MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **11.10.2015.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Pokazati da je niz $\{b_n\}$ sa opštim članom $b_n = \dfrac{\sin 2}{2} + \dfrac{\sin 2^2}{2^2} + \cdots + \dfrac{\sin 2^n}{2^n}$ Košijev.

   b) Ukoliko je moguće, odrediti konstante A i B tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} 4 + \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}} & , \quad x < 0 \\ A & , \quad x = 0 \\ \dfrac{\sin 2x}{\sin Bx} & , \quad x > 0 \end{cases}$ bude neprekidna.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = (x-2)e^{-\frac{1}{x}}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Naći tri pozitivna realna broja čiji je proizvod 8 tako da zbir kvadrata recipročnih vrednosti bude minimalan.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Odrediti $\displaystyle\int \left(\frac{x^3}{x^7 + x} + \frac{e^{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \right) dx.$

   b) Izračunati površinu ograničenu graficima krivih
   $y = x^2 + 1$, $y = -x^2 + 2x$ i pravama $y = -2x + 4$ i $x = 0$.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Pokazati da diferencijalna jednačina

   $$xdx + (4y^4 + 4x^2y^2 + y)dy = 0$$

   ima integracioni množitelj oblika $h = h(x^2 + y^2)$ i odrediti njeno opšte rešenje.

   b) Prelaskom na inverznu funkciju pokazati da se diferencijalna jednačina

   $$-y'y''' + 3(y'')^2 + 3y''(y')^2 - (y - 2 + \sin 3y)(y')^5 = 0.$$

   svodi na jednačinu $x''' - 3x'' = y - 2 + \sin 3y$ i odrediti njeno opšte rešenje.