



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
Instituto de Ingeniería Biológica y Médica  
Escuela de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica  
**ICE/IBM2020 Introducción a la Biomecánica**  
Primer Semestre 2022

### Tarea 5

Fecha de entrega: 23-Mayo-2022, 23:59.

---

**Nota importante:** Todos los desarrollos teóricos y códigos computacionales deben ser elaborados en forma individual. Los conceptos generales de los problemas pueden ser discutidos en grupos, pero las soluciones no deben ser comparadas. El informe debe contener todos los desarrollos teóricos, resultados numéricos, figuras y explicaciones pedidas para la tarea. Se considerará como parte de la evaluación de la tarea la correcta diagramación, redacción y presentación del informe, pudiendo descontarse hasta 2.0 puntos por este concepto.

**Todos los códigos deben ser desarrollados en Python** y documentados en un Jupyter notebook. Si necesita, puede también generar librerías auxiliares en formato .py. La entrega del informe es de forma electrónica mediante la plataforma Canvas, en formato PDF en un archivo cuyo nombre tenga el formato **Tarea05\_ApellidoNombre.pdf**. De existir códigos auxiliares y generadores utilizados, debe incluirlos además en un archivo comprimido en formato zip junto al informe. **Incluya en su informe el número de horas dedicadas a esta tarea.** No se aceptarán tareas ni códigos después de la fecha y hora de entrega.

**Bonus:** Si la nota final de su tarea es  $> 5,5$  y usted entrega su tarea escrita en  $\text{\LaTeX}$  usando el template del curso, y entrega el archivo .tex y figuras dentro del archivo ZIP subido a Canvas, se abonarán 0,5 puntos a la nota final de la tarea.

---

**Problema 1:** Considere el fémur de la Figura que contiene muescas en su exterior. Este hueso es sometido a un ensayo de tres puntos, en donde se aplica una fuerza de magnitud  $F$  en el punto medio del mismo. A partir de la configuración anterior, se desea conocer el valor de la profundidad de la muesca crítica,  $a_{cr}$ , a partir del cual ocurre fractura frágil, dado un valor conocido para  $F$ . Para modelar el problema, considere que el fémur se puede representar como un cilindro hueco con las siguientes características: largo 45 cm, diámetro 5.2 cm, módulo de Young  $1.7 \cdot 10^6$  N/cm<sup>2</sup>, momento de inercia 1.07 cm<sup>4</sup> y dureza 2900 N/m. Considerando lo anterior, se pide entregar un gráfico que muestre el valor de  $a_{cr}$ , para la cual ocurre fractura frágil para valores de  $F \in [200, 1000]$  N.

*Hint:* Considere el estado de tensiones generado por la fuerza  $F$  y calcule la tensión en dirección ortogonal al eje de propagación de la muesca.

