Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Computação Gráfica
AD1 - 2° semestre de 2007.

1) Descreva as quatro principais sub-áreas da Computação Gráfica. Cite exemplos de problemas que são estudados por cada uma delas (1.0 ponto).

As principais sub-áreas são:

- *Síntese de imagens – Trata da geração de imagens a partir de um conjunto de dados e modelos. Os principais problemas estudados estão relacionados à produção de imagens realistas e visualização de dados, fenômenos e processos, em muitos casos de forma interativa e, até mesmo, em tempo real. A síntese de imagens se propõe a investigar diversos métodos, algoritmos e esquemas de representação e manipulação dos dados, de forma a solucionar tais problemas de modo eficiente e econômico. Nos estágios iniciais, a síntese de imagens introduziu os principais modelos e técnicas para geração de imagens 3D em dispositivos* ***raster,*** *tais como, estruturas de dados para representação de objetos gráficos 2D e 3D, projeções e modelos de câmera, algoritmos para rasterização de polígonos e recorte, remoção de superfícies escondidas e iluminação direta, técnicas para interação e geração de curvas e superfícies. Em uma fase posterior, algoritmos de iluminação mais sofisticados como Raytracing e Radiosidade e técnicas de mapeamento de textura foram propostos. Atualmente são investigadas técnicas capazes de gerar imagens cada vez mais realistas, utilizando modelos sofisticados com o auxílio do avanço tecnológico das placas e processadores gráficos, assim como dos dispositivos de captura e visualização. A Síntese de Imagens tem grande aplicação na indústria, nas engenharias, nas diversas áreas da ciência, arquitetura, indústria do entretenimento, medicina e etc.*

- *Processamento de imagens – É a sub-área responsável pelo estudar técnicas para representar, manipular e realizar operações sobre imagens digitais. Ao processar uma imagem digital as técnicas de processamento de imagens produzem uma outra imagem onde determinadas características são realçadas ou modificadas de forma a facilitar a realização de diferentes processos que utilizam as informações codificadas nas imagens. Cita-se como exemplo a aplicação de filtros para remover ou minimizar ruídos em uma imagem digitalizada por um scanner. A sub-área de processamento de imagens considera imagens, em muitos casos, como um tipo particular de sinal, havendo desta forma uma considerável interseção com a área de processamento de sinais. Problemas comumente tratados pela área são os problemas de realce de características de imagens, segmentação, transformações geométricas aplicadas a imagens, composição, além de técnicas para armazenamento e transmissão. A área de processamento de imagens possui inúmeras aplicações, como nos próprios processos de síntese de imagens, na ciência dos materiais, astronomia, geografia, microscopia, aerofotogrametria e etc.*

- *Analise de imagem – Trata da aquisição de informação a partir de uma imagem digital, aquisição esta muita das vezes baseada em reconhecimento de padrões e nas características dos sistemas de formação de imagens. Temos como exemplos de aplicações a identificação de placas de automóveis, a identificação de áreas desmatadas, detecção de tumores em dados médicos, calibração automática de câmeras, determinação da estrutura tridimensional de objetos a partir de imagens e outras.*

- *Modelagem – A modelagem, tipicamente denominada modelagem geométrica lida com problemas que envolvem a representação, geração e manipulação de formas como curvas, superfícies e sólidos em sistemas computacionais. Problemas normalmente estudados envolvem representação de formas por subdivisão, representações por multiresolução, simplificação de malhas, modelagem a partir de imagens e etc. As técnicas provenientes da área de modelagem têm inúmeras aplicações na indústria, em problemas de física e matemática, engenharias, projeto e manufatura auxiliados por computador (CAD e CAM, respectivamente) e etc.*

2) Descreva alguns dos principais dispositivos de entrada e de saída utilizados em Computação Gráfica (0.5 ponto).

Os dispositivos de entrada e saída são responsáveis pela interação entre o usuário, no sentido amplo, e a maquina. Os dispositivos de entrada são os de captação de informações gráficas e os dispositivos de saída são os responsáveis pela visualização dos dados.

Tratando-se de dispositivos de entrada e saída gráficos, estes estão relacionados com o formato dos dados com que trabalham. Dois são estes formatos: raster ou matricial e vetorial.

