

# ВЕЖБЕ 13

## -Припрема за колоквијум-

1. Нека је  $G$  граф са непарним бројем чворова. Доказати да  $G$  и  $\overline{G}$  имају исти број чворова непарног степена.
2. Нека је  $G$  граф са  $n = 4k - 1$  чворова. Тада бар један од графова  $G$  и  $\overline{G}$  садржи чвор степена  $\geq 2k$ .
3. Нека је  $G$  граф са  $n$  чворова у ком су  $u$  и  $v$  несуседни чворови за које важи  $d(u) + d(v) \geq n + r - 2$ , за неко  $r \in \mathbb{N}$ . Доказати да  $u$  и  $v$  имају бар  $r$  заједничких суседа.
4. Ако за свака три чвора  $u, v$  и  $w$  графа  $G$  важи

$$uv \in E(G) \wedge vw \in E(G) \Rightarrow uw \in E(G) \quad (*)$$

тада је  $G$  комплетан граф или дисјунктна унија комплетних графова.

5. Нека је  $G$  граф са  $n$  чворова и  $e \geq \binom{n-1}{2} + 1$  грана. Доказати да је  $G$  повезан граф.
6. Грана  $e = xy$  је мост акко  $\omega(G - e) > \omega(G)$ . Доказати да ако су сви чворови графа  $G$  парног степена, онда  $G$  нема мост.
7. Доказати да је граф  $G$  шума акко сваки његов индукован подграф садржи чвор чији је степен мањи или једнак од један.
8. Пронаћи сва стабла чији је комплемент такође стабло.
9. Доказати да је  $k$ -регуларан граф са  $2k - 1$  чворова Хамилтонов.
10. Ако стабло  $T$  има бар један чвор степена 2 тада његов комплемент  $\overline{T}$  није Ојлеров.
11. Нека је  $G$  повезан планаран граф такав да је  $\delta(G) \geq 3$ . Доказати да најмање две области графа  $G$  имају највише 5 ивица.