



# ĐỀ THI THỬ TSA ĐỢT 3 LẦN 1

👤 Biên soạn: PimaX

Group Anh Em Cây Khế – Pimax

🕒 Thời gian làm bài: 90 phút

**Câu 1.** Nam gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 8%/năm theo hình thức lãi kép (lãi nhập gốc mỗi năm). Hỏi sau 3 năm, số tiền Nam nhận được là bao nhiêu, làm tròn 2 số thập phân sau dấu phẩy?

- A** 62,48 triệu đồng. **B** 63,47 triệu đồng. **C** 62,99 triệu đồng. **D** 64,87 triệu đồng.

**Câu 2.** Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp 3 lần. Xác suất của biến cố A: "Có đúng 2 lần xuất hiện mặt sấp"

- A**  $\frac{1}{2}$ . **B**  $\frac{3}{8}$ . **C**  $\frac{7}{8}$ . **D**  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 3.** Mã xác thực (OTP – One Time Password) do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hàng cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9.

Mã OTP xác thực giao dịch là 712892, hiệu lực trong 1 phút

Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?

- A** 151200. **B** 136080. **C** 1000000. **D** 900000.

**Câu 4 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

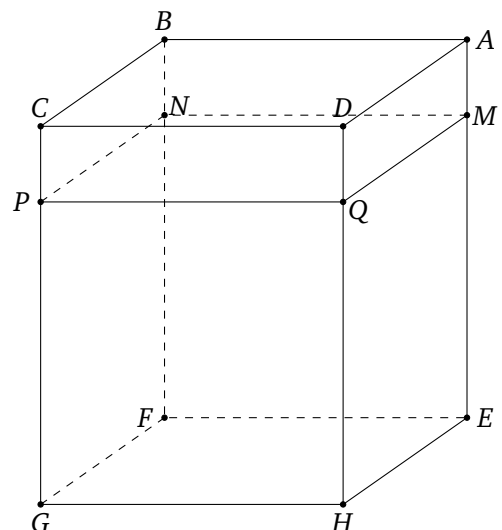
Dãy số Fibonacci là một dãy được xác định như sau 
$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + u_{n-1}, n \geq 2 \\ u_1 = 1 \\ u_2 = 1 \end{cases}$$

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Dãy trên là dãy tăng.		
b) Tồn tại một số hạng trong dãy không là số nguyên.		
c) Hai số hạng liên tiếp nhau trong dãy thì luôn nguyên tố cùng nhau.		

**Câu 5.**

Ông Hai có một kệ gỗ để vật dụng gia đình gồm 2 tầng song song nhau. Để tăng diện tích để vật dụng, ông Hai đóng thêm một mặt gỗ ở giữa hai tầng để trở thành kệ gỗ 3 tầng. Do đó, ông Hai kí hiệu và đo các kích thước như hình bên dưới. Nếu ông Hai đo đoạn  $AM = 20\text{cm}$  thì ông Hai phải đo  $CP$  dài bao nhiêu cm để mặt gỗ  $MNPQ$  song song với 2 tầng kia? Biết  $AE = 60\text{cm}$ ,  $CG = 66\text{cm}$

- A**  $CP = 22\text{cm}$ . **B**  $CP = 25\text{cm}$ .  
**C**  $CP = 30\text{cm}$ . **D**  $CP = 20\text{cm}$ .



**Câu 6 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $AB = a, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .		
b) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .		
c) Số đo góc giữa đường thẳng $SA$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30^\circ$ .		
d) Cô-sin của số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{15}$ .		

**Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $9^{\log_2^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$  là

- A**  $[1; 9]$ .      **B**  $\left[\frac{1}{9}; 9\right]$ .      **C**  $(0; 1] \cup [9; +\infty)$ .      **D**  $\left(0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; +\infty)$ .

**Câu 8 (Điền số nguyên dương thích hợp vào chỗ trống).**

Ta có  $2024! = 6460263446214 \dots \underbrace{000 \dots 000}_{n \text{ số } 0}$ . Giá trị của  $n$  là .....

**Câu 9 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

120

30

40

20

Có ..... số tự nhiên có ba chữ số dạng  $\overline{abc}$  với  $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  sao cho  $a < b < c$ .

