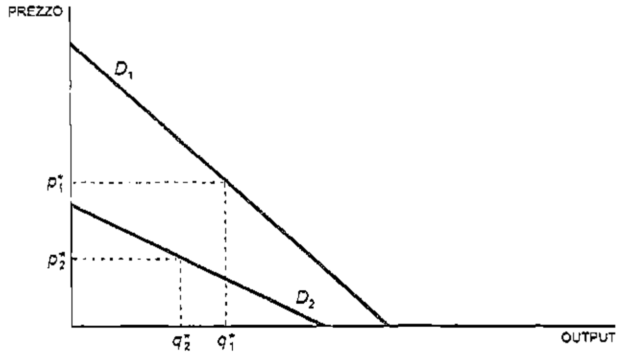


Figura 25.4 **Discriminazione dei prezzi con domande lineari.** Se il monopolista può praticare un solo prezzo, questo sarà p_1^*, e venderà solo nel mercato 1. Ma se è possibile discriminare i prezzi, venderà anche nel mercato 2 al prezzo p_2^*.

mercato: può benissimo accadere però che, al prezzo che massimizza il profitto, il monopolista venda in uno solo dei mercati (vedi Figura 25.4).

In questo caso si hanno due curve di domanda lineari. Poiché si assume che il costo marginale sia nullo, il monopolista preferirà produrre in corrispondenza di un punto in cui l'elasticità della domanda sia uguale a -1, e cioè nel punto che si trova a metà della curva di domanda di mercato. Quindi, il prezzo p_1^* è un prezzo che massimizza il profitto (se il prezzo fosse più basso il ricavo nel mercato 1 si ridurrebbe). Se la domanda nel mercato 2 è molto ridotta, il monopolista può non essere disposto a ridurre ulteriormente il prezzo per vendere in questo mercato. Venderà invece esclusivamente nel mercato 1, in cui la domanda è elevata.

In questo caso, consentendo al monopolista di discriminare i prezzi, si potrà ottenere un aumento dell'output totale, perché egli riterrà conveniente vendere in entrambi i mercati, se potrà praticarvi prezzi diversi.

ESEMPIO: Calcolo della discriminazione ottima dei prezzi

Supponiamo che un monopolista operi in due mercati con curve di domanda

$$D_1(p_1) = 100 - p_1$$
$$D_2(p_2) = 100 - 2p_2.$$

Assumiamo che il suo costo marginale sia costante e sia pari a \$20 per unità. Se può discriminare il prezzo, quale prezzo deve praticare in ciascun mercato per massimizzare il profitto? Quale prezzo, invece, se non può discriminare?

Per risolvere il problema della discriminazione dei prezzi, calcoliamo per prima cosa le funzioni di domanda inversa:

$$p_1(y_1) = 100 - y_1$$
$$p_2(y_2) = 50 - y_2/2.$$

La condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale in ciascun mercato ci dà le due equazioni:

$$100 - 2y_1 = 20$$
$$50 - y_2 = 20.$$

Risolvendo otteniamo $y_1^* = 40$ e $y_2^* = 30$. Sostituendo questi risultati nelle funzioni di domanda inversa, otteniamo i prezzi $p_1^* = 60$ e $p_2^* = 35$.

Se il monopolista deve praticare il medesimo prezzo in ciascun mercato, dobbiamo prima calcolare la domanda totale:

$$D(p) = D_1(p_1) + D_2(p_2) = 200 - 3p.$$

La curva di domanda inversa è

$$p(y) = \frac{200}{3} - \frac{y}{3}.$$

La condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale ci dà

$$\frac{200}{3} - \frac{2}{3}y = 20$$

che può essere risolta così da ottenere $y^* = 70$ e $p^* = 43\frac{1}{3}$.

ESEMPIO: Discriminazione dei prezzi nelle riviste accademiche

La maggior parte dei contributi accademici viene pubblicata nei periodici delle università, che sono venduti in abbonamento a biblioteche e a singoli studiosi. Di solito, i prezzi degli abbonamenti per le biblioteche sono diversi da quelli praticati ai singoli acquirenti. In generale, la domanda delle biblioteche dovrebbe essere molto più inelastica della domanda dei singoli acquirenti e infatti, come la teoria economica consentirebbe di prevedere, il prezzo degli abbonamenti per le biblioteche è di solito anche 2 o 3 volte più alto di quello per i singoli abbonati.

Recentemente, alcuni editori hanno cominciato a discriminare i prezzi in base alla nazionalità degli abbonati. Nel 1984, quando il dollaro valeva molto più della sterlina, molti editori inglesi cominciarono a praticare prezzi diversi per gli abbonati americani e per quelli europei. Poiché ci si attendeva che la domanda del mercato americano fosse più inelastica, dato che, a causa del tasso di cambio, il prezzo delle riviste inglesi era piuttosto basso, si ritenne che un aumento del 10 per cento del prezzo negli USA avrebbe prodotto una diminuzione percentuale della domanda inferiore a quella che si sarebbe verificata se fosse aumentato il prezzo in Gran Bretagna. Quindi, l'aumento del prezzo imposto dagli editori inglesi ai periodici destinati ai compratori con la domanda meno elastica — gli abbonati americani — aveva senso dal punto di vista della massimizzazione dei profitti. In base a uno studio del 1984, si è visto che le biblioteche del Nord America pagavano le loro riviste in media il 67 per cento in più delle biblioteche del Regno Unito, e il 34 per cento in più di qualsiasi altro paese del mondo.[3]

Ulteriori prove della discriminazione dei prezzi si possono trovare analizzando l'andamento degli aumenti dei prezzi. Secondo uno studio della Biblioteca della University of Michigan, "... gli editori hanno elaborato con cura la loro nuova strategia dei prezzi. Sembra vi sia una relazione diretta... tra la frequenza di utilizzo delle biblioteche e l'ampiezza del differenziale dei prezzi praticati. Più le biblioteche sono frequentate, più ampio è il differenziale"[4].

Nel 1986 il tasso di cambio favoriva ormai la sterlina, e il prezzo in dollari delle riviste inglesi aveva subito un aumento significativo. Questo ulteriore aumento dei prezzi fu accolto da una opposizione piuttosto decisa da parte degli abbonati americani. Le frasi conclusive del precedente rapporto sono molto chiare: "Ci si aspetta che il fornitore, che ha il monopolio di un certo prodotto, stabilisca il prezzo tenendo conto della domanda. La nostra università, nelle vesti del consumatore, deve decidere se vuole o no continuare a pagare lo stesso prodotto anche il 114% in più delle biblioteche inglesi."

25.5 Confezioni di beni

Le imprese spesso mettono in vendita **confezioni** di beni collegati tra loro. Un esempio sono i pacchetti di software, conosciuti anche come "software suite". Un pacchetto di software può consistere di diversi programmi — un word processor, un foglio elettronico, un programma per realizzare presentazioni — venduti insieme in un'unica confezione. Un altro esempio sono le riviste, che sono confezioni di articoli che potrebbero, almeno in linea di principio, essere venduti separatamente. Analogamente, le riviste sono spesso vendute per abbonamento, in modo cioè da "confezionare" insieme i diversi numeri della rivista.

La scelta di mettere in vendita confezioni di beni può dipendere dal risparmio di costi che permette di realizzare — spesso è meno costoso vendere diversi oggetti riuniti insieme piuttosto che ciascuno di essi separatamente — oppure può dipendere dalla complementarità tra i beni in questione: i programmi che compongono un pacchetto di software spesso interagiscono tra loro in modo più efficiente che non singoli programmi separati.

[3] Hamaker, C. – Astle, D., "Recent Pricing Patterns in British Journal Publishing", *Library Acquisitions: Practice and Theory*, 8, 4, 225–232.

[4] Lo studio è stato condotto da Robert Houbeck per la Biblioteca della University of Michigan, e pubblicato in *University Library Update*, vol. 2, 1, aprile 1986.

Tipo di consumatore	Word processor	Foglio elettronico
Consumatori di tipo A	120	100
Consumatori di tipo B	100	120

Tabella 25.1 **Disponibilità a pagare per componenti software**

Ma vi sono anche ragioni connesse al comportamento dei consumatori. Consideriamo un semplice esempio. Supponiamo che esistano due categorie di consumatori e due programmi, un word processor e un foglio elettronico. I consumatori di tipo A sono disposti a pagare $120 per il word processor e $100 per il foglio elettronico, mentre i consumatori di tipo B hanno preferenze opposte, cioè sono disposti a pagare $120 per il foglio elettronico e $100 per il word processor. Questi dati sono riassunti nella Tabella 25.1.

Supponiamo di dover vendere questi prodotti. Per semplicità, immaginiamo che il costo marginale sia trascurabile, e che quindi dobbiamo soltanto massimizzare i ricavi. Supponiamo inoltre, in modo prudenziale, che la disponibilità a pagare la confezione dei due programmi sia uguale alla somma delle disponibilità a pagare ciascuno dei due componenti.

Consideriamo ora i risultati di due diverse politiche di marketing. In primo luogo, supponiamo di vendere i due programmi separatamente. In questo caso, per massimizzare i ricavi dobbiamo fissare un prezzo di $100 per ciascun programma, e venderemo quindi due copie del word processor e due copie del foglio elettronico, con un ricavo totale di $400.

Che cosa succede se mettiamo in vendita un pacchetto che contiene i due programmi? In questo caso, potremo vendere *ciascun* pacchetto a $220, con un ricavo di $440. Questa seconda strategia è molto più attraente!

Qual è il significato di questo esempio? Ricordiamo che quando si vende un bene a molte persone differenti, il prezzo è determinato dall'acquirente con la *minore* disponibilità a pagare. Quanto più sono diverse le valutazioni dei singoli individui, tanto più basso sarà il prezzo che potremo stabilire per poter vendere una data quantità del bene. Nel nostro caso confezionare insieme il word processor e il foglio elettronico permette di ridurre la dispersione della disponibilità a pagare, e quindi consente al monopolista di fissare un prezzo più alto per il pacchetto dei due beni.

ESEMPIO: Pacchetti di software

Microsoft, Lotus e altri produttori di software hanno preso l'abitudine di confezionare insieme molti dei loro programmi. Per esempio, nel 1993 Microsoft mise in vendita "Microsoft Office", un pacchetto comprendente un foglio elettronico, un word processor, un data base e un programma per realizzare presentazioni, al prezzo suggerito di $750. (Il prezzo scontato al quale era messo in vendita nei negozi era circa $450). Se acquistati separatamente, i diversi programmi sarebbero costati $1565! Lotus offrì "Smart Suite" sostanzialmente allo stesso prezzo: i componenti separati costavano $1730.

Secondo un articolo di Steve Lohr sul *New York Times* del 15 ottobre 1993, il 50 per cento dei programmi applicativi della Microsoft era venduto in pacchetti, generando ricavi superiori al miliardo di dollari l'anno.

I pacchetti di software illustrano bene il nostro modello di confezioni di beni. Le preferenze riguardo i programmi sono molto eterogenee: alcune persone usano un word processor tutti i giorni, e un foglio elettronico solo occasionalmente, mentre per altri è esattamente il contrario. Se vogliamo vendere un foglio elettronico a un grande numero di consumatori, dovremo stabilire un prezzo che sia attraente anche per un utente occasionale. La stessa cosa vale per un word processor: è la disponibilità a pagare da parte di un utente *marginale* che determina il prezzo di mercato. Confezionando insieme i due prodotti, si riduce la dispersione della disponibilità a pagare e si aumenta il profitto totale.

Con questo non vogliamo dire che la strategia di confezionare insieme diversi programmi spieghi completamente la scelta di vendere pacchetti di software, perché in questo caso operano anche altri fenomeni. Da un lato, vi è la garanzia che i componenti individuali dei pacchetti interagiscano efficacemente tra loro, e da questo punto di vista sono beni complementari. Inoltre, il successo di un programma dipende in modo molto forte dal numero di persone che lo usano, e confezionare pacchetti di software contribuisce a costituire quote di mercato. Studieremo questo fenomeno, chiamato **esternalità di rete**, in un capitolo successivo.

25.6 Tariffe in due parti

Consideriamo il problema di prezzo dei proprietari di un parco di divertimenti. Essi possono fissare un certo prezzo per l'entrata al parco e un altro per l'uso delle attrazioni (otto volante, giostre, ecc.). Come dovrebbero stabilire i prezzi se intendono massimizzare il profitto? Si noti che la domanda dei biglietti d'ingresso e quella dell'uso delle attrazioni sono correlate: il prezzo che le persone sono disposte a pagare per entrare nel parco dipenderà dal prezzo che devono pagare per l'uso delle attrazioni. Questo tipo di schema di prezzo è noto come **tariffa in due parti**.[5]

Le applicazioni di tariffe in due parti abbondano: la Polaroid vende le sue macchine fotografiche a un certo prezzo e le sue pellicole a un altro. Una persona che stia decidendo se comprarsi o no una macchina fotografica presumibilmente considererà il prezzo della pellicola. Una società che produce lamette da barba vende il rasoio a un certo prezzo e le lamette a un altro — di nuovo, il prezzo delle lamette influenzerà la domanda di rasoi, e viceversa.

Consideriamo il modo di risolvere questo problema nel contesto dell'esempio originario, il cosiddetto dilemma di Disneyland. Come sempre impiegheremo alcune ipotesi semplificanti. Prima di tutto assumiamo che a Disneyland vi sia un solo

[5] Si veda il classico articolo di Walter Oi, "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly", *Quarterly Journal of Economics*, 85, 1971, 77-96.

tipo di attrazione (per esempio l'otto volante). In secondo luogo, assumiamo che le persone desiderino andare a Disneyland solo per fare un giro sull'otto volante. Infine, assumiamo che chiunque abbia le stesse preferenze per questa forma di divertimento.

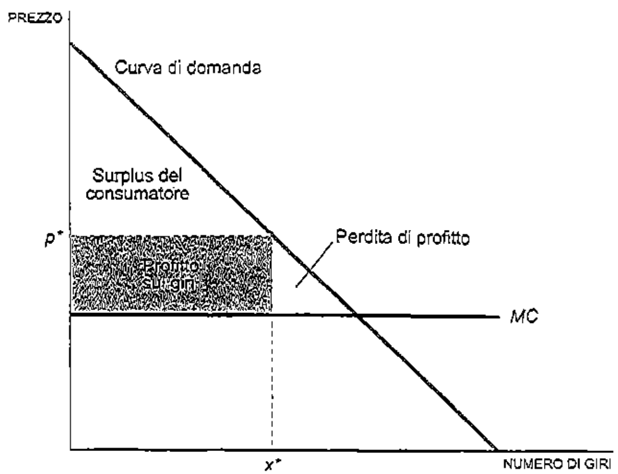


Figura 25.5 **Il dilemma di Disneyland.** Se i proprietari del parco fissano un prezzo p^*, verranno domandati x^* giri sull'otto volante. Il surplus del consumatore misura il prezzo che può essere stabilito per il biglietto d'ingresso. Il profitto totale dell'impresa è massimo quando il prezzo è uguale al costo marginale.

Nella Figura 25.5 abbiamo rappresentato la curva di domanda e la curva dei costi marginali (costanti) nel caso dei giri in otto volante. Come di consueto la curva di domanda ha inclinazione negativa: se la Disney fissa un prezzo più alto per un giro in otto volante, le persone faranno meno giri. Supponiamo che venga fissato il prezzo p^*, come nella Figura 25.5, e che quindi la domanda sia di x^* giri. Quale dovrà essere il prezzo d'entrata al parco, dato che un giro costa p^*?

La disponibilità totale a pagare per x^* giri è rappresentata dal surplus del consumatore. Di conseguenza il massimo che i proprietari possono chiedere per l'ammissione al parco è l'area indicata come "surplus del consumatore" nella Figura 25.5. I profitti totali del monopolista corrispondono alla somma di quell'area e dei profitti sui giri in otto volante, $(p^* - MC)x^*$.

Non è difficile vedere che il profitto totale è massimo quando il prezzo è uguale al costo marginale: abbiamo già visto che in corrispondenza di questo prezzo si ha il massimo possibile surplus del consumatore. Poiché il monopolista intende far pagare ai consumatori il loro surplus, la politica di prezzo che massimizza il profitto consiste nel fissare un prezzo uguale al costo marginale per i giri in otto volante, e per la tariffa d'entrata un prezzo uguale al conseguente surplus del consumatore.

In effetti, questa è la politica seguita a Disneyland e in molti altri parchi di divertimenti. Si paga un biglietto all'entrata, e all'interno le attrazioni sono gratuite. Risulta che il costo marginale di un giro è inferiore al costo delle transazioni necessarie per raccoglierne il pagamento separato.

25.7 Concorrenza monopolistica

Abbiamo definito monopolistica l'industria in cui è presente un solo produttore di grandi dimensioni, ma forse non abbiamo stabilito con sufficiente chiarezza che cosa sia un'industria. Una possibile definizione potrebbe essere la seguente: un'industria è formata da tutte le imprese che producono un determinato prodotto. Ma che cosa si intende con "prodotto"? Dopo tutto c'è una sola impresa che produce la Coca-Cola: forse questo significa che si tratta di una impresa monopolistica? Certamente no. La Coca-Cola deve continuare a competere con altri produttori di bevande analcoliche. In effetti, dovremmo definire industria l'insieme delle imprese che producono beni considerati stretti sostituti dai consumatori. Ogni impresa dell'industria può produrre un unico prodotto — un'unica marca — ma il consumatore considera tutti i prodotti — marche — come se fossero in qualche misura sostituti.

Anche se un'impresa possiede il monopolio legale sui suoi marchi di fabbrica, così che le altre imprese non possono produrre *esattamente* lo stesso prodotto, è tuttavia possibile che le altre imprese producano prodotti *simili*. Dal punto di vista di un'impresa, le decisioni relative alla produzione dei suoi concorrenti saranno determinanti per decidere quanto produrre e quale prezzo praticare.

Quindi, la curva di domanda per un'impresa dipenderà, in genere, dalle scelte relative alla produzione e dai prezzi praticati dalle imprese che producono prodotti simili. L'inclinazione della curva di domanda per un'impresa dipende da quanto simili sono i prodotti dei concorrenti. Se un gran numero di imprese nell'industria produce prodotti *identici*, la curva di domanda sarà per ciascuna di esse sostanzialmente piatta. Ogni impresa dovrà vendere il proprio prodotto allo stesso prezzo delle altre. Se infatti alzasse il prezzo, portandolo al di sopra di quello praticato dalle imprese che vendono l'identico prodotto, perderebbe presto tutti i suoi clienti. D'altro lato, se un'impresa possiede i diritti esclusivi di vendita di un certo prodotto, può aumentarne il prezzo senza perdere tutti i suoi clienti. Alcuni clienti potrebbero orientarsi infatti verso i prodotti della concorrenza, ma non tutti. Il loro numero dipende da come i consumatori percepiscono la sostituibilità dei prodotti.

Se un'impresa realizza un profitto in un'industria, vendendovi un determinato prodotto, mentre alle altre imprese non è concesso di riprodurlo esattamente, è sempre possibile che queste ultime trovino conveniente entrare nell'industria producendo un prodotto simile ma differenziato. Gli economisti indicano questo fenomeno con il termine **differenziazione dei prodotti**: ogni impresa cerca di differenziare il proprio prodotto da quello delle altre imprese presenti nell'industria. Più la sua differenziazione è efficace, maggiore sarà il suo potere di monopolio — cioè più inelastica sarà la curva di domanda del suo prodotto. Si consideri per esempio l'industria delle bevande analcoliche, nella quale sono presenti un certo numero di imprese i cui prodotti sono simili, anche se non identici. Ciascun prodotto ha il suo seguito di consumatori, e ha quindi un certo grado di potere di mercato.

Un'industria come quella appena descritta, in cui vi sono elementi sia di concorrenza che di monopolio, è detta in **concorrenza monopolistica**. Tale industria è monopolistica poiché ogni impresa si trova di fronte una curva di domanda del suo prodotto con inclinazione negativa. Essa possiede quindi un certo potere di mercato, nel senso che può fissare il proprio prezzo, invece che accettare passivamente il prezzo di mercato, come le imprese concorrenziali. D'altro lato, le imprese si fanno concorrenza tentando di attirare i clienti sia con il prezzo che con il tipo di prodotto. Inoltre, non esistono vincoli che impediscano a nuove imprese di entrare in un'industria in concorrenza monopolistica. Da questo punto di vista questa industria è simile a un'industria concorrenziale. La concorrenza monopolistica è probabilmente la forma più comune di struttura industriale, ma sfortunatamente è anche la più difficile da analizzare. I casi estremi del monopolio puro e della concorrenza perfetta sono molto più semplici, e si possono spesso usare in prima approssimazione per costruire modelli più complessi di concorrenza monopolistica. In un modello di un'industria in concorrenza monopolistica, molto dipende dalle caratteristiche dei prodotti e della tecnologia, come anche dalla natura delle scelte strategiche che le imprese hanno a disposizione. Non è ragionevole pensare di poter costruire astrattamente un modello di un'industria in concorrenza monopolistica, così come abbiamo fatto per i casi più semplici della concorrenza perfetta e del monopolio puro. Piuttosto, si possono esaminare le caratteristiche istituzionali di una particolare industria. Descriveremo nei prossimi due capitoli come gli economisti analizzano le scelte strategiche, ma rimandiamo a corsi più avanzati per l'approfondimento della concorrenza monopolistica.

È tuttavia possibile descrivere un aspetto interessante della libertà di entrata in un'industria in concorrenza monopolistica. Come varierà la curva di domanda di un'impresa già presente nell'industria, all'aumentare del numero delle imprese che entrano nell'industria di un certo prodotto? In primo luogo, la curva di domanda si sposta verso sinistra, poiché, in corrispondenza di ciascun prezzo, il numero di unità di output che l'impresa vende diminuirà all'aumentare delle imprese che entrano nell'industria. In secondo luogo, la curva di domanda diventerà più elastica, se più imprese producono prodotti sempre più simili. Quindi, l'entrata di nuove imprese in un'industria sposterà verso sinistra le curve di domanda delle imprese già presenti e le renderà più piatte.

Se continuano a entrare imprese nell'industria, ritenendolo ancora profittevole, possiamo descrivere l'equilibrio dell'industria in questo modo:

1. Ogni impresa vende in corrispondenza di una combinazione di prezzo e di output che si trova sulla curva di domanda.
2. Ogni impresa, data la sua curva di domanda, massimizza il suo profitto.
3. L'entrata tende ad annullare il profitto di ogni impresa.

Questi fatti sono rappresentati da una particolare relazione geometrica tra la curva di domanda e la curva del costo medio: le due curve devono essere tangenti, come nella Figura 25.6. Per il punto 1, la combinazione di prezzo e output deve corrispondere a qualche punto della curva di domanda, e per il punto 3 tale combinazione deve essere anche sulla curva del costo medio. Quindi, l'impresa deve produrre in corrispondenza di un punto che si trovi su entrambe le curve. È possibile che la curva di domanda intersechi quella del costo medio? No, perché altrimenti vi sarebbe qualche punto sulla curva di domanda al di sopra della curva del costo medio, e in questo caso si avrebbero profitti *positivi*.[6] Per il punto 2, il punto in cui il profitto è nullo è anche di massimo profitto.

Ciò può essere considerato anche da un altro punto di vista. Cosa accade se l'impresa rappresentata nella Figura 25.6 impone un prezzo qualsiasi, diverso da quello che le permette di coprire i costi? In corrispondenza di questo prezzo, più alto o più basso, l'impresa subirà delle perdite, mentre in corrispondenza del prezzo che copre i costi, il profitto è nullo. Questo prezzo è dunque quello che massimizza i profitti.

Ci sono due osservazioni che vale la pena di fare a proposito dell'equilibrio di concorrenza monopolistica. In primo luogo, anche se il profitto è nullo, la situazione non è Pareto-efficiente. Il profitto non ha nulla a che fare con il problema dell'efficienza: se il prezzo è maggiore del costo marginale, si può aumentare l'output in base a un criterio d'efficienza.

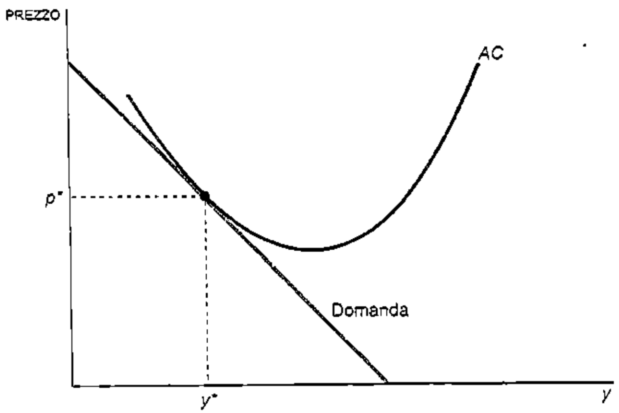


Figura 25.6 **Concorrenza monopolistica.** In un equilibrio di concorrenza monopolistica con profitti nulli la curva di domanda e quella del costo medio devono essere tangenti.

In secondo luogo, è chiaro che l'impresa produrrà, normalmente, una quantità

[6] Se $p > c(y)/y$, allora $py - c(y) > 0$.

di output inferiore a quella che corrisponde alla minimizzazione del costo medio. Ciò è stato a volte interpretato come "eccesso di capacità" dovuto alla concorrenza monopolistica. Se vi fossero meno imprese, ciascuna potrebbe produrre su una scala operativa più efficiente, con un vantaggio per i consumatori. Tuttavia, se vi fossero meno imprese ci sarebbe anche una minore varietà di prodotti, e questo andrebbe a svantaggio dei consumatori. È difficile dire quale di questi effetti prevalga.

25.8 Localizzazione e differenziazione dei prodotti

Poniamo che alcuni gelatai intendano vendere gelati sulla passeggiata lungo la spiaggia di Atlantic City. Se uno di questi ottiene la concessione, dove dovrà collocare il suo carrettino?[7] Supponiamo che i consumatori siano distribuiti uniformemente lungo la spiaggia. Da un punto di vista sociale è ragionevole che il gelataio si collochi in un punto tale che la distanza percorsa da ciascun consumatore sia minima. Non è difficile rendersi conto che la localizzazione ottima è a metà della passeggiata.

Supponiamo ora che vengano fornite concessioni a due gelatai. Supponiamo di poter fissare il prezzo dei gelati: vogliamo sapere dove si devono collocare i due gelatai perché la distanza percorsa da ciascun consumatore sia minima. In questo caso uno dei due venditori dovrà collocarsi a un quarto della passeggiata, e l'altro a tre quarti. Il consumatore che si trova a metà sarà indifferente fra i due, e ciascun gelataio avrà una quota di mercato pari alla metà dei consumatori, com'è illustrato nella Figura 25.7A.

Ma i gelatai hanno un incentivo a permanere in queste posizioni? Consideriamo il venditore L. Se questi si muove un po' più a destra potrà sottrarre alcuni clienti all'altro gelataio senza perdere nessuno dei propri. Spostandosi a destra egli continuerà a essere il venditore più vicino per tutti i consumatori alla sua sinistra, e sarà più vicino ai consumatori alla sua destra. In questo modo potrà aumentare la sua quota di mercato e di conseguenza i suoi profitti.

Ma anche R può fare lo stesso ragionamento: spostandosi a sinistra può sottrarre clienti all'altro venditore senza perdere i propri. Ciò dimostra che lo schema di localizzazione ottimo dal punto di vista sociale non è un equilibrio. Si ha un equilibrio soltanto quando entrambi i gelatai si collocano a metà della passeggiata. In questo caso il comportamento concorrenziale ha come risultato uno schema di localizzazione *inefficiente*.

Questo esempio può servire come metafora di altri problemi connessi alla differenziazione dei prodotti. Possiamo pensare per esempio alle scelte musicali di due stazioni radio. Una delle due trasmette musica classica e l'altra rock heavy metal. Ciascun ascoltatore sceglie la stazione che più si avvicina ai suoi gusti.

Se la stazione che trasmette musica classica trasmette anche altri tipi di musica un po' più vicini al gusto medio, non perderà i suoi ascoltatori amanti della musica classica, e attrarrà un certo numero di ascoltatori dai gusti meno definiti. Lo stesso vale naturalmente per la stazione che trasmette musica rock. In equilibrio, tutte

[7] La discussione è basata sul classico modello di Harold Hotelling, "Stability in Competition", *Economic Journal*, Marzo 1929.

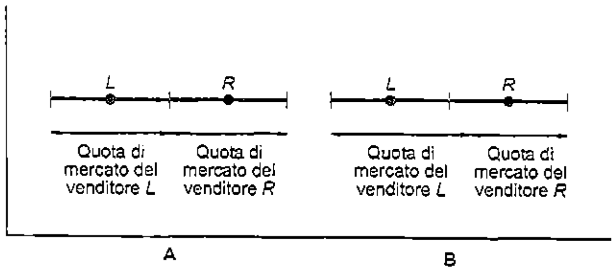


Figura 25.7 **Concorrenza nella localizzazione.** Il quadro A rappresenta lo schema di localizzazione ottimo dal punto di vista sociale: il venditore L si colloca a un quarto della retta e il venditore R a tre quarti. Tuttavia entrambi trovano vantaggioso spostarsi verso il centro. Si ha equilibrio soltanto se i due venditori si collocano a metà.

e due le stazioni trasmetteranno lo stesso tipo di musica, e le persone con gusti musicali più estremi saranno insoddisfatte di entrambe.

25.9 Differenziazione dei prodotti

Il modello che abbiamo appena presentato ci suggerisce che un effetto della concorrenza monopolistica è la scarsa differenziazione dei prodotti: ciascuna impresa desidera rendere il suo prodotto simile a quello delle altre imprese per attrarre i loro clienti. In effetti, esistono molti mercati in cui possiamo pensare che l'imitazione sia eccessiva rispetto a quanto sembra ottimale.

Tuttavia le cose non vanno sempre così. Supponiamo che la passeggiata vicino alla spiaggia dell'esempio precedente sia *molto* lunga. In questo caso ciascun gelataio sarebbe felice di stare nei pressi di una delle due estremità. Se le aree di mercato non si sovrappongono, non si guadagna nulla a spostarsi verso il centro della passeggiata. In questo caso nessuno dei due monopolisti ha un incentivo a imitare l'altro, e ciascuno potrà differenziare il prodotto quanto più è capace.

È anche possibile produrre modelli di concorrenza monopolistica in cui vi sia un'*eccessiva* differenziazione dei prodotti. In questi modelli ciascuna impresa tenta di far credere ai consumatori che il suo prodotto è differente da quello dei concorrenti in modo di ottenere un qualche potere di mercato. Se l'impresa è in grado di convincere i consumatori che il suo prodotto non ha sostituti immediati, sarà in grado di praticare un prezzo più alto di quanto non potrebbe fare altrimenti.

Questa situazione spinge ciascun produttore a investire nella creazione di una distintiva identità di marca. Il detersivo da bucato, per esempio, è un bene decisamente standardizzato. Tuttavia i produttori investono grandi somme in campagne pubblicitarie che promettono abiti più puliti, più profumati, e in generale un'esistenza più felice a chi sceglie un detersivo di una certa marca piuttosto che

quello di un concorrente. Questo "posizionamento del prodotto" assomiglia molto alla situazione in cui due gelatai si collocano ben distanti l'uno dall'altro per evitare un confronto troppo ravvicinato.

Alcuni critici sostengono che questi eccessivi investimenti per il posizionamento di un prodotto siano uno spreco. Ciò può essere vero in alcuni casi, ma allora, di nuovo, un "eccesso di varietà" potrebbe essere semplicemente una conseguenza del fatto che le imprese sono incoraggiate a fornire ai consumatori una varietà di prodotti fra cui scegliere.

25.10 Un maggior numero di venditori

Abbiamo visto che se le aree di mercato di due venditori si sovrappongono, e ciascuno dei due vende allo stesso prezzo, finiranno per localizzarsi entrambi al "centro" del percorso. Come varia la situazione se vi sono più venditori che competono per la localizzazione?

Il caso più semplice è quello con tre venditori. Questa situazione può produrre un risultato piuttosto particolare: può *non* esservi alcun modello di localizzazione di equilibrio! Per vederlo, esaminiamo la Figura 25.8. Se sulla passeggiata di Atlantic City ci sono tre gelatai, uno deve essere necessariamente situato tra gli altri due. Come nel modello precedente, anche qui ciascun gelataio "esterno" trova vantaggioso spostarsi verso quello al centro, perché in questo modo può sottrargli alcuni clienti senza perdere i propri. Ma se si arriva *troppo* vicino, diventa vantaggioso saltare immediatamente a destra del concorrente di destra o immediatamente a sinistra del concorrente di sinistra per sottrargli il *suo* mercato. Indipendentemente dal modello di localizzazione, per qualcuno sarà sempre vantaggioso spostarsi!

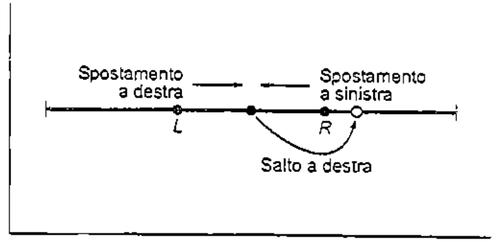


Figura 25.8 **Non c'è equilibrio.** Non vi è alcun equilibrio in strategie pure nel modello di Hotelling con 3 imprese poiché per qualsiasi configurazione, almeno una impresa troverà vantaggioso cambiare localizzazione.

Fortunatamente, questo risultato "perverso" vale soltanto nel caso di tre concorrenti. Se le imprese concorrenti sono quattro o più, in genere emerge un modello di localizzazione di equilibrio.

Sommario

1. Il monopolista è tipicamente incentivato a discriminare in qualche modo i prezzi.

2. La discriminazione perfetta dei prezzi consiste nel praticare per ciascun consumatore un prezzo differente del tipo "prendere o lasciare". Questo avrà come conseguenza un livello di output efficiente.

3. Se un'impresa può praticare prezzi diversi in mercati diversi, tenderà a praticare il prezzo più basso nel mercato che ha la domanda più elastica.

4. Nel caso in cui un'impresa fissi una tariffa in due parti, e i consumatori siano identici, generalmente tenderà a fissare un prezzo uguale al costo marginale e a ottenere tutti i suoi profitti dalla tariffa d'entrata.

5. La struttura d'industria nota come concorrenza monopolistica rappresenta una situazione in cui vi è differenziazione dei prodotti, così che ogni impresa ha un certo grado di potere di monopolio, ma vi è libertà d'entrata e quindi i profitti tendono a essere nulli.

6. La concorrenza monopolistica può generalmente tradursi in una troppo scarsa o eccessiva differenziazione dei prodotti.

Domande

1. Un monopolio sarà mai in grado di produrre senza interventi esterni una quantità di output Pareto-efficiente?

2. Supponiamo che un monopolista venda a due gruppi di consumatori con curve di domanda ad elasticità costante ϵ_1 ed ϵ_2. Il costo marginale di produzione è costante al livello c. Quale prezzo verrà praticato per ciascun gruppo?

3. Supponiamo che il proprietario di un parco di divertimenti possa praticare una perfetta discriminazione dei prezzi fissando un prezzo diverso per ciascun giro in giostra. Assumiamo anche che il costo marginale di ciascun giro sia nullo e che tutti i consumatori abbiano gli stessi gusti. Il monopolista farà meglio a far pagare i giri e non il biglietto d'ingresso oppure a far pagare il biglietto d'ingresso e non i giri?

4. Disneyland pratica anche degli sconti sul biglietto d'ingresso agli abitanti della California del sud. (Bisogna mostrare il codice postale all'entrata). Quale tipo di discriminazione dei prezzi è questa? Quali sono le sue implicazioni sull'elasticità della domanda per le attrazioni di Disneyland da parte degli abitanti della California del sud?

26

MERCATI DEI FATTORI

Esaminando la domanda dei fattori nel Capitolo 19 ci siamo limitati al caso di un'impresa che operasse in mercati concorrenziali sia dei fattori produttivi che dei beni prodotti. Ora, dopo aver studiato il monopolio, possiamo esaminare alcune specificazioni alternative della domanda dei fattori. Per esempio, vogliamo determinare quali caratteristiche assuma la domanda dei fattori nel caso di un'impresa che sia monopolista nel mercato dell'output, o nel caso in cui qualche fattore sia domandato da una sola impresa. Studieremo questi problemi, insieme ad altri che vi sono connessi, nel corso di questo capitolo.

26.1 Monopolio nel mercato dei beni prodotti

Nel determinare la domanda di un fattore, un'impresa che massimizza il profitto sceglierà sempre una quantità tale che il ricavo marginale che si ottiene dall'impiego di un'unità addizionale del fattore sia uguale al costo marginale che vi corrisponde. Questa regola discende dal nostro consueto ragionamento: se il ricavo marginale e il costo marginale derivanti da una qualche scelta non fossero uguali, allora per l'impresa sarebbe vantaggioso modificare quella scelta.

Questa regola generale assume forme diverse a seconda dell'ambiente nel quale l'impresa opera. Per esempio, supponiamo che un'impresa sia monopolista nel mercato dei beni prodotti. Supponiamo per semplicità che vi sia un solo fattore di produzione, e sia $y = f(x)$ la funzione di produzione. Il ricavo dell'impresa dipende dalla quantità prodotta, e quindi scriveremo $R(y) = p(y)y$, dove $p(y)$ è la funzione di domanda inversa. Vediamo ora come il ricavo dell'impresa viene modificato da un incremento marginale dell'input.

Supponiamo di impiegare una quantità leggermente superiore del fattore di produzione, Δx: ne risulterà un aumento della quantità prodotta, Δy. Il rapporto tra l'incremento dell'output e quello dell'input è il **prodotto marginale** del fattore:

$$MP_x = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \tag{26.1}$$

Il ricavo dell'impresa varierà in conseguenza dell'incremento dell'output. Chiamiamo questa variazione **ricavo marginale**.

$$MR_y = \frac{\Delta R}{\Delta y} = \frac{R(y + \Delta y) - R(y)}{\Delta y}. \tag{26.2}$$

L'effetto sul ricavo di una variazione marginale dell'input è noto come **ricavo marginale del prodotto**. Dalle equazioni (26.1) e (26.2) vediamo che esso può essere espresso come:

$$\begin{aligned} MRP_x &= \frac{\Delta R}{\Delta x} = \frac{\Delta R}{\Delta y}\frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= MR_y \times MP_x. \end{aligned}$$

La precedente espressione può essere scritta

$$\begin{aligned} MRP_x &= \left[p(y) + \frac{\Delta p}{\Delta y} y\right] MP_x \\ &= p(y)\left[1 + \frac{1}{\epsilon}\right] MP_x \\ &= p(y)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right] MP_x. \end{aligned}$$

Nella prima uguaglianza il ricavo marginale è rappresentato dalla consueta formula, mentre nella seconda è espresso in termini di elasticità, come abbiamo visto nel Capitolo 15.

Vediamo ora come sia possibile generalizzare il caso del mercato concorrenziale esaminato in precedenza nel Capitolo 19. In un mercato concorrenziale la curva di domanda per ciascuna impresa ha elasticità infinita. Per un'impresa concorrenziale, di conseguenza, il ricavo marginale è esattamente uguale al prezzo. Quindi il "ricavo marginale del prodotto" di un fattore per un'impresa in un mercato concorrenziale non è altro che il **valore del prodotto marginale** di quel fattore, pMP_x.

Vediamo ora che relazione c'è tra il ricavo marginale del prodotto e il valore del prodotto marginale in caso di monopolio. Poiché la curva di domanda ha inclinazione negativa, è facile vedere che il ricavo marginale del prodotto sarà sempre inferiore al valore del prodotto marginale:

$$MRP_x = p\left[1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right] MP_x \leq pMP_x.$$

Finché la curva di domanda non sia perfettamente elastica, il valore di MRP_x sarà strettamente inferiore a quello di pMP_x. Ciò significa che, in corrispondenza di qualsiasi livello d'impiego, il valore marginale di un'unità addizionale del fattore sarà minore per il monopolista che per l'impresa concorrenziale. Nel resto del paragrafo continueremo a trattare il caso in cui un potere di monopolio venga effettivamente esercitato.

Questa affermazione sembra a prima vista paradossale dal momento che un'impresa monopolistica realizza profitti più elevati di un'impresa concorrenziale. In questo senso l'insieme dei fattori produttivi impiegati "vale di più" per il monopolista che per l'impresa concorrenziale.

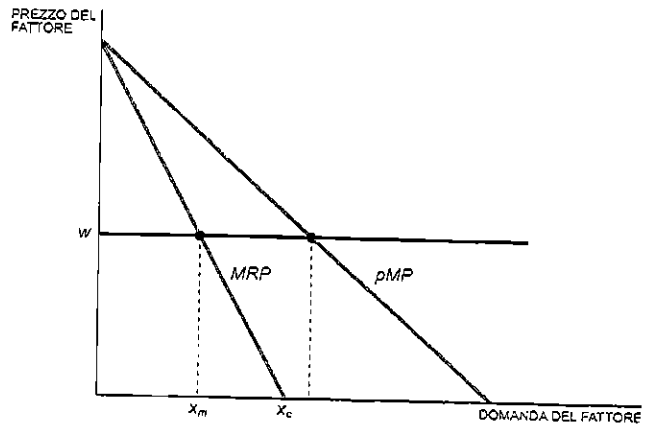


Figura 26.1 **Domanda di un fattore per un monopolista.** Poiché la curva del ricavo marginale del prodotto *(MRP)* si trova al di sotto della curva che rappresenta il valore del prodotto marginale *(pMP)*, la domanda del fattore da parte del monopolista sarà inferiore a quella che si avrebbe in un mercato concorrenziale.

Per risolvere questo "paradosso" bisogna osservare che vi è una differenza tra valore totale e valore marginale. L'ammontare totale del fattore impiegato ha un valore maggiore per il monopolista che per l'impresa concorrenziale, poiché il primo potrà realizzare, impiegando il fattore, maggiori profitti della seconda. Tuttavia, in corrispondenza di un livello *dato* di output un piccolo aumento dell'impiego del fattore farà aumentare la quantità prodotta, e si avrà di conseguenza una *diminuzione* del prezzo. Al contrario, se aumenta la quantità prodotta da un'impresa concorrenziale, non ha luogo alcuna variazione del prezzo. Pertanto, al margine, l'impiego di una piccola *quantità addizionale* di un fattore ha un valore inferiore per il monopolista che per l'impresa concorrenziale.

Poiché, nel breve periodo, l'impiego di quantità addizionali di un fattore ha per il monopolista un valore inferiore, al margine, che per l'impresa concorrenziale, l'impresa monopolistica ragionevolmente preferirà impiegare quantità inferiori dell'input. In effetti, questo è generalmente vero: l'impresa monopolistica aumenta i propri profitti riducendo la quantità prodotta, e quindi impiegherà normalmente quantità di input inferiori a quelle impiegate da un'impresa concorrenziale.

Per determinare la quantità del fattore impiegata dall'impresa, dobbiamo confrontare il valore marginale dell'impiego di un'unità addizionale del fattore con il costo marginale che vi è connesso. Assumiamo che il mercato del fattore sia concorrenziale, così che un'impresa possa acquistare ogni quantità desiderata del fattore al prezzo costante w. In questo caso, un'impresa concorrenziale impiegherà x_c unità del fattore, in modo che

$$pMP(x_c) = w.$$

L'impresa monopolistica, d'altra parte, impiegherà x_m unità del fattore, in modo che

$$MRP(x_m) = w.$$

Questa situazione è rappresentata in Figura 26.1. Poiché $MRP(x) < pMP(x)$, il punto in corrispondenza del quale $MRP(x_m) = w$ si troverà sempre a sinistra del punto in corrispondenza del quale $pMP(x_c) = w$. La quantità del fattore impiegata dall'impresa monopolistica sarà quindi inferiore a quella impiegata dall'impresa concorrenziale.

26.2 Monopsonio

In un monopolio vi è un unico venditore di un certo bene. In un **monopsonio** vi è un unico acquirente. L'analisi del caso del monopsonio è simile a quella del monopolio. Per semplicità, supponiamo che il bene prodotto dall'acquirente sia a sua volta venduto in un mercato concorrenziale.

Supponiamo inoltre che l'output sia prodotto impiegando un unico fattore, e che la funzione di produzione sia $y = f(x)$. Al contrario dell'esempio precedente, però, supponiamo che l'impresa abbia una posizione dominante nel mercato del fattore nel quale essa opera, e che riconosca che la quantità domandata del fattore ne influenzerà il prezzo.

Riassumiamo questa relazione nella curva di offerta inversa $w(x)$: se l'impresa intende acquistare x unità del fattore deve pagare il prezzo $w(x)$. Assumiamo che $w(x)$ sia crescente: maggiore è la quantità del fattore che l'impresa intende impiegare, più alto deve essere il prezzo offerto.

Un'impresa che operi in un mercato concorrenziale di un fattore si trova di fronte, per definizione, a una curva di offerta del fattore orizzontale: ne può acquistare qualsiasi quantità al prezzo corrente. Nel caso del monopsonio, la curva di offerta del fattore ha inclinazione positiva: a quantità maggiori del fattore che si intende impiegare corrispondono prezzi più elevati. Mentre un'impresa in un mercato concorrenziale è **price-taker**, nel caso del monopsonio l'impresa unica acquirente è **price-maker**.

Il problema di massimizzazione del profitto per il monopsonista sarà quindi

$$\max_x \; pf(x) - w(x)x.$$

La condizione di massimizzazione del profitto richiede che il ricavo marginale derivante dall'impiego di una unità addizionale del fattore sia uguale al costo marginale di quell'unità. Poiché abbiamo assunto che il mercato dell'output sia concorrenziale il ricavo marginale è semplicemente pMP_x. Vogliamo conoscere il costo marginale.

All'impiego di una quantità addizionale Δx del fattore corrisponderà la variazione totale dei costi

$$\Delta c = w\Delta x + x\Delta w$$

e quindi la variazione del costo conseguente a una variazione unitaria Δx sarà

$$\frac{\Delta c}{\Delta x} = MC_x = w + \frac{\Delta w}{\Delta x}x.$$

Questa espressione può essere interpretata in modo simile a quella del ricavo marginale: se l'impresa aumenta la quantità impiegata del fattore, dovrà pagare $w\Delta x$ per questa quantità addizionale. Ma l'aumento della domanda del fattore ne farà aumentare di Δw il prezzo e l'impresa dovrà pagare questo prezzo più alto per tutte le unità che impiegava in precedenza.

Il costo marginale può essere espresso anche in questo modo:

$$\begin{aligned} MC_x &= w\left[1 + \frac{x}{w}\frac{\Delta w}{\Delta x}\right] \\ &= w\left[1 + \frac{1}{\eta}\right] \end{aligned}$$

dove η rappresenta l'elasticità dell'*offerta* del fattore. Poiché la curva di offerta ha tipicamente inclinazione positiva, η sarà un numero positivo. Se la curva di offerta fosse *perfettamente* elastica, e quindi il valore di η infinito, ci ricondurremmo al caso di un'impresa che opera in un mercato concorrenziale del fattore. Si noti la somiglianza con il caso del monopolio.

Analizziamo il caso di un monopsonista con una curva lineare di offerta del fattore. La curva di offerta inversa ha la forma

$$w(x) = a + bx$$

e quindi il costo totale sarà

$$C(x) = w(x)x = ax + bx^2$$

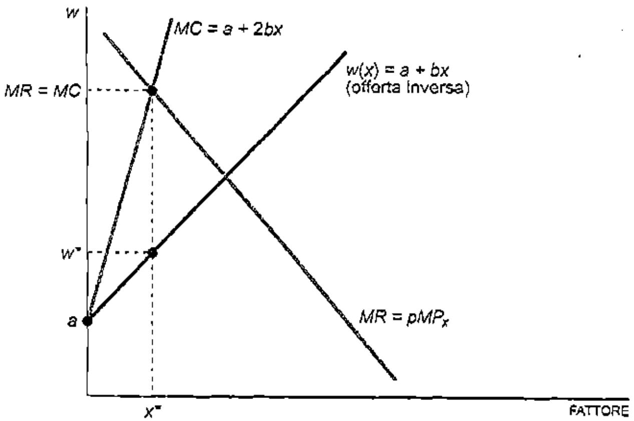


Figura 26.2 **Monopsonio.** L'impresa sceglie il proprio livello operativo in corrispondenza del punto in cui il ricavo marginale derivante dall'impiego di un'unità addizionale del fattore è uguale al costo addizionale di quell'unità.

e il costo marginale di un'unità addizionale di input è

$$MC_x(x) = a + 2bx.$$

Nella Figura 26.2 è rappresentata la soluzione di monopsonio. Prima di tutto individuiamo il punto in cui il ricavo marginale è uguale al costo marginale, per determinare x^*, e successivamente osserviamo il prezzo del fattore in corrispondenza di quel punto.

Poiché il costo marginale è superiore al prezzo del fattore, questo sarà più basso che nel caso di un mercato concorrenziale del fattore, e la quantità impiegata sarà a sua volta inferiore a quella impiegata in un mercato concorrenziale. Esattamente come nel caso del monopolio, anche il monopsonista opera in un punto che non è Pareto-efficiente, ma l'inefficienza riguarda in questo caso il mercato dei fattori invece che quello del prodotto.

ESEMPIO: Il salario minimo

Supponiamo che il mercato del lavoro sia concorrenziale e che venga fissato d'autorità un salario minimo superiore a quello prevalente in equilibrio. Poiché la domanda e l'offerta si eguagliano in corrispondenza del salario di equilibrio, in presenza di questo salario minimo l'offerta di lavoro eccederà la domanda. La situazione è rappresentata nella Figura 26.3A.

Le cose sono molto differenti in un mercato del lavoro dominato da un monopsonista. In questo caso, è possibile che l'imposizione di un salario minimo possa in effetti *far aumentare* l'occupazione. Come si vede nella Figura 26.3B, se fosse imposto un salario minimo uguale a quello che prevarrebbe in un mercato concorrenziale, il "monopsonista" potrebbe assumere lavoratori al salario costante w_c. Poiché i salari non dipendono più ora dalla quantità di manodopera impiegata, egli continuerà ad assumere fino a che il valore marginale del prodotto non sia uguale a w_c. Egli assumerà tanti lavoratori, cioè, quanti ne verrebbero assunti in un mercato concorrenziale.

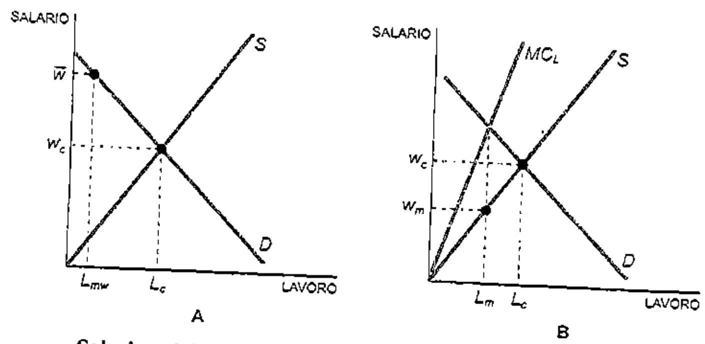


Figura 26.3 **Salario minimo.** Il quadro A rappresenta gli effetti dell'imposizione di un salario minimo in un mercato del lavoro concorrenziale. Al livello di salario fissato in concorrenza, w_c, l'occupazione sarebbe L_c. In presenza del salario minimo, $\overline{w}$, l'occupazione si riduce a L_{mw}. Il quadro B rappresenta gli effetti dell'imposizione di un salario minimo in un mercato del lavoro dominato da un monopsonio. In condizioni di monopsonio, il salario è w_m e l'occupazione L_m è inferiore a quella che si realizza nel mercato concorrenziale. Se il salario minimo fosse stabilito a w_c, l'occupazione aumenterebbe fino a L_c.

Fissare un limite inferiore al salario nel caso di un monopsonista è esattamente uguale a fissare un limite superiore al prezzo nel caso di un monopolio; ciascuna politica fa sì che l'impresa si comporti come se si fosse in un mercato concorrenziale.

26.3 Monopoli "a monte" e "a valle"

Abbiamo esaminato due casi di concorrenza imperfetta nei mercati dei fattori: il caso di un'impresa monopolista nel mercato del bene prodotto che acquista i fattori in un mercato concorrenziale, e il caso di un'impresa che opera in un mercato concorrenziale dell'output ma che occupa una posizione di monopolio in quello dei fattori. Naturalmente possiamo immaginare altre situazioni. Per esempio, un'impresa può avere a che fare con un monopolista nel mercato dei fattori, o con un monopsonista in quello dell'output. Non è molto interessante studiare tutti i casi possibili perché li troveremmo ripetitivi. Tuttavia, è interessante il caso in cui un bene prodotto da un monopolista è impiegato come fattore di produzione da un altro monopolista.

Supponiamo che un monopolista, che chiamiamo **monopolista "a monte"**, produca l'output x al costo marginale costante c. Questa impresa vende il fattore-x a un altro monopolista, il **monopolista "a valle"**, al prezzo k. Questo monopolista "a valle" impiega il fattore-x per produrre l'output y, secondo la funzione di produzione $y = f(x)$. Il bene prodotto viene poi offerto dal monopolista su un mercato la cui curva di domanda inversa è $p(y)$. In questo esempio supponiamo che la curva di domanda inversa sia lineare, $p(y) = a - by$.

Per semplicità, supponiamo che la funzione di produzione sia $y = x$, così che per ciascuna unità impiegata dell'input-x il monopolista possa produrre una unità dell'output-y. Supponiamo infine che non vi siano altri costi di produzione all'infuori del prezzo unitario k che deve essere pagato al monopolista "a monte".

Per studiare il funzionamento di questo mercato, iniziamo esaminando il problema di massimizzazione del profitto del monopolista "a valle":

$$\max_y \; p(y)y - ky = [a - by]y - ky.$$

Per la condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale, avremo

$$a - 2by = k,$$

e quindi

$$y = \frac{a-k}{2b}.$$

Poiché sappiamo che per ciascuna unità di output prodotta viene domandata una unità di input, questa espressione determina anche la funzione di domanda del fattore

$$x = \frac{a-k}{2b}. \tag{26.3}$$

Questa funzione esprime la relazione tra il prezzo k del fattore e la quantità domandata dal monopolista "a valle".

Esaminiamo ora il monopolista "a monte". Questi presumibilmente si rende conto di questo processo ed è in grado di determinare le quantità di output che riuscirà a vendere in corrispondenza dei vari prezzi k: si tratta semplicemente della funzione di domanda del fattore data dall'equazione (26.3). Il monopolista "a monte" sceglierà un valore di x tale che il suo profitto sia massimo.

Questo livello può essere facilmente determinato. Risolvendo l'equazione (26.3) per k in funzione di x avremo

$$k = a - 2bx.$$

Il ricavo marginale corrispondente a questa funzione di domanda del fattore è

$$MR = a - 4bx.$$

Ponendo il ricavo marginale uguale al costo marginale avremo

$$a - 4bx = c$$

e quindi

$$x = \frac{a-c}{4b}.$$

Poiché la funzione di produzione è semplicemente $y = x$, questo risultato esprime anche la quantità totale prodotta dell'output-y:

$$y = \frac{a-c}{4b}. \tag{26.4}$$

È interessante confrontare questa quantità con quella che verrebbe prodotta da un singolo monopolista che integrasse i due processi. Supponiamo che una delle due imprese incorpori l'altra: avremo quindi un solo monopolista, con una curva di domanda inversa dell'output $p = a - by$ e un costo marginale costante c per unità prodotta. La condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale sarà in questo caso

$$a - 2by = c.$$

Ne consegue che il livello di output corrispondente al massimo profitto è

$$y = \frac{a-c}{2b}. \tag{26.5}$$

Confrontando l'equazione (26.4) con la (26.5) vediamo che il monopolista integrato produce una quantità di output *doppia* rispetto alla situazione precedente.

Questo è rappresentato nella Figura 26.4. La curva di domanda finale per il monopolista "a valle" è $p(y)$, e la curva del ricavo marginale che vi corrisponde è a sua volta la curva di domanda per il monopolista "a monte". La curva del ricavo marginale associata a questa funzione di domanda avrà quindi un'inclinazione *quadrupla* rispetto alla curva di domanda finale — questo spiega perché il prezzo in questo mercato è la metà di quello che si avrebbe nel caso dell'integrazione dei due monopolisti.

Naturalmente il fatto che l'inclinazione della curva del ricavo marginale sia esattamente quadrupla dipende dalla nostra scelta di una funzione di domanda lineare. Tuttavia, non è difficile osservare che un monopolista integrato produrrà sempre una quantità maggiore di quella prodotta separatamente dai due monopolisti. In questo secondo caso il monopolista "a monte" fissa un prezzo superiore al costo marginale, e il monopolista "a valle" fissa a sua volta un prezzo più alto del suo costo, che ha già subito un markup (ricarico). Vi è quindi un **doppio markup.** Non soltanto il prezzo è troppo alto da un punto di vista sociale, lo è anche dal punto di vista della massimizzazione dei profitti totali di monopolio! Se le due imprese si fondessero, si avrebbe un prezzo inferiore e un profitto più elevato.

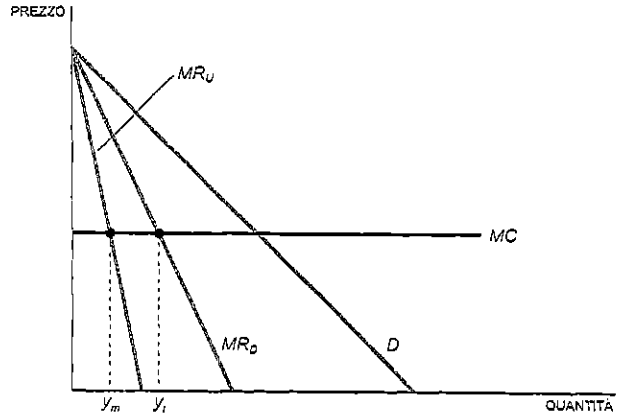


Figura 26.4 **Monopolio "a monte" e "a valle".** La curva di domanda (inversa) per il monopolista "a valle" è $p(y)$. Il ricavo marginale che vi è associato è $MR_D(y)$. A sua volta, quest'ultima è la curva di domanda per il monopolista "a monte", e la curva del ricavo marginale ad essa associata è $MR_U(y)$. Un monopolista che integrasse i due processi produrrebbe in corrispondenza di y_i^*; il livello di produzione quando i due processi sono separati è invece y_m^*.

Sommario

1. Un'impresa che massimizza il profitto determina ciascuna scelta in modo tale che il ricavo marginale che deriva da quella scelta sia uguale al costo marginale che vi è connesso.

2. Nel caso di un monopolista, il ricavo marginale associato all'impiego di un'unità addizionale di un fattore è chiamato ricavo marginale del prodotto.

3. Il ricavo marginale del prodotto sarà sempre, per un monopolista, inferiore al valore del prodotto marginale, poiché il ricavo marginale di un'unità addizionale di output è inferiore al suo prezzo.

4. Mentre un monopolio è un mercato in cui vi è un solo venditore, un monopsonio è un mercato in cui vi è un solo compratore.

5. Per un monopsonista la curva del costo marginale associata ad un fattore ha un'inclinazione maggiore della curva di offerta di quel fattore.

6. Di conseguenza un monopsonista impiegherà il fattore di produzione in quantità inferiore a quella efficiente.

7. Nel caso che un monopolista "a monte" venda un fattore di produzione ad un monopolista "a valle", il prezzo finale dell'output sarà eccessivamente elevato a causa del doppio markup.

Domande

1. Abbiamo visto che un monopolista non sceglie mai di operare in corrispondenza di un punto in cui la domanda dell'output sia inelastica. Un monopsonista sceglierà di produrre in corrispondenza di un punto in cui l'offerta del fattore sia inelastica?

2. Nell'esempio relativo al salario minimo presentato nel testo, che cosa accadrebbe se il mercato del lavoro fosse dominato da un monopsonista e il governo fissasse un salario più elevato di quello concorrenziale?

3. Esaminando il caso dei monopolisti "a monte" e "a valle", abbiamo determinato la quantità dell'output totale prodotto. Quali saranno le appropriate espressioni per i prezzi di equilibrio, p e k?

APPENDICE

Possiamo calcolare il ricavo marginale del prodotto impiegando la regola di derivazione delle funzioni composte. Sia $y = f(x)$ la funzione di produzione e $p(y)$ la funzione di domanda inversa. Il ricavo come funzione dell'impiego del fattore è quindi

$$R(x) = p(f(x))f(x).$$

Differenziando rispetto a x avremo

$$\begin{aligned}\frac{dR(x)}{dx} &= p(y)f'(x) + f(x)p'(y)f'(x)\\ &= [p(y) + p'(y)y]f'(x)\\ &= MR \times MP.\end{aligned}$$

Esaminiamo ora il comportamento di un'impresa concorrenziale nel mercato dell'output ma monopsonista in quello del fattore di produzione. Se indichiamo con $w(x)$ la funzione di offerta inversa del fattore, il problema di massimizzazione per questa impresa è

$$\max_x \; pf(x) - w(x)x.$$

Differenziando rispetto a x, otterremo

$$pf'(x) = w(x) + w'(x)x = w(x)\left[1 + \frac{x}{w}\frac{dw}{dx}\right] = w(x)\left[1 + \frac{1}{\eta}\right].$$

Poiché la curva di offerta del fattore ha inclinazione positiva, il membro di destra di quest'espressione sarà maggiore di w. Di conseguenza il monopsonista sceglierà di impiegare il fattore a livelli più bassi di quanto non farebbe in un mercato concorrenziale del fattore.

27

OLIGOPOLIO

Abbiamo fino ad ora analizzato due tipi di strutture di mercato: la concorrenza perfetta (un mercato caratterizzato dalla presenza di molte imprese di piccole dimensioni) e il monopolio puro (il caso in cui è presente nel mercato una sola grande impresa). Di solito, gran parte delle situazioni reali si collocano fra questi due estremi. Spesso è presente nel mercato un numero elevato di concorrenti, ma non così numerosi da poter dire che ciascuno di essi ha un effetto trascurabile sul prezzo. Una situazione di questo tipo viene definita **oligopolio**.

Il modello di concorrenza monopolistica descritto nel Capitolo 25 è una forma di oligopolio. In effetti, la concorrenza monopolistica pone in risalto problemi che riguardano la differenziazione del prodotto e l'entrata nel settore, mentre i modelli di oligopolio di cui ora ci occuperemo si concentrano sul problema dell'interazione strategica tra un numero limitato di imprese all'interno di un settore.

In questo capitolo descriveremo alcuni modelli di oligopolio: ne esistono diversi, poiché in un mercato oligopolistico le imprese possono comportarsi in molti modi differenti. Non ci si può quindi aspettare che esista un unico modello generale, perché la realtà è caratterizzata da una pluralità di comportamenti osservabili. Abbiamo bisogno quindi di una guida per analizzare alcuni dei possibili modelli di comportamento, e di indicazioni sui fattori rilevanti nella scelta dei diversi modelli.

Per semplicità, restringeremo la nostra analisi al caso costituito da due imprese, il **duopolio**. Il caso del duopolio ci permette di identificare molti aspetti rilevanti che caratterizzano il comportamento delle imprese quando tra loro esista una inte-

razione strategica, senza peraltro essere costretti a tener conto delle complicazioni analitiche connesse ai modelli costituiti da un numero maggiore di imprese. Inoltre, ci limiteremo a trattare il caso in cui le due imprese producano un identico bene. Ciò ci consentirà di evitare i problemi connessi alla differenziazione del prodotto e di concentrarci sulla questione dell'interazione strategica.

27.1 Scelta di una strategia

Se nel mercato sono presenti due imprese che producono lo stesso bene, quattro sono le variabili rilevanti: il prezzo fissato da ciascuna delle due imprese, e la quantità che ciascuna sceglie di produrre.

Quando un'impresa prende decisioni relative all'output e ai prezzi, può essere già a conoscenza delle scelte effettuate dall'altra. Chiameremo **leader di prezzo** l'impresa che fissa il proprio prezzo prima dell'altra, mentre quest'ultima sarà chiamata **follower di prezzo**. Analogamente, l'impresa che fissa per prima la quantità prodotta sarà chiamata **leader di quantità**, mentre l'altra sarà **follower di quantità**. L'interazione strategica avrà in questo caso la forma di un **gioco sequenziale**[1].

D'altra parte, può darsi che un'impresa, al momento di effettuare le proprie scelte, non conosca le decisioni prese dall'altra. In questo caso, per poter prendere decisioni ragionevoli, dovrà esprimere congetture circa le scelte compiute dall'altra impresa. Questa situazione è un esempio di **gioco simultaneo**. Di nuovo, vi sono due possibilità: le imprese possono scegliere simultaneamente i prezzi oppure le quantità.

Questa classificazione rappresenta schematicamente quattro possibilità: leadership di quantità, leadership di prezzo, determinazione simultanea della quantità, determinazione simultanea del prezzo. Da ciascun tipo di interazione prende origine un differente insieme di problemi strategici.

Esamineremo infine un'altra possibile forma di interazione. Invece di competere l'una con l'altra, le imprese possono essere in grado di **colludere**, cioè possono accordarsi per stabilire congiuntamente prezzi e quantità in modo tale da massimizzare la somma dei loro profitti. Questa situazione è un esempio di **gioco cooperativo**.

27.2 Leadership di quantità

Nel caso della leadership di quantità, una delle due imprese compie le proprie scelte prima dell'altra. Questa situazione è rappresentata dal **modello di Stackelberg**, così chiamato in onore dell'economista che per primo studiò sistematicamente le interazioni leader-follower[2].

Il modello di Stackelberg è spesso impiegato per descrivere quelle industrie nelle quali esiste un'impresa dominante o un leader naturale. Per esempio, l'IBM è

[1] Esamineremo dettagliatamente la teoria dei giochi nel prossimo capitolo, anche se ci sembra opportuno introdurre qui questi specifici esempi.

[2] Heinrich von Stackelberg, un economista tedesco, pubblicò il suo importante lavoro sull'organizzazione del mercato, *Marktform und Gleichgewicht*, nel 1934.

spesso considerata come l'impresa leader dell'industria informatica. Si può osservare frequentemente che le imprese di piccole dimensioni nell'industria dei computer aspettano che l'IBM comunichi l'immissione sul mercato di nuovi prodotti per modificare poi, di conseguenza, le decisioni sui propri prodotti. Questa situazione potrebbe essere rappresentata come un'industria in cui l'IBM sia un leader nel senso di Stackelberg e le altre imprese dei follower.

Esaminiamo ora il modello in termini formali. Supponiamo che l'impresa 1 si comporti come leader e decida di produrre la quantità y_1. L'impresa 2 reagisce scegliendo di produrre la quantità y_2. Ciascuna impresa sa che il prezzo d'equilibrio nel mercato dipende dall'output totale prodotto. Impieghiamo la funzione di domanda inversa, $p(Y)$, per rappresentare il prezzo d'equilibrio in funzione dell'output dell'industria, $Y = y_1 + y_2$.

Quale livello di output dovrà scegliere l'impresa leader per rendere massimo il proprio profitto? La risposta dipende dal modo in cui il leader ritiene che il follower reagisca alle sue decisioni. Presumibilmente il leader si aspetterà che il follower tenti di massimizzare il proprio profitto, date le decisioni del leader. Quindi, per poter scegliere ragionevolmente il livello del proprio output, il leader deve prendere in considerazione il problema di massimizzazione del profitto del follower.

Il problema del follower

Assumiamo che il follower intenda massimizzare i propri profitti

$$\max_{y_2} \; p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2).$$

Il profitto del follower dipende dal livello di output scelto dal leader, che, dal punto di vista del follower, è predeterminato (il leader ha già effettuato le proprie scelte, e il follower le considera semplicemente come una costante).

Il follower sceglierà il livello di output in modo che il ricavo marginale eguagli il costo marginale:

$$MR = p(y_1 + y_2) + \frac{\Delta p}{\Delta y_2} y_2 = MC_2.$$

Interpretiamo questa condizione come di consueto. Se il follower aumenta la quantità prodotta, aumenterà anche i propri ricavi, vendendo un numero maggiore di unità di output al prezzo di mercato. Ma così facendo provocherà una riduzione Δp del prezzo, e di conseguenza una riduzione del profitto per tutte le unità che erano vendute in precedenza a un prezzo più alto.

È importante osservare che la scelta che massimizza il profitto del follower dipende dalla scelta del leader. Scriviamo questa relazione

$$y_2 = f_2(y_1).$$

L'espressione $f_2(y_1)$ rappresenta il livello di output cui è associato il massimo profitto del follower come funzione della scelta del leader. Questa funzione è detta

funzione di reazione poiché descrive la reazione del follower al livello di output scelto dal leader.

Costruiamo una curva di reazione considerando il caso piuttosto semplice di una curva di domanda lineare. Scriviamo la funzione di domanda (inversa) $p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$ e assumiamo per semplicità che i costi siano nulli.

La funzione del profitto per l'impresa 2 sarà quindi

$$\pi_2(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2$$

ovvero

$$\pi_2(y_1, y_2) = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2.$$

Possiamo impiegare quest'espressione per tracciare le **curve di isoprofitto**, rappresentate nella Figura 27.1. Tali curve rappresentano le combinazioni di y_1 e y_2 alle quali corrisponde per l'impresa 2 un livello di profitto costante. Vale a dire, le curve di isoprofitto comprendono tutti i punti (y_1, y_2) che soddisfano la condizione

$$ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 = \overline{\pi}_2.$$

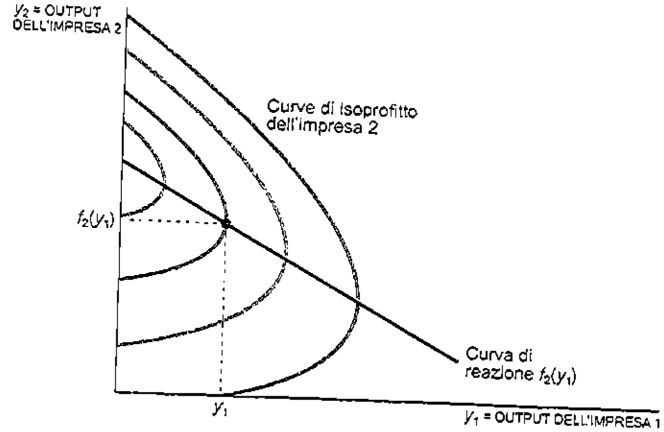


Figura 27.1

Costruzione della curva di reazione. La curva di reazione rappresenta la scelta di output che massimizza il profitto per l'impresa 2, follower, per ciascuna scelta di output dell'impresa 1, leader. In corrispondenza di ciascuna scelta di y_1 il follower sceglie il livello di output $f_2(y_1)$ associato alla curva di isoprofitto più a sinistra.

Si noti che il profitto dell'impresa 2 aumenta man mano che ci si sposta verso le curve di isoprofitto più a sinistra. Infatti, se fissiamo arbitrariamente il livello di output dell'impresa 2, i suoi profitti aumenteranno al diminuire dell'output dell'impresa 1. L'impresa 2 realizzerebbe il massimo profitto possibile se fosse un monopolista, vale a dire, se l'impresa 1 non producesse alcun output.

Per ciascuna decisione di output dell'impresa 1, l'impresa 2 sceglierà il proprio livello di output in modo da massimizzare il profitto. Questo significa che per ciascuna scelta di y_1 l'impresa 2 sceglierà il valore di y_2 situato sulla curva di isoprofitto più a sinistra (si veda la Figura 27.1). Tale punto soddisfa l'usuale condizione di tangenza: l'inclinazione della curva di isoprofitto deve essere verticale in corrispondenza della scelta ottima. Il luogo geometrico dei punti di tangenza corrisponde alla curva di reazione dell'impresa 2, $f_2(y_1)$.

Per esprimere formalmente questo risultato ci occorre l'espressione del ricavo marginale associato alla funzione del profitto per l'impresa 2:

$$MR_2(y_1, y_2) = a - by_1 - 2by_2$$

che si ottiene impiegando il calcolo differenziale. Ponendo il ricavo marginale uguale al costo marginale, che nel nostro esempio è zero, abbiamo

$$a - by_1 - 2by_2 = 0$$

che possiamo risolvere per ottenere la funzione di reazione dell'impresa 2:

$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Questa espressione corrisponde alla retta rappresentata nella Figura 27.1.

Il problema del leader

Abbiamo visto come il follower determina il livello di output *data* la scelta del leader. Esaminiamo ora il problema di massimizzazione del profitto per il leader.

Presumibilmente, il leader si rende conto che le sue azioni influenzano la scelta di output del follower. Questa relazione è riassunta dalla funzione di reazione $f_2(y_1)$. Quindi, nel determinare il livello di output, il leader dovrà considerare la reazione del follower.

Il problema di massimizzazione del profitto per il leader diviene quindi

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2)y_1 - c_1(y_1)$$
$$\text{tale che } y_2 = f_2(y_1).$$

Sostituendo la seconda espressione nella prima otteniamo

$$\max_{y_1} p[y_1 + f_2(y_1)]y_1 - c_1(y_1).$$

Si noti che il leader riconosce che, se sceglie di produrre la quantità y_1, l'output totale prodotto sarà $y_1 + f_2(y_1)$: la quantità prodotta dall'impresa leader *più* la quantità prodotta dall'impresa follower.

Se il leader intende modificare il livello dell'output, dovrà di nuovo tener conto dell'influenza esercitata sul follower. Esaminiamo il problema nel caso di una curva di domanda lineare, come abbiamo fatto in precedenza. In quel caso la funzione di reazione è

$$f_2(y_1) = y_2 = \frac{a - by_1}{2b}. \tag{27.1}$$

Poiché abbiamo assunto che il costo marginale fosse nullo, il profitto del leader sarà

$$\pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2. \tag{27.2}$$

Ma la quantità prodotta dal follower, f_2, dipenderà dalla scelta del leader, data la funzione di reazione $y_2 = f_2(y_1)$.

Sostituendo la (27.1) nella (27.2) avremo

$$\begin{aligned}\pi_1(y_1, y_2) &= ay_1 - by_1^2 - by_1 f_2(y_1)\\ &= ay_1 - by_1^2 - by_1\frac{a - by_1}{2b}.\end{aligned}$$

Semplificando otteniamo

$$\pi_1(y_1, y_2) = \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2.$$

Il ricavo marginale per questa funzione è

$$MR = \frac{a}{2} - by_1.$$

Ponendo il ricavo marginale uguale al costo marginale, che nel nostro esempio è nullo, e risolvendo per y_1 otteniamo

$$y_1^* = \frac{a}{2b}.$$

Per ottenere il livello di output del follower, semplicemente sostituiamo y_1^* nella funzione di reazione:

$$\begin{aligned}y_2^* &= \frac{a - by_1^*}{2b}\\ &= \frac{a}{4b}.\end{aligned}$$

Da queste due equazioni otteniamo l'output totale dell'industria: $y_1^* + y_2^* = 3a/4b$.

La soluzione di Stackelberg può essere anche rappresentata graficamente per mezzo delle curve di isoprofitto, come si vede nella Figura 27.2. (La figura rappresenta anche l'equilibrio di Cournot, che sarà discusso nel paragrafo 27.5). In questo grafico abbiamo rappresentato le curve di reazione di entrambe le imprese, e le

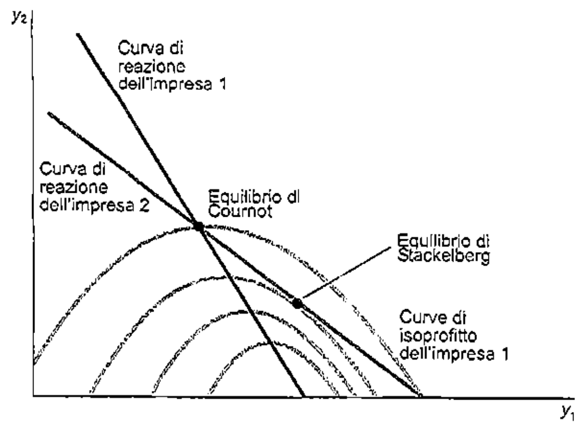


Figura 27.2 **Equilibrio di Stackelberg.** L'impresa 1, leader, sceglie sulla curva di reazione dell'impresa 2 il punto di tangenza alla propria curva di isoprofitto più bassa, in modo da realizzare il profitto massimo.

curve di isoprofitto dell'impresa 1. Le curve di isoprofitto dell'impresa 1 hanno la stessa forma di quelle dell'impresa 2, e sono semplicemente ruotate di novanta gradi. Profitti più elevati per l'impresa 1 sono associati a curve di isoprofitto più basse, poiché i profitti dell'impresa 1 aumentano al diminuire dell'output dell'impresa 2.

L'impresa 2 si comporta come un follower, il che significa che sceglierà una quantità di output che si trovi lungo la sua curva di reazione, $f_2(y_1)$. Quindi l'impresa 1 sceglierà una combinazione di output che si trovi sulla curva di reazione e che sia associata al più elevato profitto possibile. Ciò significa che verrà scelto un punto sulla curva di reazione che tocca appena la curva di isoprofitto *più bassa*, come è rappresentato nella Figura 27.2. Poiché il punto scelto corrisponde alla scelta ottima, la curva di reazione sarà tangente alla curva di isoprofitto in quel punto.

27.3 Leadership di prezzo

Invece di stabilire il livello di output, il leader può fissare il prezzo. Perché la sua scelta sia ragionevole, anche in questo caso dovrà tener conto del comportamento del follower. Di conseguenza, dovremo prima esaminare il problema della massimizzazione del profitto per il follower.

Osserviamo prima di tutto che in equilibrio il prezzo stabilito dal follower deve essere uguale a quello stabilito dal leader, poiché abbiamo assunto che le due imprese producano un identico bene. Se i prezzi fossero diversi, tutti i consumatori acquisterebbero il bene con il prezzo più basso, e non vi potrebbe essere equilibrio con entrambe le imprese che producono.

Supponiamo che il leader abbia fissato il prezzo p. Supponiamo quindi che il follower consideri questo prezzo come dato e scelga il livello di output che corrisponde al massimo profitto. Questa scelta coincide con quella che avrebbe effettuato un'impresa concorrenziale. Nel caso della concorrenza, ciascuna impresa considera il prezzo come dato, poiché controlla una parte infinitesima del mercato; nel caso della leadership di prezzo, il follower considera il prezzo come dato perché è già stato fissato dal leader.

Se l'impresa follower intende massimizzare il profitto

$$\max_{y_2} py_2 - c_2(y_2)$$

sceglierà un livello di output tale che il costo marginale sia uguale al prezzo. Si determina in questo modo una curva di offerta per il follower, $S(p)$, come quella rappresentata nella Figura 27.3.

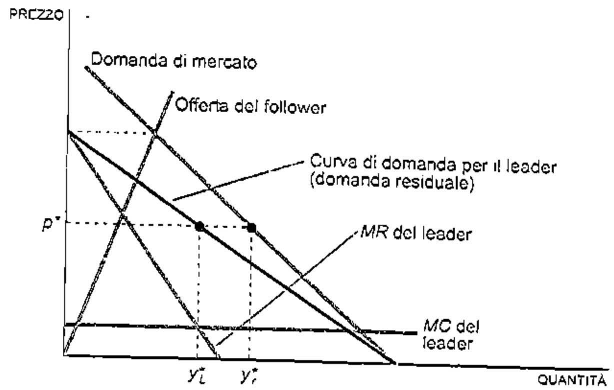


Figura 27.3 **Leadership di prezzo.** La curva di domanda per l'impresa leader è la differenza tra la curva di domanda di mercato e la curva di offerta dell'impresa follower. L'impresa leader sceglie il livello ottimo di output, y_L^*, in corrispondenza del quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale. La quantità totale offerta sul mercato è y_T^* e il prezzo di equilibrio è p^*.

Consideriamo ora il problema dell'impresa leader. L'impresa riconosce che, se fisserà il prezzo p, l'offerta del follower sarà $S(p)$. Ciò significa che il leader potrà vendere la quantità di output $R(p) = D(p) - S(p)$. Questa espressione rappresenta la **curva di domanda residuale** per il leader.

Supponiamo che l'impresa leader sostenga un costo marginale costante pari a c. Quindi, in corrispondenza del prezzo p, realizzerà il profitto:

$$\pi_1(p) = (p - c)[D(p) - S(p)] = (p - c)R(p).$$

Per ottenere il profitto massimo, l'impresa sceglierà un prezzo e un livello di output in modo che il ricavo marginale sia uguale al costo marginale. Tuttavia, dovrà prendere in considerazione il ricavo marginale associato alla curva di domanda *residuale*, cioè alla curva che effettivamente rappresenta la quantità di output che può essere venduta in corrispondenza di ciascun prezzo. Abbiamo rappresentato nella Figura 27.3 una curva di domanda residuale lineare: la curva del ricavo marginale che vi è associata, quindi, avrà identica intercetta verticale e inclinazione doppia.

Esaminiamo ora un semplice esempio algebrico. Supponiamo che la curva di domanda sia $D(p) = a - bp$. La funzione di costo del follower è $c_2(y_2) = y_2^2/2$ e quella del leader $c_1(y_1) = cy_1$.

Per ciascun prezzo p il follower sceglierà un livello di output tale che il prezzo sia uguale al costo marginale. Se la funzione di costo è $c_2(y_2) = y_2^2/2$, è possibile dimostrare che il costo marginale è uguale a $MC_2(y_2) = y_2$. La condizione di uguaglianza tra il prezzo e il costo marginale ci permette di ottenere

$$p = y_2.$$

Risolvendo per la curva di offerta del follower otteniamo $y_2 = S(p) = p$.

La curva di domanda per il leader (la curva di domanda residuale) è

$$R(p) = D(p) - S(p) = a - bp - p = a - (b+1)p.$$

Da questo punto in poi il problema è uguale a quello del monopolio. Risolvendo per p come funzione del livello di output del leader, y_1, abbiamo

$$p = \frac{a}{b+1} - \frac{1}{b+1}y_1 \tag{27.3}$$

che è la funzione di domanda inversa per il leader. La curva del ricavo marginale che vi è associata ha identica intercetta verticale e inclinazione doppia. Pertanto avremo

$$MR = \frac{a}{b+1} - \frac{2}{b+1}y_1.$$

Uguagliando il ricavo marginale al costo marginale otteniamo

$$MR = \frac{a}{b+1} - \frac{2}{b+1}y_1 = c = MC.$$

Infine, risolvendo per il livello di output che corrisponde al massimo profitto, abbiamo

$$y_1^* = \frac{a - c(b+1)}{2}.$$

Potremmo continuare sostituendo questa equazione nella (27.3) per ottenere il prezzo di equilibrio, ma l'equazione che ne risulterebbe non è particolarmente interessante.

27.4 Confronto tra leadership di quantità e leadership di prezzo

Abbiamo visto come calcolare il prezzo di equilibrio e il livello di output nei casi di leadership di quantità e di leadership di prezzo. Ciascun modello determina differenti prezzi di equilibrio e combinazioni di output ed è adeguato a circostanze differenti.

Un modo per interpretare la decisione della quantità è considerare che l'impresa compia una scelta di capacità produttiva. Quando un'impresa fissa la quantità, determina quanto sarà in grado di offrire sul mercato. Se un'impresa è in grado di investire per prima in capacità produttiva, il modello appropriato per interpretarne il comportamento sarà la leadership di quantità.

D'altra parte, consideriamo un mercato nel quale le scelte di capacità non sono fondamentali, ma è presente un'impresa che distribuisce un catalogo di prezzi. È naturale considerare quest'ultima l'impresa leader di prezzo. Le imprese rivali prenderanno i suoi prezzi come dati e ne terranno conto al momento di determinare le loro scelte di prezzo e di output.

Non è possibile decidere in modo puramente teorico se l'uno o l'altro modello è appropriato: solo l'osservazione dell'effettivo comportamento delle imprese ci può consentire di descriverne l'interazione nei termini della leadership di quantità oppure di prezzo.

27.5 Determinazione simultanea della quantità prodotta

Il modello leader-follower è necessariamente asimmetrico: un'impresa è in grado di effettuare le proprie scelte prima dell'altra. In alcune situazioni questa ipotesi non sembra appropriata. Per esempio, supponiamo che due imprese debbano determinare *simultaneamente* il livello dell'output. In questo caso, ciascuna impresa deve prevedere la scelta di output dell'altra, in modo da poter attuare la scelta più opportuna relativamente al proprio output.

In questo paragrafo esamineremo un modello valido per un singolo periodo di tempo, in cui ciascuna delle due imprese deve prevedere la scelta di produzione dell'altra. Data questa previsione, ciascuna impresa sceglierà la quantità di output che massimizza il profitto. Cercheremo successivamente di individuare un equilibrio nelle previsioni, cioè una situazione in cui ciascuna delle due imprese veda confermate le proprie aspettative circa il comportamento dell'altra. Questo modello è noto come **modello di Cournot**, dal nome del matematico francese del diciannovesimo secolo che per primo ne esaminò le implicazioni[3].

Assumiamo che l'impresa 1 si aspetti che l'impresa 2 produca y_2^e unità di output, dove e indica l'output atteso. Se l'impresa 1 decide di produrre y_1 unità di output, si aspetterà che la quantità totale prodotta sia $Y = y_1 + y_2^e$, cui corrisponde un

[3] Augustin Cournot nacque nel 1801. La sua opera più famosa, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, fu pubblicata nel 1838.

prezzo di mercato $p(Y) = p(y_1 + y_2^e)$. Il problema di massimizzazione del profitto per l'impresa 1 è quindi

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1).$$

Per qualsiasi livello atteso dell'output dell'impresa 2, y_2^e, esiste una scelta ottima dell'output dell'impresa 1, y_1. Scriviamo la relazione funzionale tra l'*output atteso* dell'impresa 2 e la *scelta ottima* dell'impresa 1 come

$$y_1 = f_1(y_2^e).$$

Questa funzione è la funzione di reazione che abbiamo esaminato in precedenza in questo capitolo. Nel suo contesto originale, la funzione di reazione esprime l'output del follower come funzione della scelta del leader. In questo caso, la funzione di reazione esprime la scelta ottima di un'impresa come funzione delle sue *aspettative* circa la scelta dell'altra impresa. Sebbene il significato della funzione di reazione sia diverso nei due casi, la sua definizione matematica è la stessa.

In modo analogo, possiamo derivare la curva di reazione dell'impresa 2:

$$y_2 = f_2(y_1^e)$$

che esprime la scelta ottima di output dell'impresa 2 corrispondente ad una data aspettativa circa il livello di output dell'impresa 1, y_1^e.

Ricordiamo ora che ciascuna impresa sceglie il proprio livello di output *assumendo* che il livello di output dell'altra sia y_1^e o y_2^e. Tuttavia, per valori di y_1^e e y_2^e scelti arbitrariamente, ciò non sarà vero. Vale a dire, il livello *ottimo* di output dell'impresa 1, y_1, sarà in generale diverso da quello *atteso* dall'impresa 2, y_1^e.

Cerchiamo ora la combinazione (y_1^*, y_2^*) tale che il livello ottimo di output per l'impresa 1, assumendo che l'impresa 2 produca y_2^*, è y_1^*, e il livello ottimo per l'impresapresa 2, posto che l'impresa 1 produca y_1^*, è y_2^*. In altre parole, questa combinazione soddisfa

$$y_1^* = f_1(y_2^*)$$

$$y_2^* = f_2(y_1^*).$$

Questa combinazione dei livelli di output è nota come **equilibrio di Cournot**. In un equilibrio di Cournot, ciascuna impresa massimizza il profitto, date le aspettative di ciascuna circa la scelta di output dell'altra. Inoltre, tali aspettative si realizzano in equilibrio: la scelta ottima di output di ciascuna impresa è uguale a quella che l'altra si aspetta. In un equilibrio di Cournot, nessuna delle due imprese ritiene profittevole variare l'output quando viene a conoscenza della scelta effettiva dell'altra.

La Figura 27.2 offre un esempio di equilibrio di Cournot. La soluzione di equilibrio è rappresentata dalla combinazione di output in corrispondenza del punto di intersezione delle due curve di reazione. In corrispondenza di quel punto, il livello di output di ciascuna impresa massimizza il profitto, data la scelta di output dell'altra.

27.6 Un esempio di equilibrio di Cournot

Torniamo a considerare il caso di curva di domanda lineare e costi marginali nulli esaminato nell'esempio precedente. Abbiamo visto che in questo caso la funzione di reazione per l'impresa 2 è

$$y_2 = \frac{a - by_1^e}{2b}.$$

Poiché nel nostro esempio le due imprese sono del tutto identiche, la curva di reazione dell'impresa 1 ha la stessa forma:

$$y_1 = \frac{a - by_2^e}{2b}.$$

La Figura 27.4 rappresenta queste due curve di reazione. L'intersezione delle due rette corrisponde all'equilibrio di Cournot. In questo punto la scelta di ciascuna impresa massimizza il profitto, date le sue aspettative circa il comportamento dell'altra, e queste aspettative sono confermate dagli *effettivi* comportamenti di ciascuna impresa.

