

Prezime: _____

Ime: _____

br.ind.: _____

1. Za događaje A i B u prostoru verovatnoće (Ω, \mathcal{F}, P) staviti znak $=, \leq, \geq$ u polje ☐ gde važi, ostaviti prazno ako ništa od toga ne važi.

$$P(A) \quad \square \quad P(AB), \quad P(A \cup B) \quad \square \quad P(A) + P(B), \quad P(AB) \quad \square \quad P(A)P(B).$$

2. Ako su $X : \mathcal{N}(2, 1)$ i $Y : \mathcal{N}(3, 1)$ nezavisne slučajne promenljive, onda $Z = 3X + 2Y$ ima _____ raspodelu.

3. Testira se hipoteza o jednakosti srednjih vrednosti dva obeležja sa Normalnom raspodelom sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ (t-test). Realizovana vrednost statistike iznosi $t = 1.3796$, sa 11 stepeni slobode. U R-u dobijamo:

```
> qt(.975, 11)
[1] 2.200985
```

Koji znak stoji između α^* i $\alpha = 0.05$:

 \leq \geq

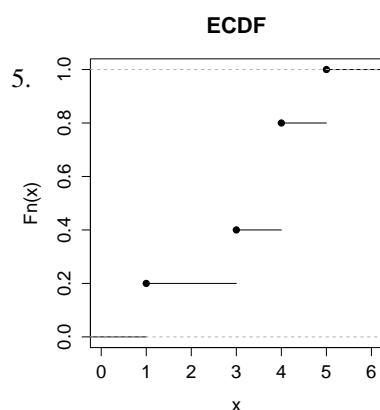
Zavisi od uzorka

☐☐☐

4. Vršiti se testiranje nezavisnosti diskretnih obeležja X i Y tabelom kontingencije za uzorak u kome X uzima 4 moguće vrednosti i Y uzima 2 moguće vrednosti sa $\alpha = 0.05$.

Sa kvantilima koje raspodele se poredi statistika $\theta = \sum_{\text{sve ćelije}} \frac{(\text{ostvareno} - \text{očekivano})^2}{\text{očekivano}}$, gde se suma uzima po svih $4 \cdot 2 = 8$ ćelija? _____

Kako glasi komanda u R-u za dobijanje traženog kvantila? _____



Rekonstruisati uzorak (x_1, \dots, x_5) čija je empirijska funkcija raspodele F_5 data levo:

Izračunati uzoračku korigovanu varijansu:

Izračunati $F_5(\sqrt{3}) =$

Metod momenata i Metod maksimalne verodostojnosti, primeri

Prezime: _____

Ime: _____

br.ind.: _____

1. Za skup $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, minimalno dopuniti \mathcal{F} do σ -polja događaja i P do verovatnoće nad \mathcal{F} .

$$\mathcal{F} = \{\Omega, \{3, 4, 5, 6\}, \dots\}$$

$$P = \left(\begin{array}{cc} \Omega & \{3, 4, 5, 6\} \\ 1 & 1/3 \end{array} \right)$$

2. Ako $S_n : \mathcal{B}(n, p)$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} np = \lambda = \text{const}$, za konačno k , aproksimacija Poasonovom raspodelom je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} =$$

3. Vršiti se testiranje nezavisnosti diskretnih obeležja X i Y tabelom kontigencije sa $\alpha = 0.05$.

Realizovana vrednost statistike $\chi^2 = \sum_{\text{sve } \text{ćelije}} \frac{(\text{ostvareno} - \text{oćekivano})^2}{\text{oćekivano}}$ sa 6 stepeni slobode iznosi $\chi^2 = 13$.

Dat je deo tabele kvantila Pirsonove χ^2 raspodele

$n \backslash F$.9000	.9500	.9750	.9900	.9950
...					
6	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
...					

Da li su obeležja X i Y nezavisna?

DA

NE

Zavisi od uzorka

☐☐☐

4. U analizi varijanse, koji znak stoji između $E\left(\frac{SSTR}{G-1}\right)$ i σ^2 ?

 \leq \geq $=$

Kako kad

☐☐☐☐

5. Za normalnu raspodelu $\mathcal{N}(0, 1)$, kurtosis $\mu_4/\mu_2^2 =$, skewness $\mu_3/\mu_2^{(3/2)} =$.

Analiza varijanse Fišerovom statistikom

Prezime: _____

Ime: _____

br.ind.: _____

1. Ako je $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ i $P(AB) = 0.4$, izračunati

$$P(\bar{A}B) = \quad, P(A \cup B) = \quad, P(A|B) = \quad.$$

2. Izračunati disperziju slučajne promenljive $X : \mathcal{B}(25, 0.2)$.

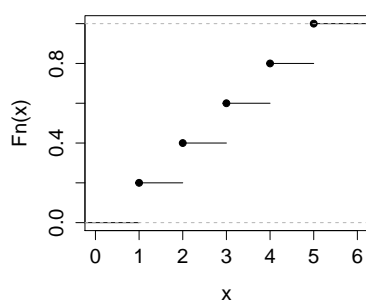
$$D(X) =$$

3. Za uzorak (X_1, X_2, X_3, X_4) obeležja sa normalnom raspodelom $X : \mathcal{N}(m, \sigma)$, slučajna promenljiva $Y = \left(\frac{X_1 - m}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{X_2 - m}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{X_3 - m}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{X_4 - m}{\sigma}\right)^2$ ima _____ raspodelu.

