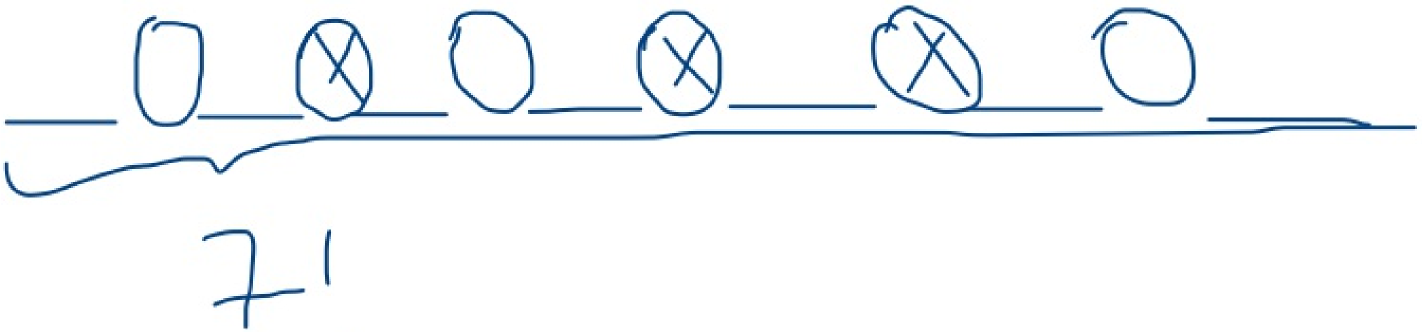
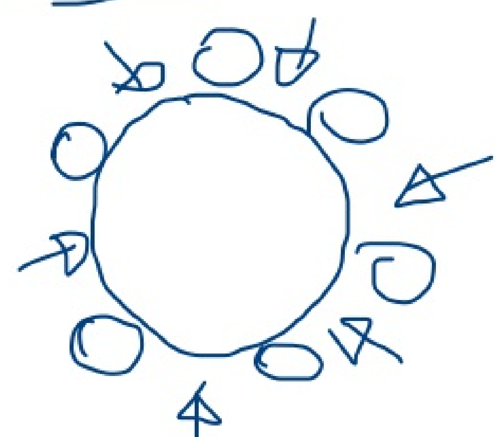
2.41. На колико начина 7 дечака и 3 девојчице могу да стану у ред ако никоје две девојчице не стоје једна поред друге и на почетку и крају реда треба да буде дечак?

Решење: Разместимо прво дечаке. То можемо учинити на 7! начина. Како девојчице не могу да стоје на почетку и на крају реда закључујемо да имамо 6 места између дечака на која можемо ставити девојчице. Према томе, тражено решење је $7! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$.

$$\binom{6}{3} \cdot 3! = 6 \cdot 5 \cdot 4$$



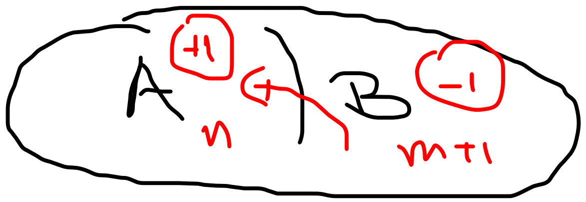
6 Д 6 М → $\frac{6!}{6} = 5!$



$$\underbrace{\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}\binom{m+1}{n-i}}_{1^\circ}=\underbrace{\sum_{i=0}^{n}\binom{n+1}{i}\binom{m}{n-i}}_{2^\circ}$$

$$\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}\binom{m+1}{n-i}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n+1}{i}\binom{m}{n-i}.$$

