

- 1) Descreva alguma das ferramentas que você utilizaria pra modelar um personagem 3D em computação gráfica (1.0 ponto).

Resposta:

Para modelar personagens 3D podemos utilizar aplicativos como o Blender3D, Maya e 3D Studio MAX. Cada um destes programas fornece um conjunto de ferramentas que permite modelar tanto a geometria do personagem 3D, através de primitivas para criação de superfícies, sólidos e superfícies por subdivisão, assim como operações para deformação geométrica como: *bending*, *twisting* e *tapering*, dentre outras. Tais aplicativos também permitem associar animações ao modelo 3D, quando necessário.

A animação pode ocorrer através da vinculação das superfícies que delimitam o sólido, correspondente ao personagem, com uma estrutura esquelética. Outras formas de animação também podem ser feitas, como associação de movimento capturado ou sincronismo de lábios com áudio.

Abaixo são resumidas as principais técnicas encontradas em softwares de modelagem e animação, que podem ser utilizadas para modelar um personagem, cujo grau de sofisticação depende do seu uso em uma aplicação final, como um jogo, aplicativo de realidade virtual ou vídeo de animação.

- Skin e envelopamento – são ferramentas para a associação dos vértices de uma malha ao conjunto de ossos (do inglês, *bones*), que definem o esqueleto da personagem, permitindo a animação e deformação do primeiro, a partir dos movimentos do segundo.
- Rigging/Cinemática inversa – ferramentas para especificação da animação do esqueleto de um personagem composto de uma série de *bones*, organizados de forma hierárquica. A cada *bone* está associada uma transformação 3D e um *bone* pai dentro da hierarquia. Deste modo, a transformação de um *bone* filho na hierarquia é dada pela composição da sua própria transformação, com a transformação do seu pai. A técnica de *Rigging* utiliza normalmente cinemática inversa, para o cálculo da posição e orientação das juntas do esqueleto, a partir da

especificação de uma configuração objetivo, por exemplo, o movimento do antebraço de um personagem estar restrito ao seu ombro.

- Animação – componentes para animação dos objetos na cena. Tipicamente requer ferramentas capazes de disponibilizar cinemática inversa, direta e em alguns casos o uso de dados provenientes de *motion capture*.
- Expressões faciais e *Lip Sync* – ferramentas para animação específica de expressões faciais e sincronização do movimento dos lábios com sinal de áudio, que representa a voz de uma personagem.

- 2) Cite algum efeito especial em cinema que use computação gráfica (1.0 ponto).

Resposta:

Podemos encontrar efeitos especiais em filmes de ação. Como exemplo, podemos citar a inclusão de elementos sintéticos em conjunto com elementos reais, na mesma cena. O filme “Jurassic Park” é um exemplo típico, onde dinossauros contracenam com seres humanos.

- 3) Explique porque na representação de retalhos de superfícies pelo método de Coons é necessário utilizar uma interpolação bilinear dos vértices, que correspondem aos extremos das quatro curvas dadas (1.0 ponto).

Resposta:

A representação de retalhos pelo método de Coons é feita através da especificação das quatro curvas do bordo p_{u0} , p_{u1} , p_{0v} e p_{1v} . Essas quatro curvas do bordo são mapeadas nas curvas:

$$C(0,v)=p_{0v}(v); C(1,v)=p_{1v}(v); C(u,0)=p_{u0}(u); C(u,1)=p_{u1}(u). \quad (1)$$

A reconstrução do retalho é realizada através da interpolação linear das curvas, duas a duas, segundo o seguinte esquema:

Lofting vertical – interpolamos linearmente as curvas p_{u0} e p_{u1} :

$$(1-v)p_{u0}(u) + vp_{u1}(u). \quad (2)$$

Lofting horizontal – interpolamos linearmente as curvas p_{0v} e p_{1v} :

$$(1-u)p_{0v}(v) + up_{1v}(v). \quad (3)$$

Depois é feita a soma dos Loftings, chegando em:

$$C'(u,v) = (1-v)p_{u0}(u) + vp_{u1}(u) + (1-u)p_{0v}(v) + up_{1v}(v). \quad (4)$$