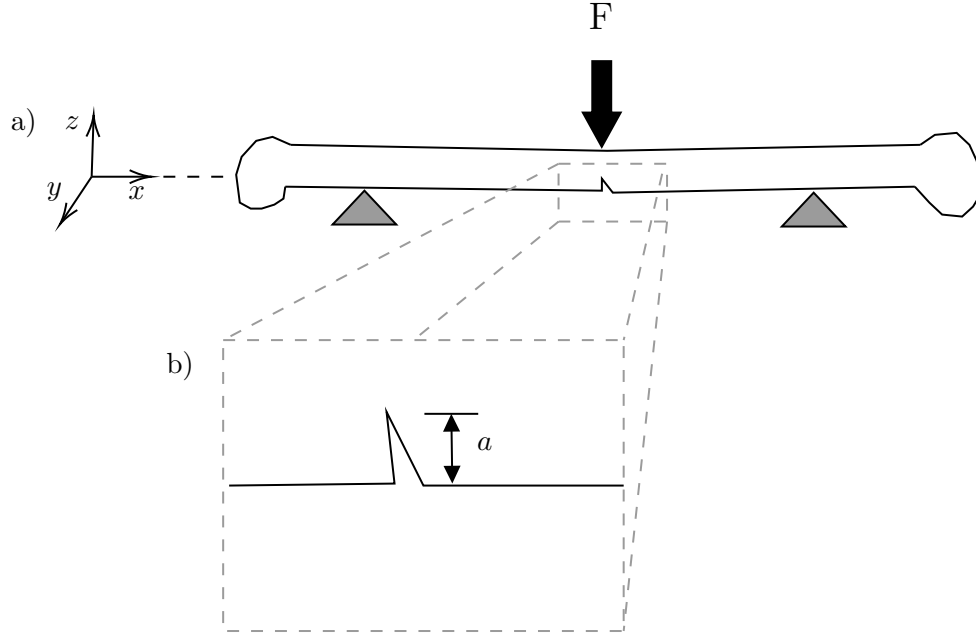


Figura 1: Fémur sometido a ensayo de tres puntos. a) El hueso mostrando la fuerza aplicada en su centro. b) Muesca pequeña de profundidad  $a$ .

**Problema 2:** Durante la pandemia del COVID-19, el uso de ventilación mecánica se ha hecho vital para el tratamiento de pacientes críticos.

Considere la ecuación de movimiento que simula el comportamiento de un pulmón conectado a un ventilador mecánico

$$P_{MV}(t) - P_{PEEP} = \frac{V(t)}{C_{rs}} + R_{aw}\dot{V}(t), \quad (1)$$

donde  $V : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  es el volumen pulmonar,  $\dot{V} = \frac{dV}{dt}$  es el flujo,  $P_{MV} : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  es la presión aplicada por el ventilador mecánico,  $P_{PEEP}$  es la presión positiva al fin de expiración que ejerce el ventilador,  $C_{rs}$  es la *compliance* pulmonar y  $R_{aw}$  es la resistencia de la vía aérea. Bajo un modo de *presión control*, la presión del ventilador se comporta como una onda cuadrada. Esta puede ser expresada como

$$P_{MV}(t) = \begin{cases} P_{\text{peak}} & t \bmod \frac{1}{RR} < IT \\ P_{PEEP} & \text{e.o.c.} \end{cases} \quad (2)$$

donde  $RR$  es la frecuencia respiratoria,  $IT$  es el tiempo inspiratorio y  $P_{\text{peak}}$  es la presión *peak* inspiratoria. Se pide:

- 1) Simule el caso de 5 ciclos respiratorios de ventilación mecánica de un paciente bajo el modo presión control. Para lo anterior, resuelva numéricamente la ecuación 1 considerando los valores de los parámetros del modelo expuestos en la tabla 1. Entregue un gráfico con tres subfiguras verticales que muestren  $P(t)$ ,  $\dot{V}(t)$  y  $V(t)$  (presión, flujo y volumen respiratorio). Note que bpm significa respiraciones por minuto (*breaths per minute*).

*Hint:* Utilice integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias, por ejemplo, con `odeint` de la librería `SciPy`.

Parámetro	Valor en pulmones sanos
$C_{rs}$	0,5 L/cmH <sub>2</sub> O
$R_{aw}$	2 cmH <sub>2</sub> O s/L
$P_{PEEP}$	5 cmH <sub>2</sub> O
$P_{peak}$	10 cmH <sub>2</sub> O
$IT$	3 s
$RR$	10 bpm

Tabla 1: Parámetros de respiración sana

- II) Repita i) pero considerando los siguientes valores asociados al síndrome de dificultad respiratoria aguda (ARDS) y enfermedad pulmonar obstructiva crónica (COPD) expuestos en la tabla 2.

Parámetro	Valor en ARDS	Valor en COPD
$C_{rs}$	0,35 L/cmH <sub>2</sub> O	0,65 L/cmH <sub>2</sub> O
$R_{aw}$	1,2 cmH <sub>2</sub> O s/L	2,5 cmH <sub>2</sub> O s/L
$P_{PEEP}$	5 cmH <sub>2</sub> O	5 cmH <sub>2</sub> O
$P_{peak}$	10 cmH <sub>2</sub> O	10 cmH <sub>2</sub> O
$IT$	3 s	3 s
$RR$	10 bpm	10 bpm

Tabla 2: Parámetros de respiración en condición patológica

- III) Para cada caso (sano, ARDS y COPD) calcule los indicadores clínicos volumen minuto  $V_m$  (volumen inhalado o exhalado en un minuto), volumen corriente o tidal y constante de tiempo  $RC = R_{aw}C_{rs}$ . Comente sobre sus resultados.