Per calcolare l'equilibrio di Cournot, dobbiamo cercare il punto (y_1, y_2) in corrispondenza del quale ciascuna impresa si comporta secondo le aspettative dell'altra. Se fissiamo $y_1 = y_1^e$ e $y_2 = y_2^e$, avremo le seguenti due equazioni a due incognite:

$$y_1 = \frac{a - by_2}{2b}$$

$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Poiché nel nostro esempio le due imprese sono identiche, ciascuna produrrà in equilibrio la medesima quantità di output. Possiamo quindi sostituire $y_1 = y_2$ nell'equazione precedente, ottenendo

$$y_1 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Risolvendo per y_1^* otteniamo

$$y_1^* = \frac{a}{3b}.$$

Poiché le due imprese sono identiche, ciò significa che anche

$$y_2^* = \frac{a}{3b}$$

e quindi l'output totale dell'industria è

$$y_1^* + y_2^* = \frac{2a}{3b}.$$

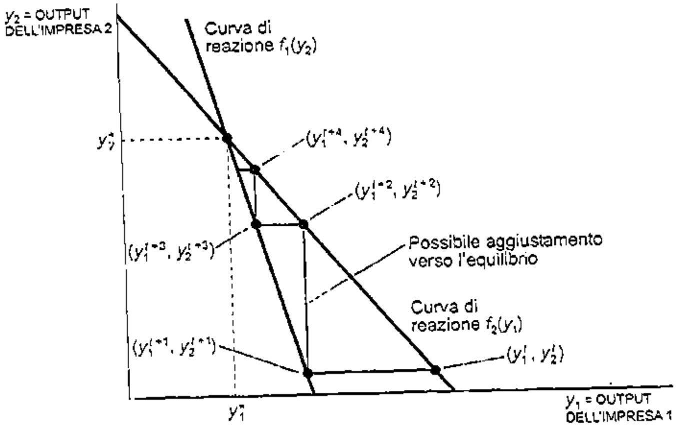


Figura 27.4 **Equilibrio di Cournot.** Ciascuna impresa massimizza il profitto, date le proprie aspettative circa le scelte di output dell'altra. L'equilibrio di Cournot si ha in corrispondenza di (y_1^*, y_2^*), dove le due curve di reazione si intersecano.

27.7 Aggiustamento verso l'equilibrio

Possiamo impiegare la Figura 27.4 per descrivere il processo di aggiustamento verso l'equilibrio. Supponiamo che, nell'istante t, le imprese producano gli output (y_1^t, y_2^t), che non sono necessariamente output di equilibrio. Se l'impresa 1 si aspetta che l'impresa 2 mantenga costante il livello dell'output a y_2^t, sceglierà, per il periodo successivo, la quantità di output che massimizza il profitto data questa aspettativa, vale a dire $f_1(y_2^t)$. La scelta dell'impresa 1 nell'istante $t+1$ sarà quindi

$$y_1^{t+1} = f_1(y_2^t).$$

L'impresa 2 può comportarsi allo stesso modo, e la sua scelta di output per il periodo successivo sarà quindi

$$y_2^{t+1} = f_2(y_1^t).$$

Queste equazioni descrivono il modo in cui ciascuna impresa aggiusta il proprio output tenendo conto delle scelte dell'altra. La Figura 27.4 rappresenta le variazioni dell'output che derivano da tale comportamento. Ecco come possiamo interpretare il grafico. Iniziamo da un punto qualsiasi (y_1^t, y_2^t). Dato il livello di output dell'impresa 2, la scelta ottima dell'impresa 1 sarà produrre $y_1^{t+1} = f_1(y_2^t)$ nel periodo successivo. Per trovare questo punto sul grafico ci spostiamo verso sinistra lungo una retta orizzontale sino a toccare la curva di reazione dell'impresa 1.

Se l'impresa 2 si aspetta che l'impresa 1 continui a produrre y_1^{t+1}, la sua risposta ottima sarà produrre y_2^{t+1}. Per trovare questo punto ci spostiamo verso l'alto lungo una retta verticale sino a toccare la funzione di reazione dell'impresa 2. Possiamo continuare a spostarci lungo questa linea spezzata per determinare la sequenza delle scelte di output delle due imprese. Nell'esempio illustrato il processo di aggiustamento converge all'equilibrio di Cournot. In questo caso, l'equilibrio di Cournot è un **equilibrio stabile.**

Sebbene questo processo di aggiustamento possa apparire intuitivo, esso presenta alcune difficoltà. Ciascuna impresa assume che l'output dell'altra rimanga fisso da un periodo all'altro, ma, come appare evidente, entrambe le imprese continuano a variare la quantità prodotta. Le aspettative di ciascuna si realizzano effettivamente solo in equilibrio. Per questa ragione, daremo in genere per scontato il modo in cui l'equilibrio viene raggiunto e ci limiteremo ad analizzare il comportamento delle due imprese in equilibrio.

27.8 Equilibrio di Cournot con molte imprese

Supponiamo ora che in un'industria vi siano numerose imprese in equilibrio di Cournot, e che ciascuna formuli aspettative sulle scelte di output delle altre: vogliamo determinare in questo caso l'output di equilibrio.

Supponiamo che vi siano n imprese e sia $Y = y_1 + \cdots + y_n$ l'output totale dell'industria. In questo caso la condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale per l'impresa i è

$$p(Y) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_i = MC(y_i).$$

Estraendo $p(Y)$ e moltiplicando il secondo termine per Y/Y, l'equazione diventa

$$p(Y)\left[1 + \frac{\Delta p}{\Delta Y}\frac{Y}{p(Y)}\frac{y_i}{Y}\right] = MC(y_i).$$

Se impieghiamo la definizione di elasticità della curva di domanda aggregata e indichiamo con $s_i = y_i/Y$ la quota dell'output totale dell'impresa i, l'equazione si riduce a

$$p(Y)\left[1 - \frac{s_i}{|\epsilon(Y)|}\right] = MC(y_i). \tag{27.4}$$

Possiamo scrivere questa espressione anche in questo modo:

$$p(Y)\left[1 - \frac{1}{|\epsilon(Y)|/s_i}\right] = MC(y_i).$$

L'espressione è molto simile a quella analoga per il monopolista, tranne che per il termine s_i. Possiamo interpretare $\epsilon(Y)/s_i$ come l'elasticità della curva di domanda per una singola impresa: più piccola è la sua quota di mercato, più elastica è la sua curva di domanda.

Se la sua quota di mercato è uguale a 1 (l'impresa è un monopolista) la sua curva di domanda corrisponde alla curva di domanda del mercato, e quindi la sua condizione equivale a quella di un monopolista. Se la dimensione dell'impresa è trascurabile rispetto al mercato, la sua quota è praticamente nulla, e quindi la curva di domanda per quell'impresa è infinitamente elastica. L'espressione precedente coincide in questo caso con quella che caratterizza un'impresa perfettamente concorrenziale: il prezzo è uguale al costo marginale.

Questa è una delle spiegazioni del modello di concorrenza descritto nel Capitolo 22. Se il numero delle imprese è elevato, l'influenza di ciascuna singola impresa sul prezzo di mercato è irrilevante, e quindi l'equilibrio di Cournot coincide con la concorrenza perfetta.

27.9 Determinazione simultanea dei prezzi

Nel modello di Cournot appena descritto abbiamo assunto che le imprese si limitassero a scegliere la quantità di output, lasciando che fosse il mercato a determinare il prezzo. Un altro approccio consiste nell'assumere che le imprese fissino i prezzi, e che il mercato determini la quantità venduta. Questo modello è noto come **concorrenza alla Bertrand**[4].

Quando un'impresa determina il prezzo, deve prevedere il prezzo scelto dall'altra impresa presente nell'industria. Analogamente al caso dell'equilibrio di Cournot, vogliamo individuare i due prezzi in modo tale che ciascuno di essi massimizzi il profitto, data la scelta dell'altra impresa.

Quali sono le caratteristiche dell'equilibrio alla Bertrand? Nel caso in cui le due imprese vendano un identico prodotto, come è quello che stiamo trattando, la struttura dell'equilibrio alla Bertrand è molto semplice. Esso coincide infatti con l'equilibrio concorrenziale, vale a dire, il prezzo è uguale al costo marginale.

Si noti prima di tutto che il prezzo non può essere inferiore al costo marginale, perché in questo caso l'impresa potrebbe realizzare maggiori profitti producendo una quantità minore di output. Consideriamo dunque il caso in cui il prezzo è superiore al costo marginale. Supponiamo che entrambe le imprese vendano il proprio prodotto a un prezzo $\hat{p}$, superiore al costo marginale. Consideriamo l'impresa 1: se questa diminuisce il suo prezzo di una piccola quantità ϵ, mentre l'altra impresa mantiene il proprio fisso a $\hat{p}$, tutti i consumatori preferiranno acquistare dall'impresa 1. Diminuendo il prezzo di una quantità arbitrariamente piccola, l'impresa 1 può quindi sottrarre tutti i clienti all'impresa 2.

Se l'impresa 1 ritiene effettivamente che l'impresa 2 stabilirà un prezzo $\hat{p}$ superiore al costo marginale, troverà sempre vantaggioso ridurre il proprio prezzo a $\hat{p} - \epsilon$. Ma ciò vale anche per l'impresa 2. Quindi, un prezzo superiore al costo marginale non può essere un equilibrio: l'unico equilibrio possibile in questo caso è quello concorrenziale.

[4] Joseph Bertrand, un matematico francese, presentò il suo modello in un saggio sull'opera di Cournot.

A prima vista questo risultato sembra paradossale: come può il prezzo essere concorrenziale se sul mercato sono presenti solo due imprese? Possiamo comprendere meglio il senso di questo risultato se pensiamo il modello alla Bertrand come una gara al ribasso. Supponiamo che un'impresa "faccia un'offerta" ai consumatori indicando un prezzo superiore al costo marginale. L'altra impresa può allora realizzare un profitto facendo un'offerta più bassa. Ne consegue che l'unico prezzo oltre il quale nessuna delle due imprese può ragionevolmente aspettarsi che l'altra scenda è quello uguale al costo marginale.

È stato spesso osservato che una gara al ribasso tra imprese che non possono colludere permette di conseguire prezzi molto più bassi di quelli che si otterrebbero con altri mezzi. Questo fenomeno è un esempio della logica della concorrenza alla Bertrand.

27.10 Collusione

Nei modelli esaminati fino ad ora abbiamo assunto che le imprese agissero in modo indipendente l'una dall'altra. Ma se le imprese invece colludono, e determinano congiuntamente il loro output, questi modelli non sono più adeguati. Se la collusione è possibile, le imprese troveranno più conveniente scegliere l'output che massimizza il profitto totale dell'industria, dividendosi poi tra loro tale profitto. Quando le imprese si accordano e cercano di determinare prezzi e output in modo da rendere massimo il profitto totale dell'industria, si dice che formano un **cartello**. Come abbiamo visto nel Capitolo 24, un cartello è formato da un gruppo di imprese che colludono in modo da comportarsi congiuntamente come un monopolista e massimizzare così la somma dei loro profitti.

In questo caso le due imprese devono scegliere i livelli di output, y_1 e y_2, che massimizzano il profitto totale dell'industria:

$$\max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c_1(y_1) - c_2(y_2).$$

Le condizioni di ottimo di questo problema sono

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y}[y_1^* + y_2^*] = MC_1(y_1^*)$$

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y}[y_1^* + y_2^*] = MC_2(y_2^*).$$

Le due condizioni evidenziano un fatto interessante. Quando l'impresa 1 valuta la possibilità di aumentare il proprio output della quantità Δy_1, tiene conto dei due consueti effetti: l'aumento dei profitti derivante dalla vendita di una quantità maggiore di output e la loro riduzione a causa della diminuzione del prezzo. Ma per quanto riguarda questo secondo aspetto, essa ora deve tener conto dell'effetto della diminuzione sia sul proprio output, che su quello dell'altra impresa. Questo perché l'impresa è ora interessata a massimizzare il profitto totale dell'industria.

Le condizioni di ottimo implicano che il ricavo marginale derivante da una unità addizionale di output deve essere lo stesso, indipendentemente dall'impresa che la produce. Ne consegue che $MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*)$ e quindi, in equilibrio, i due costi marginali sono uguali. Se una delle due imprese ha un vantaggio in termini di costo, per cui la sua curva del costo marginale si trova sempre al di sotto di quella dell'altra impresa, nell'equilibrio corrispondente alla soluzione di cartello produrrà necessariamente una quantità maggiore di output.

In realtà, se si vuole formare un cartello, bisogna tener presente che i contraenti sono sempre tentati di non stare ai patti. Supponiamo per esempio che le due imprese producano la quantità di output che massimizza il profitto dell'industria, (y_1^*, y_2^*), e che l'impresa 1 valuti l'opportunità di produrre una quantità di output lievemente maggiore, Δy_1. Essa ne ricaverà un profitto marginale pari a

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta y_1} = p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* - MC_1(y_1^*). \qquad (27.5)$$

Abbiamo già visto che la condizione di ottimo per il cartello è

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_2^* - MC_1(y_1^*) = 0.$$

Con opportune modifiche otteniamo

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* - MC_1(y_1^*) = -\frac{\Delta p}{\Delta Y} y_2^* > 0. \qquad (27.6)$$

La disuguaglianza deriva dal fatto che $\Delta p/\Delta Y$ è negativo, poiché è negativa l'inclinazione della curva di domanda di mercato.

Esaminando le equazioni (27.5) e (27.6) si nota che

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta y_1} > 0.$$

Quindi, se l'impresa 1 ritiene che l'impresa 2 manterrà invariato il suo output, riterrà di poter accrescere i propri profitti aumentando la produzione. Nella soluzione di cartello, le imprese si accordano per ridurre l'output, in modo da non "guastare" il mercato. Esse concordano sul fatto che, se una delle due imprese dovesse aumentare il proprio output, ne risentirebbero i profitti di entrambe. Ma se ciascuna impresa si aspetta che l'altra mantenga invariata la propria quota di produzione, ciascuna impresa sarà tentata di aumentare i propri profitti producendo unilateralmente una quantità maggiore. In corrispondenza dei livelli di output che massimizzano i profitti congiunti, ciascuna impresa troverà sempre vantaggioso aumentare unilateralmente la quantità prodotta, se si aspetta che l'altra impresa mantenga fissa la sua.

Può accadere anche di peggio. Se l'impresa 1 si aspetta che l'impresa 2 mantenga costante il suo output, penserà di approfittarne aumentando il proprio. Ma se essa si aspetta invece che l'impresa 2 intenda aumentare la sua produzione, essa vorrà, per prima, aumentare il proprio output e cercare, fin che può, di realizzare un profitto!

Quindi, affinché un cartello funzioni è necessario che le imprese trovino un modo di scoprire e punire chi non sta ai patti. Se le imprese non hanno la possibilità di controllare reciprocamente le quantità prodotte, la tentazione di non stare ai patti potrebbe anche portare alla dissoluzione del cartello.

Esaminiamo ora un cartello in un esempio in cui i costi marginali sono nulli e la curva di domanda è lineare, come nell'esempio precedente di equilibrio di Cournot.

La funzione del profitto aggregato sarà

$$\pi(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)](y_1 + y_2) = a(y_1 + y_2) - b(y_1 + y_2)^2$$

quindi la condizione di uguaglianza tra costi marginali e ricavo sarà

$$a - 2b(y_1^* + y_2^*) = 0$$

che implica

$$y_1^* + y_2^* = \frac{a}{2b}.$$

Poiché i costi marginali sono nulli, non ha alcuna importanza il modo in cui l'output viene suddiviso fra le due imprese. Quello che viene determinato è solo il livello complessivo dell'output dell'industria.

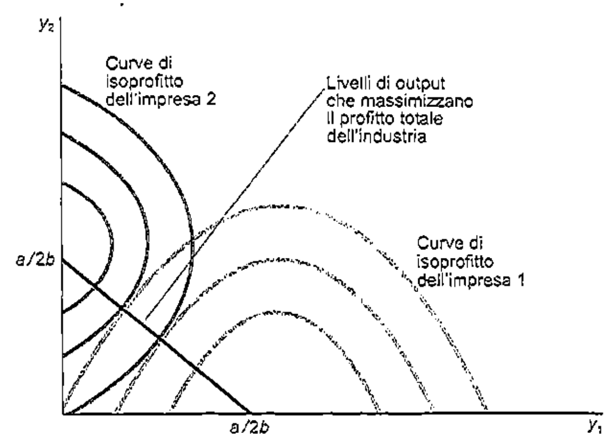


Figura 27.5 **Cartello.** Se è il profitto totale dell'industria a essere massimizzato, il profitto marginale deve essere uguale per tutte le imprese. Ciò significa che le curve di isoprofitto devono essere tangenti nei punti corrispondenti ai livelli di output che massimizzano il profitto.

Questa soluzione è rappresentata nella Figura 27.5, dove abbiamo riportato le curve di isoprofitto di ciascuna impresa e abbiamo evidenziato il luogo geometrico dei punti di tangenza, che corrisponde a una retta. Perché questa retta è interessante? Dato che il cartello cerca di rendere massimo il profitto totale dell'industria, i profitti marginali derivanti da un eventuale aumento della produzione da parte di ciascuna impresa devono essere uguali — altrimenti sarebbe vantaggioso lasciare che l'impresa più profittevole produca una quantità maggiore. Questo a sua volta significa che le inclinazioni delle curve di isoprofitto devono essere uguali per ciascuna impresa, vale a dire, che le curve di isoprofitto devono essere tangenti. Quindi le combinazioni di output che rendono massimo il profitto totale dell'industria (la soluzione di cartello) sono quelle che si trovano sulla retta rappresentata nella Figura 27.5.

Questa figura mette anche in evidenza la tentazione a non rispettare le regole che caratterizza la soluzione di cartello. Consideriamo, per esempio, il punto in cui le due imprese si spartiscono equamente il mercato. Pensiamo a che cosa accadrebbe se l'impresa 1 fosse convinta che l'impresa 2 è decisa a mantenere costante il suo output. Se l'impresa 1 aumentasse il proprio output mentre l'impresa 2 lascia il suo costante, l'impresa 1 si sposterebbe verso una curva di isoprofitto più bassa, aumentando il proprio profitto. La situazione è identica a quella che abbiamo prima rappresentato in termini algebrici. Se un'impresa ritiene che il livello dell'output dell'altra rimarrà costante, sarà tentata di aumentare il proprio e di realizzare in questo modo profitti più elevati.

27.11 Strategie punitive

Abbiamo visto che un cartello è fondamentalmente instabile nel senso che è sempre nell'interesse di ciascuna impresa produrre una quantità maggiore di quella che massimizza il profitto aggregato. Se si vuole che il cartello operi in maniera efficace, bisogna trovare un modo di "stabilizzare" il comportamento delle imprese. Un possibile strumento è quello di minacciare la punizione di ciascuna impresa che "bari" o non rispetti l'accordo di cartello. Vedremo ora quali devono essere le caratteristiche della punizione necessaria a stabilizzare un accordo di cartello.

Consideriamo un duopolio composto da due identiche imprese. Se ciascuna impresa produce metà dell'output totale del monopolio, i profitti totali saranno massimi e ciascuna impresa otterrà un payoff pari, diciamo, a π_m. Nel tentativo di mantenere stabile questo risultato, un'impresa fa all'altra il seguente annuncio: "Se ti attieni al livello di produzione che massimizza il profitto congiunto d'impresa, bene. Ma se scopro che bari e produci una quantità maggiore, ti punirò producendo per sempre un livello pari a quello che produrrei in equilibrio di Cournot". Questa è nota come **strategia punitiva**.

Quando questo tipo di minaccia sarà in grado di stabilizzare il cartello? Per rispondere, dobbiamo confrontare i costi e i benefici associati alla violazione delle regole del cartello e al comportamento cooperativo. Supponiamo che una delle due imprese violi le regole del cartello, e che l'altra metta in atto la sua punizione. Poiché la reazione ottima a una scelta *à la* Cournot è, per definizione, una scelta *à la* Cournot, questo si tradurrà in un profitto ricevuto in ciascun periodo da ciascuna impresa pari, diciamo, a π_c. Naturalmente il profitto ottenuto in equilibrio di Cournot, π_c, è più basso di quello ottenuto con l'accordo di cartello, π_m.

Supponiamo che le due imprese colludano e producano un livello di output pari a quello che si avrebbe in monopolio. Proviamo a metterci nei panni di una delle imprese per decidere se continuare o no a produrre la quota stabilita. Se l'impresa produce una quantità maggiore, allontanandosi dalla quota, otterremo un profitto π_d, dove $\pi_d > \pi_m$. Si tratta della classica tentazione del membro di un cartello, descritta in precedenza: se ciascuna impresa restringe l'output mantenendo alto il prezzo, allora ciascuna impresa ha altresì un incentivo ad approfittare di questo prezzo aumentando la quantità prodotta.

Ma questa non è la fine della storia, dato che vi è una punizione per chi non rispetta le regole del cartello. Se un'impresa produce la quantità definita dal cartello, ottiene un flusso stabile di profitti pari a π_m. Il valore attuale di questo flusso è

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r}.$$

Se l'impresa produce una quantità superiore alla quota assegnata dal cartello, ottiene *una tantum* una quantità di profitti pari a π_d, ma poi dovrà fronteggiare la rottura del cartello e il ritorno al comportamento *à la* Cournot. Scriviamo il corrispondente valore attuale:

$$\pi_d + \frac{\pi_c}{r}.$$

Quando il valore attuale corrispondente alla scelta di restare nel cartello sarà maggiore del valore attuale associato alla scelta di infrangere le regole? Ovviamente quando

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r} > \pi_d + \frac{\pi_c}{r},$$

che può anche essere scritta come

$$r < \frac{\pi_m - \pi_c}{\pi_d - \pi_m}.$$

Si noti che il nominatore di questa frazione è positivo, poiché i profitti di monopolio sono maggiori di quelli che si ottengono in equilibrio di Cournot, e anche il denominatore è positivo, poiché i profitti ottenuti producendo più della quota stabilita sono certamente maggiori di quelli ottenuti attenendosi a essa.

Questa disuguaglianza stabilisce che fintantoché il tasso di interesse è sufficientemente basso, e di conseguenza la prospettiva di una punizione futura è sufficientemente importante, sarà vantaggioso per le imprese mantenere le quote di produzione stabilite.

La debolezza di questo modello dipende dal fatto che la minaccia di ritornare al comportamento *à la* Cournot per sempre non è molto credibile. Un'impresa può certamente credere che l'altra la punirà se si allontana dalla quota di produzione assegnata, ma "per sempre" è davvero molto tempo! Un modello più realistico dovrebbe considerare periodi più brevi di ritorsione, ma l'analisi diventerebbe allora molto complessa. Descriveremo nel prossimo capitolo il modello dei "giochi ripetuti", che illustra alcuni dei possibili comportamenti.

ESEMPIO: Guerra di prezzi e concorrenza

Abbiamo visto che ciascun componente di un cartello ha sempre la tentazione di produrre una quantità maggiore della quota stabilita. Per far rispettare efficacemente un accordo di cartello è quindi necessario trovare qualche modo per controllare il comportamento di tutte le imprese che lo compongono. In particolare ciò significa che ciascuna impresa deve mantenersi informata circa i prezzi e i livelli di produzione delle altre.

Un semplice modo per acquisire informazioni sulle altre imprese dell'industria è impiegare i clienti per spiarle. Si vedono spesso commercianti al dettaglio che annunciano di "battere qualsiasi prezzo". In alcuni casi, un'offerta del genere può indicare la presenza di un mercato al dettaglio molto competitivo. Ma in altri, la stessa politica può essere impiegata per raccogliere informazioni circa i prezzi delle altre imprese allo scopo di mantenere un cartello.

Supponiamo per esempio che due imprese si accordino, implicitamente o esplicitamente, di vendere un certo modello di frigorifero a $700. Come può uno dei due negozianti essere sicuro che l'altro non sta barando e vende il frigorifero a $675? Uno dei modi è quello di offrire di battere qualsiasi prezzo un cliente possa trovare altrove. Così, è il cliente stesso a riferire qualsiasi tentativo di non rispettare l'accordo collusivo.

ESEMPIO: Restrizioni volontarie dell'esportazione

Negli anni '80 i produttori di automobili giapponesi aderirono a un accordo di "restrizione volontaria dell'esportazione (VER)". Ciò significava che le imprese giapponesi avrebbero "volontariamente" ridotto le esportazioni delle loro automobili negli Stati Uniti. Il consumatore americano tipico pensò che questa fosse una grande vittoria dei negoziatori americani.

Ma se si riflette un minuto, si scoprirà che le cose sono piuttosto differenti. Nella nostra analisi dell'oligopolio abbiamo visto che il problema delle imprese di un'industria è il modo in cui *ridurre* l'output per poter sostenere prezzi più elevati e scoraggiare la concorrenza. Come abbiamo visto, ciascuna impresa avrà sempre la tentazione di non rispettare gli accordi sulle quote di produzione, e quindi un cartello deve trovare il modo di scoprire e prevenire il mancato rispetto dell'accordo. Le imprese trovano particolarmente utile che una terza parte, come per esempio il governo, si assuma questo ruolo. E in effetti questo è esattamente il ruolo giocato dal governo degli Stati Uniti nei confronti dei produttori giapponesi!

Secondo una stima le automobili giapponesi importate negli Stati Uniti costavano nel 1984 circa $2500 dollari in più di quanto sarebbero costate in assenza del VER. Per di più, i prezzi più elevati delle automobili importate consentivano ai produttori americani di vendere le loro automobili a circa $1000 in più di quanto avrebbero potuto fare altrimenti[5].

[5] Robert Crandall, "Import Quotas and the Automobile Industry: the Costs of Protectionism", *The Brookings Review*, estate 1984.

In conseguenza dei prezzi più elevati nel biennio 1985-86 i consumatori americani pagarono le automobili giapponesi circa 10 miliardi di dollari in più di quanto non avrebbero fatto altrimenti. Naturalmente questo denaro finì nelle tasche dei produttori giapponesi. A quanto pare la maggior parte di questi profitti addizionali venne investita nell'accrescimento di capacità produttiva, ciò che consentì ai produttori giapponesi di ridurre i costi di produzione di nuovi modelli negli anni successivi. Il VER ebbe successo nel salvare molti posti di lavoro in America; tuttavia, sembra che ciascun posto di lavoro salvato sia costato più di $160 000 l'anno.

Se lo scopo del VER era quello di rendere più solida l'industria automobilistica degli Stati Uniti, c'era un modo molto più semplice per ottenerlo: bastava imporre una tassa d'importazione di $2500 per ciascuna automobile giapponese. In questo modo il reddito generato dalla restrizione dell'offerta sarebbe andato al governo degli Stati Uniti, piuttosto che ai produttori giapponesi. Invece di spedire all'estero 10 miliardi di dollari nel biennio 1985-86, il governo avrebbe potuto investire quella somma per consolidare la struttura dell'industria americana.

27.12 Confronto tra le soluzioni

Abbiamo ora esaminato alcuni modelli di duopolio: leadership di quantità (Stackelberg), leadership di prezzo, determinazione simultanea delle quantità prodotte (Cournot), determinazione simultanea dei prezzi (Bertrand), collusione. Come possiamo confrontarli?

In genere, la collusione ha come risultato la minore quantità di output totale e il prezzo più elevato. L'equilibrio alla Bertrand (l'equilibrio concorrenziale) determina la maggiore quantità di output e il prezzo più basso. I risultati degli altri modelli si collocano fra questi due estremi.

Esiste d'altra parte una varietà di altri modelli. Per esempio, potremmo prendere in esame un modello con differenziazione dei prodotti in cui i due beni non fossero perfetti sostituti. Oppure potremmo esaminare un modello nel quale le imprese effettuano una sequenza di scelte in una serie di periodi successivi. In questo contesto, le scelte effettuate da un'impresa in un periodo influenzano le scelte dell'altra nel periodo successivo.

Abbiamo anche assunto che ciascuna impresa conoscesse la funzione di domanda e le funzioni di costo delle altre imprese presenti nell'industria. In realtà queste funzioni non possono essere conosciute con certezza. Quando formula le sue decisioni, ciascuna impresa deve stimare la domanda e i costi delle imprese rivali. Tutti questi aspetti sono stati elaborati dagli economisti, ma i modelli che ne risultano diventano molto più complessi.

Sommario

1. Un oligopolio è caratterizzato da un mercato in cui è presente un piccolo numero di imprese consapevoli della propria interdipendenza strategica. Esistono diversi mercati oligopolistici a seconda del tipo di interdipendenza.

2. Nel modello di leadership quantitativa (modello di Stackelberg) l'impresa leader sceglie un output che l'impresa follower deve accettare come dato. Nello stabilire il proprio livello di output, il leader tiene conto della reazione del follower.

3. Nel modello di leadership di prezzo, un'impresa fissa il prezzo e l'altra sceglie la quantità che intende offrire a quel prezzo. Anche in questo caso il leader deve tener conto del comportamento del follower nel momento in cui formula le sue decisioni.

4. Nel modello di Cournot ciascuna impresa sceglie la quantità di output che massimizza il suo profitto date le sue aspettative circa la scelta dell'altra impresa. In equilibrio le aspettative di ciascuna impresa sono confermate.

5. Un equilibrio di Cournot nel quale ogni impresa dispone di una piccola quota di mercato implica che il prezzo sia quasi uguale al costo marginale, cioè che l'industria sia quasi concorrenziale.

6. Nel modello di Bertrand ciascuna impresa determina il prezzo date le sue aspettative circa il prezzo che sceglierà l'altra. Il solo prezzo di equilibrio coincide con l'equilibrio concorrenziale.

7. In un cartello un certo numero di imprese collude per ridurre l'output e massimizzare il profitto dell'industria. Un cartello è intrinsecamente instabile, poiché ciascuna impresa è tentata di vendere una quantità di output maggiore di quella stabilita, se ritiene che le altre imprese non reagiranno.

Domande

1. Supponiamo che due imprese si trovino di fronte una curva di domanda lineare $p(Y) = a - bY$ e che abbiano costi marginali costanti c. Si determini l'output corrispondente all'equilibrio di Cournot.

2. Consideriamo un cartello in cui ciascuna impresa abbia costi marginali identici e costanti. Se il cartello massimizza il profitto totale dell'industria, come dovrà essere suddiviso l'output tra le imprese?

3. È possibile che l'impresa leader realizzi in corrispondenza dell'equilibrio di Stackelberg un profitto inferiore a quello che realizzerebbe nell'equilibrio di Cournot?

4. Supponiamo che vi siano n imprese identiche in equilibrio di Cournot. Si dimostri che l'elasticità della curva di domanda del mercato deve essere maggiore di $1/n$. (Suggerimento: nel caso di un monopolista, $n = 1$, il che significa che il monopolista produce in corrispondenza del tratto in cui la curva di domanda è elastica. Si applichi a questo problema il metodo usato per risolvere quel caso.)

5. Si disegni un insieme di curve di reazione che diano come risultato un equilibrio instabile.

6. Gli oligopoli producono un livello di output efficiente?

28

TEORIA DEI GIOCHI

Nel capitolo precedente abbiamo esaminato la teoria tradizionale dell'interazione strategica tra le imprese. Il problema, in realtà, è molto più complesso, e abbiamo visto fino ad ora solo la punta dell'iceberg. Gli agenti economici possono interagire strategicamente in vari modi, molti dei quali sono studiati dalla **teoria dei giochi**. La teoria dei giochi tratta in generale del problema dell'interazione strategica e può essere impiegata per studiare i giochi di società, i negoziati politici, o il comportamento economico. In questo capitolo esporremo in breve questo argomento affascinante. Cercheremo anche di dare un'idea delle sue possibili applicazioni allo studio del comportamento economico nei mercati oligopolistici.

28.1 Matrice payoff di un gioco

Anche se in generale si studia l'interazione strategica tra molti giocatori con molte strategie, ci limiteremo qui a considerare giochi a due persone e con un numero finito di strategie. Sarà perciò più semplice formulare la **matrice payoff**, o **matrice delle vincite**, del gioco. Conviene trattare questo problema con un esempio.

Supponiamo che due individui, A e B, giochino un semplice gioco: A scriverà su un foglio di carta una di queste due parole: "alto" o "basso". Contemporaneamente, B scriverà sul suo foglio "sinistra" o "destra". Fatto questo, si esamineranno i due fogli e ogni giocatore riceverà un premio (o pagherà una penale): il *payoff* indicato nella Tabella 28.1. Se A scrive "alto" e B "sinistra", esamineremo l'angolo in alto a sinistra della matrice. In questa matrice, il payoff di A è la prima cifra della prima casella, cioè 1, mentre il payoff di B corrisponde alla seconda cifra, e cioè 2. Analogamente, se A scrive "basso" e B "destra", il payoff di A sarà 1 e quello di B, 0.

A ha due strategie: può scegliere alto oppure basso. Queste strategie possono rappresentare scelte economiche, come "aumentare il prezzo" o "diminuire il prezzo", oppure scelte politiche come "dichiarare guerra" o "non dichiarare guerra". La matrice payoff di un gioco indica quali saranno i payoff di ciascun giocatore in corrispondenza di ciascuna combinazione di strategie.

Questo gioco, illustrato nella Tabella 28.1, ha una soluzione molto semplice. Dal punto di vista di A, sarà sempre più vantaggioso scegliere basso, poiché i payoff derivanti da questa scelta (2 o 1) sono in ogni caso maggiori di quelli derivanti dalla scelta alto (1 o 0). Analogamente, la scelta migliore per B sarà sempre sinistra, poiché 2 e 1 sono più grandi di 1 e 0. Dunque, ci aspettiamo che la strategia di equilibrio sia basso per A e sinistra per B.

È questo un caso di **strategia dominante.** Ogni giocatore dispone di una scelta strategica ottima, quale che sia la mossa dell'altro giocatore. Per qualunque scelta di B, A otterrà sempre il payoff più alto giocando basso, e quindi la sua scelta sarà sempre questa. E per qualunque scelta di A, B otterrà sempre un payoff più alto giocando sinistra. Queste scelte dominano le scelte alternative, e quindi vi è un equilibrio con strategie dominanti.

		Giocatore B	
		Sinistra	Destra
Giocatore A	Alto	1, 2	0, 1
	Basso	2, 1	1, 0

Tabella 28.1 **Una matrice payoff, o matrice delle vincite, di un gioco**

Se in un gioco vi è una strategia dominante per ciascun giocatore, questa dovrebbe verosimilmente coincidere con la soluzione di equilibrio. Infatti una strategia dominante è sempre la strategia migliore, indipendentemente dalla scelta dell'altro giocatore. Nell'esempio precedente, la soluzione di equilibrio dovrebbe verificarsi quando A sceglie basso, con un payoff di equilibrio 2, e B sceglie sinistra, con un payoff di equilibrio 1.

28.2 Equilibrio di Nash

Gli equilibri con strategia dominante sono assai graditi, quando si verificano, ma non sono molto frequenti. Per esempio, il gioco della Tabella 28.2 non ha un equilibrio con strategia dominante. In questo caso quando B sceglie sinistra, il payoff di A è 2 o 0, quando B sceglie destra il payoff di A è 0 o 1. Questo significa che quando B sceglie sinistra, A sceglierà alto, e quando B sceglie destra, A sceglierà basso. Quindi, la scelta ottima di A dipende da quello che egli ritiene farà B.

		Giocatore B	
		Sinistra	Destra
Giocatore A	Alto	2, 1	0, 0
	Basso	0, 0	1, 2

Tabella 28.2 **Un equilibrio di Nash**

In questo caso possiamo pensare che l'equilibrio con strategia dominante sia da parte nostra una pretesa eccessiva. Invece di esigere che la scelta di A sia ottima rispetto a *tutte* le scelte di B, ci possiamo accontentare che sia ottima in corrispondenza delle scelte *ottime* di B. Infatti, se B è un giocatore intelligente e ben informato, sceglierà solo le strategie ottime. (Anche se ciò che è ottimo per B dipende, a sua volta, dalla scelta di A!)

Si dirà che una coppia di strategie è un **equilibrio di Nash,** se la scelta di A è ottima, data la scelta di B, *e* la scelta di B è ottima, data la scelta di A[1]. Si ricordi che nessuno dei due, quando sceglie la sua strategia, sa quello che farà l'altro. Ma entrambi hanno una qualche aspettativa relativamente alla scelta dell'avversario. Un equilibrio di Nash può essere interpretato come una coppia di aspettative sulla scelta di ciascun giocatore tali che, anche quando la scelta dell'avversario fosse nota, nessuno dei due giocatori vorrebbe cambiare la propria.

Nel caso della Tabella 28.2, la strategia (alto, sinistra) corrisponde a un equilibrio di Nash. Per dimostrarlo si noti che se A sceglie alto la cosa migliore da fare per B sarà scegliere sinistra, poiché il payoff di B per questa scelta è 1, mentre se sceglie destra sarà 0. E, se B sceglie sinistra, la cosa migliore da fare per A è scegliere alto, perché il suo payoff sarà 2 invece di 0.

Quindi, se A sceglie alto, la scelta ottima per B è sinistra, e se B sceglie sinistra, la scelta ottima per A è alto. Questo è un equilibrio di Nash: ciascun giocatore compie la scelta ottima, *data* la scelta dell'altro giocatore.

L'equilibrio di Nash è una generalizzazione dell'equilibrio di Cournot, descritto nel capitolo precedente. In quel caso si dovevano scegliere i livelli dell'output, e ciascuna impresa sceglieva il proprio, considerando data la scelta dell'altra. Si

[1] John Nash è un matematico statunitense che elaborò, nel 1951, questo concetto fondamentale della teoria dei giochi. Nel 1994 è stato insignito del premio Nobel per l'economia, assieme ad altri due pionieri della teoria dei giochi, John Harsanyi e Reinhard Selten. Il film del 2002 *A Beautiful Mind*, vincitore dell'Oscar, è liberamente ispirato alla vita di John Nash.

supponeva che ciascuna impresa si comportasse in modo ottimale, assumendo che l'altra continuasse a produrre la quantità di output scelta — cioè che continuasse a seguire la strategia che aveva scelto. Si ha un equilibrio di Cournot quando ciascuna impresa massimizza il profitto, dato il comportamento dell'altra: questa è esattamente la definizione di un equilibrio di Nash.

Il concetto di equilibrio di Nash ha una sua logica, ma, sfortunatamente, presenta dei problemi. In primo luogo, un gioco può avere più di un equilibrio di Nash. In effetti, nella Tabella 28.2 le scelte (basso, destra) corrispondono anche a un altro equilibrio di Nash. Ciò può essere verificato con un ragionamento analogo a quello impiegato sopra, oppure semplicemente osservando che la struttura del gioco è simmetrica: i payoff di B, in uno dei due casi in discussione, sono uguali a quelli di A nell'altro, per cui la prova che (alto, sinistra) è un equilibrio, è anche la prova che (basso, destra) lo è.

Un secondo problema è che ci sono giochi in cui l'equilibrio di Nash, così come l'abbiamo descritto, non esiste. Si consideri, per esempio, il caso illustrato nella Tabella 28.3. Qui l'equilibrio di Nash non esiste. Se il giocatore A sceglie alto, il giocatore B sceglierà sinistra. Ma, se B sceglie sinistra, allora A sceglierà basso. Analogamente, se il giocatore A sceglie basso, il giocatore B sceglierà destra. Ma, se B gioca destra, allora A sceglierà alto.

		Giocatore B	
		Sinistra	Destra
Giocatore A	Alto	0, 0	0, −1
	Basso	1, 0	−1, 3

Tabella 28.3 **Un gioco senza equilibrio di Nash (caso di strategie pure)**

28.3 Strategie miste

Ampliando la definizione di strategia, è comunque possibile trovare un nuovo tipo di equilibrio di Nash anche per questo gioco. Abbiamo assunto che ciascun giocatore scelga la propria strategia una volta per tutte. Cioè, ogni giocatore attua la propria scelta e poi vi si attiene rigidamente. In questo caso, si parlerà di **strategia pura**.

Possiamo invece supporre che i giocatori possano rendere *stocastiche* le proprie strategie, cioè assegnare una probabilità a ciascuna scelta, e quindi attuare le proprie scelte secondo queste probabilità. Per esempio, A potrebbe scegliere di giocare per il 50 per cento del tempo alto e per l'altro 50 per cento basso, mentre B potrebbe fare la stessa cosa per sinistra e destra. Una strategia di questo tipo è detta **strategia mista**.

Se A e B seguono le strategie miste che abbiamo descritto — cioè giocano una delle loro scelte per metà del tempo a loro disposizione — avranno una probabilità di 1/4 di collocarsi in ciascuna delle quattro caselle della matrice payoff. Quindi il payoff medio di A sarà 0 e quello di B 1/2.

In una strategia mista, quindi, un equilibrio di Nash si riferisce alla soluzione in cui ciascun giocatore sceglie la frequenza ottima per le proprie strategie, date le frequenze scelte dall'altro giocatore.

Si può dimostrare che per il tipo di giochi studiati in questo capitolo esiste sempre un equilibrio di Nash nelle strategie miste. Per questo fatto e dato che, inoltre, questo concetto ha una validità intrinseca, esso costituisce una nozione di equilibrio molto utilizzata nella teoria dei giochi. Nell'esempio della Tabella 28.3 si può dimostrare che, se A gioca alto con probabilità 3/4 e basso con probabilità 1/4, e B gioca sinistra con probabilità 1/2 e destra con probabilità 1/2, si ottiene un equilibrio di Nash.

ESEMPIO: Sasso Carta Forbici

Mettiamo da parte per un momento la teoria e consideriamo un esempio reale: il famoso giochetto "sasso carta forbici". In questo gioco, ciascun giocatore sceglie simultaneamente se mostrare il pugno (sasso), il palmo della mano (carta) o l'indice e il medio (forbici). Le regole: il sasso rompe le forbici, le forbici tagliano la carta, la carta avvolge il sasso.

Nel corso degli anni, moltissimo tempo è stato dedicato a giocare a questo gioco. Esiste addirittura una società di professionisti, la Società RPS, che promuove il gioco con un sito web e un documentario sul campionato di Toronto del 2003.

Ovviamente, i teorici dei giochi sostengono che la strategia di equilibrio di questo gioco è scegliere in modo casuale una delle tre alternative. Ma gli esseri umani non sono sempre così bravi a operare scelte del tutto casuali. E se in qualche modo potessimo prevedere le scelte del nostro avversario, avremmo un margine di vantaggio nell'effettuare le nostre.

Secondo l'ironico articolo di Jennifer 8. Lee, la psicologia ha un ruolo determinante. In questo articolo, infatti, l'autrice scrive che "la maggior parte delle persone, quando viene colta di sorpresa, ha una mossa istintiva che ne riflette il carattere. "Carta", considerata una mossa sofisticata, addirittura passiva, è apparentemente la preferita dai tipi intellettuali e dai giornalisti".[2]

E qual è la mossa istintiva degli economisti? Probabilmente "forbici", dato che a noi piace ritagliare le forze essenziali che determinano il comportamento umano. Conviene dunque giocare "sasso" contro un economista? Forse, ma non c'è da fidarsi...

28.4 Il dilemma del prigioniero

Un altro problema dell'equilibrio di Nash è che esso non comporta necessariamente soluzioni Pareto-efficienti. Consideriamo, per esempio, il gioco illustrato nella

[2] Sì, "8" è davvero il suo secondo nome. "Rock, Paper, Scissors: High Drama in the Tournament Ring" è stato pubblicato sul *New York Times* il 5 settembre 2004.

Tabella 28.4, noto come **dilemma del prigioniero**. La formulazione originaria del gioco considera una situazione in cui due prigionieri complici in un delitto vengono interrogati in due stanze separate. Ciascuno di loro ha la possibilità di confessare, denunciando l'altro, oppure di negare la propria colpevolezza. Se un solo prigioniero confessasse, egli sarebbe libero, mentre l'altro sarebbe ritenuto colpevole e condannato a 6 mesi di prigione. Se entrambi negassero la propria colpevolezza, sarebbero condannati entrambi a 1 mese, e a 3 mesi se tutti e due confessassero. La matrice payoff di questo gioco è rappresentata nella Tabella 28.4. I numeri in ciascuna casella rappresentano l'utilità assegnata dai giocatori ai vari periodi di detenzione, che, per semplicità, facciamo corrispondere all'opposto della loro durata.

		Giocatore B	
		Confessare	Negare
Giocatore A	Confessare	−3, −3	0, −6
	Negare	−6, 0	−1, −1

Tabella 28.4 **Il dilemma del prigioniero**

Se voi foste il giocatore A e il giocatore B decidesse di negare di aver commesso il delitto, allora a voi converrebbe confessare, perché in questo modo otterreste la libertà. Analogamente, se B confessa, anche voi fareste meglio a confessare, poiché la condanna sarebbe in questo caso di 3 mesi invece che di 6. Quindi, *qualsiasi cosa* faccia B, ad A conviene confessare.

Lo stesso ragionamento vale per B: anche a lui conviene confessare. Quindi, l'unico equilibrio di Nash in questo gioco corrisponde alla scelta di confessare per entrambi i giocatori. In questo caso la loro scelta costituirebbe non solo un equilibrio di Nash, ma anche un equilibrio con strategia dominante, poiché ciascun giocatore ha a disposizione la stessa scelta ottima, indipendentemente dalla scelta dell'avversario.

Ma se solo potessero restare uniti, ne sarebbero avvantaggiati entrambi! Se fossero entrambi certi che l'altro nega, e potessero accordarsi per negare tutti e due, ciascuno otterrebbe un payoff −1, che aumenterebbe la soddisfazione di entrambi. La strategia (negare, negare) è Pareto-efficiente — non vi è un'altra scelta strategica che possa aumentare la soddisfazione di entrambi i giocatori — mentre la strategia (confessare, confessare) non lo è.

Il problema per i due prigionieri è che non possono coordinare le loro azioni. Se ognuno potesse fidarsi dell'altro, potrebbero guadagnarci entrambi.

Il dilemma del prigioniero trova applicazione in un'ampia gamma di fenomeni economici e politici. Consideriamo, per esempio, il problema del controllo degli armamenti. La strategia "confessare" corrisponderà a "installare un nuovo missile" e la strategia "negare" corrisponderà a "non installarlo". Si noti la logica dei payoff. Se il mio nemico installa i suoi missili, anch'io farò la stessa cosa, anche se la miglior strategia per entrambi sarebbe accordarsi per non installarne alcuno. Ma se non si trova il modo di sottoscrivere un accordo vincolante, ciascuno di noi finirà per installare il nuovo missile, e tutti e due peggioreremo la nostra situazione.

Un altro esempio significativo è il problema costituito dalla violazione dei patti che regolano un cartello. In questo caso "confessare" corrisponde a "produrre una quantità di output superiore alla quota consentita" e "negare" significa "attenersi alla quota assegnata". Se riteniamo che l'altra impresa si atterrà alla quota stabilita, sarà vantaggioso produrre una quantità superiore a quella assegnata a noi, se invece riteniamo che l'altra impresa produrrà di più, allora ci sentiremo giustificati a comportarci in modo analogo!

Il dilemma del prigioniero ha provocato numerosi dibattiti per stabilire quale sia il modo "corretto" di giocare o, più precisamente, quale sia un modo ragionevole di giocare a questo gioco. Sembra che la risposta dipenda dal fatto che il gioco possa essere giocato una sola volta, oppure venir ripetuto per un numero indefinito di volte.

Se il gioco è giocato una sola volta, la strategia ragionevole sembra essere quella di tradire — nel nostro esempio, confessare. Dopo tutto, quale che sia la scelta dell'altro, saremo noi a trarne vantaggio, e non c'è modo per influire sul suo comportamento.

28.5 Giochi ripetuti

Nel paragrafo precedente, i giocatori si incontravano un'unica volta e giocavano una sola volta il gioco del dilemma del prigioniero. La situazione cambia se il gioco è giocato ripetutamente dagli stessi giocatori. In questo caso vi sono nuove possibilità strategiche per ciascun giocatore. Se l'avversario sceglie di tradire in una tornata (o round), voi potete tradire nella successiva. E quindi il vostro avversario può essere "punito" per il suo "cattivo" comportamento. In un gioco ripetuto, ciascun giocatore ha la possibilità di crearsi la reputazione di individuo che coopera, incoraggiando così l'altro a comportarsi nello stesso modo.

L'attuabilità di questa strategia dipende dal fatto che il gioco venga giocato un numero *fisso* oppure un numero *indefinito* di volte.

Esaminiamo il primo caso: i giocatori sanno che il gioco sarà giocato 10 volte. Quale sarà il risultato? Consideriamo il decimo round, che è anche l'ultimo. In questo caso, ciascun giocatore sceglierà probabilmente l'equilibrio con strategia dominante, cioè tradirà. Dopo tutto, giocare per l'ultima volta è come giocare una volta sola.

Consideriamo ora il nono round. Abbiamo appena concluso che entrambi i giocatori tradiranno al decimo. E allora, perché cooperare al nono? Se cooperiamo, l'altro potrebbe benissimo tradire ora, approfittando del nostro buon cuore. Tutti e due i giocatori ragionano allo stesso modo, e quindi tradiscono entrambi.

Consideriamo l'ottavo round. Se l'altro giocatore ha intenzione di tradire al nono round allora... e così via. Se il gioco è costituito da un numero conosciuto e fisso di round, ciascun giocatore tradirà a ogni tornata. Se non si riesce ad attuare la cooperazione nell'ultima partita, non si riuscirà a farlo né nella penultima né in nessun'altra.

I giocatori cooperano perché sperano che cooperare produca in futuro ulteriore cooperazione. Ma questo significa che deve sempre esistere la possibilità di giocare ancora. Poiché l'ultimo round non ne prevede altri, nessun giocatore coopererà. Ma, allora, perché si dovrebbe cooperare nella penultima partita? O nella terzultima? E così via — la soluzione di cooperazione si "dipana", a partire dalla fine, in un dilemma del prigioniero con un numero noto e fisso di tornate.

Ma se lo stesso gioco è ripetuto un numero indefinito di volte, allora *esiste* il modo di influire sul comportamento dell'avversario: se un giocatore rifiuta di cooperare ora, l'altro rifiuterà di cooperare la volta successiva. Finché entrambi si preoccupano dei payoff futuri, la minaccia di non cooperare può costituire una strategia sufficiente per convincere i partecipanti ad adottare una strategia Pareto-efficiente.

Ciò è stato dimostrato in modo convincente da un esperimento condotto da Robert Axelrod[3]. Il professor Axelrod chiese a decine di esperti di teoria dei giochi di proporre le loro strategie preferite per la soluzione del dilemma del prigioniero, e impostò poi un "torneo" su calcolatore opponendo queste strategie le une alle altre. Ogni strategia avrebbe giocato contro tutte le altre e il calcolatore avrebbe conteggiato i payoff totali.

La strategia vincente — quella con il payoff totale più alto — risultò essere quella più semplice, chiamata "colpo su colpo". Funziona in questo modo: nella prima tornata si coopera — si gioca la strategia "negare". Nelle partite successive, si coopera se l'avversario ha cooperato nella tornata precedente. Se ha tradito, tradiremo a nostra volta. In altre parole, ci si comporta come si è comportato l'avversario nella tornata precedente, e non occorre fare altro.

La strategia del "colpo su colpo" è molto efficace, perché il tradimento viene immediatamente punito. Questa strategia è anche "leale": infatti l'avversario viene punito per il suo tradimento una sola volta. Se questi torna a cooperare, la strategia del "colpo su colpo" lo ricompenserà con la cooperazione dell'altro giocatore. Tale meccanismo consente di ottenere un risultato efficiente nel caso di un dilemma del prigioniero giocato un numero indefinito di volte.

28.6 Il mantenimento di un cartello

Nel Capitolo 27 abbiamo studiato il comportamento di duopolisti impegnati in un gioco di determinazione dei prezzi. Abbiamo sostenuto che se ciascun duopolista può scegliere il proprio prezzo, l'equilibrio che ne risulta sarà concorrenziale. Se ciascuna impresa ritiene che l'altra manterrà invariato il proprio prezzo, ciascuna riterrà più redditizio praticare un prezzo più basso dell'altra. Questa decisione risulterebbe inattuabile solo nel caso in cui ciascuna impresa imponesse il prezzo più

[3] Robert Axelrod è uno studioso di scienze politiche della University of Michigan. Per una trattazione più approfondita si veda il suo libro *The Evolution of Cooperation*, tr. it. *Giochi di reciprocità. L'insorgenza della cooperazione*, Milano, Feltrinelli, 1985.

basso possibile, che, nel caso esaminato, era zero, poiché i costi marginali erano zero. Nei termini introdotti in questo capitolo, ogni impresa che pratica un prezzo nullo si trova in un equilibrio di Nash nelle strategie di prezzo — corrispondente all'equilibrio di Bertrand del Capitolo 27.

La matrice payoff del gioco di duopolio con strategie di prezzo presenta la stessa struttura del dilemma del prigioniero. Se ciascuna impresa fissa un prezzo elevato, entrambe realizzeranno elevati profitti. Questa è la situazione in cui entrambe cooperano per mantenere la soluzione di monopolio. Ma, se un'impresa impone un prezzo elevato, all'altra converrà abbassare leggermente il proprio e conquistare così il mercato dell'avversario, realizzando un profitto più elevato. Ma se entrambe le imprese diminuiscono i prezzi, esse realizzeranno profitti minori. Quale che sia il prezzo praticato da un'impresa, all'altra converrà sempre ridurre leggermente il proprio. Si avrà un equilibrio di Nash quando entrambe le imprese praticheranno il prezzo più basso possibile.

Comunque, ripetendo il gioco un numero indefinito di volte, gli esiti possono anche essere diversi. Supponiamo di scegliere la strategia del "colpo su colpo". Se la controparte riduce il prezzo questa settimana, noi abbasseremo il nostro la prossima. Se ogni giocatore sa che l'altro applica questa strategia, ciascuno esiterà a ridurre il *proprio* prezzo, e scatenare così la guerra. La minaccia implicita nella strategia del "colpo su colpo" fa sì che le imprese mantengano prezzi elevati.

Si è affermato che, nella realtà, i cartelli cercano a volte di applicare queste strategie. Robert Porter ha descritto un caso di questo tipo in un recente saggio[4]. Il Joint Executive Committee era un famoso cartello che fissava, alla fine del 1800, i prezzi dei noli ferroviari negli Stati Uniti. Questo cartello si era formato prima che entrassero in vigore le norme anti-trust, ed era quindi, a quel tempo, perfettamente legale.

Il cartello fissava la quota di mercato spettante a ciascuna impresa ferroviaria per le merci trasportate su rotaia. Ogni impresa fissava in modo indipendente il prezzo dei propri noli e il JEC registrava il volume delle spedizioni di ciascuna impresa. Comunque, negli anni 1881, 1884 e 1885, alcune imprese del cartello espressero ripetutamente l'opinione che altre avessero abbassato i noli in modo da aumentare la loro quota di mercato, nonostante gli accordi lo vietassero. In questi periodi si verificarono spesso delle guerre di prezzo: quando un'impresa cercava di rompere i patti, le altre la "punivano" abbassando a loro volta i prezzi. La strategia del "colpo su colpo", apparentemente, riuscì a far rispettare per un certo periodo gli accordi di cartello.

ESEMPIO: La strategia "colpo su colpo" nelle politiche di prezzo delle compagnie aeree

La strategia "colpo su colpo" è impiegata comunemente negli oligopoli del mondo reale. Le politiche di prezzo delle compagnie aeree offrono un interessante esempio

[4] Robert Porter, "A Study of Cartel Stability: the Joint Executive Committee, 1880-1886", *The Bell Journal of Economics*, 14, 2, 301-25.

		Giocatore B: Sinistra	Giocatore B: Destra
Giocatore A	Alto	1,9	1,9
	Basso	0,0	2,1

Tabella 28.5 **La matrice payoff di un gioco sequenziale**

in proposito. Spesso le compagnie aeree offrono speciali tariffe promozionali, e molti osservatori dell'industria del trasporto aereo sostengono che queste promozioni possono servire come un modo per segnalare ai concorrenti di non ridurre i prezzi su alcuni percorsi chiave. Un direttore del marketing di una importante compagnia aerea degli Stati Uniti ha descritto un caso in cui una compagnia, la Northwest, aveva ridotto le tariffe sui collegamenti notturni tra Minneapolis e varie città della costa occidentale. La Continental Airlines interpretò questa mossa come un tentativo di acquisire a sue spese una maggiore quota di mercato, e rispose applicando a *tutti* i voli da Minneapolis le riduzioni praticate dalla Northwest sui voli notturni. La Continental aveva però stabilito che questa riduzione delle tariffe sarebbe durata solo qualche giorno.

La Northwest interpretò questa politica come un segnale da parte della Continental che quest'ultima non intendeva mettersi seriamente in concorrenza in questo mercato, ma voleva semplicemente che la Northwest abbandonasse le tariffe ridotte sui voli notturni. La Northwest, al contrario, scelse di mandare un messaggio alla compagnia concorrente, e istituì un sistema di tariffe ridotte sui voli in partenza da Houston, la città sede della Continental! La Northwest segnalò in questo modo che riteneva giustificate le riduzioni sulle tariffe, e che la risposta della Continental era inadeguata.

Tutte queste offerte speciali avevano un periodo di validità estremamente ridotto, e ciò sembra indicare che fossero intese più come un messaggio ai concorrenti che come un tentativo di acquisire una maggiore quota di mercato. Come spiegò un analista del settore, le tariffe che una compagnia in realtà non intende offrire "hanno quasi sempre una data di scadenza, nella speranza che i concorrenti alla fine si sveglino e le propongano anche loro".

La regola implicita della concorrenza nei duopoli del trasporto aereo sembra quindi la seguente: se l'altra impresa mantiene alti i suoi prezzi, anch'io manterrò alti i miei; ma se l'altra impresa riduce i suoi prezzi, io risponderò colpo su colpo e come risposta ridurrò i miei. In altre parole, entrambe le imprese seguono la "regola aurea": fai agli altri quello che vorresti che gli altri facessero a te. Questa minaccia di ritorsione fa sì che i prezzi vengano mantenuti alti[5].

[5] I fatti sono presi da A. Nomani, "Fare Warning: How Airlines Trade Price Plans", *Wall Street Journal*, 9 ottobre 1990, B1.

28.7 Giochi sequenziali

Fino ad ora abbiamo considerato giochi in cui entrambi i giocatori agiscono simultaneamente. Ma, in molte situazioni, uno dei giocatori ha la prima mossa e l'altro deve rispondere. Il modello di Stackelberg, presentato nel Capitolo 27, è un esempio di una situazione di questo tipo, in cui uno dei giocatori è leader e l'altro follower.

Descriviamo il gioco. Nella prima partita il giocatore A può scegliere "alto" o "basso". Il giocatore B osserva la mossa di A e poi sceglie "sinistra" o "destra". I payoff sono illustrati nella matrice della Tabella 28.5.

Si noti che, quando il gioco ha questa forma, esistono due equilibri di Nash: (alto, sinistra) e (basso, destra). Tuttavia, si dimostrerà più avanti che uno di questi equilibri non è in effetti plausibile. La matrice payoff nasconde il fatto che un giocatore conosce già, prima di effettuare la propria scelta, quella del suo avversario. Perciò sarà più utile far uso di un diagramma che descriva la natura asimmetrica del gioco.

La Tabella 28.6 descrive il gioco nella sua **forma estesa**, cioè evidenziando gli schemi temporali delle scelte. Prima il giocatore A deve scegliere "alto" o "basso" e successivamente B deve scegliere "sinistra" o "destra". Ma quando B sceglie, conosce già la scelta di A.

Per analizzare il gioco occorre cominciare dalla fine e andare a ritroso. Supponiamo che A abbia già fatto la sua scelta, e di trovarci su uno dei rami dell'albero del gioco. Se A ha scelto alto, allora, quale che sia la scelta di B, il payoff è (1, 9). Ma se il giocatore A ha scelto basso, la scelta ragionevole per B è destra, e il payoff è (2, 1).

Consideriamo ora la scelta iniziale di A. Se sceglie alto, il risultato sarà (1, 9), e quindi il suo payoff sarà 1. Ma se sceglie basso, il payoff è 2. Per lui è quindi conveniente scegliere basso. Le scelte di equilibrio di questo gioco saranno allora (basso, destra), e quindi il payoff di A sarà 2 e quello di B sarà 1.

Le strategie (alto, sinistra) in questo gioco sequenziale non danno luogo a un equilibrio plausibile, se si considera l'ordine in cui i giocatori effettivamente scelgono. È vero che se A scegliesse alto, B potrebbe scegliere sinistra — ma per A scegliere alto sarebbe una vera sciocchezza.

Dal punto di vista di B, la scelta basso di A non è favorevole, perché il suo payoff sarà 1 invece che 9! Come potrebbe rimediare?

B potrebbe *minacciare* di giocare sinistra se A gioca basso. Se A ritiene che B metterà in atto la sua minaccia, questo dovrebbe indurlo a scegliere alto, perché in questo caso otterrebbe 1, mentre scegliere basso — assumendo che B metta in atto la sua minaccia — gli darebbe solo 0.

Ma è credibile questa minaccia? Dopo tutto, quando A ha scelto, non c'è più niente da fare. Il giocatore B può ottenere 0 o 1, e potrebbe anche scegliere di ottenere 1. A meno che non riesca a convincere A che può attuare la sua minaccia, anche se questo gli costa, B dovrà adattarsi al payoff più basso.

Il problema di B è che, una volta che A ha scelto, questi si aspetta che la scelta di B sia ragionevole. Per B sarebbe meglio potersi *impegnare* a giocare sempre sinistra se A gioca basso.

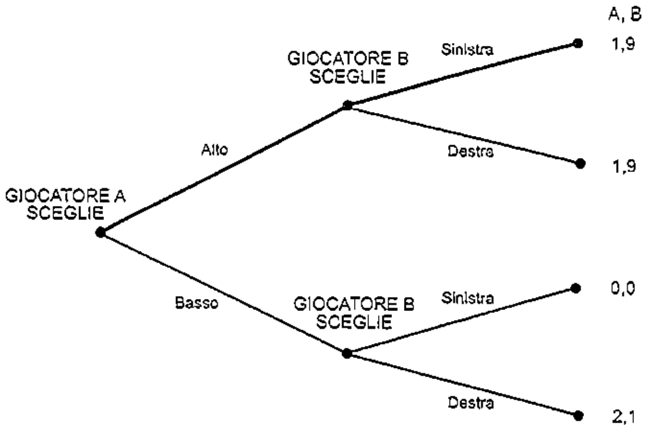


Figura 28.1 **Un gioco in forma estesa.** Questo modo di descrivere un gioco indica l'ordine in cui i giocatori muovono.

Un modo per impegnarsi in tal senso è quello di consentire a qualcun altro di scegliere al suo posto. Per esempio, B potrebbe assumere un avvocato e chiedergli di giocare sinistra se A gioca basso. Se A conosce queste istruzioni, la situazione, dal suo punto di vista, muta radicalmente. Se conosce le istruzioni che B ha dato al suo avvocato, sa anche che giocando basso il suo payoff sarà 0. Quindi, la scelta ragionevole per lui sarà alto. In questo caso è B che si è avvantaggiato *limitando* le proprie scelte.

28.8 Un gioco di deterrenza all'entrata

Nell'analisi dell'oligopolio abbiamo assunto che il numero delle imprese presenti in un'industria fosse fisso, ma, in molti casi, l'entrata è invece possibile, anche se, naturalmente, è nell'interesse delle imprese già presenti tentare di impedirla. Le imprese già presenti nell'industria possono muovere per prime e hanno il vantaggio di scegliere il modo con cui escludere gli avversari.

Si supponga, per esempio, che un monopolista si trovi ad affrontare una minaccia di entrata da parte di un'altra impresa. La nuova impresa decide se entrare o no nel mercato, e quella già presente decide se reagire abbassando il prezzo. Se la nuova impresa decide di rimanere fuori, il suo payoff è 1, mentre quello dell'impresa già presente è 9.

Se la nuova impresa decide di entrare, il suo payoff dipende dalla possibilità che l'altra la contrasti. Se l'impresa già presente reagisce, è probabile che il payoff di entrambi i giocatori sia 0, mentre, se essa decide di non reagire, il suo payoff sarà 1 e quello dell'entrante 2.

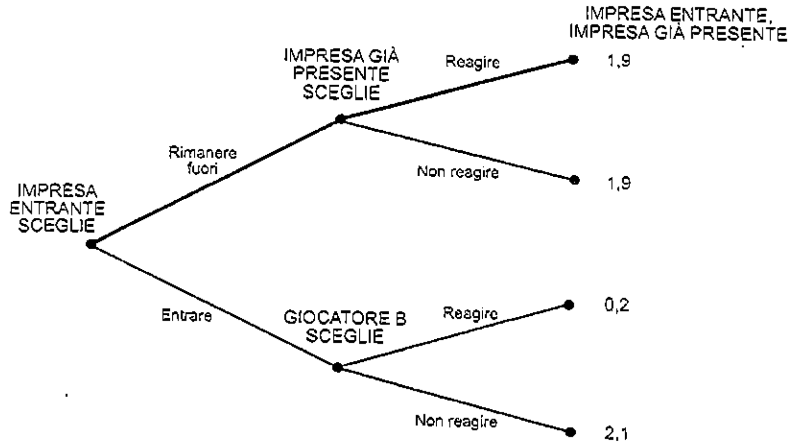


Figura 28.2 **Un nuovo gioco di deterrenza all'entrata.** La figura illustra il gioco di deterrenza all'entrata con i nuovi payoff.

Si noti che questa è la stessa struttura del gioco sequenziale studiato in precedenza, ed è quindi identica a quella rappresentata nella Tabella 28.6. L'impresa che è già nel mercato è il giocatore B, mentre l'entrante potenziale è A. La strategia "alto" corrisponde a "rimanere fuori" e la strategia "basso" a "entrare". "Sinistra" corrisponde a "reagire" e "destra" a "non reagire". Come abbiamo già visto, in questo gioco il risultato di equilibrio corrisponde alla scelta "entrare" e alla scelta "*non* reagire".

Il problema dell'impresa già presente consiste nel fatto che essa non può impegnarsi anticipatamente a reagire nel caso che l'altra entri. Se la nuova impresa entra, il danno è fatto, e l'unica cosa ragionevole che l'impresa già sul mercato può fare è vivere e lasciar vivere. Nella misura in cui l'entrante potenziale è consapevole di questo, considererà vana qualsiasi minaccia.

Ma supponiamo ora che l'impresa già presente nell'industria possa acquistare capacità produttiva addizionale, che le consenta di produrre una quantità maggiore di output allo stesso costo marginale. Naturalmente, se l'impresa resta un monopolista non si servirà mai di questa capacità, dato che produce già la quantità di output che massimizza il profitto di monopolio.

Ma, se l'altra impresa entra, il monopolista sarà in grado di produrre una quantità così elevata da poter contrastare l'entrante con molto più successo. Investendo nella capacità addizionale, il monopolista abbasserà i costi che dovrebbe sostenere per contrastare l'altra impresa. Assumiamo che, se il monopolista si procura questa capacità addizionale e se sceglie di reagire, il suo profitto sarà 2. Questo fa sì che l'albero del gioco abbia la forma rappresentata nella Tabella 28.7.

Ora, a causa di questa aumentata capacità, la minaccia di una reazione efficace risulterà credibile. Se la nuova impresa entra nel mercato, il payoff del monopolista sarà 2, se la contrasta, e 1 se non lo fa: quindi sceglierà razionalmente di reagire. Il payoff della nuova impresa sarà 0 se entra e 1 se sta fuori, e quindi le converrà stare fuori.

Ma questo significa che l'impresa già presente nell'industria rimarrà sempre un monopolista e non utilizzerà mai la sua capacità aggiuntiva! Ciò nonostante, al monopolista conviene disporre di questa capacità per rendere credibile la sua *minaccia*. Investendo in un "eccesso" di capacità produttive il monopolista ha segnalato all'entrante potenziale che sarà in grado di difendere con successo il proprio mercato.

Sommario

1. Un gioco può essere descritto indicando il payoff di ciascun giocatore derivante da ogni configurazione delle scelte strategiche adottate.

2. Un equilibrio con strategia dominante corrisponde a un insieme di scelte tali che le scelte di ciascun giocatore sono ottime *indipendentemente* da quelle dell'avversario.

3. Un equilibrio di Nash consiste in un insieme di scelte tali che le scelte di ciascun giocatore risultano ottime date quelle degli altri giocatori.

4. Il dilemma del prigioniero è un gioco in cui la soluzione Pareto-efficiente è dominata strategicamente da un risultato inefficiente.

5. Se un dilemma del prigioniero viene ripetuto un numero indefinito di volte, è possibile che, da un'impostazione razionale del gioco, possa derivare un risultato Pareto-efficiente.

6. In un gioco sequenziale, è rilevante lo schema temporale delle scelte. In tali giochi, può esser spesso vantaggioso impegnarsi anticipatamente a osservare una determinata condotta.

Domande

1. Consideriamo un gioco ripetuto del dilemma del prigioniero nel quale entrambi i giocatori impiegano la strategia "colpo su colpo". Supponiamo che uno dei due giocatori commetta un errore e non cooperi mentre in effetti intendeva cooperare. Se entrambi i giocatori continuano ad impiegare la stessa strategia, che cosa succede?

2. Gli equilibri con strategie dominanti sono sempre equilibri di Nash? E gli equilibri di Nash, sono sempre equilibri con strategie dominanti?

3. Supponiamo che l'avversario *non* giochi la strategia corrispondente all'equilibrio di Nash. La giochereste voi?

4. Abbiamo detto che il gioco del dilemma del prigioniero a un solo round consente una strategia dominante corrispondente a un equilibrio di Nash che non è Pareto-efficiente. Supponiamo di lasciare i due prigionieri liberi di attuare rappresaglie alla fine del loro periodo di detenzione. Da un punto di vista formale, un'azione di questo tipo su quale aspetto del gioco si ripercuoterebbe? Ne potrebbe derivare un risultato Pareto-efficiente?

5. Qual è la strategia dominante corrispondente a un equilibrio di Nash in un gioco ripetuto del dilemma del prigioniero, nel caso in cui i giocatori sappiano che il gioco terminerà dopo un milione di round? Se si dovesse effettuare un esperimento con veri giocatori, secondo voi i giocatori impiegheranno questa strategia?

6. Supponiamo che nel gioco sequenziale descritto in questo capitolo la prima mossa spetti a B invece che ad A. Si rappresenti la forma estesa di questo nuovo gioco. Quale sarà l'equilibrio sequenziale di questo gioco? Il giocatore B preferirà muovere per primo o per secondo?

29

APPLICAZIONI DELLA TEORIA DEI GIOCHI

Nel capitolo precedente abbiamo introdotto alcuni concetti fondamentali della teoria dei giochi, illustrandoli con vari esempi. Esamineremo ora quattro importanti elementi di questa teoria — cooperazione, competizione, coesistenza e assunzione di un impegno (*commitment*) — e vedremo che ruolo essi svolgono in diverse forme di interazione strategica.

A questo scopo, svilupperemo innanzitutto un importante strumento analitico, la **curva di risposta ottimale** (best response curve), che può essere impiegato per determinare le soluzioni di equilibrio nei giochi.

29.1 Curve di risposta ottimale

Consideriamo un gioco a due giocatori e mettiamoci nella posizione di uno dei due. Per ogni scelta dell'avversario, la nostra **risposta ottimale** è la scelta che massimizza il nostro payoff. Se esistono diverse scelte che massimizzano il nostro payoff, allora la nostra risposta ottimale è l'insieme di tutte queste scelte.

Consideriamo ad esempio il gioco rappresentato nella Tabella 29.1, che abbiamo già utilizzato per illustrare il concetto di equilibrio di Nash. Se il giocatore Colonna sceglie "sinistra", la risposta migliore del giocatore Riga è scegliere "alto"; se Colonna sceglie "destra", la risposta migliore di Riga è scegliere "basso". Analogamente, le risposte ottimali di Colonna consistono nello scegliere "sinistra" in risposta a "alto" e "destra" in risposta a "basso".

		Colonna	
		Sinistra	Destra
Riga	Alto	2, 1	0, 0
	Basso	0, 0	1, 2

Tabella 29.1 **Un semplice gioco**

Riassumiamo il tutto in una tabella:

Scelta Colonna:	Sinistra	Destra
Risposta ottimale Riga:	Alto	Basso
Scelta Riga:	Alto	Basso
Risposta ottimale Colonna:	Sinistra	Destra

Notiamo che se Colonna pensa che Riga sceglierà alto, preferirà giocare sinistra, e se Riga pensa che Colonna sceglierà sinistra, preferirà giocare alto. Perciò le due scelte (alto, sinistra) sono reciprocamente compatibili nel senso che ciascun giocatore risponde in modo ottimale alla scelta dell'avversario.

Consideriamo un gioco a due giocatori in cui Riga ha a disposizione le scelte $r_1, \ldots, r_R$ e Colonna ha a disposizione le scelte $c_1, \ldots, c_C$. Per qualsiasi scelta r di Riga, indichiamo con $b_c(r)$ la risposta ottimale di Colonna, e per qualsiasi scelta c di Colonna indichiamo con $b_r(c)$ la risposta ottimale di Riga. Un **equilibrio di Nash** consiste in questo caso in una coppia di strategie (r^*, c^*) tali che

$$c^* = b_c(r^*)$$

$$r^* = b_r(c^*).$$

Il concetto di equilibrio di Nash formalizza l'idea di "compatibilità reciproca". Se Riga si aspetta che Colonna scelga sinistra, allora sceglierà di giocare alto e se Colonna si aspetta che Riga giochi alto, allora sceglierà di giocare sinistra. Quindi, in un equilibrio di Nash, le *aspettative* e le *azioni* dei giocatori sono reciprocamente compatibili.

Notiamo che in alcuni casi uno dei due giocatori può essere indifferente fra diverse risposte ottimali. Per questo ci limiteremo a richiedere che c^* sia *una* delle risposte ottimali di Colonna e r^* *una* delle risposte ottimali di Riga. Nel caso in cui esista un'unica risposta ottimale per ogni scelta dell'avversario, potremo allora rappresentare le *curve* di risposta ottimale come *funzioni* di risposta ottimale.

Da questo modo di considerare il concetto di equilibrio di Nash appare chiaro che esso è semplicemente una generalizzazione dell'equilibrio di Cournot descritto nel Capitolo 27. Nel modello di Cournot, la variabile di scelta è la quantità di output prodotta, che è una variabile continua. L'equilibrio di Cournot ha la proprietà che ciascuna impresa massimizza il proprio profitto, data la scelta dell'altra impresa.

L'equilibrio di Bertrand, anch'esso descritto nel Capitolo 27, è un equilibrio di Nash nelle strategie di prezzo. In questo caso, ciascuna impresa sceglie il prezzo che massimizza il proprio profitto, data la propria aspettativa sulle scelte dell'altra impresa.

Questi esempi mostrano come la curva di risposta ottimale generalizzi i modelli precedenti e consenta di determinare in modo relativamente semplice un equilibrio di Nash. Queste caratteristiche rendono le curve di risposta ottimale uno strumento molto utile per determinare una soluzione di equilibrio di un gioco.

29.2 Strategie miste

Impieghiamo ora le curve di risposta ottimale per analizzare il gioco illustrato nella Tabella 29.2.

		Sig.ra Colonna: Sinistra	Sig.ra Colonna: Destra
Sig. Riga	Alto	2, 1	0, 0
	Basso	0, 0	1, 2

Tabella 29.2 **Soluzione di equilibrio di Nash**

Poiché vogliamo cercare le soluzioni di equilibrio sia nelle strategie miste che nelle strategie pure, indichiamo con r la probabilità che Riga scelga alto e con $(1-r)$ la probabilità che scelga basso. Analogamente, indichiamo con c la probabilità che Colonna scelga sinistra e con $(1-c)$ la probabilità che scelga destra. Si ha una strategia pura quando r e c sono uguali a 0 o 1.

Calcoliamo il payoff atteso di Riga nel caso egli scelga la probabilità r di giocare alto e Colonna scelga la probabilità c di giocare sinistra. Vediamolo nella tavola che segue:

Combinazione	Probabilità	Payoff di Riga
Alto, Sinistra	rc	2
Basso, Sinistra	$(1-r)c$	0
Alto, Destra	$r(1-c)$	0
Basso, Destra	$(1-r)(1-c)$	1

Per calcolare il payoff atteso di Riga, sommiamo i suoi payoff (terza colonna) pesando ciascuno di essi con la probabilità che si verifichi (seconda colonna). Otteniamo quindi

$$\text{Payoff di Riga} = 2rc + (1-r)(1-c),$$

che trasformiamo in

$$\text{Payoff di Riga} = 2rc + 1 - r - c + rc.$$

Supponiamo ora che Riga consideri di aumentare r di Δr. Come varierà il suo payoff?

$$\begin{aligned}\Delta\text{Payoff di Riga} &= 2c\Delta r - \Delta r + c\Delta r\\ &= (3c-1)\Delta r.\end{aligned}$$

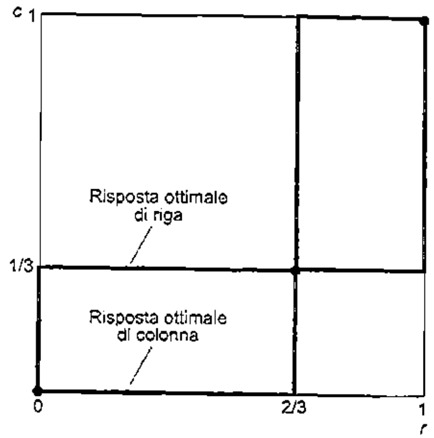


Figura 29.1 **Curve di risposta ottimale.** Le due curve rappresentano la risposta ottimale di Riga e Colonna alle scelte del rispettivo avversario. Le intersezioni delle curve sono equilibri di Nash. In questo caso ci sono tre equilibri, due in strategie pure e uno in strategie miste.

Questa espressione sarà positiva quando $3c > 1$ e negativa quando $3c < 1$. Perciò, Riga vorrà aumentare r ogni qual volta $c > 1/3$, diminuire r quando $c < 1/3$ e sarà soddisfatto di qualsiasi valore $0 \le r \le 1$ quando $c = 1/3$.

Analogamente, il payoff di Colonna è dato da

$$\text{Payoff di Colonna} = cr + 2(1-c)(1-r).$$

Il payoff di Colonna varierà quando c varia di Δc conformemente a

$$\begin{aligned}\Delta \text{Payoff di Colonna} &= r\Delta c + 2r\Delta c - 2\Delta c \\ &= (3r-2)\Delta c.\end{aligned}$$

Quindi Colonna vorrà aumentare c ogni qual volta $r > 2/3$, diminuire c quando $r < 2/3$ e sarà soddisfatto di qualsiasi valore $0 \leq c \leq 1$ quando $r = 2/3$.

Possiamo utilizzare queste informazioni per tracciare le curve di risposta ottimale. Iniziamo da Riga. Se Colonna sceglie $c = 0$, Riga preferirà valori di r quanto più piccoli possibile e quindi la risposta ottimale a $c = 0$ sarà $r = 0$. Questa scelta continuerà a essere la risposta ottimale fino a che $c = 1/3$, nel qual caso *qualsiasi* valore di r tra 0 e 1 è una risposta ottimale. Per ogni $c > 1/3$, la risposta ottimale di Riga è $r = 1$.

Queste curve sono illustrate nella Figura 29.1. È facile vedere che esse si intersecano nei tre punti $(0, 0)$, $(2/3, 1/3)$, e $(1, 1)$, che corrispondono ai tre equilibri di Nash di questo gioco. Due di queste strategie sono strategie pure, una è una strategia mista.

29.3 Giochi di coordinamento

Utilizzando gli strumenti introdotti nel paragrafo precedente possiamo ora esaminare una prima classe di giochi, i **giochi di coordinamento**, in cui i payoff dei giocatori sono più alti quando essi sono in grado di coordinare le loro strategie. Il problema consiste, in pratica, nell'individuare meccanismi che consentano il coordinamento delle scelte.

La battaglia dei sessi

L'esempio classico di gioco di coordinamento è la cosiddetta battaglia dei sessi. In questo gioco, un ragazzo e una ragazza vogliono incontrarsi in un cinema, ma non sono riusciti a mettersi d'accordo su quale. Sfortunatamente, hanno dimenticato i telefoni cellulari per cui non hanno modo di coordinare le loro azioni. A ciascuno di loro non resta altro da fare che indovinare quale film vorrebbe vedere l'altro.

Il ragazzo vuole vedere un film d'azione mentre la ragazza preferirebbe un film d'essai, ma entrambi preferiscono vedere lo stesso film piuttosto che non incontrarsi affatto. I payoff corrispondenti a queste preferenze sono rappresentati nella Tabella 29.3.

Notiamo la proprietà che caratterizza i giochi di coordinamento: i payoff sono più alti quando i giocatori coordinano le loro azioni piuttosto che quando non le coordinano.

Quali sono gli equilibri di Nash di questo gioco? Fortunatamente, questo è esattamente l'esempio che abbiamo utilizzato nella sezione precedente per illustrare le curve di risposta ottimale. Abbiamo già visto che ci sono tre equilibri: entrambi scelgono il film d'azione, entrambi scelgono il film d'essai o ciascuno sceglie il suo film preferito con probabilità 2/3.

		Ragazza	
		Film d'azione	Film d'essai
Ragazzo	Film d'azione	2, 1	0, 0
	Film d'essai	0, 0	1, 2

Tabella 29.3 **La battaglia dei sessi**

Dato che tutti e tre sono equilibri possibili, è difficile dire cosa succederà solo in base a questa descrizione. Generalmente, per risolvere il problema, dovremo considerare altri aspetti esterni alla descrizione formale del gioco. Supponiamo, ad esempio, che il cinema d'essai sia una destinazione più comoda per uno dei due giocatori. Allora, entrambi potrebbero ragionevolmente ritenerla la scelta di equilibrio.

Quando i giocatori hanno buone ragioni di ritenere che uno degli equilibri sia più "naturale" degli altri, questo verrà chiamato **punto focale** del gioco.

Il dilemma del prigioniero

Anche il dilemma del prigioniero, che abbiamo già ampiamente discusso nel precedente capitolo, è un esempio di gioco di coordinamento. Ricordiamo la storia: due prigionieri possono confessare, denunciando di conseguenza l'altro, oppure negare di aver commesso il crimine. I payoff relativi sono illustrati nella Tabella 29.4.

La caratteristica più rilevante del dilemma del prigioniero è che confessare è una strategia dominante, anche se coordinarsi (entrambi scelgono di negare) è una strategia decisamente superiore in termini di payoff totali. Il coordinamento permetterebbe ai prigionieri di scegliere il payoff migliore, ma il problema è che è difficile fare in modo che ciò accada in un gioco che si svolge una sola volta.

Una possibilità è allargare il gioco aggiungendo nuove scelte. Nel capitolo precedente abbiamo visto che un gioco del dilemma del prigioniero, ripetuto un numero infinito di volte, potrebbe raggiungere l'esito cooperativo attraverso strategie quali quella "colpo su colpo", nella quale i giocatori premiano la cooperazione e puniscono la mancata cooperazione per mezzo delle loro azioni future. La scelta delle strategie, in questo caso, deve anche tener conto che rifiutarsi di cooperare oggi può dar luogo a una punizione più pesante in futuro.

Un altro modo di "risolvere" il dilemma del prigioniero consiste nel prevedere la possibilità di contrattazione. Ad esempio, entrambi i giocatori potrebbero firmare un contratto in cui dichiarano che si atterranno alla strategia cooperativa. Se uno dei due viene meno all'accordo, dovrà pagare una multa o comunque venire punito. I contratti sono molto utili per ottenere ogni sorta di esito, ma dipendono dall'esistenza

		Giocatore B	
		Confessare	Negare
Giocatore A	Confessare	$-3, -3$	$0, -6$
	Negare	$-6, 0$	$-1, -1$

Tabella 29.4 **Il dilemma del prigioniero**

di un sistema legale che li renda vincolanti. Ciò ha senso per le trattative commerciali ma non è un'assunzione appropriata in altri contesti, come ad esempio i giochi militari o i negoziati internazionali.

Giochi di garanzia

Consideriamo la corsa agli armamenti di USA e URSS negli anni '50, nella quale ciascun paese poteva costruire missili nucleari oppure astenersi dal farlo. I payoff di queste strategie potrebbero somigliare a quelli illustrati nella Tabella 29.5. L'esito migliore per entrambe le parti è che nessuno costruisca missili, che dà un payoff (4, 4). Tuttavia, se uno dei due non li costruisce e l'altro sì, il payoff sarà pari a 3 per chi li costruisce e a 1 per chi ha scelto di non costruirli. Nel caso in cui entrambi decidano di costruire missili, il payoff sarà (2, 2).

È facile vedere che ci sono due equilibri di Nash in strategie pure (non costruire, non costruire) e (costruire, costruire). Tuttavia, (non costruire, non costruire) è la migliore per entrambe le parti. Il problema è che nessuno dei due giocatori conosce la scelta che l'altro farà. Prima di impegnarsi a non costruire, ciascuna delle parti vuole avere una *garanzia* che anche l'altra non costruirà.

Un modo per ottenere questa garanzia è che uno dei due giocatori muova per primo, ad esempio permettendo un'ispezione. Si noti che questa può essere una scelta unilaterale, almeno fintanto che il giocatore anticipa i payoff del gioco. Se un giocatore dichiara che non sta costruendo missili nucleari e fornisce all'avversario prove sufficienti della sua scelta, può stare certo che anche l'avversario non li costruirà.

Chicken

L'ultimo esempio di giochi di coordinamento si basa su un gioco tra due guidatori di automobile, reso popolare da alcuni film. Due ragazzi partono dalle estremità opposte di una strada e si dirigono in linea retta l'uno verso l'altro. Il primo che sterza e cambia direzione è un "coniglio".[1] Se nessuno sterza e cambia direzione,

[1] In inglese la parola *chicken*, che letteralmente significa pollo, viene usata figurativamente per indicare una persona paurosa o vigliacca, mentre in italiano si associa comunemente a questo secondo significato un altro animale, il coniglio [N.d.T.].

		URSS	
		Non costruire	Costruire
USA	Non costruire	4, 4	1, 3
	Costruire	3, 1	2, 2

Tabella 29.5 **Corsa agli armamenti**

i due si scontreranno. Alcuni dei possibili payoff sono illustrati nella Tabella 29.6.

Ci sono due equilibri di Nash in strategie pure, (Riga sterza, Colonna guida diritto) e (Colonna sterza, Riga guida diritto). Colonna preferisce il primo equilibrio e Riga il secondo. In ogni caso, ciascun equilibrio è migliore di uno scontro frontale. Si noti la differenza tra questo gioco e il gioco di garanzia. In quel caso, entrambi i giocatori stavano meglio se sceglievano la stessa strategia (costruire o non costruire) piuttosto che strategie diverse. Qui, entrambi i giocatori stanno peggio se scelgono la stessa strategia piuttosto che strategie diverse (guidare diritto o sterzare).

Ciascun giocatore sa che se riesce a impegnarsi nel guidare diritto, l'altro si ritirerà vigliaccamente. Ma ovviamente, ciascun giocatore sa bene che sarebbe folle scontrarsi con l'altro. Quindi, in che modo può uno dei due giocatori imporre la sua soluzione di equilibrio preferita?

Una strategia molto importante è vincolarsi a una scelta. Supponiamo che Riga fissi ostentatamente un blocco al volante sulla sua auto prima di partire. Colonna, vedendo che Riga non potrà far altro se non andare diritto, sceglierà di sterzare. Naturalmente, se entrambi i giocatori fissassero un blocco al volante, il risultato sarebbe disastroso!

Come coordinarsi

Se partecipiamo a un gioco di coordinamento, potremmo voler cooperare con l'avversario per ottenere una soluzione di equilibrio che piaccia a entrambi (gioco di garanzia), oppure cooperare per raggiungere una soluzione di equilibrio che piaccia a uno dei due (battaglia dei sessi), o ancora scegliere una strategia che non sia di equilibrio (dilemma del prigioniero), o infine effettuare una scelta che porti all'esito che preferiamo (*chicken*).

Per quanto riguarda il gioco di garanzia, la battaglia dei sessi e il gioco *chicken*, l'obiettivo può essere raggiunto quando un giocatore muove per primo e si vincola a una determinata scelta. L'altro giocatore può quindi osservare tale scelta e rispondere di conseguenza. Nel caso del dilemma del prigioniero, questa strategia non funziona: se un giocatore sceglie di non confessare è nell'interesse dell'altro farlo. I modi migliori per "risolvere" il gioco del prigioniero sono la ripetizione e la contrattazione, piuttosto che le mosse sequenziali.

		Colonna	
		Sterzare	Guidare diritto
Riga	Sterzare	0, 0	−1, 1
	Guidare diritto	1, −1	−2, −2

Tabella 29.6 **Chicken**

29.4 Giochi competitivi

La competizione è l'esatto opposto del coordinamento. È il caso dei **giochi a somma zero**, chiamati così perché i guadagni di un giocatore sono uguali alle perdite del suo avversario.

