Gabarito

Álgebra Linear: AD1 - CEDERJ

Mauro Rincon & Márcia Fampa - 2009

Tutores: Cristina Lopes e Rodrigo Olimpio

1^a Questão) Solução:

a) $|v_1| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$

$|v_2| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$|v_3| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

b) $d(v_1, v_2) = \sqrt{(2-1)^2 + (1-(-1))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}.$

$d(v_1, v_3) = \sqrt{(2-1)^2 + (0-(-1))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}.$

c) Para que dois vetores sejam ortogonais, o produto interno entre eles tem que ser zero. E para serem paralelos suas componentes têm que ser proporcionais.

$< v_1, v_2 >= 1.2 + [(-1).1] + 0.1 = 2 - 1 = 1 \Longrightarrow$ Não são ortogonais

$\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{0}{1} \Longrightarrow v_1, v_2$ não são paralelos

$< v_1, v_3 >= 1.2 + [(-1).0] + 0.1 = 2 \Longrightarrow$ Não são ortogonais

$\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{0} \neq \frac{0}{1} \Longrightarrow v_1, v_3$ não são paralelos

$< v_2, v_3 >= 2.2 + (1.0) + 1.1 = 4 + 1 = 5 \Longrightarrow$ Não são ortogonais

$\frac{2}{2} \neq \frac{1}{0} \neq \frac{1}{1} \Longrightarrow v_2, v_3$ não são paralelos

d)

$cos(\theta) = \frac{v_1 v_2}{|v_1||v_2|}$

$cos(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{6}} \Longrightarrow \theta = arccos\frac{1}{\sqrt{12}} = arccos\frac{\sqrt{12}}{12} = arccos\frac{2\sqrt{3}}{12} = arccos\frac{\sqrt{3}}{6}$

$cos(\beta) = \frac{v_1 v_3}{|v_1||v_3|}$

$cos(\beta) = \frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \Longrightarrow \beta = arccos\frac{2}{\sqrt{10}} = arccos\frac{2\sqrt{10}}{10} = arccos\frac{\sqrt{10}}{5}$

$cos(\gamma) = \frac{v_2 v_3}{|v_2||v_3|}$

$cos(\gamma) = \frac{5}{\sqrt{6}\sqrt{5}} \Longrightarrow \gamma = arccos\frac{5}{\sqrt{30}} = arccos\frac{\sqrt{30}}{6}$

e) Inicialmente, vamos mostrar que os vetores $(1,-1,0)$, $(2,1,1)$ e $(2,0,1)$ são linearmente independentes.

Sejam $a,b,c \in \mathbb{R}$.

$$a(1,-1,0)+b(2,1,1)+c(2,0,1)=(0,0,0)$$

Assim temos:

$$\begin{cases} a+2b+2c=0 \\ -a+b=0 \\ b+c=0 \end{cases}$$

Por L_3, $b=-c$ Substituindo em L_2 temos que :

$-a-c=0 \Longrightarrow a=-c$

Substituindo b e a em L_1 temos que $-c-2c+2c=0 \Longrightarrow c=0$. Consequentemente, $a=0$ e $b=0$. Logo os vetores são LI's.

Temos que mostrar então, que os vetores geram $\mathbb{R}^3$.

Agora seja,

$$a(1,-1,0)+b(2,1,1)+c(2,0,1)=(a+2b+2c,-a+b,b+c)=(x,y,z).$$

Assim, temos:

$$\begin{cases} a+2b+2c=x \\ -a+b=y \\ b+c=z \end{cases}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow 2L_2-L_1$ e $L_3 \leftarrow 2L_3-L_1$ temos

$$\begin{cases} a+2b+2c=x \\ -3a-2c=-x+2y \\ -a=2z-x \end{cases}$$

Por L_3, $-a=2z-x$ Substituindo em L_2 temos que :

$6z-3x-2c=-x+2y \Longrightarrow c=-x-y+3z$

Substituindo a e c em L_1 temos que $-2z+x+2b-2x-2y+6z=x \Longrightarrow b=x+y-2z$.

Logo, o sistema tem solução, ou seja, os vetores de B geram $\mathbb{R}^3$.

f) Vamos ortogonalizar esta base usando o método de Gram-Schmidt.

Seja $w_1 = v_1 = (1, -1, 0)$.

