PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica
IBM 2020 Introducción a la Biomecánica
Primer Semestre 2022

Taller 2

Gustavo Barrezueta - *gabarrezueta@uc.cl*

Problema 1. *Notación indicial*
Demuestre que:

i) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{pqk} = \delta_{ip}\delta_{jq} - \delta_{iq}\delta_{jp}$

ii) $(\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{t}) \cdot (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) = (\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{u})(\boldsymbol{t} \cdot \boldsymbol{v}) - (\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{v})(\boldsymbol{t} \cdot \boldsymbol{u})$

iii) $(\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{v})\boldsymbol{A} = \boldsymbol{u} \otimes (\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{v})$

iv) $\boldsymbol{T} : \boldsymbol{W} = 0$, con $\boldsymbol{T}$ tensor simétrico y $\boldsymbol{W}$ tensor antisimétrico.

v) $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{u}) = 0$

Problema 2. *Transformación de coordenadas*
La Figura 1 muestra una viga curvada por una fuerza en su extremo.

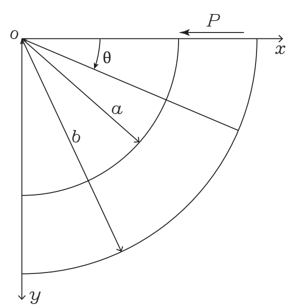

Figura 1: Viga curvada por una fuerza en el extremo

El campo de tensiones en coordenadas polares está dado por:

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\sin(\theta) \\
\sigma_\theta &= \left(6Ar + \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\sin(\theta) \\
\tau_{\theta r} &= -\left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\cos(\theta)
\end{aligned}$$

Donde

$$A = \frac{P}{2N} \qquad B = -\frac{Pa^2b^2}{2N} \qquad D = -\frac{P}{N}(a^2 + b^2)$$

Y

$$N = a^2 - b^2 + (a^2 + b^2)\log\frac{b}{a}$$

Se pide:

i) Encuentre las tensiones $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ en coordenadas cartesianas.

ii) Evalúe las tensiones en los planos $x = 0$ e $y = 0$ para las expresiones tanto en coordenadas polares y cartesianas y compare.