Aula 3

Professores:

Anselmo Montenegro
Esteban Clua

Conteúdo:

- Objetos gráficos
  (parte I - objetos gráficos planares)

Objetos gráficos: conceitos

- O conceito de **objeto gráfico** é fundamental para a Computação Gráfica e áreas afins.

- Um objeto gráfico representa a **geometria** (forma) e **atributos** (propriedades) de um objeto do mundo real.

Objetos gráficos: conceitos

Objeto gráfico 3D

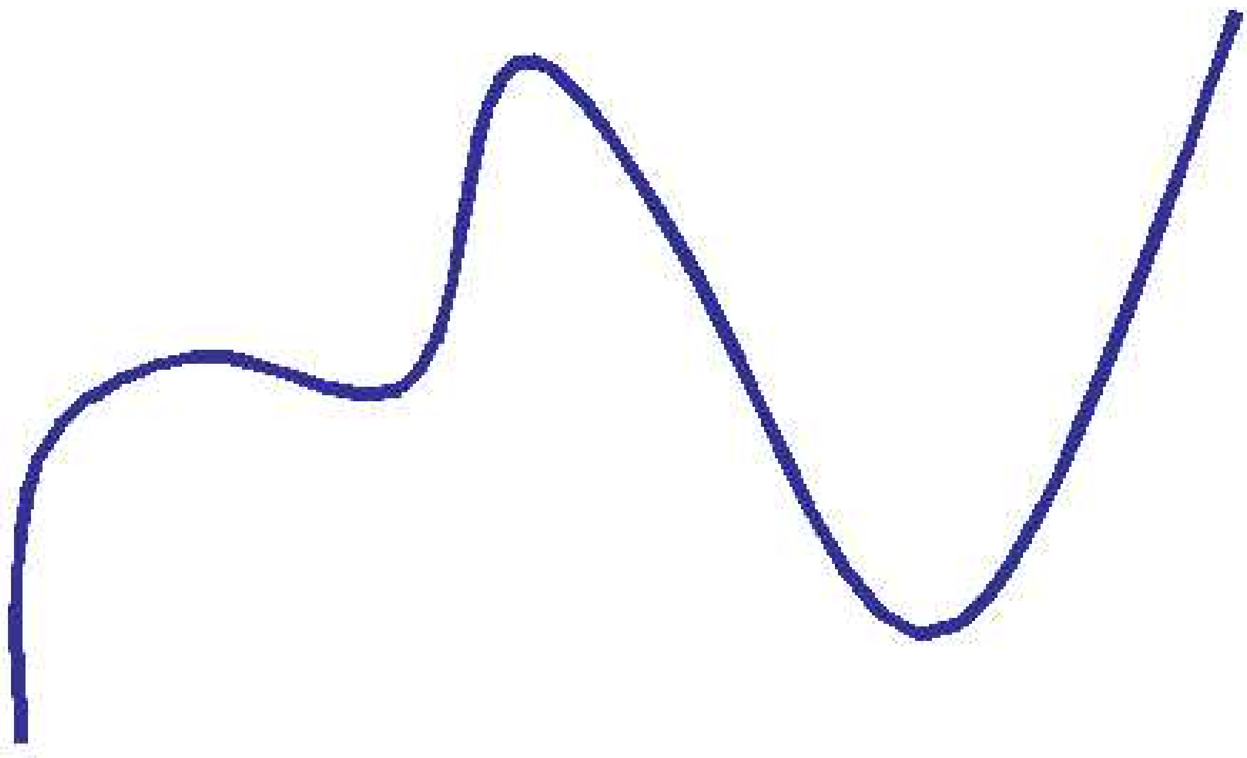
Objeto gráfico 2D

Objetos gráficos: conceitos

- A área que lida com a modelagem de objetos gráficos é denominada **Modelagem Geométrica**.

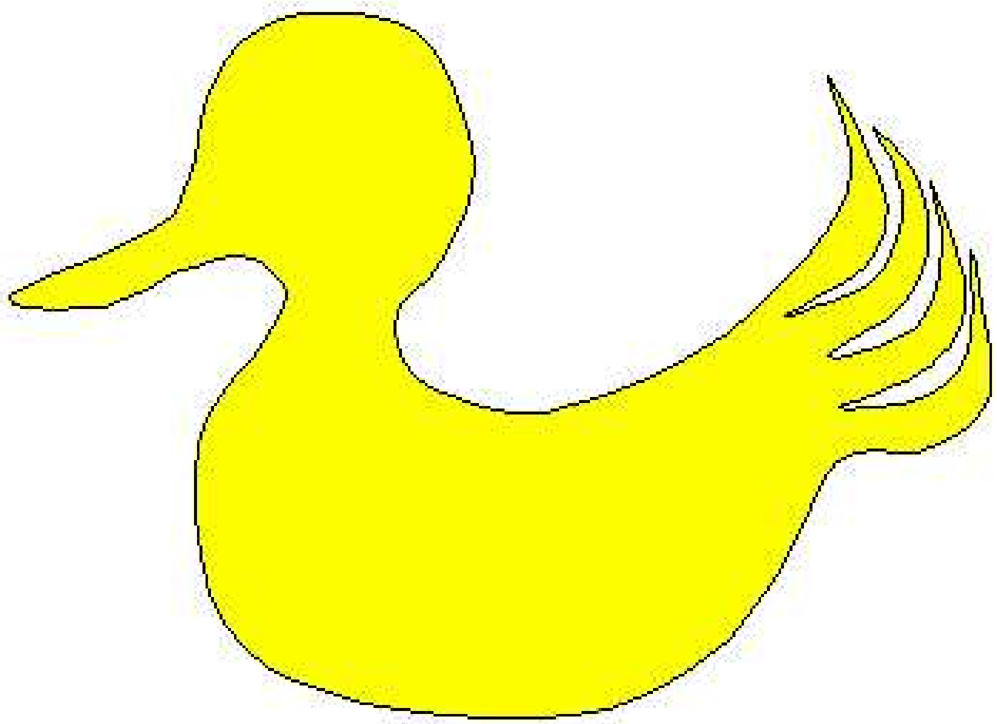
- **Sistemas gráficos** são sistemas de software que processam, manipulam e visualizam objetos gráficos.