Temos que $w_2 = v_2 - \left(\frac{v_2 w_1}{w_1 w_1}\right) w_1$

Logo

$$w_2 = (2,1,1) - \left(\frac{(2,1,1)(1,-1,0)}{(1,-1,0)(1,-1,0)}\right)(1,-1,0)$$

$$= (2,1,1) - \left(\frac{1}{2}(1,-1,0)\right) =$$

$$= (2,1,1) - \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 0\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right)$$

Temos também que $w_3 = v_3 - \left(\frac{v_3 w_2}{w_2 w_2}\right) w_2 - \left(\frac{v_3 w_1}{w_1 w_1}\right) w_1$

Logo

$$w_3 = (2,0,1) - \left(\frac{(2,0,1)(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1)}{(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1)(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1)}\right)\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right) - \left(\frac{(2,0,1)(1,-1,0)}{(1,-1,0)(1,-1,0)}\right)(1,-1,0)$$

$$= (2,0,1) - \frac{16}{22}\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right) - (+1)(1,-1,0) =$$

$$= (2,0,1) - \left(\frac{48}{44}, \frac{48}{44}, \frac{16}{22}\right) - (1,-1,0) = \left(\frac{40}{44}, \frac{-48}{44}, \frac{6}{22}\right) - (1,-1,0) =$$

$$= \left(\frac{-4}{44}, \frac{-4}{44}, \frac{6}{22}\right) = \left(\frac{-1}{11}, \frac{-1}{11}, \frac{3}{11}\right)$$

Assim, temos que a base ortogonal é $\left\{(1,-1,0), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right), \left(\frac{-1}{11}, \frac{-1}{11}, \frac{3}{11}\right)\right\}$.

g)

$||w_1|| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$

$||w_2|| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{22}}{2}$

$||w_3|| = \sqrt{\left(\frac{-1}{11}\right)^2 + \left(\frac{-1}{11}\right)^2 + \left(\frac{3}{11}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{121} + \frac{1}{121} + \frac{9}{121}} = \sqrt{\frac{11}{121}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$

Logo, basta dividirmos os vetores da base ortogonal pelas suas respectivas normas.

Assim temos a base ortonormal:

$$\left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}(1,-1,0)\, , \frac{\sqrt{22}}{11}\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right), \sqrt{11}\left(\frac{-1}{11}, \frac{-1}{11}, \frac{3}{11}\right)\right\} =$$

$$\left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}, 0\right), \left(\frac{3\sqrt{22}}{22}, \frac{3\sqrt{22}}{22}, \frac{\sqrt{22}}{11}\right), \left(\frac{-\sqrt{11}}{11}, \frac{-\sqrt{11}}{11}, \frac{3\sqrt{11}}{11}\right)\right\}$$

h)

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$a(1,-1,0) + b(2,1,1) + c(3,3,2) = (0,0,0)$$

Assim, temos:

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 0 \\ -a + b + 3c = 0 \\ b + 2c = 0 \end{cases}$$

Fazendo $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ temos

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 0 \\ 3b + 6c = 0 \\ b + 2c = 0 \end{cases}$$

Fazendo $L_3 \leftarrow 3L_3 - L_2$ temos

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 0 \\ 3b + 6c = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Assim, temos que o sistema é possível e indeterminado. Pela segunda linha, temos que $b = -2c$. Fazendo $c = \alpha \in \mathbb{R}$, temos que $b = -2\alpha$ e $a = \alpha$, e a solução do sistema é dada por $S = \{(\alpha, -2\alpha, \alpha)\ ,\ \alpha \in \mathbb{R}\}$. Logo $\hat{B}$ é L.D..

i) Sejam $a, b \in \mathbb{R}$

$$a(1,-1,0) + b(2,1,1) = (-5,-1,-2)$$

Assim, temos:

$$\begin{cases} a + 2b = -5 \\ -a + b = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Por L_3, temos que $b = -2$. Substituindo em L_2, temos que $a = -1$. Logo o vetor $(-5,-1,-2)$ pode ser escrito como combinação linear de v_1 e v_2.

j) Sejam $a, b \in \mathbb{R}$

$$a(1,-1,0) + b(2,1,1) = (x,y,z)$$

Assim, temos:

$$\begin{cases} a + 2b = x \\ -a + b = y \\ b = z \end{cases}$$

Por L_3, temos que $b = z$. Substituindo em L_2, temos que $a = z - y$. Assim, substituindo a e b em L_1,temos que $x = 3z - y$. Logo, o espaço gerado por v_1 e v_2 é $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x = 3z - y\}$.

2^a Questão) Solução:

a) Seja $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + 3y = z\}, ie, x = -3y + z$.

S é subespaço? (0, 0, 0) pertence à S, basta tomar $x = y = 0$.

