## Задание 2

1. С помощью функции **D** вычислите производную функции $x^n \cos x$.
2. Вычислите следующие производные:

$$\frac{\partial}{\partial x}(a\,x^3 + 2\,x^2); \quad \frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(4\,x^2 - 5\,x + 8 - \frac{3}{x}\right);$$
$$\frac{\partial^5}{\partial x^3\,\partial y^2}(x^3\,y^2 + 3\,x^2)$$

3. Используя функцию **Integrate**, вычислите интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1}$$

4. Вычислите интегралы, затем продифференцируйте полученные выражения и убедитесь в том, что получаемые результаты совпадают с подынтегральными выражениями.

$$\int \frac{x^3}{x^2 + 1}\,dx\ ; \quad \int \frac{1}{x^3 + 1}\,dx\ .$$

При необходимости используйте функции для преобразования выражений.

5. Вычислите определенный интеграл:

$$\int_1^4 \left(5\,x - 2\,\sqrt{x} + \frac{32}{x^3}\right)\,dx\ .$$

6. Вычислите интегралы:

$$\int_0^1 (1 + x^4)^{1/3}\,dx; \quad \int_0^{1.} (1 + x^4)^{1/3}\,dx\ .$$

Обратите внимание, что в первом случае в качестве верхнего предела стоит целое число 1, а во втором – действительное число 1. (обратите внимание на точку после цифры 1). Объясните полученные результаты.

## Задание 3

1. Используя функцию **Solve**, решить уравнение: $a\,x^4 + x^2 + 3 = 0$.
2. Найти точное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y = 1 \\ y^2 - x^2 = 2 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ y^3 + x = 5 \end{cases}$$



Если точное решение системы найти не удается, получите численное решение.

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений, используя функцию **DSolve**.

$$y'(x) - y(x)\,\mathrm{tg}\,x = x, \qquad y'(x) + y(x)\,\mathrm{tg}\,x = 1/\cos x.$$

Самостоятельно задайте граничные условия и найдите соответствующие им частные решения. Постройте их графики.

5. Самостоятельно выбрав граничные условия, найдите решение дифференциального уравнения в символьном виде:

$$y''(x) - y'(x) + x\,y(x) = 0$$

Затем с помощью функции **NDSolve** найдите численное решение этого уравнения. Интервал изменения $x$ выберите самостоятельно.

На одной координатной плоскости постройте графики численного и символьного решений и покажите, что они совпадают.

## Пример 1

Пусть тонкая пластинка массой $m$ находится в плоскости $xOy$ и ограничена кривыми $y = x^2 + x - 1$, $y = -x^2 + 3x + 4$ и прямой $y = 3 - x/2$. Требуется:

1. Найти координаты центра масс пластинки $(x_c,\ y_c)$.
2. Изобразить пластинку на плоскости $xOy$ и отметить положение ее центра масс.
3. Вычислить моменты инерции пластинки относительно осей $Ox$, $Oy$ и $Oz$ и показать, что справедливо соотношение:

$$I_x + I_y = I_z.$$

**Решение**. Чтобы представить себе форму пластинки, построим на координатной плоскости $xOy$ графики всех заданных функций. Интервал изменения координаты $x$ выбираем так, чтобы на рисунке были видны все точки пересечения кривых. Как обычно, начиная решение новой задачи, с помощью функции **Clear** удаляем все введенные ранее определения.

```
In[36]:= Clear["Global`*"];

In[37]:= Plot[{x^2 + x - 1, -x^2 + 3 x + 4, -x / 2 + 3}, {x, -3, 4},
           PlotStyle → Thickness[0.01],
          AxesLabel → {"x", "y"}];
```