La maggior parte degli sport sono effettivamente giochi a somma zero: un punto assegnato a una squadra equivale a un punto perso dall'altra. A volte la competizione diventa selvaggia proprio perché gli interessi dei giocatori sono diametralmente opposti. Illustriamo ora un gioco a somma zero prendendo ad esempio il calcio. Il giocatore Riga sta per calciare un rigore mentre il giocatore Colonna sta difendendo la porta. Riga può calciare a destra o a sinistra; Colonna può scegliere di tuffarsi a destra o a sinistra per deviare il tiro.

		Colonna	
		Tuffarsi a sinistra	Tuffarsi a destra
Riga	Calciare a sinistra	50, −50	80, −80
	Calciare a destra	90, −90	20, −20

Tabella 29.7 **Il calcio di rigore**

Esprimeremo i payoff di queste strategie in termini di punti attesi. Ovviamente, Riga avrà successo se Colonna si tuffa sul lato sbagliato. D'altro canto, il gioco potrebbe non essere perfettamente simmetrico poiché Riga potrebbe essere più bravo nei tiri in una delle direzioni e Colonna potrebbe essere più bravo a parare su uno dei lati.

Supponiamo che Riga segni l'80 per cento delle volte se tira a sinistra e Colonna si tuffa a destra, ma solo il 50 per cento delle volte se Colonna si tuffa a sinistra. Se

Riga calcia a destra, supponiamo che segni il 90 per cento delle volte se Colonna si tuffa a sinistra e il 20 per cento delle volte se Colonna si tuffa a destra. I payoff di questo esempio sono illustrati nella Tabella 29.7.

Si noti che i payoff di ciascuna casella, sommati, danno zero, e questo sta ad indicare che i giocatori hanno obiettivi diametralmente opposti. Riga vuole massimizzare i propri payoff attesi, e così anche Colonna — il che significa che vuole minimizzare i payoff di Riga.

Ovviamente, se Colonna conoscesse la direzione in cui Riga tira, avrebbe un notevole vantaggio. Riga, consapevole di ciò, cercherà di fare in modo che Colonna debba tirare a indovinare. In particolare, calcerà a volte nella direzione in cui è più forte e a volte in quella in cui è più debole. Vale a dire, sceglierà una **strategia mista.**

Se Riga tira a sinistra con probabilità p, il suo payoff atteso sarà pari a $50p + 90(1-p)$ quando Colonna si tuffa a sinistra e di $80p + 20(1-p)$ quando Colonna si tuffa a destra. Riga vorrà fare in modo che questo payoff risulti più elevato possibile e Colonna che sia minore possibile.

Ad esempio, supponiamo che Riga decida di calciare a sinistra la metà delle volte. Se Colonna si tuffa a sinistra, il payoff atteso di Riga sarà pari a $50 \times 1/2 + 90 \times 1/2 = 70$, e se Colonna si tuffa a destra sarà pari a $80 \times 1/2 + 20 \times 1/2 = 50$.

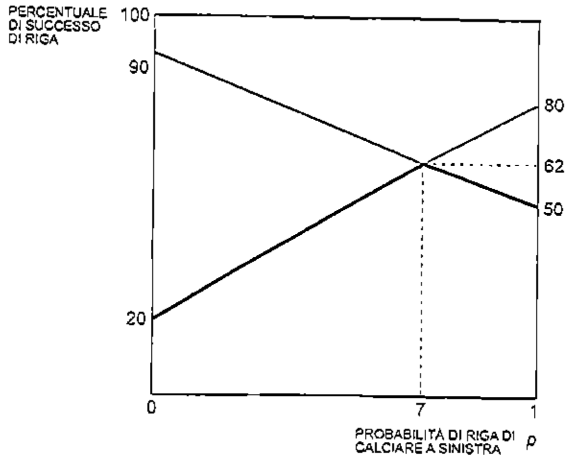


Figura 29.2 **Strategia di Riga.** Le due rette mostrano il payoff atteso di Riga come funzione di p, la probabilità che egli calci a sinistra. Per qualsiasi valore di p egli scelga, Colonna cercherà di minimizzare i payoff di Riga.

Naturalmente, anche Colonna potrebbe seguire lo stesso ragionamento. Se Colonna si aspetta che Riga calci a sinistra metà delle volte, allora Colonna si tufferà a destra, poiché questa scelta permetterebbe di minimizzare i payoff attesi di Riga (massimizzando in questo modo i payoff attesi di Colonna).

Nella Figura 29.2 vengono illustrati i payoff attesi di Riga per diverse scelte di p. Questo richiede semplicemente di tracciare il grafico delle due funzioni $50p + 90(1-p)$ e $80p + 20(1-p)$. Poiché si tratta di funzioni lineari di p, otterremo due rette.

Riga è cosciente del fatto che Colonna vorrà sempre minimizzare i suoi payoff. Perciò, per qualsiasi valore di p, il payoff migliore in cui può sperare è il *minimo* dei payoff corrispondenti alle due strategie, come indicato dai segmenti di retta evidenziati nella Figura 29.2.

In quale punto si verifica il massimo di questi payoff minimi? Evidentemente, si verifica in corrispondenza del picco della linea evidenziata, ovvero nel punto in cui le due rette si intersecano. Possiamo determinare algebricamente questo valore risolvendo

$$50p + 90(1-p) = 80p + 20(1-p)$$

per p. Si verifica facilmente che la soluzione è $p = 0,7$.

Quindi, se Riga tira a sinistra il 70 per cento delle volte e Colonna risponde in modo ottimale, il payoff atteso di Riga sarà pari a $50 \times 0,7 + 90 \times 0,3 = 62$.

E Colonna? Possiamo analizzare allo stesso modo le sue scelte. Supponiamo che Colonna decida di tuffarsi a sinistra con probabilità q e di tuffarsi a destra con probabilità $(1-q)$. Allora il payoff atteso di Riga sarà pari a $50q + 80(1-q)$ se Colonna si tuffa a sinistra e $90q + 20(1-q)$ se Colonna si tuffa a destra. Per qualsiasi valore di q, Colonna vorrà *minimizzare* il payoff di Riga. Ma Colonna sa che Riga vuole *massimizzare* lo stesso payoff.

Perciò, se Colonna sceglie di tuffarsi a sinistra con probabilità $1/2$, sa che il payoff atteso di Riga sarà pari a $50 \times 1/2 + 80 \times 1/2 = 65$ se egli calcia a sinistra e a $90 \times 1/2 + 20 \times 1/2 = 55$ se calcia a destra. In questo caso, ovviamente, Riga sceglierà di tirare a sinistra.

Possiamo rappresentare i due payoff nella Figura 29.3, simile al diagramma precedente. Dal punto di vista di Colonna, sono rilevanti i due segmenti che corrispondono al payoff massimo, poiché riflettono la scelta ottima di Riga per ogni scelta di q. Per questo motivo li abbiamo evidenziati nel grafico. Proprio come prima, possiamo trovare il valore di q ottimale per Colonna — il punto in cui il payoff massimo di Riga viene minimizzato. Questo succede quando

$$50q + 80(1-q) = 90q + 20(1-q),$$

il che implica che $q = 0,6$.

Abbiamo quindi determinato le strategie di equilibrio per ciascuno dei due giocatori. Riga dovrebbe calciare a sinistra con probabilità 0,7 e Colonna dovrebbe

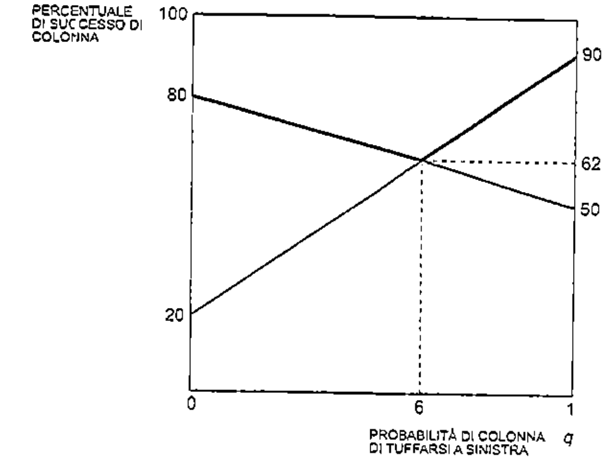


Figura 29.3 **Strategia di colonna.** Le due rette mostrano il payoff atteso di Riga come funzione di q, la probabilità che Colonna si tuffi a sinistra. Per qualsiasi valore di q scelto da Colonna, Riga cercherà di massimizzare i propri payoff.

tuffarsi a sinistra con probabilità 0,6. Questi valori sono stati scelti in modo che i payoff di Riga e Colonna restino gli stessi, quale che sia la scelta dell'altro giocatore, dato che li abbiamo ricavati uguagliando i payoff risultanti dalle due strategie a disposizione dell'avversario.

Quindi, se Riga sceglie un valore pari a 0,7, per Colonna è indifferente tuffarsi a sinistra o a destra, o, per questo motivo, tuffarsi a sinistra con qualsiasi probabilità q. In particolare, Colonna è perfettamente soddisfatto di tuffarsi a sinistra con probabilità 0,6.

Analogamente, se Colonna si tuffa a sinistra con probabilità 0,6, allora Riga è indifferente tra calciare a sinistra, calciare a destra, o qualsiasi combinazione delle due scelte. In particolare, egli è perfettamente soddisfatto di calciare a sinistra con probabilità 0,7. Perciò, queste strategie rappresentano un equilibrio di Nash: la scelta di ciascun giocatore è quella ottima, date le scelte dell'altro.

In equilibrio, Riga segna il 62 per cento delle volte e fallisce il 38 per cento delle volte. Questo è il meglio che può fare, se l'altro giocatore risponde in modo ottimale.

E se Colonna rispondesse in modo non ottimale? Riga potrebbe fare di meglio? Per rispondere a questa domanda, possiamo utilizzare le curve di risposta ottimale introdotte all'inizio del capitolo. Abbiamo già visto che quando p è minore di 0,7, Colonna preferirà tuffarsi a sinistra, e quando p è maggiore di $0,7$, Colonna preferirà tuffarsi a destra. Analogamente, quando q è minore di $0,6$, Riga preferirà calciare a sinistra e quando q è maggiore di $0,6$, Riga preferirà calciare a destra.

Nella Figura 29.4 sono illustrate le curve di risposta ottimale. Si noti che esse si intersecano nel punto in cui $p = 0,7$ e $q = 0,6$. Il bello delle curve di risposta ottimale è che dicono a ciascun giocatore qual è la cosa migliore da fare in risposta a qualsiasi scelta effettuata dall'altro, sia essa ottimale o meno. L'unica scelta che rappresenta la risposta ottimale a una scelta ottimale è il punto in cui le due rette si intersecano — l'equilibrio di Nash.

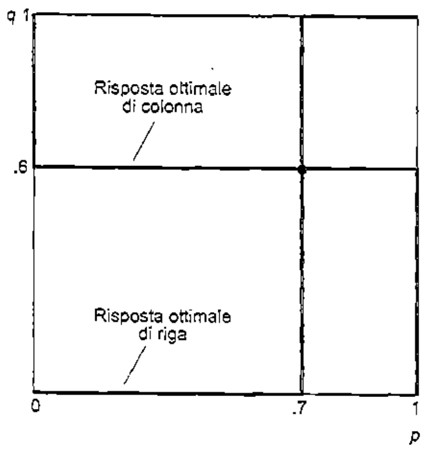


Figura 29.4 **Curve di risposta ottimale.** La figura rappresenta le curve di risposta ottimale di Riga e Colonna come funzione di p, la probabilità che Riga calci a sinistra, e di q, la probabilità che Colonna si tuffi a sinistra.

29.5 Giochi di coesistenza

Nel paragrafo precedente abbiamo interpretato le strategie miste come combinazioni di scelte effettuate dai giocatori in base a delle probabilità. Nel gioco dei calci di rigore, se la strategia di Riga è giocare sinistra con probabilità $0,7$ e destra con probabilità $0,3$, allora possiamo pensare che egli "combinerà" le due scelte e giocherà sinistra il 70 per cento delle volte e destra il 30 per cento delle volte.

Ma esiste anche un'altra interpretazione. Supponiamo che calciatori e portieri siano accoppiati in modo casuale e che il 70 per cento dei calciatori tiri sempre a sinistra e il 30 per cento tiri sempre a destra. Questo caso, dal punto di vista del portiere, è identico a quello in cui affronta un unico calciatore che combini destra e sinistra con quelle probabilità.

Anche se questa interpretazione non è particolarmente adeguata al gioco del calcio, è invece molto ragionevole per spiegare il comportamento animale. L'idea di fondo è che varie tipologie di comportamento siano programmate geneticamente e che all'interno delle popolazioni vengano selezionate le combinazioni stabili nel contesto evolutivo. Negli ultimi anni, i biologi hanno adottato la teoria dei giochi come un indispensabile strumento analitico per studiare il comportamento animale. L'esempio più classico di interazione tra animali è il gioco **falco-colomba**. Non si tratta di un gioco fra falchi e colombe (che avrebbe un esito alquanto scontato), ma piuttosto di un gioco all'interno di una stessa specie che manifesta due tipi di comportamento differenti.

Pensiamo per esempio ai cani randagi. Quando due cani si trovano di fronte a del cibo, devono decidere se combattere o dividerlo fra loro. Combattere è una strategia da falco: uno vince e l'altro perde. Dividere il cibo è una strategia da colomba: funziona se anche l'altro giocatore si comporta da colomba, ma se invece si comporta da falco, l'offerta di dividerlo verrà rifiutata e il giocatore-colomba resterà a bocca asciutta. Nella Tabella 29.8 sono rappresentati alcuni possibili payoff.

		Colonna	
		Falco	Colomba
Riga	Falco	$-2, -2$	$4, 0$
	Colomba	$0, 4$	$2, 2$

Tabella 29.8 **Gioco falco-colomba**

Se entrambi i cani si comportano da colomba, il risultato sarà $(2, 2)$. Se uno dei due si comporta da falco e l'altro da colomba, il giocatore-falco vince tutto. Ma se entrambi si comportano da falchi, finiranno molto male tutti e due.

Naturalmente non può esserci equilibrio se tutti e due si comportano da falchi, poiché se uno dei cani si comportasse da colomba, il suo risultato sarebbe 0 anziché -2. E se tutti i cani si comportassero da colomba, a qualcuno converrebbe cambiare strategia e diventare falco. Perciò, in una soluzione di equilibrio, dovrà esserci una qualche combinazione di colombe e falchi. Che tipo di combinazione ci possiamo aspettare?

Supponiamo che la frazione di popolazione che si comporta da falco sia p. Allora, un falco incontrerà un altro falco con probabilità p e incontrerà una colomba con probabilità $1-p$. Il payoff atteso dei falchi sarà

$$F = -2p + 4(1-p).$$

Il payoff atteso delle colombe sarà

$$C = 2(1-p).$$

Supponiamo che i cani che esibiscono il comportamento con il payoff più elevato si riproducano più rapidamente, trasmettendo la tendenza a comportarsi da falco ai discendenti. Perciò se $F > C$, vedremo aumentare la frazione dei falchi, e se $F < C$, vedremo aumentare la frazione delle colombe. L'unico modo perché la popolazione si trovi in una situazione di equilibrio è che i payoff dei due tipi siano gli stessi. Questo richiede

$$F = -2p + 4(1-p) = 2(1-p) = C,$$

la cui soluzione è $p = 1/2$.

Abbiamo visto che un rapporto fra falchi e colombe di 50 a 50 è un equilibrio. È in qualche senso stabile? Nella Figura 29.5 rappresentiamo i payoff di falco e colomba come funzione di p, la frazione di popolazione che si comporta da falco. Si noti che quando $p > 1/2$, il payoff dei falchi è minore di quello delle colombe, quindi ci aspettiamo di vedere le colombe riprodursi più rapidamente, riportandoci al rapporto di equilibrio di 50 a 50. Analogamente, quando $p < 1/2$, il payoff dei falchi è maggiore di quello delle colombe, portando i falchi a riprodursi più velocemente.

Tutto ciò dimostra che $p = 1/2$ non solo è un equilibrio, ma è anche un equilibrio stabile in un contesto evolutivo. Tali considerazioni sono riassunte nel concetto di **strategia evolutivamente stabile** o **ESS.**[2]

È da sottolineare come una ESS risulti essere un equilibrio di Nash, nonostante derivi da considerazioni completamente diverse.

Il concetto di equilibrio di Nash è stato sviluppato per spiegare il comportamento di individui razionali e con capacità di calcolo, ognuno dei quali mira a individuare la strategia migliore in risposta alla strategia migliore che l'avversario potrebbe scegliere. Il concetto di ESS serve invece a costruire un modello del comportamento animale in un contesto evolutivo, in cui le strategie con payoff maggiori corrispondono al successo riproduttivo. Ma gli equilibri nelle strategie evolutivamente stabili sono anche equilibri di Nash, e questo fornisce un ulteriore motivo per cui tale concetto è così importante nella teoria dei giochi.

[2] Cfr. John Maynard Smith, *Evolution and the Theory of Games*, (Cambridge University Press, 1982).

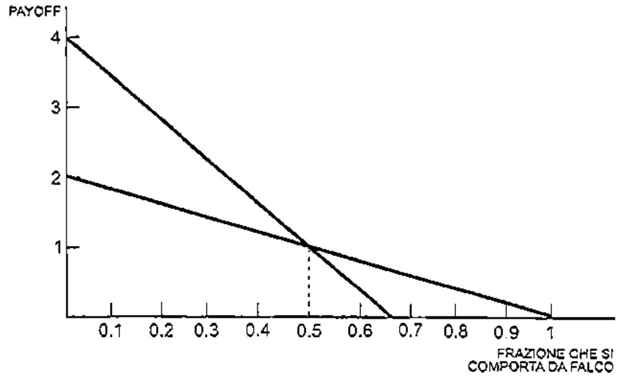


Figura 29.5 **Payoff nel gioco falco-colomba.** La retta grigia rappresenta il payoff del giocatore-falco: la retta nera il payoff del giocatore-colomba. Quando $p > 1/2$, il payoff del falco è minore di quello della colomba e viceversa, e questo dimostra che l'equilibrio è stabile.

29.6 Giochi con assunzione di impegno

Negli esempi precedenti abbiamo esaminato giochi cooperativi e giochi competitivi con **mosse simultanee**. Ciascun giocatore doveva fare la propria scelta senza conoscere la scelta che avrebbe fatto (o aveva già fatto) il suo avversario. In effetti, i giochi di coordinamento o quelli competitivi possono diventare piuttosto banali quando un giocatore conosce le scelte dell'altro.

In questo paragrafo sposteremo la nostra attenzione sui giochi che prevedono **mosse sequenziali**. In giochi di questo tipo emerge un importante aspetto strategico, l'**assunzione di un impegno** (*commitment*). Per capire che ruolo svolga, riprendiamo il gioco *chicken* illustrato in precedenza. In quel caso, abbiamo visto che se uno dei due giocatori riesce a vincolarsi alla scelta di guidare diritto, l'avversario sceglie in modo ottimale di sterzare. In un gioco di garanzia, l'esito sarebbe migliore per entrambi se uno dei due potesse muovere prima dell'altro.

Si noti che la scelta alla quale ci si impegna deve essere irreversibile e osservabile dall'altro giocatore. L'irreversibilità fa parte dell'impegno, mentre l'osservabilità è cruciale per convincere l'altro giocatore a modificare il suo comportamento.

La rana e lo scorpione

Cominciamo dalla favola della rana e dello scorpione. Una rana e uno scorpione si trovano sulla riva del fiume, e stanno pensando a una soluzione per attraversarlo. "So come fare" dice lo scorpione, "io salgo sul tuo dorso e tu attraversi il fiume a nuoto". La rana dice: "E cosa succede se mi pungi col tuo pungiglione?" Lo scorpione risponde: "Perché mai dovrei pungerti? Così moriremmo entrambi".

La rana lo trova convincente, così lo scorpione le sale sul dorso e iniziano ad attraversare il fiume. A metà strada, nel punto in cui il fiume è più profondo, lo scorpione punge la rana. La rana, contorcendosi dal dolore, grida: "Perché l'hai fatto? Ora moriremo entrambi!" "Ahimè" dice lo scorpione mentre sta affogando "questa è la mia natura".

Rivediamo ora questa favola dal punto di vista della teoria dei giochi. Nella Figura 29.6 è illustrato un gioco sequenziale i cui payoff sono coerenti con quelli della nostra storia. Partiamo dal ramo più basso del grafico. Se la rana rifiuta l'opzione dello scorpione, il payoff sarà nullo per entrambi. Esaminando il ramo successivo, notiamo che se la rana trasporta lo scorpione, questa avrà un'utilità pari a 5, perché ha fatto una buona azione, e lo scorpione avrà un payoff pari a 3, per essere riuscito ad attraversare il fiume. Nel ramo in cui la rana viene punta, il suo payoff sarà pari a −10, mentre quello dello scorpione, che rappresenta la sua soddisfazione per aver seguito il suo istinto naturale, sarà uguale a 5.

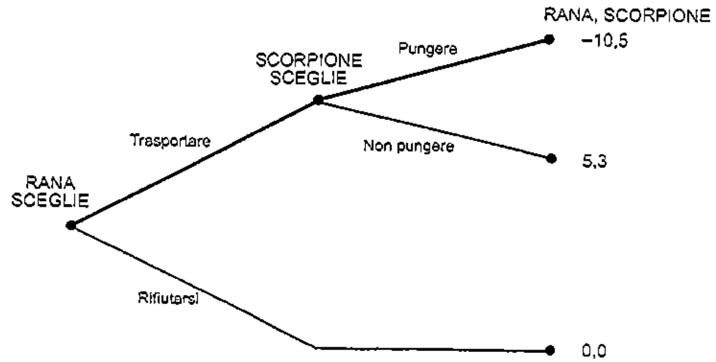


Figura 29.6 **La rana e lo scorpione.** Se la rana decide di trasportare lo scorpione, lo scorpione sceglierà di pungerla ed entrambi moriranno.

La cosa migliore è partire dall'ultima mossa del gioco: la scelta da parte dello scorpione se pungere o no. Pungere ha un payoff più elevato per lo scorpione perché "fa parte della sua natura". Perciò la rana, razionalmente, dovrebbe scegliere di non trasportarlo. Sfortunatamente per lei, la rana non capisce i payoff dello scorpione, e, a quanto pare, pensa che siano come quelli rappresentati nella Figura 29.7. Purtroppo, questo errore sarà fatale alla rana.

Una rana intelligente troverebbe un modo per far sì che lo scorpione si impegni a non pungere. Potrebbe, ad esempio, legargli la coda. Oppure potrebbe assoldare una rana-killer che si rivarrebbe sulla famiglia dello scorpione. Qualsiasi strategia sceglierà, l'elemento critico per la rana consiste nel modificare i payoff dello scorpione rendendo il pungere più costoso e il non farlo più vantaggioso.

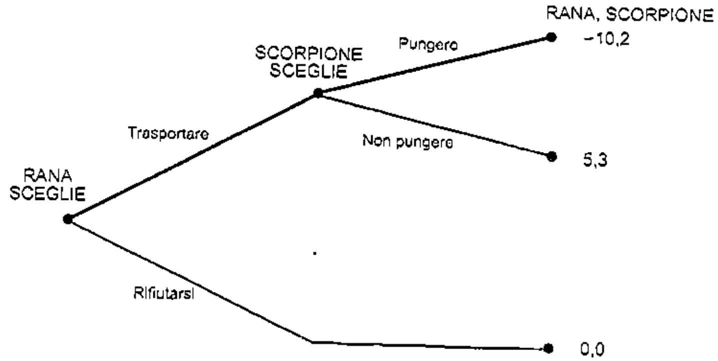


Figura 29.7 **La rana e lo scorpione.** Con questi payoff, se la rana decide di trasportare lo scorpione, questo sceglierà di non pungerla, e entrambi attraverseranno il fiume sani e salvi.

Il rapitore gentile

I rapimenti con richiesta di riscatto sono un vero e proprio business in alcuni paesi del mondo. Si stima che in Colombia si verifichino più di 2000 rapimenti all'anno. Nell'ex Unione Sovietica, i rapimenti sono passati da 5 nel 1992 a 105 nel 1999. Molte delle vittime sono uomini d'affari occidentali.

Alcuni paesi, come l'Italia, hanno leggi che impediscono il pagamento di riscatti. Il ragionamento è che se i familiari della vittima o i proprietari dell'impresa per cui lavora la possibile vittima si impegnano a non pagare il riscatto, allora i rapitori non avranno motivo di rapirla.

Il problema è che, se il sequestro ha luogo, la famiglia della vittima ovviamente preferirà pagare i rapitori, anche se ciò è illegale. Perciò le sanzioni previste per il pagamento di un riscatto non risultano poi così efficaci come strumento per costringere a mantenere un impegno.

Supponiamo che dei rapitori catturino un ostaggio e poi scoprano che non possono essere pagati. Dovrebbero rilasciare l'ostaggio? Quest'ultimo, naturalmente, promette di non rivelare l'identità dei rapitori. Ma manterrà la sua promessa? Una volta liberato, non è incentivato a farlo — mentre ha tutti gli incentivi per cercare di punire i suoi rapitori. Anche se questi volessero liberarlo, non possono farlo per paura di venire identificati.

Nella Figura 29.8 sono rappresentati alcuni possibili payoff. Il rapitore si sentirebbe in colpa a uccidere l'ostaggio, e quindi il suo payoff sarebbe -3. Ovviamente, l'ostaggio si sentirebbe ancora peggio, e il suo payoff sarebbe pari a -10. Se l'ostaggio viene rilasciato, e decide di non svelare l'identità del rapitore, avrà un payoff pari a 3 e il rapitore un payoff pari a 5. Ma se l'ostaggio identifica il rapitore, avrà un payoff di 5, lasciando quest'ultimo con un payoff di -5.

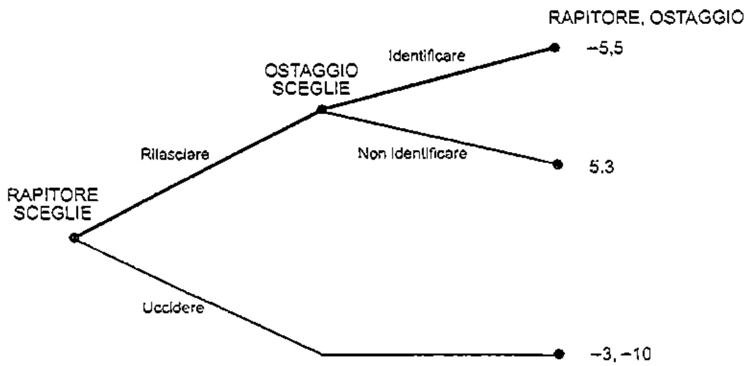


Figura 29.8 **Gioco del rapimento.** Il rapitore vorrebbe rilasciare l'ostaggio, ma se lo fa l'ostaggio lo identificherà.

Ora è l'ostaggio a porsi il problema di vincolarsi: come può convincere i rapitori che manterrà la sua promessa e non rivelerà la loro identità? L'ostaggio deve escogitare un modo di cambiare i payoff del gioco. In particolare, deve trovare un modo di imporre un costo per sé nel caso in cui riveli l'identità dei rapitori.

Thomas Schelling, un economista della University of Maryland che ha studiato a fondo l'analisi strategica nei giochi dinamici, suggerisce, ad esempio, che l'ostaggio potrebbe farsi fotografare dai rapitori in atteggiamenti imbarazzanti lasciando loro le foto. Ciò cambierebbe di fatto i payoff nel caso rivelasse l'identità dei sequestratori, poiché questi avrebbero la possibilità di mostrare le foto imbarazzanti.

Questo tipo di strategia è nota come "scambio di ostaggi". Nel Medioevo, quando due sovrani volevano assicurarsi che un accordo sarebbe stato rispettato, si scambiavano come ostaggi dei familiari. Se uno dei due rompeva l'accordo, gli ostaggi venivano uccisi. Dato che nessuno voleva sacrificare i membri della propria famiglia, ciascun sovrano era incentivato a rispettare i termini dell'accordo.

Nel caso del rapimento, le foto imbarazzanti rappresentano dei costi per l'ostaggio nel caso in cui venga rilasciato, che assicurano che egli rispetterà l'accordo e non rivelerà l'identità dei rapitori.

Quando la forza è debolezza

Il prossimo esempio è preso dalla sfera della psicologia animale. Si è notato come i maiali stabiliscano velocemente delle relazioni di dominanza-subordinazione, nelle quali il maiale dominante tende a spadroneggiare su quello subordinato.

In un famoso esperimento, due psicologi misero due maiali, uno dominante e uno subordinato, all'interno di un recinto.[3]

A un'estremità del recinto c'era una leva che, se premuta, lasciava cadere una certa quantità di cibo in un recipiente situato all'estremità opposta. La questione era: quale dei due maiali avrebbe premuto la leva e quale avrebbe mangiato il cibo?

Sorprendentemente, il risultato dell'esperimento fu che il maiale dominante premette la leva, mentre quello subordinato aspettò il cibo. Il maiale subordinato si mangiò la maggior parte del pasto, mentre quello dominante corse il più velocemente possibile verso il recipiente ma trovò solo qualche avanzo. Nella Tabella 29.9 è illustrato un gioco che rappresenta il problema.

		Maiale dominante: Non premere	Maiale dominante: Premere
Maiale subordinato	Non premere	0, 0	4, 1
	Premere	0, 5	2, 3

Tabella 29.9 **Maiali che premono una leva**

Il maiale subordinato confronta un payoff di $(0, 4)$ con uno di $(0, 2)$ e conclude, ragionevolmente, che premere la leva è dominato dal non farlo. Supponendo che il maiale subordinato non prema la leva, il maiale dominante non può fare altro che premerla lui stesso.

Se il maiale dominante riuscisse a trattenersi dal mangiare tutto il cibo e potesse premiare il maiale subordinato per aver premuto la leva, potrebbe raggiungere un risultato migliore. Il punto è che i due maiali non possono firmare un contratto, e il maiale dominante è un vero maiale!

[3] Il riferimento originale è Baldwin e Meese, "Social Behavior in Pigs Studied by Means of Operant Conditioning," [*Animal Behavior*, (1979)]. Mi sono basato sulla descrizione di John Maynard Smith, *Evolution and the Theory of Games* (Cambridge University Press, 1982).

Come nel caso del rapitore premuroso, il maiale dominante ha il problema di vincolarsi a un impegno. Se solo riuscisse a impegnarsi a non mangiare tutto il cibo, potrebbe ottenere risultati di gran lunga migliori.

Risparmi e pensioni

I problemi relativi all'assunzione di un impegno non si presentano solo nel mondo animale, ma si manifestano anche nella politica economica.

Un esempio interessante è il risparmio per la pensione. In genere tutti dicono che risparmiare è una buona idea ma, sfortunatamente, pochi lo fanno. Uno dei motivi per cui non si risparmia abbastanza è che si pensa che la società non lascerà morire di fame nessuno, e che quindi c'è una buona probabilità che qualcuno alla fine ci tiri fuori dai guai.

Per rappresentare la situazione come un gioco fra generazioni, prendiamo in considerazione due strategie per le generazioni più anziane: risparmiare o spendere tutto il proprio reddito. Similmente, la generazione più giovane avrà due strategie: mantenere gli anziani o risparmiare per la propria pensione. Una possibile matrice di questo gioco è illustrata nella Tabella 29.10.

		Giovani: Mantenere	Giovani: Non mantenere
Anziani	Risparmiare	3, −1	1, 0
	Spendere tutto	2, −1	−2, −2

Tabella 29.10 Conflitto intergenerazionale per il risparmio

Se la generazione più anziana risparmia e quella più giovane la mantiene, gli anziani avranno un livello di utilità pari a 3 e i giovani pari a −1. Se la generazione più anziana spende tutto e quella più giovane la mantiene, gli anziani avranno un'utilità pari a 2 e i giovani pari a −1.

Se la generazione più giovane si rifiuta di mantenere gli anziani e questi risparmiano, l'utilità degli anziani sarà pari a 1 e quella dei giovani sarà pari a 0. Infine, se gli anziani spendono tutto il proprio reddito e i giovani li trascurano, tutti e due finiranno con un'utilità di −2, gli anziani perché moriranno di fame e i giovani perché dovranno assistere allo spettacolo.

Si può facilmente vedere che ci sono due equilibri di Nash in questo gioco. Se gli anziani decidono di risparmiare, allora la scelta ottimale per i giovani sarà quella di trascurarli. Ma se gli anziani decidono di spendere tutto il proprio reddito, allora

la scelta ottimale per i giovani sarà quella di mantenerli. E ovviamente, posto che la generazione più giovane li mantenga, la scelta ottimale degli anziani è spendere tutto!

Comunque, questa analisi ignora la struttura temporale del gioco: uno dei (pochi) vantaggi di essere anziani è che si può fare la prima mossa. La Figura 29.9 rappresenta l'albero del gioco con i relativi payoff.

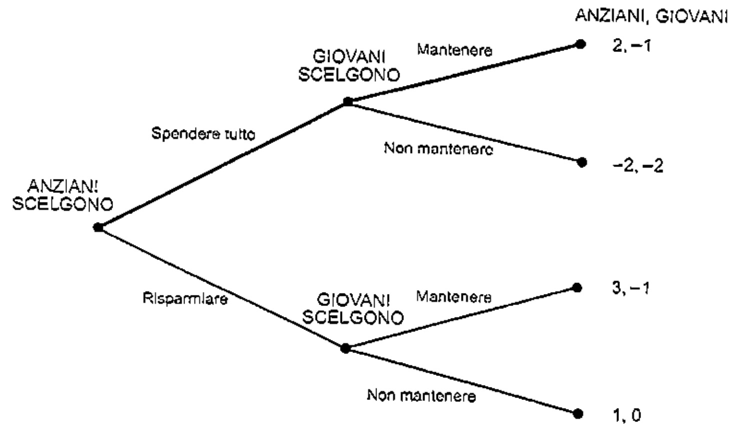


Figura 29.9 **Il gioco del risparmio in forma estesa.** Sapendo che la generazione più giovane la manterrà, quella più anziana sceglie di spendere tutto il proprio reddito. L'equilibrio perfetto nei sottogiochi è (mantenere, spendere tutto).

Se gli anziani risparmiano, i giovani sceglieranno di trascurarli, perciò gli anziani avranno un payoff pari a 1. Se gli anziani spendono tutto, sanno che i giovani non sopporteranno di vederli morire di fame, quindi il loro payoff sarà pari a 3. Di conseguenza, la cosa più sensata che gli anziani possano fare è spendere tutto il proprio reddito, sapendo che alla fine qualcuno li tirerà fuori dai guai.

Ovviamente, la maggior parte dei paesi industrializzati adotta programmi che costringono ciascuna generazione a risparmiare per la pensione.

Hold up

Consideriamo la seguente interazione strategica. Abbiamo assunto un costruttore per costruire un magazzino. Abbiamo approvato il progetto e siamo giunti ormai alla fine della costruzione, ma ci rendiamo conto che il colore non ci piace, perciò chiediamo al costruttore che lo cambi, il che comporta una spesa insignificante. Il costruttore torna da noi e ci dice: "Sono $1500 per la variazione dell'ordine, grazie".

Ci rendiamo conto che ritardare il completamento dell'opera e trovare un altro pittore ci costerà più o meno la stessa cifra. D'altra parte vogliamo assolutamente il nuovo colore, e quindi, pur di malavoglia, la paghiamo. Il costruttore, minacciando di bloccare i lavori, ci ha rapinati![4]

Ovviamente, in questo tipo di gioco, la parte in torto non è sempre il costruttore. Anche il cliente può bloccare i pagamenti, causando grossi problemi al costruttore.

Il diagramma ad albero di questo gioco è illustrato nella Figura 29.10. Supponiamo che il valore che il proprietario assegna al nuovo colore sia di $1500 e che il costo effettivo della pittura sia di $200. Partendo dal ramo più alto del diagramma, se il costruttore si fa pagare $1500, realizzerà un profitto di $1300, mentre l'utilità netta del cliente sarà pari a zero.

Se il cliente cerca un altro pittore, gli costerà $200 e spenderà, diciamo, $1400 in termini di tempo perso. Avrà il colore che vuole, per un valore di $1500, ma dovrà pagare $1600 in costi diretti e costi per il ritardo, rimanendo con una perdita netta di $100.

Se il costruttore fa pagare al cliente il costo effettivo di $200, chiude in pareggio mentre il cliente ottiene un valore di $1500 per soli $200, con un payoff netto pari a $1300.

Come si può notare, la scelta ottima per il costruttore è chiedere un pagamento elevato, e la scelta ottima per il cliente è di pagare. Ma un cliente ragionevole sa bene che variazioni dell'ordine capitano di frequente in qualsiasi progetto. Perciò, il cliente sarà restio ad assumere costruttori che hanno fama di chiedere pagamenti molto elevati per piccole variazioni, e ciò, ovviamente, può avere conseguenze negative per il costruttore.

Come risolvono le imprese questo tipo di problemi? La risposta più importante sono i contratti. Normalmente, i costruttori negoziano un contratto specificando quali variazioni sono ammesse e stabilendone il costo. A volte i contratti prevedono anche arbitrati o altre procedure di risoluzione delle controversie. Spesso si spendono molto tempo, denaro ed energie per scrivere un contratto proprio per evitare che sorgano problemi di questo genere.

Ma i contratti non sono l'unica soluzione. Un altro modo per risolvere il problema è vincolarsi a un impegno. Ad esempio, il costruttore potrebbe emettere un'obbligazione che garantisca il completamento del progetto entro i tempi previsti. Di nuovo, i termini del completamento saranno in genere specificati oggettivamente.

Un altro fattore importante è la reputazione. Ovviamente, un costruttore che tenti ripetutamente di approfittarsi dei suoi clienti si farà una cattiva reputazione. Non verrà più assunto dal cliente e certamente non riceverà buone referenze. Questo effetto-reputazione può essere esaminato nel contesto di un gioco ripetuto in cui imbrogliare oggi potrebbe costare caro al costruttore domani.

[4] L'espressione inglese *hold up* significa contemporaneamente "blocco" e "rapina" [N.d.T.].

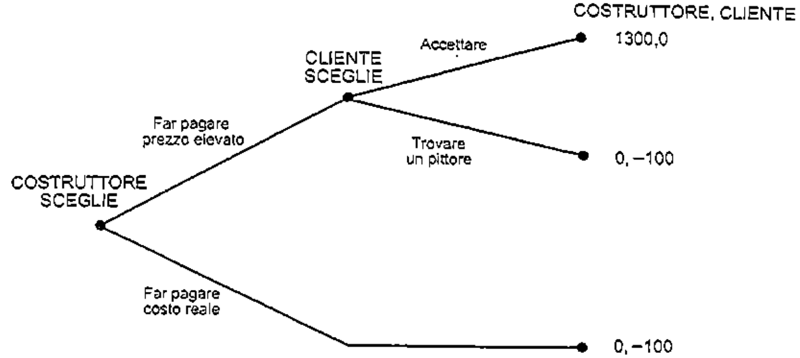


Figura 29.10 **Il problema dell'hold up.** Il costruttore si fa pagare un prezzo molto elevato per la variazione dato che il cliente non ha alternative.

29.7 Contrattazione

Il classico esempio di contrattazione è la divisione di un dollaro. Due giocatori devono dividersi un dollaro. Come faranno?

Il problema, così formulato, non ha risposta, poiché non abbiamo sufficienti informazioni per costruire un modello ragionevole. La sfida nel costruire un modello di contrattazione sta nel trovare qualche dimensione su cui i giocatori possono negoziare.

Una soluzione, il **modello di contrattazione di Nash**, segue un approccio assiomatico specificando alcune proprietà che dovrebbero caratterizzare una ragionevole soluzione della contrattazione e dimostrando di conseguenza che esiste un unico risultato che le soddisfa.

Il risultato dipende da quanto i giocatori sono propensi al rischio e da cosa succederebbe se non avvenisse nessuna contrattazione. Tuttavia, la trattazione di questo modello va oltre gli obiettivi di questo volume.

Un approccio alternativo, il **modello di contrattazione di Rubinstein**, prende in considerazione una serie di scelte e poi ricava una soluzione di equilibrio perfetto nei sottogiochi. Per fortuna l'intuizione che sta alla base di questo modello è facile da illustrare attraverso semplici esempi.

Due giocatori, Alice e Bob, hanno $1 da dividere fra loro. Essi sono d'accordo di dedicare non più di tre giorni a negoziare su come dividerlo. Il primo giorno sarà Alice a fare la sua offerta. Bob potrà accettare oppure tornare il giorno seguente con la sua controproposta. Il terzo giorno Alice potrà fare l'offerta finale. Se non giungono a un accordo in tre giorni, entrambi i giocatori non avranno nulla.

Supponiamo che il grado di impazienza di Bob e Alice sia diverso: Alice sconta i payoff futuri a un tasso di α al giorno, e Bob sconta i payoff a un tasso di β al giorno. Infine, supponiamo che se un giocatore è indifferente fra due offerte, accetterà quella preferita dal suo avversario. L'idea è che uno dei due giocatori possa offrire una quantità arbitrariamente piccola per indurre l'altro a preferire strettamente una scelta e che questa assunzione ci permette di approssimare quella "quantità arbitrariamente piccola" a zero. Risulta esserci un unico equilibrio perfetto nei sottogiochi per questo esempio di contrattazione.

Iniziamo la nostra analisi dalla fine del gioco, subito prima dell'ultimo giorno. A questo punto, Alice può fare a Bob un'offerta del tipo prendere-o-lasciare. Chiaramente, la mossa ottimale per Alice è di offrire a Bob la quantità più piccola possibile che egli possa accettare, la quale, per assunzione, è pari a zero. Perciò, se effettivamente il gioco dura tre giorni, Alice avrà \$1 e Bob zero (ossia la quantità arbitrariamente piccola).

Facciamo ora un passo indietro tornando alla mossa precedente, quando è Bob a proporre la suddivisione. A questo punto del gioco Bob dovrebbe capire che Alice può assicurarsi \$1 alla mossa successiva semplicemente rifiutando la sua offerta. Un dollaro domani vale oggi per Alice α, per cui ogni offerta minore di α verrebbe sicuramente rifiutata. Bob di certo preferisce $1-\alpha$ ora piuttosto che zero nel prossimo periodo, per cui razionalmente dovrebbe offrire α ad Alice, la quale accetterebbe. Quindi, se il gioco finisse alla seconda mossa, Alice avrebbe α e Bob $1-\alpha$.

Esaminiamo ora la prima mossa. In questo caso, tocca ad Alice avanzare la sua proposta e sa che Bob può avere $1-\alpha$ semplicemente aspettando il secondo giorno. Perciò, Alice deve offrire un payoff pari almeno al valore attuale di questa somma per Bob, al fine di evitare un ritardo. Quindi offre a Bob $\beta(1-\alpha)$. Bob ritiene questa offerta (appena) accettabile e il gioco finisce qui. Il risultato finale è che il gioco termina alla prima mossa, con Alice che riceve $1-\beta(1-\alpha)$ e Bob $\beta(1-\alpha)$.

Il primo grafico nella Figura 29.11 illustra questo processo nel caso in cui $\alpha = \beta < 1$. La retta più esterna mostra i possibili payoff del primo giorno, vale a dire, tutti i payoff del tipo $x_A + x_B = 1$. La seconda retta, procedendo verso l'origine, rappresenta il valore attuale dei payoff se il gioco finisse nel secondo periodo: $x_A + x_B = \alpha$. La retta più vicina all'origine mostra il valore attuale dei payoff se il gioco finisse nel terzo periodo: l'equazione di questa retta è $x_A + x_B = \alpha^2$. Il sentiero ad angolo retto rappresenta le divisioni minime accettabili per ogni periodo, giungendo infine all'equilibrio perfetto nei sottogiochi. Il secondo grafico nella Figura 29.11 mostra come apparirebbe lo stesso processo con più stadi di negoziazione.

È naturale assumere che l'orizzonte del gioco tenda a infinito e chiedersi cosa succeda in questo caso. La suddivisione corrispondente all'equilibrio perfetto nei sottogiochi è

$$\text{Payoff di Alice} = \frac{1-\beta}{1-\alpha\beta}$$

$$\text{Payoff di Bob} = \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha\beta}$$

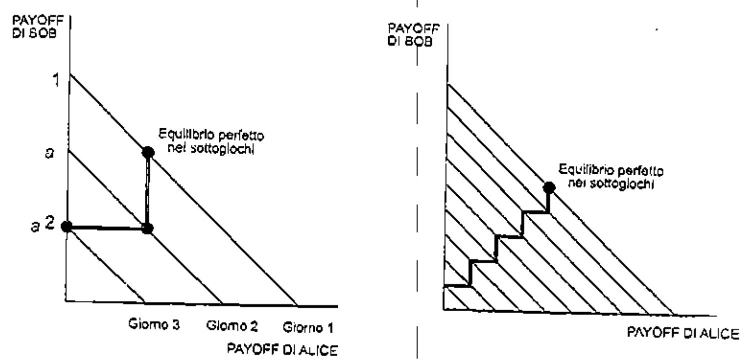


Figura 29.11 **Un gioco di contrattazione.** La retta più marcata collega fra loro le soluzioni di equilibrio nei sottogiochi. Il punto sulla retta più esterna rappresenta l'equilibrio perfetto nei sottogiochi.

Si noti che se $\alpha = 1$ e $\beta < 1$, allora Alice ottiene l'intero payoff.

Il gioco dell'ultimatum

Il modello di contrattazione di Rubinstein è così elegante che gli economisti si sono precipitati a testarlo in laboratorio. Hanno scoperto, purtroppo, che l'eleganza non implica accuratezza. Un approccio ingenuo (cioè privo di specifiche conoscenze economiche) spesso non consente di prevedere cosa succederà dopo una o due mosse, e talvolta neppure quello. In più, ci sono altri fattori che causano problemi. Per capirlo, analizziamo una versione a un solo stadio del modello di contrattazione descritto in precedenza. Alice e Bob hanno sempre \$1 da dividere fra loro. Alice propone una divisione, e, se Bob accetta, il gioco finisce. La domanda è: cosa dovrebbe proporre Alice?

Secondo la teoria, dovrebbe proporre qualcosa come 99 cent per sé e 1 cent per Bob. Bob, pensando che comunque 1 cent è sempre meglio di niente, accetta, e Alice torna a casa contenta di aver studiato economia. Sfortunatamente, nella realtà le cose non funzionano così. Il risultato più verosimile è che Bob, disgustato dalla meschina offerta di 1 cent, risponda "Niente da fare," e Alice finisca col non avere niente. Alice, ammettendo questa possibilità, tenderà ad addolcire l'offerta. Negli esperimenti condotti su un gruppo di studenti americani, l'offerta media è risultata di circa 45 cent, e quest'offerta tende a venire accettata nella maggior parte dei casi.

I giocatori che fanno l'offerta si comportano razionalmente, nel senso che un'offerta di 45 cent è molto vicina alla massimizzazione del payoff atteso, data la frequenza di rifiuto osservata. È il giocatore che riceve l'offerta a comportarsi in modo diverso da quanto previsto dalla teoria, poiché rifiuta le offerte piccole, anche se questo comportamento gli procura comunque un minore payoff.

Esistono varie spiegazioni a tutto ciò. Una di queste è che un'offerta troppo bassa viola le **norme sociali** di comportamento. Infatti, gli economisti hanno notato significative differenze di comportamento nei giochi di ultimatum in diverse culture. Un'altra ipotesi, non in contrasto con la precedente, è che chi riceve l'offerta ottiene una certo payoff in termini di utilità nel nuocere agli offerenti, perché si vendica dell'offerta troppo bassa. Dopotutto, se tutto ciò che state per perdere è 1 centesimo, la soddisfazione di vendicarsi sull'altro giocatore è comunque un'alternativa attraente. Ci occuperemo in modo più approfondito del gioco dell'ultimatum nel prossimo capitolo.

Sommario

1. La funzione di risposta ottimale di un giocatore rappresenta la sua risposta ottimale come funzione delle scelte che potrebbe fare l'altro giocatore.

2. In un gioco a due persone, un equilibrio di Nash corrisponde a una coppia di strategie, una per ciascun giocatore, ciascuna delle quali è la risposta ottimale all'altra.

3. Un equilibrio di Nash nelle strategie miste implica che i giocatori possano rendere stocastiche le proprie strategie.

4. I più comuni giochi di coordinamento sono la battaglia dei sessi, in cui entrambi i giocatori desiderano fare la stessa scelta piuttosto che scelte diverse; il dilemma del prigioniero, in cui la strategia dominante finisce col nuocere a entrambi i giocatori; il gioco di garanzia, in cui entrambi i giocatori intendono cooperare fintanto che sono sicuri che l'altro coopererà; e il gioco del *chicken*, in cui i giocatori devono evitare di fare la stessa scelta.

5. Un gioco a somma zero con due giocatori è un gioco in cui il payoff di un giocatore è l'opposto del payoff dell'altro.

6. Nei giochi evolutivi ricerchiamo esiti che restino stabili nel contesto di una popolazione che si riproduce.

7. Nei giochi sequenziali, i giocatori muovono a turno. Quindi, ciascun giocatore deve ragionare su ciò che l'avversario farà in risposta alle sue scelte.

8. In molti giochi sequenziali, mantenere un impegno è un tema essenziale. Può essere importante trovare dei modi per obbligare i giocatori a impegnarsi a giocare particolari strategie.

Domande

1. In un equilibrio di Nash a due giocatori, ciascun giocatore sta effettuando la sua scelta ottimale in risposta a che cosa? In un equilibrio a strategia dominante, ciascun giocatore sta effettuando la sua scelta ottimale in risposta a che cosa?

2. Osserviamo le risposte ottimali di Riga e Colonna nel paragrafo sulle strategie miste. Possono dare origine a funzioni di risposta ottimale?

3. Se in un gioco di coordinamento entrambi i giocatori fanno la stessa scelta, saranno entrambi soddisfatti. Vero o falso?

4. Nel testo si afferma che in equilibrio Riga segna il 62 per cento delle volte. Da cosa deriva questo numero?

5. Un costruttore dice che intende "fare un'offerta iniziale molto bassa e recuperare poi sulle variazioni dell'ordine". Cosa vuole dire?

30

ECONOMIA COMPORTAMENTALE

Il modello economico della scelta del consumatore che abbiamo studiato è semplice ed elegante e rappresenta un ragionevole punto di partenza per vari tipi di analisi. Esso, tuttavia, non basta a spiegare la complessità del comportamento del consumatore e in molti casi è necessario ricorrere a un modello più approfondito per descrivere accuratamente il comportamento di scelta.

L'**economia comportamentale** studia come i consumatori compiono effettivamente le proprie scelte. Esso utilizza alcuni concetti della psicologia per sviluppare previsioni sulle scelte che l'individuo farà, e molte di queste previsioni non sono conformi al modello standard del consumatore "razionale".

In questo capitolo affronteremo alcuni dei fenomeni più importanti analizzati dagli economisti comportamentali e confronteremo le predizioni delle loro teorie con quelle presentate in precedenza in questo volume.[1]

30.1 Effetto cornice nella scelta del consumatore

Nel modello standard del comportamento del consumatore, le scelte sono descritte in modo astratto: matite rosse o matite blu, hamburger o patatine e così via. Tuttavia,

[1] Nello scrivere questo capitolo, ho trovato molto utile il volume di Colin F. Camerer, George Loewenstein e Matthew Rabin *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press, 2003, in particolare la rassegna introduttiva di Camerer e Lowenstein. Altri lavori verranno segnalati nelle note quando affronteremo i relativi argomenti.

nella vita reale, le persone sono fortemente influenzate dal modo in cui le scelte vengono loro presentate o **incorniciate** (*framed*).[2]

Un paio di jeans scoloriti in un negozietto può essere visto in maniera molto diversa dello stesso paio di jeans esposto nella vetrina di una boutique esclusiva. La decisione di acquistare delle azioni può essere percepita in modo molto diverso dalla decisione di venderle, sebbene entrambe le transazioni diano luogo allo stesso portafoglio. Una libreria può vendere dozzine di copie di un libro a $29.95, mentre potrebbe venderne molte di meno se il prezzo dello stesso libro fosse $29.00.

Questi sono tutti esempi di **effetto cornice** (*framing effect*), e rappresentano senza dubbio una determinante molto importante del comportamento di scelta. Infatti, gran parte delle attività di marketing si basa sulla comprensione e l'utilizzo di queste distorsioni o errori sistematici (*biases*) nella scelta del consumatore.

Il dilemma della malattia

L'effetto cornice è particolarmente comune nelle scelte in condizioni di incertezza. Consideriamo, ad esempio, il seguente problema:[3]

Una grave malattia minaccia 600 persone. Ci viene offerta la possibilità di scegliere fra due cure, A e B, che produrranno i seguenti esiti:

Cura A. Salvare di sicuro 200 persone.

Cura B. Salvare 600 persone con probabilità 1/3, non salvare nessuno con probabilità 2/3.

Quale dovremmo scegliere? Consideriamo ora la scelta fra le seguenti cure:

Cura C. Avere 400 persone che sicuramente non si salveranno.

Cura D. Avere una probabilità 2/3 che 600 persone muoiano e probabilità 1/3 che non muoia nessuno.

Ora, quale cura dovremmo scegliere?

Se le alternative vengono confrontate in una **cornice positiva** — che descrive quante persone sopravviveranno — la maggior parte di noi sceglierà la cura A piuttosto che la B, ma se vengono confrontate in una **cornice negativa** la maggior parte sceglierà D piuttosto che C, per quanto il risultato di A-C e B-D sia esattamente

[2] Seguiamo l'uso traducendo *frame* con "cornice", ma la parola inglese ha un significato più ampio che comprende l'idea di struttura o sistema di riferimento [N.d.T.].

[3] Cfr. A. Tversky e D. Kahneman, 1981, "The framing of decisions and the psychology of choice", *Science*, 211, 453-458.

lo stesso. Evidentemente, presentare la questione in un'ottica positiva (in termini di vite salvate) rende una cura molto più attraente che presentare la scelta in un'ottica negativa (in termini di vite perse).

Anche i responsabili delle decisioni più esperti possono cadere in una trappola simile. Quando alcuni psicologi hanno posto questo problema a un gruppo di medici, il 72 per cento ha scelto la cura A, più sicura, piuttosto che la cura B, più rischiosa. Ma quando la stessa domanda è stata espressa in un'ottica negativa, solo il 22 per cento ha scelto la cura rischiosa C mentre il 72 per cento ha scelto quella sicura.

Anche se pochi di noi si trovano ad affrontare questioni di vita o di morte, esistono esempi simili per scelte più quotidiane, come ad esempio l'acquisto o la vendita di azioni. Una scelta razionale riguardante un portafoglio di investimenti dovrebbe dipendere, idealmente, da una stima dei possibili risultati degli investimenti, piuttosto che dal modo in cui questi investimenti vengono effettuati.

Supponiamo, ad esempio, che ci regalino 100 azioni di ConcreteBlocks.com (il cui slogan è "Noi regaliamo blocchi di cemento, voi pagate per l'imballaggio e il trasporto"). Potremmo essere restii a vendere delle azioni che abbiamo ottenuto gratuitamente, anche se non avremmo mai pensato di comprarle di nostra spontanea volontà.

Spesso siamo riluttanti a vendere azioni in perdita, perché pensiamo che "torneranno a salire". Potrebbe succedere, ma anche no. Tuttavia, alla fine, non dovremmo consentire che le nostre scelte di portafoglio siano determinate dal passato — la domanda più giusta da porci è se le nostre attuali scelte di portafoglio sono davvero quelle che vogliamo.

Effetto ancoraggio

L'ipotetico esempio di ConcreteBlocks.com che abbiamo appena descritto è collegato al cosiddetto **effetto ancoraggio** (*anchoring effect*). In questo caso, l'idea di base è che le scelte di un individuo possono essere influenzate da informazioni distorte. In un esempio classico, lo sperimentatore faceva girare una ruota della fortuna e indicava a una persona il numero estratto.[4] A quella persona veniva poi chiesto se il numero dei paesi africani appartenenti alle Nazioni Unite era minore o maggiore del numero estratto dalla ruota della fortuna.

Dopo che aveva risposto, alla stessa persona veniva chiesto di indovinare quanti paesi africani facessero parte delle Nazioni Unite. Nonostante il numero della ruota della fortuna fosse stato estratto a caso, esso esercitava comunque una notevole influenza sulla risposta.

In un esperimento simile, ad alcuni studenti veniva consegnata una costosa bottiglia di vino e veniva chiesto loro se sarebbero stati disposti a pagare per quella bottiglia una somma pari alle ultime due cifre del proprio codice fiscale. Ad esempio, se le ultime due cifre erano 29, la domanda era "Pagheresti $29 per questa bottiglia di vino?".

[4] Cfr. D. Kahneman e A. Tversky, 1974, "Judgement under uncertainty: Heuristics and biases", *Science*, 185: 1124-1131.

Dopo aver risposto a questa domanda, agli studenti veniva chiesto quale somma sarebbero stati disposti a pagare per il vino. Le loro risposte a quest'ultima domanda erano fortemente influenzate dal prezzo determinato dalle ultime due cifre del loro codice fiscale. Ad esempio, gli studenti il cui codice fiscale terminava per 50 o numeri inferiori erano disposti a pagare in media $11.62, mentre quelli il cui numero era superiore a 50 erano disposti a pagare in media $19.95.

Queste scelte possono sembrare dei semplici giochi di laboratorio. Tuttavia, anche decisioni economiche molto serie possono venire influenzate da piccole variazioni nel modo in cui vengono incorniciate.

Consideriamo ad esempio le scelte in materia di piani pensionistici.[5]

Alcuni economisti hanno esaminato i dati relativi ad alcune imprese che proponevano l'iscrizione automatica a un certo piano pensionistico. I dipendenti potevano rifiutarlo, ma dovevano rendere esplicita la propria scelta in questo senso. Gli studiosi hanno notato che il tasso di adesione a questi programmi a iscrizione automatica era decisamente alto, con più dell'85 per cento dei lavoratori che accettavano la scelta di iscriversi a quel piano.

Questa è la buona notizia. Quella cattiva è che praticamente tutti questi lavoratori sceglievano anche l'investimento standard, un fondo monetario con rendimenti molto bassi e un limitato contributo mensile. Presumibilmente, l'impresa aveva scelto queste forme di investimento a bassissimo rischio per evitare una possibile svalutazione del fondo e le conseguenti possibili azioni legali dei dipendenti.

In un successivo lavoro, gli stessi economisti hanno esaminato l'esperienza di un'azienda in cui l'iscrizione al piano pensionistico non era automatica: entro un mese dall'assunzione, ai dipendenti veniva chiesto di scegliere se iscriversi al piano subito oppure in un momento successivo.

Eliminando la scelta standard di non iscriversi al piano pensionistico (oppure di iscriversi a un fondo a basso rendimento), questo approccio in termini di "decisione attiva" ha ottenuto il risultato di aumentare la partecipazione dal 35 per cento al 70 per cento dei nuovi assunti. Inoltre, i dipendenti che avevano scelto il piano pensionistico preferivano decisamente tassi di contribuzione elevati.

Come dimostra questo esempio, un'attenta definizione dei programmi di indennità nell'ambito delle risorse umane può fare una grande differenza per quanto riguarda i piani che vengono scelti, con un effetto potenzialmente molto elevato sul comportamento di risparmio del consumatore.

Raggruppare le scelte (bracketing)

Accade talvolta che le persone non riescano a comprendere il proprio stesso comportamento, trovando troppo difficile prevedere ciò che sceglieranno effettivamente in diverse circostanze.

Per esempio, un professore di marketing ha effettuato un esperimento offrendo ai suoi studenti la scelta fra sei diversi tipi di snack da consumare in classe nelle

[5] Cfr. James Choi, David Laibson, Brigitte Madrian, e Andrew Metrick, "For Better or For Worse: Default Effects and 401 (k) Savings Behavior", NBER working paper. W8651, 2001.

tre settimane successive.[6] (Vi piacerebbe essere così fortunati!) In una prima fase, gli studenti hanno dovuto scegliere in anticipo gli snack per ciascuna delle tre settimane, mentre in una seconda fase, hanno potuto scegliere gli snack giorno per giorno.

Quando hanno dovuto scegliere in anticipo, gli studenti hanno preferito una gamma molto più varia. Infatti, in questo caso, il 64 per cento ha scelto uno snack diverso per ogni settimana rispetto al 9 per cento nell'altro caso. Quando siamo costretti a fare delle scelte tutte in una volta, apparentemente preferiamo la varietà alla unicità. Ma quando ci troviamo a dover fare delle scelte effettive, scegliamo ciò con cui abbiamo maggiore familiarità. Siamo esseri abitudinari anche quando si tratta di scegliere degli snack!

Troppe possibilità di scelta

La teoria economica tradizionale sostiene che è preferibile disporre di più scelte. Tuttavia, questa affermazione non tiene conto dei costi del compiere le scelte. Nei paesi ricchi, i consumatori possono facilmente venire sopraffatti dalle scelte e questo rende difficile prendere una decisione.

In un esperimento, due ricercatori di marketing hanno allestito in un supermercato degli stand di assaggi di marmellata.[7] Uno stand offriva 24 gusti diversi mentre l'altro ne offriva solo 6. Lo stand più grande attirava molta più gente, ma un numero molto più alto di persone acquistava la marmellata offerta dallo stand più piccolo. Una scelta più ampia sembrava attrarre i clienti, ma l'abbondanza di scelta dello stand più grande rendeva più difficile raggiungere una decisione.

Due esperti in finanza comportamentale si sono chiesti se lo stesso problema di "eccesso di scelta" si manifesti anche nelle decisioni di investimento. Hanno scoperto che chi progettava personalmente il proprio portafoglio pensionistico tendeva a essere appena altrettanto soddisfatto dei propri colleghi che avevano scelto un portafoglio medio. Ne risulta che avere la possibilità di pianificare personalmente il proprio portafoglio pensionistico non aumenta la soddisfazione degli investitori.[8]

Preferenze costruite

Come interpretare questi esempi? Gli psicologi e gli economisti comportamentali sostengono che le preferenze non costituiscono una guida alla scelta; al contrario, le preferenze vengono in parte "scoperte" attraverso le esperienze di scelta.

Immaginiamo di osservare qualcuno che in un supermercato prende un barattolo di pomodori, poi lo mette giù e infine lo prende di nuovo. Lo vuole oppure no? La

[6] Cfr. I. Simonson, 1990, "The effect of purchase quantity and timing on variety-seeking behavior", *Journal of Marketing Research*, 17: 150-164.

[7] Cfr. Sheena S. Iyengar e Mark R. Lepper, "When choice is demotivating: can one desire too much of a good thing?", *Journal of Personality and Social Psychology*, 2000.

[8] Cfr. Shlomo Benartzi e Richard Thaler, "How Much Is Investor Autonomy Worth?", UCLA working paper, 2001.

combinazione prezzo-qualità offerta è accettabile? Quando osserviamo un comportamento di questo tipo, abbiamo di fronte un consumatore che sta effettuando una scelta "al margine". Secondo l'interpretazione degli psicologi, il consumatore sta *scoprendo* le proprie preferenze.

La teoria standard considera le preferenze come preesistenti. In quest'ottica, le preferenze *spiegano* il comportamento. Gli psicologi considerano invece le preferenze come costruite — una persona sviluppa o crea le proprie preferenze attraverso la scelta e il consumo.

Il modello psicologico sembra una migliore descrizione di ciò che accade effettivamente. Tuttavia, i due punti di vista non sono completamente incompatibili. Come abbiamo visto, una volta che le preferenze sono state scoperte, per quanto attraverso un processo misterioso, esse tendono a essere incorporate nelle scelte. Le scelte, una volta effettuate, tendono a condizionare le decisioni. Se qualcuno provasse a comprare quel barattolo di pomodori da quel consumatore, quando ha finalmente deciso di acquistarlo, dovrebbe sicuramente pagarlo più di quanto l'ha pagato lui.

30.2 Incertezza

Se le scelte ordinarie sono già abbastanza complicate, le scelte in condizioni di incertezza sono particolarmente difficili. Abbiamo visto che le decisioni delle persone possono dipendere dal modo in cui le varie alternative vengono proposte. Ma il comportamento di scelta presenta molte altre distorsioni in questo caso.

Legge dei piccoli numeri

Chi ha frequentato un corso di statistica dovrebbe avere familiarità con la legge dei grandi numeri. Si tratta di un principio matematico che afferma (semplificando un po'), che la media di un campione sufficientemente grande da una certa popolazione è uguale alla media dell'intera popolazione.

La legge dei piccoli numeri è invece un assunto psicologico secondo cui le persone tendono a essere influenzate eccessivamente da campioni molto piccoli, in special modo se li sperimentano direttamente.[9]

Consideriamo il seguente problema.[10]

"In una città ci sono due ospedali. In quello più grande nascono circa 45 bambini al giorno, mentre in quello più piccolo ne nascono circa 15. Come tutti sanno, circa la metà dei neonati sono maschi. Tuttavia, la percentuale esatta varia di giorno in giorno. A volte è più alta del 50 per cento, a volte più bassa. Per un periodo di

[9] Il concetto ha avuto origine con A. Tversky e D. Kahneman, 1971, "Belief in the law of small numbers", *Psychological Bulletin*, 76, 2: 105-110. Gran parte della discussione che segue è basata su un working paper di Matthew Rabin dell'Università della California a Berkeley intitolato "Inference by believers in the Law of Small Numbers".

[10] Cfr. A. Tversky e D. Kahneman, 1982, "Judgements of and by Representativeness", in *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, D. Kahneman, P. Slovic e A. Tversky, Cambridge University Press, 84-98.

un anno, ciascun ospedale ha registrato i giorni in cui i maschietti superavano il 60 per cento. In quale dei due ospedali dobbiamo aspettarci si sia registrato il numero di giorni più alto?"

In un'indagine condotta fra gli studenti di un college, il 22 per cento ha risposto che era più probabile che l'ospedale più grande avesse registrato il numero più alto, mentre il 56 per cento ha risposto che era lo stesso per i due ospedali. Solo il 22 per cento ha risposto correttamente, affermando che l'ospedale più piccolo aveva registrato più giorni.

Se il risultato corretto può sembrare strano, supponiamo che l'ospedale più piccolo registri 2 nascite al giorno, e che quello più grande registri 100 nascite al giorno. Approssimativamente, il 25 per cento delle volte l'ospedale più piccolo avrà il 100 per cento di neonati maschi, mentre ciò si verificherà raramente nell'ospedale più grande.

Pare che ci aspettiamo che i campioni siano simili alla distribuzione da cui sono tratti. In altre parole, di solito tendiamo a sottostimare la grandezza effettiva delle fluttuazioni in un campione.

Un problema connesso a questo è che troviamo difficile riconoscere la casualità. In un esperimento, è stato chiesto ad alcune persone di scrivere una serie di 150 lanci "casuali" di una moneta. Circa il 15 per cento delle sequenze ha riportato tre teste (o tre croci) successive, ma questo andamento si è verificato casualmente il 25 per cento delle volte. Solo il 3 per cento delle sequenze proposte ha indicato testa (o croce) quattro volte di fila, mentre secondo la teoria della probabilità questo capita il 12 per cento delle volte.

Tutto ciò ha implicazioni importanti per la teoria dei giochi, per esempio. Abbiamo osservato che in molti casi è preferibile rendere stocastiche le proprie scelte strategiche in modo da costringere l'avversario a indovinare. Ma, come la letteratura psicologica dimostra, in genere le persone non sono molto brave a compiere scelte in modo probabilistico. D'altro canto, non sono molto brave nemmeno a distinguere un comportamento non casuale, almeno senza un po' di conoscenze di statistica. La questione fondamentale, per quanto riguarda gli equilibri in strategie miste, non è tanto che le scelte siano imprevedibili *dal punto di vista matematico*, quanto piuttosto che siano imprevedibili da parte dei partecipanti al gioco.

Alcuni ricercatori di economia hanno studiato le finali e le semifinali delle partite di tennis di Wimbledon.[11] In teoria, i giocatori dovrebbero cambiare di continuo il lato di battuta del servizio in modo da impedire all'avversario di indovinare da quale parte questo arriverà. Tuttavia, anche i giocatori più esperti non riescono a farlo tanto bene quanto ci si potrebbe aspettare. Secondo gli autori: "I nostri test indicano che i tennisti non giocano in modo così casuale: essi cambiano il lato del servizio da destra a sinistra e viceversa un po' troppo spesso per essere coerenti con una strategia di gioco casuale. Ciò è coerente con diverse ricerche sperimentali in campo psicologico e economico, che dimostrano che chi mira a comportarsi in modo davvero casuale ha la tendenza a 'cambiare troppo spesso' ".

[11] Cfr. M. Walker e J. Wooders, 1999. "Minimax Play at Wimbledon", working paper dell'Università dell'Arizona.

Integrazione delle attività e avversione alle perdite

Nella nostra analisi dell'utilità attesa abbiamo assunto implicitamente che gli individui fossero interessati all'ammontare totale di ricchezza che riuscivano a ottenere in corrispondenza di diverse situazioni possibili. Questa è conosciuta come **ipotesi di integrazione delle attività**.

Anche se la maggior parte di noi considererebbe questo un comportamento ragionevole, esso è tuttavia difficile da mettere in pratica (anche per gli economisti). In generale, tendiamo a evitare troppi rischi di piccola entità e ad accettare troppi rischi più grossi.

Supponiamo di guadagnare $100.000 all'anno e che ci venga proposto di lanciare una moneta. Se esce testa riceveremo $14 e se esce croce ne perderemo $10. La scommessa ha un valore atteso pari a $12 e un effetto minimo sul nostro reddito totale. A meno che non ci facciamo degli scrupoli morali sul gioco d'azzardo, questa sarebbe una scommessa molto allettante e dovremmo di sicuro accettarla. Tuttavia, un numero sorprendentemente alto di persone non la accetterà.

Questo **eccesso di avversione al rischio** si manifesta soprattutto nel mercato assicurativo, in cui i consumatori tendono ad assicurarsi eccessivamente contro diversi eventi di poco conto. Ad esempio, molte persone acquistano assicurazioni contro il furto del cellulare, anche se questo è facilmente rimpiazzabile a un costo relativamente basso. Altri acquistano assicurazioni auto con costi deducibili troppo bassi per avere un senso economico.

In genere, nel prendere decisioni sulle assicurazioni si dovrebbe considerare il rapporto tra il costo dell'assicurazione e il rischio effettivo. Se l'assicurazione per il telefono cellulare costa $3 al mese, o $36 all'anno, e un nuovo cellulare costa $180, allora il rapporto tra costi e rischi è pari a 36/180, ossia al 20 per cento. L'assicurazione per il cellulare ne ripagherebbe il valore atteso solo se la possibilità di perdere il telefonino fosse superiore al 20 per cento o se ricomprarlo rappresentasse un onere finanziario molto elevato.

Sembra che gli individui non siano tanto **avversi al rischio** quanto sono **avversi alle perdite**. In altre parole, sembra che tendiamo a dare un peso eccessivo allo status quo — la situazione di partenza — piuttosto che alla situazione di arrivo.

In un esperimento ripetuto molte volte, due ricercatori hanno distribuito a metà dei soggetti di un gruppo delle tazze da caffè.[12] Hanno poi chiesto a questi soggetti di comunicare il prezzo minimo a cui avrebbero venduto le tazze. Hanno quindi chiesto ai soggetti che non avevano ricevuto le tazze di comunicare il prezzo più alto al quale le avrebbero comprate. Poiché i due sottogruppi erano stati selezionati casualmente, i prezzi di vendita e di acquisto avrebbero dovuto essere più o meno gli stessi. Tuttavia, nell'esperimento, il prezzo mediano di vendita è stato $5,79 e il prezzo mediano di acquisto è stato $2,25: una differenza sostanziale. In apparenza, i soggetti con le tazze erano più restii a rinunciarvi di quelli senza. Le loro preferenze

[12] Cfr. J.L. Kitsch e R. Thaler, 1990. "Experimental tests of the endowment effect and the Coase theorem", *Journal of Political Economy*, 98, 1325-1348.

sembravano essere influenzate dalle loro dotazioni, contrariamente a quanto previsto dalla teoria standard del consumatore.

Un effetto simile si riscontra nella cosiddetta **fallacia relativa ai costi sommersi (sunk costs fallacy)**. Una volta che si è effettuato un acquisto, la somma pagata è "sommersa", ossia non più recuperabile. Perciò il comportamento futuro non dovrebbe essere influenzato da questo tipo di costi.

Tuttavia, purtroppo, nella realtà i consumatori si preoccupano di quanto hanno già speso. Alcuni ricercatori hanno notato che il prezzo richiesto dai proprietari di alcuni appartamenti di Boston era strettamente collegato al prezzo di acquisto.[13] E come i proprietari di azioni, sono molto restii a realizzare delle perdite, anche quando ciò comporterebbe un vantaggio fiscale.

Il fatto che i normali consumatori siano soggetti a questo tipo di fallacia è interessante, ma forse è ancora più interessante notare che gli operatori professionali sono meno sensibili al problema. Per esempio, gli autori della ricerca sugli appartamenti appena citata hanno notato che gli operatori immobiliari erano meno influenzati dai costi irrecuperabili rispetto agli inquilini degli appartamenti.

Analogamente, i consulenti finanziari raramente sono restii a realizzare delle perdite, in particolare nel caso in cui ne derivi un vantaggio fiscale. Evidentemente, una delle ragioni per assumere dei consulenti professionali è quella di avvalersi della loro spassionata analisi delle decisioni.

30.3 Tempo

Così come il comportamento in condizioni di incertezza è soggetto a varie anomalie, lo è anche quello legato al tempo.

Sconto

Consideriamo, ad esempio, il tasso di sconto. Un modello economico standard, quello dello **sconto esponenziale**, presuppone che il consumatore sconti il futuro a una frazione costante. Se $u(c)$ è l'utilità del consumo oggi, allora l'utilità del consumo tra t anni avrà una forma del tipo $\delta^t u(c)$, in cui $\delta < 1$.

Questa è una specificazione conveniente dal punto di vista matematico, ma esistono altre forme di sconto che si conformano ai dati in modo migliore.

In un esperimento, un ricercatore ha messo all'asta delle obbligazioni con diverse date di scadenza e ha notato che gli acquirenti valutavano il pagamento in diversi tempi futuri meno di quanto previsto dalla teoria dello sconto esponenziale. Una teoria alternativa, denominata dello **sconto iperbolico**, suggerisce che il fattore di sconto non assuma la forma δ^t ma piuttosto la forma $1/(1+kt)$.

Una caratteristica particolarmente interessante dello sconto esponenziale è che il comportamento che descrive è "coerente nel tempo". Pensiamo a un consumatore

[13] Cfr. David Genesove e Christopher Mayer, 2001, "Loss aversion and seller behavior: Evidence from the housing market", *Quarterly Journal of Economics*, 116, 4, 1233-1260.

che abbia di fronte a sé un orizzonte temporale di tre periodi e la cui funzione di utilità sia la seguente

$$u(c_1) + \delta u(c_2) + \delta^2 u(c_3).$$

Il saggio marginale di sostituzione (MRS) tra i periodi 1 e 2 è

$$MRS_{12} = \frac{\delta MU(c_2)}{MU(c_1)},$$

mentre il MRS fra i periodi 2 e 3 è

$$MRS_{23} = \frac{\delta^2 MU(c_3)}{\delta MU(c_2)} = \frac{\delta MU(c_3)}{MU(c_2)}.$$

Quest'ultima espressione mostra che il saggio a cui l'individuo è disposto a sostituire il consumo nel periodo 2 al consumo nel periodo 3 è lo *stesso* sia che venga considerato dalla prospettiva del periodo 1 che da quella del periodo 2. Questo non vale per lo sconto iperbolico. Un consumatore che applichi lo sconto iperbolico sconta molto di più il futuro a lungo termine che il futuro a breve termine.

Un consumatore di questo tipo mostrerà **incoerenza temporale**: potrà fare oggi un piano circa il suo comportamento futuro, ma quando il futuro arriverà vorrà fare qualcosa di diverso. Pensiamo a una coppia che decide di spendere $5000 per un viaggio in Europa piuttosto che risparmiare i propri soldi. Essa spiega la propria decisione partendo dall'idea che comincerà a risparmiare la *prossima* estate. Ma quando l'estate arriva, la coppia decide di spendere i propri soldi per una crociera.

Autocontrollo

Una questione strettamente connessa al problema dell'incoerenza temporale è quella dell'**autocontrollo**. Ognuno di noi, in qualche misura, si trova ad affrontare questa questione. Possiamo promettere di tenere il conto delle calorie e di mangiare meno se siamo in bagno in piedi sulla bilancia, ma il nostro proposito potrebbe svanire presto, non appena ci troviamo seduti davanti a un gustoso pranzetto. Le persone razionali evidentemente sono tutte snelle e in salute, a differenza di noi.

Una domanda importante è se le persone siano consapevoli delle proprie difficoltà con l'autocontrollo. Se sappiamo di avere la tendenza a rinviare, forse quando ci si presenta un compito importante, dovremmo assolverlo immediatamente. Oppure, se abbiamo la tendenza ad assumere più impegni di quanti possiamo portare a termine, forse dovremmo imparare a dire più spesso di no.

Ma esiste anche l'altra possibilità. Se sappiamo di poter cedere alla tentazione di mangiare un altro dessert domani, potremmo mangiarne uno in più anche oggi. La carne è debole, ma può essere debole anche lo spirito.

Un modo per affrontare la questione dell'autocontrollo è trovare un sistema per vincolarsi ad azioni future. In altre parole, possiamo fare in modo che allontanarci da quanto abbiamo deciso di fare nel futuro ci costi di più. Ad esempio, se dichiariamo pubblicamente quello che faremo nel futuro, è meno probabile che in seguito deviamo dal comportamento prestabilito. Esistono pillole per gli alcolisti che provocano loro terribili dolori nel caso assumano alcol. Per le persone a dieta, ci sono anche dei **sistemi che costringono a mantenere l'impegno**: chi ha subito un'operazione di riduzione dello stomaco difficilmente mangerà troppo.

Esistono contratti fra le persone proprio per assicurare che esse tengano fede alle proprie intenzioni — anche quando potrebbe non essere più così conveniente farlo a causa del cambiamento delle condizioni. Analogamente, gli individui possono assumere qualcun altro che imponga loro dei costi nel caso deviino dalle azioni programmate, facendo così, in realtà, un contratto con se stessi. Le cliniche per dimagrire, gli istruttori di ginnastica e gli insegnanti sono tutte forme di "autocontrollo acquistato".

ESEMPIO: Eccessiva fiducia in se stessi

Un'interessante variazione sul tema dell'autocontrollo è il fenomeno della **eccessiva fiducia in se stessi**. Due economisti finanziari, Brad Barber e Terrance Odean, hanno studiato l'esperienza di 66465 famiglie con attività di negoziazione di titoli on-line. Durante il periodo preso in esame, le famiglie che hanno negoziato meno di frequente hanno ottenuto un rendimento del 18 per cento sui propri investimenti, mentre il rendimento di quelle che hanno negoziato più attivamente è stato dell'11,3 per cento.

Uno dei fattori più importanti che hanno evidentemente causato questa eccessiva attività di negoziazione è l'appartenenza di genere: gli uomini hanno negoziato molto più delle donne. Gli psicologi hanno notato che gli uomini tendono ad avere una eccessiva sicurezza nelle proprie capacità, mentre le donne, per la maggior parte, tendono a essere più realistiche. Gli psicologi parlano del comportamento degli uomini in termini di errore sistematico di attribuzione a proprio favore. Fondamentalmente, gli uomini (o perlomeno alcuni di essi) tendono a pensare che i loro successi siano un risultato della loro abilità piuttosto che della cieca fortuna, e per questo motivo diventano eccessivamente sicuri di sé.

Questa eccessiva sicurezza in se stessi può avere delle ripercussioni finanziarie. Nel campione di famiglie considerato, gli uomini hanno scambiato azioni il 45 per cento in più rispetto alle donne. Questa eccessiva attività di negoziazione ha dato luogo a un rendimento medio per gli uomini più basso di un intero punto percentuale rispetto a quello delle donne. Come affermano Barber e Odean "lo scambio può essere rischioso per la propria ricchezza".

30.4 Interazione strategica e norme sociali

Una categoria di comportamenti psicologici, o forse sociologici, particolarmente interessanti emerge nelle situazioni di interazione strategica. Abbiamo visto come la teoria dei giochi tenti di predire come dovrebbero interagire giocatori razionali. Ma

esiste anche la **teoria comportamentale dei giochi**, che esamina come interagiscono le persone reali. Infatti, si verificano sistematiche e forti deviazioni rispetto alle previsioni della teoria pura.

Gioco dell'ultimatum

Consideriamo il **gioco dell'ultimatum**, che abbiamo brevemente esaminato nel capitolo precedente. Ricordiamo che si tratta di un gioco a due giocatori, uno che propone e uno che risponde. Al primo vengono assegnati \$10 e gli viene chiesto di dividerli con il suo avversario. La divisione proposta viene quindi presentata al secondo giocatore, e gli viene chiesto se desidera accettarla oppure no. Se accetta, la divisione viene effettuata; se rifiuta, entrambi se ne andranno a mani vuote.

Pensiamo per prima cosa a come potrebbero agire dei giocatori completamente razionali. Una volta che il secondo giocatore ha considerato la divisione proposta, egli dispone di una strategia dominante: accettare qualsiasi somma piuttosto che restare senza niente. Dopo tutto, supponiamo che ci offrano la scelta fra 10 cent e niente. Non preferiremmo forse i 10 cent?

Poiché il giocatore che risponde, se razionale, sceglierà una somma qualsiasi, quello che propone la divisione dovrebbe scegliere di offrirgli il minimo possibile — ad esempio, un centesimo. Quindi il risultato previsto dalla teoria dei giochi è una divisione estrema: il giocatore che propone terrà per sé praticamente tutto.

Ma le cose non risultano andare proprio così quando il gioco viene giocato nella realtà. Infatti, il giocatore che deve scegliere se accettare o meno tende a rifiutare l'offerta se la percepisce come non equa. Le offerte che prevedono di dare all'avversario meno del 30 per cento della somma da dividere vengono rifiutate più del 50 per cento delle volte.

Naturalmente, se il giocatore che propone la divisione sa che l'avversario rifiuterà le offerte "non eque", allora razionalmente preferirà proporre di dividere la somma all'incirca a metà. In media la somma viene suddivisa assegnando il 55 per cento al giocatore che propone e il 45 per cento all'altro, con circa il 16 per cento di offerte rifiutate.

È stata prodotta una vasta letteratura che analizza come le caratteristiche dei giocatori influenzino il risultato del gioco. Un esempio sono le differenze di genere: sembra che gli uomini tendano a ottenere divisioni più favorevoli, in particolare quando sono delle donne a proporle.

Anche le differenze culturali possono avere un ruolo importante. Pare che alcune culture tengano maggiormente in considerazione l'equità rispetto ad altre, inducendo così i giocatori a rifiutare le offerte che vengono percepite come "non eque".[14] È abbastanza interessante notare come le somme offerte non varino così tanto tra aree geografiche o tra culture, mentre esistono differenze sistematiche nelle divisioni che sono ritenute accettabili. Anche la dimensione della torta è importante. Se è di \$10,

[14] Cfr. Swee-Hoon Chuah, Robert Hoffman, Martin Jones e Geoffrey Williams, "Do Cultures Clash? Evidence from Cross-National Ultimatum Game Experiments", working paper della Nottingham University Business School.

potremmo essere restii ad accettare $1. Ma se la torta vale $1000, rifiuteremmo $100? Evidentemente, risulta difficile rifiutare le somme di denaro più consistenti.

Può variare anche la struttura del gioco. In una delle sue versioni, il cosiddetto **metodo strategico**, al giocatore che deve decidere se accettare l'offerta viene chiesto di fissare la divisione minima che accetterà *prima* di conoscere la somma che gli verrà proposta. Il giocatore che fa l'offerta è consapevole del fatto che la decisione è stata già presa ma, ovviamente, non sa qual è il minimo accettabile. Questo modello sperimentale tende a far aumentare la somma offerta dal proponente, e quindi a rendere più equa la divisione.

Equità

Nel gioco dell'ultimatum sembra agire un certo interesse per l'equità. La maggior parte delle persone sembra avere una naturale inclinazione in favore di una divisione equa (o almeno non troppo iniqua). Non si tratta solo di un fenomeno individuale, ma di un vero e proprio fenomeno sociale. Gli individui tendono a seguire **norme eque** di comportamento anche quando questo non è nel loro stretto interesse.

Consideriamo ad esempio i **giochi di punizione**, che sono una generalizzazione dei giochi di ultimatum in cui un terzo giocatore osserva la scelta fatta dal proponente/divisore. Questa terza parte può scegliere, sostenendo un determinato costo, di sottrarre al proponente parte dei suoi profitti.[15]

Studi sperimentali hanno riscontrato che circa il 60 per cento di questi osservatori punisce effettivamente chi propone una divisione non equa. Sembra ci sia qualche aspetto — innato o acquisito — della natura umana che trova discutibile un comportamento non equo.

In realtà, tra le diverse culture esistono differenti norme sociali per quanto riguarda l'equità; in alcune società essa viene avvertita come un valore molto importante, mentre in altre è molto meno considerata. Tuttavia, l'impulso a punire chi si comporta in modo non equo è ampiamente sentito. È stato suggerito che una certa preferenza per risultati "equi" faccia parte della natura umana, forse perché gli individui che si sono comportati in modo equo verso gli altri hanno avuto maggiori possibilità di sopravvivenza e riproduzione.

30.5 Valutazione dell'economia comportamentale

Psicologi, studiosi di marketing e economisti comportamentali hanno accumulato una varietà di esempi che dimostrano come la teoria standard della scelta economica sia sbagliata, o, quanto meno, incompleta.

Alcuni di questi esempi sembrano però essere delle "illusioni ottiche". Ad esempio, il fatto che il modo di presentare una scelta possa incidere sulle decisioni assomiglia al fatto che il modo di disegnare forme e figure può influenzare il giudizio

[15] Cfr. Ernst Fehr e Urs Fischbacher, 2004, "Third-party punishment and social norms", *Evolution and Human Behavior*, 25, 63-87.

umano su misure e distanze. Se le persone si concedessero il tempo di considerare attentamente le scelte — utilizzando il ragionamento spassionato come standard di misura — potrebbero giungere alla conclusione giusta.

Per quanto sia vero che le persone non si comportano esattamente secondo le più semplici teorie dell'analisi economica, si potrebbe comunque far notare che nessuna teoria è corretta al cento per cento. Alcuni psicologi hanno anche documentato come molte persone non comprendano i principi più semplici della fisica. Per esempio: leghiamo un peso a una corda, lo facciamo roteare sopra la testa e poi lo lasciamo andare. In quale direzione andrà il peso? Molte persone ritengono che si muoverà radialmente verso l'esterno mentre la risposta corretta è che seguirà una traiettoria tangente al cerchio.[16] Naturalmente, tutti trascorriamo la nostra vita immersi nel mondo fisico. Se talvolta non capiamo neppure come questo funziona, non dovremmo sorprenderci più di tanto se non comprendiamo bene come funziona il mondo dell'economia.

Evidentemente la nostra comprensione intuitiva della fisica è sufficiente per la vita di tutti i giorni, e anche per rispondere alle esigenze di uno sport praticato a livello amatoriale e professionale: un giocatore di baseball può non essere in grado di comprendere scientificamente la traiettoria di una palla, anche se può benissimo fare ottimi lanci. Analogamente, si potrebbe sostenere che il consumatore se la cava abbastanza bene con le decisioni che deve prendere giorno per giorno, anche se non è poi così abile nel ragionamento astratto su di esse.

Un'altra osservazione che possiamo fare circa le anomalie comportamentali è che i mercati tendono a premiare il comportamento razionale e a punire l'irrazionalità. Anche se molti agenti non si comportano razionalmente, quelli che *realmente* adottano un comportamento ragionevole avranno l'influenza maggiore su prezzi e risultati. C'è un fondo di verità anche in questo punto di vista. Ricordiamo l'esempio in cui gli operatori immobiliari erano meno influenzati dai costi sommersi di quanto non lo fossero i normali individui.

Possiamo anche assumere degli esperti che ci aiutino a prendere decisioni migliori. Dietologi e consulenti finanziari possono offrire consigli oggettivi su come mangiare e come investire. E se siamo preoccupati di essere troppo equi, possiamo sempre assumere un negoziatore più agguerrito.

Tornando all'esempio dell'illusione ottica, la ragione per cui utilizziamo righelli e metri è che abbiamo imparato a non fidarci dei nostri occhi. Analogamente, quando prendiamo decisioni importanti sarà prudente considerare il punto di vista oggettivo di un esperto.

Sommario

1. L'economia comportamentale studia le scelte che i consumatori effettuano nella realtà.

[16] Cfr. M. McCloskey, 1983, "Intuitive Physics", *Scientific American*, Aprile, 114-123.