Objetos gráficos: exemplos



Curva no plano

Objetos gráficos: exemplos



Região do plano com atributo de cor

Objetos gráficos: exemplos

Imagem em tons de cinza (monocromática)

Objetos gráficos :definições

- Um objeto gráfico é definido por um **subconjunto** $S \subset R^m$ e uma **funçã** $f: S \subset R^m \rightarrow R^n$.

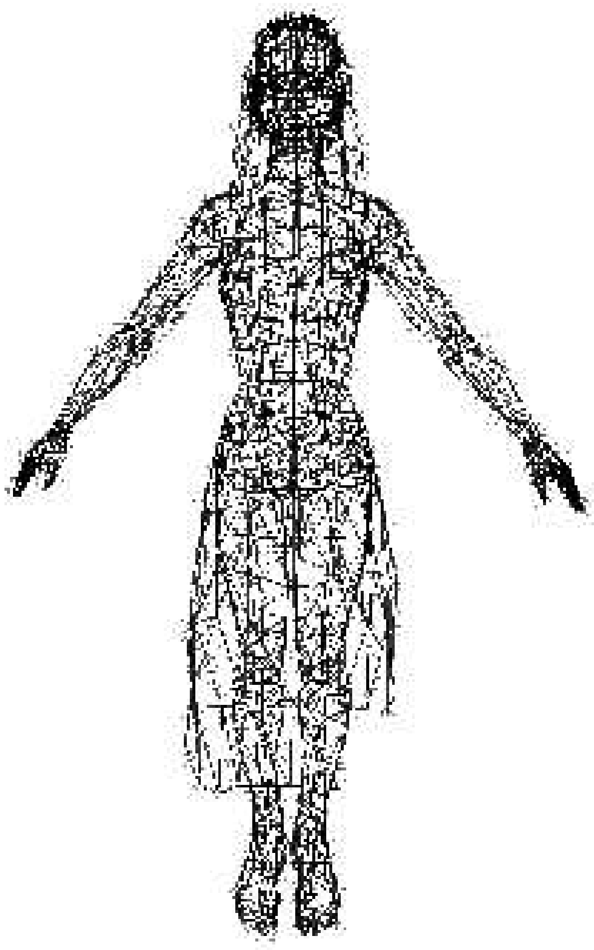
- O conjunto S é denominado **suporte geométrico** de um objeto gráfico.

- A função *f* é denominada **função de atributos** do objeto gráfico.

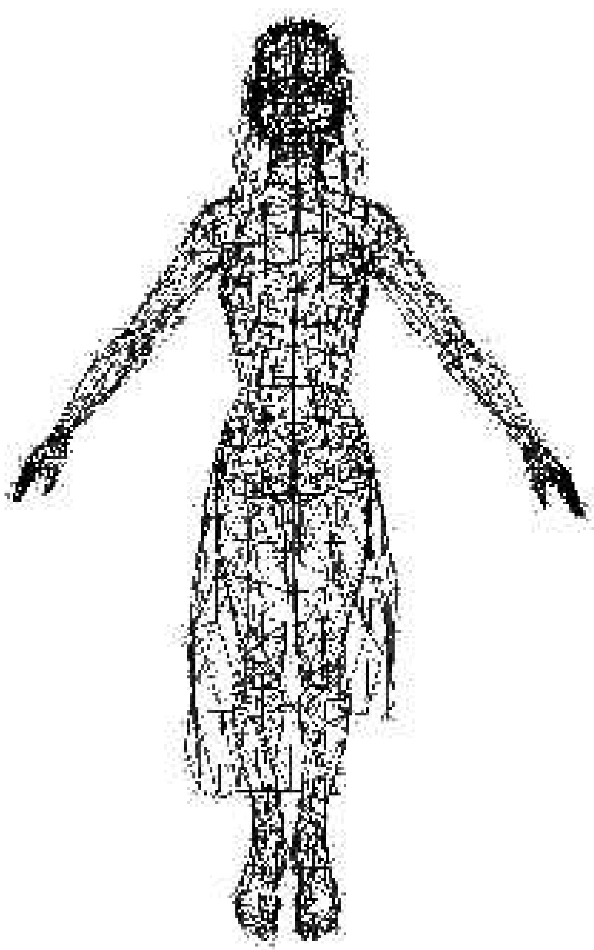
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Objetos gráficos :definições

