



Indeksne datoteke s B-stablima

B-stablo, formiranje, traženje,
ažuriranje i obrada indeksne
datoteke sa B-stablom

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Osnovno B-stablo

- **B-stablo**

- puno stablo i stablo traženja
- gusto popunjeni, dinamički indeks
- visine **h**
 - svi listovi su na jednakoj udaljenosti od korena
 - put od korena do bilo kog lista je iste dužine
- ranga **r** ($r \geq 2$)
 - uvodi ograničenje na dozvoljeni broj elemenata u svakom čvoru
- reda **$n = 2r + 1$**

Osnovno B-stablo

- **B-stablo**

- čvor = blok zone indeksa
- čvor sadrži niz elemenata
- element = propagirana vrednost ključa iz primarne zone
- svaki čvor sadrži maksimalno $2r$ elemenata
- svaki čvor, izuzev korena, sadrži minimalno r elemenata
- koren sadrži minimalno 1 element
- svaki čvor sa m elemenata, koji ne predstavlja list, poseduje $m + 1$ direktno podređenih čvorova

Osnovno B-stablo

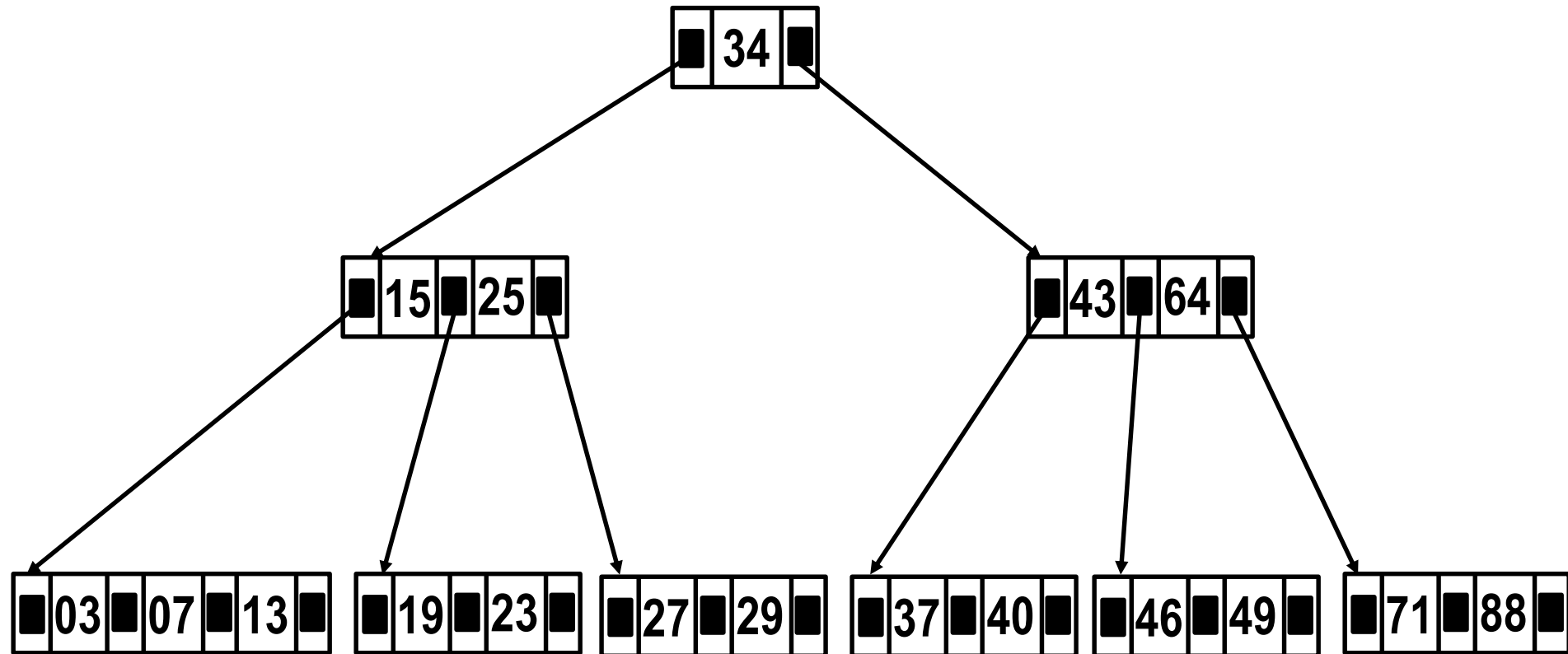
- Format čvora B-stabla
 - niz elemenata
 - svaki element: trojka (k_e, A_e, P_e) , $e \in \{1, \dots, m\}$
 - k_e vrednost ključa sloga S_i ($i \in \{1, 2, \dots, M\}$)
 - A_e pridruženi podatak
 - P_e pokazivač ka podstablu s većim vrednostima ključa od k_e

Zaglavlje bloka							...				Neiskorišćeni prostor
	P_0	k_1	A_1	P_1	k_2	A_2	P_2	k_m	A_m	P_m	

- Uslovi stabla traženja
 - $(\forall i \in \{1, \dots, m - 1\})(k_i < k_{i+1})$
 - $(\forall k \in K(P_0))(k < k_1)$
 - $(\forall i \in \{1, \dots, m - 1\})(\forall k \in K(P_i))(k_{i-1} < k < k_i)$
 - $(\forall k \in K(P_m))(k_m < k)$

Osnovno B-stablo

- Primer:
 - B-stablo sa $N = 18$ slogova, ranga $r = 2$, visine $h = 3$



Osnovno B-stablo

- Popunjenost B-stabla
 - za isti broj slogova N i rang r , B-stablo može posedovati različite visine i različite brojeve čvorova
- Ekstremni slučajevi popunjenosti B-stabla
 - **poluprazno (polupuno) B-stablo**
 - svi čvorovi, osim korena, sadrže po r elemenata
 - koren sadrži samo 1 element
 - stablo ne može biti manje popunjeno od polupraznog
 - **kompletno (popunjeno) B-stablo**
 - svi čvorovi sadrže po $2r$ elemenata
 - stablo ne može biti više popunjeno od kompletnog

Osnovno B-stablo

- **Broj čvorova i elemenata**
 - na različitim nivoima hijerarhije B-stabla ranga r

Nivo	Visina	Kompletno B-stablo		Poluprazno B-stablo	
		Broj čvorova	Broj elemenata	Broj čvorova	Broj elemenata
0	1	1	$2r$	1	1
1	2	$(2r + 1)^1$	$2r(2r + 1)^1$	2	$2r$
2	3	$(2r + 1)^2$	$2r(2r + 1)^2$	$2(r + 1)^1$	$2r(r + 1)^1$
...
$i - 1$	i	$(2r + 1)^{i-1}$	$2r(2r + 1)^{i-1}$	$2(r + 1)^{i-2}$	$2r(r + 1)^{i-2}$
...
$h - 1$	h	$(2r + 1)^{h-1}$	$2r(2r + 1)^{h-1}$	$2(r + 1)^{h-2}$	$2r(r + 1)^{h-2}$

Osnovno B-stablo

- **Broj čvorova stabla**

- kompletno stablo

$$C_{kp} = \sum_{i=1}^h (2r+1)^{i-1} = \sum_{i=0}^{h-1} (2r+1)^i = \frac{(2r+1)^h - 1}{2r}$$

- poluprazno stablo

$$C_{pp} = 1 + 2 \sum_{i=1}^{h-1} (r+1)^{i-1} = 1 + 2 \sum_{i=0}^{h-2} (r+1)^i = 1 + 2 \frac{(r+1)^{h-1} - 1}{r}$$

Osnovno B-stablo

- **Broj čvorova i visina stabla**

- kompletno stablo

$$C_{kp} = \frac{(2r+1)^h - 1}{2r}, \quad N = 2rC_{kp} \Rightarrow N = (2r+1)^h - 1$$

$$h_{kp} = \log_{2r+1}(N+1), \quad h_{min} = \lceil \log_{2r+1}(N+1) \rceil$$

$$C_{kp} = \frac{N}{2r}, \quad C_{min} = \left\lceil \frac{N}{2r} \right\rceil$$

- visina ne može biti manja od h_{min}
- ukupan broj čvorova ne može biti manji od C_{min}

