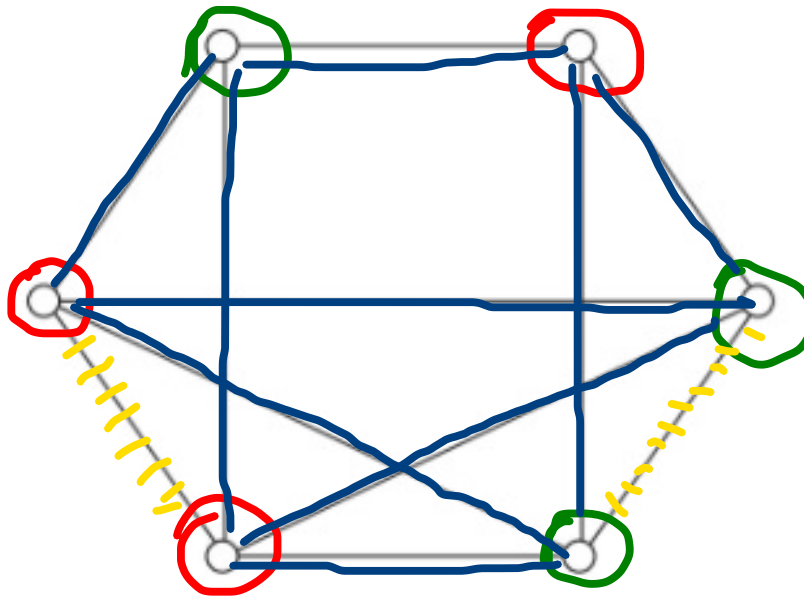


10.32. Испитати да ли је граф са слике планаран.



Г није планаран, јер садржи $K_{3,3}$ као подграф

10.19. Нека је G повезан планаран граф такав да је $\delta(G) \geq 3$. Доказати да најмање 2 области графа G имају највише 5 ивица.

Решење: Доказујемо $r_3 + r_4 + r_5 \geq 2$. Претпоставимо да у графу G постоји највише једна област која има највише 5 ивица. Сада је $r \leq 1 + r_6 + r_7 + \dots$ па важи следећа оцена

$$2e = \overbrace{3r_3 + 4r_4 + 5r_5}^{0,3,4,5} + \underbrace{6r_6 + 7r_7 + \dots}_{6(r-1)} \geq 6(r-1).$$

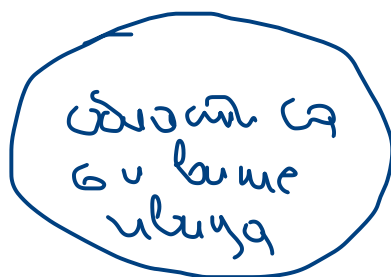
Одатле је $3r \leq e + 3$. Даље из Ојлерове формуле добијамо

$$6 = 3r + 3n - 3e \leq e + 3 + 3n - 3e = 3n - 2e + 3,$$

односно $2e \leq 3n - 3$. Са друге стране, из услова $\delta(G) \geq 3$ и основне теореме теорије графова добијамо $2e \geq 3n$, што је у контрадикцији са претходно добијеним.

