A **Prezime, ime, br. indeksa:** ______________________________ **01.12.2019.**

Studijski program E1 E2 PR SW IT IN (zaokruži) KOLOKVIJUM 1

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od osam grešaka nisu položili ispit! U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora. Na kraju testa su tri zadatka koji se rade u datoj svesci. Obavezno se predaje ovaj test i sveska.

- Pri deljenju polinoma x^4+5x^2+4 sa x^2+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ________.
- Asocijativni grupoid sa neutralnim elementom koji nije grupa je: **1)** $(\{-1,1\},\cdot)$ **2)** $(\{-1,i,1,-i\},\cdot)$ **3)** $((0,1),\cdot)$ **4)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$ **5)** $((-\infty,0),\cdot)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$ **7)** $(\mathbb{C},\cdot)$ **8)** $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$ **9)** $(\{\binom{1\ 2}{1\ 2},\binom{1\ 2}{2\ 1}\},\circ)$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$ za sve $a,b\in B$: **1)** $c+ab=(b+c)(a+c)$ **2)** $(ab)'=a'+b'$ **3)** $(aa)'=a'+a'$ **4)** $(a+b)'=a'+b'$ **5)** $(a+a)'=a'+a'$ **6)** $1+1=0$ **7)** $1+a=0'$ **8)** $1+a=1\cdot a$
- Neka su funkcije $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=\sqrt{x}$ i $g(x)=\ln(x+1)$.
  1) $f^{-1}(x)=$ **2)** $g^{-1}(x)=$ **3)** $(f\circ g)(x)=$
  4) $(f\circ g)^{-1}(x)=$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=$
- $\arg(\frac{\pi}{2})=$, $\arg(1-i)=$, $\arg(-1+i)=$, $\arg(i)=$, $\arg(\frac{\sqrt{2}}{2})=$, $\arg(\sqrt{3}+i)=$.
- Ako je $f(x)=2^x$, tada je $f^{-1}(x)=$

****

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z=i+2e^{-i\frac{\pi}{6}}$:
  $Re(z)=$, $Im(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$, $z^{-1}=$.
- Da li postoji inverzna funkcija za $f(x)=\frac{2^x}{1+2^x}$? DA NE. Ako je DA tada je $f^{-1}(x)=$
- Ako je funkcija $y=f(x)$ definisana i injektivna za $x\in\mathbb{R}$, da li postoji inverzna funkcija f^{-1} ? DA NE
- Za svaku od datih relacija u skupu $A=\{1,2,3\}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija, a zatim zaokružiti brojeve ispred tačnih iskaza.