Observe que o bordo é

$$C'(0,v) = (1-v)p_{00} + vp_{01} + p_{0v}(v), \quad (5)$$

Isto é, a soma da curva p_{0v} com a interpolação linear $(1-v)p_{00} + vp_{01}$ dos vértices p_{00} e p_{01} . Obtém-se um resultado análogo para as outras curvas do bordo $C'(1,v)$, $C'(u,0)$ e $C'(u,1)$. O que ocorre é que o resultado da soma dos loftings não representa exatamente a superfície, de acordo com as restrições impostas. Para chegar na forma correta é necessário subtrair da parametrização $C'(u,v)$ a interpolação bilinear $B(u,v)$, definida pelos vértices p_{00} , p_{01} , p_{10} e p_{11} . Assim, obtemos a parametrização,

$$C(u,v) = C'(u,v) - B(u,v), \quad (6)$$

que satisfaz as exigências da equação (1), ou seja, obtemos a superfície correta.

- 4) Cite uma aplicação de interpolação bilinear através de um exemplo (**Obs.: exemplo distinto da aplicação no método de Coons**) (1.0 ponto)

Resposta:

A interpolação bilinear é uma extensão da interpolação linear. A ideia é combinar a interpolação linear em uma direção e depois na outra direção.

Suponha que queremos encontrar o valor da função desconhecida f no ponto $P = (x, y)$. Supõe-se que sabemos o valor de f em quatro pontos $Q_{11} = (x_1, y_1)$; $Q_{12} = (x_1, y_2)$; $Q_{21} = (x_2, y_1)$ e $Q_{22} = (x_2, y_2)$, como ilustra a Figura 1, abaixo:

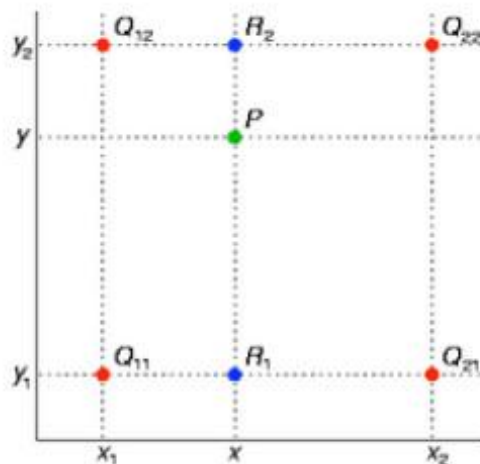


Figura 1

Primeiro realizamos a interpolação linear na direção x:

$$f(R_1) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}), \quad (7)$$

onde $R_1 = (x, y_1)$, e

$$f(R_2) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}), \quad (8)$$

onde $R_2 = (x, y_2)$.

Finalmente, aplicamos uma interpolação linear na direção y:

$$f(P) = \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(R_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(R_2), \quad (9)$$

ou seja:

$$f(x, y) = \frac{f(Q_{11})(x_2 - x)(y_2 - y)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} + \frac{f(Q_{21})(x - x_1)(y_2 - y)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} + \frac{f(Q_{12})(x_2 - x)(y - y_1)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} + \frac{f(Q_{22})(x - x_1)(y - y_1)}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}, \quad (10)$$

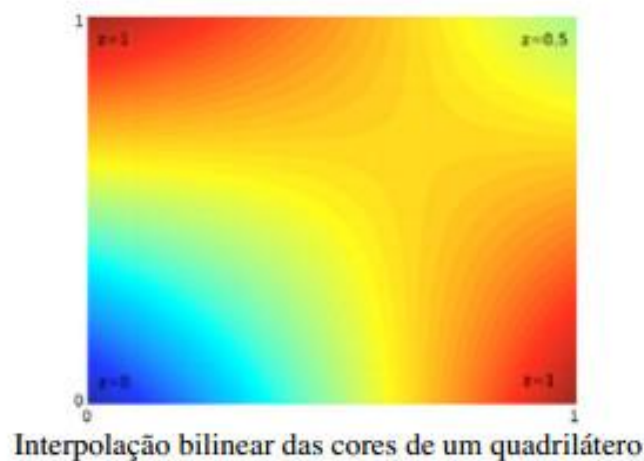


Figura 2

- 5) Considere a equação paramétrica de um esfera. Mostre como construir uma malha que descreva a sua forma a partir da equação paramétrica (1.0 ponto).