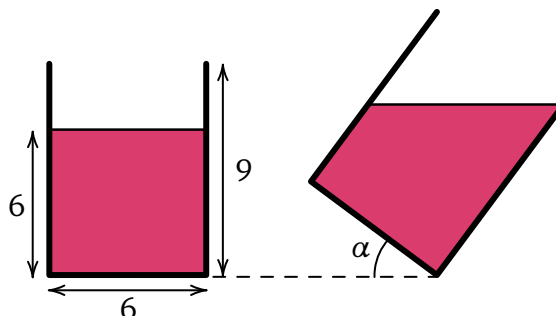
**Câu 10.** Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

- A** 32.      **B** 16.      **C** 80.      **D** 64.

**Câu 11 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Cho các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f(|x|)$  có đồ thị lần lượt là  $(C)$  và  $(C_1)$ .

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Nếu hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ thì $y = f( x )$ cũng là hàm số lẻ.		
b) Khi biểu diễn $(C)$ và $(C_1)$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ thì $(C)$ và $(C_1)$ có vô số điểm chung.		
c) Với $x < 0$ phương trình $f(x) = f( x )$ luôn vô nghiệm.		
d) Đồ thị $(C_1)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.		

**Câu 12.** Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao 9cm và bán kính đáy 3cm, chứa nước với mực nước ở mức 6cm. Tìm góc  $\varphi$  mà tại đó cốc phải được nghiêng để có thể uống nước từ nó.

- A**  $60^\circ$ .      **B**  $45^\circ$ .      **C**  $30^\circ$ .      **D**  $72^\circ$ .

**Câu 13.** Một hộp có 12 quả cầu bao gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ, 5 quả màu vàng. Lấy ra 4 quả cầu. Tính xác suất sao cho trong 4 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu màu đỏ.

**A**  $\frac{99}{495}$ .

**B**  $\frac{13}{55}$ .

**C**  $\frac{261}{495}$ .

**D**  $\frac{41}{55}$ .

**Câu 14 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + 1$  có đồ thị là đường cong (C).

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 0$ .		
b) Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 0$ bằng 3.		
c) Đường tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(1; 2)$ có hệ số góc bằng 3.		
d) Có đúng 2 đường tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với đường thẳng ( $\Delta$ ): $y = 3x + 3$ .		

**Câu 15.** Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng nạp được tính theo công thức

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{\frac{-3t}{2}}\right),$$

với  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giờ và  $Q_0$  là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Nếu điện thoại nạp pin từ lúc cạn pin (tức là dung lượng pin lúc bắt đầu nạp là 0%) thì sau bao lâu sẽ nạp được 90% (làm tròn đến hàng phần trăm)?

**A**  $t \approx 1,54$  giờ.

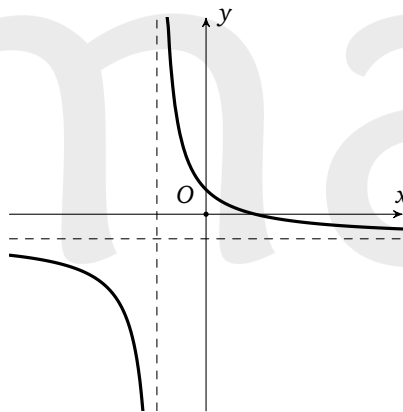
**B**  $t \approx 1$  giờ.

**C**  $t \approx 1,22$  giờ.

**D**  $t \approx 1,33$  giờ.

**Câu 16 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.

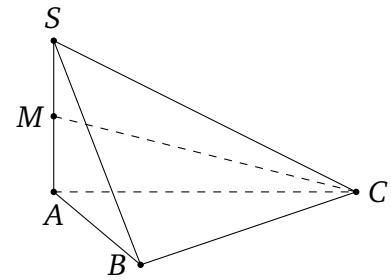


Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị trái dấu.		
b) Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.		
c) Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung.		
d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nằm bên trái trục tung.		

