

# 東北大学工学部編入学試験過去問解答

comimome

<https://github.com/comimome/>

2023 年 11 月 22 日

## ■ 目次

---

1	はじめに	2
2	令和5年度 数学	3
	問題 I . . . . .	3
	問 1 . . . . .	3
	問 2 . . . . .	3
	問 3 . . . . .	4
	問 4 . . . . .	4
	問題 II . . . . .	5
	問題 III . . . . .	5

## ■ はじめに

---

## 令和5年度 数学

### 問題Ⅰ

#### 問 1

ベクトル  $\overrightarrow{AB}$  を求め、その大きさを計算する.  $\overrightarrow{AB}$  は

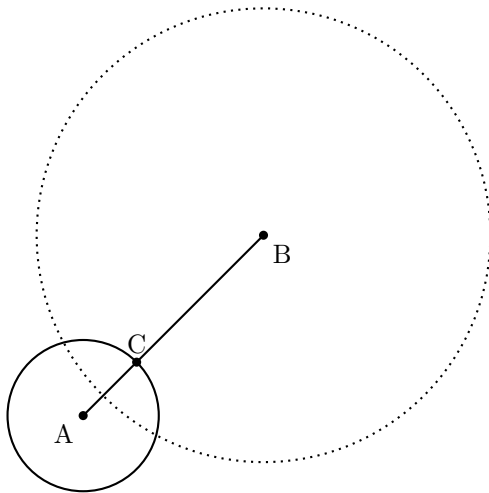
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

となる. よって

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$$

である.

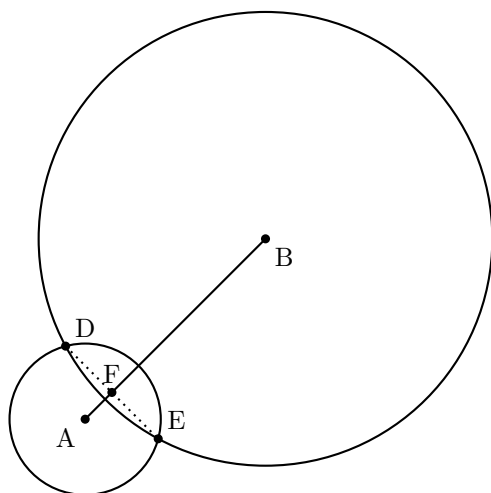
#### 問 2



線分 AB と球面  $\alpha$  の交点を C とおく. 球面  $\beta$  が球面  $\alpha$  と共有点を持つ条件は問 1 より以下のようなになる.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AC}| &\geq r \geq |\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}| \\ 3 \geq r &\geq 2 \end{aligned}$$

問 3



円 S は  $|DF|$  を半径に持つため,

$$\begin{aligned} |DF|^2 \pi &= \frac{5\pi}{9} \\ |DF|^2 &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

となる. また図から次のような関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} |AD|^2 &= |AF|^2 + |DF|^2 \\ |BD|^2 &= |BF|^2 + |DF|^2 \end{aligned}$$

$|AD|=1$ ,  $|BD|=r$ ,  $|BF|=|AB|-|AF|=3-|AF|$  であるため, 上 2 式は次のようになる.

$$\begin{aligned} 1 &= |AF|^2 + \frac{5}{9} \\ r^2 &= \{3 - |AF|\}^2 + \frac{5}{9} \end{aligned}$$

整理すると

$$\begin{aligned} r^2 &= \left\{ 3 - \sqrt{1 - \frac{5}{9}} \right\}^2 + \frac{5}{9} = 6 \\ r &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

となる.

問 4

円 S の中心座標は点 F, 円 S を含む平面の方程式の法線ベクトルはベクトル  $\overrightarrow{AB}$  に等しい. 問 3 から点 F は線分 AB を 2:7 に内分する点であるため, 点 F の座標は,

$$\left( \frac{7 \cdot 2 + 2 \cdot 4}{9}, \frac{7 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{9}, \frac{7 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2)}{9} \right) = \left( \frac{22}{9}, \frac{31}{9}, \frac{-11}{9} \right)$$

となる．また平面の方程式は問 1 から

$$2 \left( x - \frac{22}{9} \right) + 2 \left( y - \frac{31}{9} \right) - \left( z + \frac{11}{9} \right) = 0$$

$$2x + 2y - z - 11 = 0$$

となる．

**問題 II**

**問題 III**