Resposta:

Para representarmos uma superfície S precisamos aproximá-la por um superfície poliédrica S' . Esse método de representação consiste em amostrar a superfície S pontualmente e fazer a reconstrução usando interpolação linear por partes, de modo a estruturar as amostras para se obter uma triangulação (cada amostra é vértice de um triângulo). A triangulação de uma superfície paramétrica S pode ser obtida através de uma triangulação do domínio U da parametrização, como mostra a Figura 3, abaixo.

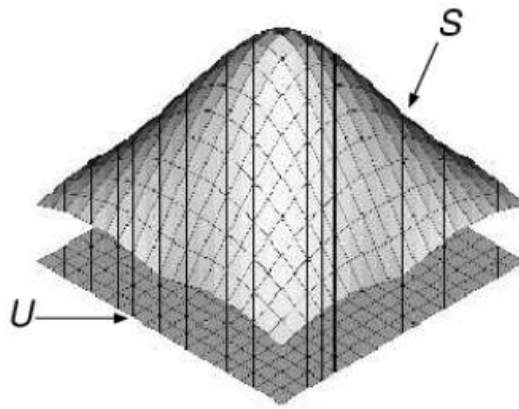


Ilustração obtida de Optimal Adaptive Polygonal Approximation of Parametric Surfaces (L.H. Figueiredo e L. Velho)

Figura 3

Com isso, se Δ_i é um triângulo de U , com vértices $\Delta_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3})$, então as imagens $f(p_{i1})$, $f(p_{i2})$ e $f(p_{i3})$ dos vértices de Δ_i pela parametrização f são os vértices de um triângulo, segundo a Figura 4, que aproxima a superfície S .

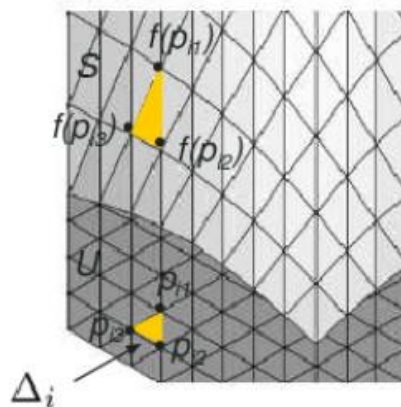


Figura 4

Portanto, ao aplicar a função paramétrica da esfera a cada vértice de cada triângulo, obtemos seu mapeamento no espaço 3D, resultando em uma superfície poliédrica formada por triangulação 2D no espaço 3D, ou seja, a malha solicitada na questão, como na Figura 5, abaixo.