Os dispositivos do tipo raster ou matriciais, representam os dados a partir de uma matriz MxNxC. Esta matriz é vista de forma tri-dimensional onde M representa o número de colunas, N o número de linhas e C representa a cor, cada posição da matriz é um pixel da imagem e seu conteúdo é representado por C. Exemplos de dispositivos matriciais de entrada são: scanners e a máquinas fotográficas digitais. Como exemplos de dispositivos matriciais de saída temos o monitor CRT ou LCD e as impressoras.

O segundo formato representa a imagem de forma vetorial; as informações são armazenadas na forma de coordenadas de um espaço vetorial. Exemplos de dispositivos de entrada vetoriais são: light pen, tablet, touch pannel, 3D-digitizer e os mais comuns e conhecidos de todos: o mouse e o joystick, os quais possuem um sistema de coordenadas absolutas. Os dispositivos de saída vetorial são os que produzem imagens traçando segmentos de retas e curvas descritas por coordenadas de seus pontos iniciais e finais. Exemplos desses dispositivos são: display caligráfico, display de armazenamento e os traçadores.

3) Defina o conceito de *Objeto Gráfico*. Como os objetos gráficos podem ser categorizados? Utilize exemplos para descrever os diferentes tipos de objetos gráficos (1.0 ponto).

O conceito matemático diz que um objeto gráfico é um subconjunto $S \subset R^m$ *associado a uma função de atributos* $f\!:\!R^n \rightarrow R^m$*. O subconjunto S define o suporte geométrico do objeto gráfico O.*

Objetos gráficos são classificados em objetos gráficos planares ou espaciais. A dimensão de um objeto gráfico é dada pela dimensão do suporte geométrico. Curvas são objetos unidimensionais, regiões e superfícies são exemplos de objetos bidimensionais, enquanto que volumes e sólidos são exemplos de objetos tridimensionais.

Objetos gráficos podem ser também ser categorizados em objetos planares ou espaciais. Objetos planares são aqueles que moram em um espaço bidimensional. Exemplos de objetos planares são as regiões e curvas no plano. Objetos espaciais são aqueles em que o espaço ambiente, onde eles estão imersos, possuem dimensão maior ou igual a 3. Exemplos são as curvas no espaço, superfícies e sólidos.

4) Descreva um método para gerar uma aproximação poligonal de uma elipse. Suponha que a elipse esteja representada através da equação paramétrica. (1.0 ponto):

$$f(u) = \begin{cases} x(u) = 2\,sen(u) \\ y(u) = 3\,sen(u) \end{cases}$$
$$0 \le u \le 2\pi$$

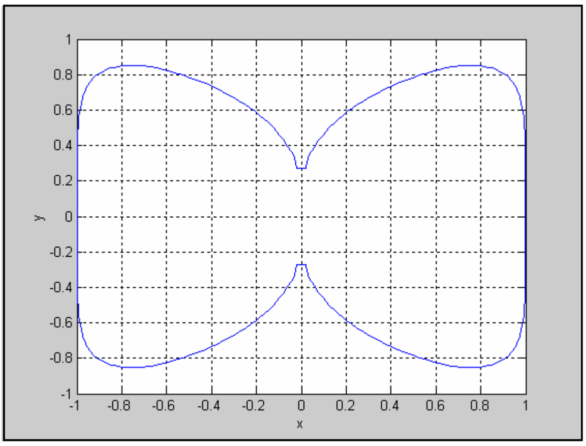
Solução:

Determinar um conjunto finito formado por ***n+1*** *amostras da curva através da aplicação da função paramétrica sobre* ***n+1*** *pontos, no intervalo de parâmetros determinados através de uma partição uniforme. O* ***n+1****-ésimo ponto tem as mesmas coordenadas do primeiro ponto (na posição 0) da seqüência, de forma a gerar uma curva fechada. Em seguida, desenhar cada segmento conectando amostras consecutivas segundo a ordem determinada pela ordem na partição uniforme.*

```
Algoritmo
        Δu=2π/ n
        Para i=0 ate n faça
                Poligonal[i].x = 2*sen(i*Δu)
                Poligonal[i].y = 3*sen(i*Δu)
        Fim-para

        Para i=0 até n-1 faça
                DesenhaLinha(Poligonal[i],Poligonal[i+1])
        Fim-Para
Fim-Algoritmo
```

5) Considere a curva dada pela equação $f(x,y) = x^6+y^6-x^2$. Classifique cada ponto da lista L = {(0.4,0.6),(0.0,1.0),(-0.2,0.0),(0.8,0.3) } como *interior* ou *exterior*. Descreva o método utilizado para classificar os pontos (0.5 ponto).



