

WiSe 2022/2023 - Ersttermin

Die Klausur fand online auf ISIS statt. Es konnten alle Lehrmaterialien (also Open-Book) genutzt werden. Zur Bearbeitung standen 60 Minuten zur Verfügung.

1. [Euklidischer Algorithmus]
 - a. Sie bestimmen den ggT(513, 240) mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus durch wiederholtes Subtrahieren. Sie führen den Algorithmus schrittweise aus und schreiben jeden Schritt in eine neue Zeile. Ergänzen Sie die Zahlen, die in der ersten zwei Zeilen stehen.
 - b. Sie bestimmen den ggT(312, 36) mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus durch Division mit Rest. Sie führen den Algorithmus schrittweise aus und schreiben jeden Schritt in eine neue Zeile (den Dividenden, Divisor und den Rest). Ergänzen Sie die Zahlen, die in den ersten zwei Zeilen stehen.
2. [Eulertour] Ein Nachtwächter muss auf dem Betriebsgelände einer Firma mehrmals pro Nacht alle Türen eines Gebäudes kontrollieren. Der Plan zeigt alle Räume, die jeweils mit Buchstaben beschriftet sind und das Symbol „||“ gibt die möglichen Verbindungstüren an. Bestimmen Sie einen Rundgang durch das Gebäude, so dass der Nachtwächter durch jede Tür **genau** einmal geht und wieder am Startpunkt ankommt.
3. [Maximum-Matching Algorithmus] Vier Studierende wollen einen Termin in der Studienberatung vereinbaren und haben ihre Verfügbarkeiten angegeben. K: 12 und 17 Uhr, L: 12, 14, 17 und 18 Uhr, S: 12, 17 und 18 Uhr, T: 14 und 17 Uhr. Jede Person kann nur einen Termin nehmen, und jedem Termin soll auch nur eine Person zugeordnet werden. Die Studienberaterin hat eine erste Zuordnung (initiales Matching) erstellt: L 18 Uhr, S 12 Uhr, T 17 Uhr. Leider hat Person K jetzt noch keinen Termin und der 14 Uhr Termin ist noch verfügbar.
Stellen Sie das Problem als Graphen dar.
 - a. Bestimmen Sie einen augmentierenden Pfad in der initialen Zuordnung. Eine Verbindung, die im initialen Matching ist, stellen Sie mit ,=‘ dar und eine Verminderung die nicht im initialen Matching ist mit ,-'.

Beispiel: K-12 =

 - b. Finden Sie – ausgehend von der initialen Zuordnung (Matching) und ihrem augmentierenden Pfad – eine bestmögliche Zuordnung (Matching), in der allen Personen ein Termin zugeordnet ist.
4. [Mengenlehre] Gegeben sind die folgenden Mengen $A = \{1, 2, 5, 6, 7\}$, und $B = \{2, 5, 2, 7, 7\}$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?
 - a. A ist Teilmenge von B.
 - b. Die Schnittmenge von A und B ist leer.
 - c. Die Mächtigkeit von A ist gleich der von B.
 - d. B ist Teilmenge von A.
 - e. Die Mächtigkeit der Vereinigungsmenge von A und B ist 5.

5. [RSA-Kryptosystem] Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
- Das RSA-Kryptosystem ist ein Beispiel für public-key-Kryptographie.
 - Bei der RSA-Verschlüsselung hat jeder Teilnehmer einen öffentlichen und einen privaten Schlüssel.
 - Das RSA-Kryptosystem ist ein symmetrisches Verschlüsselungsverfahren.
 - Die RSA-Verschlüsselung beruht auf der Annahme, dass die Primfaktorzerlegung einer Zahl effizient berechnet werden kann.
 - Die RSA-Verschlüsselung benutzt ein monoalphabetisches Substitutionschiffre.
6. [*Stable-Matching Algorithmus*] Wir betrachten das Szenario von n Menschen, die eine Nierenspende benötigen. Glücklicherweise gibt es auch n Spender, die bereit sind, eine Niere zu spenden. Leider gibt es aber eine ganze Reihe von Parametern (z.B. die Blutgruppe), damit ein Mensch einem anderen eine Niere spenden kann. Wir möchten nun ein System etablieren, welches die Nieren „bestmöglich“ zuordnet. Formal haben wir die Menge der Empfänger $E = \{A, B, C\}$ und der Spender $S = \{X, Y, Z\}$. Für je einen Empfänger e Element E und einen Spender s Element S gibt der Wert $d(e, s)$ an, wie gut die Niere von Spender s zu Empfänger e passt. Je höher der Wert d , desto besser ist die Niere geeignet. Der Wert d definiert also eine Präferenzordnung sowohl für Empfänger als auch für Spender.

