

東北大学工学部編入学試験過去問解答

comimome

<https://github.com/comimome/>

2023 年 11 月 25 日

目次

I はじめに	2
II 令和 5 年度 数学	3
問題 I	3
問 1	3
問 2	3
問 3	4
問 4	4
問題 II	5
問 1	5
問 2	5
(a)	6
問題 III	6

■ はじめに

令和5年度 数学

問題Ⅰ

問1

ベクトル \overrightarrow{AB} を求め、その大きさを計算する． \overrightarrow{AB} は

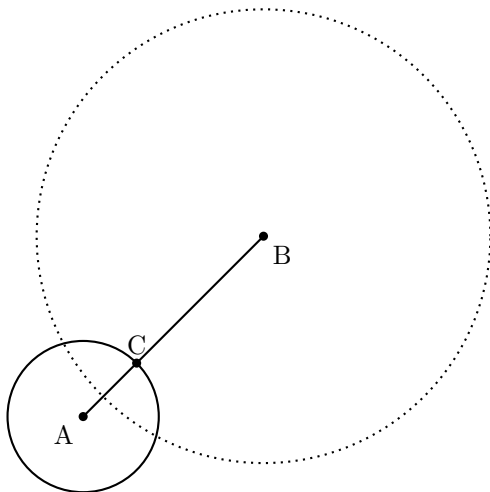
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

となる．よって

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$$

である．

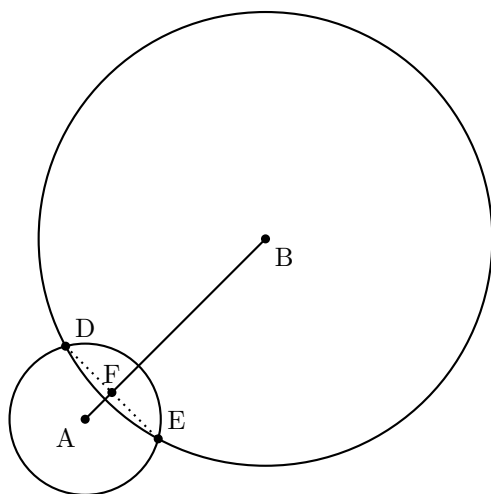
問2



線分 AB と球面 α の交点を C とおく．球面 β が球面 α と共有点を持つ条件は問1より以下のようなになる．

$$|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| \geq r \geq |\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}|$$
$$3 \geq r \geq 2$$

問 3



円 S は $|DF|$ を半径に持つため、

$$|DF|^2 \pi = \frac{5\pi}{9}$$

$$|DF|^2 = \frac{5}{9}$$

となる。また図から次のような関係が成り立つ。

$$|AD|^2 = |AF|^2 + |DF|^2$$

$$|BD|^2 = |BF|^2 + |DF|^2$$

$|AD| = 1$, $|BD| = r$, $|BF| = |AB| - |AF| = 3 - |AF|$ であるため、上 2 式は次のようになる。

$$1 = |AF|^2 + \frac{5}{9}$$

$$r^2 = \{3 - |AF|\}^2 + \frac{5}{9}$$

整理すると

$$r^2 = \left\{ 3 - \sqrt{1 - \frac{5}{9}} \right\}^2 + \frac{5}{9} = 6$$

$$r = \sqrt{6}$$

となる。

問 4

円 S の中心座標は点 F, 円 S を含む平面の方程式の法線ベクトルはベクトル \overrightarrow{AB} に等しい。問 3 から点 F は線分 AB を 2:7 に内分する点であるため、点 F の座標は、

$$\left(\frac{7 \cdot 2 + 2 \cdot 4}{9}, \frac{7 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{9}, \frac{7 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2)}{9} \right) = \left(\frac{22}{9}, \frac{31}{9}, \frac{-11}{9} \right)$$

となる．また平面の方程式は問 1 から

$$2 \left(x - \frac{22}{9} \right) + 2 \left(y - \frac{31}{9} \right) - \left(z + \frac{11}{9} \right) = 0$$

$$2x + 2y - z - 11 = 0$$

となる．

問題 II

問 1

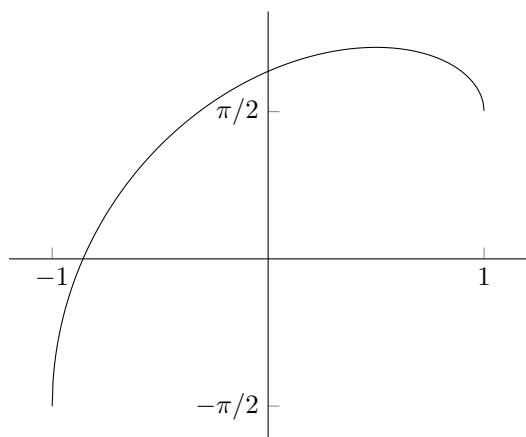
問題の関数について対数を取り，その極限值を調べる．

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \log \sqrt[x]{x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} \quad (\because \text{ロピタルの定理}) \\ &= 0 \\ &= \log 1 \end{aligned}$$

したがって極限值は次のようになる．

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1$$

問 2



(a)

まず関数 $f(x)$ を微分する.

問題 III