Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Álgebra Linear - Profs Mauro Rincon & Marcia Fampa
AD2 (Segunda Avaliação a Distância) - Primeiro Semestre de 2019

Nome -
Assinatura -

1.(3.0) Resolva, se possível, os sistemas lineares Ax=b, pelos métodos Gauss-Jordan ou eliminação de Gauss:

a.(1.0)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 8 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \\ -2x_1 + 4x_2 = 5 \\ x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases}$$

b.(1.0)

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 12 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 15 \end{cases}$$

c.(1.0)

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

2.(1.0) Considere a matriz A dos coeficientes do sistema linear do item c da primeira questão.

(a) Calcule o determinante da matriz $Det(A)$ usando a transformada de Laplace.

(b) Calcule, se existir, a Inversa de A.

3.(2.5) Seja $T : V \rightarrow W$ uma transformação linear, onde V e W são espaços vetoriais com dimensão dada, respectivamente ,$dim(V) = 2$; $dim(W) = 3$. Considere a base $A = \{v_1, v_2\}$ de V e a base $B = \{w_1, w_2, w_3\}$. Sabemos que todo vetor $v \in V$ poder ser escrito na forma: $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2$, onde (α_1, α_2) são constantes. A imagem de $T(v) \in W$ é dada por

$$T(v) = \beta_1 w_1 + \beta_2 w_2 + \beta_3 w_3 \tag{1}$$

, com $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$, constantes. Como T é uma transformação Linear então por outro lado, podemos escrever:

$$T(v) = T(\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) = \alpha_1 T(v_1) + \alpha_2 T(v_2) \tag{2}$$

Novamente, sendo $T(v_1) \in W$ e $T(v_2) \in W$, podemos escrever a combinação linear com respeito a base B;

$$\begin{cases} T(v_1) = a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + a_{31}w_3 \\ T(v_2) = a_{12}w_1 + a_{22}w_2 + a_{13}w_3 \end{cases} \tag{3}$$

Substituindo (2) em (3) e igualando com (1) obtemos o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow [T(v)]_B = [T]_B^A \; [v]_A \tag{4}$$

sendo $[T]_B^A$ a matriz de T em relação as bases A e B.

a.(1.0) Seja a transformação linear $T : I\!R^3 \to I\!R^2$, dada por $T(x, y, x) = (x - 2z;\ -x - 2y + z)$. Consideremos as bases $A = \{v_1, v_2, v_3\}$, com $v_1 = (1, 1, 1),\ v_2 = (0, 1, 1),\ v_3 = (0, 0, 1)$ e a base $B = \{w_1, w_2\}$, sendo $w_1 = (1, 1),\ w_2 = (2, 3)$. Determine a matriz $[T]_A^B$

b.(0.5) Se $v = (1, -4, -2)$, calcule $T(v)_B$ utilizando a matriz encontrada.

c.(1.0) Consideremos os dados anteriores, substituindo as bases A e B pelas bases canônicas, dadas por $A = \{(1, 1, 1); (0, 1, 1); (0, 0, 1)\}$ e $B = \{(1, 0); (0, 1)\}$. Determine a matriz $[T]_A^B$ (matriz é chamada canônica e denotada por T)

4.(3.5) Seja a transformação linear $T : I\!R^3 \to I\!R^3$;

$T(x, y, z) = (x - 2z;\ -x - 2y;\ x - y + 2z)$

a.(1.0) Determinar o núcleo, uma base para esse subespaço e sua dimensão. T é injetora? Justifique!

b.(1.0) Determinar a imagem, uma base para esse subespaço e sua dimensão. T é sobrejetora. Justifique

c.(1.0) Determine, se existirem, os autovalores reais de T.

d.(0.5) Determine os autovetores associados aos autovalores reais.