Osnovno B-stablo

- **Broj čvorova i visina stabla**

- poluprazno stablo

$$C_{pp} = 1 + 2 \frac{(r+1)^{h-1} - 1}{r}, \quad N = 1 + r(C_{pp} - 1) \Rightarrow N = 2(r+1)^{h-1} - 1$$

$$h_{pp} = 1 + \log_{r+1} \frac{N+1}{2}, \quad h_{max} = 1 + \left\lfloor \log_{r+1} \frac{N+1}{2} \right\rfloor$$

$$C_{pp} = 1 + \frac{N-1}{r}, \quad C_{max} = 1 + \left\lfloor \frac{N-1}{r} \right\rfloor$$

- visina ne može biti veća od h_{max}
- ukupan broj čvorova ne može biti veći od C_{max}

Osnovno B-stablo

- Broj čvorova i visina stabla

$$- h_{min} \leq h \leq h_{max}, C_{min} \leq C \leq C_{max}$$

N	r	h_{min}	h_{max}	C_{min}	C_{max}
10^3	50	2	2	10	20
10^4	50	2	3	10^2	$2 \cdot 10^2$
10^5	50	3	3	10^3	$2 \cdot 10^3$
10^6	50	3	4	10^4	$2 \cdot 10^4$

$$h_{min} = \lceil \log_{2r+1} (N+1) \rceil \qquad h_{max} = 1 + \left\lfloor \log_{r+1} \frac{N+1}{2} \right\rfloor$$

$$C_{min} = \left\lceil \frac{N}{2r} \right\rceil \qquad C_{max} = 1 + \left\lfloor \frac{N-1}{r} \right\rfloor$$

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Formiranje datoteke s B-stablom

- **Indeksna metoda pristupa**

- operativni sistem

- OS mainframe računara poseduju metode pristupa za formiranje, korišćenje i ažuriranje indeksnih datoteka sa *B*-stabloma

- programski jezici

- korišćenje specijalizovanih biblioteka za indeksnu metodu pristupa, ili
 - korisnici sami pišu svoje metode

- SUBP

- poseduju sopstvene indeksne metode pristupa
 - koriste ih u izgradnji fizičkih struktura baza podataka

Formiranje datoteke s B-stablom

- **Struktura datoteke s B-stablom**
 - **zona indeksa: spregnuta struktura, B-stablo**
 - dinamički, gusto popunjeni indeks
 - svaka vrednost ključa primarne zone propagira se u zonu indeksa
 - dinamičko ažuriranje – prati ažuriranje primarne zone
 - omogućava traženja u primarnoj zoni
 - **primarna zona: serijska datoteka**
 - iskorišćenje dobrih osobina serijske datoteke pri ažuriranju
 - pod pretpostavkom da se traženja ne vrše direktno u serijskoj datoteci

Formiranje datoteke s B-stablom

- **Formiranje datoteke s B-stablom**
 - **formiranje primarne zone**
 - preuzimanjem postojeće (serijske) datoteke ili
 - sukcesivnim učitavanjem slogova ulazne (serijske) datoteke
 - **formiranje zone indeksa**
 - upisivanje zaglavlja stabla traženja u zonu indeksa
 - inicijalno, nedefinisane vrednosti pokazivača na koren stabla i krajnji levi čvor stabla
 - inicijalizuje se pokazivač na prvi blok u lancu praznih blokova
 - formiranje lanca praznih blokova (čvorova)
 - sukcesivno čitanje slogova primarne zone i formiranje B-stabla, dinamičkim upisivanjem novih elemenata
 - upisivanje prvog elementa \Rightarrow formiranje korena stabla

Formiranje datoteke s B-stablom

- **Upis novog elementa u B-stablo**
 - prethodi mu neuspešno traženje elementa (tso)
 - započinje u korenu
 - uvek završava u listu
 - upoređivanjem argumenta traženja s vrednostima ključa u svakom čvoru i
 - praćenjem pokazivača na čvorove na jednom pristupnom putu od korena do lista
 - započinje na mestu zaustavljanja neuspešnog traženja u listu
 - list može biti potpuno ili delimično popunjen

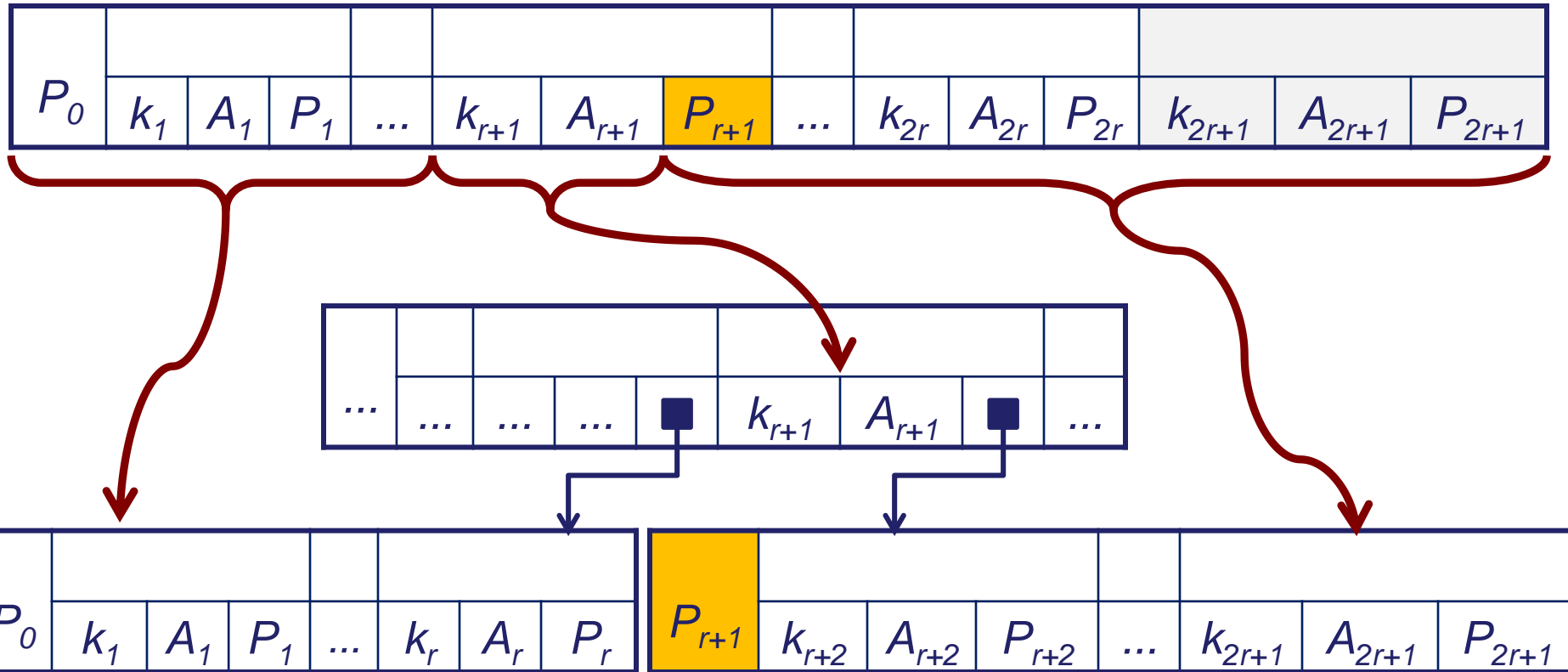
Formiranje datoteke s B-stablom

- **Upis novog elementa u B-stablo**

- aktuelni broj elemenata u listu m_e – dve mogućnosti
- **(A)** delimično popunjen list: $m_e < 2r$
 - novi element upisuje se na poziciju zaustavljanja traženja
 - elementi s većom vrednošću ključa u čvoru pomeraju se za jednu poziciju udesno
- **(B)** potpuno popunjen list: $m_e = 2r$
 - podela lista na dva lista – alocira se novi, desni list
 - formira se u OM uređeni niz od $2r + 1$ elemenata
 - prva polovina niza ostaje u levom (postojećem) listu:
 - srednji element upisuje se u nadređeni čvor - može izazvati deljenje nadređenog čvora
 - druga polovina niza upisuje se u desni (novi) list
 - ukoliko se deli koren, dolazi do formiranja novog korena i povećavanja visine stabla za 1