Solução:

A curva é descrita em forma implícita, logo, basta aplicar a equação sobre as coordenadas de cada um dos pontos e verificar o sinal do resultado. Se o sinal for positivo então o ponto pertence à região(é um ponto interior), caso contrário, ele não pertence (é um ponto exterior).

Pontos	$f(x,y) = x^6+y^6-x^2$	***Resultado***
(0.4, 0.6)	$f(x,y) = 0.4^6+0.6^6-0.4^2= -0.1092$	*(interior)*
(0.0, 1.0)	$f(x,y) = 0.0^6+1.0^6-0.0^2=1.0$	*(exterior)*
(-0.2, 0.0)	$f(x,y) = -0.2^6+0.0^6-(-0.2)^2=-0.0401$	*(interior)*
(0.8, 0.3)	$f(x,y) = 0.8^6+0.3^6-0.8^2= -0.3771$	*(interior)*

6) Produza uma curva poligonal a partir da avaliação de 4 pontos uma curva de Bézier cúbica dados dados os seguintes pontos de controle (0.0,0.0), (0.3,0.8),(0.7,0.8),(1.0,0.0), (0.5 ponto). **Questão anulada**.

$$x(t) = \sum_{i=0}^{3} \binom{n}{i} t^{i}(1-t)^{n-i} x(i)$$

$$y(t) = \sum_{i=0}^{3} \binom{n}{i} t^{i}(1-t)^{n-i} y(i)$$

$$x(t) = \binom{3}{0} t^{0}(1-t)^{3} x(0) + \binom{3}{1} t^{1}(1-t)^{2} x(1) + \binom{3}{2} t^{2}(1-t)^{1} x(2) + \binom{3}{3} t^{3}(1-t)^{0} x(3)$$

$$y(t) = \binom{3}{0} t^{0}(1-t)^{3} y(0) + \binom{3}{1} t^{1}(1-t)^{2} y(1) + \binom{3}{2} t^{2}(1-t)^{1} y(2) + \binom{3}{3} t^{3}(1-t)^{0} y(3)$$

$$x(t) = (1-t)^{3} t^{0} x(0) + 3t(1-t)^{2} x(1) + 3t^{2}(1-t) x(2) + t^{3} x(3)$$

$$y(t) = (1-t)^{3} t^{0} y(0) + 3t(1-t)^{2} y(1) + 3t^{2}(1-t) y(2) + t^{3} y(3)$$

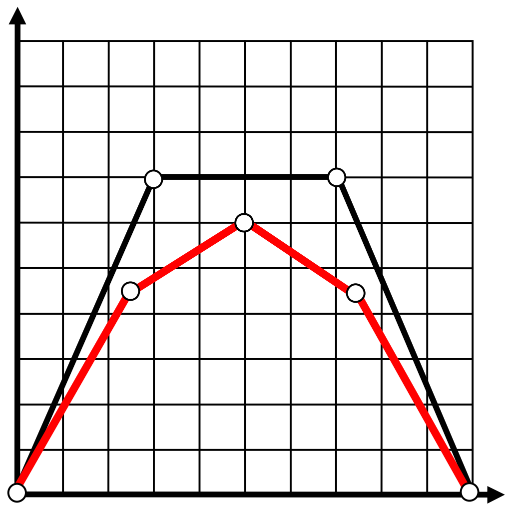
$$x(t) = (1-t)^{3} t^{0} 0.0 + 3t(1-t)^{2} 0.3 + 3t^{2}(1-t) 0.7 + t^{3} 1.0$$

