



**Taller 3**

Gustavo Barrezueta - [gabarrezueta@uc.cl](mailto:gabarrezueta@uc.cl)

---

**Problema 1.**

i)  $\operatorname{div}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \operatorname{curl} \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \operatorname{curl} \mathbf{v}$

**Problema 2.** El deslizamiento relativo entre dos membranas pleurales dentro de un pulmón puede ser modelado localmente mediante la siguiente descripción de movimiento:

$$\varphi(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} X_1 + \gamma(t)X_2 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$

Se pide:

- Entregue la expresión para el cambio relativo de volumen  $J = \det \mathbf{F}$ , y para el cambio relativo de área  $\frac{da}{dA}$  de una superficie diferencial inicialmente orientada con normal  $\mathbf{E}_1$  (dirección  $X_1$ )
- Entregue los valores y direcciones principales del tensor lagrangeano de deformaciones  $\mathbf{E}$ . Grafique como cambian los valores y direcciones principales de  $\mathbf{E}$  para  $t > 0$  asumiendo que  $\gamma(t) = t$ .
- Linearize<sup>1</sup> el tensor  $\mathbf{E}$  para obtener el tensor de deformaciones infinitesimales  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Calcule las deformaciones y direcciones principales de  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , y gráfíquelas en función de  $t$  asumiendo que  $\gamma(t) = t$ . Compare con el resultado obtenido en ii)

**Problema 3.** Sea un movimiento de un continuo descrito por las siguientes ecuaciones,

$$x_1 = X_1 e^{-t} \quad x_2 = X_2 e^t \quad x_3 = X_3 + X_2(e^{-t} - 1)$$

y sea  $\theta$  un campo de temperatura del cuerpo dado por

$$\theta = e^{-t}(x_1 - 2x_2 + 3x_3)$$

Determine el campo de velocidad en su forma espacial, y usando lo anterior, calcule la derivada material  $D\theta/Dt$  del campo de temperatura.

---

<sup>1</sup>Asumiendo que  $\gamma$  es pequeño