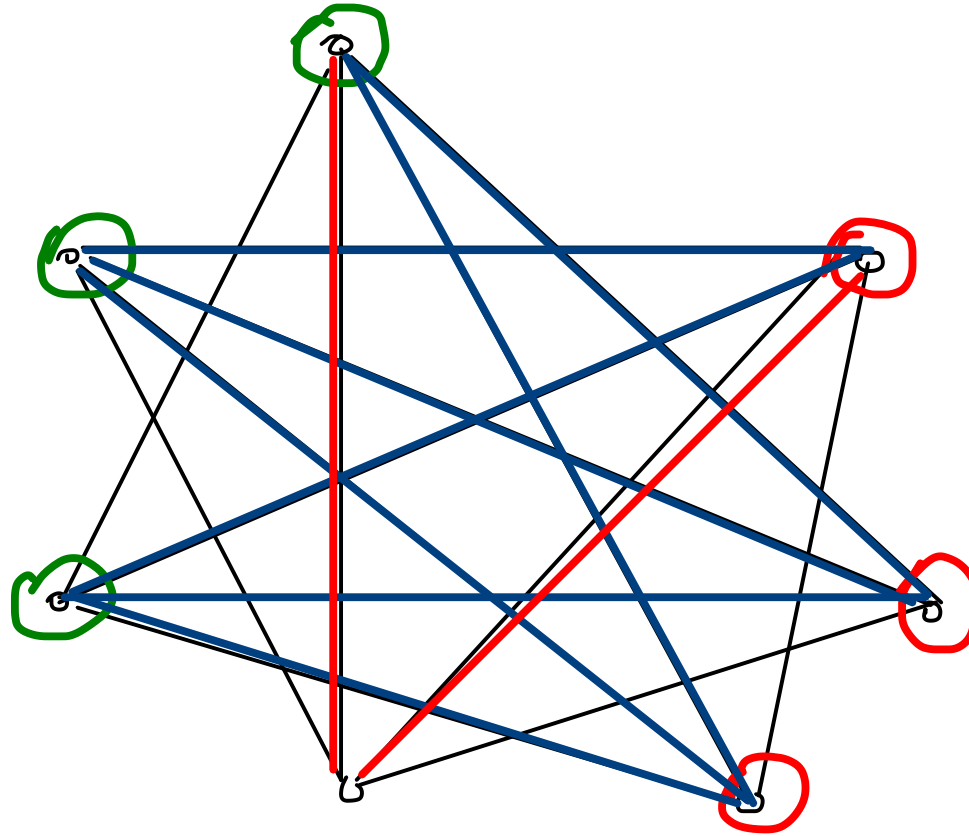


≤ 1



$\geq r-1$

10.33. Доказати да граф \overline{C}_7 није планаран.



\overline{C}_7 има подграф који је изоморфан са $K_{3,3}$

12. Ако је G граф са n чворова и притом важи $n^2 - 13n + 24 > 0$ доказати да бар један од графова G и \overline{G} није планаран. (домаћи)

Пис. G и \overline{G} су планарни

$$e = |E(G)|, e' = |E(\overline{G})|$$

G планаран: $e \leq 3n - 6$

\overline{G} планаран: $e' \leq 3n - 6$

$$+ \quad e + e' \leq 6n - 12$$

$$\binom{n}{2} \leq 6n - 12$$

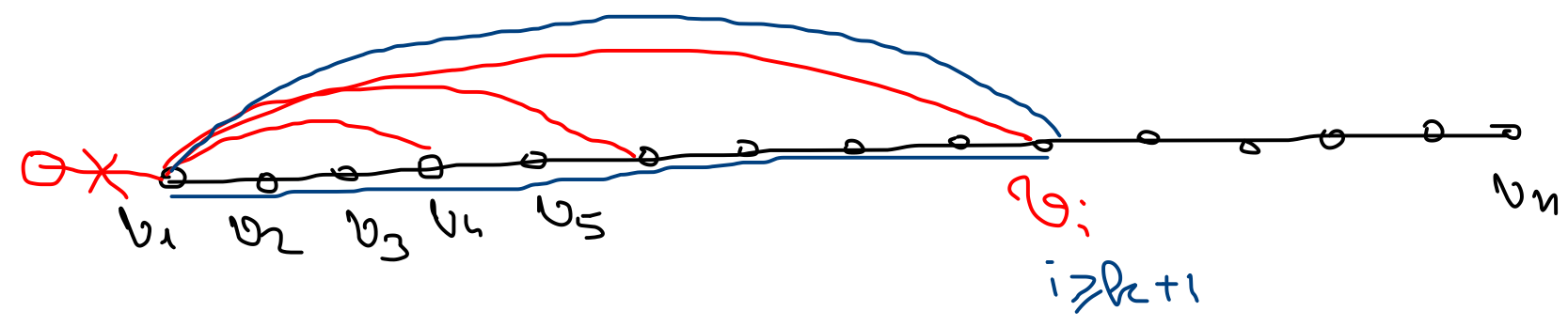
$$\frac{n(n-1)}{2} \leq 6n - 12 \quad | \cdot 2$$