$$y(t) = (1-t)^{3} t^{0} 0.0 + 3t(1-t)^{2} 0.8 + 3t^{2}(1-t) 0.8 + t^{3} 0.0$$

$$x(t) = 3t(1-t)^{2} 0.3 + 3t^{2}(1-t) 0.7 + t^{3} = 0.9t - 1.59t^{2} + 1.69t^{3}$$

$$y(t) = 3t(1-t)^{2} 0.8 + 3t^{2}(1-t) 0.8 = 2.4t - 2.4t^{2}$$

t	x(t)	y(t)
0	0.0	0.0
0.25	0.2406	0.45
0.5	0.5	0.6
0.75	0.7594	0.45
1	1.0	0.0



7) Considere as seguintes figuras geométricas abaixo. Determine a transformação necessária para levar a figura 1 na figura 2 (2.0 ponto).

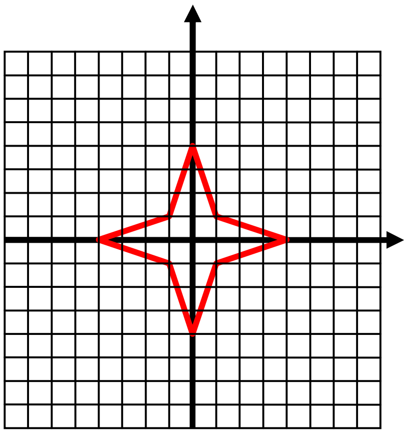


Figura 1

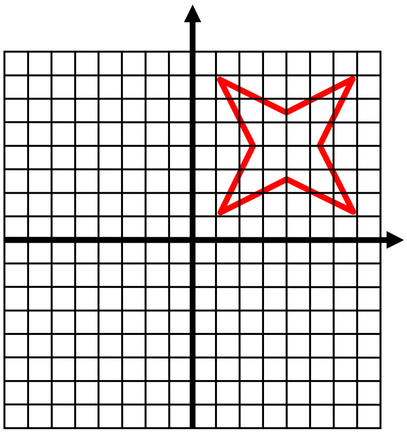


Figura 2

As operações de transformação necessárias para levar a figura 1 na figura 2 requerem primeiramente a rotação da figura em torno da origem de um ângulo $\alpha = 45^\circ$ *no sentido anti-horário, seguida de uma translação dada pelo vetor de translação (4,4). Em forma matricial as matrizes de translação* $Matriz_A$ *e* $Matriz_B$*, em coordenadas homogêneas, conforme descrito abaixo*

Dados do problema:

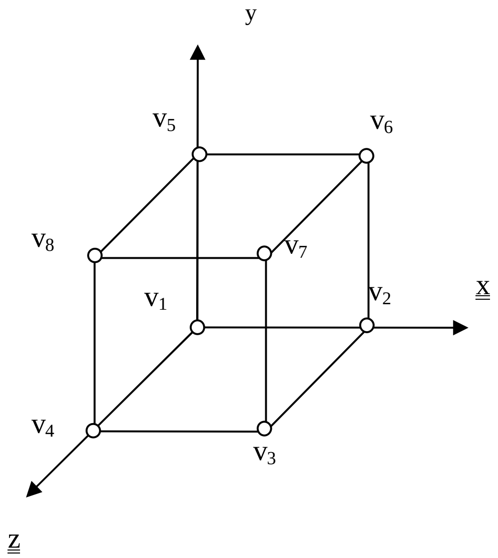
$$\boldsymbol{Matriz_A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} e \ \boldsymbol{Matriz_B} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\boldsymbol{sen}45^\circ & 0 \\ \boldsymbol{sen}45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

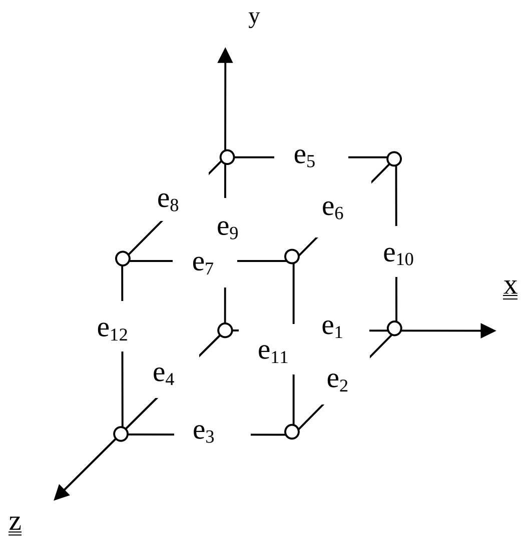
A $Matriz_C$ *efetua a transformação final e é dada pelo produto* $Matriz_A$ *x* $Matriz_B$ *:*

