北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

第二讲

计算机信息数字化基础

□ 不同数制之间的转换

- ■ 二进制在计算机中的表示
  - □ 八卦图与二进制
  - □ 各种数制的表示
  - □ **不同数制之间的转换**

- 其它进制数→十进制数
- 十进制数→转换为其它进制
- 2、8、16进制数相互转换

一个重要概念：位值（权值）

由位置决定数值大小的值

$$\text{Value} = (S)_R = \sum_{i=-m}^{n} K_i \times R^i \qquad K_i \in \{0,1,\ldots\ldots,R-1\}$$

$$(666.66)_{10}$$

60　　6/100

n=整数位数-1	**m=小数位数**
R：数制的基数	**R^i：权（由位置决定的值）**

□ 计算机中各种数制的表示

权值如何描述？

R^i — 位置 — 权

$$(S)_R = \sum_{i=-m}^{n} K_i \times R^i \quad K_i \in \{0,1,\ldots\ldots,R-1\}$$

权

- n=整数位数-1
- m=小数位数
- R：数制的基数
- R^i：权（由位置决定的值）

$(455.6)_{10}$ =? 表示的数是多少？

$(\ 4 \quad 5 \quad 5\ .\quad 6\ )_{10}$

$$4\times10^2+5\times10^1+5\times10^0+6\times10^{-1}$$

□ 不同数制之间的转换

数值的按权展开

$$(1234)_{10}=1\times \underline{10^3}+2\times \underline{10^2}+3\times \underline{10^1}+4\times \underline{10^0}$$

权

$$(1234)_8=1\times 8^3+2\times 8^2+3\times 8^1+4\times 8^0$$

任何一个数值,都是各位数字本身的值与其权之积的总和

□ 不同数制之间的转换

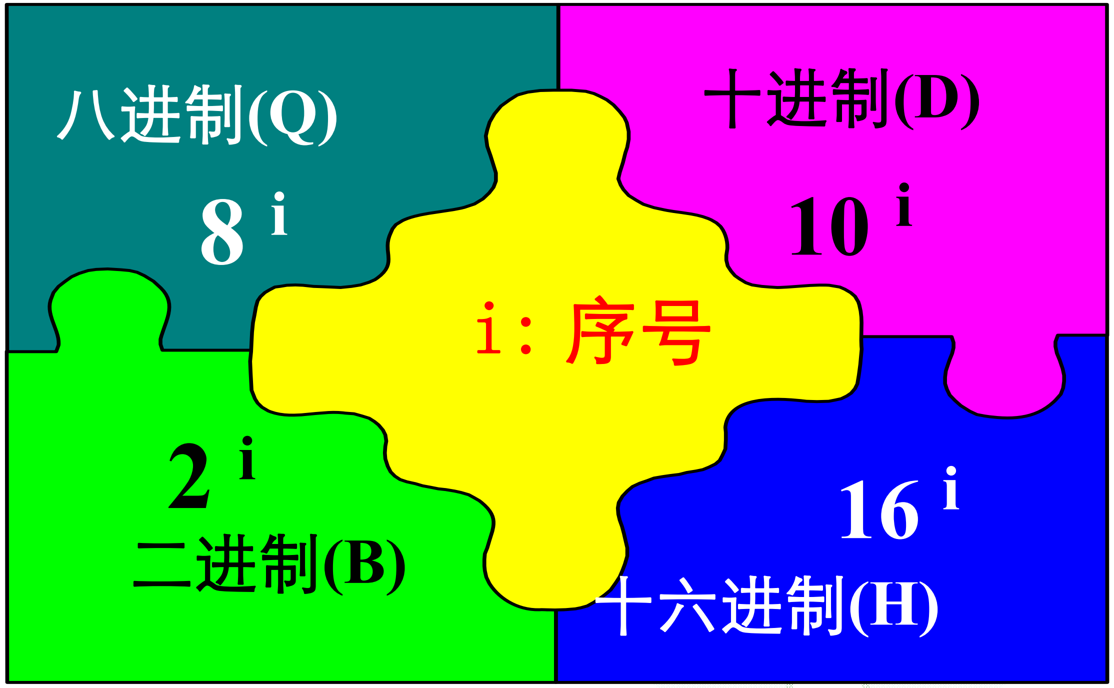
权的概念（位值）

- 整数部分：

从右向左 i = 0,1,2,3……

- 小数部分：

从左向右 i = -1,-2,-3……



□ 不同数制之间的转换

1. 二进制→十进制(整数部分)

按权展开法

$$(1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 = (\ ?\ )_{10}$$

数值	1	0	0	1	0	1	1
权值	2^6 64	2^5 32	2^4 16	2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1

$$1\times 2^6+0\times 2^5+0\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0=75$$

