Álgebra Linear: AD1 - CEDERJ
Mauro Rincon & Márcia Fampa - 2019/1

1.(5.0) Considere o conjunto $B = \{v_1, v_2, v_3\}$, onde $v_1 = (1, -1, 2, 0)$, $v_2 = (4, 1, 3, 0)$ e $v_3 = (0, 0, 1, 0)$.

(a) (0.5) Calcule o módulo (comprimento) de cada vetor de B.

(b) (0.5) Calcule a distância $d(v_1, v_2) = |v_1 - v_2|$

(c) (0.5) Verifique se existem vetores de B, dois a dois, que são ortogonais ou paralelos.

(d) (0.5) Calcule o ângulo entre os vetores $\{v_1, v_2\}$ formado pelos vetores de B.

(e) (0.5) Verifique se o conjunto B é uma base de $S \subset I\!R^4$.

(f) (0.5) Usando o processo de Gram-Schmidt, determine a partir da base B, uma base ortogonal do $S \subset I\!R^4$.

(g) (0.5) Determine o espaço gerado pelos vetores $B = \{v_1, v_2, v_3\}$

(h) Seja $\hat{B}$ o conjunto formado pelos vetores v_1 e v_2 de B substituindo-se o vetor v_3 pelo vetor $\hat{v}_3 = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, com pelo menos um i talque $a_i \neq 0$.

i. (0.5) Mostren que se $a_4 \neq 0$ então o conjunto de $\hat{B}$ é L.I.

ii. (0.5) Mostre que se $a_1 = a_2 + a_3$, com $a_2 \neq 0$ ou $a_3 \neq 0$ e $a_4 = 0$ então o conjunto $\hat{B}$ é L.D.

(i) (0.5) Mostre que $\hat{v}_3 = (0, 1, -1, 0)$ é uma combinação linear dos vetores v_1 e v_2 de B.

2.(1.0) Seja $S = \{(x, y) \in I\!R^2 / -x + 3y = 0\}$. Verifique se S é uma subespaço vetorial do $I\!R^2$, relativamente às operações usuais de adição e multiplicação por escalar e em caso afirmativo determine uma base para S.

3.(1.0) Seja $S = \{(x, y, z) \in I\!R^3 / x - 2y + z = 1\}$. Verifique se S é uma subespaço vetorial do $I\!R^3$, relativamente às operações usuais de adição e multiplicação por escalar e em caso afirmativo determine uma base para S.

4.(3.0) Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -6 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix},, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Determine, se possível, a matriz $M = A^T - 2B$, onde A^T é matriz transposta de A.

(b) Determine, se possível, a matriz produto: $N = BC$

(c) Determine, se possível, a matriz produto: $L = M.N$