PRIPREMNA NASTAVA TEST- Relacije i funkcije

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- U skupu $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definisane su relacije:
  $\rho_1 = \{(1, 2), (3, 5), (4, 2), (1, 5), (3, 2), (1, 3), (4, 3)\}$,
  $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 2)\}$,
  $\rho_3 = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$,
  $\rho_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$,
  $\rho_5 = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), (3, 4)\}$,
  Ispitati: R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija datih relacija i naći njima inverzne relacije.

  ρ_1 : R S A T F ρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F

- U skupu $\mathbb{N}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$, $\rho_2 = \{(x, x)| \wedge x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, 2x - 1)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, |x|)|x \in \mathbb{N}\}$ i $\rho_5 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 3)\}$. Ispitati: R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija datih relacija. Koje od datih relacija su relacije poretka?

$\backslash$	ρ_i je R	ρ_i je S	ρ_i je A	ρ_i je T	ρ_i je F	ρ_i je rel. ekvivalencije
ρ_1						
ρ_2						
ρ_3						
ρ_4						
ρ_5						

  U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x^2)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x, -x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_3 = \{(x, y)|x + y = 1, x, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x, 2x)|x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_5 = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, xy > 0\} \cup \{0\}$, $\rho_6 = \{(0, 0)\}$,$\rho_7 = \{(x, y)| \max\{x, y\} = 1,\ x, y \in \mathbb{R}\}$, $\rho_8 = \{(x, 3 - x)|x \in \mathbb{R}\}$.

  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje:

  R – refleksivnost, S – simetričnost, A– antisimetričnost, T – tranzitivnost, F – funkcija

  ρ_1 : R S A T Fρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F ρ_6 : R S A T F ρ_7 : R S A T F ρ_8 : R S A T F.

- Koliko najmanje elemenata mora imati skup A tako da se u njemu može definisati relacija ρ koja nije ni simetrična ni antisimetrična?

- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$, $f_1 = \{(1, a), (3, a), (3, b)\}$, $f_2 = \{(1, a), (2, c), (3, d)\}$, $f_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (3, d)\}$, $f_4 = \{(1, a), (2, d), (3, d)\}$,. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i:\ A \longrightarrow B$	$f_i:\ A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i:\ A \xrightarrow{na} B$	$f : A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\to}} B$	f_i je inijektivna
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{a,b,c\}$, $f_1 = \{(1,a),(2,c),(3,b),(4,b)\}$, $f_2 = \{(1,a),(2,c),(3,c)\}$, $f_3 = \{(1,a),(2,b)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A \longrightarrow B$	$f_i:\ \{1,2\} \longrightarrow B$	$f_i:\ A \overset{1-1}{\longrightarrow} B$	$f_i:\ A \overset{na}{\longrightarrow} B$	$f: A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$
f_1						
f_2						
f_3						

- $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b,c\}$, $f_1 = \{(1,a),(2,b)\}$, $f_2 = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$, $f_3 = \{(1,b),(2,c)(3,b)\}$, $f_4 = \{(1,a),(1,b),(3,c)\}$. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\setminus$	f_i je funkcija	$f_i:\ A \longrightarrow B$	$f_i:\ A \overset{1-1}{\longrightarrow} B$	$f_i:\ A \overset{na}{\longrightarrow} B$	$f: A \underset{\text{na}}{\overset{1-1}{\rightarrow}} B$	f_i je inijektivna
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$ **2)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=3-x$ **3)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$
  4) $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **6)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\ln x$
- **Injektivne** funkcije su: **1)** $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=e^x$
  3) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=e^x$ **4)** $f:[-3,3]\to[0,9],\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:(1,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=\ln x^2$
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=2x-5$ **2)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^2$ **3)** $f:\mathbb{R}\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$
  4) $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=x^2$ **5)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ \ f(x)=\sqrt{x}$ **6)** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+,\ \ f(x)=e^x$
- Neka je A najveći podskup od $(0,\infty)=\mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ ________, $f($______$) = 1$ i $B =$ ________. Funkcija $f:A\to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne sirjektivna **3)** niti injektivna niti sirjektivna
  4) bijektivna **5)** $f^{-1}:O\to S$, $f^{-1}(x) =$ ________, $O =$ ________, $S =$ ________
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x-2}$. Tada je $f^{-1}(x) =$.
- Neka su $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ i $g:(0,\infty)\to(0,\infty)$ definisane sa $f(x)=e^x-1$ i $g(x)=\frac{1}{x^2}$. Izračunati:

  1) $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f\circ g)(x) =$ **4)** $(f\circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1}\circ f^{-1})(x) =$
- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=2x+3$ i $g(x)=\sqrt{1+x}$. Izračunati: **1)** $f^{-1}(x) =$

  2) $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f^{-1}\circ g^{-1})(x) =$ **4)** $(g\circ f)(x) =$ **5)** $(g\circ f)^{-1}(x) =$
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\binom{a\ b\ c\ d}{a\ d\ b\ c}$ i $g=\binom{a\ b\ c\ d}{a\ b\ d\ c}$. Tada je:
  $f\circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g\circ f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$,

  $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $(f\circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$, $g^{-1}\circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$.
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:

  $f^{-1}(x) =$, $(f\circ f)(x) =$, $f(x+1) =$, $f(\frac{1}{x}) =$.
- Neka je $A=\{1,2,3\}$, $f:A\to A$ i $g:A\to A$ funkcije definisane sa $f=\binom{1\ 2\ 3}{2\ 3\ 1}$, $g=\binom{1\ 2\ 3}{3\ 1\ 2}$. Tada je:
  $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$ $g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$ $f\circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$ $g\circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$ $(g\circ f)^{-1} = f^{-1}\circ g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$.