Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Álgebra Linear
AD1 - Segundo Semestre de 2013
Professores: Márcia Fampa & Mauro Rincon

Nome -
Assinatura -

1.(1.0) Encontre u+v, u-v e 3u-2v, onde;

(a) $u = (-1, 3)$ e $v = (2, 4)$

(b) $u = (0, 1, 2)$ e $v = (2, 1, -2)$

2.(2.5) Sejam os vetores $u = (-1, -3)$ e $v = (2, 1)$.

(a) Encontre o vetor unitário com a mesma direção e o mesmo sentido que u.

(b) Determine o comprimento do vetor u.

(c) Encontre o cosseno do ângulo entre os vetores u e v.

(d) Determine a projeção de u sobre v $\{\ proj_v(u)\}$.

(e) Calcule a distância entre os vetores u e v.

3.(2.0) Encontre um conjunto de vetores que geram o espaço solução $Ax = 0$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4.(1.5) (a) Mostre que o conjunto de todos os pontos no plano $ax+by+cz = 0$ é um subespaço do $I\!R^3$

(b) Encontre dois vetores u e v tais que $[u, v]$ (espaço gerado por u e v) é o plano $2x - 3y + 4z = 0$.

(c) Em $I\!P_2$ (espaço dos polinômios de grau dois), determine se $r(x) = 2-2x+x^2$ pertence ao espaço gerado por $[p(x), q(x)]$, onde $p(x) = x - 3x^2$ e $q(x) = 1 - 3\ x^2$.

5.(2.0) Seja $S = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ onde $u_1 = (1, 1, 0, -1)$, $u_2 = (0, 1, 2, 1)$, $u_3 = (1, 0, 1, -1)$, $u_4 = (1, 1, -6, -3)$, $u_5 = (-1, -5, 1, 0)$.

(a) Encontre uma base e a dimensão para o subespaço $[S] \subset I\!R^4$.

(b) Usando o item anterior, determine uma base ortogonal para $[S]$.

6.(1.0) Determine a matriz X tal que $XA = B$ e $XB = A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Gabarito

Álgebra Linear: AD1 - CEDERJ

Mauro Rincon & Márcia Fampa - 2013.2

Tutores: Cristina Lopes e Rodrigo Olimpio

1^a Questão) Solução:

a) Sejam os vetores $u = (-1, 3)$ e $v = (2, 4)$:

$u + v = (-1, 3) + (2, 4) = (-1 + 2, 3 + 4) = (1, 7)$

$u - v = (-1, 3) - (2, 4) = (-1 - 2, 3 - 4) = (-3, -1)$

$3u - 2v = 3(-1, 3) - 2(2, 4) = (-3, 9) - (4, 8) = (-3 - 4, 9 - 8) = (-7, 1)$

b) Sejam os vetores $u = (0, 1, 2)$ e $v = (2, 1, -2)$:

$u + v = (0, 1, 2) + (2, 1, -2) = (0 + 2, 1 + 1, 2 + (-2)) = (2, 2, 0)$

$u - v = (0, 1, 2) - (2, 1, -2) = (0 - 2, 1 - 1, 2 - (-2)) = (-2, 0, 4)$

$3u - 2v = 3(0, 1, 2) - 2(2, 1, -2) = (0, 3, 6) - (4, 2, -4) = (0 - 4, 3 - 2, 6 - (-4)) = (-4, 1, 10)$

2^a Questão) Solução:

a) Para encontrar um vetor unitário que tenha mesma direção e sentido de u, basta dividir o vetor u pelo seu módulo:

$|u| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$.

$$\frac{u}{|u|} = \frac{(-1, -3)}{\sqrt{10}} = \left(\frac{-1}{\sqrt{10}}, \frac{-3}{\sqrt{10}}\right) = \left(\frac{-\sqrt{10}}{10}, \frac{-3\sqrt{10}}{10}\right)$$

b) O comprimento ou módulo do vetor u é dado por:

$|u| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$.

c) Para calcularmos o cosseno do ângulo entre os vetores u e v, precisaremos do módulo do vetor v:

$|v| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}.$

$$cos\theta = \frac{uv}{|u||v|} = \frac{(-1,-3).(2,1)}{\sqrt{10}\sqrt{5}} = \frac{-1.2 + (-3).1}{\sqrt{50}} = \frac{-2-3}{5\sqrt{2}} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

d) $proj_v u = \frac{uv}{||v||^2} v = \frac{(-1,-3)(2,1)}{2^2+1^2}(2,1) = \frac{-2-3}{4+1}(2,1) = \frac{-5}{5}(2,1) = -(2,1) = (-2,-1).$

e) $d(u,v) = |u - v| = \sqrt{(-1-2)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$

3^a Questão) Solução:

a) Utilizaremos o Método de Eliminação de Gauss para resolvê-lo. Considere a seguinte matriz aumentada $[A|0]$ que representa este sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$, $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$ e $L_4 \leftarrow L_4 - L_1$ temos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow 2L_3 - L_2$ e $L_4 \leftarrow 2L_4 - L_2$ temos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Considerando a matriz anterior como a matriz dos coeficientes de um sistema $Ax = 0$, podemos concluir que : Por L_4 e L_3, temos que $x_4 = 0$. Por L_2, temos que $x_2 = -x_3$. E por L_1, temos que $x_1 = -x_3$. Logo temos um vetor solução para o sistema da forma $(-x_3, -x_3, x_3, 0)$. Logo, $(-r, -r, r, 0), r \in \mathbb{R}$ gera o espaço solução do sistema.

4^a Questão) Solução:

a) Considere $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | ax + by + z = 0\}$, para $a, b, c \in \mathbb{R}$.

i) $S \neq \{\}$?

Sim, pois tomando $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, temos que $ax + by + cz = 0$.

ii) É fechado para soma?

Considere $ax_1 + by_1 + cz_1 = 0$ e $ax_2 + by_2 + cz_2 = 0$. Temos que :

$a(x_1 + x_2) + b(y_1 + y_2) + c(z_1 + z_2) = ax_1 + ax_2 + by_1 + by_2 + cz_1 + cz_2 = (ax_1 + by_1 + cz_1) + (ax_2 + by_2 + cz_2) = 0 + 0 = 0$.

Logo, é fechado para soma.

iii) É fechado para produto por escalar?

Considere $\alpha \in \mathbb{R}, (x, y, z) = (\alpha x, \alpha y, \alpha z)$. Temos que $a(\alpha x) + b(\alpha y) + c(\alpha z) = \alpha ax + \alpha by + \alpha cz = \alpha(ax + by + cz) = \alpha.0 = 0$

Logo, é fechado para produto por escalar.

b) Temos que $2x - 3y + 4z = 0 \Longrightarrow 2x = 3y - 4z \Longrightarrow x = \frac{3}{2}y - 2z$.

Logo, um vetor que gera o plano $2x-3y+4z = 0$ pode ser escrito como $\left(\frac{3}{2}y - 2z, y, z\right) = y\left(\frac{3}{2}, 1, 0\right) + z(-2, 0, 1)$. Portanto os vetores $\left(\frac{3}{2}, 1, 0\right), (-2, 0, 1)$ geram o plano $2x - 3y + 4z = 0$.

c) Vamos determinar $[p(x), q(x)]$. Considere $a, b \in \mathbb{R}$:

$a(x - 3x^2) + b(1 - 3x^2) = ax - 3ax^2 + b - 3bx^2 = b + ax + (-3a - 3b)x^2$.

Igualando a $r(x) = 2 - 2x + x^2$ e comparando os termos semelhantes, temos:

$2 - 2x + x^2 = b + ax + (-3a - 3b)x^2 \Longrightarrow b = 2, a = -2, -3a - 3b = 1$.

Como $a = -2, b = 2$, substituindo, temos que $-3.(-2) - 3.2 = 6 - 6 = 0$, o que contradiz a igualdade $-3a - 3b = 1$.

Logo, $r(x)$ não pertence a $[p(x), q(x)]$.