  (relacija $\rho_1 \Leftrightarrow$ „nije manji od”) : R S A T F, (relacija $\rho_2 \Leftrightarrow$ „veći od”) : R S A T F,
  (relacija $\rho_3 \Leftrightarrow$ „deli”) : R S A T F, $\rho_4=\{(1,1),(2,2),(3,3),(3,1),(3,2),(2,1)\}$: R S A T F,
  $\rho_5=\{(1,3),(1,2),(2,1)\}$: R S A T F, $\rho_6=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$: R S A T F,
  $\rho_7=\emptyset$: R S A T F, $\rho_8=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$: R S A T F.
  1) $\rho_1=\rho_4$ **2)** $\rho_2\cup\rho_6=\rho_1$ **3)** $\rho_5\cup\rho_6\setminus\{(2,1)\}=\rho_3$ **4)** $\rho_4\cup\rho_8\cup\{(2,3),(1,3)\}=A^2$
- Ako je $A=\Big\{(\arg z+\arg z^{-1})|z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}\Big\}$ i $B=\Big\{(\arg z-\arg(-z))|z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}\Big\}$ tada je: **1)** $A=\{0\}$ **2)** $A=\{2\pi\}$ **3)** $A=\{0,2\pi\}$ **4)** $A=\{\pi\}$ **5)** $B=\{\pi\}$ **6)** $B=\{0,-\pi\}$ **7)** $B=\{0,\pi\}$ **8)** $B=\{\pi,-\pi\}$
- Bijektivne funkcije su: **1)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x$ **2)** $f:(3,\infty)\to(1,\infty),\ f(x)=\log_3 x$ **3)** $f:(-\infty,-2)\to(-\infty,6),\ f(x)=-x^2-4x$ **4)** $f:(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})\to\mathbb{R}, f(x)=\mathrm{arctg}\,x$
- Ako je $z\in\mathbb{C}$ tada je (Upiši nedostajući element u šestočlanom skupu, u obliku $\rho e^{i\varphi},\rho\geq 0,\varphi\in(-\pi,\pi]$)
  $z^6=i\Leftrightarrow z\in\Big\{-\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}-\frac{1}{2}i\sqrt{2-\sqrt{3}},e^{-i\frac{7\pi}{12}},\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i),\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{2}i\sqrt{2-\sqrt{3}},\quad ,\frac{1}{\sqrt{2}}(-1+i)\Big\}$
- Ako je p polinom stepena 3 nad proizvoljnim poljem F tada: **1)** p je nesvodljiv nad F akko p ima korena u F **2)** ako p ima 3 korena u F onda je p svodljiv nad F **3)** ništa od prethodnog
- Normalizovani najveći zajednički delitelj za polinome $P(t)=2(t-3)^7(t+2)^3(t-5)^5(t+17)^3$ i $Q(t)=7(t-3)^2(t-15)(t-4)^3(t+2)^5$ je:
- Zaokružiti brojeve ispred algebarskih struktura koja su polja. **1)** $\Big(\{f_k|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
  2) $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **7)** $\Big(\{f|f:\mathbb{R}\overset{1-1}{\underset{\text{na}}{\to}}\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^3+2t+1 svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(1+3i)=0$. Zaokružiti tačno: **1)** $x-1-3i \,|\, f(x)$ **2)** $x-1+3i \,|\, f(x)$ **3)** $x+1-3i \,|\, f(x)$ **4)** $x^2-2x+10 \,|\, f(x)$; **5)** $x^2+2x+10 \,|\, f(x)$; **6)** $x-\sqrt{10}\,e^{i\,\mathrm{arctg}\,3} \,|\, f(x)$; **7)** $x^2+2x-10 \,|\, f(x)$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
1) $z\overline{z}=|z|^2$ **2)** $Re(z)=\frac{1}{2}(z-|z|)$ **3)** $|z_1+z_2| \geq |z_1|+|z_2|$ **4)** $\overline{z}\in\mathbb{R} \;\Rightarrow\; z=\overline{z}$
5) $\overline{z_1\cdot z_2}=|\overline{z}_1|\cdot|\overline{z}_2|$ **6)** $|\overline{z_1\cdot z_2}|=|z_1|\cdot|z_2|$ **7)** $z^2|z|^2=z^3\overline{z}$ **8)** $z=e^{i\theta} \Rightarrow z^{-1}=\overline{z},\ \theta\in\mathbb{R}$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
1) $f:(0,\frac{\pi}{4})\to(0,\infty),\ \ f(x)=\mathrm{tg}\,x$ **2)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$
4) $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ **2)** $(F\setminus\{0\},+)$ je grupa **3)** $(F,\cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab=0\Rightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq0\wedge b\neq0\Rightarrow ab\neq0$ **7)** $a\cdot0=0$ **8)** $(F\setminus\{0\},\cdot)$ je grupa

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})\longrightarrow(-1,1)$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je: **1)** sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna **4)** bijektivna

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $s:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i s.