Formiranje datoteke s B-stablom

- Upis novog elementa u B-stablo



Formiranje datoteke s B-stablom

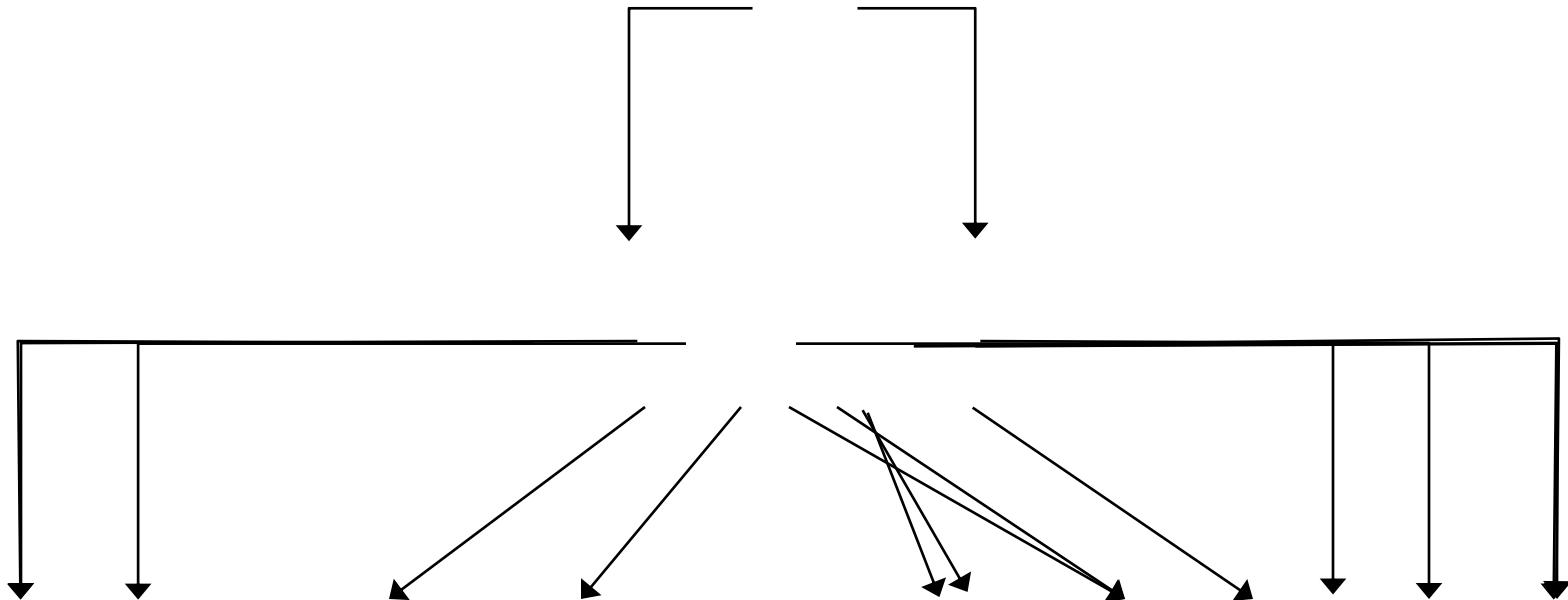
- Primer
 - ulazna serijska datoteka – primarna zona

34	07	03	15	19	29	64	43	23	27	13	49	25	71	88	37	46	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

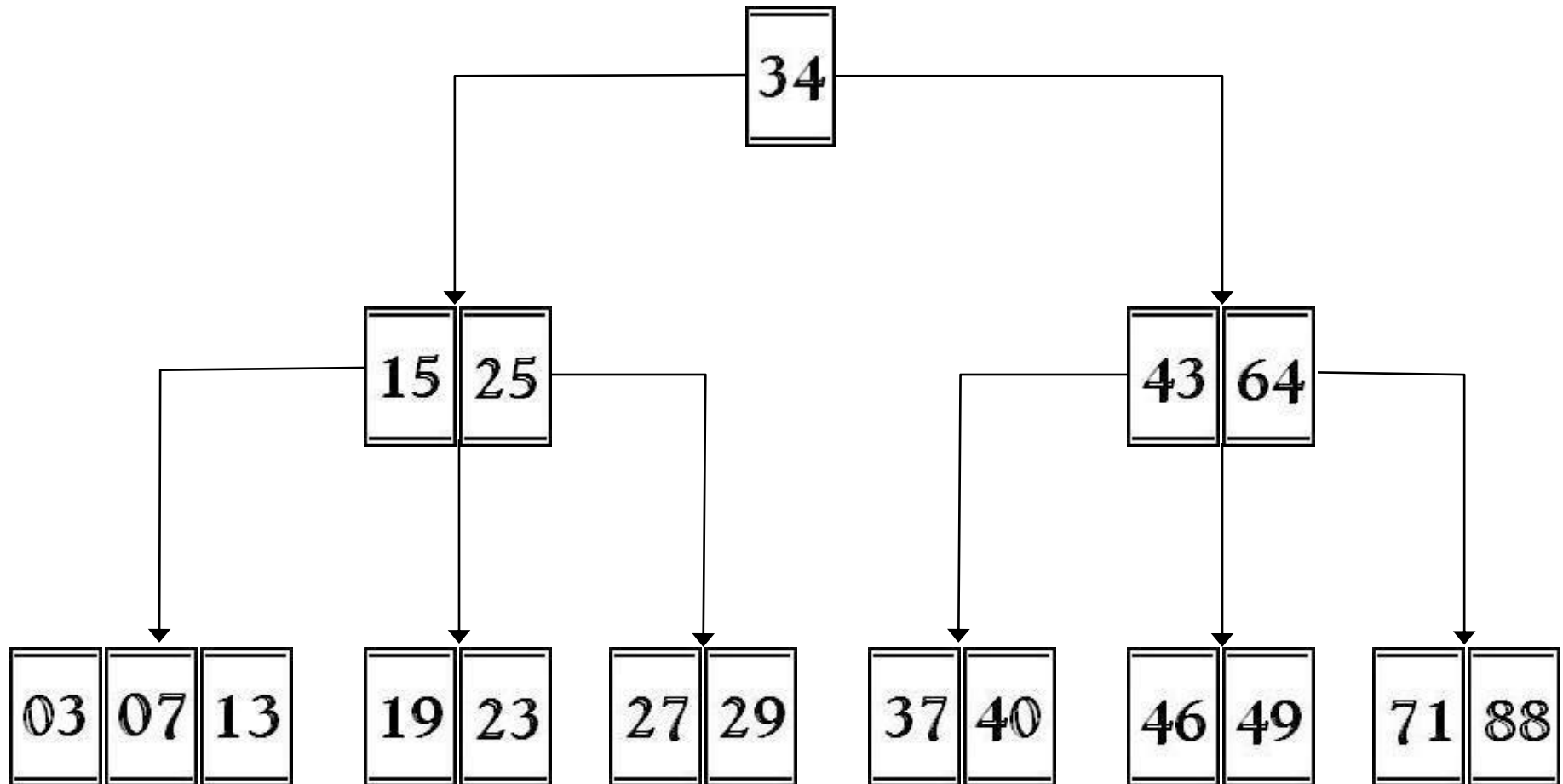
- $N = 18$ slogova
- rang stabla: $r = 2$
- visina stabla: $h = 3$
- kapacitet svakog čvora: $2r = 4$ elementa

Formiranje datoteke s B-stablom

34	07	03	15	19	29	64	43	23	27	13	49	25	71	88	37	46	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Formiranje datoteke s B-stablom



Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Traženje u datoteci s B-stablom

