

Имплементација 2D симулације билијара

Ђорђе Сечевић, SW-24/2016

Кратак опис проблема

Потребно је имплементирати **дводимензионалну** симулацију игре билијар за два играча (без имплементације AI). Неопходна је имплементација кинематике са линеарним кретањем.

Такође, потребно је имплементирати и откривање судара круг на круг (при судару 2 билијарске кугле), дуж на круг (при удару штапа од куглу). Пошто је могућ судар више објеката одједном, неопходна је и имплементација *constrain solver*-а.

Неопходно је извршити пренос енергије са штапа на куглу и између 2 или више кугли при сваком удару. Количина енергије ће при сваком преносу бити све мања, па је потребно и извршити детекцију тренутка у ком је количина енергије у сваком објекту једнака нули тј. брзина сваког објекта је једнака нули у овом случају (што иницира следећи потез). На губитак енергије кугле утицај ће имати само кретање лопте, као и трење подлоге (билијарског стола).

Приликом колизије кугле и рупе на билијарском столу, потребно је детектовати начин на који се може одредити тренутак у коме би кугла завршила у рупи.

Наравно, потребно је и водити рачуна и о правилима билијарске игре, која се могу наћи на следећем линку (за оне који нису упознати са њима): en.wikipedia.org/wiki/Eight-ball.

Детаљнија спецификација

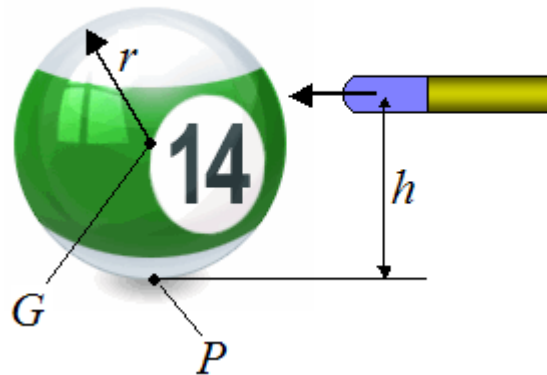
Откривање судара

Приликом откривања судара, треба упростити геометрију тела чију колизију детектујемо. У конкретном случају, објекте сводимо на:

1. Билијарска кугла - круг
2. Билијарски штап – дуж
3. Ивица билијарског стола – дуж
4. Рупа билијарског стола - круг

Откривање судара кугле и штапа

Претпоставка је да се контакт штапа и кугле увек дешава на средишњем кругу („екватору“) билијарске кугле. На тај начин се занемарују одређени физички закони билијара који важе у реалном свету.



У планираној имплементацији, висина позиционирања штапа од стола биће једнака полупречнику лопте, дакле $h = r$.

Судар билијарског штапа и кугле можемо свести на колизију круга и тачке (крајње тачке дужи која представља билијарски штап). Уколико претпоставимо да је круг са центром у (x_K, y_K) и са полупречником r , а да су координате тачке (x_T, y_T) , детекцију колизије можемо извести на следећи начин:

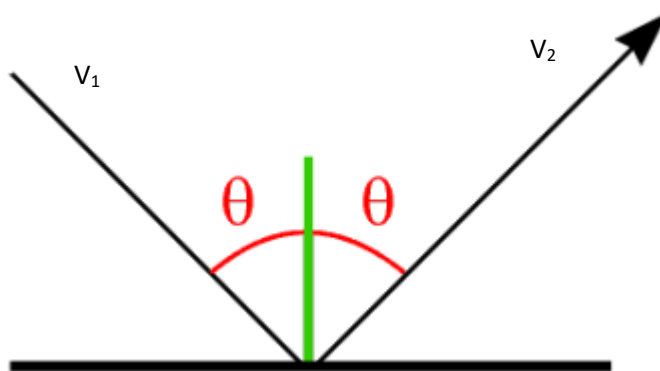
```
X = xT - xK;  
Y = yT - yK;  
rastojanje = sqrt( (X*X) + (Y*Y) ); // rastojanje tacke I centra  
  
if (distance == r) return true;  
else return false;
```

Откривање судара кугле и мартинеле (ивице стола)

Детекција овог судара се може свести на детекцију судара круга и дужи која представља ивицу стола. До колизије долази онда када полупречник круга постане једнак растојању центра круга и ивице стола (њихових одговарајућих координата).

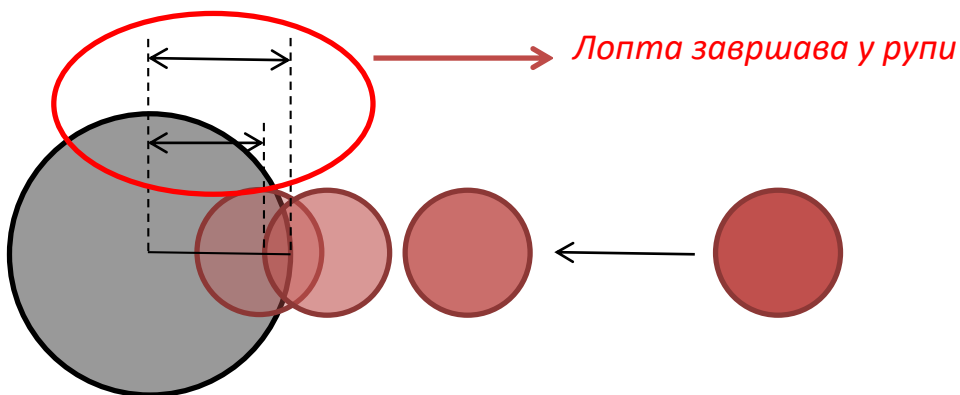
При судару, кугла се одбија од мартинеле под истим углом под којим је ударила од ивицу стола, при чему се као симетрала укупног угла посматра нормала на мартинелу у тачки судара.

