

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

- a) Koristeći princip monotonije pokazati da je niz $\{a_n\}$ dat sa $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{9a_n + 4}{a_n + 6}$ konvergentan i odrediti njegovu graničnu vrednost.
- b) Pokazati da niz $\{b_n\}$ sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 7n}}$$

konvergira i naći njegovu graničnu vrednost.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x+1}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

Naći tri pozitivna realna broja čiji je proizvod 27 tako da zbir kvadrata recipročnih vrednosti bude minimalan.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

- a) Izračunati $\int \left(\frac{1}{(x+1)^3 \sqrt{x^2+2x}} + \frac{x \cos x}{\sin^2 x} \right) dx$.
- b) Primenom određenog integrala odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ sa opštim članom

$$a_n = \frac{1}{n} \ln \frac{(n+1)(n+2) \cdots (2n)}{n^n}.$$

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

- a) Pokazati da diferencijalna jednačina

$$x dx + (4y^4 + 4x^2 y^2 + y) dy = 0$$

ima integracioni množitelj oblika $h = h(x^2 + y^2)$ i odrediti njeno opšte rešenje.

- b) Koristeći metod varijacije konstanti rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' - y' = \frac{1}{e^x + 1}$.