- **Traženje logički narednog sloga**
 - modifikovani simetrični postupak prolaska kroz B-stablo
 - naizmenično pristupanje listovima i njihovim nadređenim elementima
 - vrši se od tekućeg elementa stabla
 - inicijalno, tekući element stabla je element sa najmanjom vrednošću ključa u krajnjem levom listu
 - upoređuju se argument traženja a i vrednosti ključa elemenata stabla k_e
 - traženje se uspešno završava kada je $a = k_e$
 - neuspešno traženje završava se nailaskom na element sa $k_e > a$ ili nailaskom na kraj krajnjeg desnog lista

Traženje u datoteci s B-stablom

- **Traženje logički narednog sloga**

- sa h bafera u OM
- uspešno

$$0 \leq R_u \leq C_{max} + 1$$

- neuspešno

$$0 \leq R_n \leq C_{max}$$

Traženje u datoteci s B-stablom

- **Traženje slučajno odabranog sloga**
 - traženje započinje u korenu stabla
 - eventualno se nastavlja u podređenim čvorovima
 - završava se u čvoru u kojem je element pronađen ili u listu
 - na svakom nivou hijerarhije stabla pristupa se najviše jednom čvoru
 - upoređuju se argument traženja a i vrednosti ključa elemenata stabla k_e
 - ako se pri traženju nađe element, za koji je $a = k_e$
 - traženom slogu pristupa se na osnovu adrese A_e
 - ako se, pri traženju u čvoru, dođe do elementa sa $k_e > a$
 - traženje se nastavlja u odgovarajućem podstablu

Traženje u datoteci s B-stablom

- **Traženje slučajno odabranog sloga**

- uspešno, završava u bilo kojem čvoru

- broj pristupa, samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$1 \leq R_u \leq h + 1$$

- neuspešno, završava uvek u listu

- broj pristupa, samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$R_n = h$$

- celo stablo u OM: $R_u = R_n = 0$

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- **Obrada datoteke s B-stablom**
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Obrada datoteke s B-stablom

- Može se koristiti
 - primarno kao obrađivana, ali može i kao vodeća
 - i u režimu redosledne i u režimu direktne obrade
 - u svim slučajevima, pokazuje solidne performanse

Obrada datoteke s B-stablom

- Ukupan broj pristupa datoteci
 - da li je stablo kompletno ili poluprazno
 - broj čvorova kompletnog stabla je najmanji mogući, a polupraznog najveći mogući
 - da li je rezervisano h bafera za ceo pristupni put ili samo 1 bafer za čvorove B-stabla
 - u slučaju h bafera, ceo pristupni put staje u OM pa se svakom čvoru stabla pristupa tačno jedanput
 - u slučaju jednog bafera, svakom neterminalnom čvoru mora se pristupati barem onoliko puta koliko elemenata poseduje
 - da li su sukcesivno traženi slogovi u primarnoj zoni uvek smešteni u fizički susedne lokacije, ili uvek u lokacije različitih blokova

Obrada datoteke s B-stablom

- **Redosledna obrada**

- i kao vodeća i kao obrađivana
- ukupan broj pristupa datoteci R_{uk}^r sa h bafera

$$C_{\min} + \left\lceil \frac{N}{f} \right\rceil \leq R_{uk}^r \leq C_{\max} + N$$

Obrada datoteke s B-stablom

- **Direktna obrada**

- putem vodeće datoteke sa $N_v = N_v^u + N_v^n$ slogova
 - N_v^u slogova koji iniciraju uspešno traženje
 - N_v^n slogova koji iniciraju neuspešno traženje
- relativno brz pristup slučajno odabranom slogu
- ukupan broj pristupa R_{uk}^d

$$R_{uk}^d = R_u N_v^u + R_n N_v^n$$

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Upis novog i brisanje postojećeg sloga**
 - vrši se u režimu direktne obrade
 - izvodi ga metoda pristupa na zahtev aplikativnog programa
 - vrši se upis, odnosno logičko brisanje elementa iz primarne zone i odgovarajućeg elementa iz stabla pristupa
- **Upis novog elementa u B-stablo**
 - na isti način, kao u slučaju formiranja B-stabla

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Brisanje elementa iz B-stabla**
 - prethodi mu uspešno traženje
 - logičko brisanje sloga u primarnoj zoni
 - fizičko brisanje elementa iz B-stabla
 - element se sme fizički izbrisati jedino ako se nalazi u listu

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Brisanje elementa iz B-stabla**
 - (A) element za brisanje nalazi se u listu
 - (A1) list sadrži $m_e > r$ elemenata ili je koren stabla
 - fizičko oslobađanje lokacije izbrisanog elementa
 - po potrebi, pomeranje ostalih elemenata u listu za jednu poziciju ulevo
 - nakon brisanja, u listu ostaje $m_e - 1 \geq r$ elemenata
 - (A2) list sadrži $m_e = r$ elemenata i nije koren stabla
 - fizičko oslobađanje lokacije izbrisanog elementa nije dozvoljeno
 - » svaki čvor, osim korena, mora imati minimalno r elemenata
 - (A21) postoji barem jedan susedni čvor sa $m_f > r$ elemenata
 - » primena **tehnike pozajmljivanja elemenata** iz susednog čvora
 - (A22) svi susedni čvorovi imaju $m_f = r$ elemenata
 - » primena **tehnike spajanja dva čvora** u jedan

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Brisanje elementa iz B-stabla**

- **susedni čvorovi**

- čvorovi C_e i C_f su susedni, ako imaju zajednički direktno nadređeni čvor C i ako važi

$$(\exists! k \in K(C))(k_m < k < k_1)$$

- $K(C)$ - skup vrednosti ključa u čvoru C
- k_m - najveća vrednost ključa u čvoru C_e
- k_1 - najmanja vrednost ključa u čvoru C_f

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Brisanje elementa iz B-stabla**

- **tehnika pozajmljivanja elemenata od suseda**

- formira se u OM uređeni niz od $m_f + r - 1 + 1$ elemenata
 - svi elementi susednog čvora, jedan nadređeni i $r - 1$ element čvora iz kojeg se briše element
 - $\lfloor (m_f + r) / 2 \rfloor$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - $\lfloor (m_f + r) / 2 \rfloor + 1$ -vi element smešta se u nadređeni čvor
 - preostali elementi smeštaju se u desni susedni čvor

- **tehnika spajanja dva susedna čvora u jedan**

- formira se u OM uređeni niz od $r + r - 1 + 1$ elemenata
 - r elemenata susednog čvora, jedan nadređeni i $r - 1$ element čvora iz kojeg se briše element
 - svih $2r$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - desni susedni čvor postaje prazan – dealocira se
 - fizičko brisanje elementa iz nadređenog čvora

