Diskretna matematika

PRVI TEST

Ime i prezime: ____________________

Broj indeksa: ____________________

Novi Sad, 16. 06. 2021

1. Dokazati da za sve $n \geq 0$ važi
$$\sum_{m=0}^{n} (m+1)\binom{n+1}{m+1} = (n+1)2^n$$

2. Dokazati da za svako $n \geq 2$ važi
$$\binom{n+1}{1, 2, n-2} = 3\binom{n+1}{3}$$

3. Koristeći generatorne funkcije, rešiti rekurentnu relaciju $h_n = 2h_{n-1} + 1$, $n \geq 1$, ako je $h_0 = 0$.

4. Izračunati broj permutacija multiskupa $\{\{a, a, a, b, b, b, b, c, c\}\}$ koristeći kombinacije bez ponavljanja. (Napomena: biće priznata samo rešenja dobijena korišénjem kombinacija)

5. Napisati jednu nehomogenu linearnu rekurentnu relaciju reda 3, tako da nema sve konstantne koeficijente.

6. ("usmeni") Neka je data rekurentna relacija

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + c_3 a_{n-3}$$

koja ima tri međusobno različita karakteristična korena x_1, x_2 i x_3. Pokazati da važe sledeća tvrđenja:

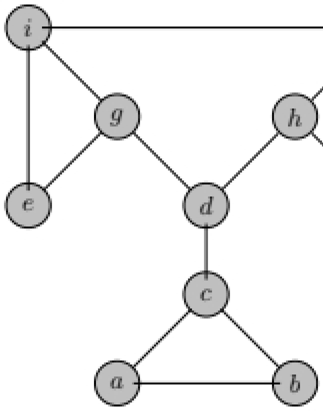
(i) $a(n) = \alpha_1 x_1^n + \alpha_2 x_2^n + \alpha_3 x_3^n$ jeste rešenje rekurentne relacije za sve $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in R$.

(ii) rekurentna relacija ima jedinstveno rešenje za $a(0) = a(1) = a(2) = 1$.

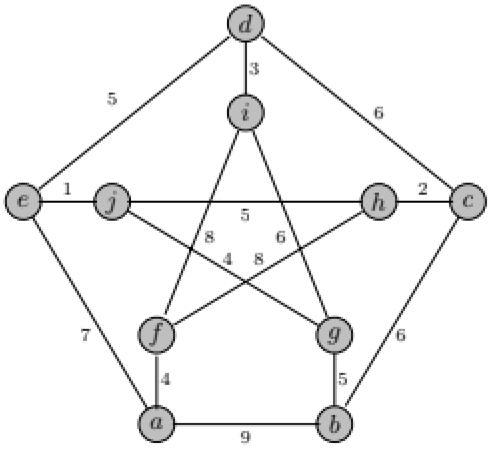
Diskretna matematika
DRUGI TEST

Ime i prezime: ______________________
Broj indeksa: ______________________

Novi Sad, 16. 06. 2021



G_1



G_2

1. Konstruisati neizomorfne proste grafove $G_1 = (V_1, E_1)$ i $G_2 = (V_2, E_2)$ tako da je $|V_1| = |V_2| = 6$, a njihovi grafički nizovi su $(3, 3, 2, 2, 1, 1)$.

2. Ispitati da li je graf G_1 polu Hamiltonov. Ako jeste, napisati Hamiltonov put. Ako nije, obrazložiti odgovor.

3. Ispitati Da li je graf G_1 Hamiltonov. Ako jeste, napisati Hamiltonovu konturu. Ako nije, napisati dokaz.

4. Ispitati da li je graf G_2 planaran. Ako jeste, nacrtati jednu njegovu planarnu reprezentaciju. Ako nije, obrazložiti.

5. Primenom Kruskalovog algoritma, odrediti jedno minimalno pokrivajuće stablo grafa G_2. (Napomena: Grane označiti elementima skupa $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\}$, tako da indeksi označavaju redosled kojim su dodavane stablu.)

6. ("usmeni") Neka je $G = (V, E)$, $|V| \geq 3$, povezan planaran graf i neka je f broj oblasti na koje on (u planarnoj reprezentaciji) deli ravan. Dokazati da je $|E| \leq 3 \cdot |V| - 6$.