$f(z)=\frac{1}{2}\overline{z}(-1+i\sqrt{3})$ je ________________

$g(z)=ze^{i\frac{\pi}{7}}$ je ________________

$h(z)=iI_m(z)$ je ________________

$s(z)=|z|e^{i\arg(-z)}\wedge s(0)=0$ je ________________

$A=\{z \,|\, |z^7|=i^8\}$ je ________________

$B=\{z \,|\, z^7=i^8\}$ je ________________

$C=\{z \,|\, z=-i\overline{z}\}$ je ________________

$D=\{e^{i(\arg z+\arg(\overline{z}))} \,|\, z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}\}$ je ________________

$E=\{z \,|\, iI_m(z)=iR_e(z)\}$ je ________________

- Neka je $\{2,-2\}$ skup **svih** korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je ________, skup svih mogućnosti za b je ________ i skup svih mogućnosti za c je ______.

- Ako je $A=\Big\{dg(P)\;\Big|\;P(x)=ax^4+bx^2+cx,\ \ a,b,c\in\mathbb{R},\ \ c\neq0\ \text{ i }\ dg(P)\text{ je stepen polinoma } P\Big\}$, tada je:
1) $A=\{4\}$ **2)** $A=\{4,2\}$ **3)** $A=\{0,4,2\}$ **4)** $A=\{1,2,4\}$ **5)** $A=\{0,1,2,4\}$

- Za svako $z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}$ i sve $\varphi\in(-\pi,\pi]$ je: **1)** $\overline{e^{-i\varphi}}=e^{-i\overline{\varphi}}$ **2)** $\overline{e^{-i\varphi}}=e^{i\overline{\varphi}}$
3) $\arg z>0\Leftrightarrow \arg z-\arg(-z)=\pi$ **4)** $\arg z<0\Leftrightarrow \arg z-\arg(-z)=-\pi$

- Zaokružiti brojeve koji su koreni odgovarajućih jednačina: $z^2=\overline{z}:\ \ \{0,1,e^{i\frac{2\pi}{3}},e^{-i\frac{2\pi}{3}}\}$;
$z^3=|z|:\ \ \{0,1,e^{i\frac{2\pi}{3}},e^{-i\frac{2\pi}{3}}\}$, $z^4=z:\ \ \{0,1,e^{i\frac{2\pi}{3}},e^{-i\frac{2\pi}{3}}\}$, $z^3=1:\ \ \{0,1,e^{i\frac{2\pi}{3}},e^{-i\frac{2\pi}{3}}\}$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2+3)$. Tada $A=$ ________________, $B=$ ________________ Funkcija $f:A\to B$ je:
1) sirjektivna i neinjektivna **2)** injektivna i nesirjektivna **3)** ni injektivna ni sirjektivna **4)** bijektivna

- Za kompleksni broj $z=e^{i\frac{\pi}{3}}+e^{-i\frac{\pi}{6}}$, naći:

$R_e(z)=$, $I_m(z)=$, $|z|=$, $\arg(z)=$, $\overline{z}=$, $z^2=$.

$\boxed{\text{A}}$ ZADACI **1.12.2019.**

1. Neka je $A=\{a,b\}$, i neka je $*$ binarna operacija skupa $\mathcal{P}(A)=\{\emptyset,\{a\},\{b\},A\}$ definisana sa
$X*Y=\begin{cases} X\cup Y & , \ X\neq Y \\ \emptyset & , \ X=Y \end{cases}$. Ispitati sve aksiome komutativne grupe za uređeni par $(\mathcal{P}(A),*)$.

2. Faktorisati polinom $a(x)$ nad poljima $\mathbb{C}$ i $\mathbb{R}$ i izračunati najveći zajednički delilac $c(x)$ polinoma $a(x)=x^4-6x^3+17x^2-28x+20$ i $b(x)=x^4-x^3-18x^2+52x-40$.

3. Ispitati da li Bulovi izrazi $I_1(x,y,z)=(xy'+x'z)'(y+z')$ i $I_2(x,y,z)=(x+y'z+x'z')'$ određuju istu Bulovu funkciju na dvoelementnoj Bulovoj algebri.