Objetos gráficos :definições

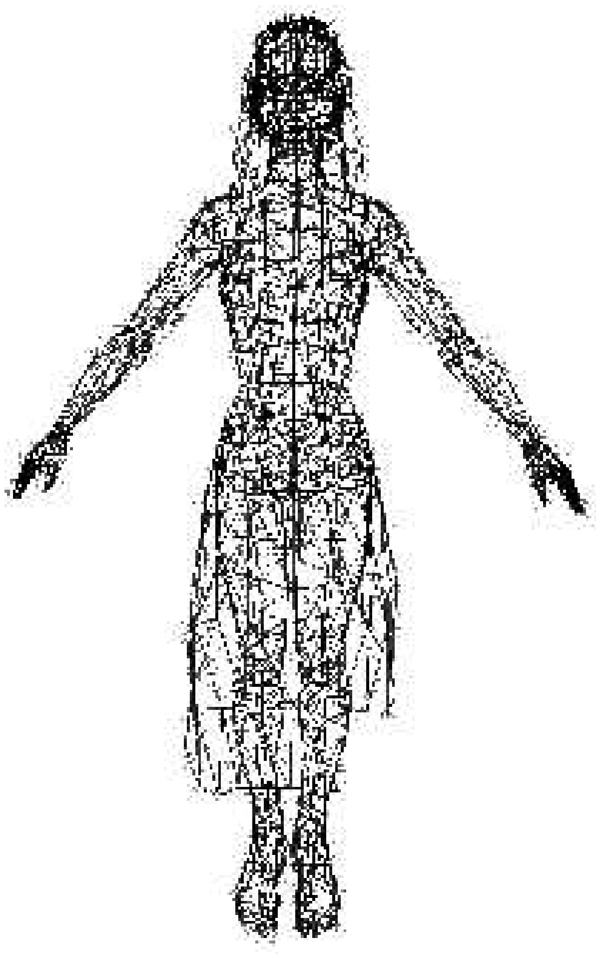


Objetos gráficos :definições



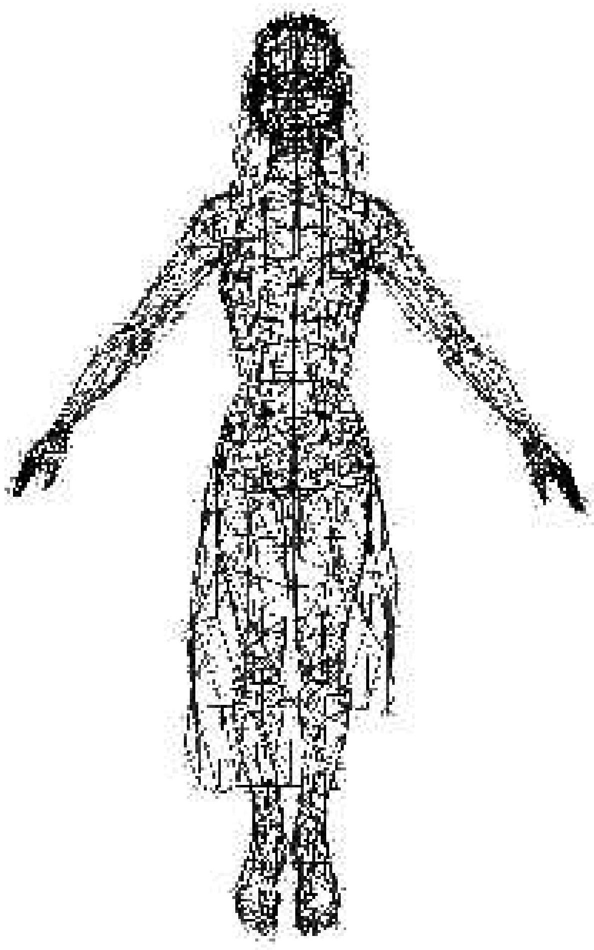
Geometria - $S \subset R^3$

Objetos gráficos :definições



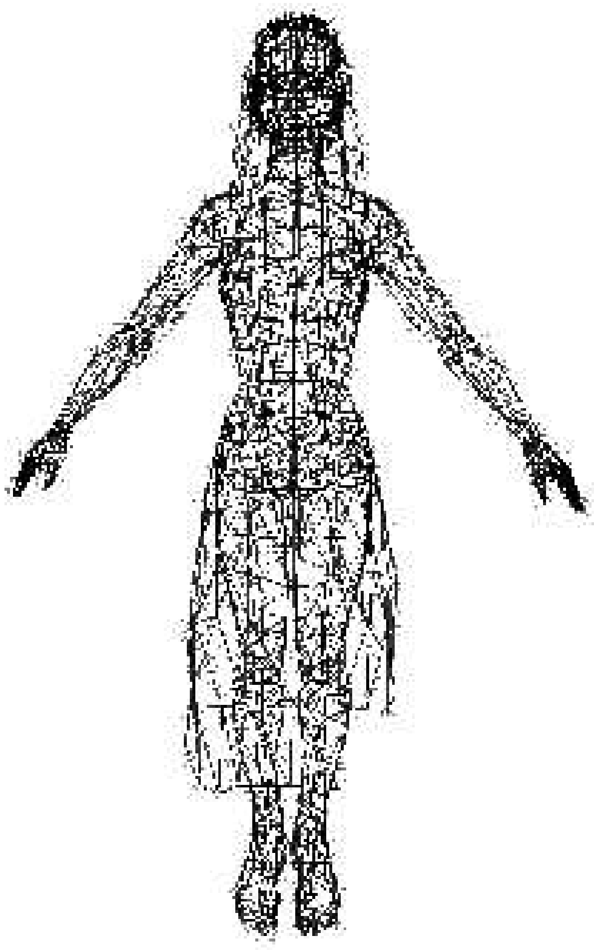
Geometria - $S \subset R^3$

Objetos gráficos :definições