**Câu 17.**

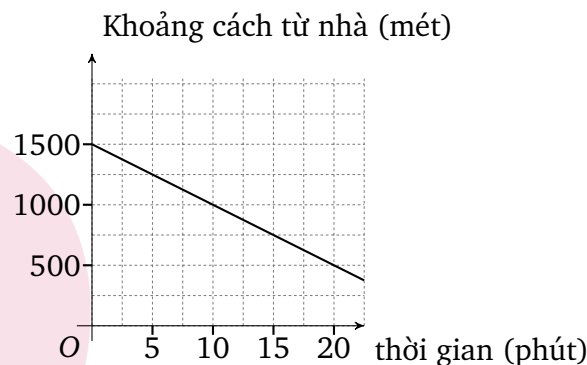
Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Biết hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  hợp nhau một góc  $45^\circ$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  bằng bao nhiêu?

- A  $\frac{1}{2}$ .      B  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      C  $\frac{1}{\sqrt{6}}$ .      D  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .



**Câu 18 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Trường học của An cách nhà bạn ấy 1500 mét. Đồ thị bên dưới biểu diễn khoảng cách  $y$  (mét) giữa An và nhà bạn ấy sau thời gian  $x$  (phút) đi bộ từ trường về nhà. Biết rằng sau 10 phút, An cách nhà 1000 mét và bạn ấy tiếp tục đi với tốc độ không đổi.

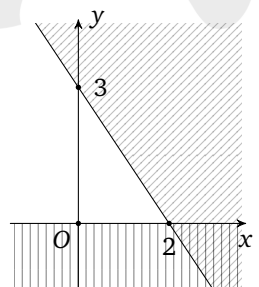


Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Phương trình tổng quát của đồ thị trong hình là $50x + y - 1500 = 0$ .		
b) An về đến nhà sau 30 phút đi bộ.		
c) Sau 23 phút An cách nhà 150 m.		
d) Phương trình tham số của đồ thị trong hình là $\begin{cases} x = 10 - t \\ y = 1000 + 50t \end{cases}$ .		

**Câu 19.**

Phần không gạch chéo ở hình bên biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

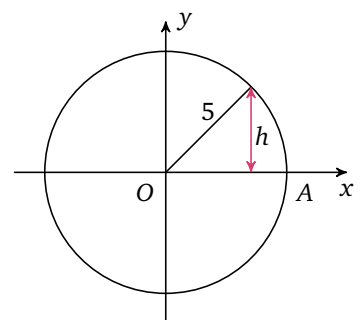
- A  $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$       B  $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$   
 C  $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$       D  $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$



**Câu 20.**

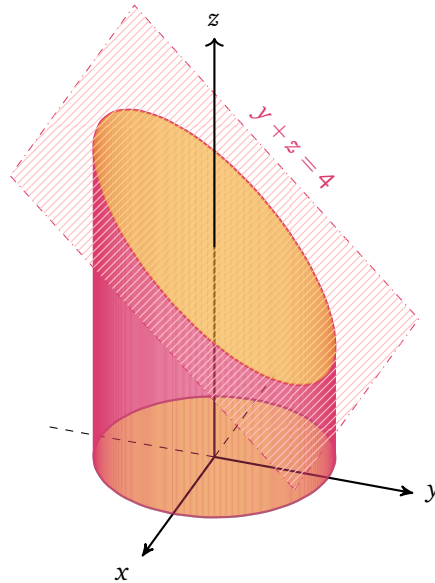
Một chất điểm chuyển động theo chiều ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn bán kính 5 cm. Khoảng cách  $h$  cm từ chất điểm đến trục hoành được tính theo công thức  $h = |y|$ , trong đó  $y = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$  với  $t$  là thời gian chuyển động của chất điểm tính bằng giây ( $t \geq 0$ ) và chất điểm bắt đầu chuyển động từ vị trí A. Khi  $t = \frac{5}{6}$  giây thì khoảng cách  $h$  bằng bao nhiêu?

- A  $h = 0,5$  cm.      B  $h = 5$  cm.      C  $h = 2$  cm.      D  $h = 2,5$  cm.



**Câu 21 (Xét tính đúng sai của mệnh đề).**

Trong không gian  $Oxyz$ , tập hợp tất cả các điểm cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 2 là một mặt trụ. Xét mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $y + z = 4$ .