E as duas condições abaixo são satisfeitas:

i) Se $(x_1, x_2, x_3), (x_4, x_5, x_6)$ são elementos de S $\Rightarrow$ $x_1 = -3x_2 + x_3$, e além disso, $x_4 = -3x_5 + x_6 \Rightarrow (x_1, x_2, x_3) + (x_4, x_5, x_6) = (-3x_2 + x_3 - 3x_5 + x_6, x_2 + x_5, x_3 + x_6) = (-3(x_2 + x_5) + x_3 + x_6, x_2 + x_5, x_3 + x_6) \Rightarrow$ é um elemento de S.

ii) Se (x_1, x_2, x_3) é um elemento de S e α um escalar, $x_1 = -3x_2 + x_3 \Rightarrow \alpha(x_1, x_2, x_3) = \alpha(-3x_2 + x_3, x_2, x_3) \Rightarrow (\alpha(-3x_2 + x_3), \alpha x_2, \alpha x_3) \Rightarrow (-3(\alpha x_2 + \alpha x_3), \alpha x_2, \alpha x_3)$ é um elemento de S.

Logo S é subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

Vamos encontrar uma base para S.

$(-3y + z, y, z) = y(-3, 1, 0) + z(1, 0, 1)$.

E estes vetores são claramente Li's. Logo $\{(-3, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ é base para S com dimensão 2.

b) Vamos ortogonalizar a base encontrada usando o método de Gram-Schmidt.

Seja $w_1 = v_1 = (-3, 1, 0)$.

Temos que $w_2 = v_2 - \left(\dfrac{v_2 w_1}{w_1 w_1}\right) w_1$

Logo

$$w_2 = (1, 0, 1) - \left(\frac{(1, 0, 1)(-3, 1, 0)}{(-3, 1, 0)(-3, 1, 0)}\right)(-3, 1, 0)$$

$$= (1, 0, 1) - \left(\frac{-3}{10}(-3, 1, 0)\right) =$$

$$= (1, 0, 1) - \left(\frac{9}{10}, \frac{-3}{10}, 0\right) = \left(\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, 1\right)$$

Calculando as normas dos vetores temos:

$|(-3, 1, 0)| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{10}$

$|(\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, 1)| = \sqrt{(\frac{1}{10})^2 + (\frac{3}{10})^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{110}}{10}$

Dividindo os vetores da base pelas respectivas normas chegamos a seguinte base ortonormal:

$\left\{\left(\dfrac{-3\sqrt{10}}{10}, \dfrac{\sqrt{10}}{10}, 0\right), \left(\dfrac{\sqrt{110}}{110}, \dfrac{3\sqrt{110}}{110}, \dfrac{\sqrt{110}}{11}\right)\right\}$.

Assim, temos que $proj_S(0, 2, 5) = \left((0, 2, 5)\left(\frac{-3\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{10}}{10}, 0\right)\right)\left(\frac{-3\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{10}}{10}, 0\right) +$

$$\left((0,2,5)\left(\frac{\sqrt{110}}{110},\frac{3\sqrt{110}}{110},\frac{\sqrt{110}}{11}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{110}}{110},\frac{3\sqrt{110}}{110},\frac{\sqrt{110}}{11}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{10}}{5}\left(\frac{-3\sqrt{10}}{10},\frac{\sqrt{10}}{10},0\right)+\frac{28\sqrt{110}}{55}\left(\frac{\sqrt{110}}{110},\frac{3\sqrt{110}}{110},\frac{\sqrt{110}}{11}\right)=$$
$$=\left(\frac{-3}{5},\frac{1}{5},0\right)+\left(\frac{28}{55},\frac{84}{55},\frac{56}{11}\right)$$
$$=\left(\frac{-1}{11},\frac{19}{11},\frac{56}{11}\right).$$

3^a Questão) Solução:

$$S=\left\{\begin{bmatrix} a & -a \\ -b & 0 \\ c & -c \end{bmatrix}\ ,\ onde\quad a,b,c\in \mathbb{R}\right\}$$

S é subespaço. S não é vazio: $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ pertence à S, se tomarmos $a=b=c=0$.

E as duas condições abaixo são satisfeitas:

i) Seja $M_1=\begin{bmatrix} a_1 & -a_1 \\ -b_1 & 0 \\ c_1 & -c_1 \end{bmatrix}\in S$ e $M_2=\begin{bmatrix} a_2 & -a_2 \\ -b_2 & 0 \\ c_2 & -c_2 \end{bmatrix}\in S$, onde $a_1,a_2,b_1,b_2,c_1,c_2\in\mathbb{R}$.