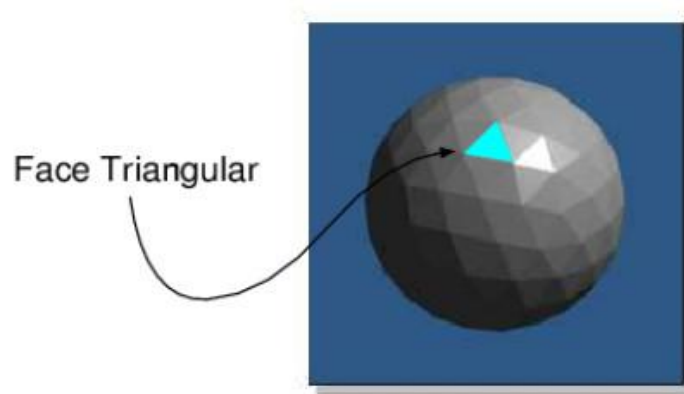


Figura 5

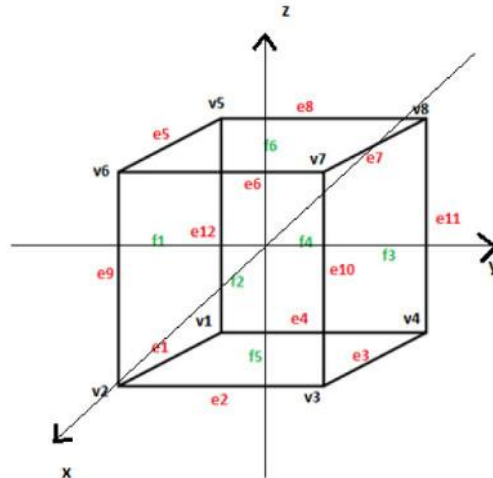
6) Qual a utilidade do grafo dual na representação de malhas (1.0 ponto)?

Resposta:

Uma superfície pode ser aproximada por uma superfície poliédrica que, por sua vez, pode ser representada computacionalmente através de uma malha. É necessário representar geometricamente essa malha através de uma estrutura de dados adequada. Tal estrutura é um grafo cujos vértices e arestas são induzidos pelos vértices e arestas da malha, respectivamente. Entretanto, somente o grafo dos vértices não é capaz de capturar todas as propriedades topológicas da malha como, por exemplo, as faces que são adjacentes a cada aresta. Assim, utiliza-se o grafo dual, da seguinte forma: para cada face do grafo original cria-se um vértice no grafo dual e para cada par de faces adjacentes no grafo original cria-se uma aresta no grafo dual conectando os vértices correspondentes.

- 7) Descreva a representação de um cubo unitário com centro na origem através de uma lista de faces, vértices e arestas (1.0 ponto).

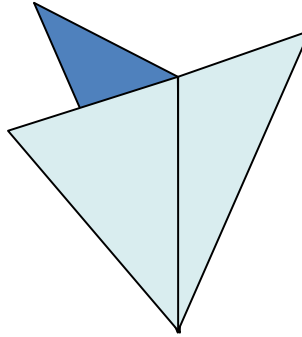
Resposta:



Considerando que o cubo unitário tem aresta igual a 1 e tem centro C na origem do espaço euclidiano tridimensional $C=(0,0,0)$. Podemos descrevê-lo usando a codificação abaixo:

Lista de vértices	Lista de arestas	Lista de faces
$V1 = (-0.5, -0.5, -0.5)$	$e1 = v1, v2$	$f1 = (e1, e12, e5, e9)$
$V2 = (0.5, -0.5, -0.5)$	$e2 = v2, v3$	$f2 = (e2, e10, e6, e9)$
$V3 = (0.5, 0.5, -0.5)$	$e3 = v3, v4$	$f3 = (e3, e11, e7, e10)$
$V4 = (-0.5, 0.5, -0.5)$	$e4 = v1, v4$	$f4 = (e4, e11, e8, e12)$
$V5 = (-0.5, -0.5, 0.5)$	$e5 = v5, v6$	$f5 = (e1, e2, e3, e4)$
$V6 = (0.5, -0.5, 0.5)$	$e6 = v6, v7$	$f6 = (e5, e6, e7, e8)$
$V7 = (0.5, 0.5, 0.5)$	$e7 = v7, v8$	
$V8 = (-0.5, 0.5, 0.5)$	$e8 = v5, v8$	
	$e9 = v2, v6$	
	$e10 = v3, v7$	
	$e11 = v4, v8$	
	$e12 = v1, v5$	

- 8) Explique porque é indesejável representar estruturas similares a figura abaixo em Computação Gráfica (1.0 ponto)



Resposta:

A representação de uma superfície pode ser feita por uma superfície poliédrica, que por sua vez baseia-se na triangulação 2D. Na figura, temos três triângulos com uma aresta comum e nenhuma vizinhança dos pontos dessa aresta é homeomorfa a uma vizinhança do plano euclidiano. Como uma superfície deve ser localmente homeomorfa ao plano, devemos evitar triangulações como essa. Uma maneira de evitar isso é impondo uma condição: *uma aresta é comum a no máximo dois triângulos*. Então, a figura exibida na questão, contraria essa condição e portanto é indesejável na computação gráfica.