Ažuriranje datoteke s B-stablom

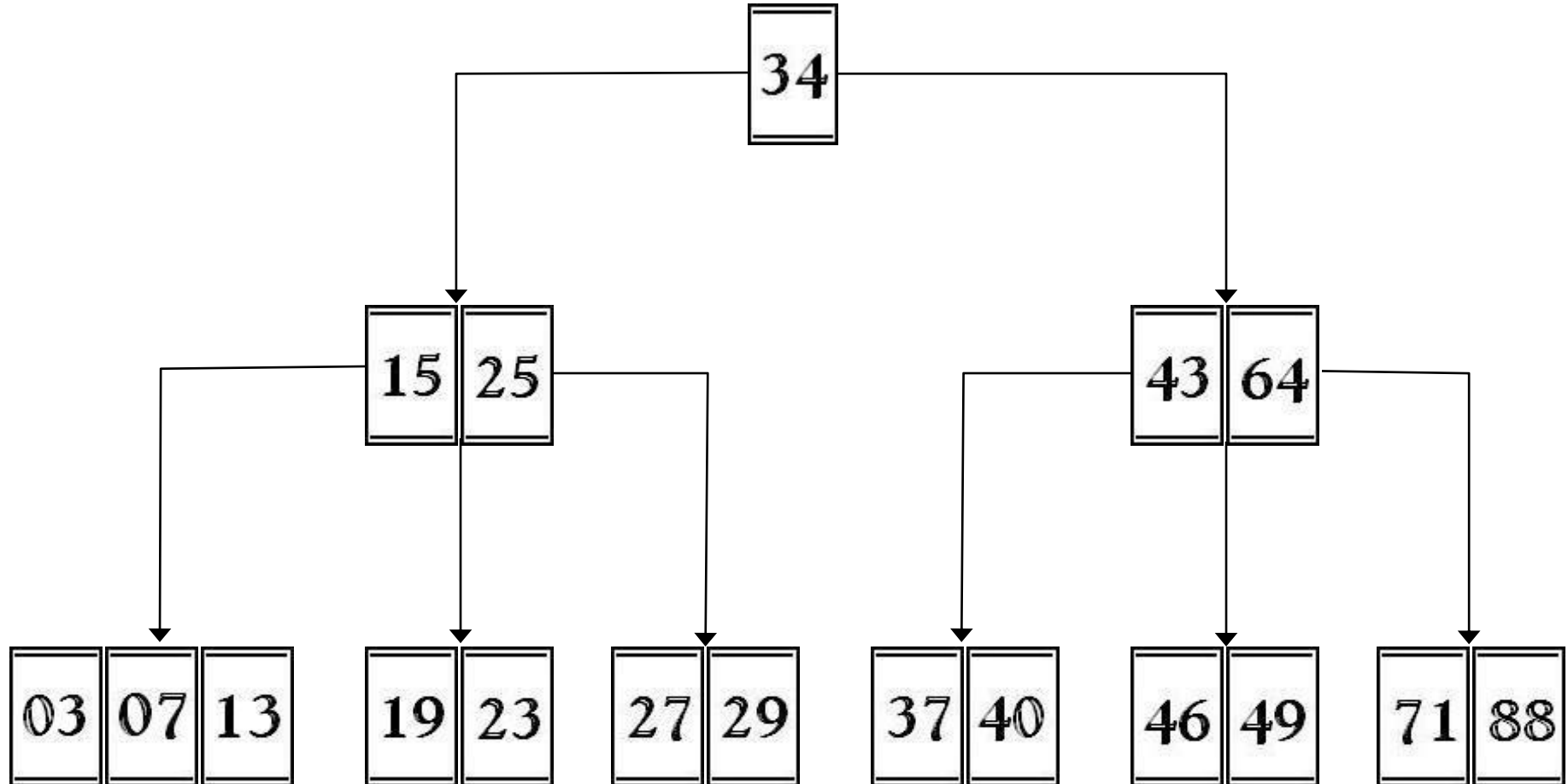
- **Brisanje elementa iz B-stabla**
 - **tehnika spajanja dva susedna čvora u jedan**
 - fizičko brisanje elementa iz nadređenog čvora
 - može izazvati novo pozajmljivanje ili spajanje čvorova, na višem nivou u stablu
 - u ekstremnom slučaju, može doći do spajanja jedina dva direktno podređena čvora korenu
 - izaziva dealociranje korena i smanjenje visine stabla za jedan

Ažuriranje datoteke s B-stablom

- **Brisanje elementa iz B-stabla**
 - **(B) element za brisanje ne nalazi se u listu**
 - zamena elementom koji sadrži prvu veću vrednost ključa
 - predstavlja krajnji levi element u krajnjem levom čvoru desnog podstabla u odnosu na element koji se briše
 - nakon zamene (upisivanja u lokaciju izbrisanog elementa), element s prvom većom vrednošću ključa fizički se briše iz lista
 - povratak na slučaj (A) – primena za fizičko brisanje elementa s prvom većom vrednošću ključa

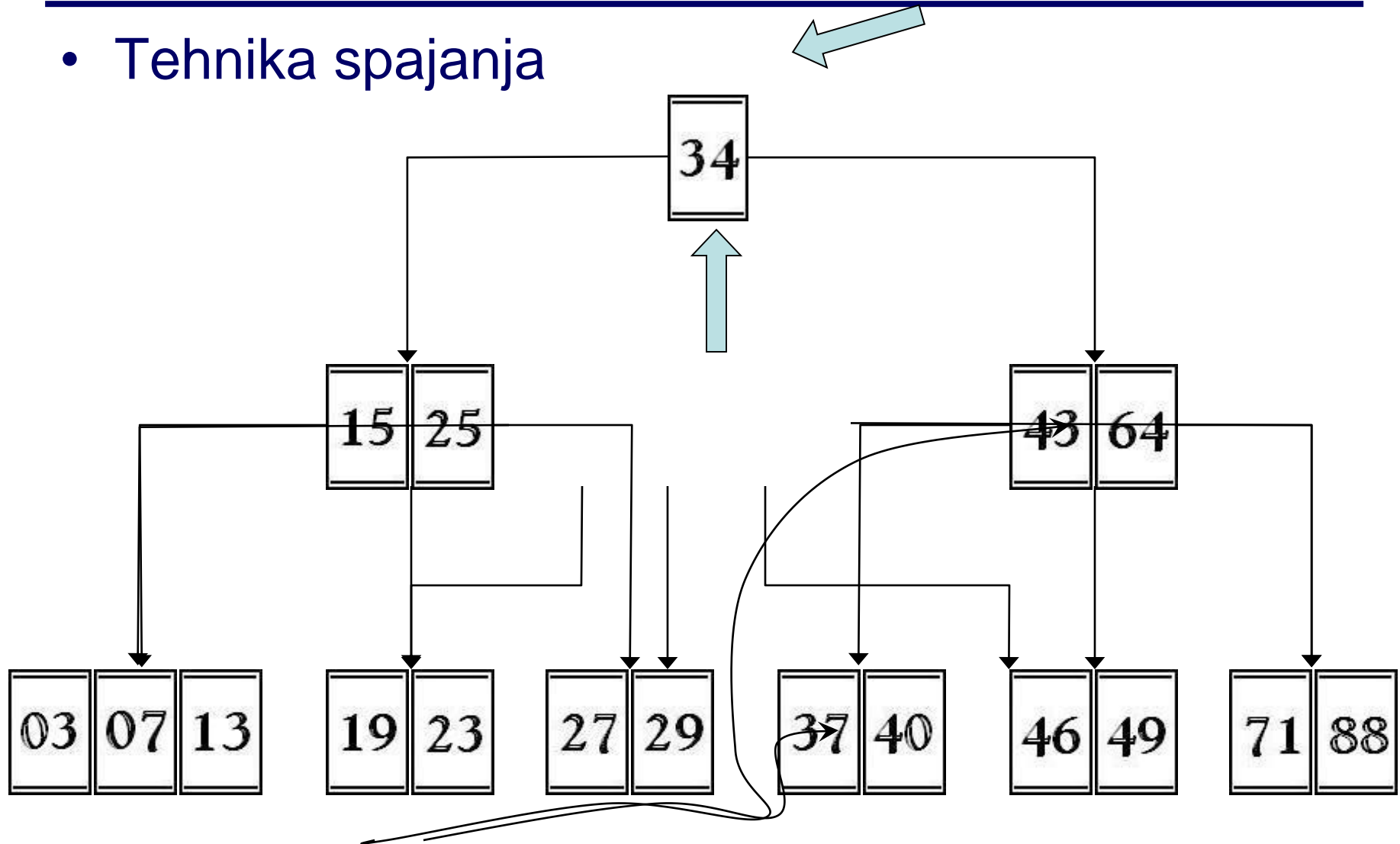
Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika spajanja



