Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Álgebra Linear
AD2 - Segundo Semestre de 2019
Professores: Márcia Fampa & Mauro Rincon

Nome -
Assinatura -

1.(1.0) Determine as condições necessárias entre os elementos $\{a, b, c\}$ para que o sistema tenha solução.

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 = a \\ -x_1 + x_2 = b \\ 2x_1 - 2x_2 = c \end{cases}$$

2.(3.0) Seja $k \in I\!R$ e a matriz A dada por:

$$A = \begin{bmatrix} k & 1 & -1 \\ -k & 1 & 2 \\ -2 & -2k & (k-2) \end{bmatrix};$$

a.(1.0) Calcule o determinante da matriz dos coeficientes, usando a expansão de Cofatores(Fórmula de Laplace).

b.(1.0) Determine os valores de k para os quais a matriz A é invertível.

c.(1.0) Considere o vetor dos termos independentes $b = (1, 0, -1)$ e $k = 1$. Determine a solução do sistema linear $Ax = b$, usando o método de eliminação de Gauss com pivoteamento.

3.(2.0) Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear, definida por

$$T(x, y, z) = (x - y - z, y + z, x + 2y).$$

(a) Determine o núcleo e a imagem de T

(b) Qual é a dimensão do núcleo e da imagem de T

4.(1.0) Seja A uma matriz quadrada. Mostre que $(AA^T)$ é uma matriz simétrica.

5.(1.0) Sejam A e B matrizes quadradas de mesma ordem. Mostre que em geral, não vale a igualdade: $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.(Sugestão: Dê um contra-exemplo)

6.(1.0) Determine os autovalores e os autovetores do operador linear:

$$T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

definido por

$$T(x, y) = (x - y, 3x + y).$$

7.(1.0) Verifique se o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definido por

$$T(1, 1, 1) = (1, 0, 0); \quad T(-2, 1, 0) = (0, -1, 0), \quad T(-1, -3, -2) = (0, 1, -1)$$

é invertível e, em caso afirmativo, determine $T^{-1}(x, y, z)$.