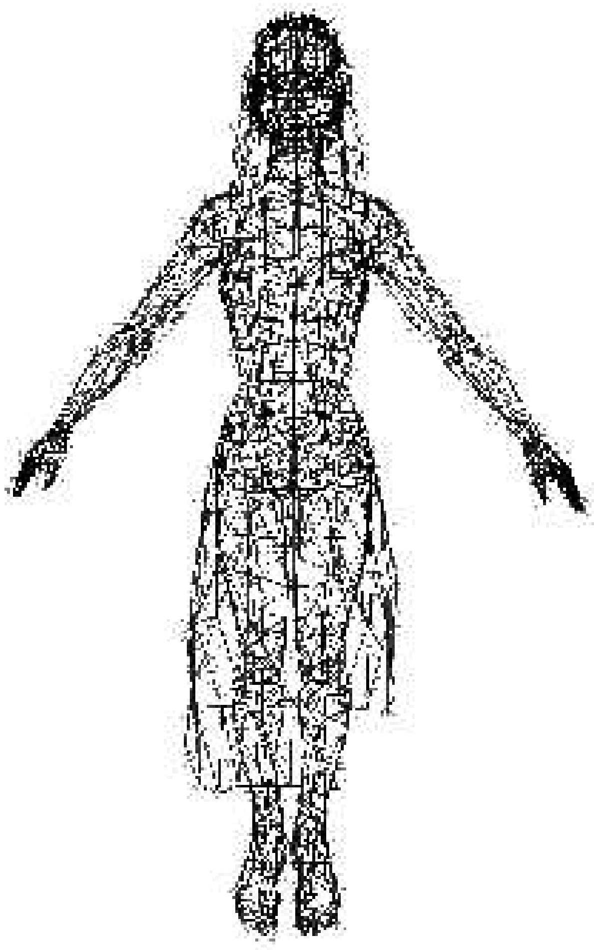
Geometria - $S \subset R^3$

Objetos gráficos :definições



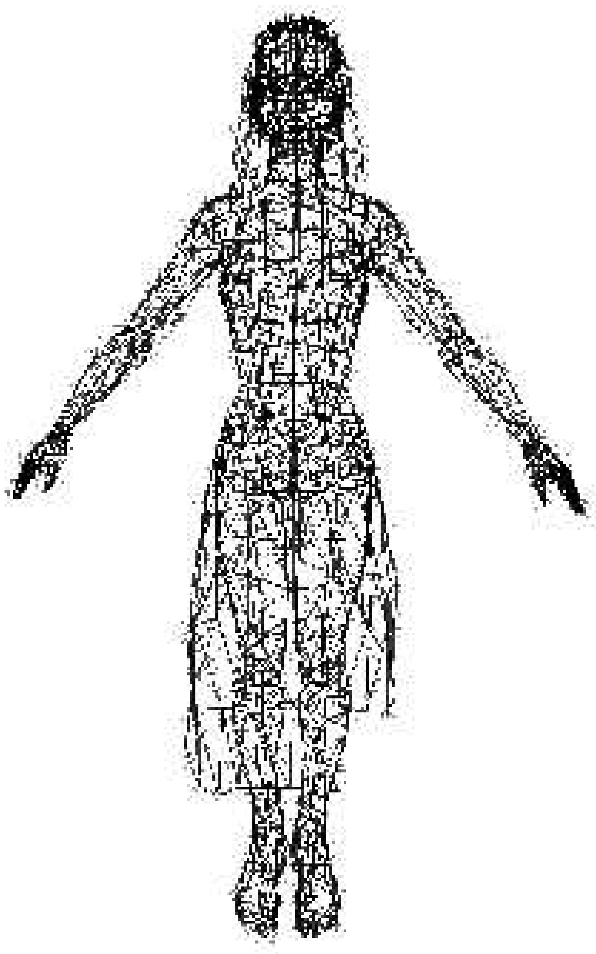
Geometria - $S \subset R^3$

Objetos gráficos :definições

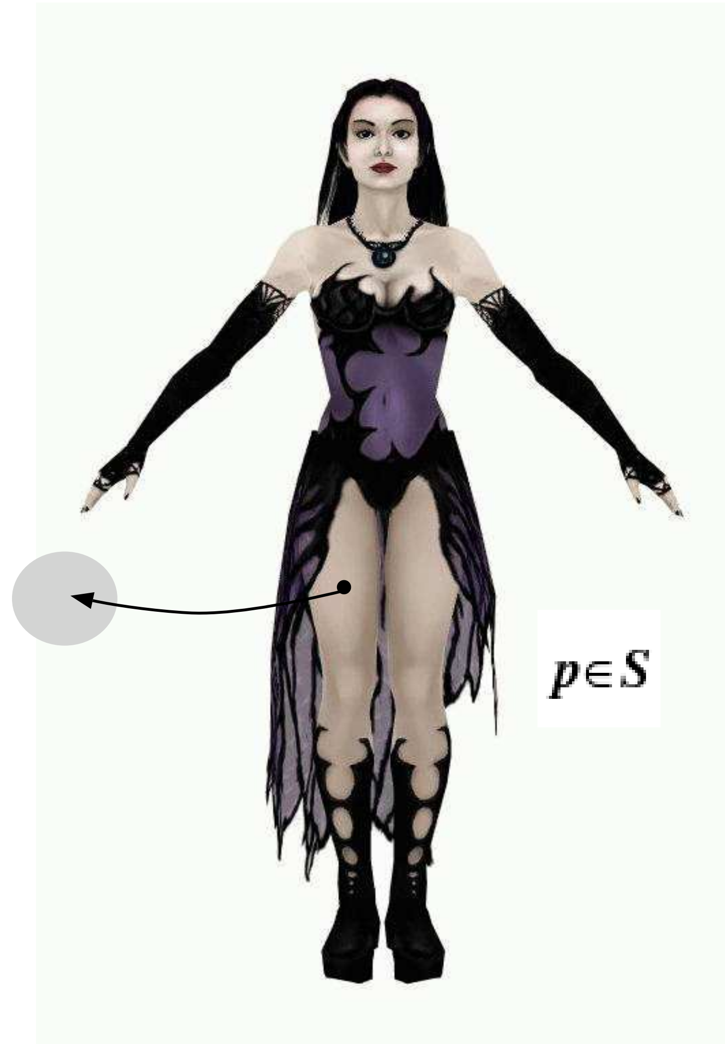


Geometria - $S \subset R^3$