5^a Questão) Solução:

Considere a matriz com suas colunas formadas por cada um dos vetores dados. Utilizaremos o Método de Eliminação de Gauss para escalonar a matriz.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & 1 & -6 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$, $L_4 \leftarrow L_4 + L_1$ temos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & -6 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ e $L_4 \leftarrow L_4 - L_2$ temos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_4 \leftarrow 3L_4 - L_3$ temos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considerando as colunas 1,2,3 que contém os pivôs, ou seja, que contém elementos não nulos onde todos os elementos à sua esquerda naquela linha são iguais a zero, temos que os vetores das colunas 1,2,3 da matriz original formam uma base para o subespaço gerado por S: $B = \{(1,1,0,-1),(0,1,2,1),(1,0,1,-1)\}$, com dimensão 3.

b) Tome $v_1 = (1,1,0,-1)\,, v_2 = (0,1,2,1)\,, v_3 = (1,0,1,-1)$.

Vamos ortogonalizar esta base usando o método de Gram-Schmidt.

Seja $w_1 = v_1 = (1, 1, 0, -1)$.

Temos que $w_2 = v_2 - proj_{w1} v_2 = v_2 - \left(\frac{v_2 w_1}{w_1 w_1}\right) w_1$

Logo

$$w_2 = (0, 1, 2, 1) - \left(\frac{(0, 1, 2, 1)(1, 1, 0, -1)}{(1, 1, 0, -1)(1, 1, 0, -1)}\right)(1, 1, 0, -1)$$

$$= (0, 1, 2, 1) - \left(\frac{0}{3}\right)(1, 0, 1, -1) = (0, 1, 2, 1)\,.$$

$$w_3 = (1, 0, 1, -1) - \left(\frac{(1, 0, 1, -1)(0, 1, 2, 1)}{(0, 1, 2, 1)(0, 1, 2, 1)}\right)(0, 1, 2, 1) - \left(\frac{(1, 0, 1, -1)(1, 1, 0, -1)}{(1, 1, 0, -1)(1, 1, 0, -1)}\right)(1, 1, 0, -1)$$

$$= (1, 0, 1, -1) - \left(\frac{1}{6}\right)(0, 1, 2, 1) - \left(\frac{2}{3}\right)(1, 1, 0, -1) = \left(\frac{1}{3}, \frac{-5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{2}\right).$$

6^a Questão) Solução:

Sejam as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$.

i) Vamos determinar a matriz X tal que $XA = B$:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Fazendo a muliplicação das matrizes, obtemos:

$$\begin{bmatrix} a+2c & -b-c & -6a+b \\ d+2f & -e-f & -6d+e \\ g+2i & -h-i & -6g+h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Vamos agora resolver cada sistema encontrado. O primeiro sistema é dado por:

$$\begin{cases} a+2c=1 \\ -b-c=-1 \\ -6a+b=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & -1 & -1 & | & -1 \\ -6 & 1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 + 6L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & -1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 1 & 12 & | & 6 \end{bmatrix}$$

Multiplicando a segunda linha por -1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 12 & | & 6 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 11 & | & 5 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a + 2c = 1 \\ b + c = 1 \\ 11c = 5 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $c = \dfrac{5}{11}$. Substituindo na segunda linha, teremos $b + \dfrac{5}{11} = 1$, o que implica que $b = \dfrac{6}{11}$. Por último, substituindo o valor de c na primeira linha, encontramos $a + 2.\left(\dfrac{5}{11}\right) = 1$, e portanto, $a = \dfrac{1}{11}$.

O segundo sistema é dado por:

$$\begin{cases} d + 2f = 1 \\ -e - f = 1 \\ -6d + e = 4 \end{cases}$$

Sua resolução será análoga ao anterior:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & -1 & -1 & | & 1 \\ -6 & 1 & 0 & | & 4 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 + 6L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & -1 & -1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 12 & | & 10 \end{bmatrix}$$

Multiplicando a segunda linha por -1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & 1 & 12 & | & 10 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & 0 & 11 & | & 11 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} d + 2f = 1 \\ e + f = -1 \\ 11f = 11 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $f = 1$. Substituindo na segunda linha, teremos $e + 1 = -1$, o que implica que $e = -2$. Por último, substituindo o valor de f na primeira linha, encontramos $d + 2(1) = 1$, e portanto, $d = -1$.

