

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**a) Ispitati monotonost i ograničenost niza  $\{a_n\}$  datog sa

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{7a_n + 20}{a_n + 6}, n \in \mathbb{N}.$$

Da li je dati niz konvergentan? Odrediti njegovu graničnu vrednost ukoliko ona postoji.

b) Odrediti graničnu vrednost  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt[3]{x^3 + x + 34}}{x^2 - 4x + 3}$ .2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

a) Detaljno ispitati i nacrtati grafik funkcije

$$f(x) = \operatorname{arctg} e^x - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}}.$$

b) Da li jednačina  $\frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1} = 2 \left( \operatorname{arctg} \sqrt{e} + \ln \sqrt{\frac{e+1}{2e}} - \frac{\pi}{4} \right)$  ima rešenje na intervalu  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ?

Odgovor obrazložiti.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**a) Proveriti da li funkcija  $u(x, y) = xy^2z^3$  ima ekstremnu vrednost u tački  $C(1, 1, 1)$  pod uslovom  $x + 2y + 3z = 6$ , gde su  $x > 0, y > 0, z > 0$ .b) Koristeći totalni diferencijal naći približnu vrednost izraza  $1,002 \cdot 2,0003^2 \cdot 3,004^3$ .4. (15 poena) **INTEGRALI**a) Pomoću određenog integrala odrediti graničnu vrednost niza  $\{b_n\}$  sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{n^2} \left( \sin \frac{1}{n} + 2 \sin \frac{2}{n} + 3 \sin \frac{3}{n} \dots + n \sin 1 \right).$$

b) Izračunati  $\int \left( \frac{1}{\sin 2x + \cos x} + \frac{1}{(1+x)^3 \sqrt{1+2x-x^2}} \right) dx$ .5. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

a) Odrediti ono partikularno rešenje diferencijalne jednačine

$$y - xy' = a(1 + x^2 y')$$

koje zadovoljava uslov  $y(1) = 1$ .

b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine

$$(x-1)^2 y'' - (x-1)y' + 2y = (x-1)^3 \ln \frac{1}{1-x}, x < 1.$$