

1 2 3

Pretpostavka: Neka funkcija $y(x)$ ima minimum u tački x^* .

Tada važi

$y(x) - y(x^*) \geq 0$ za $|x - x^*| < \varepsilon$ odnosno *lokalni minimum*

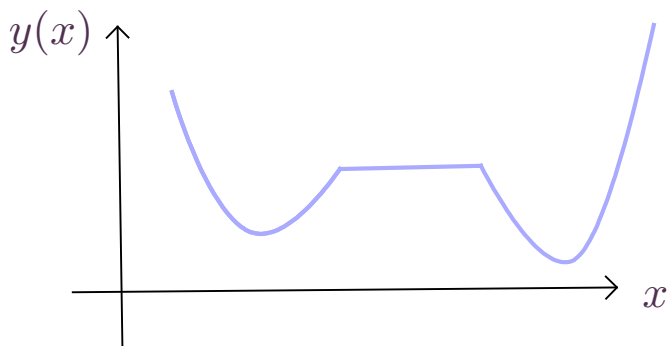
$y(x) - y(x^*) \geq 0$ za $\forall x$ *globalni minimum*

Slično tome

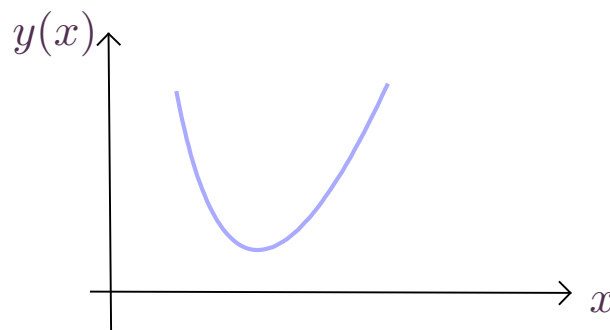
$y(x) - y(x^*) > 0$ za $|x - x^*| < \varepsilon$ odnosno *strogi lokalni minimum*

$y(x) - y(x^*) > 0$ za $\forall x$ *strogi globalni minimum*

Pitanje, koliko ima minimuma na grafiku?



Slika 1. Nekonveksna funkcija



Slika 2. Konveksna funkcija

1 2 3

$$y(x) \approx y(x^*) + (x - x^*)y'(x^*) + (x - x^*)^2 y''(x^*) + \text{članovi višeg reda}$$

$$x - x^* = h$$

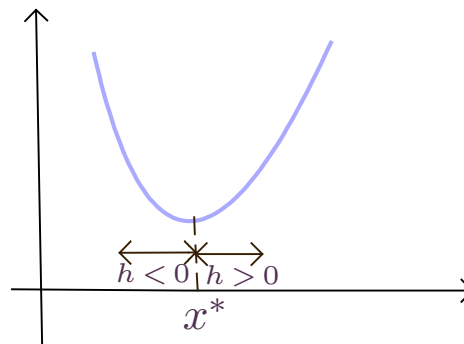
$$y(x^* + h) - y(x^*) \approx hy'(x^*) + h^2 y''(x^*)$$

potebno je da je

$$y(x^* + h) - y(x^*) > 0$$

Najznačajni član ne može da garantuje, da je izraz sa desne strane stalno pozitivan tj.

$h < > 0$ zato je



Potreban uslov: $y'(x^*) = 0$

Sada gornji izraz postaje $y(x^* + h) - y(x^*) \approx h^2 y''(x^*)$

odnosno, kako je očigledno $h^2 > 0$, **dovoljan uslov** logički sledi kao $y''(x^*) > 0$.

1 2 3

Šta se dešava, ako su i prvi i drugi izvod jednaki nuli, a treći različit od nule?

| $y'(x^*)$ | $y''(x^*)$ | $y'''(x^*)$ | $y^{IV}(x^*)$ | $\dots y^{2k-1}(x^*)$ | $y^{2k}(x^*)$ | karakter |
|-----------|------------|-------------|---------------|-----------------------|---------------|----------------|
| 0 | - | postoji | proizvoljan | proizvoljan | proizvoljan | maksimum |
| 0 | + | postoji | proizvoljan | proizvoljan | proizvoljan | minimum |
| 0 | 0 | + | postoji | proizvoljan | proizvoljan | prevojna tačka |
| 0 | 0 | - | postoji | proizvoljan | proizvoljan | prevojna tačka |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | maksimum |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | + | minimum |

Tabela 1. Karakter ekstrema