2. In molti casi, il comportamento effettivo del consumatore è diverso da quanto previsto dal semplice modello di consumatore razionale.

3. I consumatori effettuano scelte diverse a seconda del modo in cui il problema viene presentato.

4. Il comportamento di scelta può rivelarsi particolarmente problematico nel caso delle scelte in condizioni di incertezza.

5. I consumatori sembrano avere una preferenza per le divisioni "eque" e puniscono chi si comporta ingiustamente.

Domande

1. Alcuni soggetti possono comprare dei biglietti della lotteria. A un gruppo viene comunicato che ha il 55 per cento di probabilità di vincere, mentre all'altro gruppo che ha il 45 per cento di probabilità di perdere. Quale dei due gruppi è più probabile che compri i biglietti? Come viene definito questo effetto?

2. Mary pianifica i pasti dell'intera settimana per la sua famiglia, mentre Fred fa la spesa ogni giorno. Quale dei due cucinerà pasti più vari? Come viene definito questo effetto?

3. Siete il direttore delle risorse umane di un'azienda di medie dimensioni e state decidendo quanti tipi di fondo previdenziale offrire ai dipendenti. È meglio offrire 10 o 50 scelte?

4. Se si lancia una moneta non truccata, con quale probabilità si otterrà testa (o croce) tre volte di fila?

5. John decide che risparmierà \$5 questa settimana e \$10 la settimana successiva. Ma quando la settimana successiva arriva egli decide di risparmiare solo \$8. Qual è il termine usato per descrivere questo tipo di comportamento incoerente?

31

SCAMBIO

Abbiamo considerato fino ad ora il mercato di un singolo bene. Abbiamo cioè studiato la domanda e l'offerta di un bene in funzione del suo prezzo, senza tener conto dei prezzi degli altri beni. Ma, in genere, la domanda e l'offerta di un bene sono influenzate dai prezzi degli altri beni. I prezzi dei sostituti e dei complementi di un bene ne influenzano certamente la domanda; inoltre, il prezzo dei beni che gli individui vendono fa variare il loro reddito e, di conseguenza, la quantità degli altri beni che potranno acquistare.

Fino ad ora abbiamo ignorato l'effetto dei prezzi degli altri beni sull'equilibrio del mercato. Quando abbiamo esaminato le condizioni di equilibrio in un dato mercato, ci siamo limitati a considerare una parte del problema, e cioè come la domanda e l'offerta fossero influenzate dal prezzo di quel bene particolare. Questa è un'analisi in termini di **equilibrio parziale.**

In questo capitolo inizieremo lo studio della teoria dell'**equilibrio generale**, e cioè come la domanda e l'offerta interagiscono nei vari mercati per determinare i prezzi dei beni. Questo problema è complesso e per trattarlo saranno necessarie alcune semplificazioni.

In primo luogo, considereremo soltanto mercati concorrenziali, in cui i consumatori e le imprese ottimizzano, assumendo i prezzi come dati. Lo studio dell'equilibrio generale nel caso di mercati non perfettamente concorrenziali è sicuramente interessante, ma troppo difficile per essere trattato in questa sede.

In secondo luogo, per semplicità, considereremo il minor numero possibile di beni e di consumatori. In particolare, limitandoci a due beni e due consumatori possiamo ottenere risultati interessanti, che valgono anche nel caso di un numero arbitrariamente elevato di beni e di consumatori.

In terzo luogo, esamineremo dapprima un'economia senza produzione in cui gli individui hanno dotazioni fisse di beni e devono determinare soltanto le quantità da scambiare. Questo caso è noto come economia di **puro scambio.** Successivamente, inseriremo la produzione nel modello di equilibrio generale.

31.1 La scatola di Edgeworth

Per rappresentare graficamente lo scambio di due beni tra due individui possiamo impiegare la **scatola di Edgeworth**[1]. Quest'ultima è un diagramma, in cui sono riportate le dotazioni e le preferenze di due individui, che può essere utilizzato per studiare i differenti esiti del processo di scambio.

Indichiamo con A e B i due individui e con 1 e 2 i due beni. Sia $X_A = (x_A^1, x_A^2)$ il paniere di consumo di A, dove x_A^1 e x_A^2 rappresentano rispettivamente il consumo del bene 1 e del bene 2 da parte di A. Analogamente, indichiamo con $X_B = (x_B^1, x_B^2)$ il paniere di consumo di B. Una *coppia* di panieri di consumo, X_A e X_B, è detta **allocazione.** Un'allocazione si dice **realizzabile** se la quantità totale consumata di ciascun bene è uguale alla quantità totale disponibile:

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

Un'allocazione realizzabile di particolare interesse è quella **corrispondente alle dotazioni iniziali**, (ω_A^1, ω_A^2) e (ω_B^1, ω_B^2). Questa è l'allocazione di partenza del consumatore, e corrisponde alla quantità di ciascun bene che i consumatori portano sul mercato. Lo scambio dei beni tra i consumatori determina l'**allocazione finale.** Ciò può essere rappresentato graficamente per mezzo della scatola di Edgeworth, riportata nella Figura 31.1. In primo luogo, rappresentiamo la dotazione e le preferenze del consumatore A con l'usuale grafico della teoria del consumatore. Di seguito, indichiamo sugli assi cartesiani la quantità *totale* di ciascun bene nell'economia — la somma della quantità posseduta da A e di quella posseduta da B di ciascun bene. Dato che ci interessano esclusivamente le allocazioni realizzabili dei beni tra i due consumatori, possiamo disegnare una scatola che contenga l'insieme dei possibili panieri dei due beni che A può possedere.

Si noti che i panieri di questa scatola indicano allo stesso tempo la quantità dei beni che B può possedere. Se vi sono 10 unità del bene 1 e 20 unità del bene 2, allora, se A ne possiede (7,12), B deve averne (3,8). La quantità del bene 1 posseduta da A corrisponde alla distanza sull'asse orizzontale dall'origine nell'angolo

[1] La scatola di Edgeworth è così chiamata in onore di Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926), un economista inglese che per primo impiegò questo strumento di analisi.

in basso a sinistra, e la quantità del bene 1 posseduta da B corrisponde alla distanza sull'asse orizzontale dall'origine nell'angolo in alto a destra. Analogamente, le distanze sull'asse verticale corrispondono alle quantità del bene 2 possedute rispettivamente da A e B. Quindi, i punti all'interno della scatola indicano simultaneamente i panieri che A e B possono possedere — ma rispetto a origini diverse. I punti della scatola di Edgeworth rappresentano quindi le allocazioni realizzabili di questa semplice economia.

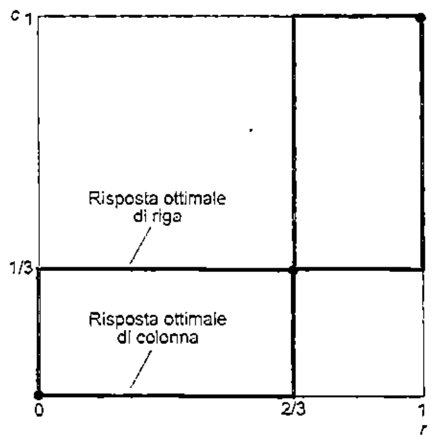


Figura 31.1 **Scatola di Edgeworth.** La larghezza della scatola misura la quantità totale disponibile del bene 1 e l'altezza misura la quantità totale disponibile del bene 2. Le scelte di consumo di A sono misurate a partire dall'angolo in basso a sinistra, mentre quelle di B dall'angolo in alto a destra.

Le curve di indifferenza di A possono essere rappresentate nel modo consueto, mentre le curve di indifferenza di B hanno invece una forma leggermente diversa. Per disegnarle, si prende un normale grafico delle curve di indifferenza di B, lo si capovolge e lo si "sovrappone" alla scatola di Edgeworth. Ora, nel diagramma sono rappresentate anche le curve d'indifferenza di B. Partendo dall'origine di A, nell'angolo in basso a sinistra, se ci spostiamo verso l'alto e a destra, ci sposteremo verso allocazioni maggiormente preferite da A. Se ci spostiamo verso il basso e a sinistra, ci avvicineremo alle allocazioni maggiormente preferite da B. (Facendo ruotare il libro e osservando il diagramma, ciò risulterà più chiaro.)

La scatola di Edgeworth ci permette di rappresentare i possibili panieri di consumo di entrambi i consumatori — le allocazioni realizzabili — e le loro preferenze.

Si ottiene così una descrizione completa delle caratteristiche rilevanti dei due consumatori.

31.2 Scambio

Una volta rappresentati gli insiemi delle preferenze e delle dotazioni, possiamo chiederci come avvengano gli scambi. Consideriamo la dotazione iniziale di beni indicata dal punto W nella Figura 31.1, e le curve di indifferenza di A e B che passano per questa allocazione. L'area in cui A è in una situazione migliore di quella corrispondente alla sua dotazione iniziale è formata da tutti i panieri di beni al di sopra della sua curva di indifferenza passante per W. L'area nella quale B è in una situazione migliore di quella corrispondente alla sua dotazione iniziale è costituita da tutte le allocazioni che si trovano al di sopra — dal *suo* punto di vista — della sua curva di indifferenza passante per W. (Quindi *al di sotto* della sua curva di indifferenza dal *nostro* punto di vista.)

Qual è l'area della scatola in cui A e B realizzano *entrambi* una soddisfazione maggiore? Essa corrisponde all'intersezione delle due aree suindicate, ed è rappresentata dall'area convessa ombreggiata della Figura 31.1. Probabilmente, durante le loro trattative, i due contraenti troveranno uno scambio reciprocamente vantaggioso, cioè uno scambio che li collochi in un punto interno all'area convessa, come ad esempio il punto M della Figura 31.1.

Lo spostamento verso M rappresentato in figura richiede che A ceda $|x_A^1 - \omega_A^1|$ unità del bene 1 e acquisti in cambio $|x_A^2 - \omega_A^2|$ unità del bene 2. Questo significa che B acquista $|x_B^1 - \omega_B^1|$ unità del bene 1 e cede $|x_B^2 - \omega_B^2|$ unità del bene 2.

L'allocazione M non ha caratteristiche particolari: qualsiasi allocazione all'interno dell'area convessa sarebbe possibile, poiché ogni allocazione di beni di quest'area è tale da aumentare la soddisfazione di ciascun consumatore rispetto a quella corrispondente alla dotazione iniziale. È sufficiente assumere che i consumatori scambino in *qualche* punto appartenente a quest'area.

Possiamo ora ripetere l'analisi precedente, partendo da M. Possiamo infatti tracciare due curve di indifferenza passanti per M, costruire una nuova area convessa "di vantaggio reciproco" e immaginare che i contraenti si spostino verso un punto N all'interno di quest'area, e così via ... il processo di scambio continuerà fino a che non vi saranno più scambi preferiti sia da A che da B.

31.3 Allocazioni Pareto-efficienti

Consideriamo la Figura 31.2. In corrispondenza del punto M, l'insieme dei punti che si trovano al di sopra della curva di indifferenza di A non interseca l'insieme dei punti che si trovano al di sopra della curva di indifferenza di B. L'area in cui la soddisfazione di A è maggiore è disgiunta da quella in cui è maggiore la soddisfazione di B. Questo significa che qualsiasi spostamento migliori la soddisfazione di uno dei due scambisti necessariamente peggiorerà quella dell'altro: non vi sono quindi, in corrispondenza di tale allocazione, scambi reciprocamente vantaggiosi.

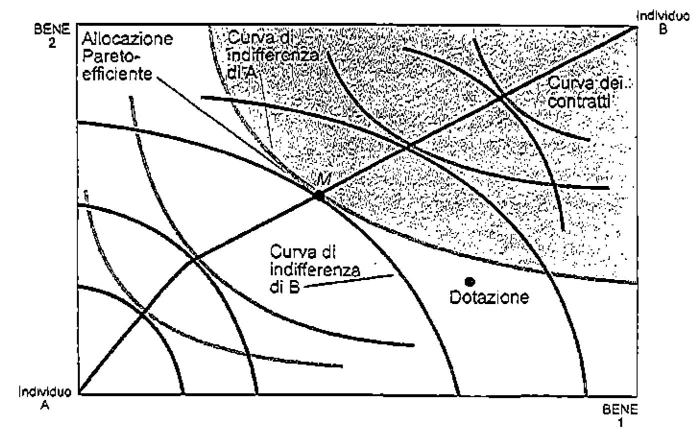


Figura 31.2 **Un'allocazione Pareto-efficiente.** In corrispondenza di un'allocazione Pareto-efficiente, come quella indicata dal punto M, ciascun individuo è sulla curva di indifferenza più elevata possibile, data quella dell'altro. La curva che unisce tali punti è nota come curva dei contratti.

Una tale allocazione è detta **Pareto-efficiente.** Si tratta di un concetto molto importante in economia, che si presenta sotto aspetti diversi.

Una allocazione Pareto-efficiente è tale che:

1. Non si può aumentare la soddisfazione di tutti gli scambisti; oppure

2. non si può aumentare la soddisfazione di qualche scambista senza diminuire quella di qualcun altro; oppure

3. tutte le opportunità vantaggiose derivanti dallo scambio sono state sfruttate; oppure

4. non è possibile effettuare ulteriori scambi reciprocamente vantaggiosi, e così via.

In effetti, il concetto di efficienza paretiana è stato menzionato più volte nel caso di un singolo mercato: in quel caso abbiamo definito Pareto-efficiente quel livello di output in corrispondenza del quale la disponibilità marginale ad acquistare è uguale alla disponibilità marginale a vendere. Per qualsiasi livello di output in cui questa uguaglianza non si verifica, esiste la possibilità di aumentare la soddisfazione degli acquirenti e degli offerenti per mezzo dello scambio. In questo capitolo, esamineremo più in dettaglio l'efficienza paretiana nel caso di molti beni e di molti scambisti.

Da un punto di vista geometrico, le allocazioni Pareto-efficienti sono rappresentate dai punti, all'interno della scatola di Edgeworth, in cui le curve di indifferenza dei due scambisti sono tangenti. Infatti, se le due curve di indifferenza non fossero tangenti in corrispondenza di un'allocazione all'interno della scatola, dovrebbero intersecarsi. In questo caso, se cioè si intersecassero, esisterebbe qualche area in cui sono possibili scambi reciprocamente vantaggiosi, e quindi il punto di intersezione non può essere Pareto-efficiente. (È possibile che vi siano allocazioni Pareto-efficienti in cui le curve di indifferenza non sono tangenti — come quelle che si trovano ai lati della scatola e che corrispondono a un consumo nullo di un bene da parte di uno dei due scambisti — tuttavia, questi casi limite non sono importanti ai fini della presente discussione.)

Dalla condizione di tangenza risulta che vi sono molte allocazioni Pareto-efficienti nella scatola di Edgeworth. Infatti, data una qualsiasi curva di indifferenza di A, per esempio, è facile trovare un'allocazione Pareto-efficiente: è sufficiente spostarsi lungo la curva di indifferenza di A fino a trovare il punto migliore per B. Questo sarà un punto Pareto-efficiente nel quale, di conseguenza, le curve di indifferenza saranno tangenti.

L'insieme di tutti i punti Pareto-efficienti nella scatola di Edgeworth è detto **insieme di Pareto**, o **curva dei contratti**. Quest'ultimo termine deriva dal fatto che tutti i "contratti finali" di scambio devono trovarsi nell'insieme di Pareto, altrimenti non sarebbero finali, poiché sarebbe possibile qualche miglioramento. In genere la curva dei contratti va dall'origine di A a quella di B, attraversando la scatola di Edgeworth, come rappresentato nella Figura 31.2. L'origine di A corrisponde a una situazione in cui A non ha niente e B ha tutto. Tale situazione è Pareto-efficiente, poiché la sola possibilità per A di aumentare la sua soddisfazione consiste nel prendere qualcosa a B. Spostandoci verso l'alto lungo la curva dei contratti, la soddisfazione di A continua ad aumentare fino a che si arriva all'origine di B.

L'insieme di Pareto include tutti i possibili esiti di scambi reciprocamente vantaggiosi, a partire da un punto qualsiasi nella scatola. Date le dotazioni iniziali di ciascun consumatore, possiamo determinare il sottoinsieme dell'insieme di Pareto formato dai punti che ciascun consumatore preferisce alla sua dotazione iniziale. Si tratta del sottoinsieme dell'insieme di Pareto che si trova all'interno dell'area convessa rappresentata nella Figura 31.1. Le allocazioni che si trovano in quest'area costituiscono i possibili esiti di uno scambio partendo dalla dotazione iniziale rappresentata in quella figura. Ma l'insieme di Pareto, di per sé, non dipende dalla dotazione iniziale, se non nella misura in cui tale dotazione determina le quantità totali disponibili di entrambi i beni, e quindi anche le dimensioni della scatola.

31.4 Scambio e mercato

L'equilibrio del processo di scambio descritto precedentemente — l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti — è molto importante, ma non dice nulla sulla situazione finale degli scambisti. In effetti, il processo di scambio che abbiamo descritto è piuttosto generico. In sostanza, abbiamo semplicemente ipotizzato che i due scambisti si spostino verso *qualche* allocazione, in corrispondenza della quale la situazione di entrambi è migliore.

Specificando ulteriormente il processo di scambio, possiamo descrivere l'equilibrio in modo più preciso. In particolare, descriviamo il processo di scambio di un mercato concorrenziale.

Supponiamo che vi sia un terzo individuo disposto a fare la parte del "banditore" per i due scambisti A e B. Il banditore sceglie un prezzo per il bene 1 e un prezzo per il bene 2, e li comunica ad A e B. Ciascuno scambista valuta la propria dotazione in relazione ai prezzi (p_1, p_2) e decide quanto di ciascun bene è disposto ad acquistare a quei prezzi.

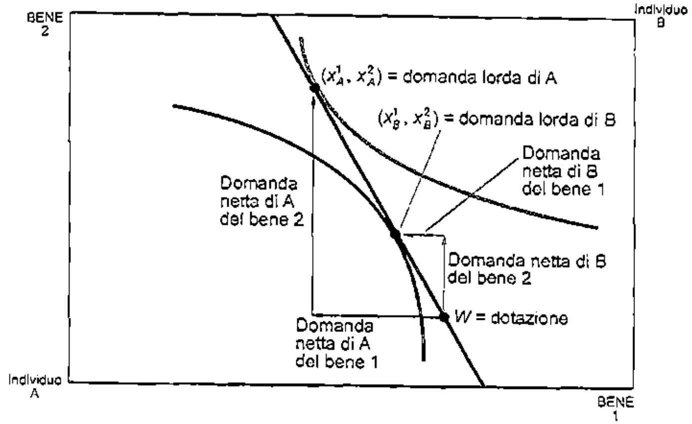


Figura 31.3 **Domanda lorda e domanda netta.** La domanda lorda corrisponde alla quantità di un dato bene che l'individuo desidera consumare; la domanda netta corrisponde alla quantità di un dato bene che l'individuo intende acquistare.

A questo punto, è necessaria una precisazione. Se vi sono effettivamente solo due scambisti, non ha molto senso che si comportino in modo concorrenziale. Tenteranno invece di accordarsi sulle condizioni dello scambio. Un modo per risolvere questo problema è quello di pensare che la scatola di Edgeworth rappresenti le domande medie in un'economia in cui sono presenti solo due *tipi* di consumatori, ma vi siano molti consumatori per ciascun tipo. Un altro possibile modo per trattare il comportamento concorrenziale è quello di considerare che, per quanto esso non sia molto plausibile nel caso di due individui, è assolutamente ragionevole in un'economia in cui vi siano molti scambisti, che è precisamente il caso che ci interessa.

In un modo o nell'altro, siamo in grado di analizzare il problema della scelta del consumatore in questo contesto: si tratta, in effetti, del problema della scelta del consumatore già descritto nel Capitolo 5. Nella Figura 31.3 sono rappresentati i panieri domandati dai due scambisti. (Si noti che la situazione rappresentata nella Figura 31.3 non è una configurazione di equilibrio, poiché la domanda di uno dei due agenti non è uguale all'offerta dell'altro).

Come nel Capitolo 9, in questo contesto vi sono due concetti di "domanda" significativi. La **domanda lorda** del bene 1 da parte dello scambista A, per esempio, corrisponde alla quantità totale del bene 1 che questi desidera consumare dati i prezzi correnti. La **domanda netta** del bene 1 da parte dello scambista A rappresenta la differenza tra la domanda totale e la dotazione iniziale del bene 1 di cui A dispone. Nell'ambito della teoria dell'equilibrio generale, la domanda netta è di solito definita **eccesso di domanda**. Indichiamo con e_A^1 l'eccesso di domanda del bene 1 dello scambista A. Per definizione, se la domanda lorda di A è x_A^1, e la sua dotazione è ω_A^1, si avrà

$$e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1.$$

Il concetto di eccesso di domanda probabilmente è più intuitivo, ma quello di domanda lorda è, in generale, più utile. Nel seguito, intenderemo sempre con "domanda" la domanda lorda e con "domanda netta" l'eccesso di domanda.

Non vi è alcuna garanzia che, in corrispondenza di prezzi arbitrari (p_1, p_2), l'offerta eguagli la domanda — intesa nell'uno o nell'altro senso. In termini di domanda netta, questo significa che la quantità che A intende acquistare (o vendere) non sarà necessariamente uguale alla quantità che B intende vendere (o acquistare). In termini di domanda lorda, questo significa che la somma della quantità totale del bene di cui gli agenti vogliono disporre non è uguale alla quantità totale disponibile del bene in questione. In effetti, questa è la situazione rappresentata nella Figura 31.3, in cui gli agenti non sono in grado di completare le transazioni desiderate.

Si dirà, in questo caso, che il mercato è in **disequilibrio**. In tale situazione, ci aspetteremo che il banditore faccia variare il prezzo dei beni. Se vi è eccesso di domanda per uno dei beni, il banditore farà aumentare il prezzo di quel bene, mentre se vi è eccesso di offerta, lo farà diminuire.

Supponiamo che questo processo di aggiustamento continui fino a che la domanda di ciascun bene ne eguaglia l'offerta. Quale sarà la situazione finale?

La risposta è data nella Figura 31.4. In questo caso, la quantità del bene 1 che A intende acquistare è esattamente uguale alla quantità dello stesso bene che B desidera vendere, e analogamente per il bene 2. In altri termini, la quantità totale di ciascun bene che ogni scambista è disposto ad acquistare ai prezzi correnti, è uguale alla quantità totale disponibile. Diciamo quindi che in questo caso il mercato è in **equilibrio**. Più precisamente, questo tipo di **equilibrio** è detto **di mercato, concorrenziale**, o **equilibrio walrasiano**[2]. Ciascuno di questi termini indica la stessa cosa: un insieme di prezzi in corrispondenza dei quali ciascun consumatore sceglie il paniere preferito tra quelli che può acquistare, e che le scelte

[2] Così chiamato da Leon Walras (1834–1910), un economista francese che lavorò a Losanna e che fu tra i primi studiosi della teoria dell'equilibrio generale.

dei consumatori, presi come un tutto, sono compatibili, nel senso che la domanda è uguale all'offerta in ciascun mercato.

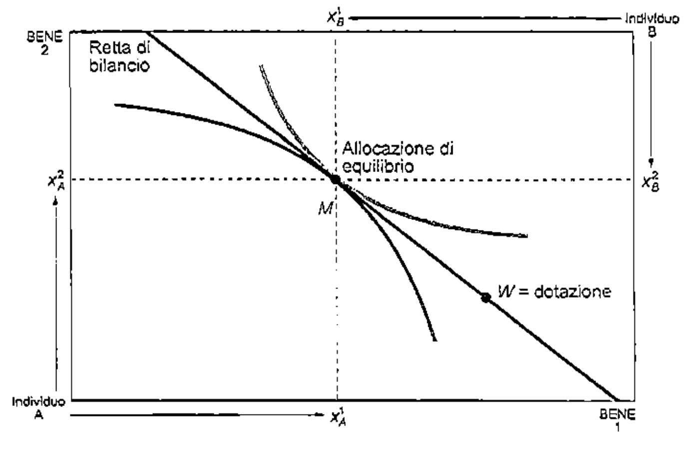


Figura 31.4 **L'equilibrio nella scatola di Edgeworth.** Ciascuno scambista, in equilibrio, sceglie il paniere preferito all'interno del proprio vincolo di bilancio, e la somma delle quantità scelte è uguale alla quantità totale disponibile dei beni.

Sappiamo che se ciascuno scambista sceglie il paniere migliore tra quelli che può acquistare, il suo saggio marginale di sostituzione tra i due beni deve essere uguale al rapporto tra i prezzi. Ma se tutti i consumatori si trovano di fronte gli stessi prezzi, allora il saggio marginale di sostituzione tra ciascuno dei due beni dovrà essere lo *stesso* per tutti. Dalla Figura 31.4 risulta che un equilibrio è caratterizzato dal fatto che la curva di indifferenza di ciascun agente è tangente alla sua retta di bilancio. Poiché la retta di bilancio di ciascuno scambista ha inclinazione $-p_1/p_2$, questo significa che le curve di indifferenza dei due scambisti devono essere tangenti.

31.5 Equilibrio

Sia $x_A^1(p_1, p_2)$ la funzione di domanda del bene 1 per A, e $x_B^1(p_1, p_2)$ la funzione di domanda del bene 1 per B. Definendo le funzioni analoghe per il bene 2, possiamo esprimere la condizione di equilibrio come un insieme di prezzi (p_1^*, p_2^*), tale che

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

Queste equazioni indicano che in equilibrio la domanda totale di ciascun bene deve essere uguale alla sua offerta totale.

Possiamo riscrivere in un altro modo la condizione di equilibrio trasformando le equazioni precedenti, ottenendo

$$[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^1] + [x_B^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^1] = 0$$
$$[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^2] + [x_B^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^2] = 0.$$

Queste equazioni indicano che la somma delle *domande nette* di ciascuno scambista per ciascun bene è uguale a zero. Ovvero, in altri termini, la quantità netta che A domanda (o offre) deve essere uguale alla quantità netta che B offre (o domanda).

Infine, vi è un altro modo per esprimere queste equazioni di equilibrio, che deriva dal concetto di **funzione di eccesso di domanda aggregato.** Scriviamo la funzione di domanda netta del bene 1 per A nel modo seguente

$$e_A^1(p_1, p_2) = x_A^1(p_1, p_2) - \omega_A^1$$

e definiamo $e_B^1(p_1, p_2)$ in modo analogo.

La funzione $e_A^1(p_1, p_2)$ rappresenta la **domanda netta** di A o il suo **eccesso di domanda** — la differenza tra la quantità che A desidera consumare del bene 1 e quella che possiede inizialmente. A questo punto, sommiamo la domanda netta del bene 1 di A e di B, ottenendo

$$\begin{aligned} z_1(p_1, p_2) &= e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2) \\ &= x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2) - \omega_A^1 - \omega_B^1 \end{aligned}$$

che chiamiamo **eccesso di domanda aggregato** del bene 1. Analogamente, indichiamo con $z_2(p_1, p_2)$ l'eccesso di domanda aggregato del bene 2.

Quindi possiamo affermare che, in corrispondenza di un equilibrio (p_1^*, p_2^*), l'eccesso aggregato di domanda per ciascun bene è nullo:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$$
$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Tuttavia, questa definizione è più restrittiva di quanto non sia necessario. Infatti, se l'eccesso di domanda aggregato del bene 1 è nullo anche l'eccesso di domanda aggregato del bene 2 deve necessariamente essere nullo. Per dimostrarlo, conviene prima di tutto stabilire una proprietà della funzione dell'eccesso di domanda aggregato nota come **legge di Walras**.

31.6 Legge di Walras

Impiegando la notazione precedente, la legge di Walras stabilisce che

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0$$

e cioè che *il valore dell'eccesso di domanda aggregato è identicamente uguale a zero*. Questo significa che il valore è zero per *tutti* i prezzi possibili e non solo per i prezzi di equilibrio.

Questo può essere dimostrato sommando i vincoli di bilancio dei due scambisti. Consideriamo dapprima lo scambista A: poiché la sua domanda di ciascun bene soddisfa il vincolo di bilancio, si avrà

$$p_1 x_A^1(p_1, p_2) + p_2 x_A^2(p_1, p_2) \equiv p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2$$

oppure

$$\begin{aligned} p_1[x_A^1(p_1, p_2) - \omega_A^1] + p_2[x_A^2(p_1, p_2) - \omega_A^2] &\equiv 0 \\ p_1 e_A^1(p_1, p_2) + p_2 e_A^2(p_1, p_2) &\equiv 0. \end{aligned}$$

In base a quest'equazione, il *valore della domanda netta dello scambista A è zero*, e cioè il valore della somma della quantità del bene 1 e della quantità del bene 2 che A desidera acquistare deve essere uguale a zero. (Ovviamente, la quantità che egli intende acquistare di *uno* dei due beni deve essere negativa — cioè A intende vendere una certa quantità di un bene per poter acquistare una quantità maggiore dell'altro.)

Per B si ha un'equazione analoga:

$$\begin{aligned} p_1[x_B^1(p_1, p_2) - \omega_B^1] + p_2[x_B^2(p_1, p_2) - \omega_B^2] &\equiv 0 \\ p_1 e_B^1(p_1, p_2) + p_2 e_B^2(p_1, p_2) &\equiv 0. \end{aligned}$$

Sommando le equazioni di A e B e impiegando la definizione di domanda aggregata, $z_1(p_1, p_2)$ e $z_2(p_1, p_2)$, si ottiene

$$\begin{aligned} p_1[e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2)] + p_2[e_A^2(p_1, p_2) + e_B^2(p_1, p_2)] &\equiv 0 \\ p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) &\equiv 0. \end{aligned}$$

A questo punto, ci rendiamo conto che la legge di Walras deriva dal fatto che, poiché il valore dell'eccesso di domanda di ciascuno scambista è uguale a zero, anche il valore della somma degli eccessi di domanda di tutti gli scambisti deve essere uguale a zero.

Possiamo ora dimostrare che se la domanda è uguale all'offerta in un mercato, deve essere uguale all'offerta anche nell'altro mercato. Si noti che la legge di Walras vale per qualsiasi prezzo, dato che ogni scambista deve soddisfare il suo vincolo di bilancio per tutti i prezzi. In particolare, vale per quei prezzi in corrispondenza dei quali l'eccesso di domanda per il bene 1 è zero:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$$

e, in base alla legge di Walras, deve anche essere vero che

$$p_1^* z_1(p_1^*, p_2^*) + p_2^* z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Da queste due equazioni si deduce che, se $p_2^* > 0$, si avrà

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Quindi, come abbiamo stabilito in precedenza, se si trovano dei prezzi (p_1, p_2) per i quali la domanda del bene 1 è uguale alla sua offerta, allora anche la domanda del bene 2 deve essere uguale alla sua offerta. Oppure, se si trovano dei prezzi in corrispondenza dei quali la domanda del bene 2 ne eguaglia l'offerta, allora certamente il mercato del bene 1 sarà in equilibrio.

In generale, se ci sono mercati per k beni, è sufficiente trovare un insieme di prezzi in corrispondenza dei quali $k - 1$ mercati sono in equilibrio. La legge di Walras implica che nel mercato del bene k automaticamente la domanda sarà uguale all'offerta.

31.7 Prezzi relativi

Come abbiamo visto, la legge di Walras implica che vi siano solo $k - 1$ equazioni indipendenti in un modello di equilibrio generale con k beni: se la domanda è uguale all'offerta in $k - 1$ mercati, la domanda deve essere uguale all'offerta anche nell'ultimo mercato. Ma se vi sono k beni, si dovranno determinare k prezzi. Come è possibile risolvere $k - 1$ equazioni per k prezzi?

La risposta è che vi sono in realtà solo $k-1$ prezzi *indipendenti*. Si ricorderà dal Capitolo 2 che, se si moltiplicano tutti i prezzi e il reddito per un numero positivo t, l'insieme di bilancio non varia, e quindi non varia neppure il paniere domandato. Nel modello di equilibrio generale, il reddito di ciascun consumatore corrisponde al valore della sua dotazione ai prezzi di mercato. Se si moltiplicano tutti i prezzi per $t > 0$, si moltiplica automaticamente per t il reddito di ciascun consumatore. Quindi, se si trova un insieme (p_1^*, p_2^*) di prezzi di equilibrio, anche (tp_1^*, tp_2^*) sono prezzi di equilibrio, per qualsiasi $t > 0$.

Questo significa che possiamo fissare arbitrariamente un prezzo qualsiasi. In particolare, conviene spesso porre uno dei prezzi uguale a 1, in modo che tutti gli altri prezzi siano misurati relativamente ad esso. Come abbiamo già visto nel Capitolo 2, questo prezzo è detto prezzo **numerario**. Se si sceglie il primo prezzo come prezzo numerario, questo equivale a moltiplicare tutti i prezzi per la costante $t = 1/p_1$.

La condizione di uguaglianza tra domanda e offerta su ciascun mercato determina solo i prezzi relativi di equilibrio, poiché, se si moltiplicano tutti i prezzi per un numero positivo, non si modificano le domande e le offerte degli scambisti.

ESEMPIO: Un esempio di equilibrio

La funzione di utilità Cobb-Douglas, come si ricorderà dal Capitolo 6, ha la forma $u_A(x_A^1, x_A^2) = (x_A^1)^a(x_A^2)^{1-a}$ per lo scambista A, e una forma analoga per B.

Abbiamo visto che da questa funzione di utilità si possono ottenere le seguenti funzioni di domanda.

$$x_A^1(p_1, p_2, m_A) = a\frac{m_A}{p_1}$$
$$x_A^2(p_1, p_2, m_A) = (1-a)\frac{m_A}{p_2}$$
$$x_B^1(p_1, p_2, m_B) = b\frac{m_B}{p_1}$$
$$x_B^2(p_1, p_2, m_B) = (1-b)\frac{m_B}{p_2}$$

dove a e b sono i parametri delle funzioni di utilità dei due consumatori.

Sappiamo che, in equilibrio, il reddito monetario di ciascun individuo corrisponde al valore della sua dotazione:

$$m_A = p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2$$
$$m_B = p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2.$$

Quindi, gli eccessi di domanda aggregati dei due beni sono

$$\begin{aligned} z_1(p_1, p_2) &= a\frac{m_A}{p_1} + b\frac{m_B}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1 \\ &= a\frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{p_1} + b\frac{p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} z_2(p_1, p_2) &= (1-a)\frac{m_A}{p_2} + (1-b)\frac{m_B}{p_2} - \omega_A^2 - \omega_B^2 \\ &= (1-a)\frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{p_2} + (1-b)\frac{p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2}{p_2} - \omega_A^2 - \omega_B^2. \end{aligned}$$

Verifichiamo che queste funzioni di domanda aggregate soddisfano la legge di Walras.

Se p_2 è il prezzo numerario, le due equazioni diventano:

$$z_1(p_1, 1) = a\frac{p_1\omega_A^1 + \omega_A^2}{p_1} + b\frac{p_1\omega_B^1 + \omega_B^2}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1$$

$$z_2(p_1, 1) = (1-a)(p_1\omega_A^1 + \omega_A^2) + (1-b)(p_1\omega_B^1 + \omega_B^2) - \omega_A^2 - \omega_B^2,$$

dove abbiamo semplicemente posto $p_2 = 1$.

Abbiamo ora un'equazione per l'eccesso di domanda del bene 1, $z_1(p_1, 1)$, e un'equazione per l'eccesso di domanda del bene 2, $z_2(p_1, 1)$, dove ciascuna equazione è espressa in funzione del prezzo relativo del bene 1, p_1. Per trovare il *prezzo di equilibrio*, poniamo una di queste equazioni uguale a zero e risolviamo per p_1. Secondo la legge di Walras, qualsiasi equazione venga risolta, si ottiene sempre lo stesso prezzo di equilibrio.

Tale prezzo di equilibrio è

$$p_1^* = \frac{a\omega_A^2 + b\omega_B^2}{(1-a)\omega_A^1 + (1-b)\omega_B^1}.$$

(Chi avesse dei dubbi potrà inserire questo valore di p_1 nelle equazioni domanda = offerta, e verificare che esse sono soddisfatte.)

31.8 L'esistenza dell'equilibrio

Nell'esempio precedente, abbiamo ottenuto le equazioni di domanda di ciascun consumatore e da queste abbiamo calcolato i prezzi di equilibrio. Ma, in generale, non è possibile esprimere esplicitamente le funzioni di domanda di ciascun consumatore. Come possiamo provare che esistono prezzi in corrispondenza dei quali la domanda è uguale all'offerta in ogni mercato? Questo è noto come il problema dell'**esistenza di un equilibrio concorrenziale**.

L'esistenza di un equilibrio concorrenziale è essenziale per la verifica della coerenza dei vari modelli esaminati nei capitoli precedenti. A che scopo elaborare teorie sul funzionamento dei mercati concorrenziali se non ne esiste l'equilibrio?

Gli economisti che per primi esaminarono il problema avevano rilevato che, in un mercato con k beni, si dovevano determinare $k-1$ prezzi relativi e che vi erano $k-1$ equazioni di equilibrio che stabilivano l'uguaglianza tra domanda e offerta in ciascun mercato. Poiché il numero di equazioni era uguale al numero delle incognite, si riteneva che ne esistesse una soluzione.

Si scoprì presto che questo ragionamento non era corretto. Contare il numero delle equazioni e il numero delle incognite non è sufficiente per provare l'esistenza di un equilibrio. Tuttavia, esistono strumenti matematici che possono essere utilizzati per dimostrare l'esistenza di un equilibrio concorrenziale. L'ipotesi fondamentale è che la funzione dell'eccesso di domanda aggregato sia **continua**. In breve, questo significa che piccole variazioni dei prezzi dovrebbero comportare piccole variazioni della domanda aggregata: una piccola variazione dei prezzi non dovrebbe provocare quindi un brusco aumento della quantità domandata.

Sotto quali condizioni le funzioni di domanda aggregata sono continue? Le condizioni che garantiscono la continuità sono essenzialmente di due tipi. La prima è che la funzione di domanda di ciascun individuo sia continua — cioè che piccole variazioni dei prezzi provochino solo piccole variazioni della domanda. Questo richiede che le preferenze di ciascun consumatore siano convesse, come abbiamo visto nel Capitolo 3. L'altra condizione è più generale. Anche se le funzioni di domanda dei consumatori non sono continue, finché le loro dimensioni sono trascurabili rispetto alla dimensione del mercato, la funzione di domanda aggregata sarà continua.

Dopo tutto, l'ipotesi di comportamento concorrenziale ha senso solo quando vi siano molti consumatori, ciascuno dei quali controlla solo una piccola quota del mercato. Questa condizione garantisce la continuità delle funzioni di domanda aggregata. Tale continuità assicura a sua volta l'esistenza di un equilibrio concorrenziale. Quindi, le ipotesi sul comportamento concorrenziale sono al tempo stesso fondamentali per la teoria dell'equilibrio generale.

31.9 Equilibrio ed efficienza

Finora abbiamo analizzato il processo di scambio in un modello di puro scambio. Disponiamo così di un modello particolare di scambio che possiamo confrontare con il modello generale discusso all'inizio di questo capitolo. Possiamo chiederci se anche il processo di scambio di un mercato concorrenziale sia in grado di esaurire tutti i vantaggi derivanti dallo scambio. Una volta raggiunto per mezzo dello scambio l'equilibrio concorrenziale, in corrispondenza del quale la domanda è uguale all'offerta in ciascun mercato, gli individui desidereranno effettuare ulteriori scambi? Questo è un altro modo di chiedersi se l'equilibrio di mercato sia Pareto-efficiente: cioè se gli scambisti desiderino scambiare ulteriormente, una volta effettuati gli scambi ai prezzi concorrenziali.

Dalla Figura 31.4 si può dedurre che l'allocazione corrispondente all'equilibrio di mercato è Pareto-efficiente. Infatti un'allocazione nella scatola di Edgeworth è Pareto-efficiente se l'insieme dei panieri preferiti da A non interseca l'insieme dei panieri preferiti da B. Nell'equilibrio di mercato l'insieme dei panieri preferiti da A deve trovarsi al di sopra del suo insieme di bilancio, e lo stesso vale per B, dove "al di sopra" significa "al di sopra dal punto di vista di B". Quindi, i due insiemi formati dalle allocazioni preferite non potranno intersecarsi. Questo significa che non esistono altre allocazioni che entrambi gli scambisti preferiscano all'allocazione di equilibrio, e quindi l'equilibrio è Pareto-efficiente.

31.10 Efficienza

Quanto visto in precedenza può essere trattato anche da un punto di vista formale. Supponiamo di avere un equilibrio di mercato che *non* sia Pareto-efficiente. Dimostriamo ora che ciò è logicamente contraddittorio

Infatti, se l'equilibrio di mercato non è Pareto-efficiente, allora esiste qualche altra allocazione $(y_A^1, y_A^2, y_B^1, y_B^2)$ realizzabile tale che

$$y_A^1 + y_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{31.1}$$

$$y_A^2 + y_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{31.2}$$

e

$$(y_A^1, y_A^2) \succ_A (x_A^1, x_A^2) \tag{31.3}$$

$$(y_B^1, y_B^2) \succ_B (x_B^1, x_B^2). \tag{31.4}$$

Le prime due equazioni mostrano che l'allocazione y è realizzabile, e le successive che essa è preferita da ciascun agente all'allocazione x. (I simboli $\succ_A$ e $\succ_B$ rappresentano le preferenze di A e di B).

Ma, per ipotesi, vi è un equilibrio di mercato in corrispondenza del quale ciascun agente sceglie il paniere migliore tra quelli che può acquistare. Se (y_A^1, y_A^2) è migliore del paniere scelto da A, allora costa più del paniere che A può acquistare, e analogamente per B:

$$p_1 y_A^1 + p_2 y_A^2 > p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2$$
$$p_1 y_B^1 + p_2 y_B^2 > p_1 \omega_B^1 + p_2 \omega_B^2.$$

Sommando le due equazioni si ottiene

$$p_1(y_A^1 + y_B^1) + p_2(y_A^2 + y_B^2) > p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2)$$

e impiegando le equazioni (31.1) e (31.2) si ha

$$p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2) > p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2)$$

che è evidentemente una contraddizione, poiché i membri di sinistra e di destra sono uguali.

Questa contraddizione deriva dall'ipotesi che l'equilibrio di mercato non sia Pareto-efficiente. Tale ipotesi è quindi errata. Ne consegue che tutti gli equilibri di mercato sono Pareto-efficienti. Questo risultato è noto come **primo teorema dell'economia del benessere**.

Questo teorema stabilisce che un mercato concorrenziale sfrutta tutte le opportunità vantaggiose derivanti dallo scambio: un'allocazione corrispondente all'equilibrio concorrenziale è necessariamente Pareto-efficiente, anche se può essere priva di altre proprietà desiderabili. In particolare, il primo teorema dell'economia del benessere non consente di prevedere in quale modo saranno distribuiti i vantaggi. L'equilibrio di mercato potrebbe anche non essere una allocazione "equa" — se inizialmente A avesse tutto, continuerebbe ad avere tutto anche dopo aver effettuato gli scambi. Questo potrà certo essere efficiente, ma probabilmente non sarà giusto.

ESEMPIO: Monopolio nella scatola di Edgeworth

Per capire meglio il primo teorema dell'economia del benessere, è opportuno considerare un altro meccanismo di allocazione delle risorse, che non sia efficiente. Un esempio significativo è quello in cui un consumatore si comporta come un monopolista. Supponiamo che non vi sia un banditore, e che, invece, sia lo scambista A a fissare i prezzi per B, mentre B decide quanto scambiare ai prezzi stabiliti. Supponiamo inoltre che A conosca la "curva di domanda" di B e che scelga un insieme di prezzi che massimizza la propria soddisfazione, data la domanda di B.

In questo caso, per studiare l'equilibrio è opportuno utilizzare la **curva prezzo-consumo**, che, come si ricorderà dal Capitolo 6, rappresenta tutte le scelte ottime del consumatore in corrispondenza di qualsiasi prezzo. Quindi, la curva prezzo-consumo di B rappresenta i panieri che egli acquista ai diversi prezzi, cioè descrive

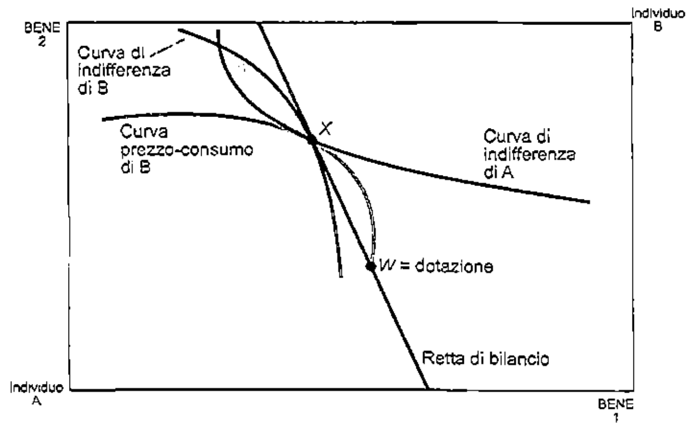


Figura 31.5 **Il monopolio nella scatola di Edgeworth.** A sceglie il punto sulla curva prezzo-consumo di B a cui è associata la propria utilità più elevata.

la domanda di B. Se tracciamo la retta di bilancio di B, il punto in cui questa retta interseca la sua curva prezzo-consumo rappresenta il consumo ottimo di B.

Quindi, se A intende fissare un prezzo per B tale da massimizzare la propria soddisfazione, deve trovare il punto sulla curva prezzo-consumo di B al quale è associata la propria utilità più elevata, come è rappresentato nella Figura 31.5.

Tale scelta sarà caratterizzata dall'usuale condizione di tangenza: la curva d'indifferenza di A sarà tangente alla curva prezzo-consumo di B. Se quest'ultima intersecasse la curva di indifferenza di A, esisterebbe un punto sulla curva prezzo-consumo di B preferito da A, e quindi il punto di intersezione non sarebbe un punto di ottimo per A.

Una volta identificato questo punto, indicato con X nella Figura 31.5, tracciamo una retta di bilancio che lo congiunga alle dotazioni. In corrispondenza dei prezzi associati a questa retta di bilancio, B sceglierà il paniere X e la soddisfazione di A sarà massima.

È questa un'allocazione Pareto-efficiente? In generale, la risposta sarà negativa. Per capirlo, è sufficiente osservare che la curva di indifferenza di A non sarà tangente in X alla retta di bilancio, e quindi non sarà tangente alla curva di indifferenza di B. La curva di indifferenza di A è tangente alla curva *prezzo-consumo* di B e quindi *non* sarà tangente alla curva di indifferenza di B. L'allocazione di monopolio non è Pareto-efficiente.

In effetti, questo tipo di inefficienza è analogo a quello visto nel Capitolo 24 a proposito del monopolio. Al margine, A vorrebbe vendere di più ai prezzi di equilibrio, ma può farlo solo diminuendo il prezzo, provocando in tal modo una riduzione del ricavo delle vendite inframarginali.

Abbiamo visto nel Capitolo 25 che un monopolista che discrimina perfettamente nei prezzi produce una quantità di output efficiente. Ricordiamo che un monopolista discriminante è in grado di vendere ciascuna unità di un bene a chi è disposto a pagarla di più. Come possiamo rappresentare un monopolista di questo tipo nella scatola di Edgeworth?

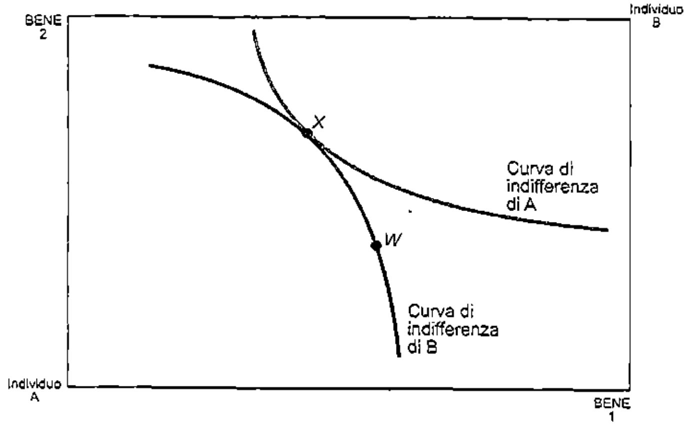


Figura 31.6 **Un monopolista perfettamente discriminante.** A sceglie il punto sulla curva di indifferenza di B passante per la dotazione cui è associata la propria utilità più elevata. Tale punto è Pareto-efficiente.

La risposta è data dalla Figura 31.6. Partiamo dalla dotazione iniziale, W, e immaginiamo che A venda ciascuna unità del bene 1 a B a un prezzo diverso, cioè il prezzo al quale per B è assolutamente indifferente acquistare o no quell'unità del bene. Quindi, dopo che A ha venduto la prima unità, B rimane sulla stessa curva di indifferenza che passa per W. Successivamente, A vende la seconda unità del bene 1 a B al prezzo più alto che questi è disposto a pagare. Questo significa che l'allocazione si sposta ancora più a sinistra, restando sulla curva di indifferenza (passante per W) di B. A continua a vendere unità a B, spostandosi sempre più in alto lungo la curva di indifferenza di B, fino ad arrivare al punto X della Figura 31.6, che corrisponde all'allocazione che egli — A — preferisce.

Si vede immediatamente che questo punto è Pareto-efficiente. La soddisfazione di A è la massima possibile, data la curva di indifferenza di B. In questo punto, A è riuscito ad appropriarsi del surplus di B: la soddisfazione di B non è superiore a quella corrispondente alla sua dotazione iniziale.

Questi due esempi sono utili per capire il primo teorema dell'economia del benessere. Il monopolista ordinario è un esempio di allocazione delle risorse inefficiente, mentre il monopolista discriminante fornisce un esempio di allocazione efficiente.

31.11 Efficienza ed equilibrio

Il primo teorema dell'economia del benessere afferma che l'equilibrio in un insieme di mercati concorrenziali è Pareto-efficiente. Vale anche il contrario? Data un'allocazione Pareto-efficiente, esistono prezzi cui corrisponda un equilibrio di mercato? La risposta è affermativa, date alcune condizioni. Il ragionamento è rappresentato nella Figura 31.7.

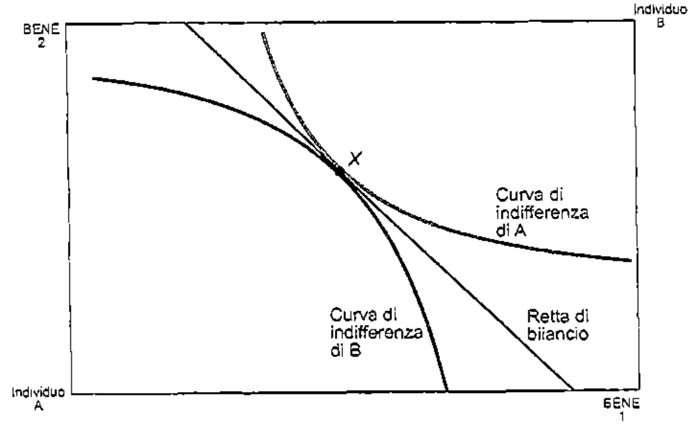


Figura 31.7 **Secondo teorema dell'economia del benessere.** Se le preferenze sono convesse, un'allocazione Pareto-efficiente corrisponde a un equilibrio per un certo insieme di prezzi.

Consideriamo un'allocazione Pareto-efficiente. Sappiamo che l'insieme delle allocazioni che A preferisce alla sua dotazione iniziale non interseca quello delle allocazioni preferite da B. Questo implica che le due curve di indifferenza sono tangenti in corrispondenza dell'allocazione Pareto-efficiente. Tracciamo ora la retta tangente comune alle due curve, come nella Figura 31.7.

Supponiamo che tale retta rappresenti gli insiemi di bilancio degli scambisti. Quindi, se ciascuno scambista sceglie il paniere ottimo all'interno del proprio insieme di bilancio, l'equilibrio che ne risulta è l'allocazione Pareto-efficiente iniziale.

Quindi il fatto che l'allocazione iniziale sia efficiente determina automaticamente i prezzi di equilibrio. Le dotazioni possono corrispondere ad un qualsiasi paniere che si trovi sulla retta di bilancio precedentemente tracciata.

È sempre possibile tracciare una tale retta di bilancio? Purtroppo la risposta è negativa, come si vede nella Figura 31.8, nella quale il punto X è Pareto-efficiente, ma non esistono prezzi per i quali A e B intendano consumare il paniere corrispondente al punto X. Nella figura è rappresentato un possibile punto di equilibrio, ma le domande ottime degli scambisti A e B non coincidono in corrispondenza della retta di bilancio associata a quel punto. Infatti, A desidera il paniere Y, mentre B vuole il paniere X, e quindi la domanda non è uguale all'offerta in corrispondenza di questi prezzi.

La differenza tra la Figura 31.7 e la Figura 31.8 sta nel fatto che le preferenze nella Figura 31.7 sono convesse mentre non lo sono nella Figura 31.8. Se le preferenze di entrambi gli scambisti sono convesse, la tangente comune non interseca l'una o l'altra delle due curve di indifferenza più di una volta. Da questo deriviamo il **secondo teorema dell'economia del benessere**: se le preferenze di tutti gli scambisti sono convesse, allora esiste sempre un insieme di prezzi tale che ciascuna allocazione Pareto-efficiente è un equilibrio di mercato, una volta assegnate le opportune dotazioni.

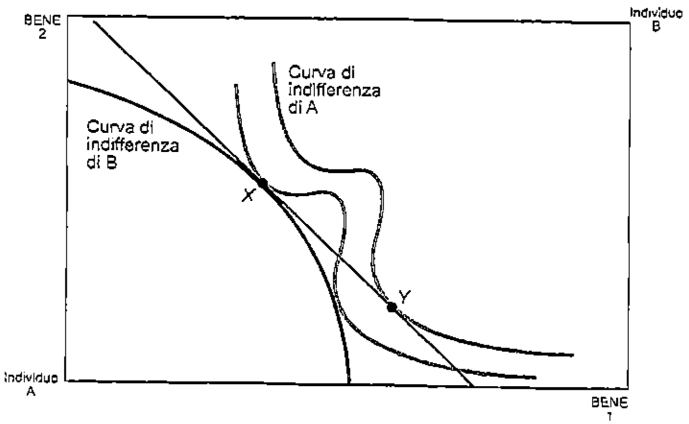


Figura 31.8 **Un'allocazione Pareto-efficiente che non è un equilibrio.** È possibile che esistano allocazioni Pareto-efficienti, come il punto X, che non si possono realizzare in mercati concorrenziali se le preferenze non sono convesse.

Questo è già stato dimostrato graficamente. In corrispondenza di un'allocazione Pareto-efficiente, gli insiemi dei panieri preferiti da A e da B sono disgiunti. Così, se entrambi gli scambisti hanno preferenze convesse, è possibile tracciare una retta che li divide. L'inclinazione di questa retta ci dà i prezzi relativi, e qualsiasi dotazione che porti gli scambisti su questa retta conduce a un equilibrio di mercato che coincide con l'allocazione Pareto-efficiente di partenza.

31.12 Implicazioni del primo teorema dell'economia del benessere

I due teoremi dell'economia del benessere rappresentano uno dei risultati più importanti della teoria economica. Abbiamo dimostrato i teoremi nel semplice caso della scatola di Edgeworth, ma essi valgono anche per modelli molto più complessi con un numero qualsiasi di consumatori e di beni. I teoremi dell'economia del benessere sono fondamentali per individuare dei meccanismi di allocazione ottimale delle risorse.

Consideriamo il primo teorema, che stabilisce che ogni equilibrio concorrenziale è Pareto-efficiente. Tale teorema non discende da nessuna ipotesi esplicita, ma direttamente dalle definizioni. Tuttavia, vi sono alcune ipotesi implicite. L'ipotesi principale afferma che gli scambisti sono interessati solo al proprio consumo e non a quello degli altri scambisti. Se per uno scambista è importante il consumo degli altri agenti, si dirà che vi è una **esternalità del consumo**. Vedremo che quando esistono esternalità del consumo, l'equilibrio concorrenziale non è necessariamente Pareto-efficiente.

Per esempio, supponiamo che ad A interessi il consumo di sigari di B. In questo caso, niente ci assicura che ciascuno scambista, scegliendo il proprio paniere di consumo ai prezzi di mercato, pervenga a un'allocazione Pareto-efficiente. Dopo che ciascuno ha scelto il paniere ottimo tra quelli che può acquistare, è ancora possibile migliorare la soddisfazione di entrambi: per esempio, A potrebbe pagare B per indurlo a fumare meno sigari. Le esternalità saranno discusse più in dettaglio nel Capitolo 34.

Un'altra importante ipotesi implicita del primo teorema dell'economia del benessere è che gli scambisti si comportino effettivamente in modo concorrenziale. Se vi sono solo due scambisti, come nell'esempio della scatola di Edgeworth, è improbabile che ciascuno di essi consideri il prezzo come dato. Uno degli scambisti, o entrambi, possono rendersi conto di avere un potere di mercato e tentare di utilizzarlo per aumentare la propria soddisfazione. Il concetto di equilibrio concorrenziale ha senso solo quando il numero degli scambisti è sufficientemente elevato da far sì che ciascuno di essi si comporti in modo concorrenziale.

Infine il primo teorema dell'economia del benessere ha qualche interesse solo se esiste l'equilibrio concorrenziale. Come abbiamo visto, ciò avviene se le quote di mercato dei consumatori sono sufficientemente piccole rispetto alla dimensione di mercato.

Date queste ipotesi, il primo teorema dell'economia del benessere è un risultato fondamentale: un mercato, nel quale ciascuno scambista massimizzi la propria utilità, consente di realizzare allocazioni Pareto-efficienti. L'importanza di tale teorema sta nel fatto che esso ci dà un meccanismo — il mercato concorrenziale — che consente di pervenire all'efficienza paretiana. Questo può non essere importante quando vi siano solo due scambisti: due persone possono incontrarsi e vedere se vi è la possibilità di effettuare scambi reciprocamente vantaggiosi. Ma se ve ne sono molti, allora deve esserci una qualche struttura che regoli il processo di scambio. Il primo teorema dell'economia del benessere mostra che la particolare struttura dei mercati concorrenziali ha la proprietà di determinare allocazioni Pareto-efficienti.

Se studiamo un problema di allocazione delle risorse fra molti scambisti, è importante notare che il mercato concorrenziale riduce al minimo le informazioni di cui ciascun agente ha bisogno. Tutto quello che il consumatore deve conoscere per prendere le sue decisioni di consumo sono i prezzi dei beni che desidera acquistare. In un mercato concorrenziale, i consumatori non hanno bisogno di sapere come i beni sono prodotti, da dove vengono o chi li possiede. Se ciascun consumatore conosce i prezzi dei beni, può determinare la sua domanda e se il mercato è in grado di determinare i prezzi concorrenziali, siamo certi che il risultato sarà efficiente. Il fatto che i mercati concorrenziali economizzino le informazioni in questo modo è un ottimo argomento a favore del loro impiego come meccanismi di allocazione delle risorse.

31.13 Implicazioni del secondo teorema dell'economia del benessere

Il secondo teorema dell'economia del benessere stabilisce che, date alcune condizioni, ogni allocazione Pareto-efficiente può essere realizzata come equilibrio concorrenziale.

Infatti, esso implica che possiamo considerare separatamente il problema della distribuzione e quello dell'efficienza. Qualsiasi allocazione Pareto-efficiente desiderata può essere realizzata dal meccanismo di mercato. Tale meccanismo è neutrale quanto alla distribuzione: una distribuzione del benessere ritenuta equa in base a qualche criterio può essere realizzata in mercati concorrenziali.

I prezzi hanno due ruoli nel sistema di mercato: un ruolo *allocativo* ed un ruolo *distributivo*. Il ruolo allocativo consiste nell'indicare la scarsità relativa; il ruolo distributivo consiste nel determinare la quantità dei beni che gli scambisti possono acquistare. Il secondo teorema dell'economia del benessere afferma che tali ruoli possono essere separati: possiamo redistribuire le dotazioni di beni per determinare la ricchezza di cui dispongono gli scambisti e quindi utilizzare i prezzi per indicare la scarsità relativa.

Le discussioni riguardanti la regolamentazione dei prezzi sono spesso confuse su questo punto. Si dice spesso che bisogna intervenire sulla formazione dei prezzi per ottenere l'equità distributiva. Un intervento di questo tipo crea in genere delle distorsioni. Abbiamo già visto che, per ottenere allocazioni efficienti, è necessario che ciascuno scambista sostenga i costi sociali delle sue azioni, e che le sue scelte tengano conto di tali costi. Quindi, in un mercato perfettamente concorrenziale, la decisione marginale di consumare una maggiore od una minore quantità di un dato bene dipende dal prezzo, il quale esprime il valore marginale assegnato da ciascun individuo a quel determinato bene, e l'efficienza riguarda essenzialmente le decisioni marginali.

La decisione relativa alla *quantità* che ciascuno scambista vuole consumare rappresenta un problema completamente diverso. In un mercato concorrenziale tale quantità è determinata dal valore delle risorse che un individuo può vendere. Dal punto di vista della teoria pura, non vi è alcuna ragione per cui lo stato non possa trasferire potere di acquisto — dotazioni — ai consumatori nel modo che ritiene più opportuno.

In effetti, lo stato non deve necessariamente trasferire le dotazioni fisiche dei beni, ma semplicemente il potere di acquisto che vi corrisponde. Lo stato potrebbe tassare un consumatore sulla base del valore della sua dotazione e trasferire il denaro così ottenuto a un altro consumatore. Fintanto che le tasse si basano sul valore della *dotazione* di beni del consumatore, non vi sarà perdita di efficienza. Solo se le tasse dipendono dalle *scelte* del consumatore si può avere inefficienza perché, in questo caso, esse influiranno sulle sue scelte marginali.

Anche una tassa sulle dotazioni in genere modifica il comportamento dei consumatori. Ma, in base al primo teorema dell'economia del benessere, gli scambi effettuati a partire da una dotazione iniziale qualsiasi si traducono in una allocazione Pareto-efficiente. Quindi, non importa il modo in cui vengono redistribuite le dotazioni: l'allocazione di equilibrio determinata dalle forze di mercato continuerà a essere Pareto-efficiente.

Vi sono comunque altri aspetti del problema. Di fatto sarebbe facile imporre una tassa globale ai consumatori. Si potrebbero tassare i consumatori con gli occhi azzurri e redistribuire i proventi a quelli con gli occhi neri. Dal momento che non si può cambiare il colore degli occhi, non si verificherebbe alcuna perdita di efficienza. Oppure si potrebbero tassare i consumatori con un quoziente di intelligenza elevato e redistribuire i proventi a quelli con un QI basso. Anche in questo caso, se è possibile misurare il quoziente di intelligenza, non vi sarebbe alcuna perdita di efficienza.

A questo punto si pone un problema. In che modo si misurano le dotazioni dei beni? Per molti la dotazione è costituita prevalentemente dalla propria capacità lavorativa. Le dotazioni di capacità lavorativa sono costituite dal lavoro che gli individui *possono* pensare di vendere e non dalla quantità che effettivamente vendono. Una tassa sul lavoro che gli individui decidono di vendere sul mercato è una **tassa con effetti distorsivi**: tassare l'offerta di lavoro avrà in genere l'effetto di diminuire la quantità di lavoro offerta. Tassare il valore potenziale del lavoro — la dotazione di lavoro — non provoca distorsioni, perché il valore potenziale del lavoro, per definizione, varia con la tassazione. Tassare il valore delle dotazioni appare semplice, fino a che non ci si rende conto che significa tassare qualcosa che *potrebbe* essere venduto, invece di qualcosa che è venduto effettivamente.

Potremmo anche *immaginare* un sistema di imposizione per questo tipo di tassa. Supponiamo che vi sia una società in cui ciascun consumatore debba versare allo stato, ogni settimana, quanto ha guadagnato in dieci ore di lavoro. Questa tassa non tiene conto di quanto l'individuo lavora effettivamente — essa dipende solo dalla dotazione di lavoro e non dalla quantità di lavoro effettivamente venduta. Una tassa di questo tipo non fa altro che trasferire allo stato una parte della dotazione di tempo di ciascun consumatore. Lo stato potrebbe quindi utilizzare questi fondi per fornire beni, oppure potrebbe semplicemente trasferirli ad altri consumatori.

Per il secondo teorema dell'economia del benessere, questa tassa globale non provoca alcuna distorsione. Qualsiasi allocazione Pareto-efficiente può essere raggiunta per mezzo di tale redistribuzione.

In ogni caso, non stiamo proponendo una modifica così radicale del sistema fiscale. L'offerta di lavoro è relativamente insensibile alle variazioni del salario, e quindi la perdita di efficienza derivante dalla tassazione del lavoro non è troppo elevata. Tuttavia, il secondo teorema dell'economia del benessere esprime un concetto importante: i prezzi dovrebbero riflettere la scarsità, mentre i trasferimenti globali di ricchezza dovrebbero essere utilizzati ai fini di una migliore distribuzione. Nella maggior parte dei casi, queste due politiche possono essere attuate separatamente.

La redistribuzione del benessere può condurre a sostenere diverse politiche di prezzo. Si è detto, ad esempio, che gli anziani dovrebbero usufruire di un servizio telefonico meno costoso, oppure che chi consuma poca elettricità dovrebbe pagare tariffe più basse di chi ne consuma di più. Questi sono tentativi di redistribuire il reddito per mezzo del sistema dei prezzi, offrendo ad alcuni individui prezzi più bassi che ad altri.

Di fatto, questo è un modo assolutamente inefficiente di redistribuire il reddito. Se si vuole redistribuire il reddito, perché allora non farlo direttamente? Se si dà un dollaro a qualcuno, questi potrà scegliere di spenderlo per ottenere una quantità maggiore dei beni che desidera consumare, e non necessariamente del bene oggetto di sussidio.

Sommario

1. La teoria dell'equilibrio generale studia come in un sistema economico le variazioni della domanda e dell'offerta determinano simultaneamente e su ciascun mercato l'uguaglianza tra quantità domandata e quantità offerta.

2. La scatola di Edgeworth è un diagramma che consente di analizzare l'equilibrio generale nel caso di due consumatori e due beni.

3. Un'allocazione è Pareto-efficiente se non esistono altre possibili riallocazioni dei beni tali da non diminuire il benessere di tutti i consumatori e aumentare strettamente il benessere di almeno un consumatore.

4. La legge di Walras stabilisce che il valore dell'eccesso di domanda aggregato sia nullo in corrispondenza di tutti i prezzi.

5. Un'allocazione di equilibrio generale è tale che ciascuno scambista sceglie il paniere dei beni preferito tra quelli che può acquistare.

6. La teoria dell'equilibrio generale determina unicamente i prezzi relativi.

7. Se la funzione di domanda di ciascun bene è continua rispetto ai prezzi, esisteranno sempre dei prezzi in corrispondenza dei quali, su ciascun mercato, la domanda sarà uguale all'offerta.

8. Il primo teorema dell'economia del benessere stabilisce che un equilibrio concorrenziale è Pareto-efficiente.

9. Il secondo teorema dell'economia del benessere stabilisce che, se le preferenze sono convesse, allora ogni allocazione Pareto-efficiente può corrispondere a un equilibrio concorrenziale.

Domande

1. È possibile un'allocazione Pareto-efficiente in cui la soddisfazione di qualcuno sia inferiore a quella in corrispondenza di un'allocazione non Pareto-efficiente?

2. È possibile un'allocazione Pareto-efficiente in cui la soddisfazione di tutti sia inferiore a quella in corrispondenza di un'allocazione non Pareto-efficiente?

3. Se è nota la curva dei contratti, è possibile determinare il risultato di qualsiasi scambio. Vero o falso?

4. Se un'allocazione è Pareto-efficiente, è possibile che la soddisfazione di alcuni individui aumenti?

5. Se il valore dell'eccesso di domanda in 8 mercati su 10 è nullo, quale sarà la situazione negli altri due mercati?

APPENDICE

Esaminiamo ora le condizioni che determinano le allocazioni Pareto-efficienti, impiegando il calcolo differenziale. Per definizione, in un'allocazione Pareto-efficiente la soddisfazione di ciascuno scambista è la più elevata possibile, tenuto conto dell'utilità dell'altro. Dato un livello $\overline{u}$ dell'utilità dello scambista B, vediamo come A può massimizzare la propria soddisfazione.

Il problema di massimizzazione è quindi

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\text{tale che } u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u}$$

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega^1$$

$$x_A^2 + x_B^2 = \omega^2.$$

dove $\omega^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1$ è la quantità totale disponibile del bene 1 e $\omega^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2$ è la quantità totale disponibile del bene 2. Dobbiamo quindi trovare l'allocazione $(x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2)$ che massimizza l'utilità di A, dato il livello di utilità di B, posto che la quantità totale consumata di ciascun bene sia uguale alla quantità disponibile.

Scriviamo la Lagrangiana di questo problema

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u}) - \mu_1(x_A^1 + x_B^1 - \omega^1) - \mu_2(x_A^2 + x_B^2 - \omega^2),$$

dove λ è il moltiplicatore di Lagrange relativo al vincolo di utilità, e μ_1 e μ_2 sono i moltiplicatori di Lagrange relativi ai vincoli delle risorse. Differenziando rispetto a ciascun bene, otteniamo le condizioni del primo ordine

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu_1 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu_2 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu_1 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu_2 = 0.$$

Dividendo la prima equazione per la seconda e la terza per la quarta, otteniamo

$$MRS_A = \frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{31.5}$$

$$MRS_B = \frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{31.6}$$

Il significato di queste equazioni è chiarito nel testo: in corrispondenza di un'allocazione Pareto-efficiente, i saggi marginali di sostituzione tra i due beni devono essere uguali. Altrimenti, sarebbero possibili scambi che migliorino la situazione di ciascun consumatore.

Ricordiamo le condizioni necessarie per la scelta ottima dei consumatori. Se A e B massimizzano la loro utilità, tenendo conto del vincolo di bilancio, e si trovano di fronte agli stessi prezzi per i beni 1 e 2, avremo

$$\frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{31.7}$$

$$\frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{p_1}{p_2}. \tag{31.8}$$

Si noti l'analogia con le condizioni di efficienza. Nelle condizioni di efficienza, i moltiplicatori di Lagrange μ_1 e μ_2 corrispondono ai prezzi p_1 e p_2. In effetti, i moltiplicatori di Lagrange in questo problema sono noti anche come **prezzi ombra** o **prezzi di efficienza**.

Ogni allocazione Pareto-efficiente deve soddisfare le condizioni (31.5) e (31.6). Qualsiasi equilibrio concorrenziale deve soddisfare le condizioni (31.7) e (29.8). In un sistema di mercato, le condizioni di efficienza e quelle di massimizzazione individuale sono virtualmente identiche.

32 PRODUZIONE

Nel capitolo precedente abbiamo descritto un modello di equilibrio generale per un'economia di puro scambio e abbiamo discusso i problemi relativi all'allocazione delle risorse nel caso di quantità fisse di ciascun bene. In questo capitolo intendiamo inserire la produzione nel modello di equilibrio generale. Quando si considera la produzione, le quantità dei beni non sono fisse, ma variano in funzione dei prezzi di mercato.

Se l'ipotesi di due consumatori e due beni poteva sembrare restrittiva nel caso dello scambio, a maggior ragione lo è se si considera anche la produzione. In questo caso, il modello è formato come minimo da un consumatore, una impresa e due beni. Questo modello è tradizionalmente chiamato **economia di Robinson Crusoe**, dal nome dell'eroe del romanzo di Defoe.

32.1 L'economia di Robinson Crusoe

In quest'economia, Robinson Crusoe ha un duplice ruolo: infatti, egli è sia consumatore che produttore. Robinson può trascorrere il suo tempo libero sdraiato sulla spiaggia, oppure mettersi a raccogliere noci di cocco. Quante più noci di cocco raccoglie tanto più può mangiare, ma tanto meno tempo gli rimane per abbronzarsi.

Le preferenze di Robinson per le noci di cocco e per il tempo libero sono rappresentate nella Figura 32.1. Tali preferenze sono equivalenti a quelle per il tempo

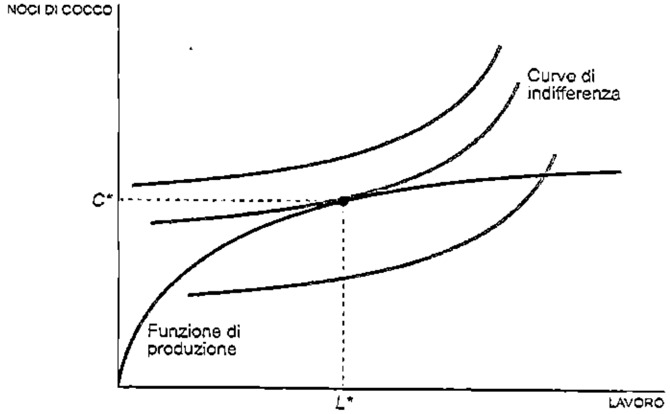


Figura 32.1 **L'economia di Robinson Crusoe.** Le curve di indifferenza rappresentano le preferenze di Robinson per le noci di cocco e il tempo libero. La funzione di produzione rappresenta la relazione tecnica tra la quantità di lavoro e la quantità prodotta di noci di cocco.

libero e il consumo descritte nel Capitolo 9, solo che in questo caso misuriamo, sull'asse orizzontale, il lavoro invece che il tempo libero.

Disegniamo ora, in questo grafico, la **funzione di produzione**, che rappresenta la relazione tra la quantità di lavoro svolto da Robinson e la quantità di noci di cocco raccolta. La forma di tale funzione è rappresentata nella Figura 32.1. Più Robinson lavora, più noci di cocco raccoglie, tuttavia, a causa dei rendimenti decrescenti del lavoro, il prodotto marginale diminuisce: il numero di noci di cocco in più raccolte in un'ora di lavoro addizionale diminuisce all'aumentare delle ore lavorate.

Per sapere quanto lavora e consuma Robinson, individuiamo la curva di indifferenza più alta tangente all'insieme di produzione. Questa curva ci dà la combinazione di lavoro e consumo che Robinson preferisce, data la tecnologia utilizzata nella raccolta delle noci di cocco.

Come al solito, l'inclinazione della curva di indifferenza e quella della funzione di produzione sono uguali in corrispondenza di questo punto: infatti, se queste curve si intersecassero, vi sarebbe qualche altro punto possibile preferito. Questo significa che il prodotto marginale di un'ora addizionale di lavoro è uguale al saggio marginale di sostituzione tra tempo libero e noci di cocco. Se il prodotto marginale fosse maggiore del saggio marginale di sostituzione, a Robinson converrebbe rinunciare a un po' di tempo libero per raccogliere altre noci di cocco. Se il prodotto marginale fosse inferiore al saggio marginale di sostituzione, gli converrebbe lavorare un po' meno.

32.2 Crusoe SpA

Abbiamo visto sino ad ora una semplice estensione di modelli già esaminati. Consideriamo adesso un nuovo aspetto. Supponiamo che Robinson non voglia più essere contemporaneamente produttore e consumatore e che decida di alternare i due ruoli. Un giorno si comporterà da produttore e il giorno dopo da consumatore. Per coordinare queste attività, crea un mercato del lavoro ed uno delle noci di cocco.

Inoltre crea un'impresa, la Crusoe SpA, di cui è il solo azionista. L'impresa, tenendo conto dei prezzi del lavoro e delle noci di cocco, decide quanto lavoro acquistare e quante noci di cocco produrre per massimizzare il profitto. Robinson, come lavoratore, riceve un certo reddito dall'impresa, come azionista, percepisce dei profitti e infine, come consumatore, decide quanto output dell'impresa acquistare.

Per effettuare le proprie transazioni, Robinson inventa una moneta che chiama "dollaro" e fissa arbitrariamente il prezzo unitario delle noci di cocco a un dollaro. Le noci di cocco sono, quindi, il numerario di quest'economia; come si ricorderà dal Capitolo 2, un bene numerario è quello il cui prezzo è uguale a uno. Poiché il prezzo delle noci di cocco è normalizzato ad uno, sarà sufficiente determinare il salario. Consideriamo il problema della determinazione del salario dapprima dal punto di vista della Crusoe SpA, e successivamente dal punto di vista del consumatore Robinson, partendo da una situazione di equilibrio. In equilibrio, la domanda di noci di cocco ne uguaglia l'offerta e la domanda di lavoro è uguale all'offerta di lavoro. La Crusoe SpA e il consumatore Robinson effettuano scelte ottimali dati i vincoli cui sono sottoposti.

32.3 L'impresa

Ogni sera, la Crusoe SpA decide quanto lavoro impiegare e quante noci di cocco produrre il giorno successivo. Sia 1 il prezzo delle noci di cocco e w il salario: possiamo allora risolvere il problema di massimizzazione del profitto dell'impresa. Consideriamo, in primo luogo, tutte le combinazioni di noci di cocco e di lavoro che producono un livello costante di profitto π. Questo significa che

$$\pi = C - wL.$$

Risolvendo per C si ottiene

$$C = \pi + wL.$$

Come si ricorderà dal Capitolo 19, questa è l'equazione delle rette di isoprofitto, che rappresentano tutte le combinazioni di lavoro e noci di cocco che producono un profitto π. La Crusoe SpA sceglie un punto in cui il profitto è massimo. Come sempre, questo è un punto di tangenza: l'inclinazione della funzione di produzione — il prodotto marginale del lavoro — è uguale a w, come nella Figura 32.2.

L'intercetta verticale della retta di isoprofitto rappresenta quindi il livello massimo dei profitti, espresso in termini di noci di cocco: se Robinson produce π^*

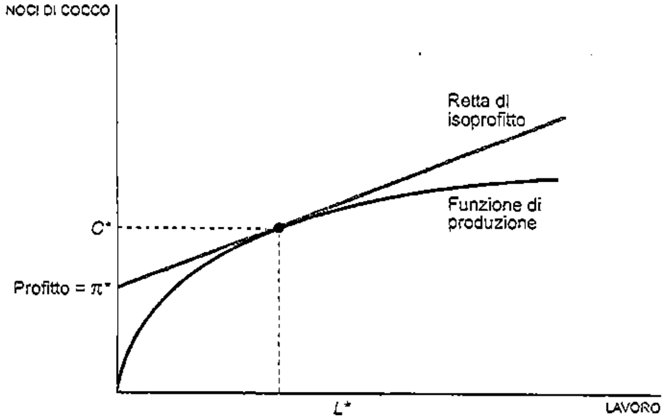


Figura 32.2 **Massimizzazione del profitto.** La Crusoe SpA sceglie un piano di produzione che massimizzi il profitto. Nel punto di ottimo la funzione di produzione è tangente alla retta di isoprofitto.

dollari di profitto, con questi può acquistare π^* noci di cocco, poiché il prezzo unitario delle noci di cocco è 1. Il problema è così risolto. Dato il salario w, l'impresa ha determinato quanto lavoro impiegare e quante noci di cocco produrre, e quindi il suo profitto. Pertanto, la Crusoe SpA dichiara π^* dollari di dividendo, e lo distribuisce interamente al suo unico azionista, Robinson.

32.4 Il problema di Robinson

Il mattino dopo Robinson riceve il suo dividendo di π^* dollari. Mentre fa colazione, a base di noci di cocco, decide quanto lavorare e consumare. Potrebbe decidere di consumare interamente la sua dotazione — cioè spendere il suo profitto per acquistare π^* noci di cocco e consumare la sua dotazione di tempo libero. Ma la quantità di noci di cocco acquistata potrebbe non essere sufficiente, e questo potrebbe indurre Robinson a lavorare presso la Crusoe SpA e raccogliere noci di cocco, come ha fatto fino all'altro giorno.

Possiamo descrivere la scelta di Robinson tra lavoro e consumo impiegando le curve di indifferenza. Se rappresentiamo sull'asse orizzontale il lavoro e sull'asse verticale le noci di cocco, possiamo tracciare una curva di indifferenza come quella della Figura 32.3.

Dato che, per ipotesi, il lavoro è un "male" e le noci di cocco sono un bene, la curva di indifferenza avrà inclinazione positiva. Sia $\bar{L}$ la quantità massima di lavoro. La distanza fra $\bar{L}$ e la quantità di lavoro offerta rappresenta la domanda

di tempo libero di Robinson. Questo corrisponde al modello dell'offerta di lavoro rappresentato nel Capitolo 9, con uno spostamento dell'origine lungo l'asse orizzontale. Nella Figura 32.3 è rappresentata anche la retta di bilancio di Robinson, che passa per la dotazione $(\pi^*, 0)$ e ha inclinazione w. (Robinson ha una dotazione di lavoro pari a zero e una dotazione π^* di noci di cocco, poiché questo sarebbe il suo paniere di beni se egli non effettuasse alcuna transazione). Dato il salario, Robinson sceglie la quantità ottima di lavoro da offrire e la quantità di noci di cocco da consumare. In corrispondenza del consumo ottimale, il saggio marginale di sostituzione tra consumo e tempo libero è uguale al salario, come nell'usuale problema di scelta del consumatore.

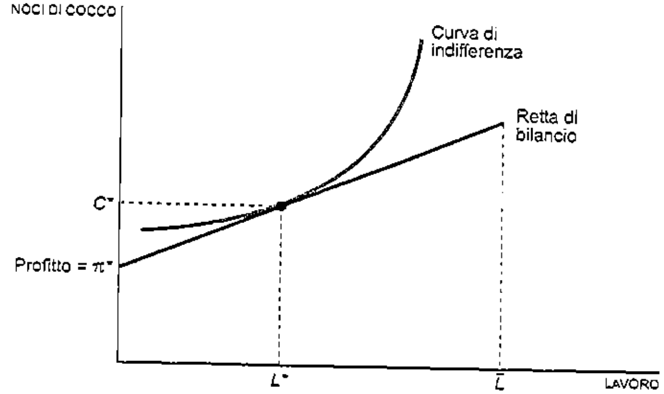


Figura 32.3 **Il problema di massimizzazione di Robinson.** Il consumatore Robinson, dati i prezzi e il salario, decide quanto lavorare e quanto consumare. Nel punto di ottimo, la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio.

32.5 Consumo e produzione

Consideriamo ora le Figure 32.2 e 32.3 congiuntamente, in modo da ottenere la Figura 32.4. In essa Robinson consuma la stessa quantità che avrebbe consumato se avesse preso le sue decisioni tutte in una volta. Il sistema di mercato porta allo stesso risultato che si avrebbe se i piani di consumo e di produzione fossero stati scelti direttamente.

Poiché il saggio marginale di sostituzione tra tempo libero e consumo è uguale al salario, e il prodotto marginale del lavoro è uguale al salario, il saggio marginale di sostituzione tra lavoro e consumo sarà certamente uguale al prodotto marginale, cioè, le inclinazioni della curva di indifferenza e dell'insieme di produzione saranno uguali.

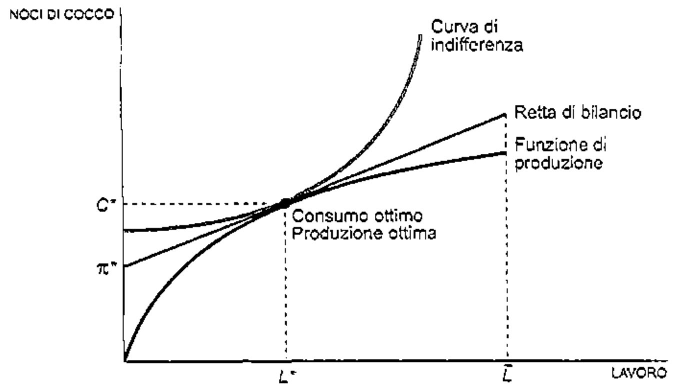


Figura 32.4 **Equilibrio nel consumo e nella produzione.** La quantità di noci di cocco domandata dal consumatore Robinson è uguale alla quantità offerta dalla Crusoe SpA.

Nel caso di un'economia con un solo individuo, non ha senso utilizzare il mercato. Non c'è ragione perché Robinson debba preoccuparsi di prendere le proprie decisioni in due fasi distinte. Ma in un'economia con molti scambisti, è ragionevole effettuare le scelte in questo modo. Se esistono molte imprese, non è possibile chiedere a ciascun individuo quanto desidera di ciascun bene. In un'economia di mercato le imprese, nel prendere le proprie decisioni di produzione, devono tenere conto solo dei prezzi dei beni, poiché questi misurano il valore che i consumatori attribuiscono alle unità *addizionali* di consumo. Le decisioni dell'impresa riguardano, per lo più, il problema se produrre una maggiore od una minore quantità di output.

I prezzi di mercato riflettono il valore marginale dei beni che le imprese utilizzano come input o come output. Se le imprese considerano il profitto valutato ai prezzi di mercato per decidere quanto produrre, le loro scelte dipenderanno dal valore marginale che i consumatori attribuiscono ai beni.

32.6 Tecnologia

Finora abbiamo assunto che la tecnologia di cui Robinson dispone presenti rendimenti del lavoro decrescenti. Poiché il lavoro è l'unico input, ciò equivale ad affermare che la tecnologia presenta rendimenti di scala decrescenti.

È opportuno considerare anche altre possibilità. Supponiamo, per esempio, che la tecnologia presenti rendimenti di scala costanti. Questo, come si ricorderà, significa che, se si raddoppiano tutti gli input, anche l'output raddoppia. Nel caso di una

funzione di produzione con un solo input, ciò significa che la funzione deve essere rappresentata da una retta passante per l'origine, come nella Figura 32.5.

Poiché la tecnologia presenta rendimenti di scala costanti, quanto visto nel Capitolo 19 implica che un'impresa concorrenziale produca con profitto nullo. Questo perché, se i profitti fossero positivi, all'impresa converrebbe aumentare l'output indefinitamente, mentre se i profitti fossero negativi, all'impresa converrebbe cessare la produzione.

Di conseguenza, la dotazione di Robinson comprende un profitto nullo e una dotazione iniziale $\bar{L}$ di tempo di lavoro. Il suo insieme di bilancio coincide con l'insieme di produzione, e la situazione è simile a quella vista precedentemente.

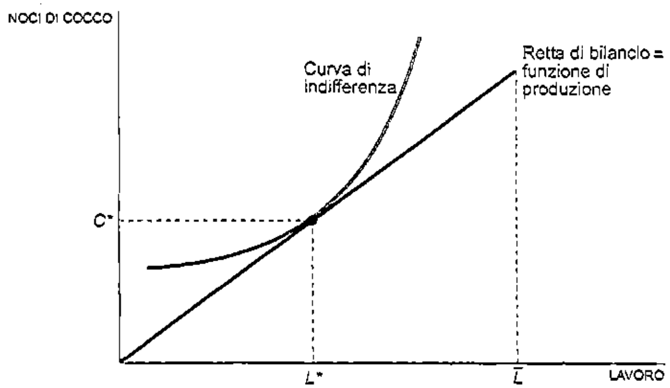


Figura 32.5 **Rendimenti di scala costanti.** Se la tecnologia presenta rendimenti di scala costanti, il profitto della Crusoe SpA è nullo.

Nel caso di una tecnologia a rendimenti di scala crescenti, come nella Figura 32.6, la situazione è invece un po' differente. In questo caso non è difficile individuare la scelta ottima di consumo e tempo libero per Robinson. Come sempre, la curva di indifferenza è tangente all'insieme di produzione. Tuttavia, si pone un problema se vogliamo considerare questo un punto di massimizzazione del profitto. Infatti se l'impresa ha di fronte prezzi che corrispondono al saggio marginale di sostituzione di Robinson, allora produrrà una quantità di output superiore a quella domandata da Robinson.

Se l'impresa, in corrispondenza della scelta ottimale, presenta rendimenti di scala crescenti, i costi medi di produzione saranno superiori ai costi marginali, e ciò significa che i profitti dell'impresa sono negativi. L'obiettivo della massimizzazione del profitto induce l'impresa ad aumentare l'output, ma questo non è compatibile con la domanda di output e l'offerta di input da parte dei consumatori. Nel caso illustrato, non esiste *alcun* prezzo in corrispondenza del quale la domanda che massimizza l'utilità del consumatore sia uguale all'offerta che massimizza il profitto dell'impresa.

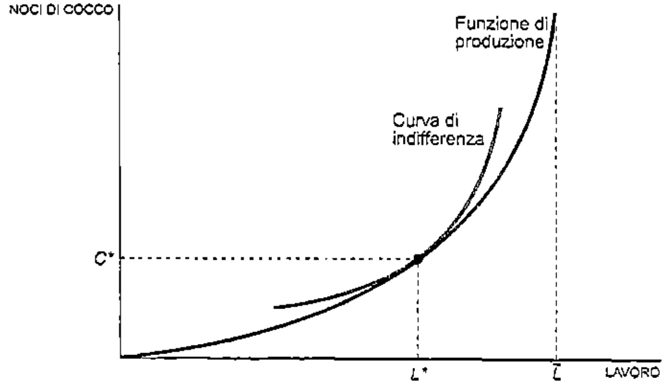


Figura 32.6 **Rendimenti di scala crescenti.** L'insieme di produzione presenta rendimenti di scala crescenti. In questo caso, un mercato concorrenziale non può determinare un'allocazione Pareto-efficiente.

