

**Nome –**

**Assinatura –**

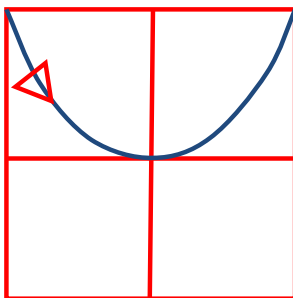
---

Observações:

- i) Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
  - ii) Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
  - iii) Você pode usar lápis para responder as questões.
  - iv) Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
  - v) Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.
- 

Na última página encontra-se a folha de respostas. Preencha corretamente e sem rasuras. Todas as questões tem o mesmo peso.

1) Em um jogo de celular, uma nave descreve uma trajetória parabólica que vai do canto superior esquerdo passa pelo centro da tela e termina no canto superior direito. Para simplificar, considere que a tela seja um quadrado com canto **inferior direito** igual a  $(-1.0, -1.0)$  e **superior direito**  $(1.0, 1.0)$ . Considerando que a cada instante de tempo  $t$ , a trajetória da nave deve ser atualizada, isto é, a cada frame, descreva um modo de definir os pontos que correspondem a trajetória da nave no tempo. (2.0 pontos)



**No enunciado as coordenadas dos cantos foram trocadas.**

Para resolver o problema basta primeiramente definir de forma paramétrica a parábola em função do tempo  $t$ . Deste modo, iremos descrever uma função que descreve como a partícula se move conforme o tempo varia. Uma parábola padrão, que passa pela origem, é expressa parametricamente como  $f(t) = (t, t^2)$ .

Em um dado instante de tempo  $T$ , durante o jogo, quando a nave aparece, fazemos o tempo inicial de avaliação da trajetória ser  $t_i = 0$  e o tempo final ser igual a  $t_f = 2.0$ . Deste modo para obtermos os pares de coordenadas  $(x, y)$  sobre a parábola desejada usamos a função  $f(t) = (t-1.0, (t-1.0)^2)$ . Avaliamos a função em cada instante de tempo  $t_0 + \Delta t^k$ , onde  $\Delta t^k$  é a quantidade de tempo decorrida desde o início da avaliação até o *frame* de número  $k$ , após o início do movimento da nave.

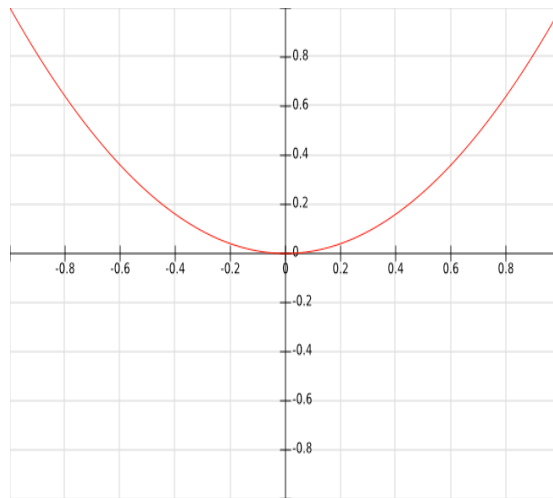


Gráfico gerado com a ferramenta Fooplot em <http://fooplot.com>

Obs: É possível alinhar a figura da nave com a trajetória usando o vetor tangente da parábola para determinar a matriz de rotação necessária para rotacionar a figura. Este processo não está no escopo desta questão.

## 2) Defina uma triangulação (2.0 pontos)

Uma triangulação é uma coleção de triângulos  $T$  tal que a interseção de dois triângulos  $T_i$  e  $T_j$ ,  $i \neq j$ , que satisfazem:

- $T_i \cap T_j = \emptyset$ .
- $T_i \cap T_j$  é vértice.
- $T_i \cap T_j$  é uma aresta e adjacente aos dois triângulos.

Nenhum outro tipo de elemento pode estar na interseção de dois triângulo de  $T$ .

## 3) Compare duas estruturas de dados para representar malhas (2.0 pontos)

Duas estruturas muito simples para representação de malhas são a **lista de faces (ou codificação explícit)** e a **lista de faces-vértices-arestas**.

Na **lista de faces (codificação explícita)**, apenas são enumeradas as faces da malha e para cada face são listadas as coordenadas explícitas dos seus vértices. Isto faz com que a representação sofra problemas de redundância, possa ter problemas de inconsistência numérica, visto que as coordenadas de um mesmo vértice são replicadas e podem sofrer diferentes operações e acúmulo de erro numérico distintos. Além disso, o desenho das arestas é duplicado no processo de renderização das mesmas.

Na **lista de faces-vértices-arestas**, são criadas três listas distintas: uma *lista de faces*, uma *lista de arestas* e uma *lista de vértices*. A *lista de faces* enumera todas as faces, porém, para cada face são descritos somente os índices das arestas que a determinam; índices de onde as arestas se encontram na *lista de arestas*. A *lista de arestas* contém cada uma das arestas da malha, onde para cada aresta são armazenados os índices, na *lista de vértices*, dos dois vértices nos quais ela incide. Finalmente, a *lista de vértices* armazena as coordenadas de todos os vértices da malha. Este tipo de estrutura acaba com o problema de redundância e inconsistência numérica que ocorre na

representação usando somente a lista de faces explícita. Ela é a base para construção de estruturas topológicas mais complexas, que armazenam outras informações de adjacência como a Winged-edge, Half-edge, Radial-edge, etc.

4) Que tipo de objeto gráfico é adequado para descrever estruturas internas de um dado de medicina, capaz de permitir a análise de estruturas internas, como nódulos e cistos (2.0).

A representação mais adequada é por objetos espaciais tridimensionais, mais comumente, representações volumétricas uniformes, onde os elementos são voxels. É também comum em representações mais simples, usar imagens que são fatias, (um subconjunto) da estrutura tridimensional, neste caso os objetos gráficos são planares e bidimensionais.

5) Descreva as vantagens e desvantagens de se utilizar um modelo baseado em *voxels* (decomposição espacial) para descrever um sólido (2.0 pontos).

As vantagens estão na regularidade da estrutura, que pode ser descrita computacionalmente como uma matriz. Cada elemento é identificado então com índices  $i,j,k$ , tornando fácil sua manipulação. Como tem estrutura matricial, praticamente todas as operações feitas sobre imagens como, aplicação de filtros, métodos de segmentação, e outros, podem ser facilmente estendidas para o dado volumétrico. O cálculo de medidas geométricas como volume, área de regiões também é facilitado pela natureza discreta.

Como desvantagens podemos destacar a necessidade de resolução alta para descrição de estruturas e detalhes finos, o que leva a uma necessidade de espaço de armazenamento considerável. Isto faz com que a complexidade de alguns algoritmos cresça consideravelmente, uma vez que o número de voxels utilizados para descrever o objeto cresce rapidamente conforme a resolução utilizada. Por fim, como toda representação discreta, existe o problema de *aliasing* na representação.