

東北大学工学部編入学試験過去問解答

comimome

<https://github.com/comimome/>

2023 年 11 月 21 日

■ 目次

1	はじめに	2
2	令和5年度 数学	3
	問題 I	3
	問 1	3
	問 2	3
	問 3	4
	問 4	4
	問題 II	5
	問題 III	5

■ はじめに

令和5年度 数学

問題Ⅰ

問 1

ベクトル \overrightarrow{AB} を求め、その大きさを計算する. \overrightarrow{AB} は

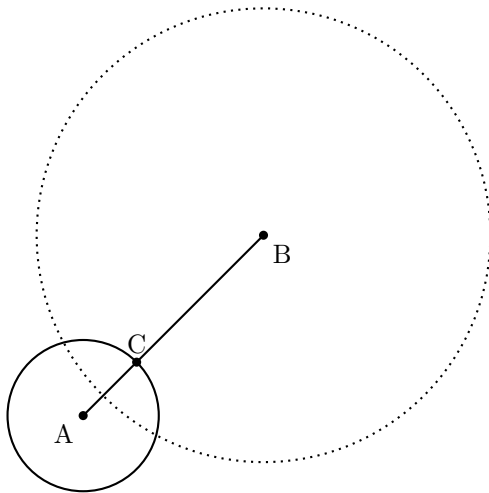
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

となる. よって

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

である.

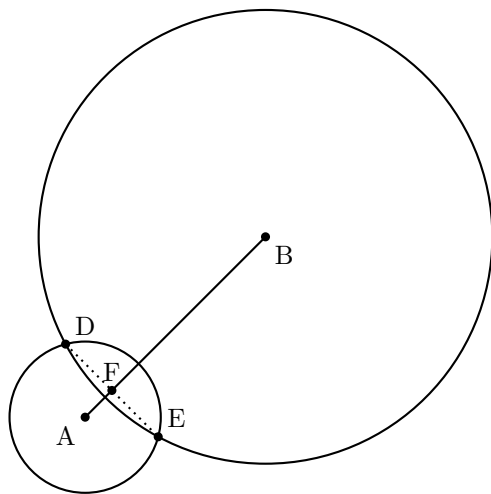
問 2



線分 AB と球面 α の交点を C とおく. 球面 β が球面 α と共有点を持つ条件は問 1 より以下のようなになる.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| &\geq r \geq |\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}| \\ \sqrt{10} + 1 &\geq r \geq \sqrt{10} - 1 \end{aligned}$$

問 3



円 S は $|DF|$ を半径に持つため,

$$|\text{DF}|^2 \pi = \frac{5\pi}{9}$$

$$|\text{DF}|^2 = \frac{5}{9}$$

となる. また図から次のような関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} |\text{AD}|^2 &= |\text{AF}|^2 + |\text{DF}|^2 \\ |\text{BD}|^2 &= |\text{BF}|^2 + |\text{DF}|^2 \end{aligned}$$

$|\text{AD}|=1$, $|\text{BD}|=r$, $|\text{BF}|=|\text{AB}|-|\text{AF}|=\sqrt{10}-|\text{AF}|$ であるため, 上 2 式は次のようになる.

$$1 = |\text{AF}|^2 + \frac{5}{9}$$

$$r^2 = \left\{ \sqrt{10} - |\text{AF}| \right\}^2 + \frac{5}{9}$$

整理すると

$$r^2 = \left\{ \sqrt{10} - \sqrt{1 - \frac{5}{9}} \right\}^2 + \frac{5}{9} = 11 - \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

$$r = \sqrt{11 - \frac{4\sqrt{10}}{3}}$$

となる.

問 4

円 S の中心座標は点 F, 円 S を含む平面の方程式の法線ベクトルはベクトル \overrightarrow{AB} に等しい. 点 F は線分 $|AB|$ を $1:r$ に内分する点であるため, 点 F の座標は,

$$\left(\frac{r \cdot 2 + 1 \cdot 4}{1 + r}, \frac{r \cdot 3 + 1 \cdot 5}{1 + r}, \frac{r \cdot (-1) + 1 \cdot (-2)}{1 + r} \right) =$$

問題 II

問題 III