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Cô-sin góc giữa mặt phẳng $(P)$ và mặt phẳng là $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .		
b) Thiết diện của mặt trụ và mặt phẳng $(P)$ là một hình elip có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ .		

**Câu 22 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

362

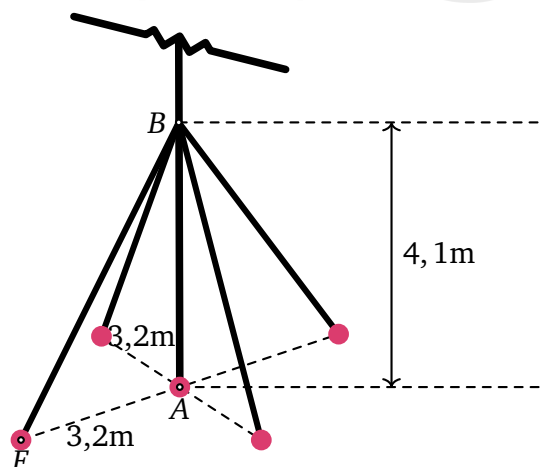
360

361

372

Tổng số đo các góc trong của một đa giác lồi  $n$  cạnh nhiều hơn số đường chéo của đa giác đó là 1. Giá trị của  $n$  bằng .....

**Câu 23.** Một cây ăng-ten thẳng đứng với mặt đất và được buộc giằng bởi 4 dây cáp thừng một điểm  $B$  cách chân  $A$  của ăng-ten 4,1 m. Khoảng cách từ  $A$  đến chân buộc dây giằng bằng 3,2 m như hình dưới. Tính tổng chiều dài dây cáp dùng để giằng cột ăng-ten (không tính các mối nối).

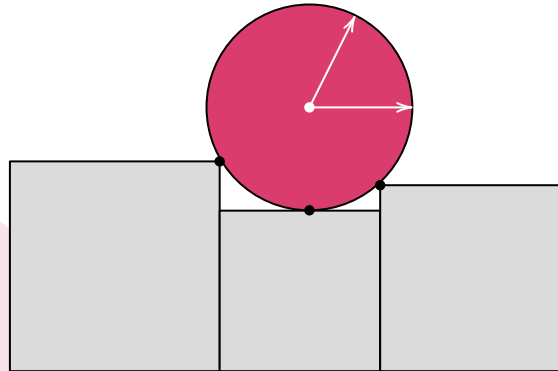
**A** 20,18 m.**B** 20,08 m.**C** 20,8 m.**D** 20,81 m.

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(2; 0; 2)$ ,  $C(2; -1; 3)$ ,  $D(1; 1; 3)$ . Đường thẳng đi qua  $C$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABD)$  có phương trình là

- A**  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$       **B**  $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$       **C**  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$       **D**  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**Câu 25 (Điền số nguyên dương thích hợp vào chỗ trống).**

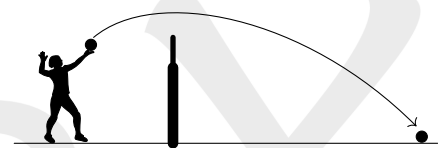
Nhà bạn Tuấn muốn thiết kế một bệ đá để trưng bày chiếc đồng hồ hình tròn nhằm trang trí nội thất cho gia đình. Bệ đá được ghép bởi 3 khối đá hình lập phương có các cạnh lần lượt là 9, 7, 8 được xếp từ trái qua phải. Chiếc đồng hồ mà gia đình bạn Tuấn muốn mua để xếp lên bệ đá sẽ phải giống như hình vẽ bên dưới.



Khi đó bán kính của chiếc đồng hồ này là .....

**Câu 26.**

Trong hình vẽ minh họa, một vận động viên bóng chày đang tập phát bóng. Độ cao  $h(m)$  của quả bóng sau thời gian  $t$  giây tính từ lúc bắt đầu phát bóng được cho bởi hàm số  $h = -4,9t^2 + 3,82t + 1,7$ . Hỏi sau bao lâu tính từ lúc phát quả bóng đạt độ cao nhất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



- A**  $t \approx 0,49$  (giây).      **B**  $t \approx 0,39$  (giây).  
**C**  $t \approx 0,53$  (giây).      **D**  $t \approx 0,29$  (giây).

