

**Дискретна математика, Основи теорије графова и комбинаторике****Колоквијум I**

1. Одредити максималан број правих које се могу конструисати кроз  $n$  задатих тачака од којих се  $p$  тачака налази на истој правој.
2. Нека је дат природан број  $n \geq 2$ . Доказати да је разлика квадрата бројева  $\binom{n+1}{n-1}$  и  $\binom{n}{n-2}$  потпун куб природног броја.
3. За приступ порталу корисник уноси лозинку од 10 карактера. Дозвољени карактери су слова  $A, B, C$  и цифре 0 и 1. Одредити на колико начина корисник може креирати лозинку ако она треба да садржи сваки од дозвољених карактера бар једном.
4. Решити систем рекурентних релација

$$\begin{aligned}10a_n &= 9a_{n-1} - 2b_{n-1} \\ 5b_n &= -a_{n-1} + 3b_{n-1},\end{aligned}$$

ако је  $a_0 = 4, b_0 = 3$ .

**Колоквијум II**

1. Одредити колико има неизоморфних 7-регуларних графова са 10 чворова.  
(Једна идеја: Посматрати комплемент графа.)
2. Нека је  $G$  шума са три компоненте повезаности у којој 10 чворова има степен већи од 1, док су остали чворови висећи. Одредити број висећих чворова у тој шуми ако је  $\sum_{d(v) \geq 2} d(v) = 29$ .
3. Нека граф  $G$  садржи чвор који је повезан са најмање три чвора степена 2. Показати да тада  $G$  није Хамилтонов.
4. Нека је  $G$  повезан планаран граф за који важи  $\delta(G) \geq 3$ . Доказати да је тада  $e \leq 3r - 6$ , где је  $e$  број грана, а  $r$  број области на које граф  $G$  дели раван.