不同数制之间的转换

二进制→十进制(小数部分)　　$(0.1010)_2 = (\ ?\ )_{10}$

数值	1	0	1	0
权值	2^{-1} 0.5	2^{-2} 0.25	2^{-3} 0.125	2^{-4} 0.0625

结果：

$$(0.1010)_2 = 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3} + 0\times 2^{-4} = (0.625)_{10}$$

□ 计算机中各种数制的表示

二进制各位的权值

权值相加

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.	1	1	1
2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
1024				64			8						

1024 512 128 64 32 16 8 4 2 1 0.5 0.25 0.125

$$(101.01)_2 = (\ ?\ \ )_{10}$$

$$(101101.101)_2 = (\ ?\ \ )_{10}$$

□ 不同数制之间的转换

2. 八进制数 ➡ 十进制数

$$(304.6)_8 = (196.75)_{10}$$

$$(304.6)_8 = 3 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 4 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1}$$
$$= 192 + 4 + 0.75$$
$$= (196.75)_{10}$$

不同数制之间的转换

3. 十六进制数 ➡ 十进制数

$$(5CA)_{16} = (\ 1482\ )_{10}$$

$$= 5\times16^2+12\times16^1+10\times16^0$$

$$= 1280 + 192 + 10$$

$$= (1482)_{10}$$

□ 不同数制之间的转换

4. 十进制数 (整数) ➡ 二进制数

$(75)_{10} = (\quad ? \quad)_2$

$75 \div 2 = 37$ …………余 1
$37 \div 2 = 18$ …………余 1
$18 \div 2 = 9$ …………余 0
$9 \div 2 = 4$ …………余 1
$4 \div 2 = 2$ …………余 0
$2 \div 2 = 1$ …………余 0
$1 \div 2 = 0$ …………余 1

所以：$(75)_{10} = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1)_2$

不断除以基数2，倒序取余数

十进制整数可以精确转换为二进制整数

◻ 不同数制之间的转换

十进制→二进制(小数部分)

不断乘以基数2，
正序取整数部分进位

$$(0.6531)_{10} = (\quad ? \quad)_2$$

$0.6531 \times 2 = 1.3062 \quad \ldots\ldots \ 1$

$0.3062 \times 2 = 0.6124 \quad \ldots\ldots \ 0$

$0.6124 \times 2 = 1.2248 \quad \ldots\ldots \ 1$

$0.2248 \times 2 = 0.4496 \quad \ldots\ldots \ 0$

$0.4496 \times 2 = 0.8992 \quad \ldots\ldots \ 0$

……

$$(0.6531)_{10} \approx (0.101100)_2$$

注意：一般情况十进制小数不能用有限位二进制表示，实际计算时，根据精度要求取m位

□ 不同数制之间的转换

问题讨论：如果目标是8进制需要改什么？

$(75)_{10} = (\quad ? \quad)_2$

75 ÷ 2 = 37 ....余 1

37 ÷ 2 = 18 ....余 1

18 ÷ 2 = 9 ....余 0

9 ÷ 2 = 4 ....余 1

4 ÷ 2 = 2 ....余 0

2 ÷ 2 = 1 ....余 0

1 ÷ 2 = 0 ....余 1

所以：$(75)_{10} = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1)_2$

不断除以基数2，倒序取余数

十进制整数可以精确转换为二进制整数

不同数制之间的转换

问题讨论：如果目标是8进制需要改什么？

不断乘以基数2，正序取整数部分进位

$$(0.6531)_{10} = (\quad ? \quad)_2$$

$$0.6531 \times 2 = 1.3062 \quad \ldots\ldots\ 1$$
$$0.3062 \times 2 = 0.6124 \quad \ldots\ldots\ 0$$
$$0.6124 \times 2 = 1.2248 \quad \ldots\ldots\ 1$$
$$0.2248 \times 2 = 0.4496 \quad \ldots\ldots\ 0$$
$$0.4496 \times 2 = 0.8992 \quad \ldots\ldots\ 0$$

……

$$(0.6531)_{10} \approx (0.10100)_2$$

注意：一般情况十进制小数不能用有限位二进制表示，实际计算时，根据精度要求取m位

□ 不同数制之间的转换

5. 二进制数 → 八进制数

$2^3=8$

以小数点为界，分别向左、向右每三位一组进行分割，不足三位补0。写出每三位对应的八进制数。

$(10\ 111\ 011.110\ 1)_2=(273.64)_8$

6.八进制数 → 二进制数

$(6054.32)_8=(110000101100.011010)_2$

□ 不同数制之间的转换

$2^4=16$

7.二进制数 → 十六进制数

$(\underline{1011}\ \underline{1110}\ \underline{0110}.\underline{1101}\ 1\ )_2=(E\,B6.D8\,)_{16}$

8.十六进制数 → 二进制数

$(\,A7B\underline{8}.\underline{C9}\ )_{16}=(1010\,0111\,1011\,1000.1100\,1001)_2$