**Câu 27 (Xét tính đúng sai của các mệnh đề).**

Cho hàm số  $y = f(x) = \log_{2a^2+a} x$  với  $a$  là một số dương.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số có tập xác định là $(0; +\infty)$ .		
b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định khi $-1 < a < \frac{1}{2}$ .		
c) Hàm số đồng biến trên tập xác định khi $a > \frac{1}{2}$ .		
d) Cho số thực $b$ thỏa mãn $4a^4 + 4a^3 - b = 0$ . Khi đó $f(a^2 + b) = 2$ .		

**Câu 28.** Cho các số thực dương  $b \neq 1$  và  $n$  thỏa mãn

$$\begin{cases} \sqrt{\log_b n} = \log_b \sqrt{n} \\ b \cdot \log_b n = \log_b(bn) \end{cases}$$

Biết rằng  $n$  có thể viết được dưới dạng  $\frac{j}{k}$ , trong đó  $j$  và  $k$  là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của  $j + k$ .

- A** 881.      **B** 880.      **C** 879.      **D** 891.

**Câu 29.** Cho tứ diện  $ABCD$  có các cạnh  $AB, AC$  và  $AD$  đôi một vuông góc với nhau;  $AB = 6a, AC = 7a$  và  $AD = 4a$ . Gọi  $M, N, P$  tương ứng là trung điểm các cạnh  $BC, CD, BD$ . Tính thể tích  $V$  của tứ diện  $AMNP$ .

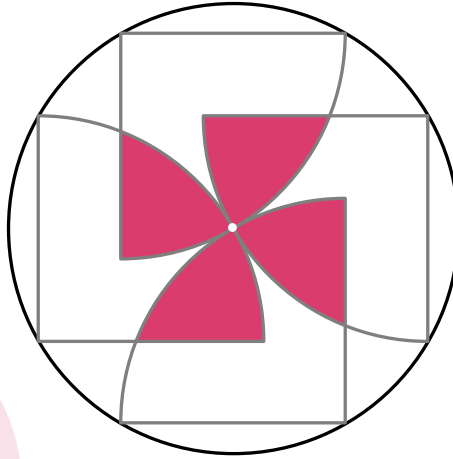
**A**  $V = 7a^3$ .

**B**  $V = 14a^3$ .

**C**  $V = \frac{28}{3}a^3$ .

**D**  $V = \frac{7}{2}a^3$ .

**Câu 30.** Bạn Pi một thực hiện một logo cho công ty riêng của mình bằng cách vẽ các hình quạt là một phần tư của hình tròn (bán kính bằng 2) nằm trong một hình tròn khác có bán kính bằng 2 như hình vẽ.



Biết rằng các hình quạt tiếp xúc với nhau tại tâm của hình tròn này, còn logo mà bạn Pi muốn thực hiện là phần diện tích vùng in đậm hơn (giống bông hoa 4 cánh). Khi đó diện tích của logo này là bao nhiêu, làm tròn tới 2 số thập phân sau dấu phẩy.

**A** 2,58.

**B** 2,57.

**C** 2,85.

**D** 2,84.

**Câu 31 (Kéo thả ô vuông thích hợp vào chỗ trống).**

36

38

40

34

Có ..... bộ số nguyên dương  $(x, y)$  sao cho  $2xy$  là số chính phương đồng thời  $\log_4(x + \log_8 y) = 5$ .

**Câu 32 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

157

160

149

143

Biết rằng có  $m$  giá trị của  $x$  trong khoảng  $0 < x < 2\pi$  sao cho

$$f(x) = \sin(7\pi \cdot \sin(5x)) = 0.$$

Trong số  $m$  giá trị này, có  $n$  giá trị mà đồ thị của  $y = f(x)$  tiếp xúc với trục hoành. Giá trị của  $m + n$  bằng .....

