

Berlin, 31. März 2014

Name:

Matr.-Nr.:

Endkontrolle Informatik-Propädeutikum
(Ermel/Hartung/Nichterlein/Niedermeier, Wintersemester 2013/14)

1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Bearbeitungszeit: 60 min.
max. Punktzahl: 60 Punkte

Allgemeine Hinweise:

- Es sind keinerlei Hilfsmittel erlaubt.
- Benutzen Sie keinen Bleistift, sondern einen Kugelschreiber oder Füller in der Farbe schwarz oder blau.
- Beschriften Sie jedes Blatt mit Vor- und Nachnamen sowie Matrikelnummer.
- **Falls in der Aufgabenstellung nicht explizit ausgeschlossen, sind alle Antworten zu begründen! Antworten ohne Begründung erhalten 0 Punkte.**

Viel Erfolg!

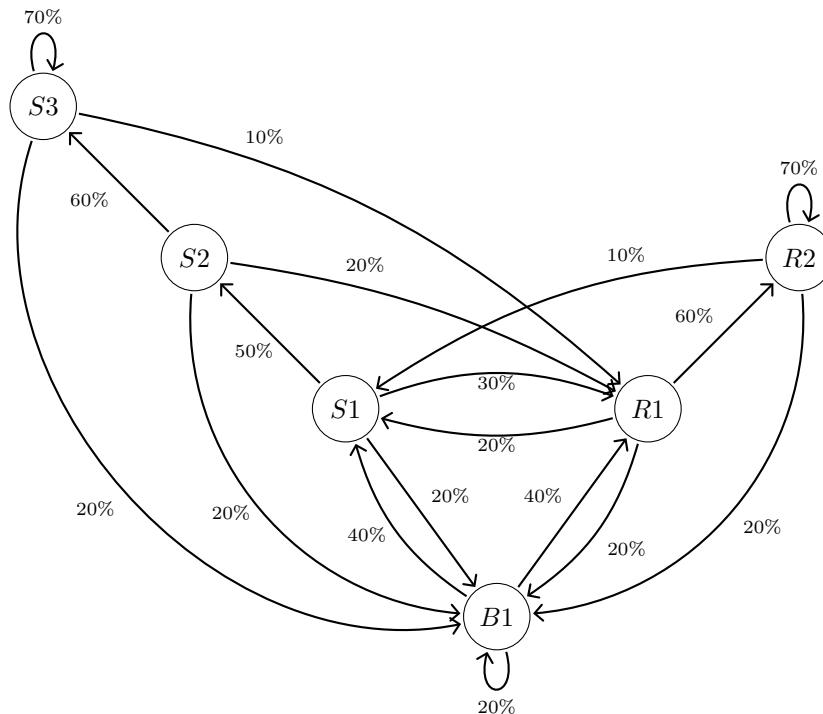
Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 1: Markov-Modell zur Wettervorhersage

(3+5 Punkte)

Wir unterscheiden drei verschiedene Arten von Wetter: Sonnentage (S), bedeckte Tage (B) und Regentage (R). Es gelte folgendes Markov-Modell:



- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen bedeckten Tag zwei Regentage folgen?
- (b) Wie wahrscheinlich ist es, dass es am sechsten Tag bedeckt ist?

Lösung

- (a) Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen bedeckten Tag zwei Regentage folgen, ist $p = 0,4 * 0,6 = 0,24 = 24\%$
 - (b) Da nach jedem beliebigen Tag ein bedeckter Tag mit Wahrscheinlichkeit 20% folgt, ist die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem beliebigen Tag bedeckt ist, 20%, also auch am sechsten Tag.
-

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 2: TSP-Heuristiken

(4+4+4 Punkte)

Das TRAVELLING SALESPERSON Problem wurde in der Vorlesung wie folgt definiert:

TSP

Eingabe: n Punkte mit paarweisen Abständen $d_{i,j}$

Aufgabe: Finde eine kürzeste Rundtour, die alle Punkte genau einmal besucht.

Wir nehmen an, dass alle Punkte in der (Euklidischen) Ebene liegen und ihr paarweiser Abstand sich aus den Entfernungen ergibt (Euklidisches TSP). Es seien folgende Heuristiken zur effizienten Lösung des Euklidischen TSP gegeben:

Heuristik 1 (Nächster Nachbar):

- (i) Wähle beliebigen Startpunkt. Dieser heiße p .
- (ii) Solange es einen noch nicht besuchten Punkt gibt und p der zuletzt besuchte Punkt ist,
 - Wähle als nächsten zu besuchenden Punkt den unbesuchten Punkt, der p am nächsten liegt und verbinde ihn mit p .
 - Mache den neuen Endpunkt des bisherigen Pfades zum neuen p .
- (iii) Verbinde die zwei Endpunkte des „Gesamtpfades“.

