Вопросы к теоретическиому зачёту

Треугольники

1. Определение треугольника
2. Определение равных треугольников
3. Признаки равных треугольников (с доказательством)
4. Определенеи перпендикуляра к прямой
5. Свойство перпендикуляра к прямой (с доказательством)
6. Определение биссектрисы треугольника
7. Свойство биссектрис тругольника
8. Определенеи медианы треугольника
9. Свойства медиан треугольника
10. Определнеи высоты треугольника
11. Свойства высот треугольника
12. Определение равнобердренного треугольника
13. Свойства равнобедренного треугольника (с доказательством)
14. Теорема о сумме углов треугольника (с доказательством)
15. Определение внешнего угла треугольника
16. Свойство внешнего угла угла треугольника (с доказательством)
17. Определения остроугольного, прямоугольного, тупоугольного треугольника
18. Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника (с доказательством)
19. Следствия из теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника (с доказательством)
20. Неравенство треугольника и следствие из него (с доказательством)
21. Свойства прямоугольного треугольника (с доказательством)
22. Признаки прямоугольного треугольника(с доказательством)
23. Признаки равенства прямоугольных треугольников (с доказательством)

Параллельные прямые

1. Определение параллельных прямых
2. Признаки параллельных прямых (с доказательством)
3. Свойства параллельных прямых (с доказательством)
4. Аксиомы параллельных прямых
5. Следствия из аксиом параллельных прямых (с доказательством)

Окружность

1. Определение окружности
2. Определение хорды окружности
3. Опредлеение диаметра окружности
4. Определение дуги окружности
5. Свойство и признак диаметра, проведённого через середину хорды (с доказательством)
6. Свойство и признак угла, опирающегося на диаметр
7. Взаимное расположние прямой и окружности
8. Определение секущей к окружности
9. Определение касательной к окружности
10. Свойство касательной к окружности (с доказательством)
11. Признак касательной к окружности (с доказательством)
12. Свойство отрезков касательных, проведенных из одной точки, к окружности (с доказательством)

ГМТ

1. Определение биссектрисы угла
2. Свойство биссектрисы угла (с доказательством)
3. Определение серединного перпендикуляра к отрезку
4. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку (с доказательством)
5. Следствия из свойства серединного перпендикуляра к отрезку (с доказательством)

Параллелограмм

1. Определение параллелограмма

2. Свойства параллелограмма (с доказательством)

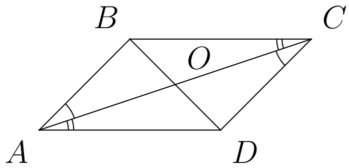
   В параллелограмме противоположные стороны равны.

Дано:
ABCD - параллелограмм

Доказать:
AB = CD
BC = AD

Доказательство:

1. По определению параллелограмма ABCD:
$BC \| AD, AB \| CD$.
2. По св-ву $BC \| AD$ и секущей AC: $\angle BCA = \angle CAD$.
3. По св-ву $AB \| CD$ и секущей AC: $\angle BAC = \angle ACD$.
4. AC - общая сторона, $\angle BCA = \angle CAD$, $\angle BAC = \angle ACD$,
тогда по признаку равенства треугольников (по стороне и прилежащим к ней углам)
$\triangle ABC = \triangle CDA$.
5. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то AB = CD, DC = AD.



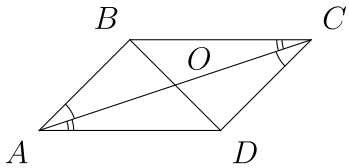
В параллелограмме противоположные углы равны.

Дано:
ABCD - параллелограмм

Доказать:
$\angle ABC = \angle ADC$
$\angle BAD = \angle BCD$

Доказательство:

1. По определению параллелограмма ABCD:
$BC \| AD, AB \| CD$.
2. По св-ву $BC \| AD$ и секущей AC: $\angle BCA = \angle CAD$.
3. По св-ву $AB \| CD$ и секущей AC: $\angle BAC = \angle ACD$.
4. AC - общая сторона, $\angle BCA = \angle CAD$, $\angle BAC = \angle ACD$,
тогда по признаку равенства треугольников (по стороне и прилежащим к ней углам)
$\triangle ABC = \triangle CDA$.
5. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то $\angle ABC = \angle ADC$.
6. Аналогично доказывается равенство $\triangle ABD = \triangle CDB$ и равенство $\angle BAD = \angle BCD$.