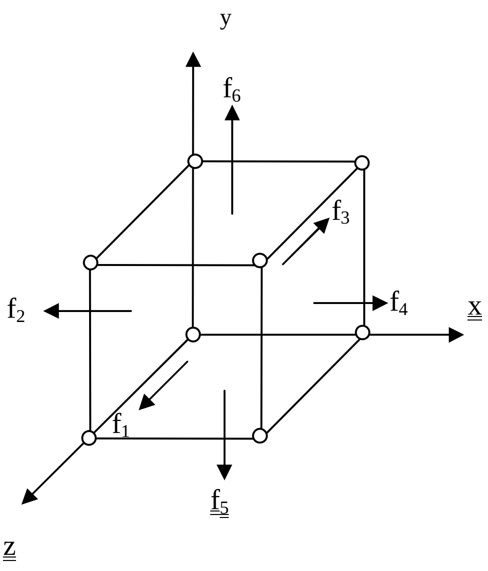
$$\boldsymbol{Matriz_C} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\boldsymbol{sen}45^\circ & 4 \\ \boldsymbol{sen}45^\circ & \cos 45^\circ & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A figura é então finalmente transformada efetuando-se o produto da $Matriz_C$ *pelos vetores em coordenadas homogêneas correspondentes a cada vértice da estrela.*

8) Determine, com detalhes, as tabelas (listas) de faces, arestas e vértices de um cubo unitário (1.0 ponto).







Solução:

Lista de vértices:

Vértices	*Coordenadas*
v_1	(0,0,0)
v_2	(1,0,0)
v_3	(1,0,1)
v_4	(0,0,1)
v_5	(0,1,0)
v_6	(1,1,0)
v_7	(1,1,1)
v_8	(0,1,1)

Lista de arestas

Arestas	*Vértices*
e_1	$\{v_1,v_2\}$
e_2	$\{v_2,v_3\}$
e_3	$\{v_3,v_4\}$
e_4	$\{v_4,v_1\}$
e_5	$\{v_5,v_6\}$
e_6	$\{v_6,v_7\}$
e_7	$\{v_7,v_8\}$
e_8	$\{v_8,v_5\}$
e_9	$\{v_1,v_5\}$
e_{10}	$\{v_2,v_6\}$
e_{11}	$\{v_3,v_7\}$
e_{12}	$\{v_4,v_8\}$

Lista de faces

Faces	*Vértices*
f1	$\{e_3,e_{11},e_7,e_{12}\}$
f2	$\{e_4,e_{12},e_8,e_9\}$
f3	$\{e_1,e_9,e_5,e_{10}\}$
f4	$\{e_2,e_{10},e_6,e_{11}\}$
f5	$\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$
f6	$\{e_7,e_6,e_5,e_8\}$

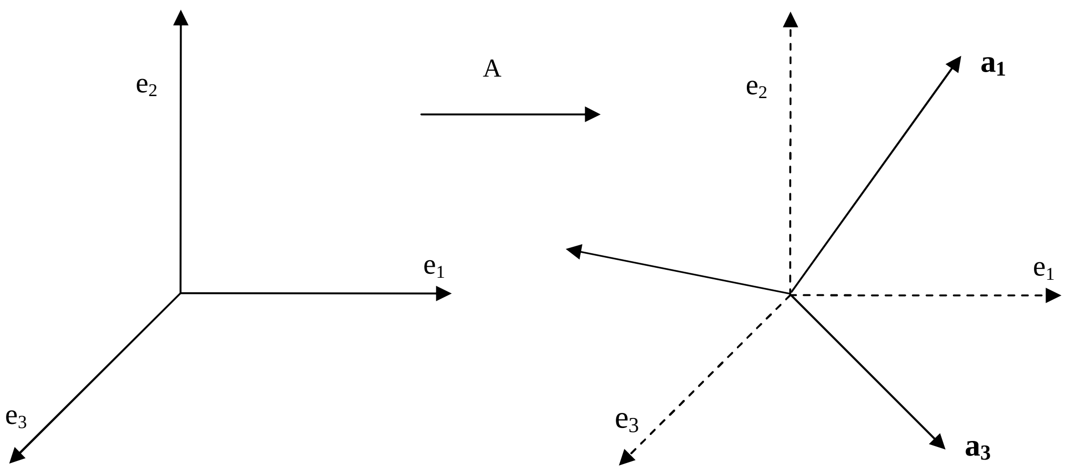
9) Qual os significado das colunas da matriz de transformação 4x4 abaixo (1.0 ponto).