I rendimenti di scala crescenti costituiscono un esempio di **non convessità**. In questo caso, l'insieme di produzione — l'insieme di noci di cocco e lavoro realizzabile in quest'economia — non è convesso. Quindi, la tangente alla curva di indifferenza e alla funzione di produzione nel punto (L^*, C^*) della Figura 32.6 non separa i punti preferiti da quelli realizzabili, come invece avviene nella Figura 32.4.

Questo tipo di non convessità comporta dei problemi per il funzionamento dei mercati concorrenziali. In un mercato concorrenziale, i consumatori e le imprese considerano solo i prezzi di mercato per determinare le proprie decisioni di consumo e di produzione. Se la tecnologia e le preferenze sono convesse, gli individui, per decidere in modo efficiente, devono conoscere soltanto la relazione tra i prezzi e i saggi marginali di sostituzione, nell'intorno dei punti che corrispondono alla produzione effettiva: i prezzi forniscono le indicazioni necessarie per ottenere un'allocazione efficiente delle risorse.

Tuttavia, se la tecnologia e/o le preferenze non sono convesse, i prezzi non forniscono più tutte le informazioni necessarie per determinare un'allocazione efficiente. In questo caso, bisogna conoscere anche le inclinazioni della funzione di produzione e delle curve di indifferenza in punti lontani da quello corrispondente alla produzione effettiva.

Ciò vale, comunque, solo quando i rendimenti sono elevati rispetto alla dimensione del mercato. Per contro, se i tratti della funzione di produzione in cui questa presenta rendimenti di scala crescenti sono piccoli, non si hanno particolari problemi.

32.7 La produzione e il primo teorema dell'economia del benessere

Sappiamo che, in un'economia di puro scambio, un equilibrio concorrenziale è Pareto-efficiente, come afferma il primo teorema dell'economia del benessere. Questo vale anche per un'economia con produzione? Il grafico utilizzato in precedenza non consente di rispondere a questa domanda, ma è possibile invece impiegare la dimostrazione algebrica del paragrafo 28.10. La risposta è affermativa: se tutte le imprese massimizzano il profitto, allora un equilibrio concorrenziale è Pareto-efficiente.

Il risultato è valido, ma con qualche cautela. In primo luogo, non dice niente sulla distribuzione. La massimizzazione del profitto garantisce solo l'efficienza, ma non l'equità. In secondo luogo, tale risultato vale solo se esiste un equilibrio concorrenziale. In particolare, vengono esclusi con questo ampi tratti della funzione di produzione in cui questa presenta rendimenti di scala crescenti. Infine, tale teorema assume implicitamente che le scelte di ciascuna impresa non influenzino le possibilità di produzione delle altre imprese, cioè, esso esclude la possibilità di **esternalità nella produzione**. Analogamente, tale teorema implica che le decisioni di consumo dell'impresa non influenzino direttamente le possibilità di consumo dei consumatori, cioè, che non vi siano **esternalità nel consumo**. Una definizione più precisa delle esternalità sarà data nel Capitolo 34, dove verranno esaminati più in dettaglio i loro effetti sulle allocazioni efficienti.

32.8 La produzione e il secondo teorema dell'economia del benessere

Nel caso di un'economia di puro scambio, ogni allocazione Pareto-efficiente rappresenta un possibile equilibrio concorrenziale, finché le preferenze dei consumatori sono convesse. Questo è vero anche nel caso di un'economia con produzione, nella quale però non solo le preferenze dei consumatori, ma anche gli insiemi di produzione delle imprese siano convessi. Come abbiamo visto, questo esclude la possibilità di rendimenti di scala crescenti: se le imprese hanno rendimenti di scala crescenti in corrispondenza della produzione di equilibrio, esse desidereranno produrre una quantità maggiore di output ai prezzi concorrenziali.

In ogni caso, con rendimenti di scala costanti o decrescenti il secondo teorema dell'economia del benessere vale. Qualsiasi allocazione Pareto-efficiente può essere realizzata in mercati concorrenziali. Naturalmente, per ottenere diverse allocazioni Pareto-efficienti, è necessario redistribuire le dotazioni tra i consumatori: in particolare, il reddito derivante dalle dotazioni di lavoro e le quote di proprietà delle imprese. Come abbiamo sottolineato nel capitolo precedente, una tale redistribuzione è difficilmente realizzabile.

32.9 Insieme delle possibilità di produzione

Abbiamo visto come vengono prese le decisioni relative alla produzione e al consumo in un sistema economico con un solo input e un solo output. In questo paragrafo studieremo come estendere questo modello a un sistema economico con molti input e output. Anche se tratteremo solo il caso a due beni, i risultati ottenuti possono essere generalizzati.

Supponiamo ora che Robinson possa produrre un altro bene, per esempio il pesce, e possa quindi impiegare il suo tempo raccogliendo noci di cocco oppure pescando. Nella Figura 32.7 sono rappresentate le varie combinazioni di noci di cocco e pesce che Robinson può produrre, dedicando quantità diverse del suo tempo a ciascuna attività. L'insieme di tali combinazioni è noto come **insieme delle possibilità di produzione** e la sua frontiera come **frontiera delle possibilità di produzione**. Tale insieme va confrontato con la funzione di produzione analizzata in precedenza, che rappresenta la relazione tra input e output: l'insieme delle possibilità di produzione comprende solo l'insieme realizzabile degli *output*. (In realtà sia gli input che gli output possono far parte dell'insieme delle possibilità di produzione, ma un caso di questo tipo non può essere rappresentato facilmente con un grafico a due dimensioni.)

La forma dell'insieme delle possibilità di produzione dipende dalla tecnologia dell'impresa. Se la tecnologia utilizzata per la produzione di noci di cocco e pesce presenta rendimenti di scala costanti, l'insieme delle possibilità di produzione ha una forma particolarmente semplice. Poiché, per ipotesi, vi è un solo input — il lavoro di Robinson — le funzioni di produzione relative al pesce e alle noci di cocco sono funzioni *lineari* del lavoro.

Ad esempio, supponiamo che Robinson possa produrre in un'ora 10 libbre di pesce o 20 libbre di noci di cocco. Egli dedicherà, quindi, L_c ore alla produzione di noci di cocco e L_f ore alla produzione di pesce, producendo in tal modo $10L_f$ libbre di pesce e $20L_c$ libbre di noci di cocco. Supponiamo inoltre che Robinson decida di lavorare 10 ore al giorno. L'insieme delle possibilità di produzione consisterà allora di tutte le combinazioni di noci di cocco, C, e di pesce, F, tali che

$$F = 10L_f$$
$$C = 20L_c$$
$$L_c + L_f = 10.$$

Le prime due equazioni rappresentano le relazioni di produzione e la terza il vincolo sulle risorse. Per determinare la frontiera delle possibilità di produzione, risolviamo per L_f e L_c le prime due equazioni:

$$L_f = \frac{F}{10}$$
$$L_c = \frac{C}{20}.$$

Sommiamo ora queste due equazioni. Poiché $L_f + L_c = 10$ otteniamo

$$\frac{F}{10} + \frac{C}{20} = 10.$$

Questa equazione ci dà tutte le combinazioni di pesce e noci di cocco che Robinson può produrre lavorando 10 ore al giorno, come rappresentato nella Figura 32.7.

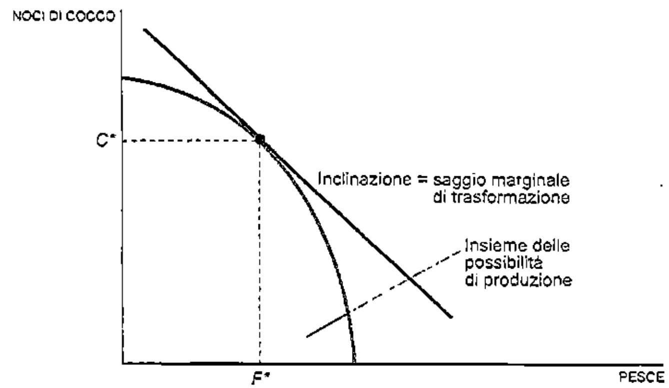


Figura 32.7 **L'insieme delle possibilità di produzione.** A tale insieme appartengono tutti gli output possibili, data la tecnologia e le funzioni di produzione.

L'inclinazione dell'insieme delle possibilità di produzione corrisponde al **saggio marginale di trasformazione** — cioè alla quantità di uno dei due beni che Robinson può ottenere se rinuncia a una certa quantità dell'altro. Se Robinson impiega nella produzione di noci di cocco la quantità di lavoro che ha risparmiato producendo una libbra di pesce in meno, sarà in grado di ottenere due libbre in più di noci di cocco. In effetti, se Robinson lavora un'ora in meno nella produzione di pesce, ottiene 10 libbre in meno di pesce, ma se impiega quel tempo nella raccolta di noci di cocco, raccoglierà 20 libbre in più di noci di cocco. Il saggio marginale di trasformazione è, in questo caso, 2 a 1.

32.10 Vantaggio comparato

L'insieme delle possibilità di produzione visto in precedenza era piuttosto semplice, perché vi era un solo modo per produrre pesce e un solo modo per produrre noci di cocco. Che cosa accade se esiste più di un modo per produrre ciascun bene?

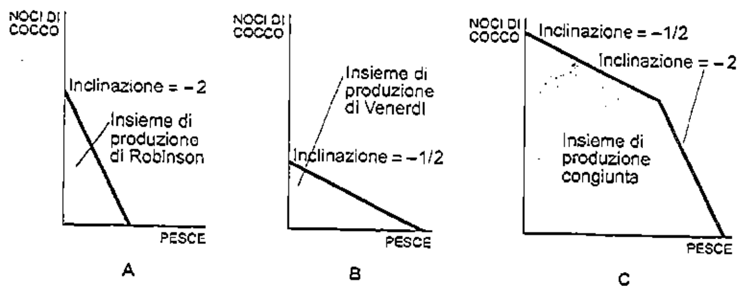


Figura 32.8 **Possibilità di produzione congiunta.** Gli insiemi delle possibilità di produzione di Robinson e Venerdì e l'insieme delle possibilità di produzione congiunta.

Supponiamo che nell'economia della nostra isola si inserisca un altro lavoratore, dotato di una diversa capacità nella produzione di pesce e noci di cocco.

Chiamiamo il nuovo lavoratore Venerdì, e supponiamo che sia in grado di produrre in un'ora 20 libbre di pesce o 10 libbre di noci di cocco. Quindi, se Venerdì lavora 10 ore al giorno, il suo insieme delle possibilità di produzione sarà determinato da

$$F = 20L_f$$
$$C = 10L_c$$
$$L_c + L_f = 10.$$

L'insieme delle possibilità di produzione di Venerdì sarà quindi

$$\frac{F}{20} + \frac{C}{10} = 10.$$

Si noti che il saggio marginale di trasformazione tra le noci di cocco e il pesce è $\Delta C/\Delta F = -1/2$ per Venerdì, e -2 per Robinson. Per ogni libbra di noci di cocco a cui rinuncia, Venerdì ricava due libbre di pesce; per ogni libbra di pesce a cui rinuncia, Robinson ottiene due libbre di noci di cocco. In questo caso, diciamo che Venerdì ha un **vantaggio comparato** nella produzione di pesce e Robinson ha un vantaggio comparato nella produzione di noci di cocco. Nella Figura 32.8 sono rappresentati tre insiemi delle possibilità di produzione: il quadro A rappresenta quello di Robinson, il quadro B quello di Venerdì ed il quadro C l'insieme delle possibilità di produzione congiunta, cioè la quantità di ciascun bene che può essere prodotta in totale da entrambi.

L'insieme delle possibilità di produzione congiunta è la combinazione delle possibilità produttive ottimali di entrambi i lavoratori. Se questi si dedicassero entrambi solo alla produzione di noci di cocco, ne produrrebbero 300 — 100 Venerdì e 200 Robinson. Per produrre una maggiore quantità di pesce, conviene trasferire chi produce più pesce — Venerdì — dalla produzione di noci di cocco a quella di pesce.

Per ogni libbra di noci di cocco che Venerdì non produce, si ottengono due libbre di pesce; quindi, l'insieme delle possibilità di produzione congiunta avrà inclinazione 1/2, che corrisponde al saggio marginale di trasformazione di Venerdì.

Quando Venerdì produce 200 libbre di pesce, è pienamente occupato. Se si desidera una quantità maggiore di pesce, si deve far lavorare in questa produzione anche Robinson. Da questo punto in poi, l'insieme delle possibilità di produzione congiunta avrà inclinazione -2, dato che ci troviamo nell'insieme delle possibilità di produzione di Robinson. Infine, se si vuole produrre la maggior quantità possibile di pesce, Robinson e Venerdì devono entrambi dedicarsi alla produzione di pesce, ottenendo in tal modo 300 libbre di pesce, 200 prodotte da Venerdì e 100 da Robinson.

Poiché ciascun lavoratore ha un vantaggio comparato per un bene diverso, l'insieme delle possibilità di produzione congiunta presenta un "angolo", come nella Figura 32.8. In questo esempio vi è un solo angolo, poiché vi sono soltanto due modi di produrre, quello di Crusoe e quello di Venerdì. Se esistessero molti modi differenti di produrre l'output, l'insieme delle possibilità di produzione avrebbe una forma più "arrotondata", come nella Figura 32.7.

32.11 Efficienza paretiana

Negli ultimi due paragrafi abbiamo esaminato l'insieme delle possibilità di produzione, cioè l'insieme che rappresenta i panieri di consumo realizzabili per l'economia nel suo insieme. Consideriamo ora i criteri Pareto-efficienti per scegliere tra i panieri di consumo realizzabili.

Siano (X^1, X^2) i panieri di consumo aggregati. Sono quindi disponibili per il consumo X^1 unità del bene 1 e X^2 unità del bene 2. Nell'economia della nostra isola i due beni sono noci di cocco e pesce, e li indicheremo con (X^1, X^2) per sottolineare l'analogia con le considerazioni svolte nel Capitolo 31. Nota la quantità totale di ciascun bene, possiamo costruire la scatola di Edgeworth, come nella Figura 32.9.

Dati (X^1, X^2), l'insieme dei panieri di consumo Pareto-efficienti sarà analogo a quello esaminato nel capitolo precedente: i livelli di consumo Pareto-efficienti si trovano nell'insieme di Pareto, cioè lungo la curva che passa per i punti di tangenza alle curve di indifferenza, come è rappresentato in figura. Questi punti rappresentano le allocazioni in corrispondenza delle quali il saggio marginale di sostituzione di ciascun consumatore — il saggio al quale egli è disposto a scambiare — è uguale a quello dell'altro.

Queste allocazioni sono Pareto-efficienti relativamente alle decisioni di consumo. Infatti, se gli individui scambiano un bene con l'altro, all'insieme di Pareto appartengono i panieri che esauriscono tutte le opportunità vantaggiose derivanti dallo scambio. Tuttavia, in un'economia con produzione esiste un altro modo di "scambiare" un bene con un altro, e cioè produrre una quantità maggiore dell'uno e una quantità minore dell'altro.

L'insieme di Pareto contiene i panieri Pareto-efficienti, *data* la quantità disponibile dei beni 1 e 2, ma, in un'economia con produzione, queste stesse quantità

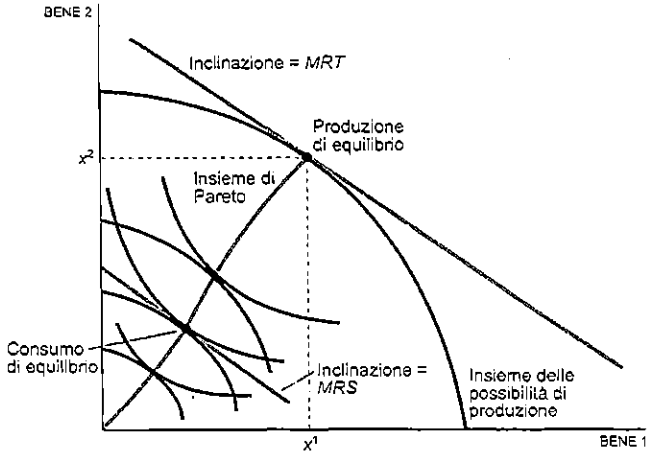


Figura 32.9 **Produzione e scatola di Edgeworth.** È possibile costruire una scatola di Edgeworth in corrispondenza di ciascun punto sulla frontiera delle possibilità di produzione, per rappresentare le allocazioni di consumo possibili.

possono essere scelte all'interno dell'insieme delle possibilità di produzione. In tal caso, quali scelte sono Pareto-efficienti?

Ricordiamo che, in un'allocazione Pareto-efficiente, il saggio marginale di sostituzione (MRS) del consumatore A è uguale al MRS di B, cioè il saggio al quale A è disposto a scambiare un bene con l'altro è uguale al saggio al quale B è disposto a scambiare un bene con l'altro. Se ciò non fosse vero, sarebbe allora possibile uno scambio reciprocamente vantaggioso.

D'altra parte, il saggio marginale di trasformazione (MRT) è il saggio al quale un bene può essere "trasformato" nell'altro. Questo non significa, naturalmente, che un bene venga letteralmente *trasformato* nell'altro. Piuttosto, i fattori produttivi vengono modificati in modo da produrre una quantità minore di un bene e una quantità maggiore dell'altro.

Supponiamo di produrre in corrispondenza di un punto in cui il saggio marginale di sostituzione di un consumatore non sia uguale al saggio marginale di trasformazione tra i due beni. Questo punto non può essere Pareto-efficiente. Questo perché in corrispondenza di tale punto il saggio al quale il consumatore è disposto a scambiare il bene 1 con il bene 2 è diverso dal saggio al quale il bene 1 può essere trasformato nel bene 2: esiste quindi un modo di migliorare la soddisfazione del consumatore, variando la produzione.

Supponiamo, per esempio, che il MRS del consumatore sia 1, cioè che egli sia disposto a sostituire il bene 1 con il bene 2 in rapporto di uno a uno. Supponiamo

inoltre che il MRT sia 2, ciò che significa che cedendo un'unità del bene 1 è possibile produrre due unità del bene 2. Conviene quindi ridurre la produzione del bene 1 di un'unità, poiché si avranno in questo modo due unità addizionali del bene 2. Dato che per il consumatore è indifferente cedere un'unità del bene 1 ottenendo in cambio un'unità dell'altro bene, la sua soddisfazione aumenterà se ottiene *due* unità addizionali del bene 2.

Lo stesso vale ogni volta che un consumatore ha un MRS diverso dal MRT — saranno sempre possibili variazioni del consumo e della produzione che aumentino la soddisfazione del consumatore. Abbiamo già visto che, perché vi sia efficienza paretiana, il MRS deve essere uguale per tutti i consumatori, e da queste ultime considerazioni concludiamo che il MRS di ciascun consumatore deve essere a sua volta uguale al MRT.

Nella Figura 32.9 è rappresentata un'allocazione Pareto-efficiente. Il MRS di ciascun consumatore è uguale, poiché le curve di indifferenza sono tangenti nella scatola di Edgeworth, e il MRS di ciascun consumatore è uguale al MRT, cioè all'inclinazione dell'insieme delle possibilità di produzione.

32.12 Naufraghi SpA

Nel paragrafo precedente, abbiamo determinato le condizioni necessarie per l'efficienza paretiana: il MRS di ciascun consumatore deve esere uguale al MRT. Qualsiasi distribuzione Pareto-efficiente delle risorse deve soddisfare questa condizione. Abbiamo affermato in precedenza che un'economia concorrenziale con imprese che massimizzano il profitto e consumatori che massimizzano l'utilità dà luogo a un'allocazione Pareto-efficiente. Esamineremo ora nei dettagli questo argomento.

La nostra economia è ora composta da due individui, Robinson e Venerdì, e quattro beni: due fattori produttivi (il lavoro di Robinson e quello di Venerdì) e due output (noci di cocco e pesce). Supponiamo che Robinson e Venerdì siano entrambi azionisti di un'impresa, che chiameremo Naufraghi SpA. Robinson e Venerdì sono anche gli unici lavoratori e consumatori, ma come al solito esamineremo un ruolo alla volta. Dopotutto, lo scopo della nostra analisi è capire come funziona un meccanismo *decentrato* di allocazione delle risorse, ossia un meccanismo in cui ciascuno prende le proprie decisioni senza tener conto del funzionamento complessivo del sistema economico.

Consideriamo dapprima il problema di massimizzazione del profitto della Naufraghi SpA. Questa produce due output, le noci di cocco (C) e il pesce (F), e impiega due tipi di lavoro, quello di Crusoe (L_C) e quello di Venerdì (L_F). Siano p_c il prezzo delle noci di cocco, p_f il prezzo del pesce, w_c e w_f il salario di Crusoe e di Venerdì, rispettivamente. Il problema di massimizzazione del profitto può essere quindi espresso nel modo seguente:

$$\max_{C,F,L_F,L_C} p_C C + p_F F - w_C L_C - w_F L_F$$

dati i vincoli tecnologici descritti dall'insieme delle possibilità di produzione.

Supponiamo che l'impresa, in equilibrio, acquisti in modo ottimale L_F^* e L_C^* unità del lavoro di Venerdì e di Crusoe, rispettivamente. Vogliamo ora sapere come la massimizzazione del profitto determini la quantità di output da produrre. Siano $L^* = w_C L_C^* + w_F L_F^*$ il costo del lavoro e π il profitto dell'impresa. Quindi

$$\pi = p_C C + p_F F - L^*$$

che è l'equazione delle **rette di isoprofitto** dell'impresa, rappresentate nella Figura 32.10. Riscrivendo tale equazione, si ottiene

$$C = \frac{\pi + L^*}{p_C} - \frac{p_F F}{p_C}$$

dove $-p_F/p_C$ è l'inclinazione delle rette di isoprofitto e $(\pi + L^*)/p_C$ è l'intercetta verticale. Poiché L^* è per ipotesi fisso, profitti più elevati saranno associati a rette di isoprofitto con intercette verticali più elevate.

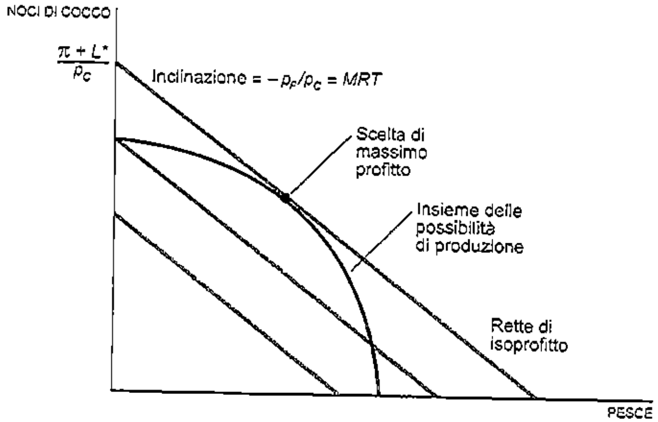


Figura 32.10 **Massimizzazione del profitto.** In corrispondenza del punto di massimo profitto, il saggio marginale di trasformazione è uguale all'inclinazione della retta di isoprofitto, $-p_F/p_C$.

Se l'impresa massimizza il profitto, sceglierà un punto nell'insieme delle possibilità di produzione tale che la retta di isoprofitto passante per quel punto abbia l'intercetta verticale più elevata possibile. Risulta ora chiaro perché la retta di isoprofitto debba essere tangente all'insieme delle possibilità di produzione — cioè perché l'inclinazione dell'insieme delle possibilità di produzione (MRT) deve essere uguale all'inclinazione della retta di isoprofitto, p_F/p_C:

$$\text{MRT} = -\frac{p_F}{p_C}.$$

Abbiamo così descritto il problema di massimizzazione del profitto nel caso di una sola impresa, che però vale anche nel caso di un numero di imprese qualsiasi: ciascuna impresa che scelga il modo più profittevole di produrre noci di cocco e pesce produce una quantità di output in corrispondenza della quale il saggio marginale di trasformazione tra i due beni è uguale al rapporto tra i loro prezzi. Ciò è vero anche se gli insiemi delle possibilità di produzione delle imprese sono diversi, ma i prezzi dei due beni sono uguali.

Questo significa che, in equilibrio, i prezzi dei due beni corrispondono al saggio marginale di trasformazione, cioè al costo opportunità di un bene in termini dell'altro. Se vogliamo più noci di cocco, dobbiamo rinunciare ad un po' di pesce. Per determinare la quantità di pesce alla quale si deve rinunciare, è sufficiente osservare il rapporto tra il prezzo del pesce e quello delle noci di cocco, dal quale possiamo apprendere quale sia il saggio di trasformazione, determinato dalla tecnologia.

32.13 Robinson e Venerdì consumatori

Abbiamo visto che la Naufraghi SpA massimizza il profitto. Per farlo, deve acquistare lavoro e generare profitti. Quando acquista lavoro, paga salari ai lavoratori, quando realizza profitti, paga dividendi agli azionisti. In entrambi i casi, il reddito prodotto dalla Naufraghi SpA ritorna a Robinson e Venerdì, sotto forma di salari o di profitti.

Poiché l'impresa ripartisce tutto il reddito tra lavoratori e azionisti, questi disporranno certamente di un reddito sufficiente per acquistarne l'output. Questa è un'estensione della legge di Walras vista nel Capitolo 31: gli scambisti ottengono un reddito dalla vendita delle proprie dotazioni e quindi devono disporre sempre di un reddito sufficiente per acquistarle. Nel caso in esame, il reddito è ottenuto vendendo le dotazioni e ricevendo profitti dall'impresa. Dato che non si aggiunge o si toglie moneta al sistema economico, i consumatori dispongono di una quantità di moneta esattamente sufficiente ad acquistare quanto viene prodotto.

Come impiegano i consumatori il denaro ricevuto dall'impresa? Di solito, acquistano beni di consumo. Ciascuno sceglie il paniere ottimo di beni tra quelli che può acquistare ai prezzi p_f e p_c.

Come abbiamo visto in precedenza, il paniere di consumo ottimo per ciascun consumatore deve soddisfare la condizione di uguaglianza tra il saggio marginale di sostituzione tra i due beni e il rapporto tra i prezzi. Ma questo, a sua volta, poiché l'impresa massimizza il profitto, è uguale al saggio marginale di trasformazione. Di conseguenza è soddisfatta la condizione necessaria per l'efficienza paretiana: il MRS di ciascun consumatore è uguale al MRT.

In quest'economia, i prezzi sono indicatori della scarsità relativa. Essi indicano, da una parte, la scarsità tecnologica — cioè di quanto si deve diminuire la produzione di un bene per aumentare quella dell'altro — dall'altra, la scarsità di consumo — cioè quanto gli individui sono disposti a diminuire il consumo di un bene per aumentare quello dell'altro.

32.14 Allocazione decentrata delle risorse

L'economia Crusoe-Venerdì è molto semplificata. Se vogliamo considerare un modello più complesso del funzionamento di un sistema economico, dobbiamo ricorrere a strumenti matematici più sofisticati. Tuttavia anche questo semplice modello consente di ottenere alcuni risultati interessanti.

Il più importante concerne il rapporto tra l'obiettivo di massimizzazione dell'utilità da parte dei singoli individui e l'obiettivo *sociale* di allocazione efficiente delle risorse. Sotto certe condizioni, il conseguimento dell'obiettivo individuale realizza anche un'allocazione delle risorse Pareto-efficiente. Inoltre, qualsiasi allocazione Pareto-efficiente può essere realizzata da un mercato concorrenziale, se le dotazioni iniziali (incluse le quote di proprietà delle imprese) possono essere opportunamente redistribuite.

La prerogativa di un mercato concorrenziale è che ciascun consumatore e ciascuna impresa deve occuparsi esclusivamente del proprio problema di massimizzazione. Le informazioni necessarie alle imprese e ai consumatori sono i prezzi dei beni. Dati questi indicatori di scarsità relativa, i consumatori e le imprese dispongono di informazioni sufficienti per prendere decisioni che determinano un'allocazione efficiente delle risorse. In questo senso, il problema sociale connesso a una utilizzazione efficiente delle risorse può essere decentrato e risolto a livello individuale.

Ciascun consumatore decide individualmente quanto consumare. Le imprese conoscono i prezzi dei beni domandati e decidono quanto produrre di ciascun bene. Nel prendere questa decisione, sono guidate dalla massimizzazione del profitto. Un piano di produzione è profittevole se i consumatori sono disposti a pagare un bene più di quanto costi produrlo, e quindi l'impresa è indotta ad aumentarne la produzione. Se tutte le imprese massimizzano il profitto e tutti i consumatori scelgono un paniere di consumo che massimizza la loro utilità, l'equilibrio concorrenziale corrisponde a un'allocazione Pareto-efficiente.

Sommario

1. Il modello dell'equilibrio generale può essere esteso considerando imprese concorrenziali che massimizzano il profitto e producono beni scambiabili.

2. Date certe condizioni, esistono prezzi degli input e degli output in corrispondenza dei quali le scelte delle imprese che massimizzano il profitto e dei consumatori che massimizzano l'utilità sono tali che la domanda e l'offerta di ciascun bene sono uguali in tutti i mercati — cioè esiste un equilibrio concorrenziale.

3. Date certe condizioni, l'equilibrio concorrenziale di cui al punto 2 è Pareto-efficiente: il primo teorema dell'economia del benessere è valido anche in un'economia con produzione.

4. Se aggiungiamo l'ipotesi di convessità degli insiemi di produzione, anche il secondo teorema dell'economia del benessere è valido in un'economia con produzione.

5. Se i beni sono prodotti nel modo più efficiente possibile, il saggio marginale di trasformazione tra i due beni indica il numero delle unità di un bene a cui si deve rinunciare per ottenere unità addizionali dell'altro.

6. L'efficienza paretiana comporta che il saggio marginale di sostituzione di ciascun consumatore sia uguale al saggio marginale di trasformazione.

7. La prerogativa dei mercati concorrenziali è che consentono di determinare un'allocazione efficiente delle risorse decentrando le decisioni di produzione e consumo.

Domande

1. Il prezzo concorrenziale delle noci di cocco è \$6 la libbra e il prezzo del pesce \$3 la libbra. Se la società rinunciasse a 1 libbra di noci di cocco, quante libbre in più di pesce potrebbero essere prodotte?

2. Che cosa accade se l'impresa rappresentata nella Figura 32.2 decide di pagare un salario più elevato?

3. In che senso un equilibrio concorrenziale è buono o cattivo per una data economia?

4. Se il saggio marginale di sostituzione tra noci di cocco e pesce di Robinson è -2 e il saggio marginale di trasformazione tra questi due beni è -1, che cosa deve fare Robinson per aumentare la propria utilità?

5. Supponiamo che Robinson e Venerdì vogliano entrambi 60 libbre di pesce e 60 libbre di noci di cocco al giorno. Impiegando le condizioni tecniche di produzione proposte in questo capitolo, quante ore al giorno devono lavorare Robinson e Venerdì se non si aiutano reciprocamente? Supponiamo invece che decidano di collaborare nel modo più efficiente possibile. Quante ore al giorno dovranno lavorare? Come si può spiegare da un punto di vista economico la riduzione delle ore di lavoro?

APPENDICE

Deriviamo le condizioni dell'efficienza paretiana in un'economia con produzione impiegando il calcolo differenziale. Siano X^1 e X^2 le quantità totali dei beni 1 e 2 prodotte e consumate, come abbiamo visto nel corso del capitolo:

$$X^1 = x_A^1 + x_B^1$$
$$X^2 = x_A^2 + x_B^2.$$

In primo luogo vogliamo trovare una rappresentazione formale della frontiera delle possibilità di produzione, cioè di tutte le combinazioni di X^1 e X^2 tecnicamente possibili. A questo scopo, impieghiamo la **funzione di trasformazione**, che rappresenta la quantità totale dei due beni $T(X^1, X^2)$, tale che la combinazione (X^1, X^2) si trova sulla frontiera dell'insieme delle possibilità di produzione se e solo se

$$T(X^1, X^2) = 0.$$

Una volta descritta la tecnologia, è possibile calcolare il saggio marginale di trasformazione: il saggio sulla base del quale si deve rinunciare a una certa quantità del bene 2 per produrre una maggiore quantità del bene 1. Sebbene qui si parli di una "trasformazione" di un bene in un altro, in realtà si intende che le risorse utilizzate per produrre il bene 2 sono impiegate invece nella produzione del bene 1. Quindi, impiegando una quantità minore di risorse nella produzione del bene 2 e una quantità maggiore nella produzione del bene 1, ci si sposta lungo la frontiera delle possibilità di produzione. Il saggio marginale di trasformazione corrisponde all'inclinazione dell'insieme delle possibilità di produzione, che indichiamo con dX^2/dX^1.

Considerando una variazione infinitesimale della produzione (dX^1, dX^2), otteniamo

$$\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} dX^1 + \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} dX^2 = 0$$

da cui, risolvendo rispetto al saggio marginale di trasformazione, ricaviamo:

$$\frac{dX^2}{dX^1} = -\frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2}.$$

Un'allocazione è Pareto-efficiente se massimizza l'utilità di un consumatore, dato il livello di utilità degli altri. Nel caso di due scambisti, il problema di massimizzazione è

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2)$$

tale che

$$u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u}$$
$$T(X^1, X^2) = 0.$$

In questo caso la Lagrangiana è

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u}) - \mu(T(X^1, X^2) - 0)$$

e le condizioni del primo ordine sono:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^2} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^2} = 0.$$

Con opportune trasformazioni otteniamo

$$\frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2}$$

e

$$\frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2}.$$

I membri di sinistra di queste equazioni sono i saggi marginali di sostituzione, e il membro di destra è il saggio marginale di trasformazione: il saggio in base al quale ciascun consumatore è disposto a sostituire un bene con l'altro è uguale al saggio in base al quale è tecnicamente possibile trasformare un bene nell'altro.

Questo risultato è intuitivo. Supponiamo che il MRS di qualche consumatore non sia uguale al MRT. Allora, il saggio in base al quale il consumatore è disposto a rinunciare a una certa quantità di un bene per ottenere una quantità maggiore dell'altro sarà diverso dal saggio in base al quale ciò è tecnicamente possibile — ma questo significa che è possibile aumentare l'utilità di un individuo senza influire sul consumo di qualche altro.

33

BENESSERE

Abbiamo finora considerato il problema dell'allocazione ottimale delle risorse, ricorrendo al criterio dell'efficienza paretiana. Tuttavia, esistono anche altri criteri. Ricordiamo che l'efficienza paretiana non dice nulla sulla distribuzione del benessere tra gli individui: infatti, un'allocazione in cui un solo individuo riceve tutto è tipicamente Pareto-efficiente, anche se tutti gli altri non la troveranno ragionevole. In questo capitolo, proporremo una metodologia per trattare il problema della distribuzione del benessere.

L'efficienza paretiana è di per sé desiderabile — infatti, se esiste un modo per aumentare la soddisfazione di alcuni individui senza diminuire quella di altri, perché non farne uso? Ma in genere esistono numerose allocazioni Pareto-efficienti: come può la società scegliere tra queste?

In questo capitolo, introdurremo la **funzione di benessere**, che ci consente di "sommare" le utilità dei consumatori. Più in generale, una funzione di benessere consente di ordinare le distribuzioni di utilità tra i consumatori. Prima di analizzare le implicazioni di questo concetto, è opportuno considerare come si possano "sommare" le preferenze dei consumatori per costruire qualche tipo di "preferenza sociale".

33.1 Aggregazione delle preferenze

Consideriamo di nuovo le preferenze del consumatore e assumiamo come sempre che siano transitive. Normalmente, le preferenze di un consumatore si definiscono in

relazione al suo paniere di beni: estendiamo ora questo concetto, considerando che ciascun consumatore abbia preferenze relativamente a tutte le allocazioni di beni tra tutti i consumatori. Naturalmente questo include come caso particolare quello in cui il consumatore non si preoccupa di ciò che gli altri hanno, come abbiamo assunto inizialmente. Indichiamo con x un'allocazione — che rappresenta la quantità di ciascun bene posseduta da ciascun individuo. Date due allocazioni x e y, ciascun individuo è in grado di dire se preferisce x a y.

Date le preferenze di tutti gli scambisti, cerchiamo un modo di "aggregarle" per ottenere una **preferenza sociale**: cioè, intendiamo partire dall'ordinamento individuale delle allocazioni per risalire a un loro ordinamento sociale. È questo il problema delle decisioni sociali al livello più generale. Consideriamo qualche esempio.

Un modo per aggregare le preferenze individuali consiste nel ricorrere ad una votazione. Si potrebbe dire che x è "socialmente preferito" a y se una maggioranza degli individui preferisce x a y. Nondimeno, questo metodo presenta un problema: è infatti possibile che esso dia luogo ad un ordinamento sociale delle preferenze non transitivo. Consideriamo il caso rappresentato nella Tabella 33.1, che riporta l'ordinamento di tre alternative x, y e z, per tre individui.

Individuo A	Individuo B	Individuo C
x	y	z
y	z	x
z	x	y

Tabella 33.1 **Preferenze con ordinamento intransitivo**

Notiamo che una maggioranza preferisce x a y, un'altra y a z e un'altra ancora z a x. Quindi, l'aggregazione delle preferenze individuali basata sul voto di maggioranza non è possibile, poiché le preferenze sociali che ne risultano non sono transitive. In tal caso, non esiste alcuna alternativa "migliore" all'interno di (x, y, z), e la scelta sociale dipende dall'ordine della votazione.

Supponiamo che i tre individui della Tabella 33.1 decidano di scegliere dapprima tra x e y, e successivamente tra il vincitore di questa votazione e z. Poiché una maggioranza preferisce x a y, la seconda votazione sarà tra x e z, e quindi z vincerà.

Cosa accade invece se decidono di scegliere tra z e x, e poi tra il vincitore e y? In questo caso, z vince nella prima votazione, ma y è preferito a z nella seconda. L'esito di questa votazione dipende in modo cruciale dall'ordine in cui si propongono le alternative ai votanti.

Possiamo considerare anche un altro sistema di votazione, che prevede un ordinamento numerico. Ciascun individuo classifica i beni secondo le sue preferenze e fa corrispondere a questa classificazione un ordinamento numerico: per esempio, 1 per l'alternativa maggiormente preferita, 2 per la seconda alternativa preferita, e così via. Si sommano quindi i punteggi di ciascuna alternativa, determinandone in tal modo il punteggio aggregato: l'alternativa socialmente preferita sarà quella che ottiene il punteggio più basso.

Nella Tabella 33.2 è riportato un possibile ordinamento delle preferenze per tre allocazioni x, y e z e due individui. Supponiamo dapprima che esistano solo due alternative, x e y. In tal caso, A attribuisce 1 all'alternativa x, mentre B attribuisce 2. Per l'alternativa y vale esattamente il contrario. L'esito della votazione sarà quindi un pareggio poiché il punteggio aggregato di ciascuna alternativa è 3.

Individuo A	Individuo B
x	y
y	z
z	x

Tabella 33.2 **La scelta tra x e y dipende da z**

Introduciamo ora anche l'alternativa z. A assegna i punti 1, 2 e 3, rispettivamente, a x, y e z, mentre B assegna lo stesso punteggio 1, 2 e 3, rispettivamente, a y, z e x. Il punteggio aggregato di x sarà ora 4 e quello di y sarà 3: in questo caso y è preferito a x.

Sia la votazione a maggioranza che quella basata sull'ordinamento numerico presentano l'inconveniente che l'esito può essere manipolato. In effetti, la prima può essere manipolata modificando l'ordine in cui gli individui votano, mentre la seconda può essere manipolata introducendo nuove alternative che modificano il punteggio delle alternative rilevanti.

Esistono meccanismi di decisione sociale (cioè modi di aggregare le preferenze) immuni da questo tipo di manipolazioni? In altri termini, è possibile "sommare" le preferenze in modo che non si presentino gli inconvenienti visti in precedenza?

Elenchiamo alcune proprietà desiderabili, delle quali dovrebbe godere un meccanismo di decisione sociale:

1. Dato un insieme qualsiasi di preferenze individuali complete, riflessive e transitive, il meccanismo di decisione sociale dovrebbe consentire di ottenere preferenze sociali che godano delle stesse proprietà.

2. Se tutti preferiscono l'alternativa x all'alternativa y, allora anche secondo le preferenze sociali x è preferita a y.

3. Le preferenze tra x e y dovrebbero dipendere solo dal modo in cui gli individui ordinano x rispetto a y, e non dal modo in cui ordinano le altre alternative.

Queste tre proprietà sembrano plausibili. Tuttavia, è difficile trovare un meccanismo che le soddisfi tutte. In effetti, Kenneth Arrow ha dimostrato questo risultato fondamentale:[1]

[1] Cfr. Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values*, New York, Wiley, 1963. Arrow, professore alla Stanford University, è stato insignito del premio Nobel per l'economia per i suoi studi su questo argomento.

Teorema dell'impossibilità di Arrow. *Se un meccanismo di decisione sociale gode delle proprietà 1, 2 e 3, deve essere una dittatura: tutti gli ordinamenti sociali sono gli ordinamenti di un solo individuo.*

La conclusione di tale teorema è sorprendente, poiché dimostra che le tre proprietà desiderabili di un meccanismo di decisione sociale non sono compatibili con la democrazia: non esiste quindi un modo "perfetto" di prendere le decisioni sociali, ossia di "aggregare" le preferenze individuali per costruire un'unica preferenza sociale. Per ottenere questo risultato, è necessario rinunciare a una delle tre proprietà del meccanismo di decisione sociale descritte nel teorema di Arrow.

33.2 Funzioni di benessere sociale

Se dovessimo rinunciare a una delle proprietà desiderabili della funzione di benessere sociale descritta in precedenza, sceglieremmo probabilmente la terza: che le preferenze sociali tra due alternative dipendano solo dal loro ordinamento. In questo modo, sono possibili alcuni sistemi di votazione basati sull'ordinamento numerico.

Date le preferenze relative alle allocazioni di ciascun individuo i, è possibile costruire delle funzioni di utilità $u_i(\mathrm{x})$ che le riassumano: l'individuo i preferisce x a y se e solo se $u_i(\mathrm{x}) > u_i(\mathrm{y})$. Come sappiamo, questa costruzione — come ogni funzione di utilità — vale a meno di una trasformazione monotona.

Consideriamo ora una particolare funzione di utilità. Un modo per ottenere le preferenze sociali dalle preferenze individuali consiste nel sommare le utilità individuali, e far corrispondere a tale somma l'utilità sociale: l'allocazione x è socialmente preferita alla allocazione y se

$$\sum_{i=1}^{n} u_i(\mathrm{x}) > \sum_{i=1}^{n} u_i(\mathrm{y})$$

dove n è il numero degli individui nella società.

Tale procedimento è del tutto arbitrario, poiché sia la scelta della funzione di utilità che quella della somma sono arbitrarie. In effetti, avremmo potuto altrettanto bene impiegare la somma ponderata, il prodotto o la somma dei quadrati delle utilità.

Possiamo imporre una restrizione plausibile alla "funzione aggregata", e cioè che sia crescente relativamente all'utilità di ciascun individuo. In questo modo siamo certi che se tutti preferiscono x a y, allora x sarà preferito a y anche secondo la preferenze sociali.

Questo tipo di funzione è detta **funzione di benessere sociale** e corrisponde a qualche funzione delle funzioni di utilità individuale: $W(u_1(\mathrm{x}), \ldots, u_n(\mathrm{x}))$. Essa ci consente di ordinare le allocazioni esclusivamente secondo le preferenze individuali, ed è inoltre una funzione crescente dell'utilità di ciascun individuo.

Consideriamo alcuni esempi. Uno dei casi già visti è la *somma* delle funzioni di utilità individuali

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i.$$

Questa funzione è detta, di solito, funzione di benessere **utilitarista classica** o **di Bentham.**[2] Una sua generalizzazione è la funzione di benessere della **somma ponderata delle utilità**:

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i$$

dove supponiamo che i pesi $a_1, \ldots, a_n$ indichino l'importanza assegnata all'utilità di ciascun individuo relativamente al benessere sociale. È naturale considerare ciascun a_i positivo.

Un'altra interessante funzione di benessere sociale è la funzione **minimax** o **di Rawls**:

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \min\{u_1 \ldots, u_n\}.$$

In questa funzione il benessere sociale di un'allocazione dipende solo dal benessere dell'individuo che si trova nella situazione peggiore — quello con l'utilità minima.[3]

Ciascuno di questi esempi consente di confrontare le funzioni di utilità individuale ed esprime un giudizio etico circa il confronto del benessere di individui diversi. Pressoché l'unica restrizione che dobbiamo imporre alla funzione di benessere è che sia crescente rispetto all'utilità di ciascun consumatore.

33.3 Massimizzazione del benessere

Possiamo ora esaminare il problema della massimizzazione del benessere. Supponiamo che vi siano n consumatori e k beni e indichiamo con x_i^j la quantità del bene j posseduta dall'individuo i. In tal modo, un'allocazione $\mathbf{x}$ è semplicemente l'elenco delle quantità di ciascun bene di cui dispone ciascun individuo.

Indicando con $X^1, \ldots, X^k$ la quantità totale dei beni $1, \ldots, k$ da distribuire tra i consumatori, il problema di massimizzazione del benessere può essere così formulato:

$$\max W(u_1(\mathbf{x}), \ldots, u_n(\mathbf{x}))$$

$$\text{tale che } \sum_{i=1}^{n} x_i^1 = X^1$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^k = X^k.$$

[2] Jeremy Bentham (1748-1832) è il fondatore dell'utilitarismo in filosofia morale, secondo il quale il bene più grande è la maggiore felicità per il maggior numero di individui.

[3] John Rawls è un contemporaneo, professore di filosofia morale ad Harvard, che ha formulato questo principio di giustizia.

In altri termini, cerchiamo un'allocazione realizzabile che massimizzi il benessere sociale. Quali caratteristiche avrà quest'allocazione?

In primo luogo, notiamo che un'allocazione che massimizza il benessere deve essere Pareto-efficiente. Per dimostrarlo, supponiamo che non lo sia. Allora esisteranno altre allocazioni realizzabili in grado di aumentare l'utilità di alcuni individui senza diminuire quella di altri. Tuttavia, la funzione di benessere è crescente rispetto all'utilità di ciascun individuo, e quindi la nuova allocazione dovrebbe corrispondere a un benessere più elevato, il che contraddice l'ipotesi iniziale di massimo benessere.

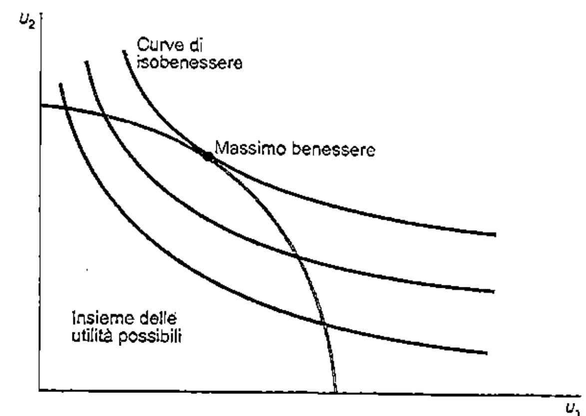


Figura 33.1 **Massimizzazione del benessere.** Un'allocazione che massimizza una funzione di benessere è Pareto-efficiente.

Questo può essere illustrato dalla Figura 33.1, dove U è l'insieme delle utilità possibili nel caso di due individui. Tale insieme è noto come **insieme delle utilità possibili**. La frontiera di questo insieme — la **frontiera delle utilità possibili** — è l'insieme dei livelli di utilità corrispondenti alle allocazioni Pareto-efficienti. Se un'allocazione si trova sulla frontiera di questo insieme, allora non esistono altre allocazioni realizzabili cui corrispondano livelli di utilità più elevati per entrambi gli individui.

Le "curve di indifferenza" di questo grafico sono dette **curve di isobenessere**, poiché rappresentano le distribuzioni di utilità in cui il benessere è costante. Come sempre il punto di ottimo è caratterizzato da una condizione di tangenza. Ciò che per noi è rilevante, però, è che questo punto è Pareto-efficiente: si trova, infatti, sulla frontiera dell'insieme delle utilità possibili. Osserviamo inoltre che *qualsiasi* allocazione Pareto-efficiente deve corrispondere a un punto di massimo benessere per qualche funzione di benessere.

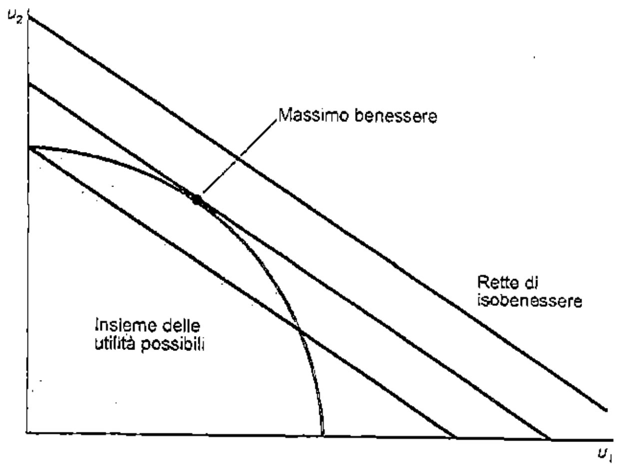


Figura 33.2 **Massimizzazione della funzione di benessere basata sulla somma ponderata delle utilità.** Se l'insieme delle utilità possibili è convesso, ogni punto Pareto-efficiente è un punto di massimo di una funzione di benessere basata sulla somma ponderata delle utilità.

Ad esempio, nella Figura 33.2, dopo aver individuato un'allocazione Pareto-efficiente, abbiamo trovato un insieme di curve di isobenessere per le quali questa è un'allocazione di massimo benessere. Inoltre, se l'insieme delle possibili distribuzioni di utilità è convesso, ogni punto della sua frontiera rappresenta un punto di massima utilità relativamente a una funzione di benessere basata sulla somma ponderata delle utilità, come nella Figura 33.2. La funzione di benessere ci dà quindi un modo di individuare le allocazioni Pareto-efficienti: ogni punto di massimo benessere corrisponde ad un'allocazione Pareto-efficiente e viceversa.

33.4 Funzioni individuali di benessere sociale

Finora abbiamo definito le preferenze individuali rispetto a tutte le allocazioni, piuttosto che al paniere di beni di ciascun individuo. Tuttavia, come abbiamo già sottolineato, gli individui potrebbero essere interessati esclusivamente ai propri panieri. In questo caso, indichiamo con x_i il paniere di consumo dell'individuo i e con $u_i(x_i)$ il suo livello di utilità, impiegando una data funzione di utilità. La funzione di benessere sociale sarà quindi

$$W = W(u_1(x_1), \ldots, u_n(x_n)).$$

È questa una funzione diretta della distribuzione delle utilità, e una funzione indiretta dei panieri di consumo degli individui. Questa particolare funzione di benessere è

nota come **funzione di benessere individuale** o **funzione di benessere di Bergson-Samuelson.**[4]

Se l'utilità di ciascun individuo dipende esclusivamente dal suo consumo, ciò significa che non vi sono esternalità di consumo. Quindi valgono i risultati fondamentali del Capitolo 31 e, in tal modo, si stabilisce una stretta relazione tra allocazioni Pareto-efficienti ed equilibri di mercato: tutti gli equilibri concorrenziali sono Pareto-efficienti, e, data l'ipotesi di convessità, tutte le allocazioni Pareto-efficienti sono equilibri concorrenziali.

Possiamo ora aggiungere che, data la corrispondenza tra punti Pareto-efficienti e punti di massimo benessere descritta in precedenza, tutti i punti di massimo benessere sono equilibri concorrenziali e tutti gli equilibri concorrenziali sono punti di massimo benessere per qualche funzione di benessere.

33.5 Allocazioni giuste

L'approccio basato sulla funzione di benessere descrive in termini molto generali il benessere sociale, e proprio per questo può essere impiegato per esprimere sinteticamente molti diversi tipi di giudizi morali. D'altra parte, non consente di decidere se un certo giudizio etico è ragionevole.

Un altro approccio consiste nel considerare uno specifico giudizio morale ed esaminarne le implicazioni per quanto riguarda l'allocazione delle risorse. Questo approccio, in particolare, è impiegato nello studio del problema delle **allocazioni giuste**. Definiamo che cosa si può intendere per modo giusto di distribuire un paniere di beni e impieghiamo quindi la teoria economica per analizzarne le implicazioni.

Supponiamo di disporre di alcuni beni da distribuire equamente tra n individui con eguali diritti. Che cosa possiamo fare? È probabile che saremo indotti a distribuire i beni in parti uguali. Infatti, dato che gli n individui hanno per ipotesi diritto a una distribuzione equa, cos'altro potremmo fare?

L'aspetto attraente di questa distribuzione egualitaria è il fatto che è *simmetrica*. Ciascun individuo ha lo stesso paniere di beni; nessuno di essi, quindi, preferisce il paniere di un altro individuo, poiché tutti hanno le stesse cose.

Purtroppo, una distribuzione egualitaria non è necessariamente Pareto-efficiente. Se gli individui hanno gusti diversi desidereranno scambiare, allontanandosi così dall'allocazione che corrisponde alla distribuzione egualitaria. Supponiamo che questo avvenga e che si arrivi a una allocazione Pareto-efficiente.

A questo punto, si pone un problema: quest'allocazione Pareto-efficiente è in qualche senso equa? Gli scambi che avvengono a partire dalla distribuzione egualitaria, ne conservano in qualche modo la simmetria?

La risposta è: non necessariamente. Consideriamo il seguente esempio. Dati tre individui A, B, C, i primi due hanno gli stessi gusti, mentre C ha gusti diversi. Consideriamo inizialmente una distribuzione egualitaria e supponiamo che A e C

[4] Abram Bergson e Paul Samuelson sono due economisti contemporanei che hanno studiato le proprietà di questo tipo di funzione di benessere all'inizio degli anni '40. Samuelson è stato insignito del premio Nobel per l'economia.

scambino tra loro, aumentando in tal modo la loro soddisfazione. D'altro canto B, che non ha avuto l'opportunità di scambiare con C, **invidierà** A — cioè preferirà il paniere di A al proprio. Sebbene A e B siano partiti dalla stessa allocazione, A è stato fortunato nello scambio e questo ha compromesso la simmetria dell'allocazione iniziale.

Ciò significa che gli scambi effettuati a partire da una distribuzione equa non ne preservano necessariamente la simmetria. Ci possiamo allora chiedere se esiste un'allocazione che mantenga tale simmetria e se esiste un modo per ottenere un'allocazione che sia contemporaneamente Pareto-efficiente ed equa.

33.6 Invidia ed equità

Cerchiamo di definire in termini formali cosa significa "simmetrico" o "equo". Diciamo che un'allocazione è **equa** se nessun individuo preferisce il paniere di beni di un altro al proprio. Se i preferisce il paniere di j, si dice che i **invidia** j. Inoltre, se un'allocazione è sia equa che Pareto-efficiente, diciamo che è un'allocazione **giusta**.

Questi sono alcuni modi di definire la nozione di simmetria introdotta in precedenza. Un'allocazione basata su una distribuzione egualitaria gode della proprietà che nessun individuo invidia un altro, ma vi sono molte altre allocazioni che hanno la stessa proprietà.

Consideriamo la Figura 33.3. Per stabilire se un'allocazione è equa, è sufficiente osservare l'allocazione che risulterebbe qualora i due individui si scambiassero i due panieri di beni: se questa si trova "al di sotto" della curva di indifferenza di ciascun individuo passante per l'allocazione iniziale, allora l'allocazione iniziale è un'allocazione equa. (In questo caso "al di sotto" significa al di sotto dal punto di vista di ciascun individuo, mentre dal nostro punto di vista l'allocazione che si ottiene dallo scambio dei panieri deve trovarsi tra le due curve di indifferenza.)

Notiamo inoltre che l'allocazione della Figura 33.3 è Pareto-efficiente, e quindi, oltre ad essere equa, in base alla nostra definizione essa è un'allocazione giusta. Ma le allocazioni giuste sono solo casi fortuiti, oppure esse sono comuni?

Si dà il caso che tali allocazioni in generale esistano, e vi è un facile modo di verificarlo. Infatti, come nel precedente paragrafo, consideriamo un'allocazione iniziale che corrisponde a una distribuzione egualitaria ed esaminiamo il processo di scambio che conduce a un'allocazione Pareto-efficiente. In particolare, supponiamo che il processo di scambio sia quello del mercato concorrenziale. Esso porta a una nuova allocazione, nella quale ciascun contraente sceglie il paniere di beni migliore tra quelli che può acquistare ai prezzi di equilibrio (p_1, p_2): dal Capitolo 31, sappiamo che tale allocazione è Pareto-efficiente.

Ma sarà anche equa? Supponiamo che non lo sia e che uno dei consumatori, per esempio A, invidi B, cioè preferisca il paniere di B al proprio. Formalmente:

$$(x_A^1, x_A^2) \prec_A (x_B^1, x_B^2).$$

Tuttavia, se A preferisce il paniere di B, e il suo paniere è il migliore tra quelli che può acquistare ai prezzi (p_1, p_2), allora il paniere di B costa più di quanto A

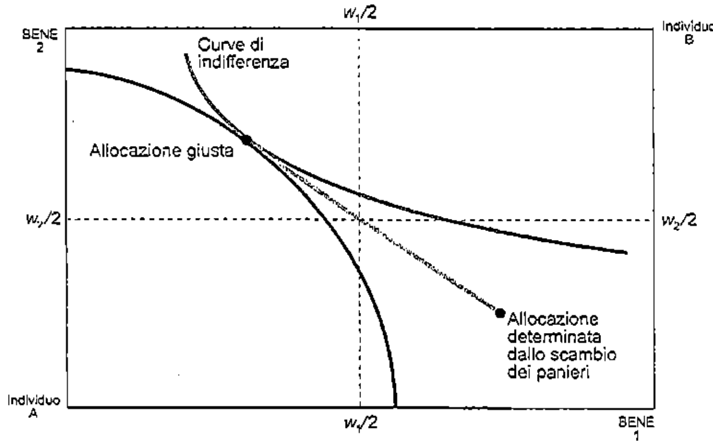


Figura 33.3 **Allocazioni giuste.** Un'allocazione giusta nella scatola di Edgeworth. Ciascun individuo preferisce l'allocazione giusta a quella determinata dallo scambio dei panieri.

può permettersi. Formalmente:

$$p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2 < p_1 x_B^1 + p_2 x_B^2.$$

Ma questo contraddice l'ipotesi di partenza. Infatti, per ipotesi, A e B inizialmente avevano lo stesso paniere, in seguito a una distribuzione egualitaria: se A non può acquistare il paniere di B, allora neppure B può acquistarlo.

Possiamo quindi concludere che, in questa situazione, A non può invidiare B. Un equilibrio concorrenziale ottenuto a partire da una distribuzione egualitaria deve corrispondere a un'allocazione giusta. Quindi il meccanismo di mercato conserverà un certo tipo di equità: se l'allocazione iniziale è egualitaria, quella finale dovrà essere un'allocazione giusta.

Sommario

1. Il teorema dell'impossibilità di Arrow stabilisce che non esiste un modo "perfetto" per aggregare le preferenze individuali in preferenze sociali.

2. Nondimeno, gli economisti ricorrono a funzioni di benessere di qualche tipo per esprimere giudizi distributivi sulle allocazioni.

3. Se la funzione di benessere è crescente rispetto all'utilità di ciascun individuo, un punto di massimo benessere è Pareto-efficiente. Inoltre, ogni allocazione Pareto-efficiente massimizza qualche funzione di benessere.

4. Un modo alternativo di esprimere giudizi sulla distribuzione delle risorse fa uso della nozione di allocazione giusta, che si basa su un criterio di simmetria.

5. Anche se l'allocazione iniziale è simmetrica, processi di scambio arbitrari non conducono necessariamente a un'allocazione giusta, mentre il meccanismo di mercato consente di ottenerla.

Domande

1. Supponiamo che un'allocazione x sia preferita socialmente ad una allocazione y solo se *ciascuno* preferisce x a y. (Questo è talvolta detto ordinamento paretiano, in quanto è strettamente connesso all'idea di efficienza paretiana.) Quali sono gli svantaggi derivanti dall'utilizzare tale ordinamento come criterio per effettuare scelte sociali?

2. La funzione di benessere di Rawls considera il benessere dell'individuo nella situazione peggiore. Il suo opposto potrebbe essere chiamato funzione di benessere "di Nietzsche", che fa dipendere il valore di un'allocazione unicamente dal benessere dell'individuo con la soddisfazione *più elevata*. Che forma avrà tale funzione?

3. Supponiamo che l'insieme delle utilità possibili sia convesso e che i consumatori siano interessati solo al proprio consumo. Che tipo di allocazioni corrisponderà ai punti di massimo benessere della funzione di benessere di Nietzsche?

4. Supponiamo che un'allocazione sia Pareto-efficiente e che ciascun individuo si preoccupi solo del proprio consumo. Si dimostri che deve esistere qualcuno che non invidia, nel senso già precisato.

5. Se siamo in grado di imporre un ordine di votazione, disponiamo di uno strumento potente. Per esempio, assumiamo che le preferenze sociali siano determinate con un voto di maggioranza basato sul confronto di coppie alternative, utilizzando le preferenze riportate nella Tabella 33.1: si trovi l'ordine di votazione che conduce l'allocazione y a vincere. Si trovi poi un ordine di votazione in base al quale z risulti vincente. Quale proprietà delle preferenze sociali fa sì che fissare l'ordine di votazione abbia tanta importanza?

APPENDICE

Esaminiamo il problema della massimizzazione del benessere impiegando una funzione di benessere individuale. Servendoci della funzione di trasformazione descritta nel Capitolo 32, esprimiamo il problema di massimizzazione del benessere nel modo seguente

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2))$$

$$\text{con il vincolo} \quad T(X^1, X^2) = 0$$

dove X^1 e X^2 sono le quantità totali dei beni 1 e 2 prodotte e consumate.

La Lagrangiana per questo problema è

$$L = W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2)) - \lambda(T(X^1, X^2) - 0).$$

Differenziando rispetto a ciascuna variabile di scelta, otteniamo le condizioni del primo ordine

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial W}{\partial u_A}\frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^1} - \lambda\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial W}{\partial u_A}\frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^2} - \lambda\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = \frac{\partial W}{\partial u_B}\frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^1} - \lambda\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = \frac{\partial W}{\partial u_B}\frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^2} - \lambda\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0.$$

Con opportune trasformazioni otteniamo

$$\frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2}$$
$$\frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2}.$$

Queste corrispondono alle equazioni dell'Appendice al Capitolo 32, e cioè alle condizioni del primo ordine relative al problema dell'efficienza paretiana.

Infatti, l'allocazione che massimizza una funzione di benessere Bergson-Samuelson è Pareto-efficiente, e ciascuna allocazione Pareto-efficiente massimizza qualche funzione di benessere. Quindi, i punti di massimo benessere e le allocazioni Pareto-efficienti soddisfano le stesse condizioni del primo ordine.

34

ESTERNALITÀ

Abbiamo affermato che si ha una **esternalità del consumo** quando un consumatore è interessato direttamente alla produzione o al consumo di un altro individuo. Per esempio, possiamo avere preferenze sul fatto che il nostro vicino ascolti musica ad alto volume alle tre di notte, che qualcuno accanto a noi al ristorante fumi il sigaro o, infine, sulla quantità di inquinamento prodotto dalle automobili. Questi sono tutti esempi di esternalità di consumo *negative*. D'altra parte, potrebbe farci piacere ammirare il giardino fiorito dei nostri vicini: in questo caso, avremmo una esternalità di consumo *positiva*.

Analogamente, una **esternalità della produzione** si verifica quando le possibilità di produzione di un'impresa vengono influenzate dalle scelte di un'altra impresa o di un consumatore. Un esempio classico è quello del frutteto che si trova vicino alle arnie di un apicoltore. In questo caso, si verificano esternalità di produzione positive, poiché la produzione di ciascuna impresa influisce positivamente sulle possibilità di produzione dell'altra. Analogamente, un pescatore si preoccupa del livello di inquinamento nella sua zona di pesca.

La caratteristica essenziale delle esternalità è che esistono dei beni, ai quali i consumatori sono interessati, che non sono scambiati sul mercato. Non esiste un mercato della musica ad alto volume alle tre di notte, o del fumo di sigaro, o dei fiori del vicino. I problemi derivano proprio dalla mancanza di mercati delle esternalità.

Abbiamo fino ad ora assunto implicitamente che ciascun individuo prenda le sue decisioni di consumo e di produzione senza tener conto di quelle degli altri. Tutte le interazioni tra produttori e consumatori avvengono nel mercato, ed è sufficiente che gli agenti economici conoscano i prezzi di mercato e le proprie possibilità di consumo o di produzione. In questo capitolo, invece, non manterremo quest'ipotesi restrittiva ed esamineremo quindi gli effetti economici delle esternalità.

Si ricorderà che il meccanismo di mercato è in grado di determinare allocazioni Pareto-efficienti se *non* vi sono esternalità. Per contro, se vi sono esternalità, il mercato non determinerà necessariamente un'allocazione Pareto-efficiente delle risorse. Esistono, comunque, istituzioni pubbliche in grado di "imitare" il meccanismo di mercato, e quindi di realizzare l'efficienza paretiana. In questo capitolo ne studieremo il funzionamento.

34.1 Fumatori e non fumatori

Supponiamo, per esempio, che due persone, A e B, abitino nello stesso appartamento, e abbiano preferenze relativamente al "denaro" e al "fumo". Supponiamo che il denaro piaccia a entrambi, mentre ad A piace il fumo e a B l'aria pura.

È possibile rappresentare le possibilità di consumo dei due consumatori nella scatola di Edgeworth. Rappresentiamo sull'asse orizzontale la quantità totale di denaro dei due consumatori, e sull'asse verticale la quantità di fumo. Le preferenze di A sono crescenti rispetto al denaro e al fumo, mentre quelle di B sono crescenti rispetto al denaro e all'aria pura — l'assenza di fumo. Misuriamo il fumo su una scala da 0 a 1, dove 0 corrisponde all'assenza di fumo e 1 alla proverbiale stanza piena di fumo.

Da queste premesse otteniamo il grafico della Figura 34.1. Si noti che il grafico può sembrare la consueta scatola di Edgeworth, ma va interpretato diversamente. Se il fumo è un bene per A e un "male" per B, ciò significa che la soddisfazione di B aumenta se A fuma di meno. Consideriamo attentamente come i beni sono misurati sugli assi cartesiani. Il denaro a disposizione di A è rappresentato sull'asse orizzontale a partire dall'angolo in basso a sinistra della scatola, e quello a disposizione di B sull'asse orizzontale a partire dall'angolo in alto a destra, mentre la quantità totale di fumo è rappresentata sull'asse verticale a partire dall'angolo in basso a sinistra. Questo perché il denaro può essere ripartito tra i due consumatori, mentre la quantità di fumo che essi consumano è unica per entrambi.

Si noti che, nella usuale rappresentazione della scatola di Edgeworth, la soddisfazione di B aumenta se A diminuisce il consumo del bene 2 perché in questo modo B può consumare una quantità maggiore dello stesso bene. Anche nella scatola di Edgeworth rappresentata nella Figura 34.1 la soddisfazione di B aumenta se A diminuisce il consumo del bene 2 (fumo), ma per una ragione molto diversa. Nel nostro esempio la soddisfazione di B aumenta perché entrambi devono consumare la stessa quantità di fumo, e per B il fumo è un "male".

Abbiamo così illustrato le possibilità di consumo e le preferenze di due persone che abitino nello stesso appartamento. Quanto alle dotazioni, assumiamo che dispongano entrambi della stessa quantità di denaro, per esempio \$100 a testa, e che le loro dotazioni si trovino quindi in qualche punto sull'asse verticale. Per determinarne l'esatta posizione, è necessario individuare la "dotazione" iniziale di fumo/aria pura, e questo dipende dai diritti che la legge riconosce ai fumatori e ai non fumatori. Per esempio, A può avere il diritto di fumare quanto vuole, e B dovrà rassegnarsi. Oppure, B può avere il diritto di respirare aria pura. Infine, la legge può prevedere dei casi intermedi.

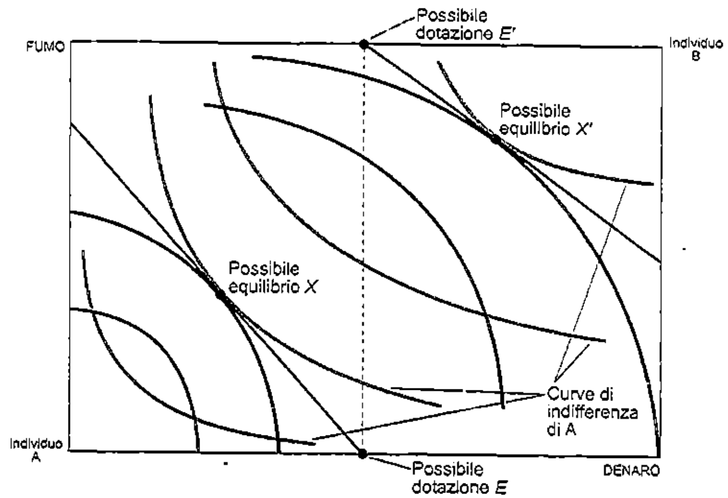


Figura 34.1 **Preferenze per il denaro e per il fumo.** Il fumo è un bene per A e un "male" per B. L'equilibrio finale dipende dalla dotazione iniziale.

La dotazione iniziale di fumo dipende quindi dalla legge, ed è analoga a quella relativa agli altri tipi di beni. Dire che la dotazione iniziale di A è \$100 equivale a dire che A può scegliere di consumare egli stesso \$100, oppure che li può regalare o scambiare. Dire che un individuo "possiede" o "gode di un diritto su" 100 dollari è un'affermazione che si basa su una definizione giuridica del diritto di proprietà. Analogamente, se un individuo ha un diritto di proprietà sull'aria pura, significa che può consumarla, cederla oppure venderla a qualcun altro. In questo modo, avere un diritto di proprietà sull'aria pura equivale ad averne uno su \$100.

Consideriamo ora il caso in cui B ha diritto all'aria pura. In questo caso la dotazione iniziale, nella Figura 34.1, è indicata con E: è questo il punto in cui A possiede (100,0) e B (100,0). Ciò significa che A e B dispongono entrambi di \$100 e che la dotazione iniziale è interamente aria pura.

Come nel caso in cui non vi siano esternalità, non vi è alcuna ragione per cui la dotazione iniziale debba essere Pareto-efficiente. Uno degli aspetti del diritto di proprietà sull'aria pura è che si ha il diritto di scambiarne una parte con altri beni

desiderabili, in questo caso con il denaro. È possibile che B preferisca scambiare parte del suo diritto all'aria pura con denaro. Il punto X nella Figura 34.1 è un esempio di un caso del genere.

Come abbiamo visto, in corrispondenza di un'allocazione Pareto-efficiente, nessun consumatore può aumentare la propria soddisfazione senza diminuire quella di un altro. Una tale allocazione è caratterizzata dalla consueta condizione di tangenza, che implica che il saggio marginale di sostituzione tra fumo e denaro deve essere uguale per entrambi i consumatori, come rappresentato nella Figura 34.1. Immaginiamo ora che A e B scambino fino ad arrivare a un punto Pareto-efficiente. In effetti, B ha il diritto di respirare aria pura, ma può farsi "corrompere" e scegliere di consumare un po' del fumo di A.

È possibile assegnare diversamente i diritti di proprietà, per esempio concedendo ad A il diritto di fumare quanto gli pare, in modo tale che sarà B a corromperlo per indurlo a fumare di meno. Questa situazione è rappresentata dalla dotazione E' nella Figura 34.1. Esattamente come prima, questa può non essere un'allocazione Pareto-efficiente: possiamo quindi immaginare che gli individui scambino fino a raggiungere un punto preferito da entrambi, come il punto X' del grafico.

Sia X che X' sono allocazioni Pareto-efficienti, ma si ottengono a partire da dotazioni iniziali diverse. Infatti, la soddisfazione del fumatore, A, è maggiore in X' piuttosto che in X, e quella di B, che non fuma, è maggiore in X piuttosto che in X'. Ai due punti corrispondono diverse distribuzioni delle risorse, ma sono entrambi ugualmente efficienti.

In effetti, questi non sono gli unici punti efficienti: come sempre, esisterà una curva dei contratti di allocazioni Pareto-efficienti di fumo e denaro. Se gli individui possono scambiare entrambi i beni, si troveranno alla fine in corrispondenza di qualche punto della curva dei contratti, che dipende dai loro diritti di proprietà su fumo e denaro e dal processo di scambio.

Un possibile processo di scambio è quello basato sul meccanismo dei prezzi. Come abbiamo già fatto, possiamo immaginare un banditore che annunci i prezzi, e chieda a ciascun contraente quanto è disposto ad acquistare in corrispondenza di quei prezzi. Se la dotazione iniziale consente ad A di fumare, questi può pensare di vendere parte dei propri diritti a B, in cambio del suo denaro. Analogamente, se B ha diritto all'aria pura, può vendere parte della sua aria ad A.

Se il banditore riesce a trovare un insieme di prezzi in corrispondenza dei quali l'offerta è uguale alla domanda, si avrà efficienza paretiana. Inoltre, se esiste un mercato per il fumo, l'equilibrio concorrenziale sarà Pareto-efficiente. Come sempre, i prezzi concorrenziali misureranno il saggio marginale di sostituzione tra i due beni.

Si tratta ancora della scatola di Edgeworth, descritta però da un altro punto di vista. Finché i diritti di proprietà sui beni che comportano esternalità (indipendentemente da chi li possieda) sono esattamente definiti, gli individui possono effettuare scambi, partendo dalla loro dotazione iniziale, per raggiungere un'allocazione Pareto-efficiente. Se vogliamo introdurre un mercato anche per i beni che comportano esternalità, conseguiremo un risultato analogo.

I problemi sorgono quando i diritti di proprietà *non* sono esattamente definiti, come quando, per esempio, A ritiene di avere il diritto di fumare e B il diritto di respirare aria pura. In definitiva, *i problemi pratici relativi alle esternalità sorgono quando i diritti di proprietà non sono esattamente definiti.*

Ad esempio, il nostro vicino può ritenere di avere il diritto di suonare la tromba alle tre di notte, mentre noi possiamo ritenere di avere il diritto al silenzio. Un'impresa può ritenersi libera di inquinare l'aria che respiriamo, mentre noi pensiamo che non lo sia. I casi in cui i diritti di proprietà non sono definiti comportano una produzione di esternalità inefficiente — vale a dire, sarebbe possibile aumentare la soddisfazione di entrambi i contraenti variando tale produzione. Se invece i diritti di proprietà sono esattamente definiti e negoziabili tra i contraenti, allora questi potranno scambiare i loro diritti a produrre esternalità, esattamente come possono scambiare i loro diritti a produrre e consumare beni qualsiasi.

34.2 Preferenze quasi-lineari e teorema di Coase

Nel paragrafo precedente abbiamo affermato che se i diritti di proprietà sono esattamente definiti, gli scambi tra gli individui danno luogo a una allocazione efficiente dell'esternalità. In generale, la quantità di esternalità prodotta nella soluzione efficiente dipende dal modo in cui sono assegnati i diritti di proprietà. Nel caso delle due persone che vivono nello stesso appartamento, la quantità di fumo prodotta dipende da chi gode dei diritti di proprietà: se il fumatore oppure il non-fumatore.

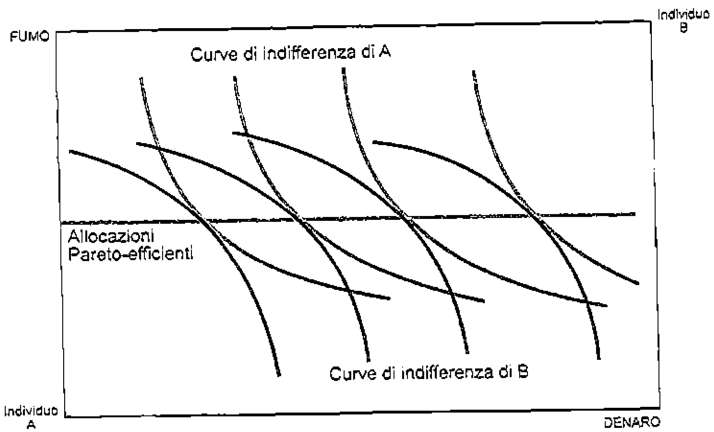


Figura 34.2 **Preferenze quasi-lineari e teorema di Coase.** Se le preferenze di ciascun consumatore sono quasi-lineari, cioè traslazioni orizzontali l'una dell'altra, l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti forma una retta orizzontale. Esiste pertanto un'unica quantità di esternalità, in questo caso fumo, in corrispondenza di ciascuna allocazione Pareto-efficiente.

Tuttavia, esiste un caso particolare in cui il risultato dell'esternalità non dipende dall'assegnazione dei diritti di proprietà. Se le preferenze degli individui sono **quasi-lineari**, ogni soluzione efficiente comporta la stessa quantità di esternalità.

Questa situazione è rappresentata nella scatola di Edgeworth della Figura 34.2. Poiché le curve di indifferenza sono traslazioni orizzontali l'una dell'altra, il luogo geometrico dei loro punti di tangenza (l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti) è una retta orizzontale. Questo significa che la quantità di fumo è la stessa in corrispondenza di ciascuna allocazione Pareto-efficiente; solo la quantità di dollari posseduta dagli scambisti è diversa tra un'allocazione efficiente e un'altra.

Il risultato per cui sotto alcune condizioni la quantità efficiente di esternalità è indipendente dalla distribuzione dei diritti di proprietà è noto come **Teorema di Coase**[1]. Tuttavia, si dovrebbe sottolineare che le condizioni poste sono molto speciali. Infatti l'ipotesi di preferenze quasi-lineari implica che le domande dei beni che provocano esternalità non dipendano dalla distribuzione del reddito. Quindi una riallocazione delle dotazioni non modifica la quantità efficiente di esternalità. Talvolta quindi si dice che il teorema di Coase è valido a condizione che non vi siano "effetti di reddito".

In questo caso, le allocazioni Pareto-efficienti comportano la produzione di un'unica quantità di esternalità. Le diverse allocazioni Pareto-efficienti corrispondono alle diverse quantità di moneta possedute dai consumatori, ma la quantità di esternalità (la quantità di fumo) non dipende dalla distribuzione della ricchezza.

34.3 Esternalità della produzione

Consideriamo ora una situazione in cui vi siano esternalità della produzione. L'impresa S produce una certa quantità di acciaio, s, e una certa quantità di inquinamento, x, che scarica in un fiume. A valle è situata l'impresa ittica F, che è danneggiata dall'inquinamento prodotto da S.

Sia $c_s(s,x)$ la funzione di costo dell'impresa S, dove s è la quantità di acciaio prodotto e x la quantità di inquinamento. La funzione di costo dell'impresa F è $c_f(f,x)$, dove f indica la produzione di pesce e x la quantità di inquinamento. Si noti che i costi di produzione di F dipendono dalla quantità di inquinamento prodotto dall'acciaieria. Supponiamo che l'inquinamento faccia aumentare i costi di produzione del pesce di $\Delta c_f/\Delta x > 0$, e che faccia *diminuire* il costo della produzione di acciaio di $\Delta c_s/\Delta x \leq 0$. In altri termini, un aumento della quantità di inquinamento farà diminuire il costo di produzione dell'acciaio, mentre una sua riduzione ne provocherà, entro certi limiti, un aumento.

[1] Ronald Coase è professore emerito alla Chicago Law School. Il suo famoso saggio "The Problem of Social Costs", *The Journal of Law & Economics*, 3 (ottobre 1960), ha dato luogo a interpretazioni diverse. Alcuni autori sostengono che Coase abbia semplicemente affermato che contrattazioni riguardanti le esternalità, le quali non prevedano un costo, sono in grado di produrre un'allocazione Pareto-efficiente, non che tale risultato sia indipendente dalla distribuzione dei diritti di proprietà. Coase è stato insignito del premio Nobel per l'economia nel 1991.

Il problema di massimizzazione del profitto per l'impresa S è

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s,x)$$

e per l'impresa F, analogamente, si avrà

$$\max_{f} p_s f - c_f(f,x).$$

Si noti che l'acciaieria può scegliere il livello di inquinamento, mentre l'impresa ittica lo deve considerare come dato.

Le condizioni per la massimizzazione del profitto dell'impresa S sono

$$p_s = \frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta s}$$
$$0 = \frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta x}$$

e quelle dell'impresa F sono

$$p_f = \frac{\Delta c_f(f^*, x^*)}{\Delta f}.$$

Tali condizioni indicano che, in corrispondenza del punto di massimo profitto, il prezzo di ciascun bene — acciaio e inquinamento — è uguale al suo costo marginale. Per ipotesi, il prezzo dell'inquinamento per l'acciaieria è nullo. Di conseguenza, per la condizione di massimizzazione del profitto, essa produrrà inquinamento fintanto che il suo costo marginale è nullo.

In questo caso si ha evidentemente esternalità, poiché l'impresa ittica è interessata all'inquinamento, ma non può controllarlo. D'altro canto l'acciaieria, nel massimizzare il suo profitto, considera solo il costo di produzione dell'acciaio e non il costo che fa ricadere sull'altra impresa. L'aumento dei costi dell'impresa F, derivanti dall'aumento dell'inquinamento, rappresentano una parte dei **costi sociali** della produzione dell'acciaio, di cui l'acciaieria non tiene conto. In generale, ci aspetteremo che l'acciaieria produca un inquinamento eccessivo dal punto di vista sociale, poiché ne ignora l'effetto sull'impresa ittica.

Come sarà un piano di produzione Pareto-efficiente dell'acciaio e del pesce? Supponiamo che l'acciaieria e l'impresa ittica confluiscano in un'unica impresa che produce sia acciaio che pesce (ed eventualmente inquinamento). In questo caso, non vi saranno esternalità, poiché si ha un'esternalità di produzione solo quando il comportamento di un'impresa influisce sulle possibilità di produzione di un'altra. Se vi è un'unica impresa, questa, quando sceglie la quantità di output che ne massimizza il profitto, tiene conto delle interazioni tra i suoi "reparti". In questo caso, si dice che l'esternalità è stata **internalizzata** grazie a una redistribuzione dei diritti di proprietà. Prima della fusione, ciascuna impresa aveva il diritto di produrre la quantità desiderata di acciaio, pesce o inquinamento, senza preoccuparsi dell'altra. Dopo la fusione, la nuova impresa ha il diritto di controllare la produzione sia dell'acciaieria che dell'impresa ittica.

Il problema di massimizzazione del profitto di questa impresa sarà quindi

$$\max_{s,f,x} p_s s + p_f f - c_s(s,x) - c_f(f,x)$$

da cui

$$p_s = \frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta s}$$
$$p_f = \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta f}$$
$$0 = \frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x}.$$

L'ultimo termine indica che l'impresa nata dalla fusione tiene conto dell'effetto dell'inquinamento sui costi marginali sia dell'acciaieria che dell'impresa ittica. Quando il reparto che produce acciaio decide quanto inquinamento produrre, ne considera l'effetto sui profitti del reparto che produce pesce, cioè tiene conto dei costi sociali della sua produzione.

Quale sarà quindi la quantità di inquinamento prodotta? Quando l'acciaieria agiva in modo indipendente, la quantità di inquinamento era determinata dalla condizione

$$\frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta x} = 0. \tag{34.1}$$

In altri termini, l'acciaieria produce inquinamento fintanto che il costo marginale è nullo:

$$MC_S(s^*, x^*) = 0.$$

La quantità di inquinamento prodotta dall'impresa nata dalla fusione è determinata dalla condizione

$$\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x} = 0 \tag{34.2}$$

cioè produrrà inquinamento fintanto che la *somma* dei costi marginali relativi alla produzione di acciaio e pesce sarà nulla.

In altri termini:

$$-\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} = \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x} > 0 \tag{34.3}$$

oppure

$$-MC_S(\hat{s}, \hat{x}) = MC_F(\hat{f}, \hat{x})$$

dove $MC_F(\hat{f}, \hat{x})$ è positivo, poiché una maggiore quantità di inquinamento comporta un aumento del costo di produzione di una data quantità di pesce. Di conseguenza, la nuova impresa produrrà in corrispondenza dei punti in cui $-MC_S(\hat{s}, \hat{x})$ è positivo, cioè produrrà una quantità di inquinamento *inferiore* a quella che produrrebbe l'acciaieria se fosse indipendente. Se viene preso in considerazione l'effettivo costo sociale delle esternalità della produzione di acciaio, la produzione ottimale di inquinamento sarà ridotta.

Se l'acciaieria intende minimizzare i **costi privati** della produzione di acciaio, produrrà in corrispondenza del punto in cui il costo marginale dell'inquinamento addizionale è nullo, mentre, per ottenere un livello di inquinamento Pareto-efficiente, è necessario minimizzare i **costi sociali** dell'inquinamento. In corrispondenza di un livello di inquinamento Pareto-efficiente, la *somma* dei costi marginali dell'inquinamento per le due imprese è uguale a zero.

Ciò è rappresentato nella Figura 34.3, dove la retta $-MC_S$ misura il costo marginale della produzione di una quantità addizionale di inquinamento per l'acciaieria. La retta MC_F rappresenta il costo marginale dell'inquinamento per l'impresa ittica. L'acciaieria, che intende massimizzare il profitto, produce inquinamento fino a che il costo marginale dell'inquinamento addizionale è nullo.

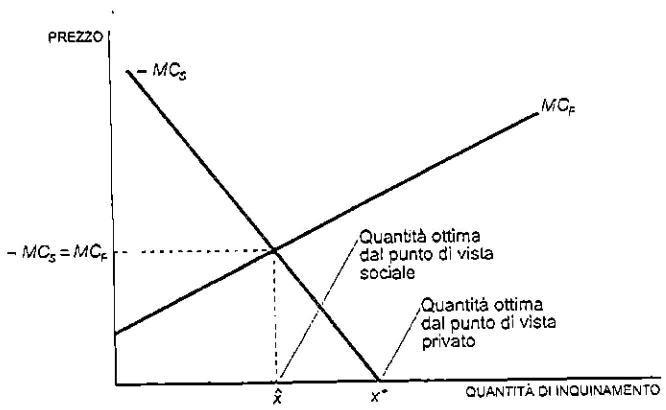


Figura 34.3 **Costo sociale e costo privato.** L'acciaieria produce inquinamento fino al punto in cui il costo marginale dell'inquinamento addizionale è nullo. Ma la produzione di inquinamento Pareto-efficiente corrisponde al punto in cui il prezzo è uguale al costo marginale sociale, che include il costo dell'inquinamento sostenuto dall'impresa ittica.

Ma in corrispondenza del livello di inquinamento Pareto-efficiente, l'acciaieria produce inquinamento fino al punto in cui l'effetto di un aumento marginale dell'inquinamento è uguale al costo marginale sociale, che tiene conto dell'effetto dell'inquinamento sui costi di entrambe le imprese. In corrispondenza del livello efficiente di produzione di inquinamento, quanto l'acciaieria è disposta a pagare per un'unità addizionale di inquinamento deve essere uguale ai costi sociali generati da quell'inquinamento addizionale, i quali comprendono l'effetto sui costi dell'impresa ittica.

Queste conclusioni sono coerenti con il modello dell'efficienza esposto nei precedenti capitoli, nel quale avevamo assunto che non vi fossero esternalità, e che quindi i costi privati coincidessero con quelli sociali. In questo caso, il mercato consente di determinare la quantità di output Pareto-efficiente per ciascun bene. Se, al contrario, i costi privati e i costi sociali non coincidono, il mercato, da solo, può non consentire di raggiungere l'efficienza.

ESEMPIO: Diritti di inquinamento

Tutti preferiamo vivere in un ambiente pulito... finché è qualcun altro a pagare. Anche se possiamo raggiungere un accordo circa il livello a cui dovremmo ridurre l'inquinamento, resta tuttavia il problema del modo in cui determinare il metodo più efficace dal punto di vista dei costi per raggiungere quell'obiettivo.

Prendiamo il caso delle emissioni di ossido di azoto. Ridurre le emissioni inquinanti può essere relativamente poco costoso per un'impresa, mentre per un'altra può costare moltissimo. Dovrebbero entrambe ridurre le loro emissioni di inquinanti della stessa quantità fisica, oppure proporzionalmente, o in base a qualche altra regola?

Consideriamo un semplice modello economico. Supponiamo che vi siano solo due imprese. La quota di emissioni inquinanti imposta all'impresa 1 è x_1 e quella dell'impresa 2 è x_2. Il costo necessario per raggiungere un livello di emissioni x_1 è $c_1(x_1)$ e analogamente per l'impresa 2. La quantità totale di emissioni inquinanti è fissata a qualche livello X. Se intendiamo minimizzare i costi totali necessari per ottenere questo obiettivo, in presenza di questo vincolo aggregato, dobbiamo risolvere il seguente problema:

$$\min_{x_1, x_2} c_1(x_1) + c_2(x_2)$$
$$\text{tale che } x_1 + x_2 = X.$$

Un ragionamento ormai piuttosto noto dimostra che il costo marginale della riduzione dell'inquinamento deve essere uguale per tutte le imprese. Se infatti fosse più elevato per un'impresa che per l'altra, potremmo diminuire i costi totali riducendo la sua quota e aumentando quella dell'altra.

