

# Основни појмови теорије графова

**Дефиниција 1.** Граф  $G$  је уређен пар  $(V(G), E(G))$ , где је  $V(G)$  непразан скуп чворова,  $E(G)$  је скуп грана и важи  $V(G) \cap E(G) = \emptyset$ . Посматраћемо само коначне скупове  $V$  и  $E$ .

**Дефиниција 2.** Граф је уређена тројка  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ , где је са  $\psi_G$  означена функција инциденције графа  $G$  која свакој грани придружује неуређен пар чворова.

Радићемо само са простим графовима (не садрже петље и паралелне гране).

Скуп суседа чвора  $v$  у графу  $G$  је скуп  $N_G(v) = \{u \in V(G) | uv \in E(G)\}$ .

Степен чвора  $v$  је  $d_G(v) = |N_G(v)|$ .

Минималан степен  $\delta(G) = \min_{v \in V} d_G(v)$ .

Максималан степен  $\Delta(G) = \max_{v \in V} d_G(v)$ .

Граф је *регуларан* ако сви његови чворови имају исти степен.

Граф  $G$  је  $k$ -регуларан ако важи  $d(v) = k, \forall v \in V(G)$ .

Кубни = 3-регуларан граф

**Теорема** (Основна теорема теорије графова).

Збир степена чворова сваког графа је паран број и једнак је двоструком броју грана.

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2|E(G)|$$

**Последица.** Број чворова непарног степена сваког графа је паран.

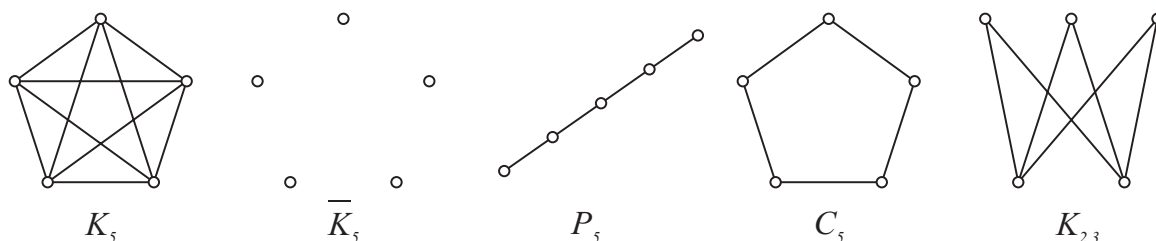
**Последица.** Ако граф садржи непаран број чворова, тада је бар један чвор парног степена.

Комплемент графа  $G$ , у ознаци  $\overline{G}$ , је граф за који важи

$$V(\overline{G}) = V(G) \text{ и } E(\overline{G}) = \{uv | u, v \in V(G), uv \notin E(G)\}.$$

Граф  $G$  је *бипартитан* ако постоје непразни дисјунктни скупови  $X$  и  $Y$  за које важи  $V = X \cup Y$  и  $E \subseteq \{xy | x \in X, y \in Y\}$ . Бипартитан граф ћемо означавати са  $G(X, Y)$ .

Граф је *комплетан бипартитан* ако је  $E = \{xy | x \in X, y \in Y\}$ . Комплетан бипартитан граф код ког је  $|X| = m$  и  $|Y| = n$  ћемо означавати са  $K_{m,n}$ .



$$G_1 = G_2 \iff V(G_1) = V(G_2) \wedge E(G_1) = E(G_2)$$

$$G_1 \cong G_2 \iff \exists \text{ изоморфизам } f \text{ за који важи}$$

$$1^\circ f : V(G_1) \rightarrow V(G_2) \text{ бијекција}$$

$$2^\circ uv \in E(G_1) \iff f(u)f(v) \in E(G_2)$$

Граф  $H$  је *подграф* графа  $G$ ,  $H \subset G$ , ако је  $V(H) \subseteq V(G) \wedge E(H) \subset E(G)$ .

Граф  $H$  је *покривајући подграф* графа  $G$  ако је  $V(H) = V(G) \wedge E(H) \subset E(G)$ .

	$G' = G[V']$	$G'' = G[E'']$
Индукован подграф	1° $V(G') = V'$	1° $V(G'') = \{v   \exists uv \in E''\}$
	2° $E(G') = \{uv   u, v \in V' \wedge uv \in E\}$	2° $E(G'') = E''$