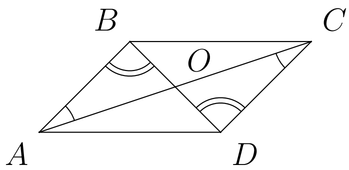
Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам

Дано:
ABCD - параллелограмм

Доказать:
$AO = OC$,
BO = OD

Доказательство:

1. По определению параллелограмма ABCD:
$BC \| AD, AB \| CD$.
2. По св-ву $AB \| CD$ и секущей BD: $\angle ABD = \angle BDC$.
3. По св-ву $AB \| CD$ и секущей AC: $\angle BAC = \angle ACD$.
4. По свойству параллелограмма
о том, противоположные стороны равны: $AB = CD$
5. $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$, $\angle BAC = \angle ACD$,
тогда по признаку равенства треугольников (по стороне и прилежащим к ней углам)
$\triangle ABO = \triangle CDO$.
6. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то $AO = OC$, $BO = OD$.



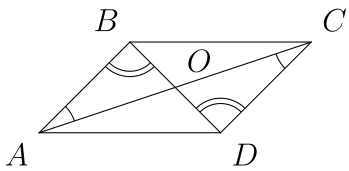
3. Признаки параллелограмма (с доказательством)

   Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник - параллелограмм.

Дано:
ABCD - четырёхугольник
AB = CD
$AB \| CD$

Доказать:
ABCD - параллелограмм

Доказательство:



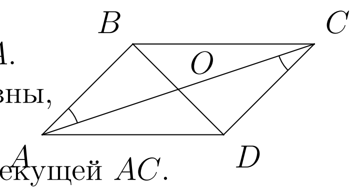
1. По св-ву $AB \| CD$ и секущей BD: $\angle ABD = \angle BDC$.
2. По св-ву $AB \| CD$ и секущей AC: $\angle BAC = \angle ACD$.
3. $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$, $\angle BAC = \angle ACD$,
тогда по признаку равенства треугольников
(по стороне и прилежащим к ней углам) $\triangle ABO = \triangle CDO$.
4. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то $AO = OC$, $BO = OD$.
5. Т.к. $AO = OC$, $BO = OD$, а $\angle AOD = \angle BOC$ как вертикальные углы, то по признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними)
$\triangle AOD = \triangle COB$.
6. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то $\angle OAD = \angle OCB$,
а они являются накрестлежащими при прямых BC и AD, секущей AC.
По признаку параллельных прямых $BC \| AD$.
$BC \| AD$, $AB \| CD$, ABCD - параллелограмм по определению.

Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник - параллелограмм.

Дано:
ABCD - четырёхугольник
AB = CD
BC = AD

Доказать:
ABCD - параллелограмм

Доказательство:



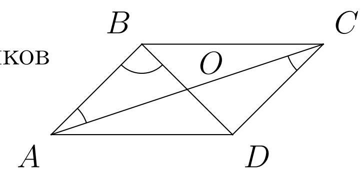
1. $AB = CD, BC = AD, AC$ - общая, то по признаку
равенства треугольников (по трем сторонам) $\triangle ABC = \triangle CDA$.
2. Т.к. в равных треугольниках соответственные элементы равны,
то $\angle BAC = \angle ACD$,
3. $\angle BAC = \angle ACD$ - накрестлежащие при прямых AB и CD, секущей AC.
По признаку параллельных прямых $AB \| CD$.
4. Т.к. $AB \| CD$ и $AB = CD$, то по признаку параллелограмма
(две стороны равны и параллельны), ABCD - параллелограмм.

Если диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник - параллелограмм.

Дано:
ABCD - четырёхугольник
AO = OC
BO = OD

Доказать:
ABCD - параллелограмм

Доказательство:



1. $AO = OC, BO = OD$, $\angle AOB = \angle COD$
как вертикальные угла, то по признаку равенства треугольников
(по двум сторонам и углу между ними) $\triangle ABO = \triangle CDO$.
2. Т.к. в равных треугольниках соответственные
элементы равны, то $\angle BAC = \angle ACD$, $AB = CD$
3. $\angle BAC = \angle ACD$ - накрестлежащие при прямых AB и CD, секущей AC.
По признаку параллельных прямых $AB \| CD$.
4. Т.к. $AB \| CD$ и $AB = CD$, то по признаку параллелограмма
(две стороны равны и параллельны), ABCD - параллелограмм.