Come possiamo raggiungere questo risultato? Se gli estensori delle norme governative disponessero di informazioni sulla struttura dei costi di tutte le imprese, potrebbero calcolare un adeguato schema di produzione e imporlo a tutte le parti coinvolte. Ma il costo necessario per raccogliere tutte le informazioni, e mantenerle aggiornate, sarebbe impressionante. È molto più facile definire teoricamente la soluzione ottimale che renderla effettivamente operativa!

Molti economisti hanno sostenuto che il metodo migliore per rendere operativa una soluzione efficiente del problema del controllo dell'inquinamento consiste nel far ricorso al mercato. Probabilmente un sistema di controllo dell'inquinamento basato sul mercato sarà introdotto tra breve nella California meridionale. Ecco il modo in cui questo sistema dovrebbe funzionare[2].

A ciascuna delle 2700 imprese più inquinanti del sud della California è assegnata una quota di emissioni di ossido di azoto, che viene fissata inizialmente all'8% in meno rispetto alle emissioni dell'anno precedente. Se l'impresa rispetta questa quota non subisce alcuna penalità; tuttavia, se riduce le emissioni inquinanti di una quantità *maggiore* di quella prevista, può offrire sul mercato i suoi "diritti di emissione" supplementari.

Supponiamo che la quota assegnata a un'impresa sia di 95 tonnellate di ossido di azoto all'anno. Se è in grado di produrne solo 90, può vendere a un'altra impresa il diritto di emettere le altre 5 tonnellate. Ciascuna impresa può così confrontare il prezzo di mercato di un "diritto di emissione" con il costo che dovrebbe sostenere per ridurre direttamente l'inquinamento prodotto, e decidere se è più conveniente ridurre le emissioni o acquistare dei diritti da un'altra impresa.

Le imprese maggiormente capaci di ridurre l'inquinamento che producono venderanno diritti alle imprese per cui la riduzione è invece più costosa. Nel punto di equilibrio, il prezzo di mercato del diritto a emettere una tonnellata di una sostanza inquinante dovrebbe essere uguale al costo marginale necessario per ridurne di una tonnellata l'emissione. Ma questa è esattamente la condizione che caratterizza lo schema ottimale di controllo dell'inquinamento! Il mercato dei "diritti di emissione" produce automaticamente la soluzione efficiente.

34.4 Interpretazione delle condizioni

Le condizioni di efficienza paretiana ottenute sopra possono essere interpretate in vari modi, ciascuno dei quali suggerisce una maniera di ridurre la perdita di efficienza causata dall'esternalità di produzione.

Secondo una prima interpretazione, l'acciaieria si trova di fronte a un prezzo sbagliato dell'inquinamento. La produzione di inquinamento, infatti, ha un costo nullo per l'acciaieria, che in tal modo non tiene conto dei costi che fa ricadere sull'impresa ittica. Da questo punto di vista, la situazione può essere corretta imponendo a chi inquina l'effettivo costo sociale dell'inquinamento.

Un modo per farlo è introdurre una tassa sull'inquinamento provocato dall'acciaieria. Supponiamo che la tassa sia di t dollari per ogni unità di inquinamento prodotta. Il problema di massimizzazione del profitto per l'acciaieria è quindi

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s,x) - tx$$

da cui otteniamo

$$p_s - \frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta s} = 0$$

$$-\frac{\Delta c_s(x,s)}{\Delta x} - t = 0.$$

[2] Cfr. Richard Stevenson, "Trying a Market Approach to Smog", *New York Times*, 25 marzo 1992, C1.

Confrontando queste condizioni con l'equazione (34.3), notiamo che ponendo

$$t = \frac{\Delta c_f(\hat{s},\hat{x})}{\Delta x}$$

queste diventano uguali alle condizioni che caratterizzano il livello di inquinamento Pareto-efficiente.

Una tassa di questo tipo è nota come **tassa di Pigou**[3]. Si osservi che per poter introdurre una tassa del genere si deve conoscere il livello ottimo di inquinamento. Ma, se questo fosse noto, sarebbe sufficiente chiedere all'acciaieria di limitarsi a produrre esattamente quella quantità, senza bisogno di alcuna tassa.

Secondo un'altra interpretazione, manca un mercato — il mercato dell'inquinamento. In effetti vi è esternalità perché chi inquina si trova di fronte a un prezzo nullo per uno dei beni che produce, anche se qualcuno sarebbe disposto a pagare per ridurre quella quantità di output: dal punto di vista sociale, l'inquinamento dovrebbe avere un prezzo *negativo*.

Consideriamo ora il caso in cui l'impresa ittica abbia il diritto di disporre di acqua non inquinata, e possa vendere tale diritto, permettendo così la produzione dell'inquinamento. Sia x la quantità dell'inquinamento prodotto dall'acciaieria e q ne sia il prezzo unitario. Il problema di massimizzazione del profitto dell'acciaieria è

$$\max_{s,x} p_s s - qx - c_s(s,x)$$

e quello dell'impresa ittica

$$\max_{f,x} p_f f + qx - c_f(f,x)$$

dove il termine qx compare nel problema di massimizzazione del profitto dell'acciaieria con segno negativo, poiché rappresenta un costo — l'acciaieria deve acquistare il diritto di produrre x unità di inquinamento — mentre compare con segno positivo nel problema di massimizzazione dell'impresa ittica, che realizza un ricavo vendendo il suo diritto all'acqua non inquinata.

Le condizioni di massimizzazione del profitto sono

$$p_s = \frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta s} \tag{34.4}$$

$$q = -\frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta x} \tag{34.5}$$

$$p_f = \frac{\Delta c_f(f,x)}{\Delta f} \tag{34.6}$$

$$q = \frac{\Delta c_f(f,x)}{\Delta x}. \tag{34.7}$$

[3] Arthur Pigou (1877–1959), economista dell'università di Cambridge, descrisse per primo questo tipo di tasse nel suo libro *The Economics of Welfare*.

In sintesi, ciascuna impresa deve tener conto del costo marginale sociale di ogni sua azione quando sceglie la quantità di inquinamento che intende produrre. Se il prezzo dell'inquinamento varia fino al punto in cui la domanda e l'offerta di inquinamento sono uguali, si ottiene un equilibrio efficiente, esattamente come per qualsiasi altro bene.

Notiamo che, in corrispondenza della soluzione ottimale, le equazioni (34.5) e (34.7) implicano che

$$-\frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta x} = \frac{\Delta c_f(f,x)}{\Delta x}$$

cioè che il costo marginale della riduzione dell'inquinamento per l'acciaieria è uguale al beneficio marginale derivante dalla riduzione dell'inquinamento per l'impresa ittica. Se così non fosse, non si avrebbe il livello ottimo di inquinamento. Quest'ultima condizione equivale a quella espressa dall'equazione (34.3).

Fino a questo momento abbiamo considerato che l'impresa ittica avesse il diritto di disporre di acqua non inquinata, e che l'acciaieria dovesse acquistare il diritto di inquinare. Tuttavia, i diritti di proprietà possono essere assegnati anche in modo diverso: l'acciaieria può avere il diritto di inquinare, mentre l'impresa ittica dovrà pagare per ridurre il livello d'inquinamento. Come abbiamo visto a proposito del fumo, anche in questo caso si potrà avere un risultato efficiente. In effetti, il risultato sarà lo *stesso*, perché dovranno essere soddisfatte le stesse equazioni.

In particolare, supponiamo che l'acciaieria abbia il diritto di inquinare fino ad una certa quantità $\overline{x}$, e che l'impresa ittica sia disposta a pagare pur di ridurre tale inquinamento. Il problema di massimizzazione del profitto per l'acciaieria è quindi

$$\max_{s,x}\; p_s s + q(\overline{x} - x) - c_s(s,x).$$

Ora, l'acciaieria ha due fonti di reddito: può vendere acciaio e può vendere la riduzione del livello d'inquinamento. Le condizioni di uguaglianza tra prezzo e costo marginale sono

$$p_s - \frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta s} = 0 \qquad (34.8)$$

$$-q - \frac{\Delta c_s(s,x)}{\Delta x} = 0. \qquad (34.9)$$

Il problema di massimizzazione del profitto per l'impresa ittica è ora

$$\max_{f,x}\; p_f f - q(\overline{x} - x) - c_f(f,x)$$

e le condizioni di ottimo sono

$$p_f - \frac{\Delta c_f(f,x)}{\Delta f} = 0 \qquad (34.10)$$

$$q - \frac{\Delta c_f(f,x)}{\Delta x} = 0. \qquad (34.11)$$

Si osservi che le equazioni (34.8) – (34.11) sono uguali alle equazioni (34.4) – (34.7). Nel caso di esternalità della produzione, il livello ottimale di produzione non dipende dal modo in cui sono distribuiti i diritti di proprietà. Ovviamente, la distribuzione dei profitti dipende in genere dal modo in cui sono distribuiti i diritti di proprietà. Anche se il risultato, per la società nel suo complesso, è indipendente dalla distribuzione dei diritti di proprietà, i proprietari delle imprese in questione avranno opinioni molto decise sul tipo di distribuzione adeguato.

34.5 Segnali di mercato

Consideriamo infine la terza interpretazione delle esternalità, che in un certo senso è la più generale. In effetti, se l'acciaieria e l'impresa ittica si uniscono, non si ha più esternalità. Perché allora non si fondono? Esiste un incentivo alla fusione delle due imprese: se il comportamento dell'una influisce su quello dell'altra, esse possono ottenere profitti più elevati coordinando i loro comportamenti. *L'obiettivo stesso della massimizzazione del profitto dovrebbe favorire l'internalizzazione delle esternalità di produzione.*

In altri termini, se i profitti congiunti delle imprese in caso di fusione sono maggiori della somma dei profitti realizzati dalle singole imprese, allora le due imprese possono essere acquistate per una somma pari al valore attuale del loro flusso di profitti, possono essere coordinate, e l'acquirente tratterrà il profitto in eccesso. Naturalmente l'acquirente potrebbe anche essere una delle due imprese.

È il mercato stesso che fornisce un segnale per internalizzare le esternalità della produzione, ed è questo uno dei motivi per cui questo tipo di esternalità si riscontra raramente. La maggior parte delle imprese ha *già* internalizzato le esternalità tra le unità di produzione che si influenzano. Il caso del frutteto e dell'apicoltore ne è un tipico esempio, poiché ci *sarebbe* esternalità se le due imprese ignorassero la loro interazione... ma perché mai non dovrebbero accorgersene? È molto probabile che una delle due imprese, o entrambe, si rendano conto che coordinando la produzione — con l'accordo reciproco o con la vendita di un'impresa all'altra — si possono realizzare profitti maggiori. Di solito, nei pressi dei frutteti vi sono arnie di api che provvedono alla impollinazione degli alberi. Questo tipo di esternalità è facilmente internalizzato.

ESEMPIO: Api e mandorli

Molte varietà di alberi da frutto hanno bisogno delle api per impollinare i fiori e quindi produrre i loro frutti.

Secondo il Carl Hayden Bee Reasearch Center di Tucson, Arizona, le api da miele impollinano circa un terzo degli alimenti presenti nella dieta degli esseri umani e più di cinquanta diverse varietà di raccolti, per un valore che supera, negli Stati Uniti, i 20 miliardi di dollari all'anno.[4]

[4] Cfr. Anna Oberthur, "Almond Growers Face Need for Bees", Associated Press, 29 febbraio 2004.

Alcuni proprietari di frutteti hanno propri alveari, mentre altri si affidano a quelli dei vicini o alle api selvatiche. Tuttavia, come suggerisce la teoria delle esternalità, la soluzione più naturale al problema di un'inadeguata offerta di api è un mercato dei servizi prodotti da questi insetti.

Consideriamo, ad esempio, il mercato delle mandorle della California. In questo stato ci sono 530 mila acri coltivati a mandorli, e sarebbero necessari più di un milione di alveari per impollinare gli alberi ogni anno. Ma in California ci sono solamente 440 mila alveari. Semplicemente, non ci sono abbastanza api della California per impollinare tutti quei mandorli!

La soluzione sta nell'importare le api necessarie dagli stati limitrofi. In effetti, esiste un mercato pronto a fornire tali servizi, con apicoltori del North Dakota, dello stato di Washington e del Colorado, che trasferiscono alveari in California. I coltivatori di mandorli pagano una bella cifra per questo servizio: nel 2004, i servizi di impollinazione forniti dalle api venivano venduti a $54 per alveare.

34.6 Il dramma dei terreni di proprietà comune

Abbiamo affermato che se i diritti di proprietà sono esattamente definiti, non si creano problemi di esternalità della produzione. Ma se i diritti non sono definiti, i risultati delle interazioni economiche provocheranno qualche inefficienza.

In questo paragrafo esamineremo un tipo particolare di inefficienza noto come "dramma dei terreni di proprietà comune"[5]. Affrontiamo tale problema nel suo contesto originario, considerando il caso di terreni di proprietà comune adibiti a pascolo, anche se potremmo fornire altri esempi.

Consideriamo un villaggio agricolo i cui abitanti portano a pascolare il bestiame su un terreno di proprietà comune. Vogliamo confrontare due meccanismi di allocazione delle risorse: il primo è basato sulla proprietà privata — un individuo possiede il terreno e decide quante mucche vi possono pascolare — il secondo sulla proprietà comune — l'accesso al terreno è libero senza alcuna restrizione.

Supponiamo che una mucca costi a dollari. La quantità di latte prodotta da ciascuna mucca dipenderà dal numero di mucche che pascolano sul terreno comune. Sia $f(c)$ il valore del latte prodotto se c mucche pascolano sul terreno comune. Il valore del latte prodotto da ciascuna mucca corrisponderà al prodotto medio, $f(c)/c$. Quante mucche devono pascolare sul terreno comune se si intende massimizzare la ricchezza totale del villaggio? Il problema è espresso formalmente in questo modo:

$$\max_c f(c) - ac.$$

È chiaro che la produzione massima si avrà quando il prodotto marginale di una mucca è uguale al suo costo, a:

$$MP(c^*) = a.$$

[5] Cfr. G. Hardin, "The Tragedy of the Commons", *Science*, 1968, 1243–47.

Se il prodotto marginale di una mucca fosse maggiore di a, sarebbe conveniente farne pascolare un'altra, se fosse inferiore ad a, sarebbe conveniente eliminarne una.

Se il terreno di pascolo comune fosse proprietà di un individuo che potesse limitarne l'accesso, questa sarebbe in effetti la soluzione, poiché in questo caso il proprietario del pascolo acquisterebbe solo il numero di mucche che massimizza il suo profitto.

Che cosa accade, invece, se chiunque può usare il terreno di proprietà comune? Ciascun abitante può scegliere se far pascolare o no le sue mucche, e farle pascolare è redditizio finché l'output che una di esse produce è maggiore del suo costo. Supponiamo che c mucche vengano portate al pascolo, così che l'output per ogni mucca sia $f(c)/c$. Se un abitante del villaggio intende far pascolare un'altra mucca, l'output totale diventerà $f(c+1)$, e il numero delle mucche sarà naturalmente $c+1$. Il ricavo ottenuto da una mucca addizionale sarà quindi $f(c+1)/(c+1)$. Egli deve confrontare questo ricavo con il costo a della mucca. Se $f(c+1)/(c+1) > a$, è conveniente far pascolare un'altra mucca, poiché il valore dell'output ne eccede il costo. Quindi, gli abitanti del villaggio sceglieranno di far pascolare le mucche finché il prodotto medio di ciascuna non sia zero. Il numero totale delle mucche al pascolo sarà $\hat{c}$, dove

$$\frac{f(\hat{c})}{\hat{c}} = a.$$

Un altro modo per arrivare a questo risultato consiste nel lasciare libero accesso al pascolo. Fino a che è redditizio far pascolare una mucca sul terreno comune, gli abitanti continueranno ad acquistarne, e smetteranno di farle pascolare sul terreno comune solo quando i profitti saranno nulli, e cioè

$$f(\hat{c}) - a\hat{c} = 0$$

che è una trasformazione della condizione precedente.

Quando un individuo decide se comprare o no una mucca, considera il valore addizionale $f(c)/c$ e lo confronta con il costo della mucca, a. Egli però nel suo calcolo dimentica che questa mucca addizionale riduce l'output di latte di tutte le *altre* mucche. Poiché egli ignora il **costo sociale** del suo acquisto, sicuramente sul terreno comune ci saranno troppe mucche al pascolo. (Assumiamo che il numero delle mucche possedute da ciascun individuo sia trascurabile in confronto al numero delle mucche che pascolano sul terreno di proprietà comune.)

Ciò è rappresentato nella Figura 34.4, dove abbiamo disegnato una curva del prodotto medio decrescente, poiché è ragionevole supporre che l'output di ogni mucca diminuisca all'aumentare del numero delle mucche al pascolo. Poiché il prodotto medio è decrescente, la curva del prodotto marginale si deve trovare al di sotto della curva del prodotto medio. Quindi, il numero di mucche in corrispondenza del quale il prodotto marginale è uguale ad a deve essere inferiore al numero di mucche in corrispondenza del quale il prodotto medio è uguale ad a. In assenza di restrizioni, il pascolo è sfruttato eccessivamente.

La proprietà privata pone un tal genere di restrizioni. In effetti, abbiamo visto che se tutto quello che è importante per gli individui è proprietà di qualcuno che ne

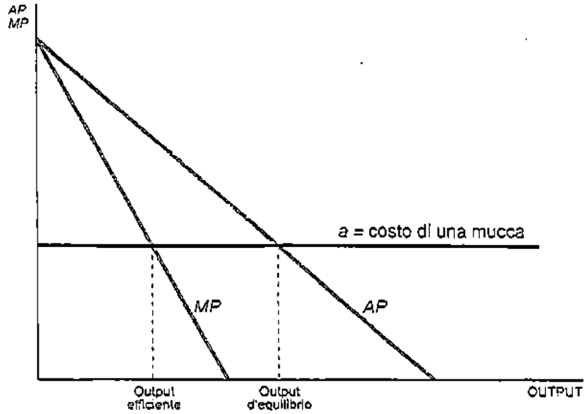


Figura 34.4 **Il dramma dei terreni di proprietà comune.** Se il pascolo è proprietà privata, il numero delle mucche ammesse sarà determinato in modo tale che il prodotto marginale di una mucca sia uguale al suo costo. Ma se è proprietà comune, le mucche saranno lasciate pascolare senza restrizioni fino a che il profitto è nullo, e quindi il terreno sarà sottoposto a uno sfruttamento eccessivo.

può controllare l'uso e, in particolare, può impedire che gli altri ne facciano un uso eccessivo, non vi sono, per definizione, esternalità. Il mercato porta all'efficienza paretiana. Si avrà inefficienza quando non esiste la possibilità di escludere gli altri dall'utilizzo di qualche bene, come vedremo nel capitolo successivo.

Ovviamente, la proprietà privata non è l'unico modo per ottenere un'allocazione efficiente delle risorse. Per esempio, possiamo stabilire delle regole che fissano il numero delle mucche ammesse al pascolo sul terreno comune. Se è possibile far rispettare tali regole, questa può essere una soluzione di costo minimo al problema dell'uso efficiente delle risorse comuni. Per contro, nelle situazioni in cui la legge sia ambigua o manchi del tutto, è probabile che si presenti il dramma dei terreni comuni. La pesca intensiva in acque internazionali e lo sterminio di molte specie animali causato da una caccia indiscriminata sono esempi significativi di questo fenomeno.

ESEMPIO: La pesca intensiva

Secondo un articolo del *New York Times*, "... la pesca intensiva ha decimato i banchi di merluzzi, platesse e altri pesci che per secoli hanno costituito il nutrimento degli abitanti della Nuova Inghilterra"[6]. Secondo quanto afferma un esperto, i pescatori

[6] "Plenty of Fish in the Sea? Not Anymore", *New York Times*, 25 marzo 1992, A15.

della Nuova Inghilterra stanno prelevando dal 50 al 70 per cento del patrimonio ittico, una percentuale più che doppia rispetto a quella sostenibile.

La pesca intensiva è un esempio tipico del problema dei beni di proprietà comune: l'impatto dell'attività di ciascun pescatore sulla disponibilità totale di pesci è trascurabile, ma gli sforzi di migliaia di pescatori producono una seria riduzione delle risorse disponibili. Il New England Fisheries Management Council sta tentando di attenuare il problema proibendo l'entrata nell'industria e obbligando gli equipaggi a limitare il numero delle giornate di pesca e a usare reti a maglie più larghe.

A quanto pare, se si avviasse una serie di interventi per la conservazione del patrimonio ittico, il ripopolamento dei fondali potrebbe richiedere almeno 5 anni. L'ammontare globale dei profitti dell'industria potrebbe essere più elevato in presenza di misure contro la pesca intensiva. Tuttavia, misure del genere implicherebbero certamente una riduzione del numero di equipaggi che non sarebbe molto popolare tra i piccoli pescatori, i quali sarebbero probabilmente costretti a uscire dall'industria.

ESEMPIO: Le aragoste del New England

Nell'industria della pesca di alcune specie si applicano regole molto rigide per evitare un eccesso di produzione. Ad esempio, i pescatori di aragoste devono attenersi a precise norme che assicurano che non vengano pescate quantità superiori a quelle consentite. In particolare, essi sono obbligati a ributtare in mare le femmine di aragosta nel periodo della deposizione delle uova, e qualsiasi esemplare più piccolo di una dimensione minima prefissata o più grande di una dimensione massima prefissata.

È evidente che le aragoste che depongono le uova danno vita ad altre aragoste e che gli esemplari di piccole dimensioni possono crescere e accoppiarsi. Ma perché rigettare in mare le aragoste più grosse? Secondo alcuni biologi marini, gli esemplari più grossi sono molto prolifici e la loro prole ha dimensioni più grandi. Se i pescatori pescassero sempre le aragoste più grosse, quelle più piccole che rimangono trasmetterebbero le loro caratteristiche alle generazioni successive causando una riduzione progressiva nelle dimensioni della specie.

Riguardo alle aragoste, ci sono buone notizie e cattive notizie. Prima quelle buone. La produzione di aragoste del Maine nel 2003 ammontava a circa 10,8 milioni di kg, due volte e mezzo la produzione media del periodo 1945-85. Questo ci suggerisce che l'attenta selezione praticata all'interno dell'industria ha prodotto una crescita significativa della popolazione delle aragoste.

Tuttavia, sembra che la conservazione non sia l'unico fattore rilevante. Ci sono stati anche cambiamenti considerevoli nelle popolazioni di altre specie marine della costa del Maine, come i ricci di mare, e alcuni osservatori sostengono che questi cambiamenti siano la causa prima delle variazioni nella popolazione di aragoste.[7]

[7] Cfr. *The Economist*, "Claws!", 19 agosto 2004 e Cornelia Dean, "Lobster Boom and Bust", *New York Times*, 9 agosto 2004.

E qui cominciano le cattive notizie. Più a sud, nel Massachussets e nello stato di New York, la pesca dell'aragosta ha registrato un crollo drammatico. Nessuno riesce a spiegarsi il perché di situazioni così diverse tra regione e regione. Ironicamente, il motivo per cui la situazione nel Maine è migliore potrebbe essere che lì viene pescata una quantità maggiore di alcune specie di pesci e di ricci di mare, i quali si nutrono entrambi dei piccoli di aragosta. I problemi del Massachussets potrebbero invece dipendere da fattori specifici quali un grande inquinamento da petrolio nel mare e una malattia che ha colpito alcune specie di molluschi. Un altro colpevole è il surriscaldamento delle acque: le temperature della Narragansett Bay sono salite di almeno due gradi negli ultimi venti anni.

Gli equilibri ambientali sono molto complessi e cambiano rapidamente. Gli sforzi per scoraggiare la pesca intensiva sono apprezzabili, ma sono solo una parte della storia.

34.7 L'inquinamento causato dalle automobili

Come abbiamo visto, l'inquinamento è un tipico esempio di esternalità. Se un individuo usa un'automobile peggiora la qualità dell'aria respirata dagli altri. È improbabile che un mercato libero non regolamentato produca la quantità ottimale di inquinamento, mentre sembra verosimile che se un consumatore non deve sopportare alcun costo per l'inquinamento che provoca, ne verrà prodotto in misura eccessiva.

Un modo per controllare l'inquinamento causato dalle automobili è di imporre che esse rispettino alcuni standard relativi alla quantità di inquinamento prodotto. La politica anti-inquinamento degli Stati Uniti si è ispirata a questo principio, a partire dal Clean Air Act del 1963. Tale legge, e i successivi emendamenti, hanno stabilito livelli fissi per le emissioni dei gas di scarico delle automobili prodotte negli Stati Uniti. Lawrence White ha recentemente illustrato i benefici e i costi di questo programma: quanto segue è tratto in gran parte dal suo lavoro[8].

White stima che il costo del sistema di controllo dell'emissione dei gas di scarico sia circa \$600 per auto, i costi di manutenzione straordinaria siano circa \$180, e i costi derivanti dall'aumento del consumo di benzina e dalla necessità di usare benzina senza piombo ammontino a circa \$670. Quindi, il costo totale per auto conseguente all'applicazione degli standard di controllo sull'emissione dei gas di scarico è pari a circa \$1450. (I dati sono espressi in dollari del 1981.)

White afferma che il modo in cui attualmente si tenta di regolamentare l'inquinamento causato dalle automobili comporta diversi problemi. In primo luogo è necessario che tutte le automobili rispettino gli stessi standard. (La California è il solo stato che, in questo campo, ne abbia adottato di diversi.) Ciò significa che *tutti* quelli che comprano un'automobile devono pagare \$1450 in più, che vivano o no in un'area inquinata. Una ricerca effettuata nel 1974 dalla National Academy of Sciences rilevò che per il 63 per cento delle automobili americane

[8] Cfr. Lawrence White, *The Regulation of Air Pollutant Emissions from Motor Vehicles*, Washington, D.C., American Enterprise Institute for Public Policy Research, 1982.

non era necessario applicare le rigorose norme in vigore. Secondo White, "quasi due terzi degli automobilisti spendono... somme rilevanti per apparecchiature inutili".

In secondo luogo, la responsabilità del rispetto delle norme ricade per la maggior parte sui produttori, e in minima parte sugli automobilisti. I proprietari di automobili hanno scarsi incentivi a mantenere funzionanti i sistemi di controllo dell'inquinamento, a meno che non vivano in uno stato in cui questi vengono ispezionati di frequente.

In particolare, in questo modo gli automobilisti non sono incentivati a ridurre l'uso dell'auto. In città come Los Angeles, dove l'inquinamento è molto alto, sarebbe ragionevole convincere i cittadini ad usare di meno l'automobile. In base al sistema attuale, un automobilista che percorra 2000 miglia l'anno nel North Dakota paga, per controllare l'inquinamento, la stessa cifra di un automobilista di Los Angeles che percorra 50 000 miglia l'anno.

Una soluzione alternativa al problema potrebbe essere quella delle *tasse sulle emissioni inquinanti*. Questo tipo di tassa richiederebbe un controllo annuale su tutti i veicoli, che comprendesse la lettura del contachilometri e un test in grado di stimare la probabile emissione di gas di scarico del veicolo nel corso dell'anno. Le diverse comunità potrebbero quindi imporre tasse basate sulla stima della quantità totale di inquinamento effettivamente prodotto. In questo modo, i cittadini affronterebbero il costo reale dell'inquinamento che provocano, e sarebbero incoraggiati a scegliere di produrre la quantità socialmente ottima di inquinamento.

Le tasse sui gas di scarico incoraggerebbero i proprietari di automobili a trovare sistemi a basso costo per ridurre le emissioni inquinanti — acquistare apparecchiature che riducano la quantità di gas di scarico, cambiare abitudini di guida o tipo di veicolo. Nelle comunità con gravi problemi di inquinamento, questo sistema imporrebbe standard anche più restrittivi degli attuali. Con un sistema appropriato di tasse sui gas di scarico è possibile controllare l'inquinamento in qualsiasi modo si desideri, a costi significativamente più bassi.

Ovviamente, potrebbero esistere anche standard validi esclusivamente per le automobili delle zone che non hanno seri problemi di inquinamento. Se è meno costoso imporre degli standard che effettuare dei controlli, questa è senza dubbio la scelta migliore. Il metodo appropriato per controllare l'inquinamento causato dalle automobili dovrebbe basarsi su un'analisi razionale dei benefici e dei costi, come ogni altra scelta politica di questo genere.

Sommario

1. Il primo teorema dell'economia del benessere dimostra che un mercato libero e concorrenziale conduce, in assenza di esternalità, a un'allocazione Pareto-efficiente delle risorse.

2. In presenza di esternalità, tuttavia, è improbabile che un mercato concorrenziale conduca a un'allocazione delle risorse Pareto-efficiente.

3. In questo caso, lo stato può "imitare" il mercato, utilizzando i prezzi come segnali corretti del costo sociale dei comportamenti individuali.

4. Inoltre, i diritti di proprietà possono essere esattamente definiti, in modo tale che possano essere effettuati scambi che aumentino l'efficienza.

5. Se le preferenze sono quasi-lineari, la quantità efficiente di un'esternalità di consumo non dipende dall'assegnazione dei diritti di proprietà.

6. Le tasse di Pigou, la creazione di mercati per le esternalità, la libertà di fusione o qualsiasi altro tipo di trasferimento dei diritti di proprietà tra le imprese, sono tutti modi per ridurre le esternalità di produzione.

7. Il dramma dei terreni di proprietà comune descrive la tendenza allo sfruttamento eccessivo delle proprietà comuni.

Domande

1. Una definizione esplicita dei diritti di proprietà in genere elimina il problema delle esternalità. Vero o falso?

2. Le conseguenze dei diritti di proprietà sulla distribuizione delle risorse non sussistono quando le preferenze sono quasi-lineari. Vero o falso?

3. Se lo stato volesse controllare l'uso dei terreni di proprietà comune, quali metodi consentirebbero di ottenere un livello di impiego efficiente?

35

TECNOLOGIA DELL'INFORMAZIONE

Uno dei più radicali cambiamenti nell'economia degli ultimi quindici anni è stato l'emergere dell'**economia dell'informazione**. I giornali abbondano di articoli dedicati all'evoluzione della tecnologia dei computer, a Internet e ai nuovi programmi. Non è sorprendente che molti di questi articoli si trovino sulle pagine economiche, perché questa rivoluzione *tecnologica* è anche una rivoluzione *economica*.

Alcuni commentatori si sono spinti sino a paragonare la Rivoluzione Informatica alla Rivoluzione Industriale. La Rivoluzione Industriale cambiò il modo in cui i *beni* venivano prodotti, distribuiti e consumati, e la Rivoluzione Informatica sta cambiando il modo in cui *l'informazione* viene prodotta, distribuita e consumata.

Alcuni hanno anche affermato che queste tecnologie così innovative richiederanno una teoria economica fondamentalmente diversa: i bit, sostengono, sono fondamentalmente diversi dagli atomi. I bit possono venire riprodotti senza costo e distribuiti in tutto il mondo alla velocità della luce; inoltre, non si deteriorano mai. I beni materiali, costituiti da atomi, non presentano alcuna di queste proprietà: produrli e distribuirli implica dei costi, e si deteriorano inevitabilmente.

È vero che queste caratteristiche dei bit richiedono nuove analisi economiche, ma vorrei sostenere che non richiedono un nuovo *tipo* di analisi economica. Dopo tutto, l'economia si occupa prima di tutto di *persone*, non di *beni*. Nei modelli che abbiamo analizzato in questo libro abbiamo studiato il modo in cui gli individui compiono scelte e interagiscono tra di loro, ma raramente abbiamo dovuto considerare il particolare tipo di bene coinvolto nello scambio. Ciò che soprattutto ci interessava erano i gusti degli individui, la tecnologia della produzione e la struttura del mercato, e *questi* stessi fattori determineranno il modo in cui i mercati dell'informazione funzionano... o non funzionano.

In questo capitolo esamineremo alcuni modelli economici utili per comprendere la rivoluzione informatica. Il primo tratta l'economia delle reti, il secondo i diritti di proprietà intellettuale, e il terzo la condivisione di beni informativi. Gli esempi illustreranno come gli strumenti fondamentali dell'analisi economica possono aiutarci a capire sia il mondo dei bit che il mondo degli atomi.

35.1 Concorrenza tra sistemi

La tecnologia dell'informazione ha spesso la forma di un *sistema*. Un sistema coinvolge diversi componenti, spesso forniti da imprese diverse, i quali hanno valore solo se vengono usati insieme. L'hardware è inutilizzabile senza il software, così come un lettore DVD senza DVD, un sistema operativo non ha alcun valore senza applicazioni e un browser web non ha senso senza i server web. Questi sono tutti esempi di **complementi:** beni per i quali il valore di un componente è significativamente accresciuto dalla presenza di un altro componente.

Nella nostra discussione della teoria del consumatore, abbiamo descritto come esempio di complementi le scarpe destre e le scarpe sinistre. I casi che abbiamo appena visto sono altrettanto estremi: il miglior hardware del mondo non può funzionare senza un software adeguato. Ma, diversamente dalle scarpe, quanto più software è disponibile per quell'hardware, tanto più esso acquista valore.

La concorrenza fra i fornitori di componenti hardware spesso riguarda anche i "fornitori di complementi", oltre che i concorrenti veri e propri. Un elemento essenziale della strategia competitiva di Apple è rappresentato dai rapporti con le imprese che sviluppano software. Ciò conferisce alle strategie competitive nelle industrie della tecnologia dell'informazione (IT) caratteristiche diverse da quelle delle strategie nelle industrie tradizionali.[1]

35.2 Il problema dei complementi

Per illustrare questo punto, consideriamo il caso di un processore (Central Processing Unit - CPU) e di un sistema operativo. La CPU è un circuito integrato che costituisce il "cervello" del computer. Due noti produttori di CPU sono Intel e Motorola. Un sistema operativo è il software che permette a utenti e applicazioni di accedere alle funzioni della CPU. Sia Apple che Microsoft producono sistemi operativi. In generale, è necessario creare una versione speciale di un sistema operativo per ogni CPU.

[1] Per una guida alla strategia competitiva nel settore dell'IT cfr. Shapiro, Carl e Hal R. Varian, *Information Rules: A Strategic Guide to the Network Economy*, Harvard Business School Press, 1998.

Dal punto di vista dell'utente finale, una CPU può venire utilizzata solo se esiste un sistema operativo compatibile: CPU e sistema operativo sono complementi, proprio come la scarpa destra e la scarpa sinistra.

La CPU e il sistema operativo attualmente più utilizzati nel mondo sono quelli rispettivamente prodotti da Intel e da Microsoft. Come tutti sanno, si tratta di due aziende autonome che stabiliscono i prezzi dei propri prodotti in modo indipendente. PowerPC, un'altra CPU molto diffusa, è stata progettata da un consorzio formato da aziende comprendente IBM, Motorola e Apple. Due sistemi operativi in commercio per PowerPC sono l'OS di Apple e AIX di IBM. Oltre a questi, esistono dei sistemi operativi gratuiti come BSD e GNU-Linux, offerti da gruppi di programmatori che lavorano su base volontaria.

Consideriamo il problema di determinazione dei prezzi che si trovano ad affrontare i venditori di prodotti complementari. L'elemento critico in questo caso è che la domanda di *ciascun* bene dipende dal prezzo di *entrambi* i beni. Se p_1 è il prezzo della CPU e p_2 il prezzo del sistema operativo, il costo per l'utente finale dipenderà da p_1+p_2. Ovviamente, non bastano una CPU e un sistema operativo a far funzionare un sistema, ma questo comporta semplicemente che altri prezzi debbano essere aggiunti alla somma. Per semplificare le cose, ci limiteremo a considerare due componenti.

La domanda di CPU dipende dal prezzo del sistema completo, quindi scriveremo $D(p_1 + p_2)$. Se indichiamo con c_1 il costo marginale di una CPU e con F il costo fisso, il problema di massimizzazione del profitto del produttore della CPU sarà

$$\max_{p_1}(p_1 - c_1)D(p_1 + p_2) - F_1.$$

Analogamente, il problema di massimizzazione del profitto del produttore del sistema operativo sarà

$$\max_{p_2}(p_2 - c_1)D(p_1 + p_2) - F_2.$$

Al fine di analizzare questo problema, assumiamo che la funzione di domanda abbia la seguente forma lineare

$$D(p) = a - bp.$$

Assumiamo altresì, per semplificare, che i costi marginali siano così piccoli da poter essere ignorati. Allora il problema di massimizzazione del profitto nel caso della CPU diventa

$$\max_{p_1} p_1[a - b(p_1 + p_2)] - F_1,$$

ovvero

$$\max_{p_1} ap_1 - bp_1^2 - bp_1p_2 - F_1.$$

Ne risulta che il ricavo marginale che deriva da un incremento del prezzo pari a Δp_1 sarà

$$(a - 2bp_1 - bp_2)\Delta p_1.$$

Se ci troviamo in corrispondenza del massimo profitto, allora la variazione dei ricavi derivante da un aumento in p_1 deve essere nulla

$$a - 2bp_1 - bp_2 = 0.$$

Risolvendo l'equazione otteniamo

$$p_1 = \frac{a - bp_2}{2b}.$$

Nello stesso modo, possiamo determinare il prezzo del sistema operativo che risolve il relativo problema di massimizzazione del profitto

$$p_2 = \frac{a - bp_1}{2b}.$$

Si noti che la scelta di prezzo ottima di ciascuna delle due imprese dipende dalla sua aspettativa circa il prezzo che l'altra farà pagare per il proprio componente. Come sempre, vogliamo determinare un **equilibrio di Nash**, in cui le aspettative di ciascuna impresa riguardo al comportamento dell'altra sono soddisfatte.

Risolvendo il sistema di due equazioni in due incognite, abbiamo

$$p_1 = p_2 = \frac{a}{3b}.$$

Questo ci dà i prezzi che massimizzano il profitto se ogni impresa stabilisce i prezzi per il proprio componente del sistema in modo indipendente e unilaterale. Il prezzo dell'intero sistema sarà

$$p_1 + p_2 = \frac{2a}{3b}.$$

Supponiamo ora che le due imprese si fondano in un'unica impresa integrata. Invece di stabilire i prezzi dei singoli componenti, la nuova impresa stabilisce il prezzo dell'intero sistema, che indichiamo con p. In questo caso, il problema di massimizzazione del profitto sarà

$$\max_p p(a - bp).$$

Il ricavo marginale che deriva da un aumento del prezzo del sistema pari a Δp sarà

$$(a - 2bp)\Delta p.$$

Uguagliando a zero e risolvendo, per il prezzo del sistema finale, otterremo

$$p = \frac{a}{2b}.$$

Il punto interessante è questo: il prezzo corrispondente al massimo profitto che viene stabilito dall'impresa integrata è *minore* del prezzo corrispondente al massimo profitto stabilito dalle due imprese separatamente. Poiché il prezzo del sistema è più basso, i consumatori ne compreranno una quantità maggiore e la loro soddisfazione aumenterà. Inoltre, i profitti dell'impresa integrata sono maggiori della somma dei profitti di equilibrio delle due imprese separate. Il coordinamento delle scelte di prezzo ha aumentato la soddisfazione di tutte le parti in causa!

Questo risulta vero in generale: la fusione di due monopolisti che producono beni complementari dà luogo a prezzi più bassi e profitti più alti rispetto a quelli che si hanno nel caso in cui le due imprese stabiliscono i prezzi in maniera indipendente.[2]

L'intuizione è abbastanza semplice. Quando l'impresa 1 decide una riduzione del prezzo delle CPU, *sia* la domanda di CPU *sia* la domanda di sistemi operativi aumenteranno. Ma l'impresa 1 terrà conto dell'impatto della riduzione del prezzo solo sul proprio profitto, ignorando i profitti che farà realizzare all'altra impresa. Questo la porta a diminuire i prezzi meno di quanto farebbe se fosse interessata a massimizzare il profitto congiunto. La stessa analisi vale per l'impresa 2, e quindi si verifica una situazione che presenta prezzi "troppo alti" sia dal punto di vista della massimizzazione del profitto sia del surplus del consumatore.

Relazioni fra produttori di beni complementari

L'analisi della fusione fra "produttori di beni complementari" è interessante, ma non dobbiamo giungere frettolosamente alla conclusione che le fusioni fra produttori di CPU e di sistemi operativi siano sempre una buona idea. Abbiamo visto che i prezzi, se vengono determinati *indipendentemente* dalle due imprese risultano troppo alti dal punto di vista della profittabilità congiunta, ma esiste una varietà di casi intermedi fra la completa indipendenza e la totale integrazione.

Ad esempio, una delle due imprese può negoziare i prezzi dei componenti e poi vendere un prodotto costituito dall'integrazione delle parti. È ciò che in sostanza fa Apple, che acquista grosse quantità di CPU PowerPC da Motorola, le assembla e poi vende all'utente finale computer già dotati di sistema operativo.

Il problema della determinazione dei prezzi dei sistemi può essere affrontato anche usando un modello di divisione dei ricavi. Boeing costruisce aeromobili e GE fornisce i motori. L'utilizzatore finale di solito desidera un aeroplano con il motore. Se GE e Boeing stabilissero ciascuna il proprio prezzo in modo indipendente, potrebbero decidere di fissarli a un livello troppo alto. Quindi, ciò che fanno le due parti è firmare un accordo che prevede che GE ottenga una frazione dei ricavi derivanti dalla vendita dell'aeroplano. In questo modo, GE sarà disposta a lasciare che Boeing ottenga il prezzo maggiore possibile per il prodotto finale, dato che ne riceverà una quota.

Altri meccanismi funzionano in diverse industrie. Consideriamo l'esempio dei DVD che abbiamo citato nell'introduzione. Il DVD è un prodotto innovativo di

[2] Questo importante fenomeno fu scoperto da Augustin Cournot, di cui abbiamo parlato nel Capitolo 27.

grande successo, ma non è stato facile introdurlo sul mercato. Le imprese di elettronica non intendevano produrre lettori a meno che non fosse garantita la massima disponibilità di contenuti, e i fornitori di contenuti non volevano produrre nulla a meno che non fosse loro garantita la vendita di grandi quantità di lettori DVD.

Oltre a questo, sia i produttori di elettronica che i fornitori di contenuti dovevano porsi il problema di stabilire il prezzo dei componenti: se ci fossero stati solo pochi produttori di lettori e di contenuti, entrambi avrebbero fissato un prezzo "troppo alto", riducendo il profitto totale disponibile nel settore e diminuendo la soddisfazione dei consumatori.

Sony e Philips, che possedevano i principali brevetti della tecnologia DVD, hanno contribuito a risolvere il problema rilasciando un gran numero di licenze, a prezzi vantaggiosi, sulle tecnologie di cui erano proprietarie. Si sono rese anche conto che era necessaria un'elevata concorrenza per mantenere prezzi bassi e per far decollare il settore. Dal loro punto di vista, era meglio avere una quota relativamente piccola di un settore in grande espansione, piuttosto che una quota enorme di un mercato inesistente.

Un altro modello ancora, che descrive le relazioni fra i produttori di beni complementari può essere chiamato di "mercificazione dei complementi". Torniamo al problema di massimizzazione del profitto dell'impresa 1

$$\max_{p_1} p_1 D(p_1 + p_2) - F_1.$$

In corrispondenza di ogni configurazione dei prezzi, la riduzione di p_1 può far aumentare i suoi ricavi, oppure no, a seconda dell'elasticità della domanda. Ma una riduzione in p_2 farà *sempre* aumentare i ricavi dell'impresa 1. La sfida per questa impresa sarà quindi trovare un modo per far sì che l'impresa 2 riduca i suoi prezzi.

Una soluzione è quella di intensificare la concorrenza nei confronti dell'impresa 2. Sono possibili varie strategie, a seconda della natura del settore industriale. Nelle industrie ad alta intensità tecnologica, uno strumento importante è la standardizzazione. Un produttore di sistemi operativi (OS), ad esempio, preferirà un'elevata standardizzazione dell'hardware. Questa non solo semplifica il suo lavoro, ma assicura anche che l'industria dell'hardware sia altamente competitiva. Ciò fa sì che la concorrenza mantenga basso il prezzo dell'hardware, e consente di ridurre il prezzo del sistema completo per l'utilizzatore finale, aumentando di conseguenza la domanda di sistemi operativi.[3]

35.3 Lock-in

Poiché i sistemi informativi coinvolgono spesso diversi componenti, la scelta di cambiare un singolo componente spesso impone di doverne cambiare anche altri. Ciò significa che i **costi di transizione**, o *switching costs* associati a un componente di un sistema informativo possono essere notevoli. Per esempio, cambiare un computer

[3] Per un'analisi più approfondita sulla strategia dei produttori di beni complementari, cfr. Brandenburger, Adam e Barry Nalebuff, *Co-operation*, Doubleday, 1997.

Macintosh con uno basato su Windows implica non solo il costo del computer, ma richiede anche l'acquisto di nuovo software e, ancora più importante, il dover imparare a usare un sistema completamente nuovo.

Se i costi di transizione da una tecnologia all'altra sono molto alti, gli utenti di un sistema possono trovarsi in una situazione di totale chiusura, o **lock-in**, cioè in una situazione in cui i costi associati al cambiamento sono così alti da renderlo virtualmente impossibile. Se questa situazione è un male per i consumatori, è invece decisamente vantaggiosa per i venditori dei componenti del sistema in questione. Poiché la domanda del consumatore "chiuso dentro" il sistema è molto *inelastica*, il venditore, o i venditori, possono alzare i prezzi dei componenti in modo da poter estrarre surplus dai consumatori.

Naturalmente, gli utenti accorti tenteranno di evitare di farsi intrappolare in questo modo, o, come minimo, contratteranno duramente per essere compensati dai danni derivanti da questa situazione di lock-in. D'altra parte, anche se la contrattazione dei consumatori non fosse molto efficace, la concorrenza tra i venditori dei sistemi farà diminuire i prezzi dell'acquisto *iniziale*, dal momento che il consumatore "chiuso dentro" fornirà poi al venditore un flusso stabile di ricavi.

Consideriamo per esempio la scelta di un provider Internet. Una volta vincolati a un particolare provider, potrebbe essere piuttosto scomodo cambiare, dati i costi che si dovrebbero sostenere per comunicare un nuovo indirizzo e-mail ai propri corrispondenti, riconfigurare il sistema, e così via. Il potere di monopolio associato a questi costi di cambiamento implica che il provider può addebitare un prezzo superiore al costo marginale del servizio, una volta che abbia acquisito il cliente. Ma l'aspetto positivo della situazione è che il flusso dei profitti garantiti dai consumatori "chiusi dentro" rappresenta un'interessante fonte di finanziamento, e quindi i provider entreranno immediatamente in concorrenza per acquisire clienti, offrendo loro sconti o altri incentivi.

Un modello di concorrenza con switching costs

Proviamo a esaminare un modello di questa situazione. Assumiamo che il costo che si deve sostenere per offrire a un cliente l'accesso a Internet sia c al mese. Assumiamo anche che il mercato sia in concorrenza perfetta, con un grande numero di imprese uguali fra di loro, così che, in assenza di ogni costo di transizione (*switching cost*), il prezzo dell'accesso Internet sia semplicemente $p = c$.

Supponiamo ora che vi sia un costo s per cambiare provider, e che ciascun provider possa offrire il primo mese uno sconto d per attrarre nuovi clienti. All'inizio del mese in questione un consumatore pensa di passare a un nuovo provider: se cambierà, dovrà pagare il prezzo scontato, $p - d$, ma anche sostenere i costi di transizione, s. Se resta con il vecchio provider, dovrà pagare il prezzo p. Dopo il primo mese, assumiamo che entrambi i provider addebitino lo stesso prezzo p.

Il consumatore cambierà se il valore attuale associato al cambiamento sarà più elevato del valore attuale associato alla permanenza con il vecchio provider. Se indichiamo con r il tasso di interesse (mensile), il consumatore cambierà provider se

$$(p - d) + \frac{p}{r} + s > p + \frac{p}{r}.$$

Il fatto che il mercato sia perfettamente concorrenziale significa che il consumatore è indifferente tra cambiare fornitore o restare con il precedente provider, il che a sua volta implica

$$(p - d) + s = p.$$

Ne consegue che $d = s$, quindi lo sconto offerto è esattamente uguale al costo di transizione.

Esaminiamo ora la situazione dei produttori: dalle nostre premesse deriva che il valore attuale dei profitti sarà nullo. Il valore attuale del profitto associato a un singolo consumatore sarà uguale allo sconto iniziale, sommato al valore attuale dei profitti dei mesi futuri. Indicando ancora con r il tasso di interesse (mensile), e ricordando che $d = s$, possiamo riscrivere la condizione di profitto nullo

$$(p - s) - c + \frac{p - c}{r} = 0. \tag{35.1}$$

Possiamo ancora riscrivere l'equazione per ottenere due espressioni equivalenti del prezzo di equilibrio

$$p - c + \frac{p - c}{r} = s \tag{35.2}$$

ovvero

$$p = c + \frac{r}{1 + r} s. \tag{35.3}$$

Dall'equazione (35.2) risulta che il valore attuale dei profitti futuri associati a un consumatore deve essere appena uguale ai costi di transizione del consumatore. Dall'equazione (35.3) risulta che il prezzo del servizio è un markup (ricarico) sui costi marginali, e il valore del markup è proporzionale ai costi di transizione.

L'effetto dei costi di transizione (switching costs) è di far aumentare il prezzo *mensile* del servizio oltre i costi, mentre la concorrenza per acquisire il flusso di profitti tende a far diminuire il prezzo *iniziale* del servizio. Quindi il produttore è disposto a praticare uno sconto $d = s$ per acquisire il flusso dei markup futuri.

In realtà i ricavi di molti provider derivano anche da fonti diverse dagli abbonamenti mensili dei clienti. Una parte notevole dei ricavi operativi di America Online, per esempio, deriva dalla pubblicità. Per questa impresa è quindi ragionevole offrire grossi sconti iniziali ai clienti, per poter intercettare i redditi derivanti dalla pubblicità, anche se questo significa offrire collegamenti Internet a prezzi uguali, o addirittura inferiori, ai costi.

Possiamo facilmente aggiungere questo effetto al nostro modello. Se indichiamo con a i ricavi pubblicitari mensili associati a un dato consumatore, la condizione di profitto nullo richiede che

$$(p - s) + a - c + \frac{p + a - c}{r} = 0 \tag{35.4}$$

che risolviamo ottenendo

$$p = c - a + \frac{r}{1 + r} s.$$

Da questa equazione risulta che l'elemento critico è il costo *netto* associato al servizio offerto al consumatore, vale a dire $c - a$, dove si tiene conto sia del costo del servizio che degli introiti pubblicitari.

ESEMPIO: Pagamento delle bollette on-line

Molte banche offrono servizi a basso costo o gratuiti per il pagamento delle bollette. Alcune banche addirittura offrono denaro ai clienti che cominciano a utilizzare i servizi di pagamento on-line delle bollette.

Ma perché questa corsa al pagamento delle bollette on-line? La risposta è che le banche hanno scoperto che, una volta che il cliente si è preoccupato di avviare il servizio di pagamento delle bollette, difficilmente cambierà banca. Secondo uno studio della Bank of America, la frequenza delle transizioni da una banca all'altra diminuisce dell'80 per cento per questo tipo di consumatori.[4]

È vero che una volta che si è scelto il pagamento on-line è difficile rinunciarvi. Cambiare banca per un decimo di punto percentuale di interesse in più nel proprio conto corrente non è così allettante. Come abbiamo visto analizzando il problema del *lock-in* nel paragrafo precedente, investire in servizi con alti costi di transizione può essere molto redditizio per le imprese.

ESEMPIO: Portabilità dei numeri dei telefoni cellulari

A un certo punto, i fornitori di telefoni cellulari cominciarono a impedire ai clienti che cambiavano gestore di portare con sé il proprio numero telefonico. Questa proibizione fa aumentare significativamente i costi di transizione per i clienti, poiché chiunque cambia numero deve comunicarlo ad amici e parenti.

Come il modello presentato in questo capitolo spiega, poiché nel caso di alti costi di transizione è possibile far pagare ai clienti prezzi più elevati, i fornitori di telefonia competeranno in modo ancora più aggressivo per assicurarsi clienti altamente redditizi. La concorrenza fra fornitori si realizza sotto forma di offerte di telefonini a basso prezzo o gratuiti, e di altre offerte quali "minuti a costo zero", "piani telefonici rinnovabili", "sconti fra numeri preferiti" e altri trucchi di marketing.

L'intera industria della telefonia mobile è sempre stata compatta nei suoi sforzi per bloccare la portabilità dei numeri, facendo pressione sulle agenzie che regolano il settore e sul Congresso al fine di mantenere lo status quo.

[4] Cfr. Michelle Higgins, "Banks Use Online Bill payment In Effort to Lock In Customers", *Wall Street Journal*, 4 settembre 2002.

Lentamente ma inesorabilmente, la marea si volse contro i gestori telefonici quando i consumatori iniziarono a richiedere la portabilità dei numeri. La Commissione Federale per le Comunicazioni, che regola il settore telefonico, iniziò a dare indicazioni agli operatori di telefonia mobile perché cercassero delle soluzioni per rendere effettiva la portabilità dei numeri.

Nel giugno 2003, la Verizon Wireless annunciò che non intendeva più opporsi alla portabilità dei numeri. La decisione dipendeva da due fattori. Per prima cosa, era evidente che si stava combattendo una battaglia persa: alla fine la portabilità avrebbe trionfato. Ancor più decisivo è stato il fatto che molti sondaggi condotti fra i nuovi clienti dimostravano che la Verizon era leader del settore quanto a soddisfazione dei clienti. Era quindi molto probabile che l'impresa, riducendo i costi di transizione, avrebbe guadagnato più clienti di quanti ne avrebbe persi. E in effetti, pare che la Verizon abbia tratto vantaggio dalla portabilità dei numeri.

Questo episodio fornisce un'ottima lezione di strategia commerciale: le tattiche per aumentare i costi di transizione dei clienti possono essere importanti per un certo periodo. Ma fondamentalmente è la qualità del servizio che gioca il ruolo decisivo nell'attrarre e nel mantenere i clienti.

35.4 Esternalità di rete

Abbiamo già esaminato il concetto di **esternalità** nel Capitolo 34. Ricordiamo che in economia questo termine viene impiegato per descrivere situazioni in cui i consumi di un individuo influenzano direttamente l'utilità di un altro individuo. Le **esternalità di rete** sono un tipo particolare di esternalità, in cui l'utilità di un bene per un individuo dipende dal *numero* degli altri individui che lo consumano[5].

Consideriamo per esempio la domanda di fax. Le persone hanno bisogno di fax per poter comunicare tra loro. Ma se nessun altro ha un fax, certamente non vale la pena che noi ne acquistiamo uno. Anche i modem hanno la stessa proprietà: un modem è utile solo se da qualche parte c'è un altro modem con il quale poter comunicare.

Un effetto più indiretto di esternalità di rete si verifica nel caso di beni complementari. Non vi è nessuna ragione per aprire un negozio di videocassette in un luogo in cui nessuno possiede un videoregistratore, ma, d'altra parte, non ha molto senso acquistare un videoregistratore se non è già disponibile un certo numero di film su videocassetta. In questo caso la domanda di videocassette dipende dal numero dei videoregistratori, e la domanda di videoregistratori dipende dal numero di videocassette disponibili, da cui risulta una forma un po' più generale di esternalità di rete.

[5] Più in generale, l'utilità può dipendere dall'*identità* degli altri consumatori: non è difficile aggiungere questo aspetto alla nostra analisi.

35.5 Mercati che presentano esternalità di rete

Proviamo ad analizzare le esternalità di rete impiegando un semplice modello di domanda e offerta. Supponiamo che nel mercato di un bene vi siano 1000 consumatori, che indichiamo con $v = 1, \ldots, 1000$, dove v misura il **prezzo di riserva** del bene per l'individuo v. Quindi se il prezzo del bene è p, il numero di individui che lo valutano almeno p è $1000 - p$. Per esempio, se il prezzo del bene è \$200, esistono 800 persone disposte a pagarlo almeno \$200, e quindi verranno vendute 800 unità di quel bene. Questa situazione è descritta da una normale curva di domanda ad inclinazione negativa.

Supponiamo ora che il bene in questione presenti esternalità di rete, come per esempio un fax o un telefono. Per semplicità, supponiamo che il valore del bene per l'individuo v sia vn, dove n è il numero di persone che utilizzano il bene — vale a dire, il numero di persone collegate alla rete. Quanto maggiore è il numero di persone che utilizzano il bene, tanto più alto sarà il prezzo che *ciascuna* persona è disposta a pagare per acquistarlo[6]. Quale aspetto avrà la funzione di domanda in questo modello?

Se il prezzo è p, vi sarà qualcuno esattamente indifferente tra acquistare o no il bene. Denotiamo con $\hat{v}$ questo individuo "al margine". Dato che per definizione egli è indifferente circa l'acquisto del bene, la sua disponibilità a pagare è uguale al prezzo:

$$p = \hat{v}n. \tag{35.5}$$

Poiché questo "individuo al margine" è indifferente, chiunque abbia un valore di v più *elevato* di $\hat{v}$ vorrà certamente acquistare il bene, e questo significa che il numero di persone disposto ad acquistare il bene è

$$n = 1000 - \hat{v}. \tag{35.6}$$

Se riuniamo le due equazioni, otteniamo la condizione di equilibrio in questo particolare mercato:

$$p = n(1000 - n).$$

L'equazione ci offre una relazione tra il prezzo del bene e il numero di persone che lo utilizzano. In questo senso, è un tipo di curva di domanda: se n individui acquistano il bene, la disponibilità marginale a pagare corrisponde all'altezza della curva.

Tuttavia, se osserviamo la rappresentazione grafica della curva nella Figura 35.1, ci accorgiamo che è piuttosto diversa da una normale curva di domanda! Se il numero di persone collegate alla rete è basso, è bassa anche la disponibilità a pagare di un individuo al margine, perché non vi sono molte persone con le quali comunicare. Se il numero di persone collegate alla rete è molto grande, la disponibilità a pagare di un individuo al margine è bassa, perché tutti quelli che

[6] In realtà dovremmo considerare n come il numero *atteso* di persone che consumano il bene, ma questa distinzione non è molto importante per l'analisi che segue.

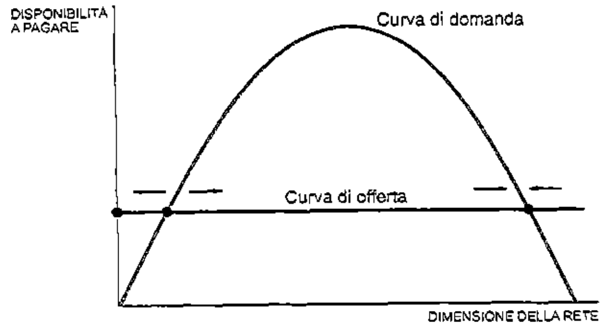


Figura 35.1 **Esternalità di rete.** La linea curva rappresenta la domanda, mentre la retta orizzontale rappresenta l'offerta. Si noti che vi sono tre punti in cui la domanda è uguale all'offerta.

attribuivano al bene un valore più alto si sono già collegati. Queste due forze producono una curva come quella rappresentata nella Figura 35.1.

Esaminiamo ora l'offerta in questo mercato. Per semplicità, supponiamo che il bene sia prodotto grazie a una tecnologia che presenta rendimenti di scala costanti. Come abbiamo già visto, ciò significa che la curva di offerta è una retta orizzontale in cui il prezzo è uguale al costo medio.

Notiamo che vi sono tre possibili situazioni di equilibrio tra domanda e offerta. Esiste in primo luogo un equilibrio di basso livello in cui $n^* = 0$. In questo caso nessuno consuma il bene (cioè si collega alla rete), vale a dire, nessuno è disposto a pagare alcunché per consumarlo. Potremmo definire questa situazione come un equilibrio di "aspettative pessimistiche".

L'equilibrio intermedio con una quantità positiva, ma piccola, di consumatori, corrisponde a una situazione in cui i consumatori pensano che la rete non diventerà molto grande, e quindi non sono disposti a pagare molto per collegarsi — di conseguenza la rete non diventa molto grande.

Infine l'ultimo tipo di equilibrio presenta una quantità elevata di utenti, n_H. In questo caso il prezzo è basso perché l'individuo che acquista il bene "al margine" non lo valuta moltissimo, anche se il mercato è molto grande.

35.6 Dinamiche del mercato

Quale di queste tre situazioni di equilibrio si verificherà? Fino ad ora il nostro modello non ci consente di sceglierne una. In ciascuna situazione, infatti, la domanda è uguale all'offerta. Tuttavia, possiamo inserire nel nostro modello un processo di aggiustamento dinamico, che ci consenta di decidere quale equilibrio abbia maggiori probabilità di verificarsi.

Un'ipotesi plausibile è che se le persone sono disposte a pagare un bene a un prezzo superiore al suo costo, il mercato si espande, mentre se sono disposte a pagare un prezzo inferiore al costo, il mercato si contrae. Da un punto di vista geometrico, ciò significa che quando la curva di domanda si trova al di sopra della curva di offerta la quantità aumenta, mentre quando si trova al di sotto della curva di offerta la quantità diminuisce. Le frecce nella Figura 35.1 illustrano questo processo di aggiustamento.

Queste dinamiche ci offrono qualche informazione in più. È ora evidente che l'equilibrio di basso livello, in cui nessuno si collega alla rete, e l'equilibrio di alto livello, in cui molte persone sono collegate, sono stabili, mentre l'equilibrio intermedio è instabile. Di conseguenza è improbabile che il risultato finale del sistema sia l'equilibrio intermedio.

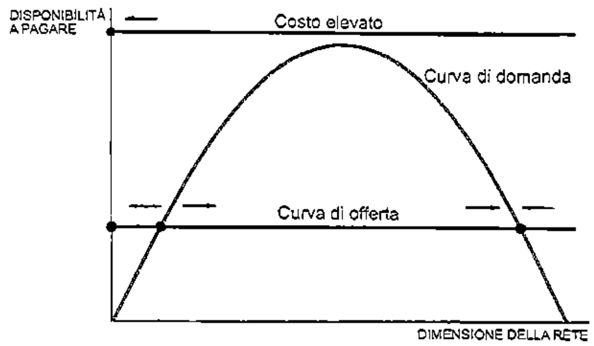


Figura 35.2 **Aggiustamento dei costi e esternalità di rete.** Quando il costo è elevato, vi è un unico equilibrio con dimensioni del mercato nulle. Al diminuire dei costi diventano possibili altre situazioni di equilibrio.

Abbiamo ora due possibili situazioni di equilibrio: come è possibile prevedere quale delle due si verificherà? Un'idea può essere quella di esaminare l'andamento nel tempo dei costi. Per il tipo di esempi che abbiamo considerato — fax, videoregistratori, reti informatiche — è naturale supporre che il costo del bene sia inizialmente molto elevato, e che diminuisca nel tempo a causa dei progressi della tecnologia. Questo processo è rappresentato nella Figura 35.2. In corrispondenza di un costo unitario elevato vi è un solo equilibrio stabile, dove la domanda è uguale a zero. Quando i costi sono diminuiti a sufficienza, i possibili equilibri stabili sono due.

Inseriamo ora nel sistema qualche elemento di disturbo. Supponiamo di far variare irregolarmente il numero delle persone collegate alla rete intorno al punto di equilibrio $n^* = 0$. Se il costo diminuisce, diventa sempre più probabile che una di queste perturbazioni spinga il sistema *oltre* il punto di equilibrio instabile. Quando questo accade, il processo di aggiustamento dinamico porterà il sistema fino all'equilibrio di alto livello.

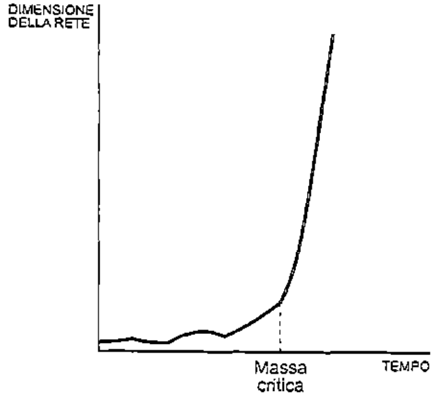


Figura 35.3 **Un possibile aggiustamento verso l'equilibrio.** Il numero degli utenti collegati alla rete è inizialmente piccolo, e aumenta solo gradualmente mentre i costi diminuiscono. Quando si raggiunge la massa critica, le dimensioni della rete aumentano in modo improvviso.

Abbiamo rappresentato nella Figura 35.3 un possibile aggiustamento verso l'equilibrio del numero dei consumatori di un bene. Inizialmente il numero è molto prossimo allo zero, con qualche piccola perturbazione nel corso del tempo. I costi diminuiscono, e a un certo punto si raggiunge un punto critico in coincidenza del quale l'equilibrio di basso livello viene superato e il sistema si avvia molto rapidamente verso l'equilibrio di alto livello.

Un esempio reale di questo tipo di aggiustamento è offerto dal mercato dei fax. Abbiamo rappresentato nella Figura 35.4 il prezzo e il numero di fax forniti in un periodo di dodici anni[7].

ESEMPIO: Esternalità di rete nei programmi per computer

Esternalità di rete si presentano quasi naturalmente nel mercato dei programmi per computer, poiché è molto importante che le persone che usano lo stesso software

[7] Il grafico è tratto da "Critical Mass and Network Size with Applications to the US Fax Market", di Nicholas Economides e Charles Himmelberg (Discussion Paper no. EC-95-11. Stern School of Business, N.Y.U., 1995). Si veda anche Michael L. Katz e Carl Shapiro, "Systems Competition and Network Effects", *Journal of Economic Perspectives*, 8 (1994), 93-116, per un interessante esame delle esternalità di rete e delle loro implicazioni.

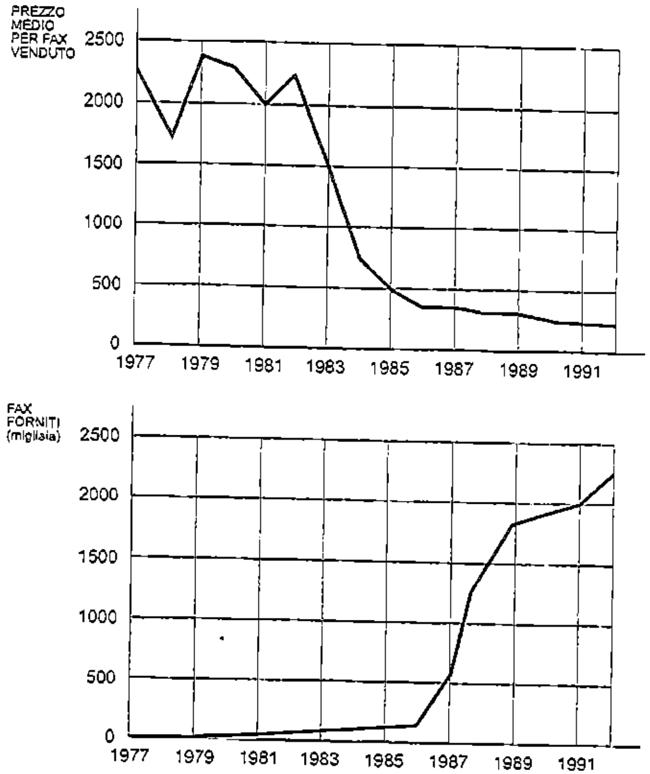


Figura 35.4 **Mercato dei fax.** La domanda di fax è stata molto piccola per un lungo periodo poiché gli utenti erano molto pochi. Verso la metà degli anni Ottanta il prezzo diminuì in modo consistente e la domanda esplose all'improvviso.

possano scambiare tra loro file di dati e informazioni. Questo offre un significativo vantaggio al maggior venditore presente in un dato mercato, e fa sì che i produttori di software effettuino massicci investimenti per acquisire quote di mercato.

Gli esempi di questa situazione abbondano. La Adobe Systems, per esempio, ha effettuato investimenti notevoli per sviluppare un "linguaggio di descrizione di pagina", chiamato PostScript, impiegato nel desktop publishing. All'Adobe si resero conto chiaramente che nessuno avrebbe speso il tempo e le risorse necessarie per imparare il PostScript a meno che questo linguaggio non diventasse l'indiscusso standard del settore. Di conseguenza l'impresa consentì ai concorrenti di "clonare" il suo linguaggio per poter creare un mercato concorrenziale di interpreti PostScript. La strategia dell'Adobe diede i suoi frutti: emersero varie imprese in concorrenza fra loro (tra cui una che regalava il proprio prodotto), e PostScript divenne uno standard nell'industria editoriale. L'Adobe mantenne la proprietà di alcune particolari tecniche — per esempio, quelle che consentono di trattare caratteri a bassa risoluzione — e fece in modo di dominare il settore più ricco del mercato. Il successo dell'Adobe è quindi dovuto alla sua capacità di incoraggiare l'ingresso dei concorrenti!

Negli ultimi anni molti produttori di software hanno seguito questo modello. L'Adobe stessa ha offerto gratuitamente vari prodotti, tra cui Adobe Acrobat. E una delle più interessanti imprese quotate in borsa nel 1995, la Netscape Communication Corporation, ha acquisito una quota dominante nel mercato dei browser Web regalando il suo principale prodotto, offrendo così il primo esempio di un'impresa che "perde denaro su ogni vendita, ma recupera sul volume".

35.7 Implicazioni delle esternalità di rete

Il modello appena descritto, per quanto semplice, ci consente tuttavia di comprendere un certo numero di questioni. Per esempio, è molto importante il concetto di massa critica: se la domanda di un utente dipende dal numero degli altri utenti, diventa molto importante tentare di stimolare la crescita fin dalla fase iniziale del ciclo di vita di un prodotto. E infatti è ormai piuttosto comune il caso di produttori che consentono di accedere a un nuovo software o a un nuovo servizio di comunicazione a un prezzo bassissimo, allo scopo di "creare un mercato" dove prima non esisteva.

Naturalmente la domanda critica è: quanto grande deve diventare il mercato prima di potersi sviluppare da solo? La teoria economica non ci aiuta molto al riguardo: tutto dipende dalla natura del bene in questione e dai costi e dai benefici sperimentati dai consumatori che lo utilizzano.

Un'altra importante implicazione delle esternalità di rete è il ruolo delle politiche governative. Il caso di Internet rappresenta un ottimo esempio. Internet era originariamente usata da un piccolo numero di laboratori di ricerca per lo scambio di dati. Verso la metà degli anni Ottanta la National Science Foundation utilizzò la tecnologia di Internet per collegare alcune grandi università a 12 supercomputer situati in varie località degli Stati Uniti. L'idea originale era che i ricercatori avrebbero trasmesso e ricevuto dati dai supercomputer. Ma le reti di comunicazione presentano una caratteristica fondamentale, vale a dire, se tutti sono connessi alla stessa cosa, allora tutti sono anche connessi tra loro. Di conseguenza i ricercatori cominciarono a scambiarsi messaggi di posta elettronica che non avevano nulla a che fare con i supercomputer. Quando si raggiunse una massa critica di utenti collegati a Internet, il valore della connessione in rete per un nuovo utente aumentò in modo vertiginoso. La maggior parte dei nuovi utenti non era minimamente interessata ai supercomputer, anche se questa era la motivazione alla base della rete.

ESEMPIO: Le pagine gialle

Le pagine gialle, i familiari elenchi telefonici locali, rappresentano negli USA un affare da 14 miliardi di dollari. Dieci anni fa, era dominato dalle compagnie telefoniche, che possedevano circa il 95 per cento del mercato. Oggi, ne possiedono solo l'85 per cento.

La differenza è dovuta alla concorrenza. Molte nuove piccole imprese sono entrate nel mercato negli ultimi anni, togliendo quote alle compagnie telefoniche locali. Non è certo un compito facile, dato che gli elenchi presentano una forma classica di effetti di rete: succedeva infatti che tutti i consumatori utilizzassero le pagine gialle fornite dalle compagnie telefoniche locali, e quindi i commercianti fossero costretti a servirsene per la pubblicità.

Un'azienda emergente, la Yellow Book, è riuscita a superare questi effetti di rete impiegando intelligenti strategie commerciali, come una forte riduzione dei costi di pubblicità e la distribuzione del proprio elenco appena prima dell'uscita di quello prodotto dalla compagnia telefonica locale. I fornitori già presenti nel mercato, pensando di essere al sicuro, non hanno preso in considerazione la minaccia di nuovi concorrenti fino a quando è stato troppo tardi. Negli ultimi anni, la concorrenza ha rivitalizzato questo settore e questo dimostra che neppure i settori con forti effetti di rete sono immuni dalla concorrenza, in particolare quando gli operatori presenti sono troppo sicuri di sé.

35.8 Gestione dei diritti di proprietà

In questi nuovi modelli di attività economica che stiamo esaminando vi è un grande interesse verso i diritti di proprietà intellettuale. Gli scambi associati al trasferimento di diritti di proprietà intellettuale possono assumere una varietà di forme: per esempio si può acquistare un libro oppure prenderlo a prestito da una biblioteca, così come si può vendere una videocassetta oppure noleggiarla; alcuni tipi di software vengono venduti, mentre altri vengono forniti su licenza, oppure, come nel caso dello shareware, con un pagamento facoltativo.

Scegliere in quale forma e a quali condizioni offrire un particolare prodotto dell'attività intellettuale rappresenta una decisione critica. Si dovrà impedirne la duplicazione? Oppure al contrario incoraggiare la condivisione del prodotto? Si dovrà vendere ciascun prodotto individualmente oppure offrire licenze d'uso alle imprese o alle organizzazioni?

Possiamo chiarire i fattori rilevanti di decisioni come queste con un semplice modello economico. Consideriamo per esempio un bene esclusivamente digitale, come un giornale online, così da poter considerare trascurabili i costi (marginali) di produzione. Il proprietario del bene sceglierà un prezzo e, implicitamente, una quantità da offrire in modo da ottenere il massimo profitto:

$$\max_{y} \; p(y)y \tag{35.7}$$

Avremo di conseguenza una scelta ottima che denotiamo con (p^*, y^*).

Supponiamo ora che il proprietario intenda estendere il periodo di prova, in cui il giornale viene offerto gratuitamente, da una settimana a un mese. Questo avrà due effetti sulla curva di domanda. Prima di tutto, in questo modo aumenta il valore del prodotto per ciascuno dei potenziali utenti, e quindi la curva di domanda tenderà a spostarsi orizzontalmente verso l'alto. Ma, in secondo luogo, la scelta di estendere il periodo di prova potrebbe anche tradursi in un minor numero di copie vendute, poiché potrebbe essere sufficiente per soddisfare i bisogni informativi di alcuni utenti.

Denotiamo quindi con $Y = \beta y$ la nuova quantità consumata, con $\beta > 1$, e scriviamo la nuova curva di domanda $P(Y) = \alpha p(Y)$, con $\alpha > 1$. Il problema di massimizzazione del profitto sarà quindi

$$\max_Y P(Y)y.$$

Si noti che in questa espressione il prezzo è moltiplicato per la quantità offerta, y, non per la quantità consumata, Y.

Ricordando che $Y = \beta y$ e che $P(Y) = \alpha p(Y)$, possiamo scrivere

$$\max_Y \alpha p(Y)\frac{Y}{\beta} = \max_Y \frac{\alpha}{\beta}p(Y)Y.$$

Questa espressione è simile alla (35.7), ad eccezione della costante α/β, che non modifica la scelta ottima, così che possiamo concludere che $Y^* = y^*$.

Questa semplice analisi ci permette di trarre le seguenti conclusioni:

- La quantità del bene che viene consumata, Y^*, è indipendente dalle condizioni alle quali il bene viene fornito.
- La quantità prodotta è y^*/β che è inferiore a y^*.
- I profitti possono variare a seconda che α/β sia maggiore o minore di 1. I profitti aumenteranno se l'aumento del valore del prodotto per i consumatori compenserà il minor numero di acquirenti.

ESEMPIO: Noleggio delle videocassette

I negozi di videocassette possono scegliere le condizioni alle quali offrono a noleggio una videocassetta. Più a lungo il cliente può tenere la cassetta, tanto più elevato sarà il suo valore, poiché il cliente disporrà di un periodo di tempo maggiore durante il quale poterla vedere. Ma più a lungo il cliente può tenere la videocassetta, tanto meno profitti realizzerà il negozio, poiché in quel periodo non potrà noleggiarla a nessun altro. La scelta ottima della durata del noleggio implica un trade off tra questi due effetti.

In pratica, questa situazione ha provocato una sorta di differenziazione del prodotto. Le nuove uscite vengono noleggiate per brevi periodi, poiché i mancati profitti dovuti all'esclusione di potenziali clienti sono molto alti. Le cassette più vecchie vengono invece noleggiate per periodi più lunghi, perché i costi associati alla mancata diisponibilità della cassetta sono più bassi.

35.9 La condivisione dei prodotti dell'attività intellettuale

I prodotti dell'attività intellettuale sono spesso condivisi. Le biblioteche, per esempio, facilitano la condivisione dei libri. Il noleggio di videocassette consente di "condividere" un film — pagando un prezzo per poterlo fare. Il prestito interbibliotecario consente alle biblioteche di condividere tra loro alcuni libri. Anche i libri di testo — come quello che state leggendo in questo momento — sono condivisi tra gli studenti di vari corsi grazie al mercato dell'usato.

Su questo tema si è sviluppato un notevole dibattito nel mondo dell'editoria e delle biblioteche. I bibliotecari hanno stabilito informalmente una "regola del cinque" per il prestito interbibliotecario: un libro può essere prestato fino a cinque volte prima di pagare una royalty addizionale all'editore. Tradizionalmente, autori e editori non sono mai stati molto entusiasti del mercato dei libri usati.

L'avvento dell'informazione digitale ha reso ancora più difficile la situazione. L'informazione digitale può essere riprodotta perfettamente, e la "condivisione" può arrivare a casi estremi. Per esempio, di recente un cantante country ha iniziato una campagna di stampa contro i negozi di CD usati. Il problema è che i CD non si deteriorano anche se vengono riascoltati più volte, e quindi è possibile acquistare un CD, registrarlo e rivenderlo a un negozio dell'usato.

Proviamo a costruire un modello di questo tipo di fenomeno. Cominciamo con il caso più semplice in cui non vi è condivisione. In questo caso un produttore di video sceglie di produrre y copie di un film su cassetta per massimizzare il profitto:

$$\max_y p(y)y - cy - F. \tag{35.8}$$

Come di consueto, $p(y)$ è la funzione di domanda inversa, c rappresenta il costo marginale (costante), e F i costi fissi. Indichiamo il livello di output che corrisponde al profitto massimo con y_n, dove n sta per "nessuna condivisione".

Supponiamo ora che esista un mercato dei video a noleggio. In questo caso il numero delle videocassette *viste* sarà diverso dal numero delle copie prodotte. Se y è il numero di cassette prodotte e ciascuna cassetta è condivisa da k spettatori, allora il numero delle cassette viste dagli spettatori sarà $x = ky$. (Per semplicità assumiamo che in questo caso *tutte* le copie del video vengano noleggiate).

Dobbiamo precisare in quale modo si aggregano i consumatori. L'assunzione più semplice è che i consumatori con i valori più alti si associno tra loro, e così quelli con i valori più bassi. Vale a dire, vi sarà un gruppo che comprende i k valori più elevati, ve ne sarà quindi un altro con i k valori successivi, e così via. (Potremo naturalmente impiegare altre ipotesi, ma manteniamo questa per semplicità).

Se vengono prodotte y copie, le cassette verranno viste $x = ky$ volte, e quindi la disponibilità marginale a pagare sarà $p(x) = p(ky)$. Tuttavia, è chiaro che prendere a noleggio una videocassetta, invece che possederla, causa qualche piccolo inconveniente. Indichiamo con t, il "costo di transazione" associato. La disponibilità marginale a pagare diventa quindi $p(x) - t$.

Ricordiamo che, secondo la nostra ipotesi iniziale, tutte le copie del video vengono condivise da k spettatori. Quindi la disponibilità a pagare da parte di un'*impresa che noleggia videocassette* sarà uguale a k volte quella di un individuo "al margine". Vale a dire, se vengono prodotte y copie, la disponibilità a pagare da parte dell'impresa di noleggio sarà

$$P(y) = k[p(ky) - t]. \tag{35.9}$$

L'equazione (35.9) comprende i due effetti chiave della condivisione: la disponibilità a pagare *diminuisce* poiché vengono viste più cassette di quante ne vengono prodotte, ma d'altra parte la disponibilità a pagare *aumenta* perché il costo di una singola videocassetta è suddiviso tra vari individui.

Il problema di massimizzazione del profitto per il produttore di videocassette diventa quindi

$$\max_y P(y)y - cy - F$$

e quindi, con le opportune trasformazioni,

$$\max_y k[p(ky) - t]y - cy - F$$

ovvero

$$\max_y p(ky)ky - \left(\frac{c}{k} + t\right) ky - F.$$

Ricordiamo che il numero delle cassette viste dagli spettatori, x, è uguale a ky, e quindi la precedente espressione diventa

$$\max_x p(x)x - \left(\frac{c}{k} + t\right) x - F.$$

Si noti che questo problema è identico al (35.8), con la differenza che il costo marginale è ora $(c/k + t)$ invece che c.

Questa stretta relazione tra le due espressioni è molto utile perché ci consente la seguente osservazione: *i profitti saranno maggiori quando è possibile noleggiare il bene se e solo se*

$$\frac{c}{k} + t < c$$

che trasformata diventa

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) t < c.$$

Per valori molto elevati di k la frazione è sostanzialmente uguale a 1, e quindi l'elemento critico diventa la relazione tra il costo marginale di produzione, c, e il costo di transazione del noleggio, t.

Se il costo di produzione è elevato e il costo del noleggio è basso, la scelta più profittevole per il produttore consiste nel produrre un piccolo numero di videocassette, venderle a un prezzo molto alto, e consentire che i consumatori le prendano a noleggio. Se invece i costi di transazione sono maggiori del costo di produzione, la scelta più profittevole per il produttore è la proibizione del noleggio: dato che i consumatori non trovano molto comodo noleggiare le cassette, le imprese che noleggiano video non saranno disposte a pagare un prezzo elevato per le cassette "condivise", e quindi il produttore realizzerà un profitto maggiore vendendole direttamente.

Sommario

1. Poiché la tecnologia dell'informazione assume spesso la forma di un sistema che comprende vari componenti, il consumatore incorre in costi di transizione *switching costs* per cambiare uno dei componenti.

2. Se due produttori monopolistici di beni complementari si coordinano per determinare i prezzi, stabiliranno entrambi prezzi più bassi rispetto a quelli che avrebbero fissato se avessero agito indipendentemente l'uno dall'altro.

3. Questo farà aumentare il profitto dei due monopolisti *e* farà aumentare *anche* la soddisfazione dei consumatori.

4. Tra i vari modi per raggiungere tale coordinamento, vi sono la fusione, la stipula di accordi, la suddivisione dei ricavi e la "mercificazione".

5. In un equilibrio di *lock-in*, lo sconto offerto nel primo periodo è ripagato dall'aumento dei prezzi nei periodi futuri.

6. Si hanno esternalità di rete quando la disponibilità a pagare di un individuo per ottenere un bene dipende dal numero degli altri individui che lo usano.

7. I modelli di esternalità di rete presentano tipicamente equilibri multipli. Il risultato definitivo dipende dalla storia dell'industria.

8. La gestione dei diritti di proprietà implica un trade off tra un aumento del valore (e del prezzo) e una riduzione delle vendite.

9. I beni informativi (come per esempio libri o videocassette) vengono spesso, oltre che acquistati, noleggiati o condivisi. L'alternativa più profittevole per il produttore dipende dal rapporto tra i costi di transazione e i costi di produzione.

Domande

1. Se gli switching costs per cambiare compagnia telefonica sono $50, quanto sarà disposta a spendere una compagnia telefonica per acquisire un nuovo cliente?

2. Spiegate come la domanda relativa a un programma di videoscrittura possa presentare esternalità di rete.

3. Supponiamo che il costo marginale di produzione di una videocassetta addizionale sia nullo e che il costo di transazione per prendere a noleggio un video sia anch'esso nullo. Per il produttore sarà più profittevole venderlo o noleggiarlo?

36

BENI PUBBLICI

Nel Capitolo 34 abbiamo dimostrato che, per certi tipi di esternalità, è possibile eliminare senza difficoltà l'inefficienza. Nel caso di un'esternalità del consumo tra due persone, per esempio, è sufficiente che i diritti di proprietà siano definiti esattamente. Gli individui sono allora in grado di scambiare normalmente il proprio diritto di produrre esternalità. Nel caso di esternalità della produzione, è il mercato stesso a fornire segnali, in termini di profitto, che permettono di distribuire i diritti di proprietà nel modo più efficiente. Nel caso di proprietà comune, l'assegnazione del diritto di proprietà a un singolo individuo potrebbe eliminare l'inefficienza.

Purtroppo non tutte le esternalità possono essere trattate in questo modo. Nel caso in cui vi siano più di due scambisti, si presentano ulteriori problemi. Supponiamo, per esempio, che invece di due persone in un appartamento ve ne siano *tre*: un fumatore e due non fumatori. In questo caso, il fumo rappresenta un'esternalità negativa per i due non fumatori.

Supponiamo che i diritti di proprietà siano esattamente definiti, per esempio che i non fumatori abbiano diritto all'aria non inquinata. Proprio come nel caso precedente, pur avendo tale *diritto*, essi possono anche scambiarlo per un compenso appropriato. Ma, a questo punto, i non fumatori devono accordarsi sulla quantità di fumo accettabile e sulla natura del compenso.

Può darsi che a uno dei due il fumo dia più fastidio che all'altro, o che uno dei due sia più ricco. Le loro preferenze e risorse possono essere molto diverse:

ciò nonostante devono arrivare entrambi a un accordo che permetta un'allocazione efficiente del fumo.

Invece che un certo numero di persone in un appartamento possiamo considerare gli abitanti di una nazione. Quale livello di inquinamento può essere consentito in una nazione? Se è difficile raggiungere un accordo fra tre persone che abitano nello stesso appartamento, possiamo immaginare quanto sarà difficile trovarlo tra milioni di persone.

L'esternalità "fumo" nel caso di tre individui è un esempio di **bene pubblico** — un bene che deve essere fornito nella stessa quantità a tutti i consumatori coinvolti. In questo caso, la quantità di fumo prodotta sarà la stessa per tutti: ciascun individuo potrà attribuirle un valore diverso, ma tutti dovranno consumarne la stessa quantità.

Molti beni pubblici sono forniti dall'autorità pubblica. Per esempio, le strade e i marciapiedi sono forniti dalle autorità locali. Un altro esempio è la difesa nazionale: vi è un solo livello di difesa nazionale per tutti gli abitanti di una data nazione. Questi possono attribuirle valore diverso (qualcuno potrebbe volerne di più, altri di meno) ma a tutti viene fornita la stessa quantità.

I beni pubblici sono un esempio di un tipo particolare di esternalità del consumo: ciascuno deve consumare la stessa quantità del bene. Un tal genere di esternalità è particolarmente problematico, poiché il mercato decentralizzato non consente di allocare in modo efficiente i beni pubblici. Infatti, i cittadini non possono acquistare quantità arbitrarie di difesa nazionale, ed è quindi necessario che si accordino in qualche modo su una quantità comune.

Esamineremo dapprima come può essere determinata la quantità ottimale di un bene pubblico, e successivamente i metodi per prendere le decisioni sociali relative.

36.1 Quando fornire un bene pubblico?

Consideriamo un semplice esempio. Supponiamo che due persone che vivono nello stesso appartamento, 1 e 2, decidano se acquistare o no un televisore. Date le dimensioni dell'appartamento, la TV sarà collocata nel soggiorno, in modo che entrambi possano guardarla. In questo caso, avremo un bene pubblico invece che privato. Il problema è il seguente: è vantaggioso acquistare il televisore?

Indichiamo con w_1 e w_2 la ricchezza iniziale dei due individui, con g_1 e g_2 i rispettivi contributi per l'acquisto del televisore e con x_1 e x_2 la parte rimanente della loro ricchezza, che può essere spesa per altri consumi. I vincoli di bilancio sono quindi

$$x_1 + g_1 = w_1$$
$$x_2 + g_2 = w_2.$$

Supponiamo che il televisore costi c dollari così che, per acquistarlo, la somma dei due contributi deve essere almeno pari a c:

$$g_1 + g_2 \geq c.$$

Questa equazione riassume la tecnologia disponibile per fornire il bene pubblico: i due amici possono acquistare il televisore se pagano c.

