Prezime i ime ____ **br. indeksa:**__________

14.05.2015. MATEMATIČKA ANALIZA

PREDISPITNE OBAVEZE

1. **GRANIČNE VREDNOSTI:**

   a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+3}{n^2-4}\right)^{4n^2} =$

   b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+7^{n+2}}{7^{n+1}+2^{n+3}} =$

   c) Kada za niz $\{a_n\}$ u metričkom prostoru $\mathbb{R}$ kažemo da teži ∞, kada $n\to\infty$?

   d) Navesti četiri osobine konvergentnih realnih nizova:
   1)

   2)

   3)

   4)

   e) Neka su dati metrički prostori (X,d_x) i (Y,d_y). Dati definiciju neprekidnosti funkcije $f:D\to Y$, $D\subset X$, u tački $a\in D$:

2. **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE (6 poena):**

   a) Odrediti prvi izvod y'_x funkcije $y=x^{e^x}$.

   b) Odrediti prvi izvod y'_x funkcije $y=t^2+3$, $x=\ln t+t^2$.

   c) Kada je funkcija $f:D\to\mathbb{R}$, $D\subset\mathbb{R}$ monotono rastuća nad intervalom $I\subset D$ (dati definiciju)?

   d) Kada za funkciju $f(x)$ definisanu nad intervalom (a,b) kažemo da je diferencijabilna u tački $x\in(a,b)$ (dati definiciju)?

   Šta je diferencijal funkcije $f(x)$? Napisati diferencijal funkcije $f(x)=\sin x$.

   e) Napisati Maklorenov polinom $P_4(x)$ četvrtog stepena za funkciju $f(x)=\cos x$:

3. **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH:**

a) Odrediti totalni diferencijal drugog reda funkcije $f(x,y) = x^y + xy$ u tački $A(2,2)$.

b) Za funkciju $z = z(x,y)$ zadatu sa $3x^3 - 2y^2 + z^3 = xe^z$ odrediti $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

c) Ako je $f(t)$ dva puta diferencijabilna funkcija i $z(x,y) = (x^2+y^2)f(x^2y)$, odrediti $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

d) Za funkciju $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2} + 3x & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$ odrediti $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$.

e) Da li je tačka $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ stacionarna tačka funkcije $z = x^2 + y^2$ pod uslovom da je $x + y = 1$? Objasniti.

ISPIT

1. **GRANIČNE VREDNOSTI:**

a) Odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+1}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+2}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+4n^2}}$.

b) Ukoliko je moguće, odrediti konstante A i B tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} 7 + \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}} & , \quad x < 0 \\ A & , \quad x = 0 \\ \dfrac{\sin 3x}{\sin Bx} & , \quad x > 0 \end{cases}$ bude neprekidna.

2. **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE:**

a) Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{1 - \ln x^2}{1 + \ln x^2}$ i nacrtati njen grafik.

b) Da li jednačina $\dfrac{1}{3(e-1)} = \dfrac{1}{x(1+\ln x^2)^2}$ ima rešenje nad intervalom $(1,e)$? Objasniti.

3. **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH:** Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^2$ uz uslov $x + y + z = 3$.