**Câu 33 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

36

20

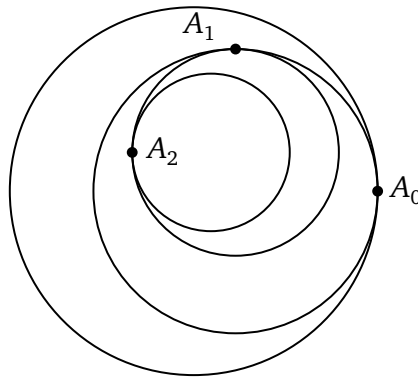
24

28

Có tất cả ..... bộ số nguyên  $(a, b)$  thỏa mãn điều kiện  $a^2b^3 = 20^{18}$ .

**Câu 34.** Cho đường tròn  $C_0$  có bán kính bằng 1 và một điểm  $A_0$  thuộc đường tròn này. Đường tròn  $C_1$  có bán kính  $r < 1$  và tiếp xúc trong với  $C_0$  tại điểm  $A_0$ . Điểm  $A_1$  thuộc đường tròn  $C_1$  sao cho  $A_1$  nằm ở góc  $90^\circ$  ngược chiều kim đồng hồ so với điểm  $A_0$ . Tiếp tục, ta có đường tròn  $C_2$  có bán kính là  $r^2$  và tiếp xúc trong với  $C_1$  tại điểm  $A_1$ . Cứ tiếp diễn quá trình này ta sẽ thu được tập hợp các đường tròn  $C_1, C_2, C_3, \dots$  và tập hợp các điểm  $A_1, A_2, A_3, \dots$ . Ở đây chú ý rằng  $C_n$  là đường tròn có bán kính  $r^n$  và tiếp xúc trong với đường tròn  $C_{n-1}$  tại điểm  $A_{n-1}$  và điểm  $A_n$  nằm trên  $C_n$  và ở góc  $90^\circ$  theo ngược chiều kim đồng hồ so với điểm  $A_{n-1}$ . Quan sát hình vẽ bên dưới.





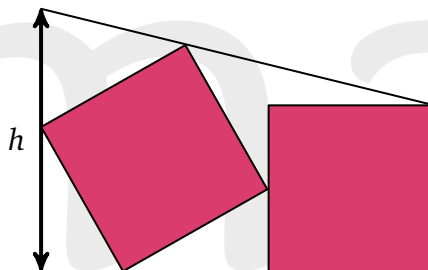
Khi quá trình đủ dài ta sẽ thu được điểm  $B$  nằm bên trong tất cả các đường tròn  $C_1, C_2, C_3, \dots$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Nếu ta đặt $C_0(0,0)$ và $A_0(1,0)$ thì tọa độ điểm $B \left( \frac{r-r^2}{r^2+1}, \frac{1-r}{r^2+1} \right)$ .		
b) Khi $r = \frac{11}{60}$ thì khoảng cách từ tâm của đường tròn $C_0$ đến điểm $B$ được viết dưới dạng $\frac{m}{n}$ , trong đó $m$ và $n$ là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m+n = 110$ .		

**Câu 35 (Điền số nguyên dương vào chỗ trống).**

Một ngày được gọi là lặp lại nếu khi viết theo định dạng yyyy–mm–dd, phần mmdd là một hoán vị nào đó của yyyy. Ví dụ, ngày 2024–04–22 và 1812–11–28 là các ngày lặp lại. Nếu tính từ năm 2000 thì năm ..... là năm đầu tiên không có ngày lặp lại.

**Câu 36.** Cho hai hình vuông có kích thước giống nhau và có cạnh bằng 1 được đặt nội tiếp trong một hình thang vuông như hình vẽ bên dưới.



Khi đó giá trị lớn nhất của  $h$  gần với số nào dưới đây nhất?

- A** 1,61.      **B** 1,6.      **C** 1,62.      **D** 1,59.

**Câu 37 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

$$\frac{7}{36}$$

$$\frac{5}{108}$$

$$\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{24}$$

Tung một con xúc xắc 3 lần. Gọi kết quả lần tung thứ nhất là  $a$ , lần thứ hai là  $b$ , và lần thứ ba là  $c$ . Giả sử các mặt của xúc xắc từ 1 đến 6 đều có xác suất xuất hiện như nhau.