La funzione di utilità della persona 1 dipenderà dai suoi consumi, x_1, e dalla disponibilità del bene pubblico, cioè il televisore. La funzione di utilità dell'individuo 1 sarà quindi $u_1(x_1, G)$, dove G può essere 0, se il televisore non è disponibile, oppure 1, se il televisore viene fornito. La funzione di utilità dell'individuo 2 sarà $u_2(x_2, G)$. Il consumo di ciascuno dei due individui è contrassegnato da un indice, che rappresenta l'individuo, mentre il bene pubblico non ha indice, poiché è "consumato" da entrambi. Ovviamente, non è "consumato" nel senso letterale del termine: è il *servizio* reso dal televisore che viene consumato dalle due persone.

Queste possono attribuire valori diversi al servizio fornito dal televisore. Possiamo determinare questi valori chiedendo a ciascuno quanto sarebbe disposto a pagare per usare il televisore. A questo scopo utilizziamo il concetto di **prezzo di riserva**, esaminato nel Capitolo 15.

Il prezzo di riserva dell'individuo 1 è il prezzo massimo che questi sarebbe disposto a pagare per avere il televisore: cioè quel prezzo, r_1, in corrispondenza del quale per l'individuo 1 è indifferente pagare r_1 ed avere il televisore, oppure non averlo. Se l'individuo 1 paga il prezzo di riserva e acquista il televisore, gli resterà $w_1 - r_1$ ricchezza disponibile per i suoi consumi. Per contro, se non lo acquista, la quantità disponibile per i suoi consumi sarà w_1. Se è indifferente fra le due alternative, deve essere

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0).$$

Questa equazione determina il prezzo di riserva dell'individuo 1, cioè il prezzo massimo che egli è disposto a pagare per disporre del televisore. Un'equazione analoga determina il prezzo di riserva dell'individuo 2. Notiamo che, in generale, il prezzo di riserva di ciascun individuo dipende dalla sua ricchezza: il prezzo massimo che un individuo *è disposto* a pagare dipende, in una certa misura, da quanto egli *è in grado* di pagare.

Ricordiamo che un'allocazione è Pareto-efficiente se non vi è modo di aumentare la soddisfazione di entrambi gli individui. Un'allocazione è invece Pareto-*inefficiente* se *esiste* un modo per aumentare la soddisfazione di entrambi: in questo caso, vi è la possibilità di un **miglioramento paretiano**. Nel caso del televisore, ci interessano solamente due tipi di allocazione. Nella prima, il televisore non è fornito: la sua rappresentazione, $(w_1, w_2, 0)$, ci dice che ciascun individuo spende la propria ricchezza esclusivamente per i propri consumi privati.

La seconda allocazione corrisponde al caso in cui il bene pubblico è fornito ed è rappresentata come $(x_1, x_2, 1)$, dove

$$x_1 = w_1 - g_1$$
$$x_2 = w_2 - g_2.$$

Queste due equazioni si ottengono dai vincoli di bilancio ed esprimono il fatto che il consumo di ciascun individuo è determinato dalla ricchezza che gli rimane dopo aver contribuito all'acquisto del bene pubblico.

A quali condizioni si dovrebbe acquistare il televisore? In particolare, quando i contributi (g_1, g_2) saranno tali che la soddisfazione di entrambi gli individui sarà maggiore se acquistano il televisore e pagano la quota, piuttosto che se non lo acquistano? In termini economici, in quale caso l'acquisto del televisore produrrà un miglioramento paretiano?

L'allocazione (x_1, x_2, G) sarà un miglioramento paretiano se, per entrambi gli individui, la soddisfazione aumenterà qualora essi acquistino il televisore, cioè

$$u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1)$$
$$u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1).$$

Impiegando la definizione dei prezzi di riserva, r_1 e r_2, e il vincolo di bilancio, scriviamo

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1) = u_1(w_1 - g_1, 1)$$
$$u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1) = u_2(w_2 - g_2, 1).$$

Osservando i membri di sinistra e di destra di questa disuguaglianza e ricordando che un incremento dei consumi aumenta l'utilità, possiamo concludere che

$$w_1 - r_1 < w_1 - g_1$$
$$w_2 - r_2 < w_2 - g_2$$

che a sua volta implica

$$r_1 > g_1$$
$$r_2 > g_2.$$

Questa è la condizione che deve essere soddisfatta nel caso in cui un'allocazione $(w_1, w_2, 0)$ non sia Pareto-efficiente: il contributo di ciascun individuo all'acquisto del televisore deve essere inferiore alla sua disponibilità a pagare per acquistarlo. Se un consumatore può comprare un bene a un prezzo inferiore al prezzo massimo che egli è disposto a pagare, tale acquisto è, per lui, vantaggioso. Di conseguenza, la condizione secondo la quale il prezzo di riserva è superiore al contributo al costo indica semplicemente che si ha un miglioramento paretiano quando ciascun individuo può acquistare i servizi del televisore a un prezzo inferiore al prezzo massimo che egli è disposto a pagare. Si tratta, quindi, di una condizione *necessaria* affinché l'acquisto del televisore costituisca un miglioramento paretiano.

Se la disponibilità a pagare di ciascun individuo supera il suo contributo al costo, la *somma* delle disponibilità a pagare è superiore al costo del televisore:

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c. \tag{36.1}$$

Questa è una condizione *sufficiente* perché l'acquisto del televisore rappresenti un miglioramento paretiano. Se tale condizione è soddisfatta, esiste qualche schema di pagamento tale che l'acquisto del bene pubblico aumenti la soddisfazione di entrambi gli individui. Se $r_1 + r_2 \geq c$ allora la somma che gli individui sono disposti a pagare è almeno uguale al costo del televisore ed è quindi possibile trovare uno schema di pagamento (g_1, g_2) tale che $r_1 \geq g_1$, $r_2 \geq g_2$ e $g_1 + g_2 = c$. Questa condizione, piuttosto semplice in apparenza, ha alcune sottili implicazioni.

In primo luogo, notiamo che la condizione in base alla quale l'acquisto del bene pubblico può essere definito un miglioramento paretiano dipende solo dalla *disponibilità* a pagare di ciascun individuo e dal costo totale. Se la somma dei prezzi di riserva è superiore al costo del televisore, *esisterà* sempre uno schema di pagamento tale che la soddisfazione di entrambi gli individui sarà maggiore qualora acquistino il bene pubblico.

In secondo luogo, l'acquisto del bene pubblico sarà Pareto-efficiente o no a seconda della distribuzione iniziale della ricchezza (w_1, w_2). Questo perché, in generale, i prezzi di riserva r_1 e r_2 dipendono dalla distribuzione della ricchezza. Infatti, è possibile che per alcune distribuzioni $r_1 + r_2 > c$, e per altre $r_1 + r_2 < c$.

Per esempio, immaginiamo una situazione in cui a una delle due persone che abitano nell'appartamento piaccia guardare la TV, mentre per l'altra l'acquisto di un televisore sia indifferente. Quindi, se l'individuo a cui la TV piace disponesse di tutta la ricchezza, sarebbe disposto a pagare, da solo, un prezzo superiore al costo del televisore. In questo caso, l'acquisto del televisore rappresenterebbe un miglioramento paretiano. Ma se fosse l'altro ad avere tutta la ricchezza, la persona alla quale piace la TV non disporrebbe del denaro sufficiente per contribuire all'acquisto e quindi, in questo caso, sarebbe efficiente in senso paretiano *non* acquistare il televisore.

In generale, il fatto che un bene pubblico venga reso disponibile o no dipende dalla distribuzione della ricchezza, anche se, in casi particolari, può non dipenderne. Per esempio, supponiamo che le preferenze dei due individui siano quasi-lineari. Ciò significa che le funzioni di utilità hanno la forma

$$u_1(x_1, G) = x_1 + v_1(G)$$
$$u_2(x_2, G) = x_2 + v_2(G)$$

dove G può essere 0 oppure 1, a seconda che il bene pubblico sia o no disponibile. Per semplicità, supponiamo che $v_1(0) = v_2(0) = 0$.

In questo caso, la definizione del prezzo di riserva diventa

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = w_1 - r_1 + v_1(1) = u_1(w_1, 0) = w_1$$
$$u_2(w_2 - r_2, 1) = w_2 - r_2 + v_2(1) = u_2(w_2, 0) = w_2$$

che implica che i prezzi di riserva siano

$$r_1 = v_1(1)$$
$$r_2 = v_2(1).$$

Quindi i prezzi di riserva non dipendono dalla quantità di ricchezza, e di conseguenza nemmeno la disponibilità ottimale del bene pubblico dipende da essa, almeno per certi livelli di ricchezza[1].

[1] Anche questo sarà vero solo per certi livelli di ricchezza, dato che è sempre necessario che $r_1 \leq w_1$ e $r_2 \leq w_2$, cioè che la disponibilità a pagare sia inferiore all'effettiva possibilità di farlo.

36.2 Fornitura privata del bene pubblico

Abbiamo visto che l'acquisto di un televisore per due persone che vivono nello stesso appartamento è Pareto-efficiente se la somma delle loro disponibilità a pagare supera il costo dell'acquisto del bene pubblico. Questa è la risposta al problema dell'allocazione efficiente del bene, ma non significa necessariamente che essi decideranno di acquistare il televisore: tale scelta dipende dal modo in cui essi prendono le decisioni comuni.

Se le due persone cooperano e dichiarano il valore che attribuiscono al televisore, non dovrebbe essere difficile per loro accordarsi per decidere se acquistarlo o no. Ma in certe circostanze è possibile che essi non siano incentivati a dichiarare il vero.

Per esempio, supponiamo che ciascun individuo attribuisca lo stesso valore al televisore e che il prezzo di riserva di ciascuno sia maggiore del costo, cioè che $r_1 > c$ e $r_2 > c$. Quindi, l'individuo 1 può pensare che se dichiara un valore 0, l'altro lo acquisterà comunque. Anche l'individuo 2 può fare lo stesso ragionamento. Possiamo immaginare altre situazioni in cui entrambi gli individui rifiutano di contribuire, nella speranza che l'altro si decida ad acquistare da solo il televisore.

Per descrivere situazioni di questo tipo, gli economisti dicono che ciascuno dei due individui si comporta come **"free rider"**: ciascuno spera che sia l'altro ad acquistare il bene[2]. Dato che, se il televisore viene acquistato, ciascuno ne utilizzerà completamente i servizi, entrambi sono indotti a tentare di pagarlo il meno possibile.

36.3 Free riding

Il *free riding* è simile, ma non identico, al dilemma del prigioniero esaminato nel Capitolo 28. Per esaminarlo costruiamo un esempio numerico del problema dell'acquisto del televisore che abbiamo visto in precedenza. Supponiamo che ciascun individuo disponga di una ricchezza di \$500, che ciascuno valuti il televisore \$100, e che il costo del televisore sia \$150. Poiché la somma dei prezzi di riserva eccede il costo, l'acquisto del televisore è Pareto-efficiente.

Supponiamo che una delle due persone non possa impedire all'altra di guardare la televisione, e che ciascuno dei due voglia decidere indipendentemente se comprarla o no. Consideriamo la decisione di uno dei due compagni di stanza, il giocatore A. Se acquista il televisore, ottiene un beneficio pari a \$100 e paga il costo di \$150, con un beneficio netto uguale a −50. D'altra parte, se il giocatore A acquista il televisore, il giocatore B può usarlo gratis, ottenendo un beneficio pari a \$100. La matrice payoff di questo gioco è rappresentata nella Tabella 36.1.

Questo gioco presenta una soluzione di equilibrio con strategia dominante, in cui nessuno dei due giocatori acquista il televisore. Se A decide di acquistarlo, B

[2] Le espressioni *free rider* e *free riding*, da *free ride*, "corsa gratis", tipicamente si riferiscono al caso di un cittadino che usa l'autobus, ma non paga il biglietto, contando sul fatto che il costo del trasporto venga pagato dagli altri cittadini.

		Giocatore B: Acquistare	Giocatore B: Non acquistare
Giocatore A	Acquistare	−50, −50	−50, 100
	Non acquistare	100, −50	0, 0

Tabella 36.1 Matrice di un gioco di free riding

ha tutto l'interesse a fare il free rider, cioè a guardare la televisione senza aver contribuito in alcun modo all'acquisto. Se invece A decide di non acquistarlo, B ha ovviamente interesse a non acquistarlo a sua volta. Questa situazione è simile a quella del dilemma del prigioniero, anche se non è identica. Nel caso del dilemma del prigioniero la strategia che massimizza l'utilità complessiva dei giocatori prevede che entrambi i giocatori compiano la *stessa* scelta, mentre in questo caso la strategia che massimizza l'utilità complessiva prevede che uno dei due acquisti il televisore (che sarà poi usato da entrambi).

Se il giocatore A acquista il televisore ed entrambi i giocatori lo usano, si può avere un miglioramento paretiano semplicemente facendo in modo che il giocatore B versi una somma al giocatore A. Per esempio, se il giocatore B versa \$51 al giocatore A, aumenterà la soddisfazione di entrambi, posto che A acquisti il televisore. Più in generale, il versamento di una somma qualsiasi tra \$50 e \$100 darà luogo in questo esempio a un miglioramento paretiano.

In effetti, è questo che probabilmente avverrebbe nella realtà: ciascuno dei due contribuirebbe in qualche modo all'acquisto del televisore. Questa soluzione è relativamente semplice, ma possono sorgere problemi più complicati di free riding nel caso della ripartizione di altri beni pubblici all'interno di una famiglia. Per esempio, che succede quando si deve pulire il soggiorno? È ovvio che ciascuno preferisce che il soggiorno sia pulito, e sarebbe anche disposto a dare il suo contributo. Ma ciascuno può anche essere tentato di comportarsi da free rider — e quindi nessuno alla fine riordinerà la stanza.

La situazione peggiora ulteriormente con più di due individui, poiché vi sono più persone nei cui confronti ciascuno può comportarsi da free rider. Lasciare che sia l'altro a fare tutto il lavoro da solo è una scelta ottima dal punto di vista *individuale*, ma non è Pareto-efficiente dal punto di vista sociale.

36.4 Livelli diversi del bene pubblico

Nell'esempio precedente, la scelta era del tipo "sì/no": si doveva decidere se acquistare o no il televisore. Ma lo stesso genere di problemi si presenta nel caso in cui si scelga la *quantità* di bene pubblico che deve essere fornita. Supponiamo, per esempio, che i due amici che dividono l'appartamento debbano decidere quanto denaro spendere per il televisore. Quanto più denaro decidono di spendere, tanto migliore sarà il televisore.

Come prima, indichiamo con x_1 e x_2 i consumi privati di ciascun individuo e con g_1 e g_2 i loro contributi all'acquisto del televisore. Rappresentiamo ora con G la misura della "qualità" del televisore acquistato, e con $c(G)$ la corrispondente funzione di costo. Questo significa che se i due vogliono acquistare un televisore di qualità G, devono spendere $c(G)$ dollari.

Il vincolo è rappresentato dal fatto che l'ammontare totale della spesa per il loro consumo pubblico e privato deve essere uguale alla quantità di denaro di cui dispongono:

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2.$$

Si ha un'allocazione Pareto-efficiente quando la soddisfazione del consumatore 1 è la più elevata possibile, dato il livello di utilità del consumatore 2. Fissato a $\overline{u}_2$ il livello di utilità del consumatore 2, possiamo quindi scrivere

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G)$$

tale che

$$u_2(x_2, G) = \overline{u}_2$$
$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2$$

da cui risulta che la condizione di ottimo per questo problema è che la *somma* dei valori assoluti dei saggi marginali di sostituzione tra il bene privato e quello pubblico per i due consumatori sia uguale al costo marginale del bene pubblico:

$$|MRS_1| + |MRS_2| = MC(G)$$

oppure, ricorrendo alla definizione del saggio marginale di sostituzione

$$\left|\frac{\Delta x_1}{\Delta G}\right| + \left|\frac{\Delta x_2}{\Delta G}\right| = \frac{MU_G}{MU_{x_1}} + \frac{MU_G}{MU_{x_2}} = MC(G).$$

Per dimostrare che questa è la corretta condizione di efficienza, immaginiamo che possa essere violata. Supponiamo, per esempio, che la somma dei saggi marginali di sostituzione sia inferiore al costo marginale, per esempio $MC = 1$, $|MRS_1| = 1/4$ e $|MRS_2| = 1/2$. Dobbiamo dimostrare che esiste un modo per aumentare la soddisfazione di entrambi gli individui.

Dato il saggio marginale di sostituzione dell'individuo 1, sappiamo che egli è disposto ad accettare 1/4 di dollaro in più del bene privato per rinunciare a 1 dollaro di bene pubblico (poiché entrambi i beni hanno un prezzo unitario di \$1). Analogamente, l'individuo 2 è disposto ad accettare 1/2 dollaro in più di bene privato per rinunciare a 1 dollaro di bene pubblico. Immaginiamo ora di diminuire la quantità del bene pubblico e di proporre ai due individui una compensazione. Diminuendo di un'unità il bene pubblico, si risparmia 1 dollaro. Dopo aver fornito a ciascun individuo la somma stabilita per compensarlo dello scambio ($3/4 = 1/4 + 1/2$), rimane ancora 1/4 di dollaro, che potrebbe venir suddiviso tra i due individui, aumentando così la soddisfazione di entrambi.

Analogamente, nel caso in cui la somma dei saggi marginali di sostituzione è maggiore di 1, la soddisfazione di entrambi gli individui è maggiore se si aumenta la quantità del bene pubblico. Per esempio, se $|MRS_1| = 2/3$ e $|MRS_2| = 1/2$, l'individuo 1 è disposto a cedere 2/3 di dollaro di consumo privato in cambio di 1 unità in più del bene pubblico, mentre l'individuo 2 è disposto a cedere 1/2 dollaro di consumo privato per 1 unità in più del bene pubblico. Tuttavia, se l'individuo 1 rinunciasse a 2/3 di dollaro e l'individuo 2 a 1/2 dollaro, si disporrebbe di una somma più che sufficiente per produrre un'unità addizionale del bene pubblico, poiché il suo costo marginale è 1. Si potrebbe quindi restituire ai due individui la somma rimasta, aumentando così la loro soddisfazione.

Qual è il significato della condizione di efficienza paretiana? Una possibile interpretazione è che il saggio marginale di sostituzione misura la disponibilità *marginale* a pagare un'unità addizionale di bene pubblico. In questo caso, la condizione di efficienza indica semplicemente che la *somma* della disponibilità marginale a pagare deve essere uguale al costo marginale di un'unità addizionale del bene pubblico.

Nel caso di un bene disponibile in quantità discrete (caso "sì/no") abbiamo visto che la condizione di efficienza richiedeva che la somma delle disponibilità a pagare fosse almeno uguale al costo. Nel caso in esame, dove il bene pubblico può essere fornito a livelli diversi, la condizione di efficienza richiede che la somma delle disponibilità *marginali* a pagare sia *uguale* al costo marginale in corrispondenza della quantità ottima del bene pubblico. Infatti, se la somma della disponibilità marginale ad acquistare il bene pubblico fosse maggiore del costo marginale, sarebbe conveniente fornire una maggiore quantità del bene pubblico.

È opportuno confrontare la condizione di efficienza relativa a un bene pubblico con quella ottenuta per un bene privato. Nel caso di un bene privato, il saggio marginale di sostituzione, o disponibilità marginale a pagare, di ciascun individuo deve essere uguale al costo marginale; nel caso di un bene pubblico, invece, è la *somma* dei saggi marginali di sostituzione che deve essere uguale al costo marginale. Nel caso di un bene privato, ciascun individuo può consumarne una quantità diversa, ma tutti devono attribuirgli, al margine, lo stesso valore — altrimenti vi sarebbe la possibilità di ulteriori scambi. Nel caso di un bene pubblico, ciascun individuo consuma la stessa quantità, cui ciascuno può attribuire, al margine, un valore diverso.

Rappresentiamo la condizione di efficienza relativa a un bene pubblico nella Figura 36.1. Tracciamo la curva MRS di ciascun individuo e sommiamo verticalmente queste curve, per ottenere la curva MRS aggregata. L'allocazione efficiente del bene pubblico si avrà nel punto in cui la somma dei saggi marginali di sostituzione è uguale al costo marginale.

36.5 Preferenze quasi-lineari e beni pubblici

In genere la quantità ottima del bene pubblico varia a seconda delle allocazioni del bene privato. Tuttavia, se i consumatori hanno preferenze quasi-lineari, esiste una

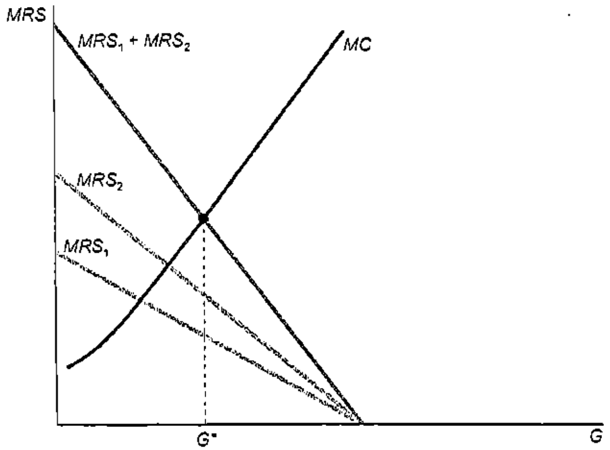


Figura 36.1 **Determinazione della quantità efficiente di un bene pubblico.** La somma dei saggi marginali di sostituzione deve essere uguale al costo marginale.

sola quantità del bene pubblico offerta in corrispondenza di ciascuna allocazione efficiente.

Come abbiamo visto nel Capitolo 4, le preferenze quasi-lineari hanno la seguente rappresentazione in termini di utilità: $u_i(x_i, G) = x_i + v_i(G)$. Ciò significa che l'utilità marginale del bene privato è sempre 1, e quindi il saggio marginale di sostituzione tra il bene privato e il bene pubblico — il rapporto tra le utilità marginali — dipende solo da G. In particolare:

$$|MRS_1| = \frac{\Delta u_1(x_1, G)/\Delta G}{\Delta u_1/\Delta x_1} = \frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G}$$

$$|MRS_2| = \frac{\Delta u_2(x_2, G)/\Delta G}{\Delta u_2/\Delta x_2} = \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G}.$$

Sappiamo già che una quantità Pareto-efficiente del bene pubblico soddisfa la condizione

$$|MRS_1| + |MRS_2| = MC(G).$$

Impiegando le curve MRS nel caso di utilità quasi-lineare, possiamo esprimere tale condizione come

$$\frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G} + \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G} = MC(G).$$

Si noti che questa equazione consente di determinare G senza ricorrere a x_1 o x_2: esiste quindi un unico livello efficiente di offerta del bene pubblico.

Possiamo ottenere questa soluzione in un altro modo considerando le curve di indifferenza. Nel caso di preferenze quasi-lineari, le curve di indifferenza sono tutte traslazioni verticali l'una dell'altra. In particolare, questo significa che l'inclinazione delle curve di indifferenza — il saggio marginale di sostituzione — non varia al variare della quantità del bene privato. Supponiamo di trovare un'allocazione Pareto-efficiente dei beni pubblici e privati, in corrispondenza della quale la somma dei valori assoluti dei saggi marginali di sostituzione sia uguale a $MC(G)$. Se ora sottraiamo una certa quantità del bene privato a qualcuno per darla a qualcun altro, l'inclinazione delle curve di indifferenza di entrambi non varia, e quindi la somma dei valori assoluti dei saggi marginali di sostituzione è ancora uguale a $MC(G)$: anche questa sarà un'allocazione Pareto-efficiente.

Nel caso di preferenze quasi-lineari, possiamo ottenere tutte le allocazioni Pareto-efficienti semplicemente redistribuendo il bene privato, mentre la quantità del bene pubblico rimane fissa al livello efficiente.

ESEMPIO: L'inquinamento

Ricordiamo il caso dell'acciaieria e dell'impresa ittica descritto nel Capitolo 34. Abbiamo visto che si ha un livello efficiente di inquinamento quando i costi dell'inquinamento, sostenuti dall'acciaieria e dall'impresa ittica, sono internalizzati. Supponiamo ora che vi siano due imprese ittiche, e che la quantità di inquinamento prodotto dall'acciaieria sia un bene pubblico. (O, forse, un male pubblico!)

Per determinare la produzione efficiente di inquinamento si deve massimizzare la somma dei profitti delle tre imprese — vale a dire, minimizzare il costo sociale totale dell'inquinamento. Formalmente, sia $c_s(s, x)$ il costo di produzione di s unità di acciaio e di x unità di inquinamento per l'acciaieria, $c_f^1(f_1, x)$ il costo che l'impresa 1 sostiene per la pesca di una quantità f_1 di pesce se il livello di inquinamento è x, $c_f^2(f_2, x)$ l'espressione equivalente per l'impresa 2. Per determinare la quantità di inquinamento Pareto-efficiente, massimizziamo la somma dei profitti delle tre imprese:

$$\max_{s, f_1, f_2, x} p_s s + p_f f_1 + p_f f_2 - c_s(s, x) - c_f^1(f_1, x) - c_f^2(f_2, x).$$

Esaminiamo ora l'effetto di un aumento dell'inquinamento sui profitti aggregati. Tale aumento fa diminuire il costo di produzione dell'acciaio e determina un incremento del costo della pesca per le due imprese ittiche. La condizione di ottimo derivata dal precedente problema di massimizzazione del profitto è

$$\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f^1(\hat{f}_1, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f^2(\hat{f}_2, \hat{x})}{\Delta x} = 0$$

cioè la *somma* dei costi marginali dell'inquinamento per le tre imprese deve essere uguale a zero. Per determinare l'offerta Pareto-efficiente di un bene pubblico è necessario conoscere la *somma* dei ricavi e dei costi marginali degli individui, come nel caso di un bene di consumo pubblico.

36.6 Il problema del free rider

Una volta individuate le allocazioni Pareto-efficienti dei beni pubblici, possiamo chiederci come ottenerle. Nel caso di beni privati, in assenza di esternalità, il meccanismo di mercato determina l'allocazione efficiente. Vediamo ora se ciò vale anche per i beni pubblici.

Se ciascun individuo dispone di una dotazione w_i di un bene privato, può spenderne una parte per i suoi consumi, oppure può metterne a disposizione una parte come contributo all'acquisto del bene pubblico. Sia x_1 il consumo dell'individuo 1 e g_1 la quantità del bene pubblico che egli acquista, ed analogamente per l'individuo 2. Supponiamo per semplicità che $c(G) \equiv G$; ciò comporta che il costo marginale di un'unità del bene pubblico è sempre uguale a 1. La quantità totale disponibile del bene pubblico sarà allora $G = g_1 + g_2$. Poiché ciascun individuo è interessato alla quantità totale disponibile del bene pubblico, la funzione di utilità dell'individuo i sarà $u_i(x_i, g_1 + g_2) = u_i(x_i, G)$.

Per decidere quanto contribuire all'acquisto del bene pubblico, l'individuo 1 deve prevedere quale sarà il contributo dell'individuo 2. Per risolvere tale problema impieghiamo il concetto di equilibrio di Nash, descritto nel Capitolo 28, e supponiamo che l'individuo 2 offra un qualche contributo $\overline{g}_2$. Assumiamo inoltre che l'individuo 2 formuli una congettura circa il contributo dell'individuo 1. Si avrà un equilibrio quando ciascuno dei due offre un contributo ottimale, data la scelta dell'altro.

Quindi, il problema di massimizzazione dell'individuo 1 è

$$\max_{x_1, g_1} u_1(x_1, g_1 + \overline{g}_2)$$

$$\text{tale che } x_1 + g_1 = w_1$$

che è analogo al consueto problema di massimizzazione del consumatore. La condizione di ottimo è perciò la stessa: se entrambi gli individui acquistano entrambi i beni, il saggio marginale di sostituzione tra bene pubblico e bene privato deve essere uguale a 1 per ciascun consumatore:

$$|MRS_1| = 1$$
$$|MRS_2| = 1.$$

In questo caso, tuttavia, bisogna procedere con un po' di attenzione. Infatti, è vero che se l'individuo 2 acquista il bene pubblico, ne acquista una quantità tale che il saggio marginale di sostituzione sia uguale a 1. Tuttavia, egli può pensare che il contributo versato dall'individuo 1 sia sufficiente e che, quindi, un suo contributo non sia necessario.

In termini formali, assumiamo che gli individui possano fornire solo contributi positivi all'acquisto del bene pubblico, cioè possano versare denaro ma non prelevarne. Esiste, quindi, un ulteriore vincolo, e precisamente che $g_1 \geq 0$ e $g_2 \geq 0$. Ciascun individuo può decidere soltanto se vuole o no una quantità *superiore* del bene pubblico. Tuttavia, un individuo può ritenere che il contributo pagato dall'altro sia sufficiente e, di conseguenza, decidere di non contribuire affatto.

Un caso di questo genere è rappresentato nella Figura 36.2, dove sull'asse orizzontale indichiamo il consumo privato di ciascun individuo, e su quello verticale il suo consumo pubblico. La "dotazione" di ciascun individuo corrisponde alla sua ricchezza, w_i, e al contributo al bene pubblico dell'*altro* individuo, poiché tale contributo rappresenta la quantità disponibile del bene pubblico nel caso in cui egli decida di non contribuire.

Nella Figura 36.2A, per esempio, il contributo all'acquisto del bene pubblico è versato solo dall'individuo 1, e quindi $g_1 = G$. In questo caso, la dotazione dell'individuo 2 consiste nella sua ricchezza, w_2, e nella quantità del bene pubblico, G — poiché l'individuo 2 consuma il bene pubblico anche se non vi contribuisce. Dato che l'individuo 2 non può ridurre la quantità del bene pubblico, ma solo aumentarla, il suo vincolo di bilancio è rappresentato dalla linea più marcata della Figura 36.2B. Data la forma della curva di indifferenza dell'individuo 2, dal suo punto di vista comportarsi da free rider e consumare interamente la propria dotazione rappresenta la scelta ottimale, come si vede nella figura.

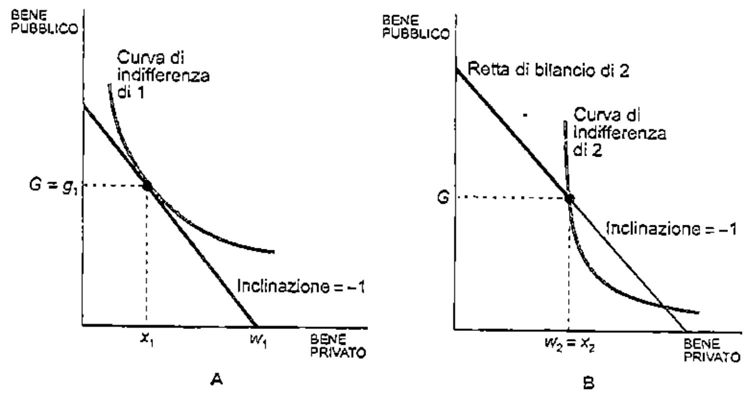


Figura 36.2 **Il problema del free rider.** L'individuo 1 contribuisce, mentre l'individuo 2 si comporta da free rider.

Questo è quindi un esempio di free riding: dato che un bene pubblico è consumato da tutti in uguale quantità, il fatto che un individuo contribuisca al bene pubblico tenderà a ridurre i contributi degli altri. Così, la quantità del bene pubblico fornita in corrispondenza di un equilibrio volontario sarà, in generale, di molto inferiore rispetto a quella efficiente.

36.7 Confronto con i beni privati

Nella nostra discussione sui beni privati, abbiamo dimostrato che il mercato concorrenziale ne determina un'allocazione Pareto-efficiente. Se ciascun consumatore decide quanto acquistare dei vari beni in modo indipendente, ne risulteranno schemi di consumo Pareto-efficienti. L'ipotesi principale di questa analisi è che il consumo di ciascun individuo non influisca sull'utilità degli altri, cioè che non vi siano esternalità del consumo. Quindi, il comportamento massimizzante di ciascun individuo relativamente al proprio consumo è sufficiente perché si realizzi l'ottimo sociale.

La situazione è molto diversa nel caso dei beni pubblici. Infatti, in questo caso le utilità degli individui sono interdipendenti, poiché tutti consumano la stessa quantità del bene pubblico. Quindi, l'offerta dei beni *pubblici* resa possibile dal mercato non è necessariamente Pareto-efficiente.

In effetti, per determinare l'offerta dei beni pubblici si utilizzano *altri* meccanismi di allocazione. In alcuni casi si ricorre a un **meccanismo di tipo autoritario**, nel quale un individuo, o un gruppo ristretto di individui, impone alla collettività di rendere disponibile una determinata quantità di vari beni pubblici. In altri casi, si impiega un **sistema di votazione**, che prevede che gli individui determinino con il voto la quantità da rendere disponibile dei beni pubblici. Tali meccanismi sono in grado di realizzare un'allocazione Pareto-efficiente dei beni pubblici? E viceversa una qualsiasi allocazione Pareto-efficiente dei beni pubblici può essere determinata da tali meccanismi? Anche se una risposta approfondita a questi interrogativi va oltre gli scopi di questo libro, tenteremo di descrivere il funzionamento di alcuni di questi meccanismi.

36.8 Il voto

In genere, l'offerta privata di un bene pubblico non è efficiente, ma vi sono altri meccanismi di scelta sociale: nei paesi democratici, uno dei più comuni è il voto. Esaminiamone il funzionamento nel caso dei beni pubblici.

Poiché il voto nel caso di due consumatori non è interessante, supporremo che ve ne siano n. Supponiamo inoltre che n sia dispari, per non dover tener conto dei risultati di parità. Supponiamo che i consumatori votino per decidere sulla quantità di un bene pubblico, per esempio sulla spesa per la difesa nazionale. Ciascun consumatore ha un livello di spesa preferito, e valuta gli altri livelli a seconda di quanto si avvicinino a questo.

Nel Capitolo 33 abbiamo già visto un problema determinato dalla votazione come meccanismo di scelta sociale. Consideriamo tre livelli di spesa A, B e C. È possibile che vi sia una maggioranza dei consumatori che preferisce A a B, un'altra maggioranza che preferisce B a C ... e un'altra ancora che preferisce C ad A.

Ciò significa che, ricorrendo alla terminologia del Capitolo 33, le preferenze sociali non sono transitive, e quindi l'esito della votazione sul livello del bene pubblico può non essere definito: qualsiasi livello di spesa può essere preferito a qualsiasi altro. Se si può votare più volte su una stessa questione, saranno possibili più scelte differenti, mentre, se si può votare una volta sola, l'esito della votazione dipenderà dall'ordine nel quale le scelte vengono presentate.

Se la prima volta si deve scegliere tra A e B, e poi tra A e C, C vincerà. Ma se si deve scegliere prima tra C e A e poi tra C e B, sarà B a vincere. Ciascuna delle tre scelte può essere preferita a seconda dell'ordine della votazione.

Il "paradosso del voto" appena descritto crea alcuni problemi. È però possibile imporre restrizioni sulle preferenze, in grado di eliminarli. Nella Figura 36.3 sono rappresentate le preferenze del consumatore i. L'altezza delle curve indica il valore o l'utilità netta dei diversi livelli di spesa relativi al bene pubblico. Il termine "utilità netta" è appropriato in questo caso poiché ciascun individuo è interessato sia al livello del bene pubblico che all'entità del proprio contributo. Livelli più alti di spesa comportano una maggiore disponibilità di beni pubblici, ma anche tasse più elevate. È ragionevole quindi supporre che l'utilità netta della spesa per il bene pubblico sia dapprima crescente e in seguito decrescente, in relazione al rapporto tra i costi e i benefici.

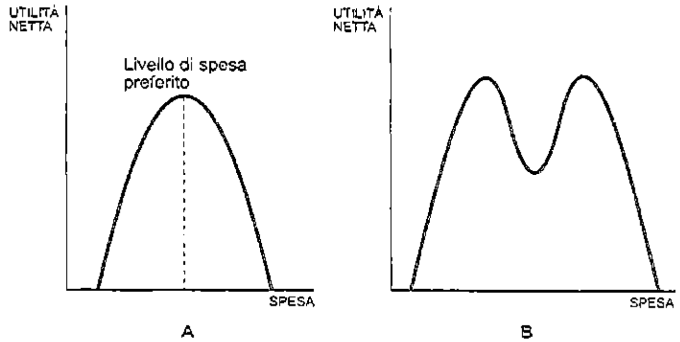


Figura 36.3 **Forma delle preferenze.** Le preferenze con un'utilità netta che presenta un unico massimo sono rappresentate nel quadro A e quelle con un'utilità netta che presenta più massimi nel quadro B.

Una particolare restrizione sulle preferenze comporta che l'utilità netta abbia un **unico massimo**, cioè che abbiano la forma rappresentata nella Figura 36.3A, piuttosto che quella della Figura 36.3B.

Se l'utilità netta di ciascun individuo ha un unico massimo, può essere dimostrato che le preferenze sociali espresse dal voto di maggioranza non sono mai intransitive. Quale sarà, in questo caso, il livello di spesa scelto da ciascun individuo? Tale livello corrisponde alla **spesa mediana** — il livello rispetto al quale metà della collettività è disposta a pagare di più, e l'altra metà di meno. Questo risultato è intuitivo: se più della metà dei cittadini fosse disposta a pagare di più per il bene pubblico, il voto rifletterebbe tale scelta, e quindi il solo esito possibile di equilibrio della votazione è quello in cui i voti per l'aumento o la diminuzione della spesa si bilanciano esattamente.

È questo un livello efficiente del bene pubblico? In generale, la risposta è negativa, poiché la mediana implica che metà della collettività è disposta a pagare di più e l'altra metà di meno, ma non specifica *quanto di più*. Dato che l'efficienza si basa su questo tipo di informazione, il voto non condurrà, in genere, a un esito efficiente.

Inoltre, anche se le utilità nette degli individui hanno un solo massimo e quindi il voto può avere un esito definito, gli individui possono esprimere un voto che non riflette le loro reali preferenze. In genere, l'incentivo a votare in questo modo dipende dalla possibiltà di manipolare l'esito finale.

ESEMPIO: Manipolazione dell'ordine del giorno

Abbiamo visto che il risultato di una serie di votazioni successive può dipendere dall'ordine in cui vengono proposte le diverse alternative. Gli uomini politici esperti sono ben consapevoli di questa possibilità. Nel Congresso degli Stati Uniti, gli emendamenti a una proposta di legge devono essere votati prima della legge cui si riferiscono, e questa procedura offre un modo comunemente usato per influenzare il processo legislativo.

Nel 1956 la Camera dei Deputati esaminò una proposta di legge che richiedeva il sostegno del governo federale alla costruzione di nuove scuole. Un deputato presentò un emendamento in base al quale il governo avrebbe dovuto fornire un contributo solo agli stati in cui le scuole praticavano l'integrazione razziale. Esistevano tre gruppi di deputati, più o meno della stessa grandezza, con opinioni ben definite su questo tema.

- Repubblicani. Si opponevano al contributo del governo federale alle spese per l'istruzione, ma preferivano la proposta emendata a quella originale. Il loro ordinamento delle alternative era: nessuna legge, proposta emendata, proposta originale.
- Democratici del nord. Sostenevano il contributo del governo federale alle spese per l'istruzione, e quindi il loro ordinamento delle alternative era: proposta emendata, proposta originale, nessuna legge.
- Democratici del sud. Questo gruppo sosteneva il contributo del governo alle spese per l'istruzione, ma gli stati del sud non avrebbero ottenuto alcun contributo se fosse stata approvata la proposta emendata, a causa della segregazione razziale che praticavano nelle scuole. Il loro ordinamento era quindi: proposta originale, nessuna legge, proposta emendata.

Nel votare l'emendamento, i Repubblicani e i Democratici del nord erano in maggioranza, e quindi approvarono la proposta emendata invece che quella originale. Ma quando si trattò di votare la proposta di legge emendata, la maggioranza era rappresentata dai Repubblicani e dai Democratici del sud, e quindi la proposta fu respinta. Eppure prima di essere emendata la proposta originale poteva contare sulla maggioranza dei voti!

36.9 Rivelazione della domanda

Abbiamo visto che la votazione a maggioranza, anche se conduce a un esito definito, non induce necessariamente gli individui a rivelare correttamente le loro preferenze: questo perché può esservi un incentivo a manipolare il risultato della votazione.

Questa considerazione ci spinge a chiederci se esistono altri meccanismi che incentivano gli individui a esprimere correttamente le proprie preferenze relative ai beni pubblici.

Un meccanismo possibile è quello dell'"asta". Tuttavia, questo meccanismo esige che le preferenze siano quasi-lineari. Come abbiamo già visto, questo implica a sua volta che esista una sola quantità ottima del bene pubblico e che non si debba far altro che scoprirla. Per semplicità, consideriamo il caso in cui può essere offerto un unico livello del bene pubblico, e il problema è se offrirlo o no.

Per esempio, supponiamo che gli abitanti di un quartiere desiderino illuminare una strada, e che il costo dell'illuminazione sia \$100. Ciascun individuo i attribuisce all'illuminazione della strada un valore v_i. Dall'analisi che abbiamo svolto in precedenza risulta che fornire l'illuminazione della strada è efficiente se la *somma* dei valori è maggiore o uguale al costo:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i \geq \$100.$$

Un modo per decidere se installare o no l'illuminazione consiste nel chiedere a ciascun abitante il valore che attribuisce a questo bene pubblico, con l'avvertenza che, se si deciderà per l'illuminazione, il suo contributo sarà proporzionale al valore espresso. Tale meccanismo presenta lo svantaggio di incentivare il free riding: se ciascun individuo ritiene che gli altri saranno disposti a versare un contributo sufficiente, perché dovrebbe versare il suo? In questo caso, probabilmente non si illuminerà la strada, anche se potrebbe essere efficiente farlo.

Il problema dipende dal fatto che esiste un incentivo a non rivelare il valore realmente attribuito, poiché il valore dichiarato da ciascun individuo determina quanto egli effettivamente pagherà. Consideriamo un altro meccanismo che non presenti questo inconveniente. Supponiamo che si decida in anticipo la quota, per esempio c_i, che ciascuno verserà se si installa l'illuminazione. Ciascun individuo rivela successivamente il valore che attribuisce al bene pubblico, e quindi si procede confrontando la somma dei valori con il costo. È opportuno definire il valore netto, n_i, come differenza tra il valore espresso dall'individuo i, v_i, e la sua partecipazione al costo, c_i:

$$n_i = v_i - c_i.$$

Impiegando tale definizione, immaginiamo che ciascun individuo esprima il valore netto che attribuisce al bene pubblico e che, quindi, si possano sommare tutti i valori netti per verificare che il totale sia positivo.

Il problema legato a *questo* meccanismo è che induce a esagerare le dichiarazioni dei valori attribuiti. Se si attribuisce all'illuminazione stradale un valore anche leggermente superiore alla propria partecipazione al costo, non fa alcuna differenza dichiarare un valore di un milione di dollari, poiché ciò non influisce sull'ammontare del proprio contributo e, inoltre, assicura che la somma dei valori supererà il costo. Analogamente, se il valore attribuito è anche lievemente inferiore alla propria partecipazione al costo, si può tranquillamente dichiarare un valore nullo. Di nuovo, il valore dichiarato non influisce sul contributo, e questo fa sì che l'illuminazione *non* sia installata.

Il problema comune a questi due meccanismi è che non costa nulla dichiarare il falso. Se non vi sono incentivi a dichiarare il valore reale attribuito a un bene pubblico, si è spinti a sottostimare o a sovrastimare le proprie valutazioni.

Vogliamo sapere se è possibile risolvere tale problema. In primo luogo, osserviamo che una valutazione esagerata non è rilevante se non ha effetti sulla decisione sociale. Se la somma delle valutazioni di tutti gli altri individui è già maggiore dei loro contributi ai costi, non ha importanza se un individuo esprime una valutazione esagerata. Analogamente, se la somma è inferiore ai contributi, non ha importanza il valore che un individuo dichiara, sempre che la somma dei valori espressi da ciascuno resti inferiore al costo.

In definitiva, dobbiamo considerare solo gli individui che sono in grado di *modificare* la somma delle valutazioni, in modo da renderla maggiore o minore del costo del bene pubblico. Tali individui sono definiti **pivot**[3]. Può accadere che non vi sia alcun pivot oppure che tutti lo siano: la loro importanza discende dal fatto che questi individui sono i soli che devono essere incentivati in modo corretto a dichiarare il vero. Ovviamente, chiunque *potrebbe* essere pivot, quindi, se i pivot sono incentivati in modo corretto a dichiarare il vero, lo saranno anche tutti gli altri individui.

Consideriamo la situazione di un pivot: se egli modifica la decisione sociale, allora qualcun altro ne subirà le conseguenze. Per esempio, se gli abitanti di un quartiere vogliono l'illuminazione stradale e il pivot vota contro, la sua decisione diminuirà la soddisfazione degli altri individui. Analogamente, se gli abitanti di un quartiere non vogliono l'illuminazione stradale e il voto del pivot è decisivo per installarla, la loro soddisfazione diminuirà.

Vogliamo sapere di quanto diminuisce la soddisfazione degli altri individui. Se la somma dei valori netti è positiva senza l'individuo j, e costui la rende negativa, il danno complessivo che j provoca agli altri abitanti è

$$H_j = \sum_{i \neq j} n_i > 0.$$

Questo perché gli altri desiderano che la strada sia illuminata, mentre j ha deciso il contrario.

Analogamente, se nessuno desidera l'illuminazione, così che la somma dei valori netti espressi da tutti gli abitanti è negativa, e il voto di j è in grado di renderla positiva, allora il danno provocato da j è

$$H_j = -\sum_{i \neq j} n_i > 0.$$

[3] La parola *pivot* significa perno, cardine, punto centrale.

Affinché l'individuo j sia incentivato in modo corretto a decidere se essere o no pivot gli attribuiremo l'intero costo sociale. In questo modo egli potrà valutare il costo sociale effettivo della sua decisione — cioè il danno che arreca agli altri. Questo caso è analogo a quello della tassa di Pigou, che abbiamo esaminato a proposito della regolamentazione delle esternalità. Nel caso dell'offerta di un bene pubblico, questo tipo di tassa è noto come **tassa di Groves-Clarke** o **tassa di Clarke**, dal nome degli economisti che per primi la analizzarono.

La tassa di Groves-Clarke descrive il seguente meccanismo di decisione sociale:

1. Si attribuisce a ciascun individuo un costo, c_i, che egli deve pagare se decide che il bene pubblico venga offerto.

2. Si fa dichiarare a ciascun individuo un valore netto s_i (che può corrispondere o no al suo *vero* valore netto n_i.)

3. Se la somma dei valori netti dichiarati è positiva, il bene pubblico sarà fornito, se è negativa, non sarà fornito.

4. Ciascun pivot deve pagare una tassa. Se l'individuo j, con la sua decisione, fa sì che il bene che doveva essere fornito non venga reso disponibile, paga una tassa pari a

$$H_j = \sum_{i \neq j} s_i.$$

Nel caso contrario, la tassa sarà

$$H_j = -\sum_{i \neq j} s_i.$$

La tassa *non* è versata agli altri individui, ma allo stato: non ha importanza, infatti, a chi va questa somma, fino a che essa non influisce sulle decisioni degli altri. Ciò che conta è che sia pagata dai pivot, in modo che essi abbiano gli incentivi appropriati a dichiarare il vero.

ESEMPIO: Un esempio della tassa di Clarke

Presentiamo un esempio numerico: supponiamo che tre persone che vivono nello stesso appartamento debbano decidere se acquistare o no un televisore che costa \$300. Essi decidono di comune accordo che, se lo acquistano insieme, ciascuno di loro contribuirà con \$100. Ma gli individui A e B sono disposti a pagare ciascuno \$50, mentre C è disposto a pagarne 250. Questi dati sono riportati nella Tabella 36.2.

Notiamo che il televisore ha un valore netto positivo solo per l'individuo C. Quindi, se si procedesse a una votazione, la maggioranza sarebbe contraria all'acquisto. Nonostante ciò, l'acquisto del televisore è Pareto-efficiente, poiché la *somma* dei valori (\$350) è maggiore del costo (\$300).

Applichiamo in questo esempio la tassa di Clarke. Consideriamo l'individuo A. La somma dei valori netti è 100, se *escludiamo* A, mentre il valore netto del

Individuo	Quota del costo	Valore Attribuito	Valore Netto	Tassa di Clarke
A	100	50	−50	0
B	100	50	−50	0
C	100	250	150	100

Tabella 36.2 **Esempio di una tassa di Clarke**

bene pubblico per A è −50. Ciò significa che A non è un pivot. Poiché la sua soddisfazione diminuisce se il bene pubblico viene acquistato, A potrebbe essere tentato di fare un'offerta esageratamente bassa. Per assicurarsi che il bene pubblico *non* venga acquistato, A deve dichiarare −100 o un valore inferiore. Ma se si comporta in questo modo, A diventa un pivot e deve pagare la tassa di Clarke, che è uguale alla somma delle dichiarazioni degli altri due individui: $-50 + 150 = 100$. Quindi, dichiarare un valore troppo basso fa risparmiare ad A \$50, ma gli costa \$100 di tassa, con una perdita netta di \$50.

Lo stesso vale per B. D'altra parte, nel nostro esempio l'individuo C è un pivot, poiché senza la sua dichiarazione il bene pubblico non sarebbe acquistato. Il valore netto del bene pubblico è per lui \$150, ma ne paga 100 di tassa, e quindi il suo valore netto si riduce a \$50. Ma gli conviene dichiarare un valore superiore a quello effettivo? La risposta è negativa, perché non modificherebbe il suo payoff. Non sarà neppure conveniente, per lui, abbassare l'offerta, perché ridurrebbe la probabilità che il bene pubblico venisse fornito, mentre non farebbe variare l'ammontare della tassa. Quindi, è nell'interesse di tutti dichiarare l'effettivo valore attribuito al bene pubblico. L'onestà è la miglior politica, quanto meno in una situazione caratterizzata dalla tassa di Clarke[4].

36.10 Problemi della tassa di Clarke

La tassa di Clarke presenta però alcuni problemi. In primo luogo, funziona solo con preferenze quasi-lineari, perché non abbiamo consentito che la somma che un individuo deve pagare influenzi la sua domanda del bene pubblico: vi è un solo livello ottimale del bene pubblico.

In secondo luogo, la tassa di Clarke non determina in realtà un risultato Pareto-efficiente. Il livello del bene pubblico sarà ottimale, ma il consumo privato potrebbe essere più elevato. Infatti, perché vi siano incentivi corretti, i pivot devono pagare tasse pari all'ammontare del danno che provocano agli altri. Inoltre, il ricavato di queste tasse non può andare a nessun altro che sia coinvolto nel processo decisionale,

[4] Per un esame più approfondito della tassa di Clarke, si veda N. Tideman e G. Tullock, "A New and Superior Process for Making Social Choices", *Journal of Political Economy*, 84, dicembre 1976, 1145–59.

perché ciò potrebbe influire sulle sue decisioni. Le tasse devono sparire dal sistema. In questo risiede il problema: se devono essere pagate effettivamente le tasse, il livello dei consumi privati sarà più basso di quanto potrebbe essere, e non sarà perciò Pareto-efficiente.

In ogni caso, le tasse vanno pagate solo se esistono pivot. Se molti individui sono coinvolti nel processo decisionale, la probabilità che qualcuno sia un pivot non è molto elevata, quindi l'ammontare della tassa riscossa sarà piuttosto basso.

Infine, vi è il problema del tradeoff tra equità ed efficienza relativamente alla tassa di Clarke. Poiché il pagamento deve essere fissato in anticipo, vi saranno, in generale, casi in cui alcuni individui vedranno diminuire la propria soddisfazione a causa dell'offerta del bene pubblico, anche se la *quantità* offerta è Pareto-efficiente. Dire che fornire un bene pubblico è preferito in senso paretiano, significa affermare che vi è *qualche* schema di pagamento in base al quale aumenta la soddisfazione di tutti, in conseguenza del fatto che il bene viene fornito. Ma non è detto che uno schema di pagamento *arbitrario* conduca allo stesso risultato. La tassa di Clarke fa sì che, se la soddisfazione di tutti può essere maggiore nel caso in cui il bene pubblico sia fornito, questo sarà effettivamente fornito, il che però non implica che la soddisfazione di tutti sia effettivamente maggiore.

L'ideale sarebbe che vi fosse uno schema in grado non solo di determinare se fornire o no il bene pubblico, ma anche il modo Pareto-efficiente di farlo — cioè un sistema di pagamento che aumenti la soddisfazione di ciascuno: tuttavia, non sembra che uno schema di questo tipo sia realizzabile.

Sommario

1. I beni pubblici sono quelli che tutti devono "consumare" nella stessa quantità, come, per esempio, la difesa nazionale, l'inquinamento dell'aria e così via.

2. Nel caso in cui un bene pubblico debba essere fornito in quantità fissa oppure non fornito del tutto, una condizione necessaria e sufficiente perché l'offerta sia Pareto-efficiente è che la somma delle disponibilità a pagare (i prezzi di riserva) sia superiore al costo del bene pubblico.

3. Nel caso in cui un bene pubblico possa essere fornito in quantità variabili, la condizione necessaria perché una determinata quantità sia Pareto-efficiente è che la somma delle disponibilità marginali a pagare (i saggi marginali di sostituzione) sia uguale al costo marginale.

4. Il problema del free rider descrive il fatto che gli individui sono tentati di scaricare l'onere dell'acquisto di un bene pubblico. In generale, a causa del free riding, meccanismi puramente individualistici non consentono di fornire la quantità ottimale di un bene pubblico.

5. Sono stati proposti vari metodi di decisione collettiva per determinare l'offerta di un bene pubblico. Questi metodi includono i meccanismi di tipo autoritario, il voto e la tassa di Clarke.

Domande

1. Consideriamo un'asta in cui gli individui debbano fare, a turno, un'offerta, che deve essere superiore alla precedente almeno di un dollaro, e in cui il bene è venduto a chi fa l'offerta più alta. Se il valore attribuito al bene dall'individuo i è v_i, quale sarà l'offerta vincente? Chi si aggiudicherà il bene?

2. Si consideri il caso in cui un bene viene messo all'asta tra n individui che possono esprimere le loro offerte in segreto. Sia v_i il valore attribuito al bene dall'individuo i. Si dimostri che, se il bene è venduto a chi ha proposto il *secondo* prezzo in ordine di grandezza, sarà nell'interesse di ciascuno dichiarare il vero valore.

3. Supponiamo che lungo una strada abitino dieci persone e che ciascuna di esse sia disposta a pagare due dollari per un lampione supplementare, indipendentemente dal numero dei lampioni esistenti. Se fornire x lampioni costa $c(x) = x^2$, quanti lampioni dovranno essere forniti perché il risultato sia Pareto-efficiente?

APPENDICE

Risolviamo il problema di massimizzazione che determina le allocazioni Pareto-efficienti del bene pubblico:

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G)$$

$$\text{tale che } u_2(x_2, G) = \overline{u}_2$$

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2.$$

Scriviamo la Lagrangiana:

$$L = u_1(x_1, G) - \lambda[u_2(x_2, G) - \overline{u}_2] - \mu[x_1 + x_2 + c(G) - w_1 - w_2]$$

e differenziamo rispetto a x_1, x_2 e G, ottenendo

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\lambda\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \lambda\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} - \mu\frac{\partial c(G)}{\partial G} = 0.$$

Con opportune trasformazioni, otteniamo

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu}\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} = \frac{\partial c(G)}{\partial G}. \tag{36.2}$$

Risolviamo la prima equazione per μ, ottenendo

$$\mu = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1}$$

e la seconda per μ/λ, ottenendo

$$\frac{\mu}{\lambda} = -\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2}.$$

Sostituendo queste due equazioni nella (36.2) otteniamo

$$\frac{\partial u_1(x_1, G)/\partial G}{\partial u_1(x_1, G)/\partial x_1} + \frac{\partial u_2(x_2, G)/\partial G}{\partial u_2(x_2, G)/\partial x_2} = \frac{\partial c(G)}{\partial G}$$

che equivale a

$$MRS_1 + MRS_2 = MC(G)$$

come abbiamo affermato nel testo.

37

INFORMAZIONE ASIMMETRICA

Nel nostro precedente studio dei mercati abbiamo escluso ogni problema derivante da differenze nell'informazione. Abbiamo infatti assunto che la qualità dei beni scambiati sul mercato fosse perfettamente nota sia ai compratori che ai venditori. Possiamo mantenere questa ipotesi se la qualità di un bene può essere facilmente verificata. Se fosse possibile distinguere a colpo d'occhio, senza alcun costo, i beni di una qualità da quelli di un'altra, allora i loro prezzi semplicemente varierebbero sino a riflettere questa differenza.

Tuttavia, qualora ottenere informazioni sulla qualità fosse un processo costoso, tale ipotesi sarebbe irragionevole. In effetti esistono molti mercati nei quali può essere molto costoso o addirittura impossibile acquisire informazioni accurate relativamente alla qualità dei beni scambiati.

Un esempio ovvio è il mercato del lavoro. Nei semplici modelli descritti in precedenza, abbiamo considerato il lavoro un fattore produttivo omogeneo — ciascun individuo era dotato dello stesso "tipo" di lavoro e forniva la stessa prestazione per ora lavorata. Questa è evidentemente una semplificazione drastica! In realtà, per un'impresa può essere molto difficile determinare la produttività delle persone che occupa.

Il problema del costo dell'informazione non riguarda soltanto i mercati del lavoro. Problemi analoghi sorgono nei mercati dei beni destinati ai consumatori. Quando un consumatore intende acquistare un'automobile usata, gli può riuscire molto difficile stabilire se essa sia o no di buona qualità. D'altra parte, è probabile

che la qualità dell'auto sia perfettamente nota al venditore. Vedremo come il funzionamento efficiente di un mercato può divenire altamente problematico a causa di questa **informazione asimmetrica**.

37.1 Il mercato delle automobili usate

Esaminiamo ora in dettaglio un modello di mercato nel quale chi offre un bene ha informazioni differenti sulla qualità del bene scambiato rispetto a chi lo domanda[1].

Consideriamo un mercato nel quale 100 persone sono disposte a vendere la propria automobile usata e 100 persone desiderano acquistarne una. Ciascuno sa che 50 auto sono di buona qualità e 50 sono invece scadenti[2]. Gli attuali proprietari delle automobili ne conoscono la qualità, mentre i possibili acquirenti non sanno se una particolare automobile sia o no di buona qualità.

Chi possiede un'auto scadente è disposto a privarsene per \$1000, mentre chi ne possiede una di buona qualità è disposto a venderla per \$2000. Gli acquirenti sono disposti a pagare \$2400 per una buona auto e \$1200 per una scadente.

Se la qualità delle automobili fosse immediatamente osservabile, il mercato funzionerebbe senza difficoltà. Le auto peggiori sarebbero vendute a un prezzo compreso tra \$1000 e \$1200 e quelle migliori a un prezzo compreso tra \$2000 e \$2400. Ma che cosa accade se gli acquirenti *non sono in grado* di determinare la qualità delle automobili?

In questo caso gli acquirenti devono esprimere delle congetture sul valore delle automobili. Si possono fare alcune ipotesi su tali congetture: noi assumeremo semplicemente che, se è altrettanto probabile che la qualità di un'auto sia buona o cattiva, l'acquirente tipico sarà disposto a pagare il valore atteso dell'auto. Nel nostro esempio ciò significa che sarà disposto a pagare $\frac{1}{2}1200 + \frac{1}{2}2400 = \$1800$.

Ma chi sarà disposto a vendere un'auto a quel prezzo? Lo saranno certamente i proprietari delle auto scadenti, ma non i proprietari di quelle di buona qualità — abbiamo infatti assunto che questi ultimi fossero disposti a vendere la propria automobile per non meno di \$2000. Il prezzo che gli acquirenti sono disposti a pagare per un'automobile "media" è inferiore a quello richiesto dai venditori delle automobili migliori. Ad un prezzo di \$1800 sarebbero quindi offerte solo le automobili peggiori.

Ma se l'acquirente fosse certo di ottenere un'auto scadente, allora non sarebbe disposto a pagarla \$1800! In effetti, il prezzo d'equilibrio in questo mercato dovrebbe essere compreso tra \$1000 e \$1200. Per un prezzo compreso in questo intervallo sarebbero poste in vendita solo auto di cattiva qualità, e perciò gli acquirenti si aspetterebbero (correttamente) di comprare solo auto scadenti. In questo mercato

[1] Il primo studio che ha puntualizzato alcune difficoltà presenti in mercati di questo tipo è stato Akerlof G., "The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *The Quarterly Journal of Economics*, 1970, 84, 488–500.

[2] Nel testo originale l'autore ricorre ai termini gergali *lemon* e *plum* per designare rispettivamente le automobili di cattiva e di buona qualità, secondo l'uso inaugurato da Akerlof. L'espressione "The Market for Lemons" è diventata tipica nel contesto dei problemi discussi nel presente capitolo. [*N.d.T.*]

non sarebbe venduta neppure una buona auto! Nonostante il prezzo al quale gli acquirenti sono disposti ad acquistare auto di buona qualità sia superiore a quello al quale i venditori sono disposti a venderle, non ha luogo alcuno scambio di questo tipo.

È interessante esaminare l'origine di questo fallimento del mercato. Il problema è che si verifica un'esternalità tra i venditori di automobili buone e quelli di automobili scadenti: quando un individuo decide di provare a vendere un'auto cattiva, influenza la percezione che gli acquirenti hanno della qualità di un'automobile media sul mercato. Ciò riduce il prezzo che essi sono disposti a pagare per un'automobile media, e in questo modo danneggia chi tenta di vendere le automobili buone. È questa esternalità a determinare il fallimento del mercato.

Le automobili che più probabilmente sono poste in vendita sono quelle delle quali i proprietari desiderano maggiormente sbarazzarsi. Il fatto stesso che un bene sia posto in vendita offre al possibile acquirente un'indicazione della sua qualità. Se viene offerto un numero eccessivo di beni di bassa qualità, sarà difficile riuscire a vendere quelli di qualità più alta.

37.2 Scelta della qualità

Nel modello delle automobili usate avevamo posto che vi fosse un numero fisso di auto di ciascuna qualità. Consideriamo ora una variazione di quel modello, supponendo che la qualità possa invece essere scelta dai produttori. Vogliamo mostrare come in questo semplice mercato si determina la qualità di equilibrio.

Supponiamo che ciascun consumatore desideri acquistare un solo ombrello e che siano disponibili due diverse qualità di ombrelli. I consumatori valutano quelli di alta qualità \$14 e quelli di bassa qualità \$8. Inoltre, è impossibile stabilire la qualità degli ombrelli prima di acquistarli: la si conoscerà soltanto dopo qualche temporale.

Supponiamo che alcuni fabbricanti producano ombrelli di alta qualità ed altri ombrelli di bassa qualità. Supponiamo infine che fabbricare entrambi i tipi di ombrello costi \$11.50 e che l'industria sia perfettamente concorrenziale. Quale sarà la qualità di equilibrio degli ombrelli prodotti?

Supponiamo che i consumatori valutino la qualità degli ombrelli disponibili sul mercato in base alla qualità *media* venduta, esattamente come nel caso del mercato delle auto usate. Se indichiamo con q la frazione di ombrelli di alta qualità, allora il consumatore sarà disposto a pagare un ombrello $p = 14q + 8(1 - q)$.

Vi sono tre casi da prendere in considerazione.

Producono soltanto i fabbricanti di bassa qualità. In questo caso i consumatori saranno disposti a pagare un ombrello medio soltanto \$8. Poiché ciascun ombrello è prodotto al costo di \$11.50, non ne verrà venduto nessuno.

Producono soltanto i fabbricanti di alta qualità. In questo caso i produttori in concorrenza ridurranno il prezzo al costo marginale, \$11.50. Poiché i consumatori erano disposti a pagare \$14, questi ultimi ne ricaveranno un surplus.

Vengono prodotte entrambe le qualità. In questo caso, poiché il mercato è perfettamente concorrenziale, il prezzo sarà \$11.50. Affinché il consumatore valuti la qualità media disponibile almeno \$11.50, dobbiamo avere

$$14q + 8(1 - q) \geq 11.50.$$

Il più basso valore di q che soddisfa questa disuguaglianza è $q = 7/12$. Ciò significa che se 7/12 degli ombrelli offerti sono di alta qualità, i consumatori saranno disposti a pagare un ombrello \$11.50.

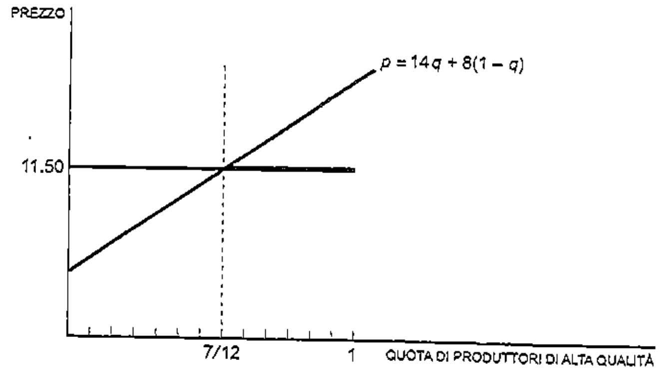


Figura 37.1 **Qualità di equilibrio.** La retta orizzontale rappresenta le condizioni di offerta: il mercato è disposto a offrire entrambe le qualità di ombrelli per \$11.50. La retta inclinata rappresenta le condizioni di domanda: i consumatori sono disposti a pagare un prezzo maggiore se la qualità media è più elevata. Il mercato è in equilibrio se la quota di produttori di alta qualità è maggiore di 7/12.

La determinazione della quota dei produttori di alta qualità corrispondente all'equilibrio è rappresentata nella Figura 37.1. Rappresentiamo sull'asse orizzontale q la frazione di produttori di alta qualità e sull'asse verticale la disponibilità dei consumatori a pagare un ombrello, se la proporzione offerta di ombrelli di alta qualità è uguale a q. Poiché i produttori sono disposti a offrire entrambe le qualità di ombrelli al prezzo di \$11.50, le condizioni di offerta sono rappresentate dal tratto orizzontale in corrispondenza di \$11.50.

I consumatori sono disposti ad acquistare ombrelli solo se $14q+8(1-q) \geq 11,50$: la linea più marcata rappresenta il confine di questa regione. Il valore di equilibrio di q è compreso tra 7/12 e 1.

In questo mercato il prezzo di equilibrio è \$11.50, ma il consumatore valuta un ombrello medio tra \$11.50 e \$14, in relazione alla quantità di ombrelli di alta qualità. Vi è equilibrio in corrispondenza di ogni valore di q compreso tra 1 e 7/12.

Queste situazioni di equilibrio non sono però tutte equivalenti da un punto di vista sociale. I produttori hanno un surplus nullo in ogni caso, poiché abbiamo assunto che il mercato sia perfettamente concorrenziale e che i costi marginali siano costanti. Esaminiamo pertanto il surplus del consumatore. È facile vedere che più elevata è la qualità media, migliore è la situazione dei consumatori. La situazione migliore dal punto di vista dei consumatori è quella nella quale vengono prodotti esclusivamente beni di alta qualità.

La scelta della qualità

Modifichiamo ora il nostro modello. Supponiamo che ciascun produttore possa scegliere la qualità degli ombrelli che produce, e che il costo di un ombrello di alta qualità sia $11.50, mentre quello di un ombrello di bassa qualità sia $11. Che cosa accadrà in questo caso?

Supponiamo che la frazione di produttori che sceglie gli ombrelli di alta qualità sia q, dove $0 < q < 1$. Consideriamo uno di questi produttori. Se il suo comportamento è quello di un'impresa concorrenziale e quindi se egli ritiene di avere un'influenza trascurabile sul prezzo *e* sulla qualità di mercato, allora produrrà esclusivamente ombrelli di bassa qualità. Infatti, poiché la sua influenza sul prezzo di mercato è trascurabile, sceglierà di produrre il bene che gli assicura il maggior profitto.

Ma poiché questa è una scelta disponibile a ciascun produttore, verranno prodotti solamente ombrelli di bassa qualità. Dato che i consumatori sono disposti a pagare un ombrello di bassa qualità soltanto $8, non vi sarà equilibrio. O, se si preferisce, vi è un unico equilibrio in corrispondenza di una produzione nulla di *entrambe* le qualità di ombrelli! La possibilità di produrre beni di bassa qualità ha distrutto il mercato di *tutte e due* le qualità!

37.3 Adverse selection

Il fenomeno descritto nel paragrafo precedente è un esempio di **adverse selection** (selezione negativa). Nel modello che abbiamo appena esaminato i beni di cattiva qualità escludono quelli di buona qualità perché per ottenere le informazioni necessarie si deve sostenere un costo elevato. Come abbiamo visto, il problema della selezione negativa può essere talmente serio da distruggere completamente il mercato. Consideriamo qualche altro esempio.

Esaminiamo per primo il caso delle assicurazioni. Supponiamo che un'impresa intenda offrire un'assicurazione contro il furto di biciclette. Da un'attenta indagine di mercato risulta che i casi di furto variano in modo considerevole da comunità a comunità. In alcune aree la probabilità che una bicicletta sia rubata è molto alta, mentre in altre i furti sono piuttosto rari. Supponiamo quindi che l'impresa decida di offrire un'assicurazione basata sull'incidenza *media* dei furti. Che cosa avverrà?

È probabile che la compagnia di assicurazioni fallisca rapidamente! Infatti chi abita in comunità sicure non vorrà assicurarsi perché non ne sente la necessità. Al contrario vorranno assicurarsi le persone che abitano in comunità con un'elevata incidenza di furti: sono le uniche ad averne bisogno.

Ma ciò significa che le richieste di risarcimento proverranno per la maggior parte dai consumatori che vivono in aree ad alto rischio. Premi assicurativi basati sulla probabilità *media* di furto rifletteranno in modo distorto le effettive richieste di risarcimento ricevute dalla compagnia. Agendo in quel modo l'impresa di assicurazioni non sarà imparziale nei confronti dei propri clienti, al contrario otterrà una *selezione negativa*. Il termine "*adverse selection*" fu in effetti usato inizialmente nelle assicurazioni per descrivere proprio questo tipo di problema.

La compagnia di assicurazioni, per non fallire, dovrà pertanto basare i premi richiesti sulla previsione del "caso peggiore"; di conseguenza gli individui esposti a un basso, anche se non trascurabile, rischio di furto non saranno disposti ad assicurarsi a un prezzo così elevato.

Si ha un problema simile nel caso dell'assicurazione contro le malattie: i premi non possono dipendere dall'incidenza *media* delle malattie tra la popolazione. Le imprese di assicurazione possono solo far dipendere i premi richiesti dall'incidenza delle malattie nel gruppo dei potenziali clienti. Ma le persone che più desiderano assicurarsi contro le malattie sono quelle che ne hanno maggiormente bisogno, e quindi i premi devono riflettere questa disparità.

In un caso del genere è possibile migliorare la situazione di ciascun individuo *obbligando* tutti a contrarre un'assicurazione che rifletta il rischio medio della popolazione. In questo modo la situazione degli individui ad alto rischio migliorerà perché essi potranno assicurarsi per un premio basato su un rischio inferiore a quello al quale sono effettivamente esposti, e gli individui a basso rischio potranno contrarre un'assicurazione più vantaggiosa di quella che sarebbe stata offerta se *solo* gli individui ad alto rischio l'avessero richiesta.

Un caso del genere, nel quale l'equilibrio di mercato è dominato da un piano di acquisto obbligatorio, è piuttosto sorprendente per molti economisti. In generale riteniamo che "più scelte sono disponibili, meglio è", e quindi è piuttosto curioso che una restrizione delle scelte possa dar luogo a un miglioramento paretiano. Ma va sottolineato che questo risultato paradossale è dovuto all'esternalità tra gli individui ad alto rischio e quelli a basso rischio.

Nella realtà vi sono istituzioni che possono contribuire a risolvere questa inefficienza del mercato. È piuttosto comune il caso dell'assicurazione contro le malattie offerta come beneficio aggiuntivo ai dipendenti di una società. La compagnia di assicurazione può basare i premi richiesti sulla media dell'insieme dei dipendenti, ed è certa che *tutti* i dipendenti beneficeranno dell'assicurazione, eliminando in questo modo la selezione negativa.

37.4 Moral hazard

Un altro interessante problema nell'industria delle assicurazioni è noto come **moral hazard** (rischio morale). Il termine è piuttosto singolare, ma il fenomeno non è difficile da descrivere. Consideriamo di nuovo il mercato delle assicurazioni contro il furto di biciclette e supponiamo per semplicità che tutti i consumatori vivano in aree con identiche probabilità di furto, eliminando in questo modo il problema della selezione negativa. D'altra parte, la probabilità che il furto si verifichi può essere influenzata dalle *azioni* dei proprietari delle biciclette.

Per esempio, se i proprietari non si preoccupano di chiudere a chiave le biciclette oppure usano serrature poco resistenti, è molto più probabile che queste vengano rubate di quanto non sarebbe se fossero protette con un solido lucchetto. Possiamo trovare esempi del genere in altri tipi di assicurazione. Nel caso dell'assicurazione contro le malattie, per esempio, è meno probabile che un individuo abbia bisogno di contrarre un'assicurazione se conduce una vita sana. Chiameremo *fare attenzione* l'atteggiamento che influenza la probabilità che un qualche evento abbia luogo.

Nel fissare i premi un'impresa di assicurazioni deve tener conto degli incentivi a fare attenzione alla cosa assicurata. Se non è disponibile alcuna assicurazione il consumatore è incentivato ad avere la massima attenzione possibile. Se per esempio fosse impossibile assicurare le biciclette contro il furto, tutti i ciclisti userebbero solidi e costosi lucchetti. In questo caso gli individui sostengono l'intero costo delle proprie scelte e perciò sono disposti a "investire" nel prendersi adeguatamente cura dei propri beni fino a che il beneficio marginale derivante da questo comportamento sia uguale al suo costo marginale.

Ma se un individuo è assicurato, il costo che sostiene in caso di furto della sua bicicletta è molto minore. Dopo tutto, se quell'individuo subisce un furto, non farà altro che segnalarlo alla compagnia di assicurazioni, che gli verserà una somma sufficiente a rimpiazzare la bicicletta rubata. Nel caso estremo in cui la compagnia rimborsi completamente l'assicurato, egli non avrà alcun incentivo a prendersi cura della sua bicicletta. Questa mancanza d'incentivi è chiamata *moral hazard*.

Si noti il trade-off implicato dalla situazione: una copertura assicurativa troppo bassa costringe gli individui a sostenere un rischio eccessivo, mentre una copertura assicurativa troppo alta li spinge a non aver sufficiente attenzione per il bene assicurato.

Se il livello di attenzione degli individui fosse direttamente osservabile, questo problema non si presenterebbe. Le compagnie di assicurazione potrebbero mettere in relazione i propri premi al livello di attenzione che gli individui hanno per il bene che intendono assicurare. È infatti piuttosto comune che il premio di un'assicurazione contro gli incendi versato da un'azienda dotata di un sistema di estintori sia più basso di quello versato da un'azienda che non ne sia dotata, o che i fumatori versino premi differenti dai non fumatori per assicurarsi contro le malattie. In questi casi la compagnia di assicurazione tenta di discriminare tra i propri clienti in base al tipo di scelte compiute da questi ultimi che possono influenzare la probabilità che il danno si verifichi.

Ma le compagnie d'assicurazione non possono osservare tutte le azioni degli individui che assicurano. Si avrà perciò il trade-off descritto sopra: una copertura assicurativa completa significa che gli individui attivano un insufficiente livello di attenzione perché non rispondono di tutti i costi derivanti dalle proprie azioni.

Quali sono le conseguenze di questa situazione sui contratti di assicurazione offerti? In generale, le compagnie non saranno disposte a offrire una copertura assicurativa "completa", ma preferiranno che l'assicurato sostenga una parte del rischio. È per questo motivo che la maggior parte delle polizze prevede una franchigia, cioè una clausola che esclude dal risarcimento i danni inferiori a una somma minima prestabilita, della quale risponde l'assicurato. La compagnia fa così in modo che il beneficiario abbia sempre un incentivo a prendersi almeno *una certa* cura del bene assicurato. Anche se la compagnia di assicurazioni, potendo verificare che il bene assicurato è oggetto di cure adeguate, fosse disposta a fornire una copertura assicurativa completa, non si comporterà così. Essa infatti non consentirà al consumatore di scegliere la copertura dal rischio che desidera se non potrà osservare il livello di attenzione effettivamente prestato.

Questo risultato è paradossale anche se lo confrontiamo con la consueta teoria del mercato. La quantità di un bene scambiata in un mercato concorrenziale è determinata tipicamente dalla condizione di uguaglianza tra domanda e offerta — tra disponibilità marginale a pagare e disponibilità marginale a vendere. Nel caso del *moral hazard*, l'equilibrio di mercato è caratterizzato dal fatto che ciascun consumatore sarebbe disposto ad acquistare una quantità maggiore di assicurazione, e le compagnie di assicurazione sarebbero disposte a offrirla se i consumatori continuassero ad avere la stessa cura del bene che assicurano... ma questo scambio non avrà luogo, perché se i consumatori potessero acquistare una quantità maggiore di assicurazione, aver meno attenzione sarebbe una scelta razionale!

37.5 Moral hazard e adverse selection

Il problema del *moral hazard* corrisponde a situazioni nelle quali un lato del mercato non può osservare le azioni dell'altro. Per questo motivo è spesso chiamato un problema di **"azione nascosta"**.

Si ha *adverse selection*, d'altra parte, in situazioni nelle quali un lato del mercato non è in grado di osservare il "tipo" o la qualità dei beni offerti. Per questo è spesso descritta come un problema di **"informazione nascosta"**.

L'equilibrio in un mercato caratterizzato da "azione nascosta" implica tipicamente qualche forma di razionamento — le imprese sarebbero interessate ad offrire quantità maggiori, ma preferiscono non farlo poiché questo modificherebbe gli incentivi ai consumatori. L'equilibrio in un mercato caratterizzato da "informazione nascosta" di solito implica che abbiano luogo meno scambi di quanto sarebbe possibile, e ciò a causa dell'esternalità tra il tipo di beni "buono" e quello "cattivo".

I risultati di equilibrio in questi mercati appaiono dunque inefficienti, ma questa affermazione deve essere attentamente valutata. Ci dobbiamo chiedere infatti in base a quale criterio giudichiamo questi risultati inefficienti. Questo tipo di equilibrio sarà sempre inefficiente rispetto ad un equilibrio con informazione completa. Ma questa considerazione è di scarso aiuto quando si devono definire scelte di politica economica: infatti, se raccogliere ulteriori informazioni implica un costo eccessivo per le imprese, ciò sarà probabilmente altrettanto vero per l'autorità pubblica.

Ciò che è realmente in questione, dunque, è se un qualche tipo di intervento pubblico possa rendere il mercato più efficiente, pur avendo lo stato lo stesso tipo di problemi di informazione delle imprese.

Nel caso dell'"azione nascosta", la risposta è normalmente negativa. Se l'autorità pubblica non può osservare le azioni dei consumatori le sue scelte non saranno migliori di quelle delle compagnie d'assicurazione. Naturalmente lo stato potrebbe impiegare strumenti non disponibili alle imprese assicurative: potrebbe obbligare i consumatori a prendersi determinate cure dei loro beni, e stabilire sanzioni contro chi non lo facesse. Ma se l'autorità pubblica può agire soltanto sui prezzi e sulla quantità offerta, non può conseguire risultati migliori di quelli cui perviene il mercato.

Si ha un problema analogo nel caso di "informazione nascosta". Abbiamo già visto che se lo stato può imporre un'assicurazione *obbligatoria* la situazione di ogni individuo risulterà migliore. Apparentemente, questo è dunque un caso nel quale l'intervento pubblico risulterebbe opportuno. D'altra parte, anche l'intervento pubblico comporta dei costi, e inoltre accade che le decisioni pubbliche non tengano conto dei costi e benefici altrettanto accuratamente che le imprese private. Il solo fatto che alcune scelte pubbliche *possano* aumentare il benessere sociale non significa che quelle scelte vengano davvero effettuate!

Infine, vi possono essere soluzioni puramente private. Abbiamo già visto, per esempio, come l'offerta di un'assicurazione contro le malattie come beneficio aggiuntivo ai dipendenti possa contribuire a eliminare la selezione negativa.

37.6 Segnalazione

Ricordiamo il modello del mercato delle automobili usate: i proprietari delle automobili ne conoscevano la qualità, mentre gli acquirenti la potevano soltanto indovinare. Abbiamo visto che questa informazione asimmetrica poteva causare alcuni problemi: in alcuni casi, la quantità di scambi sarebbe risultata sub-ottimale, come conseguenza del problema della *adverse selection*.

Il nostro esempio può essere però ulteriormente sviluppato. I proprietari di automobili di buona qualità hanno un incentivo a comunicare ai potenziali acquirenti che la propria è una buona auto, e saranno quindi disposti a scegliere azioni che forniscano un **segnale** della qualità dell'automobile ai potenziali acquirenti.

Un segnale che il proprietario potrebbe ragionevolmente scegliere, nel nostro esempio, è l'offerta di una **garanzia**, cioè la promessa di pagare una somma convenuta nel caso in cui l'automobile risultasse di cattiva qualità. I proprietari di buone auto sono in grado di farlo, ma non i proprietari di auto cattive. In questo modo i primi possono segnalare la buona qualità delle proprie automobili.

In questo caso la segnalazione può contribuire a un miglior funzionamento del mercato. Offrendo la garanzia — il segnale — i venditori di automobili di buona qualità possono distinguersi da quelli di automobili di cattiva qualità. Ma vi sono casi in cui la segnalazione può far sì che il mercato funzioni meno bene.

Consideriamo un modello molto semplificato del mercato dell'istruzione, esaminato per primo da Michael Spence[3]. Supponiamo che vi siano due tipi di lavoratori, i più abili e i meno abili. Il prodotto marginale dei lavoratori più abili sia a_2 e quello

[3] Michael Spence, *Market Signaling*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1974.

dei meno abili a_1, con $a_2 > a_1$. Supponiamo che vi sia una quota b di lavoratori più abili e che la quantità di lavoratori meno abili sia $1 - b$.

Supponiamo per semplicità che la funzione di produzione sia lineare, così che l'output totale prodotto da L_2 lavoratori più abili e L_1 meno abili sia $a_1L_1 + a_2L_2$. Supponiamo inoltre che il mercato del lavoro sia concorrenziale.

Se la qualità dei lavoratori fosse facilmente osservabile, le imprese semplicemente offrirebbero un salario $w_2 = a_2$ ai lavoratori più abili ed un salario $w_1 = a_1$ a quelli meno abili. Il salario di ciascun lavoratore sarebbe in questo modo uguale al suo prodotto marginale e si avrebbe come risultato un equilibrio efficiente.

Ma che cosa accade se l'impresa non è in grado di osservare il prodotto marginale? Se l'impresa non è in grado di distinguere i due tipi di lavoratori, la scelta migliore è quella di offrire il salario medio, $w = (1 - b)a_1 + ba_2$. Finché i lavoratori dei due tipi accettano di lavorare per questo salario non vi sono problemi derivanti dalla selezione negativa. Inoltre, data la funzione di produzione assunta, l'output prodotto e il profitto realizzato dall'impresa saranno identici a quelli che si avrebbero se l'impresa potesse distinguere perfettamente i due tipi di lavoratori.

Supponiamo ora che i lavoratori possano acquistare un segnale che distingua un tipo dall'altro, e che questo segnale sia l'istruzione. Sia e_1 il livello di istruzione dei lavoratori di tipo 1 e e_2 il livello di quelli di tipo 2. Supponiamo che i costi dell'istruzione siano differenti per ciascun tipo di lavoratori, così che il costo totale dell'istruzione per i lavoratori più abili sia c_2e_2 e il costo totale dell'istruzione per quelli meno abili sia c_1e_1. Questi costi includono non soltanto il costo monetario dell'istruzione, ma anche i costi opportunità, il costo dell'impegno richiesto, e così via.

Dobbiamo considerare ora due decisioni: i lavoratori devono decidere quale livello di istruzione acquisire e le imprese devono decidere quale salario offrire ai lavoratori con differenti livelli di istruzione. Facciamo l'ipotesi estrema che l'istruzione non modifichi per nulla la produttività dei lavoratori. Naturalmente questo non è vero in realtà — specialmente per quanto riguarda i corsi di economia — ma questo ci aiuta a semplificare il nostro modello.

Ne risulta che l'equilibrio in questo modello dipende in modo cruciale dal costo dell'istruzione. Supponiamo che $c_2 < c_1$, cioè che il costo marginale dell'istruzione dei lavoratori più abili sia inferiore a quello dei lavoratori meno abili. Sia e^* un livello di istruzione che soddisfi le seguenti disuguaglianze:

$$\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}.$$

Poiché abbiamo assunto che $a_2 > a_1$ e $c_2 > c_1$ un tale e^* deve esistere.

Consideriamo ora le scelte seguenti: tutti i lavoratori più abili acquistano il livello di istruzione e^*, mentre tutti quelli meno abili non acquistano alcuna istruzione. L'impresa, d'altra parte, offre un salario a_2 ai lavoratori con livello di istruzione e^* e un salario a_1 ai lavoratori con un livello di istruzione inferiore. Si noti che il livello di istruzione scelto da ciascun lavoratore ne segnala perfettamente il tipo.

È questo un risultato di equilibrio? E vi sono incentivi perché qualcuno modifichi il proprio comportamento? Le imprese offrono ai lavoratori salari corrispondenti alla loro produttività marginale, e non hanno quindi alcun incentivo a comportarsi diversamente. Vogliamo sapere se i lavoratori si comportano razionalmente dato lo schema salariale descritto.

Un lavoratore meno abile sarà interessato ad acquisire il livello di istruzione e^*? Il beneficio che ne ricaverebbe corrisponde all'incremento del salario $a_2 - a_1$, mentre il costo che dovrebbe affrontare è c_1e^*. I benefici sono inferiori ai costi se

$$a_2 - a_1 < c_1e^*.$$

Ma, data la scelta di e^*, la precedente espressione è vera. Pertanto i lavoratori meno abili sceglieranno di non acquisire alcuna istruzione.

Vediamo ora se è davvero nell'interesse dei lavoratori più abili acquistare il livello di istruzione e^*. La condizione perché i benefici siano superiori ai costi in questo caso è

$$a_2 - a_1 > c_2e^*.$$

E anche questa condizione è valida, data la scelta di e^*.

Lo schema dei salari che abbiamo descritto permette dunque di conseguire un equilibrio: se ciascun lavoratore più abile sceglie il livello di istruzione e^* a ciascun lavoratore meno abile sceglie di non acquisire alcuna istruzione, allora non vi è ragione perché qualche lavoratore modifichi il proprio comportamento. Date le differenze di costo che abbiamo assunto, il livello di istruzione di un lavoratore funziona, in equilibrio, come segnale della sua differente produttività. Questo tipo di equilibrio mediante segnalazione è talvolta detto **equilibrio di separazione**, poiché fa sì che ciascun lavoratore effettui una scelta che gli permette di differenziarsi da un lavoratore dell'altro tipo.

Un'altra possibilità è un **equilibrio unificante**, nel quale ciascun tipo di lavoratore compie la *stessa* scelta. Supponiamo per esempio che $c_2 > c_1$, e che quindi il costo dell'istruzione sia più elevato per i lavoratori più abili. In questo caso si può dimostrare che l'unico equilibrio implica che tutti i lavoratori ricevano un salario basato sulla loro abilità media, e quindi non ha luogo alcuna segnalazione.

L'equilibrio di separazione è interessante perché, dal punto di vista sociale, è un risultato inefficiente. Ciascun lavoratore capace è interessato ad acquistare il segnale, anche se ciò non modifica in alcun modo la sua produttività. I lavoratori di questo tipo sono disposti ad acquistare il segnale non perché ciò li renda maggiormente produttivi, ma semplicemente per distinguersi dai loro colleghi meno abili. Nella situazione di equilibrio (di separazione) con segnalazione viene prodotta esattamente la stessa quantità di output che si produrrebbe se non vi fosse segnalazione alcuna. In questo modello l'acquisto del segnale è uno spreco dal punto di vista sociale.

È interessante esaminare i motivi di questo risultato inefficiente. Come già in precedenza, si ha questo risultato a causa di un'esternalità. Se il salario dei lavoratori dei due tipi fosse uguale alla loro produttività *media*, il salario dei lavoratori più abili sarebbe spinto in giù dalla presenza di lavoratori meno abili. Pertanto i primi avrebbero un incentivo ad acquistare segnali che li distinguano. Da questo investimento deriva un beneficio privato, ma nessun beneficio dal punto di vista sociale.

Certamente la segnalazione non porta sempre all'inefficienza. Alcuni tipi di segnali, come le garanzie sulle automobili usate descritte in precedenza, contribuiscono a facilitare gli scambi. In quel caso l'equilibrio con segnalazione è preferito a quello in assenza di segnali. Quindi la segnalazione può dar luogo a risultati positivi o negativi: ciascun caso deve essere esaminato specificamente.

