

Prezime: \_\_\_\_\_

Ime: \_\_\_\_\_

br.ind.: \_\_\_\_\_

1. U kutiji su sve figure za šah. Izvlači se na slučajan način 6 figura bez vraćanja. Kolika je verovatnoća da je izvučeno tačno 4 piona? (Zapisati pomoću binomnih koeficijenata)

 $P =$ 

2. Za obeležje sa normalnom raspodelom  $X : \mathcal{N}(m, \sigma)$ , statistika  $\frac{n\bar{s}_n^2}{\sigma^2}$  ima \_\_\_\_\_ raspodelu.

3. Posmatra se masa u kg osobe koja se pridržava dijetе. Pretpostavlja se da masa ima normalnu raspodelu. Za sve osobe  $i = 1, 2, \dots, n$  zna se masa pre dijetе  $X_i$  i posle dijetе  $Y_i$ .

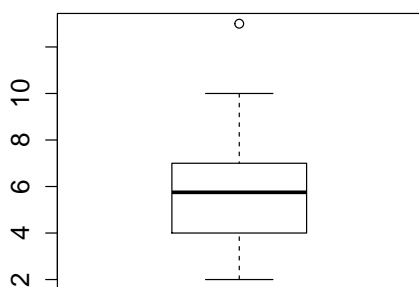
Za testiranje uspešnosti dijetе koristi se \_\_\_\_\_  
sa nultom hipotezom \_\_\_\_\_ i alternativnom hipotezom \_\_\_\_\_.

4. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  prava linearne regresije  $y$  po  $x$  (najmanjih kvadrata) je  $y = a + bx$  i neka su  $\hat{y}_i = a + bx_i, i = 1, 2, \dots, n$ .

Koji znak stoji između  $\sum_{i=1}^n (\bar{y}_n - y_i)^2$ , i  $\sum_{i=1}^n (\bar{y}_n - \hat{y}_i)^2$ , gde je  $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$ ?

 $\leq$ ☐ $\geq$ ☐ $=$ ☐Zavisi od  $y_i$ ☐

5.



Za uzorak iz boxplota levo očitati:

min =

max =

IQR =

 $Q_2 =$  $Q_3 =$ 

Testiranje statističkih hipoteza, parametarski testovi za dva uzorka

Prezime: \_\_\_\_\_

Ime: \_\_\_\_\_

br.ind.: \_\_\_\_\_

1. Za događaje  $A$  i  $B$  u prostoru verovatnoće  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  staviti znak  $=, \leq, \geq$  u polje ☐ gde važi, ostaviti prazno ako ništa od toga ne važi.

$$P(A) \quad \square \quad P(AB), \quad P(A \cup B) \quad \square \quad P(A) + P(B), \quad P(A) \quad \square \quad P(A|B).$$

2. Ako su  $X : \mathcal{N}(0, 1)$  i  $Y : \chi_n^2$  nezavisne slučajne promenljive, onda  $T = \underline{\hspace{2cm}}$  ima Studentovu  $t_n$  raspodelu. (Upisati formulu)

3. Testira se hipoteza o jednakosti srednjih vrednosti dva obeležja sa Normalnom raspodelom sa pragom značajnosti  $\alpha = 0.05$  (t-test). Realizovana vrednost statistike iznosi  $t = 1.3796$ , sa 11 stepeni slobode. U R-u dobijamo:

```
> qt(.975, 11)
[1] 2.200985
```

Koji znak stoji između  $\alpha^*$  i  $\alpha = 0.05$ :

 $\leq$ ☐ $\geq$ ☐

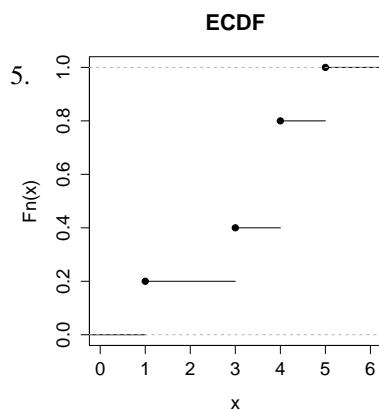
Zavisi od uzorka

☐

4. Vršiti se testiranje nezavisnosti diskretnih obeležja  $X$  i  $Y$  tabelom kontingencije za uzorak u kome  $X$  uzima 4 moguće vrednosti i  $Y$  uzima 2 moguće vrednosti sa  $\alpha = 0.05$ .

Sa kvantilima koje raspodele se poredi statistika  $\theta = \sum_{\text{sve ćelije}} \frac{(\text{ostvareno} - \text{očekivano})^2}{\text{očekivano}}$ , gde se suma uzima po svih  $4 \cdot 2 = 8$  ćelija?

Kako glasi komanda u R-u za dobijanje traženog kvantila?



Rekonstruisati uzorak  $(x_1, \dots, x_5)$  čija je empirijska funkcija raspodele  $F_5$  data levo:

Naći Modus uzorka  $Mo =$

Izračunati  $F_5(\sqrt{2}) =$

**Tačkaste ocene parametara, osnovne osobine, Uzoračka aritmetička sredina i Uzoračka varijansa**

Prezime: \_\_\_\_\_

Ime: \_\_\_\_\_

br.ind.: \_\_\_\_\_

1. Bacaju se dve kockice. Događaj  $A$  = zbir palih brojeva je veći od 9? Događaj  $B$  = jedan od palih brojeva je 6. Događaj  $C$  = jedan od palih brojeva je 5. Poređati po veličini  $P(A)$ ,  $P(A|B)$ ,  $P(A|C)$ .