- 9) Dada uma superfície paramétrica $f:(u,v) \rightarrow (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$, mostre como calcular a equação do plano tangente para um determinado ponto (u_0, v_0) no espaço de parâmetros (1.0 ponto)

Resposta:

O vetor normal (n_x, n_y, n_z) em um ponto (u, v) do espaço paramétrico de uma função $f(u, v)$ é dado pela normalização do produto vetorial dos vetores correspondentes às derivadas parciais em u e v :

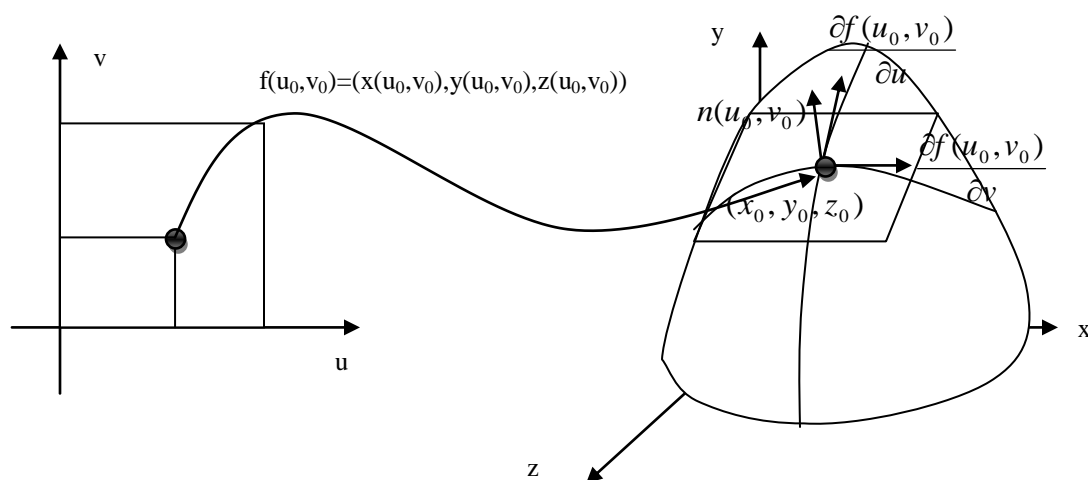
$$n(u, v) = \frac{\frac{\partial f(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial f(u, v)}{\partial v}}{\left\| \frac{\partial f(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial f(u, v)}{\partial v} \right\|} \quad (11)$$

No ponto (u_0, v_0) , temos um vetor com 3 componentes $(n_x(u_0, v_0), n_y(u_0, v_0), n_z(u_0, v_0))$, dado pela aplicação da equação (11):

Logo, o plano tangente com direção dada por (n_x, n_y, n_z) passando por (u_0, v_0) é dado pela equação

$$n_x(u_0, v_0)x + n_y(u_0, v_0)y + n_z(u_0, v_0)z + D, \text{ onde}$$

$$D = -(n_x(u_0, v_0)x(u_0, v_0) + n_y(u_0, v_0)y(u_0, v_0) + n_z(u_0, v_0)z(u_0, v_0))$$



10) Dada uma superfície implícita $F(x,y,z) = 0$, mostre como determinar a equação do plano tangente em (x_0, y_0, z_0) (1.0 ponto)

Resposta:

O vetor normal (n_x, n_y, n_z) , em um ponto (x, y, z) de uma função implícita, é o vetor unitário, com mesma direção do vetor gradiente dado pela equação (12)

$$(n_x, n_y, n_z) = \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} = \frac{\left(\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \right)}{\left\| \left(\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \right) \right\|}, \quad (12)$$

Logo, o plano tangente com direção dada por (n_x, n_y, n_z) , avaliado em (x_0, y_0, z_0) usando a equação (12), é dado pela equação:

$$n_x x + n_y y + n_z z + D, \text{ onde } D = -(n_x x_0 + n_y y_0 + n_z z_0), \quad (13)$$