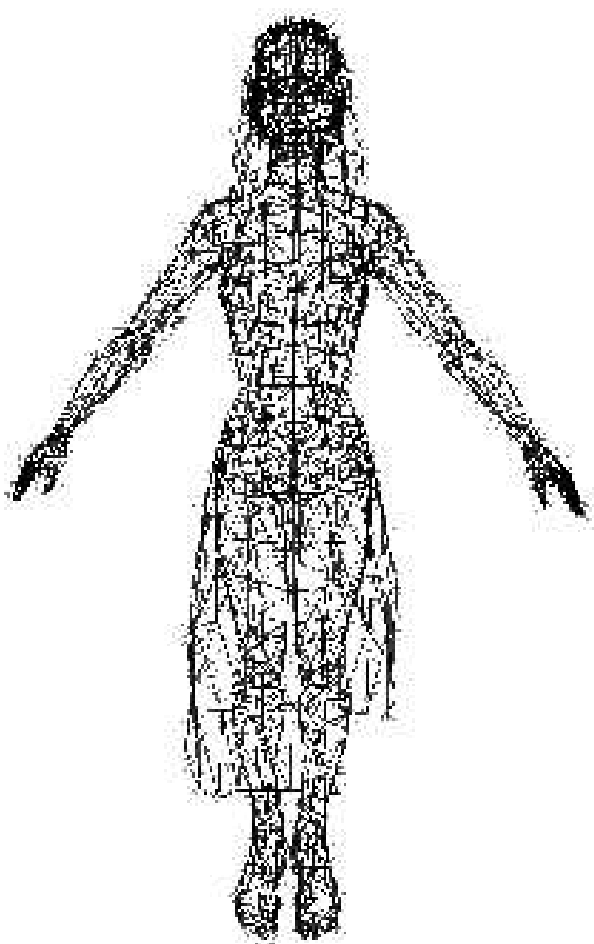
Objetos gráficos :definições



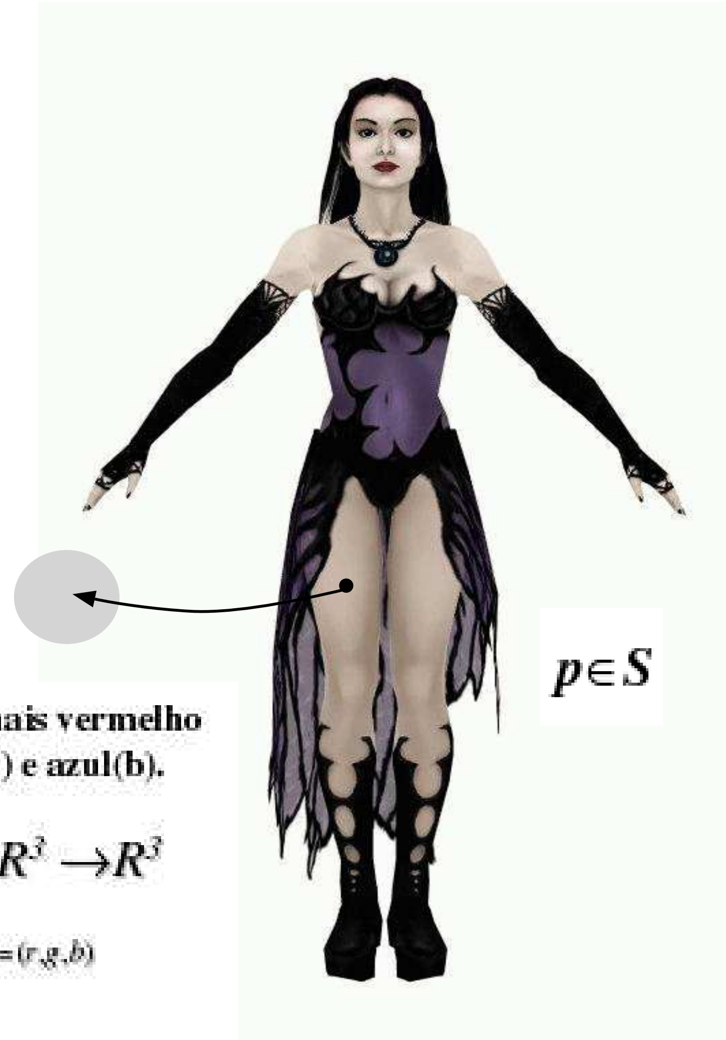
Geometria - $S \subset R^3$



Objetos gráficos :definições



Geometria - $S \subset R^3$

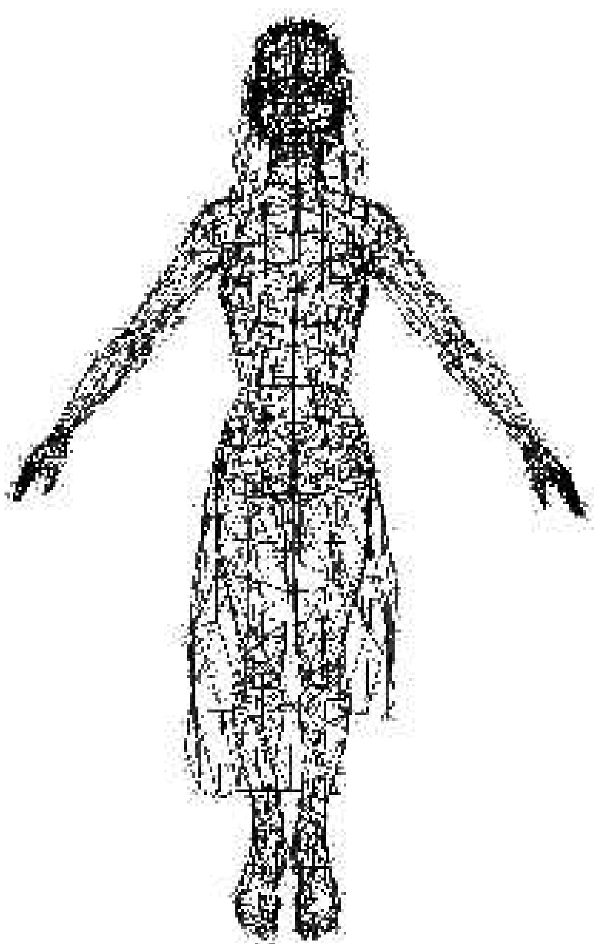


Cor em canais vermelho (r), verde(g) e azul(b).