2. Ako  $S_n : \mathcal{B}(n, p)$  i  $\lim_{n \rightarrow \infty} np = \lambda = \text{const}$ , za konačno  $k$ , aproksimacija Poasonovom raspodelom je  $\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} =$

3. Vršiti se testiranje nezavisnosti diskretnih obeležja  $X$  i  $Y$  tabelom kontigencije sa  $\alpha = 0.05$ .

Realizovana vrednost statistike  $\chi^2 = \sum_{\text{sve čelije}} \frac{(\text{ostvareno} - \text{očekivano})^2}{\text{očekivano}}$  sa 6 stepeni slobode iznosi  $\chi^2 = 9.3$ .

Dat je deo tabele kvantila Pirsonove  $\chi^2$  raspodele

$n \backslash F$	.9000	.9500	.9750	.9900	.9950
...					
6	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
...					

Da li su obeležja  $X$  i  $Y$  nezavisna?

DA

NE

Zavisiti od uzorka

☐☐☐

4. U analizi varijanse, koji znak stoji između  $E\left(\frac{SSTR}{G-1}\right)$  i  $E\left(\frac{SSE}{n-G}\right)$ ?

 $\leq$  $\geq$  $=$ 

Kako kad

☐☐☐☐

5. Za normalnu raspodelu  $\mathcal{N}(0, 1)$ , kurtosis  $\mu_4/\mu_2^2 =$  , skewness  $\mu_3/\mu_2^{(3/2)} =$  .

**Analiza varijanse Fišerovom statistikom.**

Prezime: \_\_\_\_\_

Ime: \_\_\_\_\_

br.ind.: \_\_\_\_\_

1. Ako je  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.6$  i  $P(AB) = 0.3$ , izračunati

$$P(\bar{A}B) = \quad, P(A \cup B) = \quad, P(A|B) = \quad.$$

2. Izračunati disperziju slučajne promenljive  $X : \mathcal{U}(2, 5)$ .

$$D(X) =$$

3. Za obeležje sa normalnom raspodelom  $X : \mathcal{N}(m, \sigma)$ , statistika  $\frac{\bar{X}_n - m}{s_n} \sqrt{n-1}$  ima \_\_\_\_\_ raspodelu.

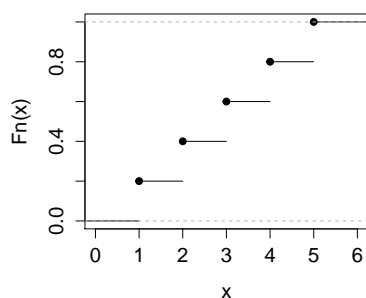
4. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  prava linearne regresije  $y$  po  $x$  (najmanjih kvadrata) je  $y = a + bx$  i neka su  $ss_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$ ,  $ss_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$ ,  $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)$ ,  $\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ . Formule za  $r$ ,  $b$ ,  $a$ , preko  $ss_x$ ,  $ss_y$ ,  $s_{xy}$ ,  $\bar{x}_n$ ,  $\bar{y}_n$ :

$$r =$$

$$b =$$

$$a =$$

5.

**ECDF**

Rekonstruisati uzorak  $(x_1, \dots, x_{10})$  čija je empirijska funkcija raspodele  $F_n(x)$  data levo:

Izračunati korigovanu uzoračku varijansu uzorka  $\hat{s}_n^{2'} =$

Prezime: \_\_\_\_\_

Ime: \_\_\_\_\_

br.ind.: \_\_\_\_\_

1. Iz špila 52 karte, izvučeno je 5 karata (sa vraćanjem). Kolika je verovatnoća  $P(A)$ , da je u izvučenih 5 karata 3 slike (J, Q, K)? (Koristiti binomne koeficijente.)

$$P(A) =$$

- 
2. Slučajne promenljiva  $X$  ima  $\mathcal{N}(m, \sigma)$ .

Koju raspodelu ima slučajna promenljiva  $Y = 3X + 1$ ?

- 
3. Za uzorak obeležja sa normalnom raspodelom testiranjem  $H_0(m = m_0)$  protiv  $H_1(m \neq m_0)$  odbačena je nulta hipoteza sa pragom značajnosti 5%. Da li se odbacuje nulta hipoteza testiranjem  $H_0(m = m_0)$  protiv  $H_1(m \neq m_0)$  sa pragom značajnosti 1%?

DA

NE

Nekad DA, nekad NE

☐☐☐

- 
4. Za realizovanu vrednost dvodimenzionalnog uzorka  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  prava linearne regresije  $y$  po  $x$  (najmanjih kvadrata) je  $y = a + bx$  i neka su  $ss_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$ ,  $ss_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$ ,  $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)$ ,  $\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ . Formule za  $r$ ,  $b$ ,  $a$ , preko  $ss_x$ ,  $ss_y$ ,  $s_{xy}$ ,  $\bar{x}_n$ ,  $\bar{y}_n$ :

$$r =$$

$$b =$$

$$a =$$

- 
5. Nacrtati Boxplot i Empirijsku funkciju raspodele (ECDF) uzorka  $(1, 2, 4, 4, 7)$ .

**Deskriptivna statistika: modus, medijana, intervalni uzorak, histogram, poligon**