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}11 & \boldsymbol{a}12 & \boldsymbol{a}13 & \boldsymbol{b}11 \\ \boldsymbol{a}21 & \boldsymbol{a}22 & \boldsymbol{a}23 & \boldsymbol{b}21 \\ \boldsymbol{a}31 & \boldsymbol{a}32 & \boldsymbol{a}33 & \boldsymbol{b}32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

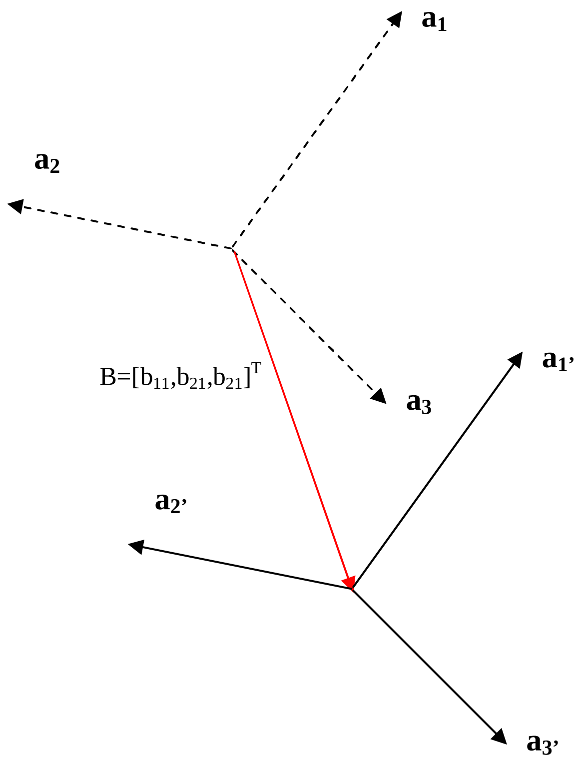
A matriz T corresponde a uma transformação afim $T:R^3 \rightarrow R^3$, representada por uma matriz de transformação linear 4x4 (ordem 4) no espaço homogêneo. O bloco formado pela matriz

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}11 & \boldsymbol{a}12 & \boldsymbol{a}13 \\ \boldsymbol{a}21 & \boldsymbol{a}22 & \boldsymbol{a}23 \\ \boldsymbol{a}31 & \boldsymbol{a}32 & \boldsymbol{a}33 \end{bmatrix}$$

corresponde a transformação linear em R^3. Logo, os vetores coluna $A1=[a11, a21, a31]^T$, $A2=[a12 ,a22 ,a32]^T$ e $A3=[a13, a23, a33]^T$, correspondem, respectivamente, ao resultado da aplicação transformação linear sobre os elementos da base canônica $e1=[1, 0, 0]^T$,$e2=[0, 1, 0]^T$ e $e3=[0, 0, 1]^T$.



O vetor coluna [b11, b21, b32]^T *corresponde a uma translação. Tal translação se dá no referencial dado pelos vetores A1,A2 e A3.*



No caso especial em que a matriz A é ortogonal, isto é, se os vetores colunas A1,A2 e A3 formam uma base ortonormal (vetores unitários e perpendiculares entre si que geram o espaço), temos que a matriz A correspondente a uma rotação.

10) Escreva uma função, utilizando OpenGL, que desenhe um cubo na tela (1.0 ponto).

