

Вероятность и статистика

...

Равновозможные элементарные события

Последовательно бросают две одинаковые монеты. Какова вероятность выпадения двух орлов, двух решек, орла и решки? А если монеты бросают одновременно?

1. У бабушки десять чашек: шесть с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
2. В таксомоторной компании в данный момент свободно 25 машин: 3 чёрных, 12 желтых и 10 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет зелёное такси.
3. Три первоклассника по очереди выбирают фломастеры. Каждый из них выбирает фломастер одного из трёх цветов: зелёного, синего или красного. Сколько у этого опыта элементарных событий? Считая, что все элементарные события равновозможны, найдите вероятность каждого из них.
4. В магазине канцтоваров в продаже 100 ручек: 23 красные, 12 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.
5. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям на Новый год. Пазлы с разными рисунками: 12 с автомобилями и 13 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Коля. Найдите вероятность того, что Коле достанется пазл с автомобилем.
6. Игральную кость подбрасывают несколько раз. Равновозможны ли элементарные события такого опыта? Найдите вероятность каждого элементарного события при: а) трёх бросаниях; б) четырёх бросаниях.
7. Симметричную монету бросают два раза. Какова вероятность, что решка выпадет хотя бы один раз?
8. В некотором опыте возможно три элементарных события: а, в и с. Вероятность того, что наступит либо событие в, либо событие с, равна 0,83. Найдите вероятность элементарного события а.
9. В некотором опыте возможно три элементарных события: а, в и с. Вероятность того, что наступит либо событие а, либо событие в, равна 0,4; вероятность того, что наступит либо событие а, либо событие с, равна 0,7. Найдите вероятность каждого из элементарных событий.
10. Бросают одну игральную кость. Вычислите вероятность события:
 - (а) выпадет чётное число очков
 - (b) выпавшее число очков является делителем числа 12
 - (c) выпавшее число очков кратно 5
 - (d) выпадет число очков, больше 3
 - (e) выпадет больше 2 очков»
 - (f) выпадет больше 1, но меньше 6 очков
 - (g) выпадет число очков, кратное 7
11. Бросают две игральные кости: жёлтую и зелёную. Вычислите вероятность события:
 - (а) сумма очков на обеих костях равна 7
 - (b) сумма очков на обеих костях равна 11
 - (c) на жёлтой кости выпало больше очков, чем на зелёной
 - (d) числа очков на костях различаются не больше чем на 2
12. На день рождения к Паше пришли две Маши и два Саши. Все пятеро расселись за круглым столом. Найдите вероятность того, что Паша сидит между двумя тёзками.
13. По правилам игры «Морской бой на поле 10×10 клеток размещаются четыре однопалубных корабля (по одной клетке), три двухпалубных, два трёхпалубных и один четырёхпалубный. Игрок делает первый случайный выстрел. Найдите вероятность того, что он:
 - (а) попадёт в однопалубный корабль противника
 - (b) попадёт в трёхпалубный корабль

- (с) попадёт в какой-нибудь из кораблей противника
- (d) не попадёт ни в какой корабль

14. При игре в «Морской бой» после первого вашего выстрела противник сообщил, что вы подбили какой-то корабль (но не потопили его). Какова вероятность того, что вы попали:
- (a) в четырёхпалубный корабль
 - (b) в трёхпалубный
 - (с) в двухпалубный корабль

Действия с событиями. Сложение вероятностей

Объединение и пересечение событий

1. в среднем из каждых 80 поступивших в продажу аккумуляторов 76 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что выбранный в магазине наудачу аккумулятор не заряжен.
2. Бросают одну игральную кость. Событие А - «выпадет чётное число очков». Событие В состоит в том, что:
 - (a) выпадет число очков, кратное 3
 - (b) выпадет нечётное число очков
 - (с) выпадет число очков, кратное 5
 - (d) выпадет число очков, кратное 4

Выпишите все элементарные события, благоприятствующие событию $A \cup B$. Найдите $P(A \cup B)$.

3. Бросают две игральные кости. Событие К - «на первой кости выпадет чётное число очков». Событие L - на второй кости выпадет чётное число очков.
 - (a) Выделите в таблице элементарных событий этого опыта элементарные события, благоприятствующие событиям К и L
 - (b) Есть ли у событий К и L общие элементарные события? Если да, то какие они и сколько их?
 - (с) Опишите словами событие $K \cup L$.
 - (d) Найдите вероятность события $K \cup L$.
4. Бросают одну игральную кость. Событие А - «выпадет чётное число очков». Событие В состоит в том, что:
 - (a) выпадет число очков, кратное 3
 - (b) выпадет число очков, большее 3
 - (с) выпадет число очков, большее 4
 - (d) выпадет число очков, кратное 4

Выпишите все элементарные события, благоприятствующие событию $A \cap B$. Найдите $P(A \cap B)$.

