

ВЕЖБЕ 2

-Дирихлеов принцип-

1. Доказати да у групи од 367 особа постоје две особе које су рођене истог дана.
2. Међу 30 студената који су полагали испит један је начинио 13 грешака, а остали мање. Доказати да постоје бар три студента са истим бројем грешака.
3. У унутрашњости једнакостраничног троугла странице дужине 2 распоређено је 5 тачака. Доказати да су бар 2 тачке на растојању мањем од 1.
4. Војник пуца у мету облика квадрата величине 70×70 . Испалио је 50 метака и сваки је погодио мету. Доказати да постоје два поготка која се налазе на растојању мањем од 15.
5. На испиту је учествовало 65 ученика. Сви су радили по 3 контролна задатка и за сваки од њих су добили по једну од оцена: 2, 3, 4 или 5. Доказати да морају постојати 2 ученика са истим оценама на свим радовима.
6. Колико се највише краљева може сместити на шаховску таблу, тако да се они међусобно не нападају?
7. Могу ли се 44 куглице распоредити у 10 кутија тако да се не могу наћи две кутије са истим бројем куглица? Сматрамо да две празне кутије садрже исти број куглица.
8. а) Колико најмање карата треба извући из стандардног шпила са 52 карте да би се међу извученим картама сигурно налазиле четири са истим знаком?
б) Колико карата најмање треба извући да би се нашле бар три са знаком срца?
9. Из скупа $\{1, 2, \dots, 30\}$ се насумично извлачи 12 бројева. Доказати да међу извученим бројевима увек постоје два броја чији је највећи заједнички делилац већи од 1.

-Уређени избори-

1. На зиду се налазе 3 куке. На колико начина се на њих могу окачити 4 капута? (На једну куку се може окачити и више капута. Међусобни распоред капута окачених на исту куку није битан.)
2. У лифт у приземљу четвороспратнице ушло је 6 особа. На колико начина оне могу напустити лифт? (Свака особа излази на једном од спратова.)
3. На колико различитих начина се m различитих писама може распоредити у n поштанских сандучића?
4. Клуб има 30 чланова. На колико начина се може изабрати председник, потпредседник, секретар и благајник клуба?
5. Ученици четвртог разреда сваке недеље иду на излет. Они су добили понуду за 15 дестинација и треба да одаберу 7 које ће посетити. На колико начина могу да одаберу која места ће посетити ако се зна да ће последњи излет бити на Палић?
6. Пчела треба да скупиполен са 7 различитих цветова пре него што се врати у кошницу. Када пчела узме полен са неког цвета она се више не враћа на тај цвет. На колико начина пчела може да обиђе свих 7 цветова?
7. Колико има пермутација скупа $\{1, 2, \dots, n\}$ у којима су елементи 1 и 2 суседни?
8. На колико начина n особа могу да стану у ред, али тако да две уочене особе не смеју да стоје једна поред друге?
9. Одредити број пресликавања скупа $\{1, 2, \dots, n\}$ у скуп $\{1, 2, \dots, n\}$ таквих да њихова слика има највише $n - 1$ елемент.
10. На колико начина n особа може да седне за округли сто? (Столице не разликујемо.)