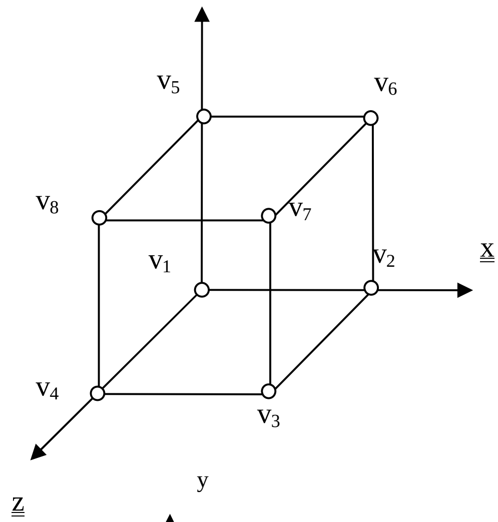
Para construir o cubo abaixo em OpenGL:

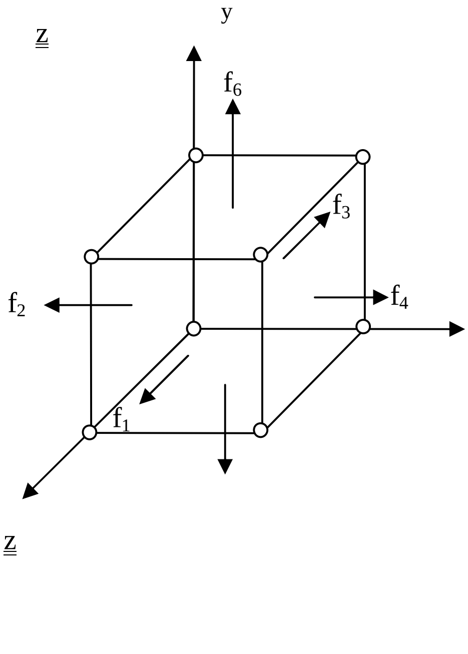
Código em OpenGL:

```
float vertices[8][3]={{0.0,0.0,0.0},{1.0,0.0,0.0},{1.0,0.0,1.0},{0.0,0.0,1.0},
                      {0.0,1.0,.0},{1.0,1.0,0.0},{1.0,1.0,1.0},{0.0,1.0,1.0}}

void DesenhaCubo(){

        glBegin(QUADS)
        /* primeira face */
                glVertex3fv(v[4]);
                glVertex3fv(v[3]);
                glVertex3fv(v[7]);
                glVertex3fv(v[8]);
        /* segunda face */
                glVertex3fv(v[1]);
                glVertex3fv(v[4]);
                glVertex3fv(v[8]);
                glVertex3fv(v[5]);
        /* terceira face */
                glVertex3fv(v[1]);
                glVertex3fv(v[5]);
                glVertex3fv(v[6]);
                glVertex3fv(v[2]);
        /* quarta  face */
                glVertex3fv(v[2]);
                glVertex3fv(v[6]);
                glVertex3fv(v[7]);
                glVertex3fv(v[3]);
        /* quintaa face */
                glVertex3fv(v[1]);
                glVertex3fv(v[2]);
                glVertex3fv(v[3]);
                glVertex3fv(v[4]);
        /* sexta  face */
                glVertex3fv(v[5]);
                glVertex3fv(v[8]);
                glVertex3fv(v[7]);
                glVertex3fv(v[6]);
        glEnd()
}
```





11) Determine a matriz de transformação geométrica em coordenadas homogêneas que rotacione o cubo unitário de 45 ° em torno do eixo x e 90 ° em torno do eixo y (1.0 ponto).

A solução é dada pela construção de uma matriz gerada pelo produto de duas matrizes: a matriz de rotação sobre o eixo X e a matriz rotação no eixo Y. Logo temos:

$$Matriz_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(45) & -sen(45) & 0 \\ 0 & sen(45) & \cos(45) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(90) & 0 & -sen(90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sen(90) & 0 & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Matriz_C = \begin{bmatrix} \cos(90) & sen(45)sen(90) & -\cos(90)sen(90) & 0 \\ 0 & \cos(45) & sen(45) & 0 \\ sen(90) & -sen(45)\cos(90) & \cos(45)\cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$