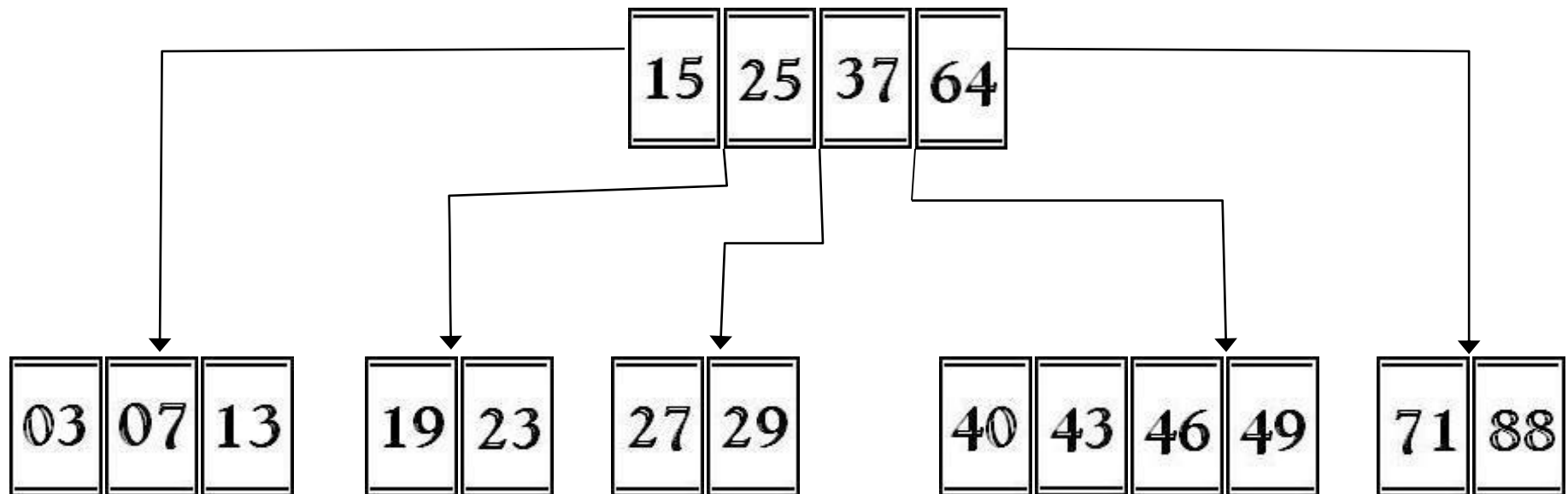
Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika spajanja



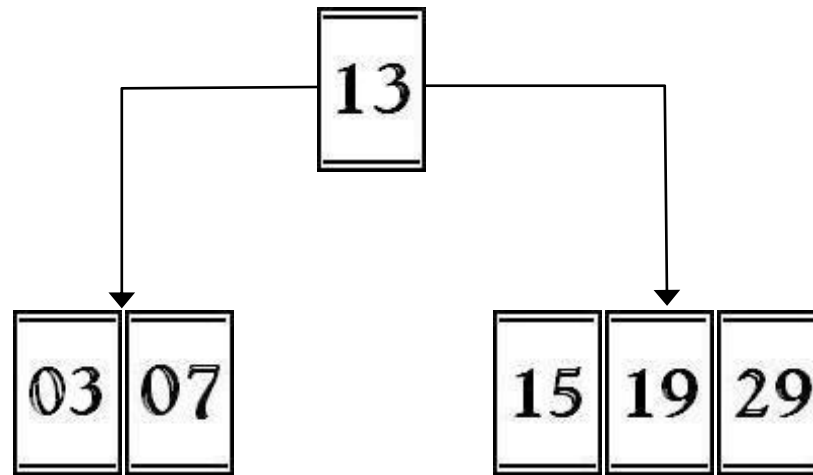
Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika spajanja



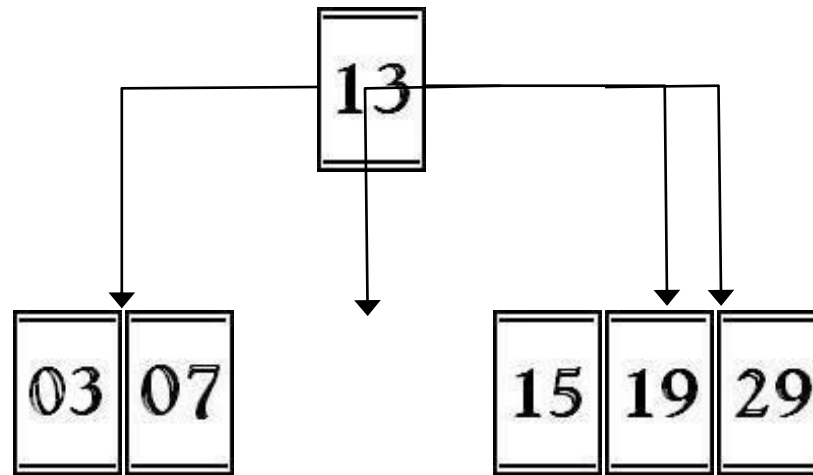
Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika pozajmljivanja



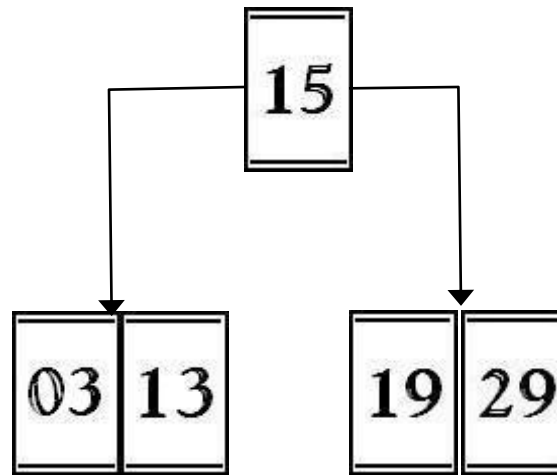
Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika pozajmljivanja



Ažuriranje datoteke s B-stablom

- Tehnika pozajmljivanja



Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom



- **Prednosti**

- pokazuju uravnotežene performanse pri direktnoj i redoslednoj obradi
- ne kvare se performanse obrade u vremenu
 - kao posledica naknadnih ažuriranja
- u odnosu na indeks-sekvencijalne datoteke
 - ne zahtevaju postojanje zone prekoračenja
 - struktura primarne zone odgovara strukturi serijske datoteke
 - maksimalni broj pristupa pri traženju slučajno odabranog sloga moguće je unapred proceniti

- **Nedostaci**

- nije najpogodnije rešenje za redoslednu obradu
 - broj pristupa datoteci zavisi od rasporeda slogova u serijskoj primarnoj zoni
 - bez h bafera u OM
 - potreba višestrukog pristupanja neterminalnim čvorovima
- deljenje čvorova favorizuje izgradnju polupraznog B-stabla
 - kada se formiranje datoteke vrši na osnovu sekvencijalne ulazne datoteke
 - svi listovi, osim krajnjeg desnog, uvek poluprazni
 - česta situacija u praksi, kada se vrednosti ključa generišu automatski, inkrementiranjem

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **B*-stablo**

- strukturalno isto, kao osnovno B-stablo
- **tehnika prelivanja**
 - ublažavanje problema favorizacije polupraznog stabla
 - primenjuje se pri upisu novog elementa u stablo
 - kada je čvor C_e u koji se upisuje element kompletan, a
 - bar jedan od njegovih susednih čvorova C_f sadrži $m_f < 2r$ elemenata
 - formira se u OM uređeni niz od $m_f + 2r + 1 + 1$ elemenata
 - svi elementi susednog čvora, jedan nadređeni i $2r + 1$ elemenata čvora u koji se upisuje element
 - $\lfloor (m_f + 2r + 2) / 2 \rfloor$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - $\lfloor (m_f + 2r + 2) / 2 \rfloor + 1$ -vi element smešta se u nadređeni čvor
 - preostali elementi smeštaju se u desni susedni čvor
- favorizacija 75% popunjenosti stabla

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **B[#]-stablo**

- varijanta B*-stabla
- garantuje se minimalna popunjenost 66%
 - za sve čvorove na svim nivoima hijerarhije, osim na prva dva
- **tehnika distribuiranog deljenja**
 - primenjuje se pri upisu novog elementa u stablo
 - kada je čvor C_e u koji se upisuje element kompletan i kompletni su svi njegovi susedi
 - elementi susednih čvorova C_e i C_f distribuiraju se u tri čvora

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **B[#]-stablo**

- **tehnika distribuiranog deljenja**

- elementi susednih čvorova C_e i C_f distribuiraju se u tri čvora
- formira se u OM uređeni niz od $2r + 2r + 1 + 1$ elemenata
 - $2r$ elemenata susednog čvora, jedan nadređeni i $2r + 1$ elemenata čvora u koji se upisuje element
 - $\lfloor (4r + 2) / 3 \rfloor$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - $\lfloor (4r + 2) / 3 \rfloor + 1$ -vi element smešta se u nadređeni čvor
 - $\lfloor (4r + 1) / 3 \rfloor$ elemenata smešta se u srednji susedni čvor
 - $\lfloor (4r + 2) / 3 \rfloor + \lfloor (4r + 1) / 3 \rfloor + 2$ -gi element smešta se u nadređeni čvor
 - preostalih $\lfloor 4r / 3 \rfloor$ elemenata smešta se u novoalocirani, desni susedni čvor