ESEMPIO: L'effetto pergamena

Spinto all'estremo, il modello dell'istruzione basato sul concetto di segnalazione che abbiamo appena descritto può far credere che l'istruzione non abbia alcun effetto sulla produttività di un individuo: gli anni che ha trascorso a scuola servono solo a segnalarne l'abilità fissa. Questa è ovviamente un'esagerazione: uno studente con 11 anni di scuola alle spalle è quasi certamente più produttivo di uno che ha studiato solo 10 anni, perché il primo ha acquisito ulteriori capacità nel corso dell'anno supplementare. Presumibilmente, una parte del ritorno delle spese per l'istruzione è rappresentata dall'effetto di segnalazione, e una parte dall'acquisizione di capacità. Come possiamo distiuguere questi due fattori?

Alcuni studiosi di economia del lavoro hanno studiato il ritorno dell'investimento nell'istruzione e hanno osservato un fatto piuttosto suggestivo: i redditi delle persone che hanno conseguito un diploma di scuola superiore sono molto maggiori di quelli che hanno frequentato la scuola superiore solo per 3 anni. Uno studio ha determinato che un diploma superiore permette di conseguire un reddito da 5 a 6 volte maggiore di quanto non consenta la semplice frequenza di un solo anno di scuola superiore senza ottenere il diploma. Lo stesso incremento discontinuo di verifica tra i laureati. In base a una stima, il ritorno offerto dal sedicesimo anno di istruzione è circa tre volte maggiore di quello offerto dal quindicesimo[4].

Se l'istruzione permette di conseguire maggiori capacità, ci possiamo aspettare che chi ha frequentato 11 anni di scuola guadagni più di chi ne ha frequentato solo 10. È sorprendente però che esista un notevole incremento del reddito delle persone che hanno ottenuto un diploma superiore. Gli economisti hanno definito questo fenomeno **effetto pergamena**, in considerazione del fatto che un tempo i diplomi erano scritti sulla pergamena. Presumibilmente, il diploma superiore rappresenta qualche tipo di segnale. Ma un segnale di che cosa? Nel modello descritto in precedenza, i risultati scolastici rappresentavano un segnale dell'acquisizione di alcune capacità. È questo il segnale fornito dai diplomi di scuola superiore? O è qualche altro?

Andrew Weiss, un economista dell'università di Boston, ha tentato di rispondere a queste domande[5]. Egli ha considerato un insieme di dati che descrivevano il modo in cui dei lavoratori assemblavano alcune apparecchiature, ed è riuscito a misurare la quantità di output che hanno prodotto nel primo mese di lavoro. Weiss

[4] Cfr. Th. Hungerford e G. Solon, "Sheepskin Effects in Returns to Education", *Review of Economics and Statistics*, 69, 1987, 175-77.

[5] "High School Graduation, Performance and Wages", *Journal of Political Economy*, 96, 4, 1988, 785-820.

scoprì che l'effetto dell'istruzione sull'output era piuttosto ridotto: per ciascun anno di istruzione secondaria si aveva un incremento della quantità prodotta da un lavoratore pari all'1,3%. Per di più, i lavoratori con un diploma superiore producevano essenzialmente la stessa quantità prodotta dai lavoratori che non avevano nessun diploma. Apparentemente l'istruzione contribuiva pochissimo alla produttività iniziale dei lavoratori.

Weiss analizzò quindi un altro insieme di dati che descrivevano un certo numero di caratteristiche dei lavoratori in una varietà di occupazioni. Egli scoprì che la percentuale di assenze e di licenziamenti dei diplomati era significativamente inferiore a quella dei non diplomati. Apparentemente i diplomati percepiscono salari più alti perché sono più produttivi, ma la ragione per cui sono più produttivi è che restano più a lungo nella stessa azienda e fanno meno assenze. Questo fa pensare che il modello basato sulla segnalazione ci offra davvero una maggiore comprensione delle reali caratteristiche del mercato del lavoro. Tuttavia, gli effettivi segnali connessi ai diversi livelli di istruzione sono molto più complessi di quanto non emerga da una versione semplificata del modello.

37.7 Incentivi

Esaminiamo ora un argomento leggermente diverso: i **sistemi di incentivi**. Anche se, come vedremo, questo tema è collegato al problema dell'informazione asimmetrica, è utile iniziare con il caso dell'informazione completa.

Quando si progetta un sistema di incentivi, la domanda fondamentale è "come posso ottenere che qualcuno faccia qualcosa per me?" Esaminiamo il problema in un contesto specifico. Supponiamo di possedere un appezzamento di terreno, e di non essere in grado di lavorarlo. Dovremo quindi cercare di assumere qualcuno che lo coltivi per noi. Quale tipo di compenso dovremo stabilire?

Potremmo per esempio scegliere di pagare al nostro lavoratore una somma globale, indipendente da quanto egli produce. Ma in questo modo egli avrebbe uno scarso incentivo a lavorare. Un buon sistema di incentivi in genere fa dipendere in qualche modo il compenso dall'output prodotto. Nel progettarlo, il problema è determinare esattamente la relazione tra i due valori.

Sia x la misura dell'"impegno" erogato dal lavoratore e $y = f(x)$ la quantità di output prodotta; supponiamo per semplicità che il prezzo dell'output sia 1, così che y misuri anche il valore dell'output. Sia $s(y)$ il compenso pagato al lavoratore se egli produce beni per un valore y. Sceglieremo la funzione $s(y)$ in modo da massimizzare $y - s(y)$.

Per conoscere i vincoli ai quali ci troviamo di fronte, dobbiamo esaminare la situazione dal punto di vista del lavoratore.

Assumiamo che l'impegno erogato abbia un costo che indichiamo con $c(x)$. Ipotizziamo che questa funzione di costo abbia la forma consueta: al crescere dell'impegno cresce sia il costo totale che il costo marginale. L'utilità di un lavoratore che scelga di erogare l'attività x è allora $s(y) - c(x) = s(f(x)) - c(x)$. Egli inoltre può disporre di alternative (compiere qualche altro lavoro oppure scegliere di riposare) che gli offrono l'utilità $\overline{u}$. Ciò che è importante nel progettare lo schema di incentivi è che l'utilità del lavoro deve essere per il nostro dipendente almeno non inferiore a quella delle alternative disponibili. Otteniamo in questo modo il **vincolo di partecipazione**:

$$s(f(x)) - c(x) \geq \overline{u}.$$

Dato questo vincolo possiamo determinare la quantità di output che possiamo ottenere. Vogliamo indurre il lavoratore a scegliere il livello di impegno x che produca il massimo surplus dato il vincolo di partecipazione:

$$\max_x \; f(x) - s(f(x))$$
$$\text{tale che } s(f(x)) - c(x) \geq \overline{u}.$$

Preferiremo, in genere, che il lavoratore scelga x in modo da soddisfare esattamente il vincolo, così che $s(f(x)) - c(x) = \overline{u}$. Sostituendo quest'espressione nella funzione obiettivo avremo il problema di massimizzazione non vincolata:

$$\max_x \; f(x) - c(x) - \overline{u}.$$

Questo problema può essere risolto facilmente: è sufficiente scegliere un valore x^* tale che il prodotto marginale uguagli il costo marginale:

$$MP(x^*) = MC(x^*).$$

Per ogni x^* che non soddisfi questa condizione, non vi può essere profitto massimo.

Abbiamo così ottenuto il livello di impegno desiderato dal proprietario del terreno; vogliamo ora conoscere quale compenso egli dovrà concedere al lavoratore perché quel livello di impegno venga raggiunto. In altri termini, quale forma deve avere la funzione $s(y)$ perché x^* sia per il lavoratore la scelta ottima?

Supponiamo di voler indurre il lavoratore a impegnarsi al livello x^*. Per ottenere questo risultato, dobbiamo progettare il nostro schema di incentivi $s(y)$ in modo tale che l'utilità corrispondente all'impegno x^* sia maggiore di quella corrispondente a ogni altro livello x. Otteniamo in questo modo il vincolo

$$s(f(x^*)) - c(x^*) \geq s(f(x)) - c(x) \quad \text{per ogni } x.$$

Questo vincolo è chiamato **vincolo di compatibilità dell'incentivo**. Esso afferma semplicemente che l'utilità corrispondente alla scelta x^* deve essere maggiore di quella corrispondente a qualsiasi altro livello di attività scelto.

Il nostro schema di incentivi deve dunque soddisfare due condizioni: deve fornire al lavoratore l'utilità totale $\overline{u}$, e deve far in modo che in corrispondenza del livello di impegno x^* il prodotto marginale sia uguale al costo marginale. Vi sono vari modi per ottenere questo risultato.

Affitto. Il proprietario può semplicemente affittare l'appezzamento al lavoratore al prezzo R, in modo tale che il lavoratore tenga per sé l'output prodotto, dopo aver pagato al proprietario la somma R. Secondo questo schema

$$s(f(x)) = f(x) - R.$$

Per massimizzare $s(f(x)) - c(x) = f(x) - R - c(x)$, il lavoratore sceglierà un livello di attività in corrispondenza del quale $MP(x^*) = MC(x^*)$, che è esattamente ciò che il proprietario desidera. Il canone di affitto R è determinato dal vincolo di partecipazione. Poiché l'utilità totale per il lavoratore deve essere $\overline{u}$ avremo

$$f(x^*) - c(x^*) - R = \overline{u}$$

e quindi $R = f(x^*) - c(x^*) - \overline{u}$.

Lavoro salariato. In questo caso il proprietario versa al lavoratore un salario costante per unità di lavoro erogata, e inoltre una somma K. Questo significa che l'incentivo avrà la forma:

$$s(x) = wx + K.$$

Il salario w è uguale al prodotto marginale del lavoratore in corrispondenza della scelta ottima x^*, $MP(x^*)$. Il valore di K è scelto per rendere il lavoratore esattamente indifferente rispetto alle alternative disponibili, vale a dire, è scelto per soddisfare il vincolo di partecipazione.

Il problema di massimizzazione di $s(f(x)) - c(x)$ diventa quindi

$$\max_x \; wx + K - c(x)$$

che significa che il lavoratore sceglierà x in modo che i propri costi marginali siano uguali al salario: $w = MC(x)$. Poiché il salario è uguale a $MP(x^*)$, la scelta ottima del lavoratore sarà x^*, tale che $MP(x^*) = MC(x^*)$, che è esattamente ciò che l'impresa desidera.

Prendere o lasciare. In questo schema il proprietario versa al lavoratore la somma B^* se questi si impegna al livello x^* e nulla altrimenti. La somma B^* è determinata dal vincolo di partecipazione $B^* - c(x^*) = \overline{u}$, e quindi $B^* = \overline{u} + c(x^*)$. Se il lavoratore sceglie di impegnarsi per $x \neq x^*$ la sua utilità sarà $-c(x)$. Se egli sceglie x^* l'utilità sarà $\overline{u}$. Pertanto la scelta ottima per il lavoratore è fissare $x = x^*$.

Ciascuno di questi schemi è equivalente, almeno fino a questo punto dell'analisi: ciascuno consente al lavoratore di ottenere l'utilità $\overline{u}$, e ciascuno gli fornisce l'incentivo a erogare la quantità ottima di lavoro x^*. A questo livello di generalizzazione, non vi è ragione di preferire uno all'altro.

Se tutti questi schemi sono ottimali, quale potrebbe essere uno schema non ottimale? Eccone un esempio:

Mezzadria. In questo schema sia il lavoratore che il proprietario ottengono una percentuale fissa dell'output. Supponiamo che la quota del lavoratore sia $s(x) = \alpha f(x) + F$, dove F è una costante e $\alpha < 1$. Questo *non* è uno schema efficiente nel contesto del problema che stiamo esaminando. Non è difficile vedere perché. Il problema di massimizzazione per il lavoratore è

$$\max_x \; \alpha f(x) + F - c(x)$$

che significa che egli sceglierà un livello di impegno $\hat{x}$ ove

$$\alpha MP(\hat{x}) = MC(\hat{x}).$$

Un tale livello chiaramente non può soddisfare la condizione di efficienza $MP(x) = MC(x)$.

L'analisi fin qui condotta può essere riassunta in questo modo: per progettare uno schema di incentivi efficiente è necessario accertarsi che alla persona che sceglie di erogare un certo livello di impegno sia lasciato solo il residuo: si dice in questo caso che egli è **residual claimant** rispetto all'output. I benefici del proprietario saranno massimi soltanto se egli otterrà con certezza che il lavoratore produca la quantità ottima di output. Si ha un tale livello quando il prodotto marginale dell'attività del lavoratore è uguale al suo costo marginale. Ne consegue che lo schema di incentivi deve fornire al lavoratore un beneficio marginale uguale al suo prodotto marginale.

ESEMPIO: I diritti di voto nelle società per azioni

Normalmente gli azionisti hanno diritto a esprimere il loro voto su vari temi connessi alla gestione delle società, mentre i possessori di obbligazioni no. Perché questo accade? Possiamo rispondere a questa domanda esaminando la struttura delle diverse remunerazioni percepite dai possessori di azioni e di obbligazioni. Se una società produce profitti per X dollari in un dato anno, i possessori di obbligazioni avranno diritto a questi profitti per primi, mentre ciò che resta sarà distribuito tra gli azionisti. Se la quota di profitti cui hanno diritto i possessori di obbligazioni è B, agli azionisti andrà quindi una somma pari a $X - B$. Ciò mette gli azionisti nella posizione di *residual claimant* — e quindi offre loro l'incentivo a rendere X quanto più grande è possibile. I possessori di obbligazioni d'altra parte hanno un incentivo a garantirsi che X sia almeno uguale a B, poiché è il massimo che essi comunque hanno diritto di ottenere. Di conseguenza concedere agli azionisti il diritto di prendere decisioni avrà in genere il risultato di produrre profitti maggiori.

ESEMPIO: Le riforme economiche in Cina

Prima del 1979 le comuni agricole cinesi erano organizzate secondo gli schemi dell'ortodossia marxista. I lavoratori venivano pagati in base a una stima approssimativa del loro contributo al reddito comune. Il cinque per cento della terra di proprietà comune era riservato alle coltivazioni private, ma i contadini non avevano il permesso di recarsi in città a vendere il prodotto dei loro orti. Tutti gli scambi dovevano aver luogo attraverso un sistema strettamente regolamentato dal governo.

Alla fine del 1978 il governo centrale promosse una importante riforma dell'agricoltura, chiamata "sistema della responsabilità". In base a questo sistema, qualsiasi quantità prodotta eccedente una quota prestabilita poteva essere trattenuta dai singoli nuclei familiari, che potevano anche venderla sul mercato. Il governo abolì inoltre le restrizioni sulle coltivazioni private e aumentò l'estensione della terra destinata a questi appezzamenti. Entro la fine del 1984, il 97 per cento dei contadini operava secondo questo sistema di responsabilità.

Si noti che la struttura del sistema è molto simile allo schema ottimale di incentivi descritto in precedenza: ciascun nucleo familiare versa alla comune una somma globale, ma può trattenere tutto quello che produce in eccedenza alla sua quota. Di conseguenza gli incentivi *marginali* alla produzione sono economicamente appropriati.

L'effetto dell'introduzione del nuovo sistema nell'agricoltura cinese fu sbalorditivo: tra il 1978 e il 1984 la produzione agricola in Cina aumentò di circa il 61 per cento! Tuttavia, questo aumento non è dovuto interamente al miglior sistema di incentivi, poiché insieme a questa riforma il governo introdusse alcune modifiche ai prezzi controllati dei prodotti agricoli, consentendo anche che alcuni di questi fossero determinati dal mercato.

Tre studiosi di economia, che hanno tentato di distinguere l'effetto degli incentivi da quello della modifica dei prezzi sull'incremento della produzione agricola, hanno concluso che il nuovo sistema di incentivi ha avuto un'incidenza pari a circa i tre quarti dell'effetto, mentre la riforma dei prezzi ha contato per il quarto rimanente[6].

37.8 Informazione asimmetrica

L'analisi fin qui condotta ci ha fornito qualche indicazione sull'uso dei differenti schemi di incentivi. Per esempio, ci ha mostrato che affittare un terreno è meglio che concederlo a mezzadria. Ma evidentemente le nostre conclusioni sono state troppo affrettate. Se la nostra fosse una buona descrizione della realtà, ci dovremmo aspettare che i terreni agricoli vengano concessi in affitto o coltivati da lavoratori salariati e che non vengano mai ceduti a mezzadria, se non per errore.

Di certo le cose non stanno così. La mezzadria è stata in uso per millenni in alcune parti del mondo, ed è probabile, quindi, che risponda a qualche bisogno. Nel nostro modello abbiamo evidentemente tralasciato qualche cosa.

Non è difficile notare che abbiamo trascurato i problemi derivanti dall'informazione imperfetta. Abbiamo infatti assunto che il proprietario dell'impresa potesse osservare facilmente l'impegno del lavoratore. In molte situazioni che ci interessano questo può invece essere impossibile. Il proprietario può al meglio osservare qualche *segnale* dell'impegno erogato, come, per esempio, il livello di output che ne risulta. La quantità di output prodotta da un agricoltore può dipendere in parte dal suo lavoro, ma può anche dipendere dal tempo, dalla qualità degli input, e da molti altri fattori. A causa di questo tipo di "distorsione" un compenso basato sull'output non sarà in generale equivalente a un compenso basato sull'impegno erogato.

Si tratta essenzialmente di un problema di informazione asimmetrica: il livello di attività può essere scelto dal lavoratore, ma non è perfettamente osservabile dal proprietario. Quest'ultimo deve limitarsi a valutare la prestazione del lavoratore sulla

[6] J. McMillan, J. Whalley, L. Zhu, "The Impact of China's Economic Reforms on Agricultural Productivity Growth", *Journal of Political Economy*, 97, 4, 1989, 781-807.

base dell'output prodotto, che è osservabile, e uno schema di incentivi ottimale deve riflettere questo problema di inferenza.

Torniamo ora a considerare gli schemi di incentivi descritti. Che cosa accade se il livello dell'output non dipende interamente dalla prestazione erogata?

Affitto. Se l'impresa affitta l'appezzamento al lavoratore, questi può disporre dell'output che gli resta dopo aver pagato il canone di affitto. Se una parte della produzione dipende dal caso, il lavoratore ne sopporterà completamente il rischio. Se il lavoratore è meno propenso al rischio del proprietario — ciò che è il caso più probabile — si avrà un risultato inefficiente. In genere, il lavoratore sarà disposto a cedere una parte dei profitti residuali in cambio di un flusso di reddito meno soggetto al rischio.

Lavoro salariato. In questo caso il problema è che si deve poter osservare l'effettiva *quantità* di lavoro erogata. Il salario deve essere basato sull'attività spesa nella produzione, non semplicemente sul tempo che il lavoratore trascorre nell'impresa. Se il proprietario non può osservare la quantità di lavoro erogata, sarà impossibile mettere in atto questo tipo di incentivo.

Prendere o lasciare. Se il pagamento dell'incentivo è basato sul lavoro erogato, vi è lo stesso problema dello schema precedente. Se il pagamento è basato sull'*output*, il lavoratore sostiene l'intero rischio. Produrre un output anche appena inferiore a quello richiesto avrà come conseguenza un compenso nullo.

Mezzadria. Questa è probabilmente una buona soluzione intermedia. Il compenso del lavoratore dipende in parte dalla quantità prodotta, ma il proprietario e il lavoratore ripartiscono il rischio connesso alle possibili fluttuazioni dell'output. Questo schema offre al lavoratore un incentivo a produrre, ma gli consente di non sostenere l'intero rischio.

Considerando un'asimmetria nell'informazione, abbiamo modificato radicalmente la nostra valutazione degli incentivi. Se il livello di impegno del lavoratore non è osservabile, il lavoro salariato non è una soluzione realizzabile. Sia l'affitto che lo schema "prendere o lasciare" obbligano il lavoratore a sostenere un rischio eccessivo. La mezzadria è una soluzione di compromesso tra questi due estremi: offre al lavoratore un incentivo a produrre, ma gli consente di non sostenere l'intero rischio.

ESEMPIO: I costi del controllo

Non è sempre facile osservare l'impegno di un lavoratore. Consideriamo per esempio il lavoro di un commesso in un negozio aperto 24 ore al giorno. Quando il gestore è a casa a dormire, come può controllare le prestazioni del commesso? Anche se esistono modi per controllare il suo output fisico (livello di riassortimento degli scaffali, valore dello scontrino di cassa, ecc.), è molto più difficile osservare altre cose, come per esempio la cortesia verso i clienti.

Non c'è dubbio che tra il peggior servizio al mondo va considerato quello offerto fino a qualche tempo fa nei paesi dell'Europa orientale: quando si riusciva finalmente ad attrarre l'attenzione di un commesso, era molto più probabile ricevere in cambio uno sguardo torvo che un sorriso. Tuttavia un imprenditore ungherese, Gabor Varszegi, ha guadagnato milioni di dollari con lo sviluppo delle pellicole nei suoi negozi di Budapest, grazie a un servizio di alta qualità[7].

Egli dice di aver cominciato la sua carriera suonando il basso in un complesso rock alla metà degli anni '60. "A quel tempo" dice "gli unici uomini d'affari privati nell'Europa dell'est erano i musicisti rock". Varszegi ha introdotto in Ungheria lo sviluppo delle pellicole in un'ora nel 1985, quando la migliore alternativa disponibile ai suoi negozi erano le agenzie statali, che impiegavano un mese.

Varszegi segue due regole nei suoi rapporti con i dipendenti: non assume nessuno che abbia lavorato sotto il regime comunista, e offre ai suoi dipendenti un salario quadruplo rispetto a quello di mercato. Ciò è perfettamente sensato alla luce delle osservazioni precedenti sui costi del controllo: vi sono poche persone impiegate in ciascun negozio, e controllare il loro comportamento può essere molto costoso. Se il licenziamento costituisse una penalità relativamente lieve, i dipendenti avrebbero una grande tentazione a lasciarsi andare. Pagando i suoi dipendenti molto più di quanto non potrebbero essere pagati altrove, Varszegi rende loro il licenziamento molto costoso — e riduce quindi in modo significativo i suoi costi di controllo.

ESEMPIO: La Banca Grameen

Un usuraio in un villaggio del Bangladesh applica un interesse annuo superiore al 150 per cento. Anche una banca americana potrebbe applicare tassi del genere: perché allora la Citibank non apre uno sportello in Bangladesh? La domanda contiene già la risposta: la Citibank probabilmente andrebbe peggio dell'usuraio. L'usuraio ha un vantaggio comparativo nel mercato di questi piccoli prestiti per diverse ragioni.

- L'usuraio può gestire in modo più efficiente prestiti così piccoli.
- L'usuraio ha un miglior accesso all'informazione, che gli permette di discriminare i rischi di credito (cioè di distinguere i buoni e i cattivi pagatori) meglio di un nuovo venuto.
- L'usuraio è in grado di controllare meglio il flusso dei pagamenti che vanno a rimborso del prestito.

Questi tre problemi — rendimenti di scala, *adverse selection* e *moral hazard* — fanno sì che l'usuraio di villaggio mantenga un monopolio locale sul mercato del credito.

Questo tipo di monopolio locale è particolarmente grave in un paese sottosviluppato come il Bangladesh. Con un tasso di interesse del 150 per cento i contadini sono costretti a non prendere in considerazione molti progetti che pure sarebbero profittevoli. Un miglior accesso al credito potrebbe portare a un notevole aumento degli investimenti, e di conseguenza a un miglioramento del tenore di vita.

[7] Cfr. Steven Greenhouse, "A New Formula in Hungary: Speed Service and Grow Rich", *New York Times*, 5 giugno 1990, A1.

Muhammad Yunas, un economista del Bangladesh che ha compiuto i suoi studi in America, ha sviluppato un'ingegnosa istituzione, nota come Banca Grameen (banca di villaggio), per affrontare questi problemi. In base al progetto Grameen, imprenditori con diversi progetti si riuniscono e chiedono un prestito di gruppo. Se il credito viene concesso, due membri del gruppo ottengono un finanziamento e danno corso al loro investimento. Se questi rispettano il piano di rimborso, ottengono un finanziamento altri due membri del gruppo. Se anch'essi rimborsano il prestito, finalmente anche l'ultimo membro, il leader del gruppo, otterrà il finanziamento.

Il progetto Grameen affronta tutti e tre i problemi che abbiamo citato. Poiché la qualità del gruppo influenza il fatto che ciascuno dei membri ottenga il finanziamento, i membri potenziali saranno altamente selettivi riguardo alle persone con cui pensano di mettersi insieme. Poiché i membri del gruppo possono ottenere i prestiti solo se altri membri hanno successo con i loro investimenti, vi sono forti incentivi ad aiutarsi reciprocamente e a condividere le esperienze. Infine, la scelta dei candidati al finanziamento e il controllo del pagamento delle rate di rimborso sono effettuate direttamente dai contadini, e non dai funzionari della banca.

La Banca Grameen ha avuto molto successo. Concede circa 475 000 prestiti l'anno, per un valore medio di $70 l'uno. La percentuale dei prestiti rimborsati è di circa il 98 per cento, contro un saggio medio che va dal 30 al 40 per cento. Il successo di questo programma che stimola la responsabilità di gruppo e favorisce gli investimenti ha spinto anche numerosi abitanti di aree poverissime del Nord e del Sud America ad adottarlo.

Sommario

1. L'esistenza di informazione imperfetta o asimmetrica può modificare drasticamente l'equilibrio di mercato.

2. Il problema chiamato *adverse selection* (selezione negativa) si presenta quando non è possibile distinguere i diversi tipi di agenti mediante l'osservazione. In questo caso un lato del mercato, per valutare il tipo o la qualità di un prodotto, deve esprimere congetture basate sul comportamento osservabile dell'altro lato.

3. Nei mercati caratterizzati da *adverse selection* può aver luogo un livello di scambi sub-ottimale. In questo caso è possibile aumentare il benessere di ciascun individuo obbligandolo ad effettuare lo scambio.

4. L'espressione *moral hazard* (rischio morale) descrive situazioni nelle quali un lato del mercato non può osservare le azioni dell'altro.

5. In presenza di *adverse selection* o di *moral hazard* alcuni agenti sono disposti ad acquistare segnali che li distinguano dagli altri agenti.

6. L'acquisto di segnali può dar luogo a benefici privati, ma può essere un totale

spreco dal punto di vista sociale. D'altra parte, l'acquisto di segnali può contribuire a risolvere i problemi connessi all'informazione asimmetrica.

7. Uno schema di incentivi efficiente (posto che la prestazione sia perfettamente osservabile) deve lasciare al lavoratore un interesse residuale sull'output. In questo modo egli sceglierà un livello di impegno in corrispondenza del quale i benefici marginali siano uguali ai costi marginali.

8. In presenza di informazione imperfetta questo non è più vero. In genere, sarà appropriato uno schema che oltre a fornire incentivi consenta di condividere il rischio.

Domande

1. Consideriamo il modello del mercato delle automobili usate presentato in questo capitolo. Quale sarà, nell'equilibrio di mercato, il massimo surplus che deriva al consumatore dallo scambio?

2. Nello stesso modello, quale sarà il surplus del consumatore prodotto se si combinano *a caso* acquirenti e venditori? Quale metodo permette di ottenere un surplus maggiore?

3. Un lavoratore è in grado di produrre x unità di output al costo $c(x) = x^2/2$. L'utilità di occupazioni alternative è $\overline{u} = 0$. Se si desidera fornirgli un incentivo offrendogli un lavoro salariato, quale sarà lo schema ottimo $s(x)$?

4. Dato quanto abbiamo assunto nel precedente esercizio, quale canone d'affitto il lavoratore sarà disposto a versare?

5. Quale sarebbe la soluzione del precedente esercizio se l'utilità derivante da un'occupazione alternativa fosse $\overline{u} = 1$?

APPENDICE MATEMATICA

In questa Appendice forniamo una breve rassegna dei principali concetti matematici usati nel testo, semplicemente per richiamare le definizioni di vari termini impiegati. Sottolineiamo che questa Appendice non è un corso introduttivo di matematica. Le definizioni saranno in genere le più semplici, non le più rigorose.

A.1 Funzioni

Una **funzione** è una regola che descrive una relazione tra numeri, tale da associare a ciascun numero x, un *unico* numero y. Una funzione può così essere descritta designando la regola di calcolo, per esempio "si prenda un numero e lo si elevi al quadrato", oppure "si prenda un numero e lo si moltiplichi per 2", e così via. Scriveremo queste particolari funzioni come $y = x^2$, $y = 2x$. Le funzioni sono talvolta definite **trasformazioni**.

In alcuni casi vogliamo indicare che qualche variabile y dipende da qualche altra variabile x, senza precisare la specifica relazione algebrica tra le due variabili. In questo caso scriviamo $y = f(x)$, che significa che la variabile y dipende da x secondo la regola f.

Data una funzione $y = f(x)$, il numero x è spesso chiamato **variabile indipendente**, e y **variabile dipendente**: ciò significa che x varia in modo indipendente, mentre il valore di y *dipende* da quello di x.

Qualche variabile y può dipendere da diverse variabili x_1, x_2 ecc. In questo caso scriviamo $y = f(x_1, x_2)$, per indicare che entrambe le variabili determinano il valore di y.

A.2 Grafici

Un **grafico** di una funzione ne rappresenta graficamente l'andamento. Nella Figura A.1 sono riportati i grafici di due funzioni. Normalmente la variabile indipendente è rappresentata sull'asse orizzontale, e quella dipendente sull'asse verticale. Il grafico rappresenta la relazione tra le due variabili.

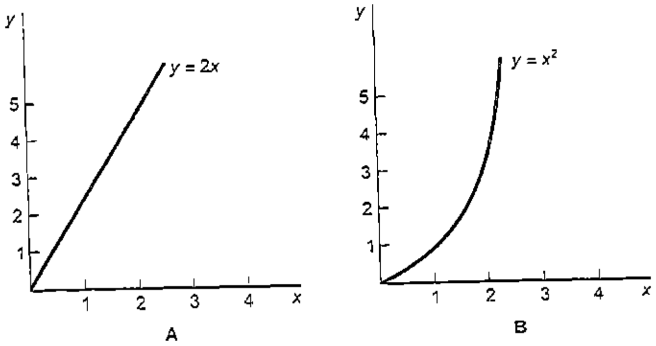


Figura A.1 **Grafici di funzioni.** (A) Grafico della funzione $y = 2x$. (B) Grafico della funzione $y = x^2$.

Gli economisti, tuttavia, costruiscono comunemente i grafici rappresentando la variabile indipendente sull'asse verticale e quella dipendente sull'asse orizzontale. La funzione di domanda, per esempio, è rappresentata comunemente ponendo il prezzo sull'asse verticale e la quantità domandata sull'asse orizzontale.

A.3 Proprietà delle funzioni

Una funzione **continua** è una funzione che può essere disegnata senza sollevare la matita dal foglio: in una funzione continua non vi sono salti. Una funzione derivabile o **"liscia"** è una funzione che non presenta "angoli" o spigoli. Una funzione **monotòna** è una funzione costantemente crescente o decrescente: una **funzione monotòna positiva** è costantemente crescente al crescere di x, mentre una **funzione monotòna negativa** è costantemente decrescente al crescere di x.

A.4 Funzioni inverse

Si ricordi che una funzione è una relazione che associa a ciascun valore di x un unico valore di y, e che una funzione monotona è una funzione costantemente crescente o decrescente. Ne consegue che per una funzione monotona vi sarà un unico valore di x associato a ciascun valore di y.

Una funzione che metta in relazione x e y in questo modo è chiamata **funzione inversa**. Se è noto il valore di y in funzione di x, è possibile calcolare la funzione inversa semplicemente risolvendo per x in funzione di y. Se $y = 2x$, la funzione inversa sarà $x = y/2$. Se $y = x^2$, non vi sarà funzione inversa: per qualsiasi y, il suo valore potrà essere ottenuto elevando al quadrato sia $x = +\sqrt{y}$ che $x = -\sqrt{y}$, e non vi sarà quindi un *unico* valore di x associato a ciascun valore di y.

A.5 Equazioni e identità

Un'**equazione** è un'uguaglianza tra una funzione e un numero. Esempi di equazioni sono

$$2x = 8$$
$$x^2 = 9$$
$$f(x) = 0.$$

La **soluzione** di un'equazione è un valore di x che la soddisfi. La soluzione della prima equazione è $x = 4$. La seconda equazione ha due soluzioni, $x = 3$ e $x = -3$. La terza è un'equazione generica: non potremo conoscerne la soluzione fino a che non sarà precisata l'effettiva regola rappresentata da f. Possiamo, tuttavia, denotare la soluzione con x^*. Ciò significa semplicemente che x^* è un numero tale che $f(x^*) = 0$. Si dice in questo caso che x^* **soddisfa** l'equazione $f(x) = 0$.

Un'**identità** è una relazione tra variabili valida per *qualsiasi* valore delle variabili. Esempi di identità sono

$$(x + y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$$
$$2(x + 1) \equiv 2x + 2.$$

Il simbolo $\equiv$ significa che il membro di destra e quello di sinistra sono uguali per *qualsiasi* valore delle variabili. Un'equazione è valida solo per alcuni valori delle variabili, mentre un'identità è vera per qualsiasi valore delle variabili. Spesso un'identità è vera per la definizione stessa dei termini.

A.6 Funzioni lineari

Una **funzione lineare** è una funzione del tipo

$$y = ax + b$$

dove a e b sono costanti. Esempi di funzioni lineari sono

$$y = 2x + 3$$
$$y = x - 99.$$

A rigore, una funzione del tipo $y = ax+b$ dovrebbe essere chiamata **funzione affine**, mentre dovrebbero essere chiamate funzioni lineari solo quelle del tipo $y = ax$. Noi non ricorreremo tuttavia a questa distinzione.

Le funzioni lineari possono anche essere espresse in forma implicita come $ax + by = c$. In tal caso, possono essere convertite nella forma usuale risolvendo per y in funzione di x:

$$y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x.$$

A.7 Variazioni e saggi di variazione

La notazione Δx significa "variazione di x". *Non* significa il prodotto di Δ per x. Se x varia da x^* a x^{**}, la variazione di x sarà

$$\Delta x = x^{**} - x^*.$$

Possiamo anche scrivere

$$x^{**} = x^* + \Delta x$$

per indicare che x^{**} è uguale alla somma di x^* e della variazione di x.

Tipicamente Δx rappresenta una *piccola* variazione di x, o, in altre parole, una **variazione marginale**.

Il **saggio di variazione** è il rapporto tra due variazioni. Se y dipende da x secondo la funzione $y = f(x)$, il saggio di variazione di x rispetto a y è rappresentato come

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Il saggio di variazione misura la variazione di y al variare di x.

Nel caso di una funzione lineare, il saggio di variazione di y rispetto a x è costante. Per provarlo, si noti che se $y = a + bx$, allora

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a + b(x + \Delta x) - a - bx}{\Delta x} = \frac{b\Delta x}{\Delta x} = b.$$

Nel caso di funzioni non lineari, il saggio di variazione della funzione dipenderà dal valore di x. Consideriamo, per esempio, la funzione $y = x^2$. Per questa funzione

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x.$$

In questo caso il saggio di variazione da x a $x + \Delta x$ dipende dal valore di x e dalla misura della variazione, Δx. Se si considera una variazione molto piccola di x, Δx sarà approssimativamente uguale a zero, e quindi il saggio di variazione di y rispetto a x sarà approssimativamente $2x$.

A.8 Inclinazione e intercetta

Dal punto di vista della sua rappresentazione grafica, il saggio di variazione di una funzione corrisponde all'**inclinazione** di quella funzione. La Figura A.2 rappresenta una funzione lineare $y = -2x + 4$. L'**intercetta verticale** di questa funzione corrisponde al valore di y quando $x = 0$, cioè $y = 4$. L'intercetta orizzontale corrisponde al valore di x quando $y = 0$, cioè $x = 2$. L'inclinazione della funzione corrisponde al saggio di variazione di y al variare di x. In questo caso, l'inclinazione della funzione è -2.

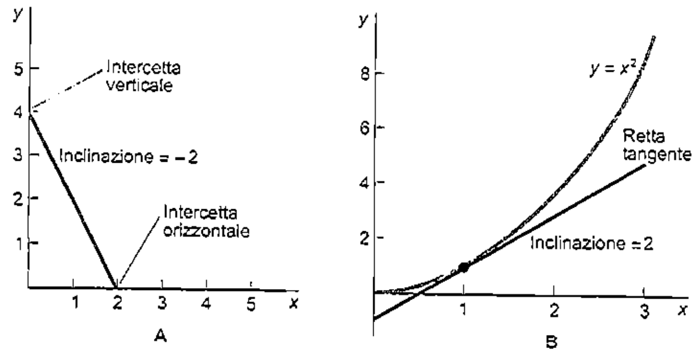


Figura A.2 **Inclinazione e intercetta.** Il quadro A rappresenta la funzione $y = -2x + 4$ e il quadro B la funzione $y = x^2$.

In generale, se una funzione lineare ha la forma $y = ax + b$, l'intercetta verticale sarà $y^* = b$ e l'intercetta orizzontale sarà $x^* = -b/a$. Se una funzione lineare è rappresentata nella forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c$$

l'intercetta orizzontale corrisponderà al valore di x_1 quando $x_2 = 0$, cioè $x_1^* = c/a_1$, e l'intercetta verticale al valore di x_2 quando $x_1 = 0$, cioè $x_2^* = c/a_2$. L'inclinazione di questa funzione sarà $-a_1/a_2$.

L'inclinazione di una funzione non lineare varia al variare di x. Una retta **tangente** a una funzione in un punto x è una funzione lineare che abbia la stessa inclinazione della funzione in quel punto. La Figura A.2 rappresenta la funzione x^2 e la retta tangente in $x = 1$.

Se y aumenta ogni volta che aumenta x, Δy avrà lo stesso segno di Δx, e quindi la funzione avrà inclinazione positiva. Se, al contrario, y diminuisce all'aumentare di x, o y aumenta al diminuire di x, Δy e Δx avranno segni diversi, e la funzione avrà inclinazione negativa.

A.9 Valore assoluto e logaritmi

Il valore assoluto di un numero è una funzione $f(x)$ tale che:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

È possibile cioè determinare il valore assoluto di un numero semplicemente eliminandone il segno. Il valore assoluto di x si scrive generalmente $|x|$.

Il **logaritmo** (naturale) di x rappresenta una particolare funzione di x, che scriviamo $y = \ln x$ o $y = \ln(x)$. Il logaritmo è una funzione che gode delle seguenti proprietà

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

per qualsiasi numero positivo x e y e

$$\ln(e) = 1.$$

(In questa equazione, e è la base dei logaritmi naturali, ed è uguale a $2,7183\ldots$) La prima delle espressioni precedenti significa che il logaritmo del prodotto di due numeri è uguale alla somma dei logaritmi dei due numeri. Questa proprietà implica la seguente:

$$\ln(x^y) = y\ln(x)$$

cioè il logaritmo di x elevato alla potenza y è uguale al prodotto di y per il logaritmo di x.

A.10 Derivate

La **derivata** di una funzione $y = f(x)$ è definita come

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

La derivata è il limite del saggio di variazione di y rispetto a x al tendere a zero della variazione di x. La derivata consente di attribuire un significato preciso all'espressione "il saggio di variazione di y rispetto a x per piccole variazioni di x". La derivata di $f(x)$ rispetto a x è anche scritta $f'(x)$.

Abbiamo già visto che il saggio di variazione di una funzione lineare $y = ax + b$ è costante. Quindi, per questa funzione lineare

$$\frac{df(x)}{dx} = a.$$

Per una funzione non lineare il saggio di variazione di y rispetto a x dipenderà in genere da x. Come si ricorderà, nel caso di $f(x) = x^2$, si aveva $\Delta y/\Delta x = 2x + \Delta x$. Quindi, per la definizione di derivata:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x.$$

La derivata di x^2 rispetto a x è pertanto $2x$.

Si può dimostrare, con metodi più avanzati, che se $y = \ln x$, allora

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{x}.$$

A.11 Derivate seconde

La **derivata seconda** di una funzione è la derivata della derivata di quella funzione. Se $y = f(x)$, scriviamo $d^2f(x)/dx^2$, o $f''(x)$, la derivata seconda di $f(x)$ rispetto a x. Sappiamo che

$$\frac{d(2x)}{dx} = 2$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x.$$

Pertanto

$$\frac{d^2(2x)}{dx^2} = \frac{d(2)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2(x^2)}{dx^2} = \frac{d(2x)}{dx} = 2.$$

La derivata seconda misura la curvatura di una funzione. Una funzione la cui derivata seconda sia negativa in corrispondenza di un punto, è concava in un intorno di quel punto, e la sua inclinazione è decrescente. Una funzione la cui derivata seconda sia positiva in corrispondenza di un punto, è convessa in un intorno di quel punto, e la sua inclinazione è crescente. Una funzione la cui derivata seconda sia nulla in un punto, è piatta in un intorno di quel punto.

A.12 Derivata del prodotto di funzioni e derivata di funzioni composte

Supponiamo che $g(x)$ e $h(x)$ siano ambedue funzioni di x. È possibile definire la funzione $f(x)$, che rappresenta il loro prodotto, come $f(x) = g(x)h(x)$. La derivata di $f(x)$ sarà quindi

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x)\frac{dh(x)}{dx} + h(x)\frac{dg(x)}{dx}.$$

Date due funzioni $y = g(x)$ e $z = h(y)$, la funzione **composta** è

$$f(x) = h(g(x)).$$

Per esempio, se $g(x) = x^2$ e $h(y) = 2y + 3$, la funzione composta è

$$f(x) = 2x^2 + 3.$$

La **regola di derivazione delle funzioni composte** stabilisce che la derivata di una funzione composta, $f(x)$, rispetto a x, è

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{dh(y)}{dy}\frac{dg(x)}{dx}.$$

Nel nostro esempio, $dh(y)/dy = 2$ e $dg(x)/dx = 2x$, quindi, per la regola di derivazione delle funzioni composte, $df(x)/dx = 2 \times 2x = 4x$. Calcolando direttamente la derivata della funzione $f(x) = 2x^2 + 3$, si verificherà che essa è uguale a quella individuata applicando questa regola di derivazione.

A.13 Derivate parziali

Supponiamo che y dipenda sia da x_1 che da x_2, cioè che $y = f(x_1, x_2)$. La **derivata parziale** di $f(x_1, x_2)$ rispetto a x_1 è definita come

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

La derivata parziale di $f(x_1, x_2)$ rispetto a x_1 non è altro che la derivata della funzione rispetto a x_1, *se x_2 viene mantenuto fisso*. Analogamente, la derivata parziale rispetto a x_2 è

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Le derivate parziali godono delle stesse proprietà delle derivate ordinarie, in particolare, vale anche per esse la regola di derivazione delle funzioni composte, anche se con una modifica significativa. Supponiamo che x_1 e x_2 siano ambedue variabili dipendenti di qualche variabile t, e definiamo la funzione $g(t)$ come

$$g(t) = f(x_1(t), x_2(t)).$$

Quindi la derivata di $g(t)$ rispetto a t sarà

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}\frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}\frac{dx_2(t)}{dt}.$$

Al variare di t, varieranno sia $x_1(t)$ che $x_2(t)$, e quindi si dovrà calcolare la derivata di $f(x_1, x_2)$ rispetto a ciascuna di queste variazioni.

A.14 Ottimizzazione

Se $y = f(x)$, allora il punto x^* sarà detto **massimo** di $f(x)$ se $f(x^*) \geq f(x)$ per qualsiasi valore di x. Si può dimostrare che se $f(x)$ è una funzione sufficientemente derivabile o "liscia" il cui massimo sia x^*, allora

$$\frac{df(x*)}{dx} = 0$$
$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} \leq 0.$$

Queste espressioni sono definite **condizione del primo ordine** e **condizione del secondo ordine** del problema di massimizzazione. La condizione del primo ordine stabilisce che la funzione è piatta in corrispondenza di x^*, e la condizione del secondo ordine che la funzione è concava in un intorno di x^*. Evidentemente entrambe queste proprietà devono valere perché x^* sia un punto di massimo.

Diremo d'altra parte che x^* è un punto di **minimo** per $f(x)$ se $f(x^*) \leq f(x)$ per qualsiasi valore di x. Se $f(x)$ è una funzione "liscia" il cui minimo è x^*, allora

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$
$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} \geq 0.$$

La condizione del primo ordine stabilisce, come prima, che la funzione è piatta in corrispondenza di x^*, mentre la condizione del secondo ordine ora afferma che la funzione è convessa in un intorno di x^*.

Se $y = f(x_1, x_2)$ è una funzione "liscia" il cui massimo o il cui minimo sia qualche punto (x_1^*, x_2^*), allora deve essere che

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0$$
$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0.$$

Sono queste le **condizioni del primo ordine** di questo problema. Esistono anche condizioni del secondo ordine, ma descriverle va al di là dei nostri scopi.

A.15 Ottimizzazione vincolata

Spesso intendiamo determinare il massimo o il minimo di una funzione per qualche insieme ristretto dei valori di (x_1, x_2). La notazione

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2)$$
$$\text{tale che } g(x_1, x_2) = c$$

significa: si determinino due valori x_1^* e x_2^* tali che $f(x_1^*, x_2^*) \geq f(x_1, x_2)$ per tutti i valori di x_1 e x_2 che soddisfano l'equazione $g(x_1, x_2) = c$.

La funzione $f(x_1, x_2)$ è detta **funzione obiettivo**, e l'equazione $g(x_1, x_2) = c$ è detta **vincolo**. Alcuni metodi per risolvere problemi di massimizzazione vincolata di questo tipo sono descritti nell'Appendice al Capitolo 5.

RISPOSTE

1 Il mercato

1.1. Sarà costante in corrispondenza di \$500 per 25 appartamenti e poi scenderà a \$200.

1.2. Nel primo caso, \$500, e nel secondo, \$200. Nel terzo caso il prezzo di equilibrio sarebbe qualsiasi prezzo compreso tra \$200 e \$500.

1.3. Perché se si intende affittare un altro appartamento, si dovrà offrire un prezzo più basso. Il numero degli individui con prezzi di riserva superiori a p deve ovviamente aumentare al diminuire di p.

1.4. Il prezzo degli appartamenti nell'area interna aumenterà, perché la domanda di appartamenti non varia, mentre l'offerta diminuisce.

1.5. Il prezzo degli appartamenti dell'area interna aumenterà.

1.6. Una tassa ridurrà indubbiamente il numero di appartamenti offerti nel lungo periodo.

1.7. Il ricavo sarà $100p - 2p^2$. Differenziando e ponendo il risultato uguale a zero si ottiene $p^* = 25$. Sostituendo nella curva di domanda, avremo $D(25) = 100 - (2 \times 25) = 50$.

1.8. Fisserà un prezzo uguale a 25 e affitterà 50 appartamenti. Nel secondo caso affitterà tutti e 40 gli appartamenti al prezzo massimo consentito dal mercato. Questo corrisponde alla soluzione di $D(p) = 100 - 2p = 40$, cioè $p^* = 30$.

1.9. Chiunque avesse un prezzo di riserva superiore al prezzo di equilibrio del mercato concorrenziale, e quindi il risultato finale sarà Pareto-efficiente. (Naturalmente, nel lungo periodo verrebbero costruiti meno appartamenti, ciò che porterebbe ad un altro tipo di inefficienza).

2 Il vincolo di bilancio

2.1. La nuova retta di bilancio è $2p_1x_1 + 8p_2x_2 = 4m$.

2.2. L'intercetta verticale (asse x_2) diminuisce, e l'intercetta orizzontale (asse x_1) resta invariata: la retta di bilancio diventa quindi più piatta.

2.3. Più piatta. L'inclinazione è $-2p_1/3p_2$.

2.4. Un bene il cui prezzo sia stato fissato a 1; i prezzi di tutti gli altri beni sono misurati in termini del bene numerario.

2.5. Una tassa di 8 centesimi al gallone.

2.6. $(p_1 + t)x_1 + (p_2 - s)x_2 = m - u$.

2.7. Sì, poiché in corrispondenza dei nuovi prezzi e reddito il consumatore può ancora scegliere tra tutti i panieri disponibili in precedenza.

3 Preferenze

3.1. No. Il consumatore potrebbe essere indifferente tra i due panieri. L'unica conclusione che possiamo trarre è che $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

3.2. La risposta è sì ad entrambe le domande.

3.3. È transitiva, ma non completa: due persone potrebbero essere alte uguali. Non è riflessiva perché è falso che una persona sia strettamente più alta di sé stessa.

3.4. È transitiva, ma non completa. Se A fosse più robusto ma più lento di B, chi preferirebbe l'allenatore?

3.5. Sì. Una curva di indifferenza può intersecare sé stessa, ma non può intersecarne un'altra.

3.6. No, perché vi sono dei panieri sulla curva di indifferenza che contengono quantità di entrambi i beni strettamente maggiori di altri panieri sulla (presunta) curva di indifferenza.

3.7. Inclinazione negativa. Se si fornisce al consumatore una quantità maggiore di acciughe, la sua soddisfazione diminuirà, e quindi gli si dovrà sottrarre una certa quantità di salamini per mantenerlo sulla stessa curva di indifferenza. In questo caso l'utilità aumenta quanto più ci si avvicina all'origine.

3.8. Perché il consumatore preferisce debolmente la media ponderata di due panieri a ciascuno dei due preso individualmente.

3.9. Se cedete una banconota da \$5, quante banconote da \$1 vorrete per essere risarciti? Cinque banconote da un dollaro ... Quindi la risposta è -5 o $-1/5$, a seconda del bene rappresentato sull'asse orizzontale.

3.10. Zero: se al consumatore viene sottratta una certa quantità del bene 1, egli non avrà bisogno di alcuna unità aggiuntiva del bene 2 per essere compensato della "perdita".

3.11. Acciughe e burro d'arachidi, scotch e Kool Aid, ed altre analoghe combinazioni non molto appetitose.

4 Utilità

4.1. La funzione $f(u) = u^2$ è una trasformazione monotona per valori positivi di u, ma non per valori negativi.

4.2. (1) Sì. (2) No. (3) No. (4) Sì (definita soltanto per valori positivi di v). (5) Sì. (6) No. (7) Sì. (8) No.

4.3. Supponiamo che la diagonale intersechi una data curva di indifferenza in due punti, per esempio (x, x) e (y, y). Ne consegue che $x > y$, oppure $y > x$, il che significa che uno dei panieri contiene quantità maggiori di *entrambi* i beni. Ma se le preferenze sono monotone, uno dei panieri dovrà essere preferito all'altro.

4.4. Ambedue rappresentano perfetti sostituti.

4.5. Preferenze quasi-lineari. Sì.

4.6. La funzione di utilità rappresenta preferenze Cobb-Douglas. No. Sì.

4.7. Perché il MRS è misurato *lungo* la curva di indifferenza, e lungo una curva di indifferenza l'utilità rimane costante.

5 Scelta

5.1. $x_2 = 0$ se $p_2 > p_1$, $x_2 = m/p_2$ se $p_2 < p_1$, e qualsiasi valore compreso tra 0 e m/p_2 se $p_1 = p_2$.

5.2. La scelta ottima sarà $x_1 = m/p_1$ e $x_2 = 0$ se $p_1/p_2 < b$, $x_1 = 0$ e $x_2 = m/p_2$ se $p_1/p_2 > b$, e qualsiasi quantità sulla retta di bilancio se $p_1/p_2 = b$.

5.3. Sia z il numero delle tazze di caffè che il consumatore acquista. Egli acquisterà di conseguenza $2z$ cucchiaini di zucchero. Deve essere soddisfatto il vincolo di bilancio

$$2p_1 z + p_2 z = m.$$

Risolvendo per z otteniamo

$$z = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

5.4. Sappiamo che sarà consumato tutto il gelato oppure tutte le olive. I panieri di consumo ottimi saranno pertanto $x_1 = m/p_1$, $x_2 = 0$ oppure $x_1 = 0$, $x_2 = m/p_2$.

5.5. Si tratta di una funzione di utilità Cobb-Douglas, quindi il consumatore spenderà $4/(1+4) = 4/5$ del suo reddito per l'acquisto del bene 2.

5.6. Per preferenze "ad angolo", come nel caso di perfetti complementi, dove la variazione del prezzo non produce alcuna variazione della domanda.

6 Domanda

6.1. No. Se il suo reddito aumenta e il consumatore continua a spenderlo tutto, ciò significa che acquista una quantità maggiore di almeno un bene.

6.2. La funzione di utilità nel caso di perfetti sostituti è $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Pertanto se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ avremo che $x_1 + x_2 > y_1 + y_2$. Ne consegue che $tx_1 + tx_2 > ty_1 + ty_2$, e quindi $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$.

6.3. La funzione di utilità Cobb-Douglas ha la proprietà che

$$u(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^{1-a} = t^a t^{1-a} x_1^a x_2^{1-a} = t x_1^a x_2^{1-a} = tu(x_1, x_2).$$

Pertanto se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, anche $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$, e quindi le preferenze Cobb-Douglas sono certamente omotetiche.

6.4. Alla curva di domanda.

6.5. No. La scelta ottima nel caso di preferenze concave prevede che uno dei due beni non venga consumato.

6.6. Normalmente sono beni complementari.

6.7. Sappiamo che $x_1 = m/(p_1 + p_2)$. Risolvendo per p_1 in funzione delle altre variabili, si otterrà

$$p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2.$$

6.8. Falso.

7 Preferenze rivelate

7.1. No. Questo consumatore viola l'Assioma debole delle preferenze rivelate, perché quando ha acquistato il paniere (x_1, x_2) avrebbe potuto acquistare il paniere (y_1, y_2), e viceversa. Formalmente:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1 \times 1 + 2 \times 2 = 5 > 4 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = p_1 y_1 + p_2 y_2$$

e

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 = 2 \times 2 + 1 \times 1 = 5 > 4 = 2 \times 1 + 1 \times 2 = q_1 x_1 + q_2 x_2.$$

7.2. Sì. Il WARP non è violato, perché non era possibile acquistare il paniere-y quando è stato acquistato il paniere-x, e viceversa.

7.3. Poiché il prezzo del paniere-y era superiore al prezzo del paniere-x quando quest'ultimo paniere è stato acquistato, e viceversa, non è possibile dire quale sia il paniere preferito.

7.4. Se entrambi i prezzi variassero in egual misura. In questo caso il paniere dell'anno base rappresenterebbe ancora la scelta ottima.

7.5. Perfetti complementi.

8 Equazione di Slutsky

8.1. Sì.

8.2. L'effetto di reddito sarebbe eliminato. Resterebbe il puro effetto di sostituzione, che automaticamente avrebbe segno negativo.

8.3. L'entrata fiscale sarebbe tx', mentre il governo dovrebbe rimborsare ai consumatori la somma tx. Il governo sarebbe quindi in perdita.

8.4. Poiché il consumo iniziale è ancora possibile, i consumatori devono essere almeno altrettanto soddisfatti. Questo perché il governo restituisce ai consumatori una somma *maggiore* di quella persa a causa dell'aumento del prezzo della benzina.

9 Acquistare e vendere

9.1. Le domande lorde sono $(9, 1)$.

9.2. Ai prezzi correnti il paniere $(y_1, y_2) = (3, 5)$ costa più del paniere $(4, 4)$. Il consumatore non preferirà necessariamente consumare questo paniere, ma preferirà certamente possederlo, poiché potrà venderlo ed acquistare un paniere preferito.

9.3. Certamente. Dipende dal fatto che il consumatore sia un acquirente netto oppure un venditore netto del bene divenuto più costoso.

9.4. Sì, ma solo se gli Stati Uniti diventassero esportatori netti di petrolio.

9.5. La nuova retta di bilancio si sposterebbe verso destra restando parallela a quella iniziale, poiché l'aumento del numero delle ore in una giornata equivale ad un puro effetto di dotazione.

9.6. L'inclinazione sarebbe positiva.

10 Scelta intertemporale

10.1. Secondo la Tabella 10.1, un dollaro tra 20 anni equivale a 3 centesimi oggi, ad un tasso di interesse del 20 per cento. Quindi un milione di dollari vale $0,03 \times 1\,000\,000 = \$30\,000$ attuali.

10.2. L'inclinazione del vincolo di bilancio intertemporale è uguale a $-(1+r)$, quindi all'aumentare di r l'inclinazione diventerà più negativa (la retta diventerà più ripida).

10.3. Se i beni sono perfetti sostituiti, il consumatore acquisterà soltanto il bene meno costoso. Nel caso di acquisti intertemporali di generi alimentari, ciò significa che il consumatore acquisterà generi alimentari soltanto in un periodo, il che non sembra molto realistico.

10.4. Perché un consumatore decida di continuare a dare a prestito anche dopo una diminuzione dei tassi di interesse, è necessario che egli scelga un punto che avrebbe potuto scegliere anche in corrispondenza dei tassi di interesse precedenti, ma che aveva deciso di escludere. La sua soddisfazione deve quindi essere minore. Nel caso in cui, dopo la variazione, il consumatore decida di prendere a prestito, allora sceglierà un punto che non era disponibile in precedenza, e che quindi non può essere confrontato con il punto iniziale (poiché il punto iniziale non è più disponibile in presenza del nuovo vincolo di bilancio). Non è possibile determinare, pertanto, la variazione del benessere del consumatore.

10.5. Ad un tasso di interesse del 10 per cento il valore attuale di \$100 è \$90.91. Se il tasso di interesse è del 5 per cento, il valore attuale è \$95.24.

11 Mercati delle attività

11.1 Il prezzo corrente deve essere $11/(1+0,10) = \$10$.

11.2. Il tasso di rendimento è uguale a $(10\,000 + 10\,000)/100\,000 = 20\%$.

11.3. Sappiamo che il tasso di rendimento dei titoli non tassabili, r, deve essere tale che $(1-t)r_t = r$, e quindi $(1-0,40) \times 0,10 = 0,06 = r$.

11.4. Il prezzo attuale deve essere $40/(1+0,10)^{10} = \$15.42$.

12 Incertezza

12.1. Si dovrà ridurre il consumo nello stato "negativo" e aumentarlo in quello "positivo". Per fare questo si dovrà *vendere* una quota dell'assicurazione contro il danno anziché acquistarne.

12.2. Le funzioni (a) e (c) godono della proprietà dell'utilità attesa (sono semplicemente trasformazioni affini delle funzioni discusse nel capitolo), mentre la funzione (b) non ne gode.

12.3. Poiché è avverso al rischio, l'individuo in questione preferisce il valore atteso della scommessa, \$325, alla scommessa stessa, e quindi sceglierà il versamento.

12.4. Se il versamento fosse soltanto di \$320, la decisione dipenderà dalla forma della funzione di utilità.

12.5. Il grafico rappresenterà una funzione inizialmente convessa, che diventi successivamente concava.

12.6. Perché sia possibile auto-assicurarsi, i rischi devono essere indipendenti, e non è certo questo il caso dei danni provocati da una inondazione. Se una casa viene danneggiata da un'inondazione, è probabile che subiranno dei danni anche tutte le altre.

13 Attività a rischio

13.1. Per ottenere uno scarto quadratico medio del 2% sarà necessario investire $x = \sigma_x/\sigma_m = 2/3$ della ricchezza disponibile nell'attività a rischio. Il tasso di rendimento sarà quindi uguale a a $(2/3)0,09 + (1-2/3)0,06 = 8\%$.

13.2. Il prezzo del rischio è uguale a $(r_m - r_f)/\sigma_m = (9-6)/3 = 1$. Ciò significa che ad un aumento unitario dello scostamento quadratico medio corrisponde un rendimento dell'1%.

13.3. Secondo il CAPM, il titolo dovrebbe offrire un rendimento atteso $r_f + \beta(r_m - r_f) = 0,05 + 1,5(0,10 - 0,05) = 0,125$ o $12,5\%$. Il titolo dovrebbe essere venduto al suo valore attuale atteso, cioè $100/1,125 = \$88.89$.

14 Surplus del consumatore

14.1 14.1 Il prezzo di equilibrio è di \$10 e la quantità venduta è di 100 unità. In presenza di una tassa, il prezzo sale a \$11, ma vengono vendute ancora 100 unità del bene, quindi non vi sarà alcuna perdita netta.

14.2. Calcoliamo l'area al di sotto della curva di domanda a sinistra del punto corrispondente alla quantità 6. Quest'area può essere suddivisa in un triangolo con base 6 e altezza 6 e in un rettangolo con base 6 e altezza 4. Le loro aree saranno quindi, rispettivamente, 18 e 24. Il beneficio lordo è di conseguenza 42.

14.3. Se il prezzo è 4, il surplus netto del consumatore corrisponde all'area di un triangolo con base 6 e altezza 6, cioè il surplus del consumatore è 18. Se il prezzo è 6, il triangolo ha base 4 e altezza 4, e la sua area è quindi 8. La variazione del prezzo ha quindi ridotto il surplus del consumatore di \$10.

14.4. Dieci dollari. Poiché la quantità domandata del bene discreto non ha subito variazioni, il consumatore ha dovuto diminuire di dieci dollari la spesa per altri beni.

15 Domanda di mercato

15.1. La curva di domanda inversa è $P(q) = 200 - 2q$.

15.2. La scelta se consumare o no la droga potrebbe essere sensibile al prezzo, e quindi l'aggiustamento della domanda di mercato sul margine estensivo potrebbe contribuire all'elasticità della domanda di mercato.

15.3. Il ricavo è uguale a $R(p) = 12p - 2p^2$, ed è quindi massimo in corrispondenza di $p = 3$.

15.4. Il ricavo sarà $pD(p) = 100$, indipendentemente dal prezzo, e quindi sarà massimo in corrispondenza di qualsiasi prezzo.

15.5 Vero. La media ponderata delle elasticità rispetto al reddito deve essere uguale a 1, e quindi se uno dei due beni presenta un'elasticità rispetto al reddito *negativa*, l'elasticità rispetto al reddito dell'altro bene deve essere *maggiore* di 1.

16 Equilibrio

16.1. Il sussidio è trasferito interamente ai consumatori se la curva di offerta è orizzontale, mentre è trasferito interamente ai produttori se la curva di offerta è una retta verticale.

16.2. I consumatori.

16.3. In questo caso la curva di domanda per le matite rosse è una retta orizzontale in corrispondenza del prezzo p_b, il prezzo massimo che i consumatori sono disposti a pagare per una matita rossa. Se si applicasse una tassa sulle matite rosse, i consumatori sarebbero comunque disposti a pagarle al massimo p_b, e quindi la tassa sarebbe sostenuta interamente dai produttori (se qualcuno continuerà a produrre matite rosse — potrebbe darsi che la tassa inducesse i produttori ad uscire da quell'industria).

16.4. In questo caso la curva di offerta del petrolio importato è una retta orizzontale in corrispondenza del prezzo \$25. Il prezzo per i consumatori aumenterà quindi di \$5 (l'ammontare della tassa), e diverrà \$30. Poiché il petrolio importato e quello prodotto negli USA sono perfetti sostituti per i consumatori, i produttori statunitensi venderanno il proprio petrolio a \$30, ottenendo un extraprofitto pari a \$5 per barile.

16.5. Zero. La perdita globale rappresenta il valore dell'output perduto. Poiché viene offerta la stessa quantità prima e dopo la tassa, non vi è perdita globale. In altri termini: gli offerenti sostengono l'intero onere della tassa, i cui proventi sono interamente versati allo stato. Per evitare la tassa gli offerenti sarebbero disposti a spendere una somma esattamente uguale all'entrata fiscale derivante dalla tassa, e non vi è quindi onere in eccesso.

16.6. Entrate nulle.

16.7. Quantità negative. In questo caso si tratterebbe di un sussidio netto.

17 Aste

17.1 Poiché ciascun collezionista avrà presumibilmente una propria valutazione dei tessuti, che non dipende dalle valutazioni degli altri collezionisti, si tratta di un'asta a valore privato.

17.2 Se seguiamo l'analisi sviluppata nel testo, vediamo che vi sono quattro configurazioni di offerte egualmente probabili: (8,8), (8,10), (10,8) e (10,10). Se il prezzo di riserva è uguale a zero, le offerte ottime saranno (8,9,9,10), e quindi il profitto atteso sarà di \$9. L'unico altro possibile prezzo di riserva in questo caso è \$10, che porterebbe un profitto atteso pari a $30/4 = \$7,50$. Quindi zero è il prezzo di riserva che massimizza il profitto in questa particolare asta.

17.3 Facciamo scrivere su un foglietto un valore a ciascuno studente, quindi aggiudichiamo i libri agli studenti che hanno scritto i due valori più alti, ma facciamo pagare loro il valore scritto dal terzo studente.

17.4 Il meccanismo è stato efficiente nel senso che ha permesso che la licenza venisse aggiudicata all'impresa che la valutava di più. Ma per ottenere questo si è impiegato un anno, e questo è inefficiente. Un'asta di Vickrey o una all'inglese avrebbe ottenuto lo stesso risultato più rapidamente.

17.5 Si tratta di un'asta a valore comune poiché il valore del bene in palio è uguale per tutti i partecipanti. Normalmente il vincitore sovrastima il numero delle monetine del vaso, fornendo un esempio di maledizione del vincitore.

18 Tecnologia

18.1. Rendimenti di scala crescenti.

18.2. Rendimenti di scala decrescenti.

18.3. Se $a + b = 1$ si avranno rendimenti di scala costanti, se $a + b < 1$ rendimenti di scala decrescenti, se $a + b > 1$ rendimenti di scala crescenti.

18.4. $4 \times 3 = 12$ unità.

18.5. Vero.

18.6. Sì.

19 Massimizzazione del profitto

19.1. Il profitto diminuirà.

19.2. Il profitto aumenterà, perché la quantità prodotta aumenterà più del costo degli input.

19.3. Se l'impresa davvero presentasse rendimenti di scala decrescenti, dimezzare la scala operativa consentirebbe a ciascuna delle due nuove imprese di produrre una quantità di output superiore alla metà dell'output iniziale, senza aumentare l'impiego degli input. Pertanto le due nuove imprese nelle quali l'impresa si è suddivisa realizzerebbero complessivamente un profitto maggiore di quello iniziale. È questo uno dei motivi che fanno ritenere irragionevole l'ipotesi di rendimenti di scala ovunque decrescenti.

19.4. L'ortolano ignora i costi opportunità. Per tenerne conto, egli dovrebbe includere nei costi anche il costo del tempo che ha impiegato per produrre il raccolto, anche se non è stato pagato alcun salario esplicito.

19.5. Non è vero in generale. Per esempio, si consideri il caso dell'incertezza.

19.6. Aumentare.

19.7. La quantità impiegata del fattore x_1 non varierà, ed i profitti aumenteranno.

19.8. Non può.

20 Minimizzazione dei costi

20.1. Poiché il profitto è uguale alla differenza tra i ricavi totali e i costi totali, se un'impresa non minimizza i costi esiste certamente un modo per aumentare il profitto, ciò che contraddice l'ipotesi che il profitto sia già massimo.

20.2. Aumentare l'impiego del fattore 1 e diminuire l'impiego del fattore 2.

20.3. Poiché gli input sono perfetti sostituti e il loro prezzo è identico, l'impresa impiegherà indifferentemente l'uno o l'altro. In altri termini, l'impresa impiegherà quantità dei due input tali che $x_1 + x_2 = y$.

20.4. La domanda di carta diminuisce oppure rimane costante.

20.5. $\sum_{i=1}^{n} \Delta w_i \Delta x_i \leq 0$, dove $\Delta w_i = w_i^t - w_i^s$ e $\Delta x_i = x_i^t - x_i^s$.

21 Curve di costo

21.1. Vero, vero, falso.

21.2. Producendo una quantità di output maggiore nel secondo impianto e contemporaneamente diminuendo la produzione nel primo.

21.3. Falso.

22 Offerta dell'impresa

22.1. La curva di offerta inversa è $p = 20y$, e quindi la curva di offerta è $y = p/20$.

22.2. Ponendo $AC = MC$ si ottiene $10y + 1000/y = 20y$, e quindi $y^* = 10$.

22.3. Risolvendo per p si otterrà $P_s(y) = (y - 100)/20$.

22.4. L'offerta è 40 in corrispondenza del prezzo 10 e 80 in corrispondenza del prezzo 20. Il surplus del produttore può essere scomposto in un rettangolo di area 10×40 e in un triangolo di area $\frac{1}{2} \times 10 \times 40$, e quindi la variazione totale del surplus del produttore è uguale a 600. Questa variazione equivale alla variazione dei profitti, perché i costi fissi non variano.

22.5. La curva di offerta sarà $y = p/2$ per $p \geq 2$, e $y = 0$ per $p \leq 2$. In corrispondenza di $p = 2$ per l'impresa sarà indifferente offrire 1 unità di output o non offrirla.

22.6. Per la maggior parte tecnico (anche se in modelli più avanzati può essere considerato di mercato), di mercato, sia tecnico che di mercato, tecnico.

22.7. Che ciascuna impresa dell'industria assuma il prezzo di mercato come dato.

22.8. Al prezzo di mercato. Un'impresa che massimizzi il profitto deciderà di produrre un livello di output tale che il costo marginale che deve essere sostenuto per produrre l'ultima unità sia uguale al ricavo marginale che ne deriva, il quale, nel caso di concorrenza perfetta, è uguale al prezzo di mercato.

22.9. Il livello dell'output dovrebbe essere nullo (con o senza costi fissi).

22.10. Nel breve periodo, se il prezzo di mercato è superiore ai costi medi variabili, l'impresa sceglierà di continuare a produrre, anche se così facendo dovrà sopportare delle perdite. Questo perché le perdite sarebbero maggiori se scegliesse di non produrre affatto, poiché l'impresa dovrebbe comunque sostenere i costi fissi. Tuttavia, nel lungo periodo non vi sono costi fissi, e quindi qualsiasi impresa che realizzi perdite potrà scegliere di produrre una quantità nulla di output, riducendo le sue perdite a zero.

22.11. Il prezzo di mercato deve essere uguale al costo marginale di produzione per tutte le imprese dell'industria.

23 Offerta dell'industria

23.1. Le curve di offerta inversa sono $P_1(y_1) = 10 + y_1$ e $P_2(y_2) = 15 + y_2$. Se il prezzo è inferiore a 10 nessuna impresa offrirà il proprio output. Se il prezzo è uguale a 15 l'impresa 2 entrerà nel mercato, e per qualsiasi prezzo maggiore di 15 vi entreranno ambedue. Vi sarà quindi un angolo in corrispondenza del prezzo 15.

23.2. Nel breve periodo saranno i consumatori a sostenere l'intero onere della tassa, mentre, nel lungo periodo, lo sosterranno i produttori.

23.3. Falso. Quei negozi possono praticare prezzi elevati perché sono situati nelle vicinanze dell'università. Grazie a questi prezzi elevati, i proprietari immobiliari possono a loro volta fissare elevati canoni d'affitto per i locali nei quali questi negozi hanno sede.

23.4. Vero.

23.5. I profitti o le perdite delle imprese presenti nell'industria.

23.6. Più piatta.

23.7. Il modello non viene contraddetto. Nel calcolo dei costi non si è tenuto conto della rendita della licenza.

24 Monopolio

24.1. No. Un monopolista che massimizzi il profitto non sceglierà mai di operare in corrispondenza di un punto in cui la domanda sia inelastica.

24.2. Determiniamo in primo luogo la funzione di domanda inversa, $p(y) = 50 - y/2$. Il ricavo marginale sarà dunque $MR(y) = 50 - y$. Ponendo il ricavo marginale uguale al costo marginale, otterremo $y = 48$. Per determinare il prezzo, sostituiamo infine questo valore nella funzione di domanda inversa, $p(48) = 50 - 48/2 = 26$.

24.3. La curva di domanda ha elasticità costante -3. Ricordando che $p[1 + 1/\epsilon] = MC$, possiamo scrivere $p[1 - 1/3] = 2$, ottenendo $p = 3$. Sostituendo questo valore nella funzione di domanda si otterrà la quantità prodotta: $D(3) = 10 \times 3^{-3}$.

24.4. La curva di domanda ha elasticità costante uguale a -1. Il ricavo marginale sarà quindi nullo per qualsiasi livello di output, e non potrà mai essere uguale al costo marginale.

24.5. Nel caso di una curva di domanda lineare il prezzo aumenta in ragione della metà della variazione del costo. In questo caso la risposta è \$3.

24.6. In questo caso $p = kMC$, dove $k = 1/(1 - 1/3) = 3/2$. Il prezzo quindi aumenterà di \$9.

24.7. Il prezzo sarà uguale al doppio del costo marginale.

24.8. Un sussidio del 50 per cento, in modo che i costi per il monopolista si riducano alla metà di quelli effettivi. Questo permetterà che il prezzo eguagli il costo marginale in corrispondenza della scelta di output del monopolista.

24.9. Un monopolista produce in corrispondenza di un punto nel quale $p(y) + y\Delta p/\Delta y = MC(y)$. Con opportune trasformazioni, avremo $p(y) = MC(y) - y\Delta p/\Delta y$. Poiché la curva di domanda ha inclinazione negativa, sappiamo che $\Delta p/\Delta y < 0$, e quindi $p(y) > MC(y)$.

24.10. Falso. Imponendo ad un monopolista una tassa si provocherà un aumento del prezzo di mercato maggiore, uguale, o inferiore all'ammontare della tassa.

24.11. Un grande numero di problemi tra i quali: la determinazione degli effettivi costi marginali dell'impresa, la garanzia che l'impresa continui a servire tutti i suoi clienti, la verifica del fatto che il monopolista non incorrerà in perdite in corrispondenza del nuovo prezzo e del nuovo livello dell'output.

24.12. Alcune delle condizioni sono: elevati costi fissi e ridotti costi marginali, elevata scala minima efficiente in rapporto al mercato, facilità che vi sia collusione tra le imprese, ecc.

25 Comportamento monopolistico

25.1. Sì, se può discriminare perfettamente i prezzi.

25.2. $p_i = \epsilon_i c/(1 + \epsilon_i)$ per $i = 1, 2$.

25.3. Se il monopolista può discriminare perfettamente i prezzi può ottenere tutto il surplus dei consumatori, ed egualmente può ottenerlo se è in grado di applicare una tariffa di ammissione. Di conseguenza il monopolista troverà egualmente conveniente l'una o l'altra politica di prezzo. (In pratica è molto più facile far pagare un biglietto d'ingresso che applicare un prezzo differente per ogni giro in giostra).

25.4. Si tratta di discriminazione dei prezzi di terzo grado. Apparentemente a Disneyland pensano che la domanda degli abitanti della California del sud sia più elastica di quella degli altri visitatori.

26 Mercati dei fattori

26.1. Sì. Un monopsonista può produrre in corrispondenza di qualsiasi livello di elasticità dell'offerta.

26.2. Poiché in corrispondenza di tale salario l'offerta di lavoro sarebbe superiore alla domanda, ne risulterebbe un aumento della disoccupazione.

26.3. Possiamo determinare i prezzi di equilibrio mediante opportune sostituzioni nella funzione di domanda. Poiché $p = a - by$, possiamo impiegare la soluzione per y, ottenendo

$$p = \frac{3a + c}{4}.$$

Poiché $k = a - 2bx$, impieghiamo la soluzione per x, ottenendo

$$k = \frac{a + c}{2}.$$

27 Oligopolio

27.1. In equilibrio ciascuna impresa produrrà $(a - c)/3b$, e quindi l'output totale dell'industria sarà $2(a - c)/3b$.

27.2. Poiché i costi marginali sono identici per tutte le imprese, non è rilevante quale di esse produca l'output.

27.3. No, perché un'impresa leader nel modello di Stackelberg potrà sempre scegliere un livello di output corrispondente all'equilibrio di Cournot.

27.4. Sappiamo dal testo che $p[1 - 1/n|\epsilon|] = MC$. Poiché $MC > 0$ e $p > 0$, anche $1 - 1/n|\epsilon| > 0$. Con le opportune trasformazioni si otterrà il risultato richiesto.

27.5. È sufficiente rendere $f_2(y_1)$ più ripida di $f_1(y_2)$.

27.6. In generale, no. Soltanto nella soluzione di Bertrand il prezzo è uguale al costo marginale.

28 Teoria dei giochi

28.1. Il secondo giocatore risponderà con un tradimento al tradimento (erroneo) del primo. Ma il primo giocatore sceglierà allora di tradire a sua volta, e ciascuno dei due continuerà a rispondere con il tradimento al tradimento dell'altro! Questo esempio mostra che il "colpo su colpo" può non essere un'ottima strategia quando i giocatori possono commettere errori o interpretare erroneamente il comportamento dell'altro.

28.2. Sì e no. Un giocatore preferisce giocare una strategia dominante indipendentemente dalla strategia dell'avversario (anche se l'avversario gli oppone la propria strategia dominante). Pertanto, se tutti i giocatori scelgono la strategia dominante, ciascuno giocherà una strategia ottimale data quella degli avversari, e quindi esisterà un equilibrio di Nash. Tuttavia, non tutti gli equilibri di Nash sono equilibri con strategia dominante: si veda per esempio la Tabella 28.2.

28.3. Non necessariamente. La strategia corrispondente all'equilibrio di Nash è la migliore se anche il vostro avversario gioca la sua strategia corrispondente

all'equilibrio di Nash. Se il vostro avversario non lo fa, probabilmente avrete a disposizione una strategia migliore.

28.4. Da un punto di vista formale, se i prigionieri possono attuare rappresaglie i payoff del gioco possono mutare, e ciò potrebbe dar luogo ad un risultato Pareto-efficiente (per esempio, si consideri il caso in cui entrambi i prigionieri decidano di uccidere chi di loro confessi, e si assuma che l'utilità della morte sia davvero molto bassa).

28.5. La strategia dominante corrispondente ad un equilibrio di Nash è di tradire ad ogni round, e può essere ottenuta mediante lo stesso procedimento di induzione all'indietro applicato al caso del gioco a 10 round. L'evidenza sperimentale, per periodi di tempo più brevi, sembra far ritenere che i giocatori si servano assai raramente di questa strategia.

28.6. B sceglierà "sinistra" ed A sceglierà "alto". Il giocatore B preferisce effettuare la prima mossa poiché questo si traduce per lui in un payoff 9 invece che 1. (Si noti, tuttavia, che in un gioco sequenziale non sempre è vantaggioso muovere per primo. Potete proporre un esempio?)

29 Applicazioni dei giochi

29.1 In un equilibrio di Nash, ciascun giocatore sceglie la propria risposta ottimale alla risposta ottimale dell'altro giocatore. In un equilibrio con strategie dominanti, la scelta di ciascun giocatore è la risposta ottimale a qualsiasi scelta fatta dall'altro giocatore.

29.2 No, perché quando $r = 1/3$ esiste un numero infinito di risposte ottimali, non una sola, come richiesto dalla definizione matematica di una funzione.

29.3 Non necessariamente. Dipende dai payoff del gioco. Nel caso del gioco *chicken*, se entrambi i giocatori scelgono di guidare diritto conseguiranno il payoff peggiore.

29.4 È il payoff atteso di Riga in corrispondenza della strategia di equilibrio, che prevede che egli tiri a sinistra con probabilità $0,7$, mentre Colonna si tuffa a destra con probabilità $0,6$. Dobbiamo sommare i payoff di Riga su quattro eventi: la probabilità che Riga tiri a sinistra e Colonna si tuffi a sinistra $\times$ il payoff di Riga in questo caso + la probabilità che Riga tiri a destra e Colonna si tuffi a sinistra $\times$ il payoff di Riga in questo caso, e così via. I numeri sono $(0,7)(0,6)50+(0,7)(0,4)80+(0,3)(0,6)90+(0,3)(0,4)20 = 62$.

29.5 Egli intende che farà un'offerta bassa per ottenere il contratto, ma successivamente farà pagare prezzi alti per qualsiasi variazione. Il cliente dovrà adeguarsi, poiché è costoso per lui cambiare costruttore a metà del lavoro.

30 Economia comportamentale

30.1 È più probabile che li compri il primo gruppo, a causa dell'"effetto cornice".

30.2 Per l'"effetto bracketing", è più probabile che i pasti di Mary saranno molto più variati.

30.3 Secondo la teoria standard del consumatore, è meglio avere più scelte. Ma è anche possibile che troppe scelte confondano i lavoratori, perciò 10 potrebbe essere l'opzione più sicura. Se decidete di offrire 50 fondi pensionistici, sarebbe una buona idea raggrupparli in un numero relativamente piccolo di categorie.

30.4 La probabilità che testa esca tre volte di fila è $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125$. La probabilità che croce esca tre volte di fila è sempre 0,125, perciò la probabilità che testa o croce escano tre volte di fila è pari a 0,25.

30.5 Il termine usato è "incoerenza temporale".

31 Scambio

31.1. Sì. Si consideri per esempio un'allocazione in cui uno dei due individui disponga di tutti i beni. In questo caso la soddisfazione dell'altro sarà certamente minore di quella che avrebbe se possedesse qualche cosa.

31.2. No. Ciò significherebbe che in corrispondenza della pretesa allocazione Pareto-efficiente esiste un modo per aumentare la soddisfazione di ciascuno, ciò che contraddice l'ipotesi che l'allocazione iniziale fosse Pareto-efficiente.

31.3. Se è nota la curva dei contratti, potremo dire che ogni scambio si svolgerà in corrispondenza di qualche punto della curva, ma non sappiamo quale.

31.4. Sì, ma senza che si riduca quella di qualcun altro.

31.5. Il valore dell'eccesso di domanda nei rimanenti due mercati deve essere nullo.

32 Produzione

32.1. Rinunciare ad una libbra di noci di cocco renderà disponibili risorse per un valore pari a \$6, che potranno essere impiegate per produrre 2 libbre (un valore pari a \$6) di pesce.

32.2. Un salario più elevato renderà più ripida la retta di isoprofitto. Di conseguenza il livello dell'output che massimizza il profitto (che come si ricorderà corrisponde al punto di tangenza tra la retta di isoprofitto e la funzione di produzione) corrisponderà ad un punto alla sinistra dell'equilibrio iniziale (ed implicherà di conseguenza una minor domanda di lavoro). Dato questo nuovo vincolo di bilancio, tuttavia, Robinson desidererà offrire una quantità di lavoro maggiore di quella domandata (perché?) e quindi il mercato del lavoro non sarà in equilibrio.

32.3. Dato un certo numero di ipotesi restrittive, è possibile affermare che un'economia in equilibrio concorrenziale è Pareto-efficiente. Si ritiene in generale che ciò sia desiderabile per la società, poiché ne deriva che non è possibile aumentare la soddisfazione di un individuo in questa economia senza diminuire quella di un altro. Tuttavia, può darsi che la società preferisca una diversa distribuzione del benessere, che preferisca cioè aumentare la soddisfazione di un gruppo a spese di quella di un altro.

32.4. Deve produrre una quantità maggiore di pesce. Dato il saggio marginale di sostituzione di Robinson, sappiamo che egli è disposto a cedere due unità di noci di cocco in cambio di un'unità addizionale di pesce. Il saggio marginale di trasformazione implica che è sufficiente cedere una unità di noci di cocco per ottenerne una di pesce. Pertanto, rinunciando ad una unità di noci di cocco (anche se sarebbe disposto a cederne due) Robinson potrà ottenere un'unità addizionale di pesce.

32.5. Dovranno lavorare ciascuno 9 ore al giorno. Se lavorassero entrambi 6 ore al giorno (Robinson nella produzione delle noci di cocco, Venerdì in quella del pesce) e si scambiassero metà del rispettivo prodotto, potrebbero ottenere lo stesso output. La riduzione delle ore di lavoro è dovuta alla riorganizzazione della produzione, basata sul vantaggio comparato degli individui.

33 Benessere

33.1. Il maggiore svantaggio sarà che numerose allocazioni non potranno essere confrontate — non esiste un modo per scegliere tra due allocazioni Pareto-efficienti.

33.2. La funzione avrà la forma $W(u_1, \ldots, u_n) = \max\{u_1 \ldots, u_n\}$.

33.3. Poiché la funzione di benessere di Nietzsche dipende esclusivamente dall'individuo maggiormente soddisfatto, il massimo benessere in un'allocazione di questo tipo corrisponderà ad una situazione in cui un individuo possiede ogni cosa.

33.4. Supponiamo che non sia così. Allora ogni individuo dovrà invidiarne qualche altro. Per esempio A invidierà B, B invidierà C, C invidierà D, e così via. Alla fine, qualcuno invidierà qualche altro che lo precede nella lista. Supponiamo che il ciclo sia "C invidia D che invidia E che invidia C". Si consideri ora il seguente scambio: C ottiene la dotazione di D, D quella di E, ed E quella di C. Ciascuno ha ottenuto un paniere che preferisce, e quindi è aumentata la soddisfazione di tutti. Dunque l'allocazione iniziale non può essere Pareto-efficiente!

33.5. Si confrontano prima x e z, e successivamente la scelta vincente (z) e y. Si confrontano prima x e y, e successivamente la scelta vincente (x) e z. L'importanza dell'ordine di votazione dipende dal fatto che le preferenze sociali sono intransitive.

34 Esternalità

34.1. Vero. Generalmente, i problemi di efficienza possono essere eliminati definendo i diritti di proprietà. Tuttavia, definire dei diritti di proprietà significa assegnare delle dotazioni, e questo potrebbe avere importanti conseguenze distributive.

34.2. Falso.

34.3. Lo stato potrebbe rendere disponibile solo la quantità ottimale di diritti di pascolo. Un'alternativa potrebbe essere quella di venderli. (Domanda: a quale prezzo sarebbero venduti questi diritti? Suggerimento: pensate al significato della rendita). Si potrebbe anche introdurre una tassa, t, su ogni mucca, tale che $f(c^*)/c^* + t = a$.

35 Tecnologia dell'informazione

35.1 La compagnia sarà disposta a pagare fino a \$50, il valore attuale dei profitti associati al consumatore che la compagnia può aspettarsi di realizzare nel lungo periodo.

35.2 Gli utenti si indirizzeranno verso i programmi maggiormente usati, perché in questo modo sarà più semplice scambiare dati o informazioni sul modo di usare i programmi.

35.3 In questo caso le condizioni di massimo profitto sono identiche. Se due persone condividono la cassetta, il produttore raddoppierà il prezzo ottenendo esattamente lo stesso profitto.

36 Beni pubblici

36.1. L'offerta vincente *non* corrisponderà al valore più elevato, ma al *secondo* valore in ordine di grandezza più un dollaro. L'individuo *disposto* ad offrire il prezzo più elevato si aggiudicherà il bene, ma dovrà pagare soltanto il secondo prezzo in ordine di grandezza più un dollaro.

36.2. Il ragionamento è analogo a quello svolto per la tassa di Clarke. Supponiamo di voler offrire un prezzo superiore al vero valore. Se il nostro fosse già il prezzo più elevato, offrirne uno ancora più alto non farebbe aumentare le probabilità che abbiamo di aggiudicarci il bene. Se il nostro non fosse il prezzo più elevato, per ottenere il bene dovremmo offrire il secondo prezzo in ordine di grandezza, che è evidentemente superiore al valore che il bene rappresenta per noi. Un ragionamento simile può esser fatto per le offerte inferiori al valore.

36.3. La somma dei saggi marginali di sostituzione dovrà essere uguale al costo marginale che deve essere sostenuto per fornire il bene pubblico. La somma dei MRS è 20 ($= 10 \times 2$), mentre il costo marginale della fornitura del bene pubblico è $2x$. Avremo quindi l'equazione $2x = 20$, e $x = 10$. Il numero di lampioni che deve essere fornito è 10.

37 Informazione asimmetrica

37.1. Poiché nella situazione di equilibrio vengono scambiate soltanto automobili di bassa qualità, e vi è un surplus pari a \$200 per ciascuna transazione, il surplus totale prodotto sarà $50 \times 200 = \$10\,000$.

37.2. Se le automobili sono assegnate a caso, il surplus medio per ciascuno scambio corrisponderà alla differenza tra la disponibilità media a pagare, \$1800, e la disponibilità media a vendere, \$1500. Per ciascuna transazione vi sarà quindi un surplus medio pari a \$300. Poiché hanno luogo 100 transazioni, il surplus totale sarà pari a \$30 000, che è un risultato migliore di quello prodotto dal mercato.

37.3. Abbiamo visto nel testo che lo schema di incentivi ottimo ha la forma $s(x) = wx + K$. Il salario w deve essere uguale alla produttività marginale del lavoratore, che in questo caso è 1. La costante K è scelta in modo che l'utilità del lavoratore in corrispondenza della scelta ottima sia $\overline{u} = 0$. Poiché la scelta ottima corrisponde al punto in cui il prezzo, 1, è uguale al costo marginale, x, $x^* = 1$. A questo punto corrisponde l'utilità $x^* + K - c(x^*) = 1 + K - 1/2 = 1/2 + K$. Dato che l'utilità del lavoratore è nulla, $K = 1/2$.

37.4. Sappiamo dalla risposta al precedente esercizio che il profitto corrispondente al livello ottimo di attività è pari a $1/2$. Poiché $\overline{u} = 0$ il lavoratore sarà disposto a pagare un canone d'affitto $1/2$.

37.5. Se il lavoratore desidera conseguire il livello di utilità 1, l'impresa dovrebbe offrirgli un compenso globale pari a $1/2$.

INDICE ANALITICO