MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **22.12.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+1}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+2}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+4n^2}}$.

   b) Ukoliko je moguće, odrediti konstante A i B tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} 7 + \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}} & , \quad x<0 \\ A & , \quad x=0 \\ \dfrac{\sin 3x}{\sin Bx} & , \quad x>0 \end{cases}$

   bude neprekidna.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   a) Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{1-\ln x^2}{1+\ln x^2}$ i nacrtati njen grafik.

   b) Da li jednačina $\dfrac{1}{3(e-1)} = \dfrac{1}{x(1+\ln x^2)^2}$ ima rešenje nad intervalom $(1,e)$? Objasniti.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^2$ uz uslov $x+y+z=3$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+4x+5}} + \frac{1}{x(\ln^2 x+4)^2} \right) dx.$

   b) Izračunati površinu ograničenu parabolom $y = x^2 - 2x$, pravama $x=-2$, $x=1$ i x-osom.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $\left(3x^2y^2 + \dfrac{1}{y}\right)dx + \left(2x^3y + 8y^3 - \dfrac{x}{y^2}\right)dy = 0.$

   b) Prelaskom na inverznu funkciju pokazati da se diferencijalna jednačina

   $$-y'y''' + 3(y'')^2 + 3y''(y')^2 - (y-2+\sin 3y)(y')^5 = 0.$$

   svodi na jednačinu $x''' - 3x'' = y - 2 + \sin 3y$ i odrediti njeno opšte rešenje.