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **B⁺-stablo**

- modifikacija osnovnog B-stabla
 - prevazilaženje glavnog nedostatka osnovnog B-stabla, ili neke od njegovih varijanti
 - pri traženju logički narednog sloga potrebno je pristupati svim čvorovima stabla
- u slučaju B⁺-stabla, za traženje logički narednog sloga dovoljno je pristupati samo listovima

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **B⁺-stablo**

- strukturalno drugačije od osnovnog B-stabla
 - vrednosti ključa svih slogova nalaze se uređene u listovima
 - svi listovi su spregnuti
 - sadrže informaciju o svim logičkim vezama između slogova
 - čvorovi na višim nivoima stabla traženja sadrže najmanje vrednosti ključa iz svakog lista osim iz krajnjeg levog
 - vrednosti ključa čvorova koji ne predstavljaju listove, u nadređenim čvorovima ne ponavljaju se
 - logika formiranja neterminalnih čvorova odgovara strukturi osnovnog B-stabla

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

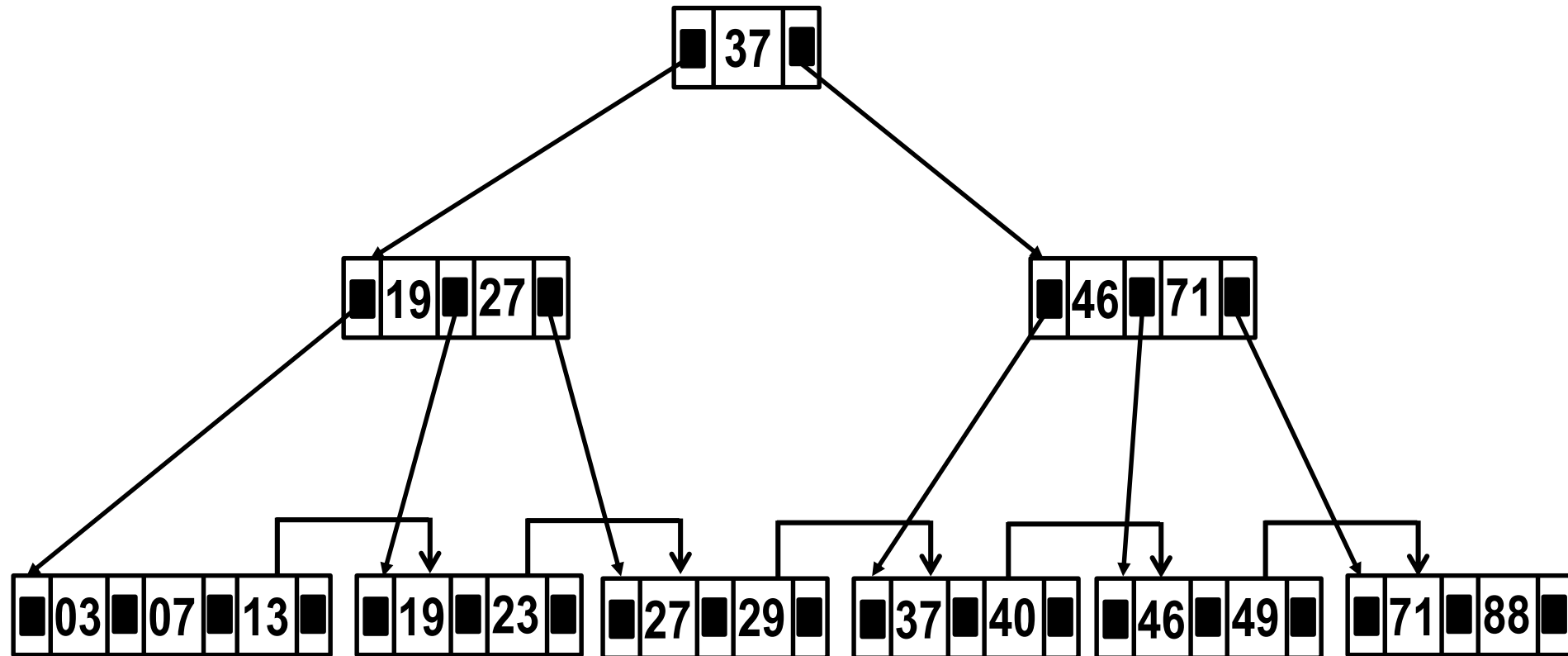
- Format čvora B⁺-stabla
 - niz elemenata
 - svaki element: dvojka (k_e, P_e) , $e \in \{1, \dots, m\}$
 - k_e - vrednost ključa sloga S_i ($i \in \{1, 2, \dots, M\}$)
 - P_e - pokazivač ka podstablu, za neterminalni čvor ili bloku u primarnoj zoni, u slučaju lista

Zaglavlje bloka	P_0					...			Neiskorišćeni prostor
		k_1	P_1	k_2	P_2		k_m	P_m	

- Uslovi stabla traženja
 - $(\forall i \in \{1, \dots, m - 1\})(k_i < k_{i+1})$
 - $(\forall k \in K(P_0))(k < k_1)$
 - $(\forall i \in \{1, \dots, m - 1\})(\forall k \in K(P_i))(k_i \leq k < k_{i+1})$
 - $(\forall k \in K(P_m))(k_m \leq k)$

Primer B⁺-stabla

- Primer:
 - B-stablo sa $N = 13$ slogova, ranga $r = 2$, visine $h = 3$



B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **Formiranje B⁺-stabla**

- analogan postupak formiranju osnovnog B-stabla, ili neke njegove varijante (B^{*} ili B[#]-stablo)
 - mogu se koristiti postupci prelivanja, običnog ili distribuiranog deljenja, na uobičajen način
- **tehnika deljenja lista - specifičnosti**
 - formira se u OM uređeni niz od $2r + 1$ elemenata
 - svi elementi datog čvora i jedan novododati
 - $\lfloor (2r + 1) / 2 \rfloor = r$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - $r + 1$ -vi element smešta se u nadređeni čvor
 - **$r + 1$ -vi element** i svih preostalih r elemenata smešta se u novoalocirani, desni susedni čvor
 - » ponavljanje istog elementa i u nadređenom čvoru i u desnom susedu
 - neterminalni čvorovi dele se na isti način kao kod B-stabla

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **Formiranje B⁺-stabla**

- **tehnika prelivanja u listovima - specifičnosti**

- formira se u OM uređeni niz od $m_f + 2r + 1 + 1$ elemenata
 - svi elementi susednog čvora, jedan nadređeni i $2r + 1$ elemenata čvora u koji se upisuje element
 - $\lfloor (m_f + 2r + 2) / 2 \rfloor$ elemenata smešta se u levi susedni čvor
 - $\lfloor (m_f + 2r + 2) / 2 \rfloor + 1$ -vi element smešta se u nadređeni čvor
 - $\lfloor (m_f + 2r + 2) / 2 \rfloor + 1$ -vi element i svi preostali elementi smeštaju se u desni susedni čvor
 - prelivanje u neterminalnim čvorovima vrši se na isti način kao kod osnovnog B-stabla

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

• Traženje u B⁺-stablu

– traženje logički narednog sloga

- vrši se isključivo u listovima B⁺-stabla
- primenom kombinacije metoda linearnog traženja i metode praćenja pokazivača
- vrši se od tekućeg elementa B⁺-stabla

– redosledna obrada

- prolazak kroz sve listove B⁺-stabla i pristupanje primarnoj zoni

$$C_h^{min} + \left\lceil \frac{N_v^u}{f} \right\rceil \leq R_{uk}^r \leq C_h^{max} + N_v^u$$

$$\left\lceil \frac{N}{2r} \right\rceil + \left\lceil \frac{N_v^u}{f} \right\rceil \leq R_{uk}^r \leq \left\lfloor \frac{N}{r} \right\rfloor + N_v^u$$

