ВЕЖБЕ 1

-Математичка индукција-

1. $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$
3. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
4. $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
5. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (домаћи)
6. $3 \mid (5^n + 2^{n+1}),\ n \in \mathbb{N}$
7. $9 \mid (13^n - 4^n),\ n \in \mathbb{N}$ (домаћи)
8. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n} \geq \frac{1}{2},\ n \in \mathbb{N}$
9. $(1+x)^n \geq 1 + nx,\ n \in \mathbb{N},\ x > -1$
10. $2^n > n^2,\ n \geq 5$
11. $n! \geq 2^n,\ n \geq 4$
12. $4n < 2^n,\ n \geq 5$ (домаћи)
13. Ако је $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2},\ n \geq 3$, где је $x_1 = 5, x_2 = 13$, показати да је $x_n = 2^n + 3^n$.
14. Ако је $x_n = (n-1)(x_{n-1} + x_{n-2}),\ n \geq 3$, где је $x_1 = 1, x_2 = 2$, показати да је $x_n = n!$ (домаћи)
15. Сваки природан број $n \geq 2$ је прост или је производ простих бројева.

-Принцип бијекције-

1. Међу ненегативним целим бројевима мањим од 10^7 посматрају се они чији је збир цифара једнак 31 и они чији је збир цифара једнак 32. Којих бројева има више?
2. У равни је уочено 2020 тачака, од којих је једна обојена црвеном, а преосталих 2019 плавом бојом. Да ли међу свим подскуповима тог скупа има више оних који садрже црвену тачку или оних који је не садрже?
3. Посматрајмо све низове декадних цифара дужине 6. Да ли међу њима има више оних код којих је збир цифара 27 или оних код којих је збир прве три цифре једнак збиру последње три цифре? (домаћи)