Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka
Elektroenergetski softverski inženjering / Primenjeno softvesrko inženjerstvo
predmet: **Matematička analiza**
datum: **3. jul 2020. godine**

DRUGI KOLOKVIJUM, Predispitne obaveze

Napomena: Sve odgovore obrazložiti.

1. (1 poen) Odrediti realnu konstantu c tako da postoji funkcija $f(x)$ za koju je $f'(x) = \begin{cases} c - x & , \quad x \leq 1 \\ x & , \quad x > 1 \end{cases}$

   Rešenje

2. (1 poen) Da li postoji $\int \sin \frac{1}{x} dx$ na $[\pi, 2\pi]$?

   Rešenje

3. (1 poen) Da li je funkcija $f(x) = \begin{cases} 1/x & x \in (0, 1] \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ integrabilna na intervalu $[0, 1]$?

   Rešenje

4. (1 poen) Napisati gornju Darbuovu sumu za funkciju $f(x) = \operatorname{arctg} x$ na intervalu $[0, \sqrt{3}]$ za ekvidistantnu podelu.

   Rešenje

5. (1 poen) Ako je funkcija $f(x)$ integrabilna na intervalu $[-1, 1]$ i $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = A$, naći $\int\limits_{-1}^{1} g(x)dx$ ako je

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & x \in (-1, 1) \\ f(x) + 1 & x = -1 \\ f(x) + 2 & x = 1 \end{cases}$$

Rešenje

6. (1 poen) Neka je $f(x) = \int\limits_{0}^{x} \sin t dt$. Naći primitivnu funkciju $F(x)$ funkcije $f(x)$.

Rešenje

7. (1 poen) Ispitati konvergenciju nesvojstvenog integrala $\displaystyle\int\limits_{[1,\infty)} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$.

Rešenje

8. (1 poen) Naći sva rešenja početnog problema $y' = \sqrt[3]{y}$, $y(0) = 0$.

Rešenje

9. (1 poen) Da li se može odrediti parametar a tako da jednačina $\ln y dx + a\frac{x}{y}dy = 0$ bude diferencijalna jednačina totalnog diferencijala na $\mathbb{R}^2$?

Rešenje

10. (1 poen) Da li su funkcije $f_1(x) = 1$ i $f_2(x) = e^x$ linearno nezavisne na $\mathbb{R}$?

Rešenje

11. Data je diferencijalna jednačina $L_n[y] = f(x)$ sa konstantnim koeficijentima. Neka su $k_1 = k_2 = 0$, $k_3 = -2$, $k_4 = k_5 = -i$ koreni karakteristične jednačine.

   a) (1 poen) Odrediti opšte rešenje homogenog dela date jednačine.

   Rešenje

   b) (1 poen) Za $f(x) = x\cos x$ odrediti oblik partikularnog rešenja jednačine $L_n[y] = f(x)$.

   Rešenje

12. (1 poen) Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n\pi$.

Rešenje

13. (2 poena) Pokazati da red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2)^{n+1}}$ konvergira i naći njegovu sumu.

Rešenje

14. (2 poena) Ispitati običnu i apsolutnu konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$.

Elektroenergetski softverski inženjering/Primenjeno softversko inženjerstvo
predmet: **Matematička analiza** **3.7.2020.**
Ispitni zadaci

1. a) (6 poena) Odrediti vrednost konstane $A \in \mathbb{R}$ tako da niz $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$

$$a_n = \left(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}\right) + A \cdot \frac{1-(-1)^n}{2}$$

   bude konvergentan izračunati njegovu graničnu vrednost.

   b) (6 poena) Proveriti da li je niz $a_n = \dfrac{\cos 1!}{1\cdot 2} + \dfrac{\cos 2!}{2\cdot 3} + \ldots + \dfrac{\cos n!}{n\cdot(n+1)}$ Košijev.

2. (12 poena) Detaljno ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

3. (6 poena) Da li funkcija $u = xyz$ ima ekstremnu vrednost, uz uslov $x+y+z=9$, $x>0, y>0, z>0$.

4. a) (8 poena) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{\sin x}{\sin x + 2\cos x} + e^x \operatorname{arctg} \frac{e^x-1}{e^x-2}\right) dx$.

   b) (6 poena) Dat je niz $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sa opštim članom $a_n = 3\cdot\dfrac{3^4+6^4+9^4+\ldots+(3n)^4}{n^5}$. Odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ primenom definicije određenog integrala.

5. Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine:

   a) (8 poena) $\left(\dfrac{y}{x+y}\right)^2 dx + \left(\dfrac{x}{x+y}\right)^2 dy = 0$;

   b) (8 poena) $(x+1)^3y''' - 3(x+1)^2y'' + 7(x+1)y' - 8y = 0$, ako je $x > -1$.

Elektroenergetski softverski inženjering/Primenjeno softversko inženjerstvo
predmet: **Matematička analiza** **3.7.2020.**
Ispitni zadaci - Drugi kolokvijum

1. a) (8 poena) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{\sin x}{\sin x + 2\cos x} + e^x \operatorname{arctg} \frac{e^x-1}{e^x-2}\right) dx$.

   b) (6 poena) Dat je niz $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sa opštim članom $a_n = 3\cdot\dfrac{3^4+6^4+9^4+\ldots+(3n)^4}{n^5}$. Odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ primenom definicije određenog integrala.

2. Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine:

   a) (8 poena) $\left(\dfrac{y}{x+y}\right)^2 dx + \left(\dfrac{x}{x+y}\right)^2 dy = 0$;

   b) (8 poena) $(x+1)^3y''' - 3(x+1)^2y'' + 7(x+1)y' - 8y = 0$, ako je $x > -1$.