Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

**Лабораторная работа №3**

По дисциплине «Методы оптимизации»

Тема: “Двойственность в линейном программировании. Экономический смысл двойственных переменных.”

Вариант 6

Выполнил:

студент 4 курса

группы ПО-7

Комиссаров А.Е.

Проверил:

Гладкий И.И.

Брест, 2023

**Цель:** изучить теорему двойственности и применить её на практике, а также обосновать экономический смысл задачи**.**

**Задание:**

для производства трех видов продукции используются три вида сырья. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида, запасы сырья, а также прибыль с единицы продукции приведены в таблицах вариантов. Определить план выпуска продукции для получения максимальной прибыли при заданном дополнительном ограничении. Оценить каждый из видов сырья, используемых для производства продукции.

* построить математическую модель задачи,
* выбрать метод решения и привести задачу к канонической форме,
* решить задачу(симплекс-методом);
* проанализировать результаты решения;
* составить к данной задаче двойственную и, используя соответствие переменных, выписать ответ двойственной задачи;
* дать экономическую интерпретацию двойственных оценок;
* указать наиболее дефицитный и избыточный ресурс, если он есть.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Сырье | Продукция A | Продукция B | Продукция C | Запасы сырья |
| 1 | 3 | 2 | - | 22 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 11 |
| 3 | 2 | 2 | 1 | 17 |
| Прибыль | 6 | 8 | 2 | x |

**Ход работы:**

**построить математическую модель задачи**

Пусть производится  изделий A, изделий B и изделий C. Суммарная прибыль предприятия выражается формулой

Так как имеются ограничения на выделенный предприятию фонд сырья каждого вида, то математическая модель задачи имеет вид:

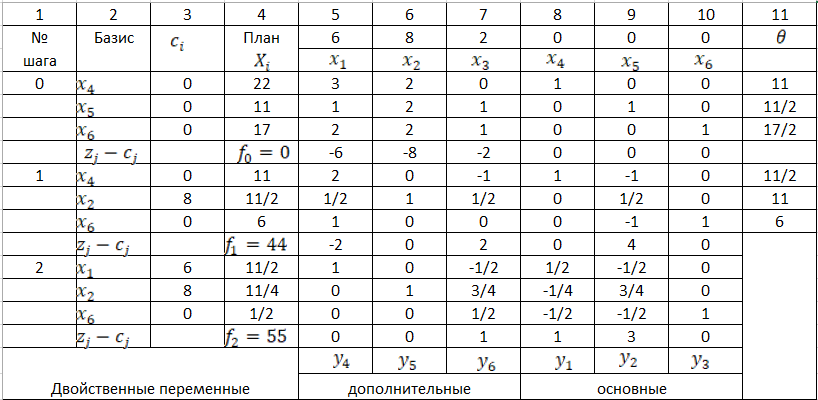
**выбрать метод решения и привести задачу к канонической форме**

Приведем задачу к канонической форме, введя в ограничения неотрицательные переменные

Переменные являются базисными.

**решить задачу(симплекс-методом)**

Решать задачу будем в табличном виде. Составим симплекс таблицу.



Вычислим для каждого x:

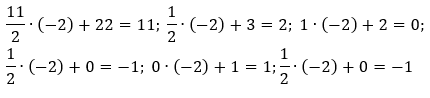
Так как среди есть отрицательные, то начальный план не является оптимальным. Выбираем наименьшее из них –8, этот столбец назовем ведущим. Переменную х2 будем вводить в базис вместо одной из базисных переменных начального плана. Для определения выводимой из базиса переменной в столбце 11 подсчитаем числа θ, равные отношению координат плана (столбец 4) к положительным элементам ведущего столбца:

22 : 2 = 11; 11 : 2 = 11/2; 17 : 2 = . Минимальное значение из них 11/2 определяет ведущую первую строку и переменную х5, которую надо вывести из базиса. Выделенное число 2, стоящее на пересечении ведущего столбца и ведущей строки - ведущий элемент.

В столбце 2 вместо записывается новая базисная переменная , а в столбце 3 ее коэффициент 8. Остальные данные в этих столбцах не меняются.

Преобразование остальной части данных шага 1 (столбцы 4 – 9) соответствует элементарным преобразованиям системы с целью сделать ведущий столбец таким, каким был столбец выводимого из базиса столбца 7 коэффициентов при . Для этого ведущую строку разделим на ведущий элемент 2 и результаты запишем во второй строке шага 1.

Прибавим преобразованную ведущую строку, умноженную на –2:



Так как в строке z j − c j есть отрицательное число, то полученный нами план с не является оптимальным. Поэтому аналогично переходим к шагу 2, вводя в базис переменную х1. В столбце 2 вместо записывается новая базисная переменная , а в столбце 3 ее коэффициент 6. Остальные данные в этих столбцах не меняются. Ведущую строку разделим на ведущий элемент и результаты запишем в первой строке шага 2. Далее, чтобы получить 0 в первой строке ведущего столбца, прибавим к ней преобразованную ведущую строку, умноженную на . Аналогично получаем 0 во второй строке ведущего столбца, умножая преобразованную ведущую строку на :

Ноль в последней строке шага 2 можно получить также, умножая при этом на Как видим, на шаге 2 все z j − c j неотрицательны, следовательно, получен оптимальный план , а . Оптимальный план исходной задачи и

**проанализировать результаты решения**

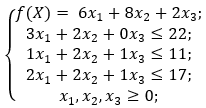
Результаты решения задачи показывают, что предприятие изготавливает 11/2 изделий типа A и 11/4 изделий типа B. Максимальная прибыль при этом составляет 55 денежных единиц.

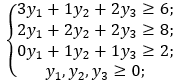
**составить к данной задаче двойственную и, используя соответствие переменных, выписать ответ двойственной задачи**

Составим двойственную задачу к исходной. Для каждого из видов сырья, используемых для производства продукции, запишем двойственную оценку, равную соответственно . Тогда общая оценка сырья, используемого на производстве продукции составит *f(Y).*



Согласно условию, двойственные оценки должны быть такими, чтобы общая оценка сырья, используемого на производстве единицы продукции каждого вида, была не меньше цены продукции данного вида, то есть должны удовлетворять следующей системе неравенств:





Задачи (1) и (2) образуют симметричную пару двойственных задач. Решение прямой задачи дает оптимальный план производства изделий A, B, C, а решение двойственной – оптимальную систему оценок сырья, используемых для производства этих изделий. Решение двойственной задачи находим по последнему шагу симплекс таблицы в строке. Для этого воспользуемся соответствием переменных прямой и двойственной задач.

Элементы строки, соответствующие переменным, которые входили в исходный базис, совпадают с переменными  оптимального плана двойственной задачи. Следовательно, согласно основной теореме двойственности имеем: . Подставим в функцию цели: .

, выполняется первая теорема двойственности.

**дать экономическую интерпретацию двойственных оценок, указать наиболее дефицитный и избыточный ресурс, если он есть.**

Двойственные оценки определяют дефицитность используемого предприятием сырья. Так как  и отличны от нуля, то сырье первого и второго видов является дефицитными. При этом , что означает, что наиболее дефицитным является сырьё второго типа. Поскольку , то ресурс третьего вида является избыточным.

**Вывод:** я изучил теорему двойственности и применил на практике, а также обосновал экономический смысл задачи.