Heuristik 2 (Engstes Paar):

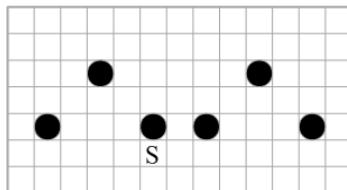
Annahme: Eine Rundtour durch n Punkte wird durch einen Kantenzug beschrieben. Der triviale Kantenzug besteht aus einem Punkt.

- (i) Solange es mehr als einen Kantenzug gibt,
 - Verbinde zwei Endpunkte s und t zweier *verschiedener* Kantenzüge, sodass $d_{s,t}$ minimal unter allen möglichen Punktpaaren ist.
- (ii) Verbinde die zwei Endpunkte des „Gesamtpfades“.

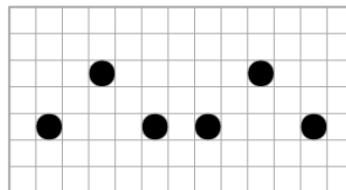
Wenden Sie beide Heuristiken an und zeichnen Sie die jeweilige Rundtour in die entsprechende Kopie der Punktmenge hinein. (Beginnen Sie für Heuristik 1 bei Punkt S).

Ist eins der beiden Ergebnisse optimal (ohne Begründung)?

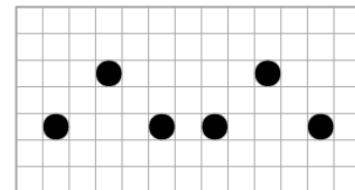
Falls keines der beiden Ergebnisse optimal ist, zeichnen Sie die optimale Rundtour in die dritte Kopie der Punktmenge.



Ergebnis von Heuristik 1

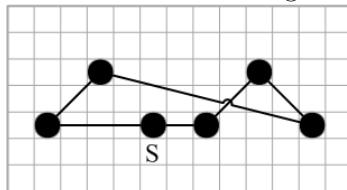


Ergebnis von Heuristik 2

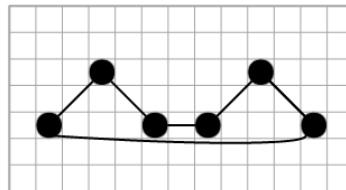


Optimale Rundtour

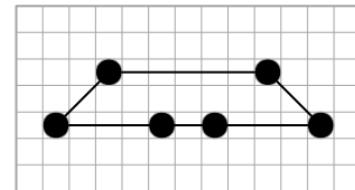
—Lösung—



Ergebnis von Heuristik 1



Ergebnis von Heuristik 2



Optimale Rundtour

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 3: Huffman-Kodierung

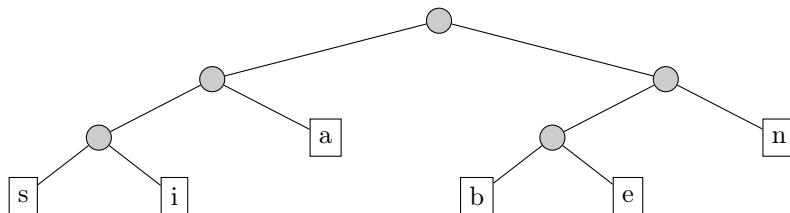
(4+4+4 Punkte)

Der Huffman-Baum zu einer gegebenen relativen Häufigkeit der einzelnen Zeichen wird wie folgt aufgebaut:

- 1: Erzeuge für jedes Zeichen x einen Teilbaum mit Knoten x und Gewicht $p_x :=$ relative Häufigkeit von x in M
- 2: **while** Es gibt mehr als einen Teilbaum **do**
- 3: Suche zwei Teilbäume mit kleinsten Gewichten p_1 und p_2
- 4: Vereinige die beiden Teilbäume zu einem mit Gewicht $p_1 + p_2$
- 5: **end while**

Gegeben sei folgende Häufigkeitsverteilung p für die Zeichen ‘a’, ‘b’, ‘e’, ‘i’, ‘n’ ‘s’: $p(a) = 1/5$, $p(b) = 1/10$, $p(e) = 1/5$, $p(i) = 1/10$, $p(n) = 3/10$, $p(s) = 1/10$.