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **Traženje u B⁺-stablu**

- **traženje slučajno odabranog sloga**

- počinje u korenu B⁺-stabla i uvek se završava u jednom od listova – i za uspešno i za neuspešno traženje
 - ako je $a < k_e$, dalje se prati pokazivač P_{e-1}
 - ako je $a \geq k_e$, prati se pokazivač P_e – stiže se do lista

- broj pristupa, uspešno

- samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$R_u = h^+ + 1$$

- broj pristupa, neuspešno

- samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$R_n = h^+$$

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **Traženje u B⁺-stablu**

- visina kompletnog B⁺-stabla

$$C_h^{kp} = (2r + 1)^{h-1}, \quad N = 2rC_h^{kp} \Rightarrow \frac{N}{2r} = (2r + 1)^{h-1}$$

$$h_{kp}^+ = 1 + \log_{2r+1} \frac{N}{2r}, \quad h_{min}^+ = 1 + \left\lceil \log_{2r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil$$

- visina polupraznog B⁺-stabla

$$C_h^{pp} = 2(r + 1)^{h-2}, \quad N = rC_h^{pp} \Rightarrow \frac{N}{2r} = (r + 1)^{h-2}$$

$$h_{pp}^+ = 2 + \log_{r+1} \frac{N}{2r}, \quad h_{max}^+ = 2 + \left\lceil \log_{r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil$$

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- Visine B-stabla i B⁺-stabla

$$- h_{min}^+ \leq h^+ \leq h_{max}^+$$

N	r	h_{min}	h_{max}	h_{min}^+	h_{max}^+
10^3	50	2	2	2	2
10^4	50	2	3	2	3
10^5	50	3	3	3	3
10^6	50	3	4	3	4

$$h_{min}^+ = 1 + \left\lceil \log_{2r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil$$

$$h_{max}^+ = 2 + \left\lceil \log_{r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil$$

$$h_{min} = \lceil \log_{2r+1} (N+1) \rceil$$

$$h_{max} = 1 + \left\lceil \log_{r+1} \frac{N+1}{2} \right\rceil$$

B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo

- **Ažuriranje B⁺-stabla**

- upis novog elementa u B⁺-stablo vrši se na isti način kao pri formiranju B⁺-stabla
- brisanje
 - briše se i element u listu i , ako je ponovljen, element sa istom vrednošću ključa u nadređenom čvoru
- brisanje elementa iz čvora sa r elemenata
 - tehnika pozajmljivanja
 - tehnika spajanja čvorova

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom**
 - modifikacija B⁺-stabla
 - prevazilaženje glavnog nedostatka B⁺-stabla, ili neke od njegovih varijanti
 - za sva uspešna traženja sloga, potrebno je pristupati primarnoj zoni
 - u slučaju indeks-sekvencijalne datoteke s B-stablom, uspešna traženja završavaju u listovima
 - strukturalno drugačija od B⁺-stabla
 - u listovima B⁺-stabla ne memorišu se parovi (k_e , P_e), već kompletni slogovi
 - pogodna u situacijama kada kapacitet sloga nije preveliki
 - kako bi se očuvao solidan rang stabla

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom**
 - strukturalno drugačija od B⁺-stabla
 - Listovi B⁺-stabla postaju blokovi primarne zone
- **Primarna zona**
 - spregnuta struktura
 - slogovi uređeni saglasno rastućim vrednostima ključa
- **Zona indeksa**
 - spregnuta struktura = neterminalni čvorovi B⁺-stabla
 - osnovno B-stablo ili neka od varijanti (B^{*}, B[#])
 - u zonu indeksa propagiraju se najmanje vrednosti ključa svakog bloka primarne zone, osim prvog bloka

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom**

- Primarna zona - faktor blokiranja

- $f = 2r$

- Primarna zona - broj blokova

- kompletno stablo $B_{min} = \left\lceil \frac{N}{2r} \right\rceil = \left\lceil \frac{N}{f} \right\rceil$

- poluprazno stablo $B_{max} = \left\lceil \frac{N}{r} \right\rceil = \left\lceil \frac{2N}{f} \right\rceil$

- broj blokova kreće se u rasponu

$$B_{min} \leq B \leq B_{max}$$

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Formiranje**

- analogno datoteci sa B⁺-stablom
 - može se početi od ulazne serijske ili ulazne sekvencijalne datoteke

- **Obrada**

- može se koristiti
 - i kao vodeća i kao obrađivana
 - i u režimu redosledne i u režimu direktne obrade
 - pogodnija za primenu u redoslednoj obradi
- u redoslednoj obradi, pristupa se (svim) blokovima primarne zone
 - pogodno da broj blokova primarne zone bude manji
 - za manje kapacitete slogova, postiže se veći r i manji B

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Traženje i ažuriranje**

- postupci analogni onima koji se primenjuju u slučaju B⁺-stabla

- **traženje logički narednog sloga**

- vrši se isključivo u blokovima primarne zone
 - primenom kombinacije metoda linearnog traženja i metode praćenja pokazivača
 - vrši se od tekućeg sloga primarne zone

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Traženje i ažuriranje**

- **traženje slučajno odabranog sloga**

- počinje u korenu B-stabla i uvek se završava u bloku primarne zone – i za uspešno i za neuspešno traženje

- broj pristupa, uspešno

- samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$R_u = h^{is} + 1$$

- broj pristupa, neuspešno

- samo jedan bafer u OM za stablo pristupa

$$R_n = h^{is} + 1$$

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Traženje slučajno odabranog sloga**
 - visina kompletnog B-stabla

$$h_{kp}^{is} = h_{kp}^{+} - 1$$

$$h_{\min}^{is} = h_{\min}^{+} - 1$$

- visina polupraznog B-stabla

$$h_{pp}^{is} = h_{pp}^{+} - 1$$

$$h_{\max}^{is} = h_{\max}^{+} - 1$$

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- Visine B-stabla, B⁺-stabla i B-stabla IS datot.
 - $h_{min}^{is} \leq h^{is} \leq h_{max}^{is}$

N	r	h_{min}	h_{max}	h_{min}^+	h_{max}^+	h_{min}^{is}	h_{max}^{is}
10^3	50	2	2	2	2	1	1
10^4	50	2	3	2	3	1	2
10^5	50	3	3	3	3	2	2
10^6	50	3	4	3	4	2	3

$$h_{min}^+ = 1 + \left\lceil \log_{2r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil \quad h_{min}^{is} = h_{min}^+ - 1$$

$$h_{max}^+ = 2 + \left\lceil \log_{r+1} \frac{N}{2r} \right\rceil \quad h_{max}^{is} = h_{max}^+ - 1$$

Indeks-sekvencijalna dat. s B-stablom

- **Ocena karakteristika indeksnih datoteka s B-stabloma**
 - pogodne i za direktnu i za redoslednu obradu
 - relativno brz pristup slučajno odabranom slogu
 - ne prevelik broj pristupa u redoslednoj obradi
 - za efikasniju redoslednu obradu koriste se indeks-sekvencijalne datoteke s B-stablom
 - » u slučajevima ne prevelikog kapaciteta sloga
 - kompromisno rešenje pri izboru fizičke strukture podataka
 - nije optimalna organizacija ni za redoslednu ni za direktnu obradu, ali
 - organizacija, prisutna u svim savremenim SUBP, bez izuzetka

Sadržaj

- Osnovno B-stablo
- Formiranje datoteke s B-stablom
- Traženje u datoteci s B-stablom
- Obrada datoteke s B-stablom
- Ažuriranje datoteke s B-stablom
- Ocena karakteristika datoteka s B-stablom
- B*-stablo, B[#]-stablo, B⁺-stablo
- Indeks-sekvencijalna datoteka s B-stablom

Literatura

- Pavle Mogin: Strukture podataka i organizacija datoteka
 - Glava 13, osim poglavlja 13.12 i 13.13

Pitanja i komentari



Indeksne datoteke s B-stablima

B-stablo, formiranje, traženje,
ažuriranje i obrada indeksne
datoteke sa B-stablom