

Priprema za 1. kolokvijum

1. Napisati sledeće Python funkcije:

- a) `fz1a(A, n)` - funkciju koja računa sumu brojeva koji se pojavljuju n ili više puta u matrici A (u sumu broj uključiti samo jedanput).

primer rezultata: $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 9 & 7 \\ 2 & 7 & 9 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 9 \end{bmatrix}, n = 3 \Rightarrow s = 2 + 7 + 5 + 9 = 23$

- b) `fz2A(A)` - funkciju koja prima proizvoljnu kvadratnu matricu. Funkcija vrši zamenu centralne kolone matrice sa sporednom dijagonalom.

primer rezultata: $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{bmatrix}$

Napomena: nije dozvoljeno korišćenje Numpy funkcije za vektorsko sumiranje i za izdvajanje glavne dijagonale matrice. Dozvoljeno je koristiti funkciju **unique** za izdvajanje jedinstvenih elemenata matrice. Demonstrirati rad funkcija skriptom **zadatak1.py**

2. Pronaći vrednost nepoznatih promenljivih direktnom metodom za rešavanje sistema lineranih jednačina tako da funkcija $f(x, y) = ax - bxy + cx^3 - 4dy$ zadovoljava sledeće uslove:

$$f(1, 2) = 11.5$$

$$f(3, 3) = 7.8$$

$$f(4, 3) = 9.9$$

$$f(2, 1) = 5$$

rešenje: $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.074 \\ 2.756 \\ 0.282 \\ -2.1 \end{bmatrix}$

Napomena: nije dozvoljeno korišćenje Numpy operatora za rešavanje sistema jednačina. Rešenje implementirati u skripti **zadatak2.py**

3. Data je funkcija $f(x) = x \cos(2x) - 2$:

- a) Na intervalu $\left[-\frac{5\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right]$ nacrtati funkciju i x -osu.
b) Otvorenim metodom za određivanje nule pronaći nulu funkcije na intervalu pod a). Nulu prikazati na grafiku.
c) Na istom intervalu pronaći minimum i maksimum date funkcije otvorenim metodom. Prikazati ih i grafički.
d) Pronaći sve preseke funkcije $f(x)$ sa funkcijom $g(x) = -\sin(x)e^x - 2$ na istom intervalu. Prikazati funkciju $g(x)$ i presečne tačke na istom grafiku.

rešenje:

b) $x = -4.1767$

c) $x_{\min} = -3.2186$

$$x_{\max} = -4.7647$$

d) $x_1 = -3.9252$

$$x_2 = -2.3415$$

$$x_3 = -0.9534$$

$$x_4 = 0$$

Napomena: nije dozvoljeno korišćenje Numpy funkcija za određivanje nula funkcija, kao i za traženje minimuma i maksimuma. Rešenje implementirati u skripti **zadatak3.py**

4. Data je funkcija $f(x) = \frac{e^x}{2} \cos\left(\frac{x^2}{3}\right)$

- Na intervalu $[1, 6]$ pronaći polinom 7. stepena koji aproksimira datu funkciju. Na grafiku nacrtati funkciju i dobijeni polinom.
- Pronaći sve tačke u kojoj polinom ima vrednost 35 na intervalu $[4.5, 6]$. Prikazati presečne tačke na grafiku.
- Na intervalu $[4.5, 5.5]$ pronaći sve presečne tačke aproksimacionog polinoma i date funkcije. Prikazati ih i na grafiku.

rešenje:

a) $p(x) = 2.3x^7 - 51x^6 + 464.4x^5 - 2243.9x^4 + 6195.7x^3 - 9748.8x^2 + 8053.2x - 2670.7$

b) $x_1 = 4.6246$

$x_2 = 5.9157$

c) $x_1 = 4.5714$

$x_2 = 5.2857$

Napomena: nije dozvoljeno korišćenje Numpy funkcija za aproksimaciju funkcija i određivanje nula funkcije. Rešenje implementirati u skripti **zadatak4.py**