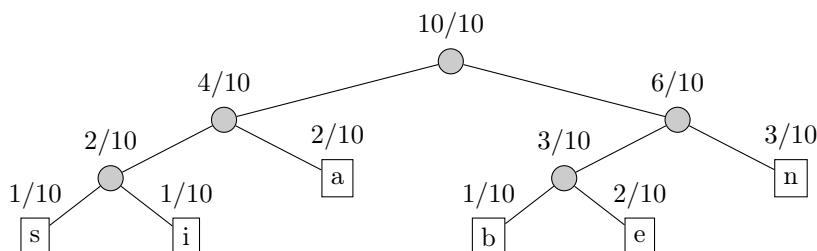
- (a) Gehört folgender Huffman-Baum zur gegebenen Häufigkeitsverteilung? Beschriften Sie die Knoten im Baum mit den entsprechenden Häufigkeiten.



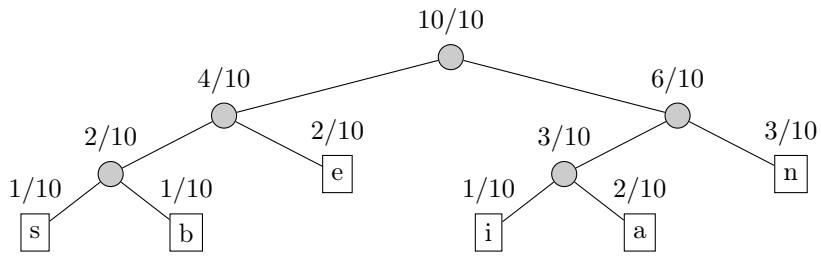
- (b) Es wird die Bitkette “1000111011110111101001000” empfangen. Welches Wort wurde hier mit dem Huffman-Baum aus (a) kodiert (links=’0’, rechts=’1’)?
- (c) Geben Sie für die gleiche Häufigkeitsverteilung einen anderen Huffman-Baum an. Welche Bitkette ergibt sich, wenn Sie mit Ihrem neuen Huffman-Baum das Wort “sieben” kodieren (links=’0’, rechts=’1’)?

—————Lösung—————

- (a) Ja, der Baum gehört zur gegebenen Häufigkeitsverteilung.



- (b) bananeneis
(c) Mehrere Lösungen sind hier möglich. Beispiel:



Das Wort ‘‘sieben’’ wird mit diesem Huffman-Baum als Bitkette ‘‘000.100.01.001.01.00’’ kodiert (ohne die Punkte). Bei jedem anderen Huffman-Baum ist das anders!

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 4: Zentrale Begriffe der Informatik

(2+2+2+2 Punkte)

Definieren Sie jeweils in zwei bis drei Sätzen folgende zentrale Begriffe der Informatik und geben Sie ein passendes Beispiel an:

- Abstraktion
- Rekursion
- Information
- Kryptologie

Lösung

Vorschläge aus der VL:

- **Abstraktion:** (bzw. Modellierung) eine der zentralsten Informatiktechniken für die Abbildung der realen Welt auf den Computer / die Software; gekennzeichnet durch Weglassen von unwesentlichen Einzelheiten; Überführen von realen Situationen auf etwas Allgemeineres oder Einfacheres; hilft beim Verallgemeinern von Lösungsansätzen und der Mehrfachverwendung von Softwarelösungen.

Beispiele: Graphprobleme (Königsberger Brückenproblem, Landkartenfärbungen, Linienetzplan der U-Bahn); Matrix-Modifikationsproblem (Lobbying); Autos aus verschiedenen Blickwinkeln (Reparieren, Fahren);

- **Rekursion:** Technik in Mathematik, Logik und Informatik, eine Funktion bzw. ein Objekt durch einfache Varianten von sich selbst zu definieren. Reduktionstechnik mit zwei Aspekten: Falls eine Instanz eines Problems klein oder einfach genug ist, so löse sie einfach, ansonsten führe das Problem auf eine oder mehrere einfachere Instanzen des selben Problems zurück; Wird bei Divide & Conquer verwendet.

Beispiele: Liste; Binärbaum; 6-Coloring; Türme von Hanoi; Fibonacci-Zahlen; Ackermannfunktion; Tiefensuche; Mergesort;

- **Information:** Aspekt von Wechselwirkungen, der aktionsprägend auf komplexe Systeme wie Menschen oder auch Maschinen wirkt (Wissen in Aktion - Information führt zu einem Unterschied). Auch: Nachricht, Auskunft, Belehrung, Aufklärung. Im Gegensatz zu "Daten" ist Information an den Anwendungskontext gebunden (zweckbezogene Daten). Daten sind Zeichen/Symbole auf Datenträgern; Information ist, was ein Mensch aus Daten ableitet. Shannon: Je zufälliger die Abfolge einer Binärzeichenkette, desto höher ihr Informationsgehalt (Anzahl der Ja/Nein-Fragen, welche notwendig sind um den Experimentausgang zu bestimmen).