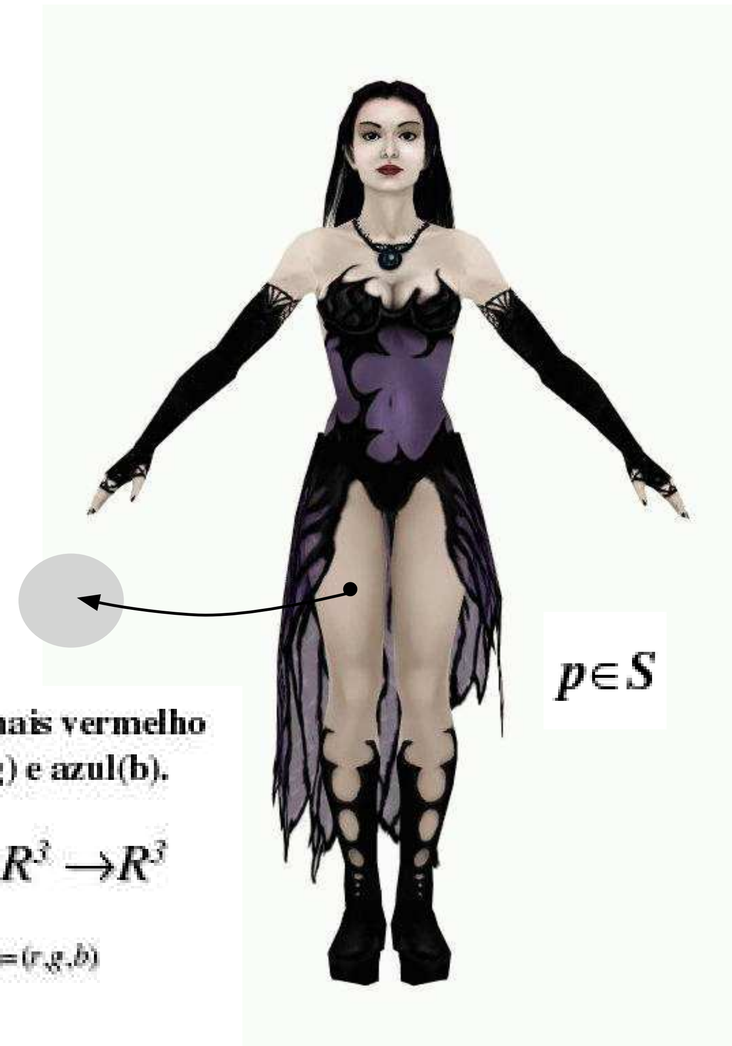
$$f: S \subset R^3 \rightarrow R^3$$

$$f(p) = (r, g, b)$$

Objetos gráficos :definições



Geometria - $S \subset R^3$



Cor em canais vermelho (r), verde(g) e azul(b).

$$f: S \subset R^3 \to R^3$$

$$f(p) = (r,g,b)$$

Objeto gráfico – geometria + atributos

Objetos gráficos :definições

- A dimensão do objeto gráfico é dada pela dimensão do suporte **geométrico**.

  \- Curvas - unidimensionais; somente possuem comprimento.

  \- Regiões e superfícies - bidimensionais; possuem área.

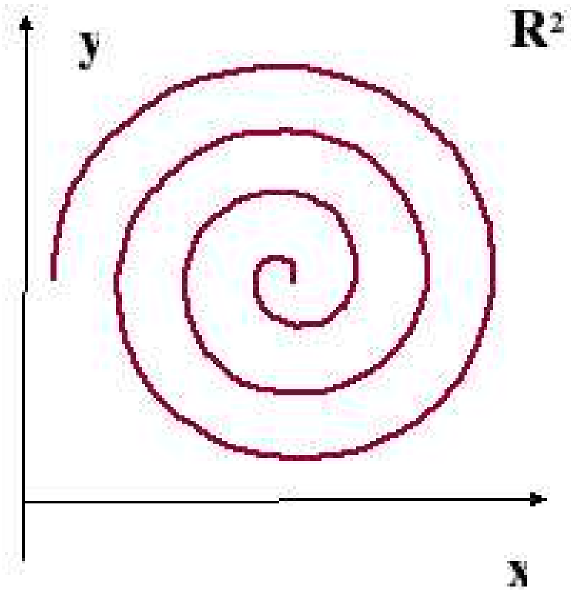
  \- Sólidos - tridimensionais; possuem volume.

Objetos gráficos :definições

- Um objeto gráfico é denominado **planar** se a dimensão do **espaço ambiente** é 2 e **espacial** se a dimensão é $\geq$ 3.

Objetos gráficos :definições

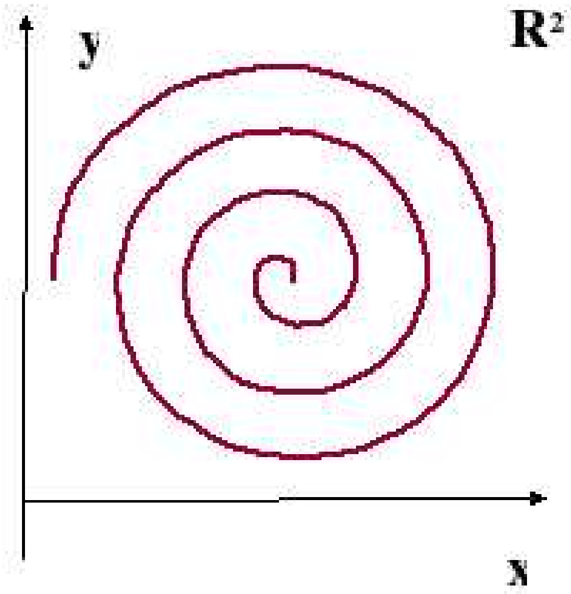
- Um objeto gráfico é denominado **planar** se a dimensão do **espaço ambiente** é 2 e **espacial** se a dimensão é $\geq$ 3.



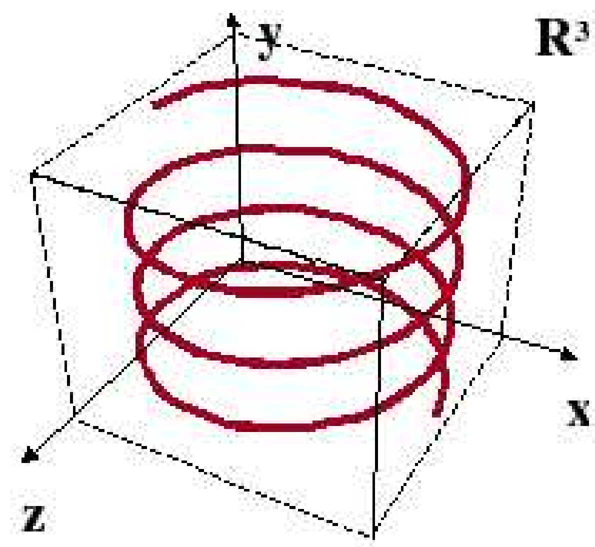
Curva planar

Objetos gráficos :definições

- Um objeto gráfico é denominado **planar** se a dimensão do **espaço ambiente** é 2 e **espacial** se a dimensão é $\geq$ 3.