O terceiro sistema é dado por:

$$\begin{cases} g + 2i = 0 \\ -h - i = 3 \\ -6g + h = -2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & -1 & -1 & | & 3 \\ -6 & 1 & 0 & | & -2 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 + 6L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & -1 & -1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 12 & | & -2 \end{bmatrix}$$

Multiplicando a segunda linha por -1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & -3 \\ 0 & 1 & 12 & | & -2 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & -3 \\ 0 & 0 & 11 & | & 1 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} g + 2i = 0 \\ h + i = -3 \\ 11i = 1 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $i = \dfrac{1}{11}$. Substituindo na segunda linha, teremos $h + \dfrac{1}{11} = -3$, o que implica que $h = \dfrac{-34}{11}$. Por último, substituindo o valor de i na primeira linha, encontramos $g + 2.\left(\dfrac{1}{11}\right) = 0$, e portanto, $g = \dfrac{-2}{11}$.

Assim, a matriz X é dada por:

$$X = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{6}{11} & \frac{5}{11} \\ -1 & -2 & 1 \\ \frac{-2}{11} & \frac{-34}{11} & \frac{1}{11} \end{bmatrix}$$

ii) Vamos determinar a matriz X tal que $XB = A$:

$$\begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo a muliplicação das matrizes, obtemos:

$$\begin{bmatrix} j+k & -j+k+3l & 4k-2l \\ m+n & -m+n+3o & 4n-2o \\ p+q & -p+q+3r & 4q-2r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vamos agora resolver cada sistema encontrado. O primeiro sistema é dado por:

$$\begin{cases} j+k=1 \\ -j+k+3l=0 \\ 4k-2l=-6 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ -1 & 1 & 3 & | & 0 \\ 0 & 4 & -2 & | & -6 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 2 & 3 & | & 1 \\ 0 & 4 & -2 & | & -6 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 2 & 3 & | & 1 \\ 0 & 0 & -8 & | & -8 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} j+k=1 \\ 2k+3l=1 \\ -8l=-8 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $l = 1$. Substituindo na segunda linha, teremos $2k + 3(1) = 1$, e portanto, $k = -1$. Por último, substituindo o valor de k na primeira linha, encontramos $j-1=1$, o que implica que $j=2$.

O segundo sistema é dado por:

$$\begin{cases} m+n=0 \\ -m+n+3o=-1 \\ 4n-2o=1 \end{cases}$$

Sua resolução será análoga ao anterior:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ -1 & 1 & 3 & | & -1 \\ 0 & 4 & -2 & | & 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 2 & 3 & | & -1 \\ 0 & 4 & -2 & | & 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 2 & 3 & | & -1 \\ 0 & 0 & -8 & | & 3 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} m+n=0 \\ 2n+3o=-1 \\ -8o=3 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $o = \dfrac{-3}{8}$. Substituindo na segunda linha, teremos $2n+3\left(\dfrac{-3}{8}\right) = -1$, e portanto, $n = \dfrac{1}{16}$. Por último, substituindo o valor de n na primeira linha, encontramos $m + \frac{1}{16} = 0$, o que implica que $m = \frac{-1}{16}$.

O terceiro sistema é dado por:

$$\begin{cases} p + q = 2 \\ -p + q + 3r = -1 \\ 4q - 2r = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 2 \\ -1 & 1 & 3 & | & -1 \\ 0 & 4 & -2 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 2 & 3 & | & 1 \\ 0 & 4 & -2 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 2 & 3 & | & 1 \\ 0 & 0 & -8 & | & -2 \end{bmatrix}$$

Obtemos assim, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} p + q = 2 \\ 2q + 3r = 1 \\ -8r = -2 \end{cases}$$

Da terceira linha, temos que $r = \frac{1}{4}$. Substituindo na segunda linha, teremos $2q + 3\left(\frac{1}{4}\right) = 1$, e portanto, $q = \frac{1}{8}$. Por último, substituindo o valor de q na primeira linha, encontramos $p + \frac{1}{8} = 2$, o que implica que $p = \frac{15}{8}$.

Assim, a matriz X é dada por:

$$X = \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ \dfrac{-1}{16} & \dfrac{1}{16} & \dfrac{-3}{8} \\ \dfrac{15}{8} & \dfrac{1}{8} & \dfrac{1}{4} \end{bmatrix}$$