Beispiele: Information durch Verkehrsschild, Buch, Radio, Preisetikett, Uhr, ...; Informationsgehalt (Shannon): Münzwurf hat Maßzahl 1 bit; Um eine Zahl zwischen 1 und 1 Mio. zu bestimmen, braucht man 20 Fragen (20 bit);

- **Kryptologie:** Wissenschaft, die sich mit Informationssicherheit beschäftigt. Ziel: Nachrichtenübertragung in derart kodierter Form (Begriff der Verschlüsselung bzw. Chiffrierung), dass ein unbefugter Abhörer eines solchen Codes möglichst nicht auf die eigentliche Nachricht rückschließen kann. Unterteilung in zwei Teilgebiete: Kryptographie (wie man Nachrichten geeignet verschlüsselt) und Kryptoanalyse (welche Methoden man aus Sicht eines unberechtigten Abhörers einsetzen kann, um evtl. doch an die verschlüsselte Nachricht heranzukommen).

Beispiele: Symmetr. Verfahren: Substitution (Cäsar-Chiffre), One-Time-Pad; Asymmetr. Verf.: Public Key, RSA, Digitale Signaturen, OpenPGP, S/MIME, SSH, TLS, ...

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 5: Prüfziffer beim ISBN-Code

(6+6 Punkte)

Die Internationale Standardbuchnummer **ISBN-13** hat 13 Ziffern. Die dreizehnte Ziffer einer ISBN ist die Prüfziffer. Sie wird folgendermaßen berechnet:

- (i) Die ersten zwölf Ziffern werden addiert, wobei die Ziffern mit gerader Position (also von links nach rechts gezählt, die zweite, vierte und so weiter) dreifachen Wert erhalten. Das Ergebnis bezeichnen wir mit S .
- (ii) Daraus berechnet man $P = 10 - (S \bmod 10)$.
- (iii) Falls $P < 10$, dann ist P die gesuchte Prüfziffer; andernfalls ist die Prüfziffer 0.

- (a) Berechnen Sie die Prüfziffern folgender Bücher und füllen Sie das leere Feld am Ende der jeweiligen ISBN-Nummer aus:

- „Ideen der Informatik“: ISBN 978-3-486-58723-
- „Taschenbuch der Algorithmen“: ISBN 978-3-540-76393-

- (b) Wir bezeichnen die 13 Ziffern der ISBN (von links nach rechts) mit z_1, \dots, z_{13} . Ist folgende Formel eine korrekte Berechnungsformel für z_{13} , die der obigen Rechenanweisung entspricht? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$z_{13} = (10 - (\sum_{i=1}^{12} z_i * 3^{(i+1) \bmod 2} \bmod 10) \bmod 10$$

————— Lösung —————

- (a) Ideen der Informatik: 4; Taschenbuch der Algorithmen: 2
(b) Ja, korrekt. Begründung:

- Die Summe entspricht S . Sie gewichtet Ziffern an geraden Positionen mit 3 und an ungeraden Positionen mit 1, denn $3^{(i+1) \bmod 2}$ ergibt $3^1 = 3$ für i gerade, und $3^0 = 1$ für i ungerade.
- Das zweite Modulo sorgt dafür, dass die Prüfziffer auch dann 0 wird, wenn das Ergebnis der Prüfziffernberechnung 10 ist.

Punktevergabe: (a) Je 3 Punkte für die richtigen Prüfziffern; (b) 4 Punkte für den ersten Teil der Begründung (Abstriche, wenn einfach nur gesagt wird, dass die Summe S entspricht, aber nicht, warum); 2 Punkte für den zweiten Teil der Begründung.

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 6: Rekursive Algorithmen

(4+4 Punkte)

Seien p und q natürliche Zahlen (inklusive 0). Welche mathematischen Ausdrücke werden in den folgenden, im Pseudocode dargestellten rekursiven Algorithmen jeweils berechnet?

(a) Function $\text{Foo1}(p, q)$ {
1: **if** $p==0$ **then return** 1;
2: **else** **return** $q * \text{Foo1}(p - 1, q)$;
3: **end if**
}

(b) Function $\text{Foo2}(p)$ {
1: **if** $p==0$ **then return** 0;
2: **else** **return** $p + \text{Foo2}(p - 1)$;
3: **end if**
}

—————Lösung—————

- (a) $\text{Foo1}(p, q) = q^p$
(b) $\text{Foo2}(p) = \sum_{i=0}^p i \quad \text{bzw.} \quad \sum_{i=1}^p i \quad \text{bzw.} \quad 1 + 2 + \dots + p$
-