- Xác suất để phương trình  $x^2 - bx + c = 0$  có ít nhất một nghiệm nguyên là .....
- Xác suất để phương trình  $ax^2 - bx + c = 0$  có tất cả các nghiệm đều là số nguyên là .....
- Xác suất để phương trình  $ax^2 - bx + c = 0$  có ít nhất một nghiệm nguyên là .....



**Câu 38 (Kéo thả ô vuông vào vị trí thích hợp).**

2

700

3

699

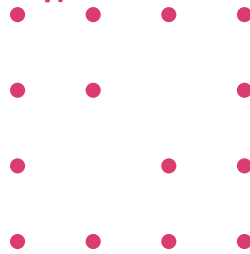
Gọi  $N$  là số nguyên lớn nhất có bốn chữ số sao cho khi thay đổi bất kỳ một chữ số nào của  $N$  thành 1, số thu được đều chia hết cho 7. Gọi  $Q$  và  $R$  lần lượt là thương và số dư khi chia  $N$  cho 1000.

- 1 Các chữ số của  $n$  đều chia 7 dư .....
- 2 Giá trị của  $Q + R$  là .....

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$ . Một đường thẳng đi qua điểm  $M$  và cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Diện tích lớn nhất của tam giác  $OAB$  bằng

- A 4.                      B  $2\sqrt{7}$ .                      C  $2\sqrt{2}$ .                      D  $\sqrt{7}$ .

**Câu 40 (Điền số nguyên dương thích hợp vào chỗ trống).**



Có tất cả ..... hình chữ nhật được vẽ bằng cách sử dụng bốn trong số các điểm trong hình bên trên làm đỉnh.

\_\_\_\_\_ HẾT \_\_\_\_\_

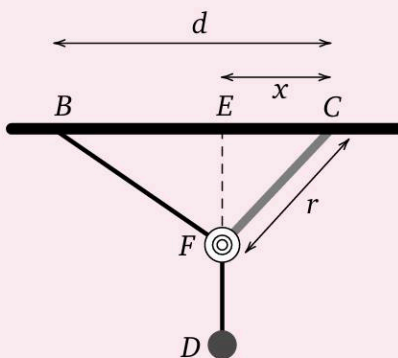
Gửi lời cảm ơn tới group AECK đã tạo điều kiện cho mình được giới thiệu các sản phẩm chất xám của mình tới cho các bạn học sinh. Bên cạnh đó cũng cảm ơn các bạn học sinh đã tham gia thi thử, đây là một sự động viên rất lớn đối với mình. Ngoài ra mọi người có thể ghé qua các kênh mạng xã hội của mình để theo dõi nhé:

◦ : [www.tiktok.com/@pimaxghettoan](https://www.tiktok.com/@pimaxghettoan)

◦ : [www.facebook.com/PimaXPro](https://www.facebook.com/PimaXPro)

Cảm ơn mọi người rất nhiều!

**Ví dụ 3 (Bài toán ròng rọc của L'Hopital).** Trong cuốn sách giáo khoa rất nổi tiếng về giải tích của nhà toán học L'Hopital có tên là *Analyse des Infiniment Petits* có đề cập tới một bài toán như sau. Một ròng rọc được gắn vào trần nhà của một căn phòng tại một điểm  $C$  bằng một sợi dây có chiều dài  $r$ . Tại một điểm  $B$  khác trên trần nhà, cách  $C$  một khoảng cách là  $d$  (trong đó  $d > r$ ), một sợi dây có chiều dài  $l$  được gắn và luồn qua ròng rọc tại  $F$  và được nối với một vật nặng. Vật nặng được thả rơi tự do và dừng lại ở vị trí cân bằng  $D$ , quan sát hình vẽ bên dưới.



L'Hopital đã lập luận rằng, khi khoảng cách  $ED$  đạt giá trị cực đại thì hệ vật này đạt trạng thái cân bằng. Chứng minh rằng khi hệ vật đạt trạng thái cân bằng, giá trị của  $x$  là

$$\frac{r}{4d} (r + \sqrt{r^2 + 8d^2}).$$

Chú ý rằng kết quả của bài toán này không phụ thuộc vào chiều dài  $l$  và khối lượng của vật.

</> **Lời giải.**