4. Ako je u ANOVA testu realizovana vrednost Fišerove statistike $f_{3,26} = 1.876$, a tablična vrednost 0.95 kvantila jednaka $f_{3,26;0.95} = 2.975$, šta je nulta hipoteza ANOVA testa sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ i kakav je zaključak?

Kakav bi bio zaključak da je prag značajnosti $\alpha = 0.01$?

5.

ECDF

Rekonstruisati uzorak (x_1, \dots, x_{10}) čija je empirijska funkcija raspodele $F_n(x)$ data slikom levo:

Za dobijeni uzorak izračunati inter-kvartilni razmak $IQR =$

Testiranje statističkih hipoteza, parametarski testovi za dva uzorka

Prezime: _____

Ime: _____

br.ind.: _____

1. U kutiji su sve figure za šah. Izvlači se na slučajan način 10 figura sa vraćanjem. Kolika je verovatnoća da je izvučeno tačno 4 piona? (Zapisati pomoću binomnih koeficijenata)

$$P =$$

2. Za obeležje sa normalnom raspodelom $X : \mathcal{N}(m, \sigma)$, statistika $\frac{n\bar{S}_n^2}{\sigma^2}$ ima _____ raspodelu.

3. Posmatra se masa u kg osobe koja se pridržava dijeta. Pretpostavlja se da masa ima normalnu raspodelu. Za sve osobe iz uzorka $i = 1, 2, \dots, n$ zna se masa pre dijeta X_i i posle dijeta Y_i .

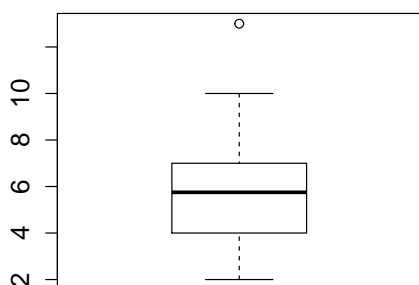
Za testiranje uspešnosti dijeta koristi se _____
sa nultom hipotezom _____ i alternativnom hipotezom _____.

4. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ prava linearne regresije y po x (najmanjih kvadrata) je $y = a + bx$ i neka su $\hat{y}_i = a + bx_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Koji znak stoji između $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, i $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$, gde je $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$?

 \leq ☐ \geq ☐ $=$ ☐Zavisi od y_i ☐

5.



Za uzorak iz boxplota levo očitati:

min =

max =

IQR =

 $Q_1 =$ $Q_2 =$

Tačkaste ocene parametara, osnovne osobine, Uzoračka aritmetička sredina i Uzoračka varijansa

Prezime: _____

Ime: _____

br.ind.: _____

1. Iz špila 52 karte, izvučeno je 5 karata (bez vraćanja). Kolika je verovatnoća, da je u izvučenih 5 karata 3 slike (slike su J, Q, K)? (Koristiti binomne koeficijente.)

 $P =$

2. Nezavisne slučajne promenljive X i Y imaju istu raspodelu $\mathcal{N}(m, \sigma)$.

Koju raspodelu ima slučajna promenljiva $Z = 3X + 4Y$?

3. Za uzorak obeležja sa normalnom raspodelom testiranjem $H_0(m = m_0)$ protiv $H_1(m \neq m_0)$ odbačena je nulta hipoteza sa pragom značajnosti 5%. Da li se odbacuje nulta hipoteza testiranjem $H_0(m = m_0)$ protiv $H_1(m \neq m_0)$ sa pragom značajnosti 1%?

DA

NE

Nekad DA, nekad NE

☐☐☐

4. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ prava linearne regresije y po x (najmanjih kvadrata) je $y = a + bx$ i neka su $ss_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$, $ss_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$, $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)$, $\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$. Formule za r , b , a , preko ss_x , ss_y , s_{xy} , \bar{x}_n , \bar{y}_n :

 $r =$ $b =$ $a =$

5. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka: $(0, 2), (2, 5), (4, 6), (6, 5)$ naći pravu linearne regresije najmanjih kvadrata $y = a + bx$.