PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica
ICE3333 Elementos Finitos No-Lineales
Segundo Semestre 2021

Tarea # 3

Fecha de entrega: 07-Octubre-2021, 18:00 hrs

Nota importante: Todos los desarrollos teóricos y códigos computacionales deben ser elaborados en forma individual. Los conceptos generales de los problemas pueden ser discutidos en grupos, pero las soluciones no deben ser comparadas. El informe debe ser elaborado en LaTeX, y debe contener todos los desarrollos teóricos, resultados numéricos, figuras y explicaciones pedidas para la tarea. Se considerará como parte de la evaluación de la tarea la correcta diagramación, redacción y presentación del informe, pudiendo descontarse hasta 2.0 puntos por este concepto. Todos los códigos desarrollados en `Python` deben ser adjuntados en un archivo `Jupyter Notebook` ejecutado. El informe en formato digital y todos los códigos utilizados (archivos `.tex,.ipynb` y figuras) deben ser enviados al correo `ice3333uc@gmail.com` y subidos a la plataforma de Canvas antes de la fecha de entrega. No cumplir con lo anterior implica nota 1.0 en la tarea. Incluya en su informe el número de horas dedicadas a esta tarea. No se aceptarán tareas ni códigos después de la fecha de entrega.

Problema # 1 (total 2.0 ptos.): Utilice un enfoque LRW para proponer un esquema NL-FEM para resolver el problema de elasticidad no-lineal. Tome como punto de partida la formulación débil Material (principio de trabajos virtuales) y describa claramente cada uno de sus pasos. Compare sus resultados con los obtenidos en clases usando un esquema RLW.

Problema #2 (total 4.0 ptos.): Implemente un código NL-FEM en `python` para resolver el problema 3D de la barra prismática de goma de sección transversal cuadrada de la Figura 1. Para las dimensiones de la barra, considere $L = 100\,\text{mm}$ y $h = 5\,\text{mm}$.

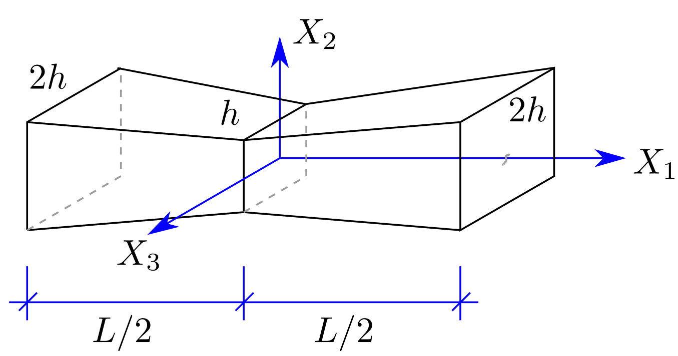

Figura 1: Barra de goma prismática

Se modela la goma como un material NeoHookean compresible, cuyas componentes del PK2 y tensor elástico Lagrangeano (relación constitutiva) quedan dadas por

$$S_{IJ} = \mu\delta_{IJ} + (\lambda \ln J - \mu)C^{-1}_{IJ},$$
$$\mathcal{C}_{IJKL} = \lambda C^{-1}_{IJ}C^{-1}_{KL} + 2(\mu - \lambda \ln J)C^{-1}_{IK}C^{-1}_{JL},$$

con valores de constantes $\mu = 1.5\,\text{MPa}, \lambda = 50\text{MPa}$. Para la discretización espacial utilice elementos trilineales hexaédricos isoparamétricos (Q1). Considere que los extremos están totalmente empotrados, y que el extremo derecho de la barra se desplaza incrementalmente hasta llegar a un desplazamiento de $\Delta X_1 = 50\,\text{mm}$.

En particular se pide:

i) Entrege las rutinas

- `[S, C] = material_NLElasticity_NH(material_state, material_parameters)`, donde `material_state` es el tensor Lagrangeano de deformación, `material_parameters = [mu, lam]`, `S` es el tensor PK2 y `C` es el tensor elástico material.[1]
- `[Re, TRe] = element_NLElasticity_NH(element_state,element_parameters)`, donde `element_state` es un vector con los valores nodales del elemento del mapeo de deformación en la iteración previa, y `element_parameters = [Xeset, material_parameters]` con `Xeset` una lista de las coordenadas nodales del elemento en la configuración Material.
- `[R, TR] = model_NLElasticity_NH(model_state, model_parameters)`, donde `model_state = [U]` contiene el vector de valores nodales del mapeo de deformación, y `model_state = [XYZ, IEN, LM, material_parameters]`.

Verifique que sus rutinas pasan el test de consistencia de 4to orden programado en la tarea pasada entregando los valores obtenidos para el error para 5 realizaciones del vector de perturbación para cada rutina. En todos los casos, utilice $h = 10^{-3}$. (2.0 ptos.)

ii) Entregue una curva de fuerza vs. deformación para la barra[2] (0.75 ptos.)

iii) Entregue un video de como se deforma la barra (evolución de la configuración espacial) a medida que se incrementa la carga. Para efectos de la visualización, genere una rutina que a partir de la geometría reducida y sus desplazamientos nodales entregue una geometría completa con sus desplazamientos nodales obtenidos a partir del modelo reducido y las simetrías asumidas. (0.5 ptos.)

iv) Entregue un video de como se desarrollan las tensiones de von Mises en el plano $Z = 0$ a medida que se incrementa la carga.[3] (0.75 ptos.)

Para el desarrollo de este problema, en la página de la tarea se encuentra disponible el archivo `T2functions.py` que contiene la función `RubberBarGeom(L,h,nx,ny,nz)` , la cual discretiza la barra prismática utilizando elementos trilineales hexaédricos de manera que existan `nx` tramos en la dirección x, `ny` tramos en la dirección y, y `nz` tramos en la dirección z. Esta función retorna la tabla de coordenadas globales xyz, la tabla de destinación ID, la tabla de conectividad IEN, y la tabla de colocación LM.

[1] Dada la simetría de los tensores, se recomienda usar la representación de Voigt, donde los tensores de segundo orden simétricos se representan por un vector en $\mathbb{R}^6$ y el tensor elástico por una matriz en $\mathbb{R}^{6\times 6}$

[2] Para calcular la fuerza se recomienda sumar las reacciones horizontales en los nodos de uno de los empotramientos de la barra

[3] Utilice el método de suavización de tensiones L^2 para encontrar los valores nodales del mapa de tensiones. Verifique que el peso de su video no sobrepase los 5Mb. En caso de necesitar reducir el tamaño del video, utilice el formato `.ogv` para guardar su video en Paraview.