Gegeben seien $E = \{A, B, C\}$ und $S = \{X, Y, Z\}$ mit folgender d-Matrix:

d(,)	A	B	C
X	5	4	7
Y	6	2	3
Z	9	3	1

- Geben Sie die zugehörigen Präferenzordnungen für Empfänger oder Spender an.
- Geben Sie eine bestmögliche Zuordnung an, wenn die Spender wählen dürfen. Benutzen Sie den Algorithmus von Gale & Shapley (1962)

7. [Turing-Maschine] Gegeben sei eine Turing-Maschine mit den folgenden zwei Zuständen:

((* * R 0)
(0 0 R 1)
(1 0 R 0)
(B 0 H 0))

((0 0 R 0)
(1 0 L 0)
(* * H 0)
(B B H 0))

Gegeben sei folgende Eingabe für obige Turingmaschine:

| * | 1 | 0 | 1 | 1 |

Was steht auf dem Band, nachdem das Programm auf diese Eingabe angewendet wurde?

8. [Visualisierungen] Wählen Sie, welche der beiden Visualisierung besser ist, A oder B?

Einige Diagramme werden gezeigt, zwischen welchen sich entschieden werden soll.

9. [Visualisierungen] Das Computer Language Benchmarks Game ist ein Projekt zum Vergleich, wie eine bestimmte Teilmenge einfacher Algorithmen in verschiedenen gängigen Programmiersprachen implementiert werden kann, und wie schnell sie sind. Die folgende Tabelle zeigt Simulationsergebnisse von zwei Algorithmen, die in fünf verschiedenen Sprachen implementiert wurden. Pro Algorithmus werden zwei Ergebnisse gezeugt, die gebrauchte Rechenzeit (in Sekunden) und den verwendeten Arbeitsspeicher (in kB).

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- a. Das Kartesische Koordinatensystem eignet sich für die Visualisierungen der Variablen Rechenzeit und Arbeitsspeicher.
- b. Sie wollen darstellen wie sich die Rechenzeit für verschiedene Programmiersprachen verhält. Abbildung A stellt diesen Zusammenhang besser dar als Abbildung B.
- c. Sie möchten zeigen, dass sich die Rechenzeit für die Sprachen C, Java und Fortran unterscheidet. Abbildung A ist dazu besser geeignet als Abbildung B.

etc. Es folgen weitere Darstellungen, zwischen welchen sich entschieden werden soll.

10. [Wahrscheinlichkeitsrechnung] Es werden verdeckt zwei Würfel geworfen. Es handelt sich um ein Laplace-Experiment. Ergänzen Sie die folgenden Aussagen:

- a. Die Mächtigkeit der Ergebnismenge Omega ist:
- b. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Ergebnisse aus beiden Würfen ≤ 3 ist, beträgt:
- c. Sie haben gesehen, dass einer der Würfel eine „2“ zeigt. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Ergebnisse aus beiden Würfen ≤ 3 ist?

Seit einigen Tagen leiden Sie an seltsamen Symptomen und gehen zu Ihrem Hausarzt. Sie vermutet, dass Sie eine Krankheit haben könnten, die 1% der Allgemeinbevölkerung betrifft. Sie sollen einen Bluttest machen, von dem man weiß, dass er eine Sensitivität von 70% hat, d.h. ein „positives“ Ergebnis anzeigt, wenn die Person krank ist. Es ist auch bekannt dass der Test in 9 von 10 Fällen ein „negatives Ergebnis“ anzeigt wenn die Person auch tatsächlich gesund ist (Spezifität).

- a. Ihr Testergebnis ist „positiv“, wie wahrscheinlich ist es, dass Sie tatsächlich krank sind?

Im Nachhinein stellt sich heraus, dass die Krankheit ungleich verteilt ist und Sie zu einer Gruppe gehören, in der 5% infiziert sind.

- b. Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit nach diesen Erkenntnissen, dass Sie tatsächlich erkrankt sind?