Então:

$$M_1+M_2=\begin{bmatrix} a_1+a_2 & -a_1-a_2 \\ -b_1-b_2 & 0+0 \\ c_1+c_2 & -c_1-c_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_1+a_2 & -(a_1+a_2) \\ -(b_1+b_2) & 0 \\ c_1+c_2 & -(c_1+c_2) \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} a_3 & -a_3 \\ -b_3 & 0 \\ c_3 & -c_3 \end{bmatrix}\in S\ ,\ \text{onde } a_3=a_1+a_2\ ,\ b_3=b_1+b_2\ ,\ c_3=c_1+c_2\quad (a_3,b_3,c_3\in\mathbb{R}).$$

ii) Seja $\alpha\in\mathbb{R}$ e $M=\begin{bmatrix} a & -a \\ -b & 0 \\ c & -c \end{bmatrix}\in S\ ,\ a,b,c\in\mathbb{R}$.

$$\alpha M = \begin{bmatrix} \alpha a & -\alpha a \\ -\alpha b & \alpha 0 \\ \alpha c & -\alpha c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & -d \\ -e & 0 \\ f & -f \end{bmatrix} \in S \ , \ onde \quad d = \alpha a, e = \alpha b, f = \alpha c.$$

4^a Questão) Solução:

Considere o sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases} \tag{1}$$

a) Método de Gauss-Jordan

O sistema linear acima pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

1^a Etapa) Formaremos a matriz aumentada $[A|b]$. A matriz aumentada é dada por:

$$[A|b] = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & | & 1 \\ 3 & -2 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 2 & | & 5 \end{bmatrix}$$

2^a Etapa) Transformaremos a matriz aumentada à sua forma escada reduzida por linhas, usando operações elementares em suas linhas.

$$[A|b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \end{array}\right]$$

Trocando a primeira e a terceira linhas, obtemos:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Fazendo $L_2 \leftrightarrow L_2 - 3L_1$, $L_3 \leftrightarrow L_3 - 2L_1$, obtemos

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -8 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \end{array}\right]$$

Multiplicando L_2 por $-1/8$, encontramos

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 7/8 & 13/8 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \end{array}\right]$$

Multiplicando L_3 por $-1/3$, encontramos

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & | & 5 \\ 0 & 1 & 7/8 & | & 13/8 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_1 \leftrightarrow L_1 - 2L_2$, obtemos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/4 & | & 7/4 \\ 0 & 1 & 7/8 & | & 13/8 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix}$$

E finalmente, fazendo $L_1 \leftrightarrow L_1 - \frac{1}{4}L_3$, $L_2 \leftrightarrow L_2 - \frac{7}{8}L_3$, obtemos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix} \tag{2}$$

O sistema linear correspondente à matriz (2) na forma escada reduzida por linhas é dado por:

$$\begin{cases} x_1 + 0x_2 + 0x_3 & = & 1 \\ 0x_1 + x_2 + 0x_3 & = & -1 \\ 0x_1 + 0x_2 + x_3 & = 3 \end{cases} \tag{3}$$

e tem exatamente as mesmas soluções do sistema original (1).

3^a Etapa) Resolver o sistema linear obtido na Etapa 2.

Assim, temos:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ \\ x_2 = -1 \\ \\ x_3 = 3 \end{cases} \tag{4}$$

que é a solução do sistema linear dado (1).

b) Trocando o termo independente temos:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Trocando a primeira e a terceira linhas temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1/2 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo $L_2 \leftrightarrow L_2 - 3L_1$, $L_3 \leftrightarrow L_3 - 2L_1$, obtemos

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & | & 1/2 \\ 0 & -8 & -7 & | & 1/2 \\ 0 & 0 & -3 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicando L_3 por $-1/3$, encontramos

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 2 & | & 1/2 \\ 0 & -8 & -7 & | & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{array}\right]$$

Multiplicando L_2 por $-1/8$, encontramos

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 2 & | & 1/2 \\ 0 & 1 & 7/8 & | & -1/16 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{array}\right]$$

Fazendo $L_1 \leftrightarrow L_1 - 2L_2$, obtemos

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 1/4 & | & 5/8 \\ 0 & 1 & 7/8 & | & -1/16 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{array}\right]$$

Fazendo $L_1 \leftrightarrow L_1 - \frac{1}{4}L_3$, $L_2 \leftrightarrow L_2 - \frac{7}{8}L_3$, obtemos

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & | & 5/8 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1/16 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{array}\right]$$

Então obtemos a seguinte solução:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{5}{8} \\ \\ x_2 = -\dfrac{1}{16} \\ \\ x_3 = 0 \end{cases} \tag{5}$$

Logo, quando substituimos somente a terceira componente do vetor dos termos independentes, podemos afirmar que o sistema continua possível e determinado, com $S = \{(\frac{5}{8}, \frac{-1}{16}, 0)\}$.

5^a Questão) Solução:

a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -6 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -2 \\ 9 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2B = 2. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = A^T - 2B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -2 \\ 9 & 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -6 \\ 11 & -6 & 3 \end{bmatrix}$$

b)

$$C = A.B = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -6 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 35 & 11 \\ -8 & 14 & -10 \\ -7 & 22 & 1 \end{bmatrix}$$

c)

$$C = B.A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -6 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 17 \\ -27 & 4 \end{bmatrix}$$

OBS: Note que $A.B \neq B.A$.