5. Из класса случайным образом последовательно выбирают двух учеников. Событие D - первый выбранный ученик - девочка». Событие С - «второй выбранный ученик — девочка». Опишите словами события $D \cup C$ и $D \cap C$.
6. В торговом центре недалеко друг от друга расположены два автомата, продающие кофе. Вероятность того, что к вечеру в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Такая же вероятность того, что кофе закончится во втором автомате. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность события:

Сложение вероятностей

1. В торговом центре недалеко друг от друга расположены два автомата, продающие кофе. Вероятность того, что к вечеру в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Такая же вероятность того, что кофе закончится во втором автомате. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность события:
 - (a) кофе закончится хотя бы в одном из автоматов
 - (b) кофе закончится в одном из автоматов, а в другом нет

2. В банке рядом друг с другом стоят два банкомата - старый и новый. Вероятность того, что в течение дня в старом банкомате закончатся денежные купюры, равна 0,2. Вероятность того, что купюры закончатся в новом банкомате, равна 0,1. В двух банкоматах купюры могут закончиться с вероятностью 0,05. Найдите вероятность события:
- (a) в течение дня купюры закончатся хотя бы в одном из банкоматов
 - (b) в течение дня купюры не закончатся ни в одном из банкоматов
 - (c) в течение дня купюры закончатся только в старом банкомате
 - (d) к вечеру купюры останутся хотя бы в одном из банкоматов

Решение задач с помощью координатной прямой

1. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит два года или больше, равна 0,87. Найдите вероятность того, что сканер прослужит меньше двух лет, но больше года.
2. Термометр измеряет комнатную температуру. Вероятность того, что температура окажется не ниже 18°C , равна 0,78. Вероятность того, что температура окажется не выше 23°C , равна 0,63. Найдите вероятность того, что температура окажется в пределах от 18°C до 23°C .
3. По данным многолетних наблюдений установлено, что в городе № годовое количество осадков превысит 2000 мм с вероятностью 0,45, а вероятность того, что годовое количество осадков окажется меньше 1500 мм, равна 0,24. Найдите вероятность того, что количество осадков в городе № в следующем году окажется в промежутке от 1500 до 2000 мм.

Умножение вероятностей

Условная вероятность

1. При двукратном бросании игральной кости сумма выпавших очков равна 8. Найдите условную вероятность события:
 - (a) в первый раз выпадет 3 очка
 - (b) при одном из бросков выпадет 3 очка
 - (c) в первый раз выпадет меньше 5 очков
 - (d) во второй раз выпадет меньше 2 очков
2. При двукратном бросании игральной кости сумма выпавших очков равна 9. Найдите условную вероятность события:
 - (a) в первый раз выпадет 5 очков
 - (b) при одном из бросков выпадет 4 очка
 - (c) в первый раз выпадет меньше очков, чем во второй
 - (d) во второй раз выпадет меньше чем 3 очка
3. В некотором городе 7% населения — студенты. Из всех студентов 60% учатся в университете. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель этого города является студентом университета.
4. В посёлке 40% взрослого населения занято в сельском хозяйстве, причём 5% взрослого населения посёлка работают в агропромышленном холдинге «Нива». Для опроса случайно выбран житель этого посёлка, и оказалось, что он занят в сельском хозяйстве. При этом условии найдите условную вероятность того, что он работает в холдинге «Нива».
5. Игральную кость последовательно бросают до тех пор, пока сумма выпавших очков не станет 4 или больше. Найдите вероятность того, что будет сделано два броска.
6. На кассе универсама продаются леденцы. В какой-то момент в коробке осталось 10 красных, 9 синих и 6 зелёных леденцов. Таня, Ваня и Маня по очереди покупают по одному леденцу. Кассир не глядя достаёт леденцы из коробки. Найдите вероятность того, что:
 - (a) Таня и Ваня получают зелёные, а Маня - красный леденец
 - (b) Таня и Маня получают синие леденцы, а Ваня - красный
 - (c) Таня получит зелёный леденец, Ваня - красный, а Маня — синий

- (d) все трое получают красные леденцы
7. В ящике 20 левых и 20 правых перчаток. Сколько нужно достать перчаток, не глядя в ящик, чтобы среди вынутых перчаток нашлась хотя бы одна левая и хотя бы одна правая перчатка:
- (a) наверняка (с вероятностью 1)
- (b) с вероятностью не менее 0,95

Дерево случайного опыта

1. В группе 18 человек, из них 7 мальчиков, остальные девочки. По сигналу учителя физкультуры они быстро построились в одну шеренгу в случайном порядке. Найдите вероятность того, что на концах шеренги окажутся две девочки или два мальчика.
2. В классе 30 человек, среди них две подруги - Аня и Катя. Учащихся случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что Аня и Катя окажутся в одной и той же группе.
3. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что очередная произведённая тарелка попадёт в продажу.
4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Эта система бракует 99% неисправных батареек и по ошибке бракует 3% исправных батареек. Найдите вероятность того, что очередная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Независимые события

1. Вероятность того, что лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считая, что лампочки перегорают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что в течение года перегорят все лампочки в люстре, если в люстре:
 - (a) 2 лампочки
 - (b) 3 лампочки
 - (c) 5 лампочек
2. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не сойдёт с неё. Рассмотрим события А «стрелку потребовалось не более трёх выстрелов» и В «стрелку потребовалось не более пяти выстрелов». Являются ли события А и В независимыми?
3. В некотором случайном опыте вероятность события А равна 0,4, вероятность события В равна 0,5. Известно, что события А и В независимы. Найдите вероятность события $A \cup B$.