$$n^2 - n \leq 12n - 24$$

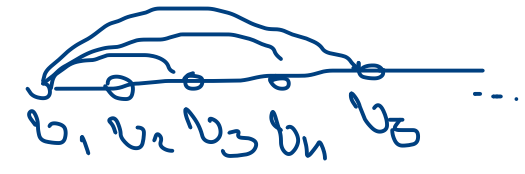
$$n^2 - 13n + 24 \leq 0 \quad \wedge \quad (n^2 - 13n + 24 > 0)$$

1. Ако је $\delta(G) = k$, где је $k \geq 2$, доказати да граф G садржи контуру дужине бар $k+1$.

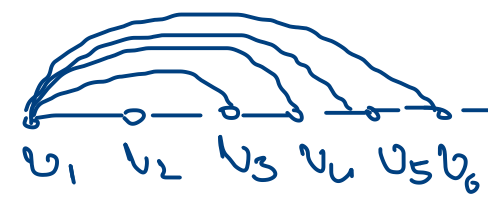
Нека је $v_1 v_2 \dots v_n$ пут максималне дужине у G



$k=4$



$k=5$



$$\delta(G) = k \Rightarrow \forall v \in V \quad d(v) \geq k$$

позната $v_i v_1$

v_1 има бар још $k-1$ суседа, осим чвора $v_2 \Rightarrow$ постоје чворови из суседства $\{v_3, v_4, \dots, v_n\}$ (како је v_1 повезан са свима из пута максималне дужине)

Нека је i индекс суседа чвора v_1 , који је повезан.

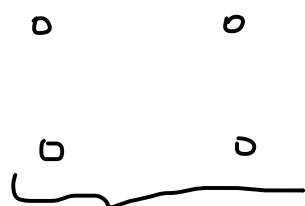
позната $v_i v_1$

Сада је $i \geq k+1$. Контура $v_1 v_2 v_3 \dots v_i v_1$ је контура дужине $\underbrace{i-1+1}_{=i}$, тј. $i \geq k+1$.

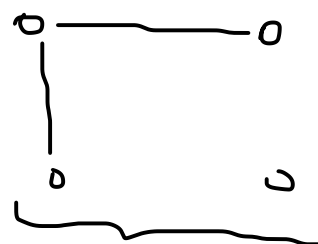
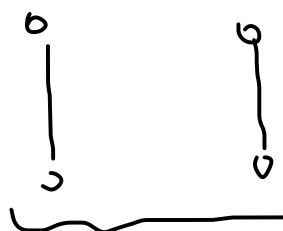
Нати две неизоморфне муре са n чвора
 = оциљант граф

Размислите окупљење у садржањима од 2 до n

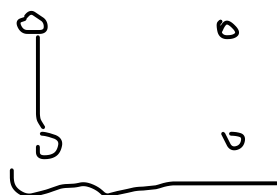
1° $e = 0$



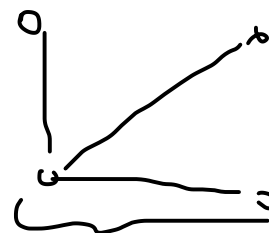
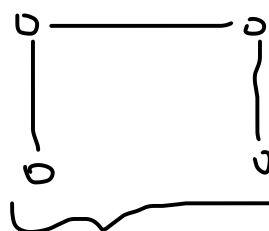
3° $e = 2$



2° $e = 1$



4° $e = 3$



⊗ Свако стање
 је заправо
 муре!

\Rightarrow 6 неизоморфних муре са n чвора