1°



$|A|=n$

$|B|=m+1$

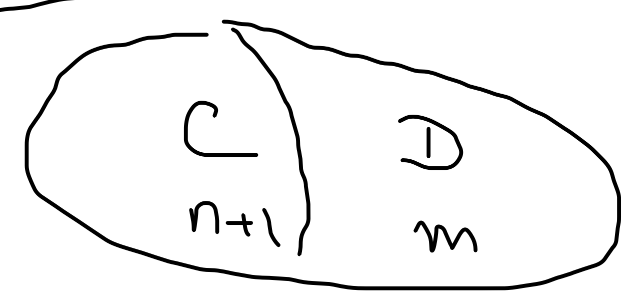
Бирамо n елемената из $A\cup B$

$$\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}\binom{m+1}{n-i}=\binom{n}{0}\binom{m+1}{n}+\binom{n}{1}\binom{m+1}{n-1}+\dots+\binom{n}{n}\binom{m+1}{0}=\binom{n+m+1}{n}$$

$=$

2°

$$\sum_{i=0}^{n}\binom{n+1}{i}\binom{m}{n-i}=\binom{n+1+m}{n}$$



3. Одредити колико има пермутација скупа $\{1, 2, \ldots, 9\}$ које не садрже ни један од блокова 12, 34 и 456.

S_{12} – $\boxed{12}$ S_{34} – $\boxed{34}$ S_{456} – $\boxed{456}$

$N(S_{12}' S_{34}' S_{456}') = N - N(S_{12}) - \ldots$

$= 9! - 8! - 8! - 7! + 7! + 6! + 6! - 5!$

$N(S_{12}) = 8! = N(S_{34})$

$\boxed{12} + 7 \Rightarrow 8!$

$N(S_{456}) = 7!$

$\boxed{456} + 6$

$N(S_{12} S_{34}) = 7!$

$\boxed{12}, \boxed{34}, + 5$

$N(S_{12} S_{456}) = 6!$

$\boxed{12}, \boxed{456} + 4$

$N(S_{34} S_{456}) = 6!$

$\underbrace{\boxed{3\boxed{4}56}}$ $+ 5 \Rightarrow 6!$

$N(S_{12} S_{34} S_{456}) = 5!$

$\boxed{12}, \boxed{3456}, + 3$

Збир 3 броја дељив со 3; броеви из скупа $\{1,2,\dots,30\}$ $\{1,2,\dots,30\}$

$$\underbrace{3x \quad 10}_{\equiv 0 \pmod 3} \qquad \underbrace{3x \quad 10}_{\equiv 1 \pmod 3} \qquad \underbrace{3x \quad 10}_{\equiv 2 \pmod 3}$$

1° $3x \equiv 0$ + 2° $3x \equiv 1$ + 3° $3x \equiv 2$

$0+0+0 \equiv 0 \pmod 3$ $\quad \equiv 1+1+1 = 3 \equiv 0 \pmod 3$ $\quad \equiv 2+2+2 = 6 \equiv 0 \pmod 3$

$$\binom{10}{3} + \binom{10}{3} + \binom{10}{3}$$

и → ·

или → +

4° $\equiv 0 \wedge \equiv 1 \wedge \equiv 2$

$$\equiv 0+1+2 = 3 \equiv 0 \mod 3$$

$$\binom{10}{1} \cdot \binom{10}{1} \cdot \binom{10}{1}$$

$1° + 2° + 3° + 4°$

$$3 \cdot \binom{10}{3} + \binom{10}{1}\binom{10}{1}\binom{10}{1}$$

Пар $\equiv 0 \pmod 2$

Непар $\equiv 1 \pmod 2$

$y^4 z$

$$(2-y-3z)^8 = \sum_{\substack{i+j+k=8 \\ 0\le i,j,k\le 8}} \binom{8}{i,j,k} 2^i (-y)^j (-3z)^k =$$

$x_1^i \; x_2^j \; x_3^k$

$$\sum \binom{8}{i,j,k} 2^i (-1)^j (-3)^k \; y^j z^k$$

$$\left.\begin{matrix} j=4 \quad k=1 \\ i+j+k=8 \end{matrix}\right\} \; i=3$$

$$\binom{8}{3,4,1} 2^3 \cdot (-1)^4 (-3)^1$$