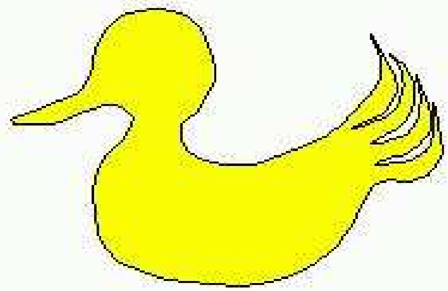
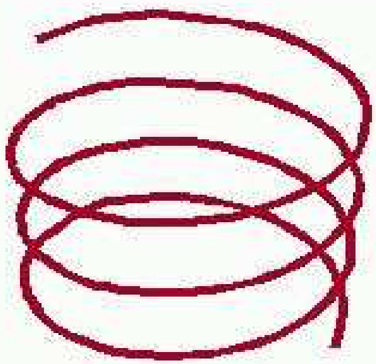
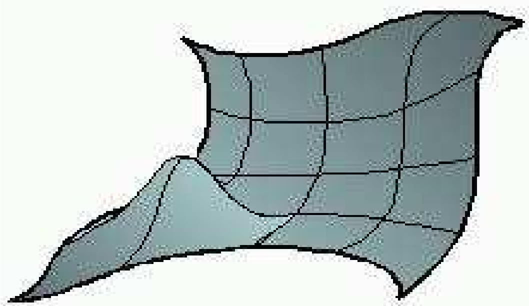


Curva planar



Curva espacial

Objetos gráficos :definições

	unidimensionais	bidimensionais	tridimensionais
Planares			
Espaciais			

Objetos gráficos planares: curvas

- São objetos gráficos **unidimensionais**.

- Base para a descrição de formas em Computação Gráfica:

    - Simples: **círculos, elipses, diagramas**.

    - Complexas: **aeronaves, navios, dutos**.

Objetos gráficos planares: curvas

- Aplicações:

  - Descrição de **objetos sintéticos**.

  - **Modelagem e visualização** de dados e fenômenos científicos.

  - Representação de **trajetórias e animação**.

Objetos gráficos planares: curvas

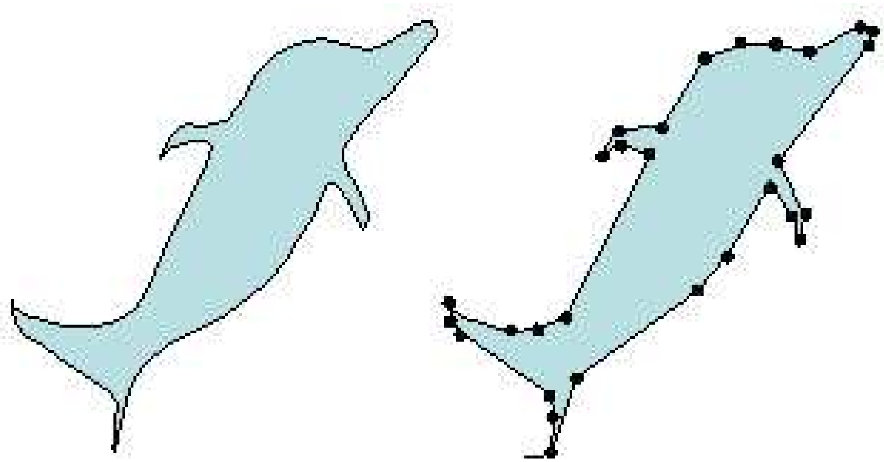
- Um caso particular das curvas são as curvas simples.

- Curvas simples **não possuem auto-interseção**.

- Curvas simples são importantes na caracterização de regiões.

Objetos gráficos planares: representação de curvas

- Curvas podem ser aproximadas através de segmentos de retas.



- Curvas mais complexas requerem formas mais eficientes de representação.

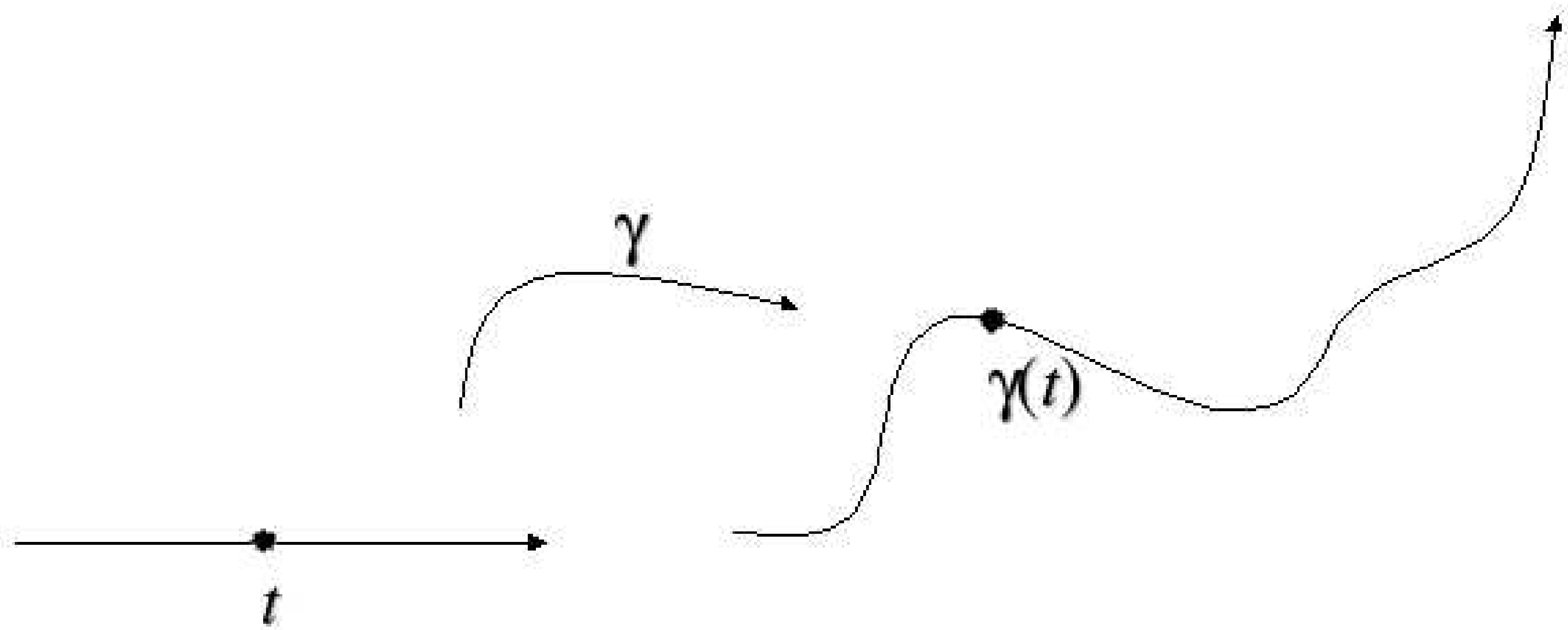
Objetos gráficos planares: representação de curvas

- Uma alternativa consiste em representar curvas analiticamente através de **equações**.