Притом, извршава се одређен губитак импулса кугле и она се након судара креће брзином нижег интензитета него пре судара.



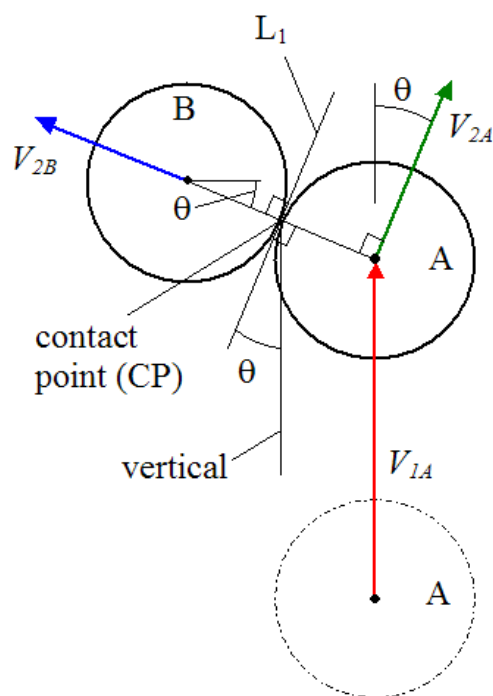
Откривање колизије кугле и рупе на билијарском столу

Рупа на билијарском столу се такође своди на геометрију круга. Детекцију тренутка у ком би билијарска кугла упала у рупу би се извршила на следећи начин – када растојање центара кугле и рупе на билијарском столу постане мање од полупречника рупе, тада кугла завршава у рупи.



Откривање судара 2 кугле

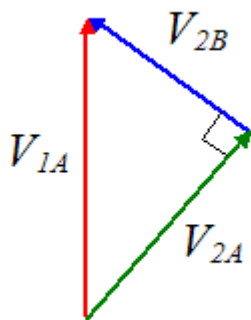
При судару две кугле, претпоставка је да су кугле исте масе и да између кугли нема трења. На слици је приказан пример судара 2 кугле:



Нека је брзина кугле В једнака нули (кугла је у стању мировања) и нека се кугла А креће из прве у другу позицију брзином V_{1A} . Након судара, кугле А и В се крећу у назначеним правцима брзинама V_{2A} и V_{2B} респективно.

Правна L_1 представља тангенту на геометријски приказ обе кугле у тачки судара. Она је нормална на праву која садржи центре обе кугле и тачку судара. Због тога, L_1 са вертикалом (која је паралелна иницијалној путањи кугле А) гради угао θ , једнак углу који права која садржи оба центра и контактну тачку гради са хоризонталом.

За две лопте једнаких маса чији еластични судар посматрамо, важи закон о одржању импулса, из кога следи: $(V_{1A})^2 = (V_{2A})^2 + (V_{2B})^2$.



На основу Питагорине теореме, последња једнакост нам говори да вектори V_{1A} , V_{2A} , V_{2B} формирају правоугли троугао. То значи да се након судара кугле А и В крећу у међусобно нормалним правцима.

Специјални случајеви би били када би угао θ био близу нуле, при чему би се само мали део импулса са кугле А пренео на куглу В, или када би тај угао био једнак правом углу, при чему би се, теоретски, целокупан импулс лопте А пренео на лопту В.

Алгоритми, методе и механизми за имплементацију проблема

Због релативно великог броја објеката у симулацији, потребно је имплементирати и механизам за просторно индексирање који би убрзао процес детекције колизије. Такође, пошто се у једном тренутку може извршити више колизија истовремено, потребно је моделовати и решити одговарајуће системе ограничења.

За откривање судара биће коришћена векторска алгебра.

За претходно наведене механизме размотриће се коришћење неке од следећих метода:

1. Просторно индексирање
 - a. *Binning*
 - b. *Sweep and Prune*
2. Решавање система ограничења
 - a. *Mixed linear Complementarity Problem*
 - b. *Sequential Impulse*

Програмски језик и библиотеке за имплементацију

Приликом имплементације биће коришћен Java програмски језик и JavaFX/Swing/AWT библиотеке.

Примери готових решења

Слични проблеми и њихова решења могу се пронаћи на следећим линковима:

1. <https://www.youtube.com/watch?v=vUC1d-tUXdw>
2. <https://github.com/max-kov/pool>

Литература и коришћени материјали

1. <http://www.jeffreythompson.org/collision-detection/point-circle.php>
2. <https://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-billiards.html>
3. https://www.real-world-physics-problems.com/support-files/cue_ball_traj.pdf
4. Препоручени материјали за имплементацију физичке симулације са покретном графиком