- Temos duas formas clássicas de representação:
  - *Paramétrica.*
  - *Implícita.*

Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- A descrição paramétrica de uma curva planar é uma função $\gamma : I \subset R \rightarrow R^2$ tal q $\gamma(t) = (x(t), y(t))$.

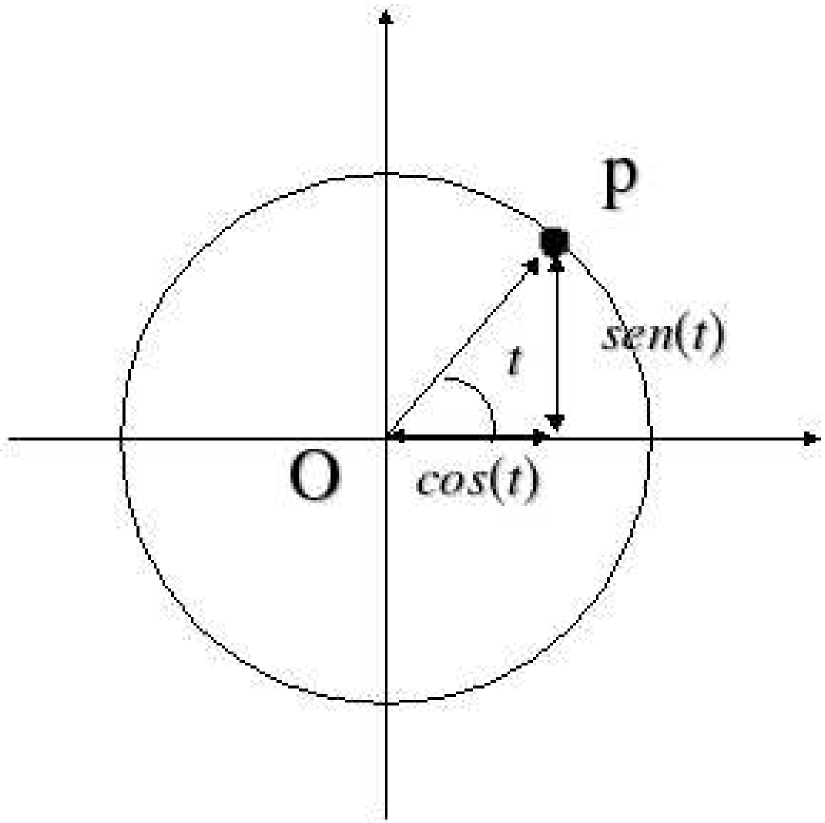


Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- Uma curva paramétrica pode ser vista como a **trajetória** de um ponto se inter- pretarmos o parâmetro t como o tempo .
- O conjunto de pontos de uma equação paramétrica $\gamma(t)$ é denominado **traço**.
- Existem várias parametrizações possíveis para uma curva.

Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas - exemplos

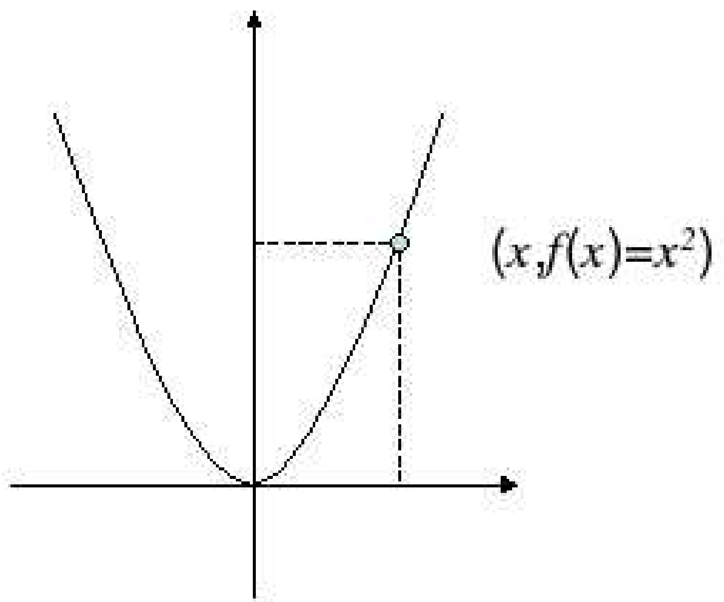
- Círculo unitário: (*cos(t),sen(t)*), onde *t* é o ângulo formado pelos pelo segmento *Op* e o eixo das abscissas.



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas - exemplos

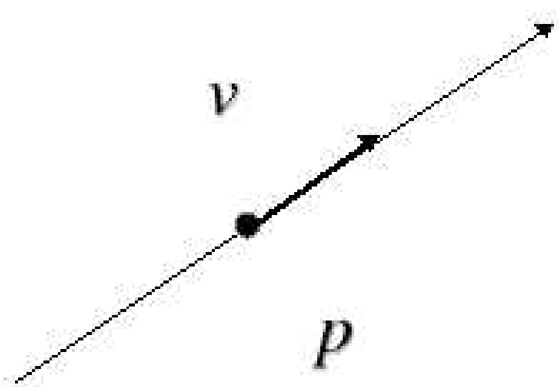
- Gráfico de uma função

  - Seja uma função $f: R \to R$. O **gráfico de f** é o conjunto $G(f)=\{(x,f(x))\ ;\ x \in I\}$ que define uma curva simples.
  - A parametrização do gráfico de uma função é dada pela equação $\gamma(t)=(t,f(t))$.



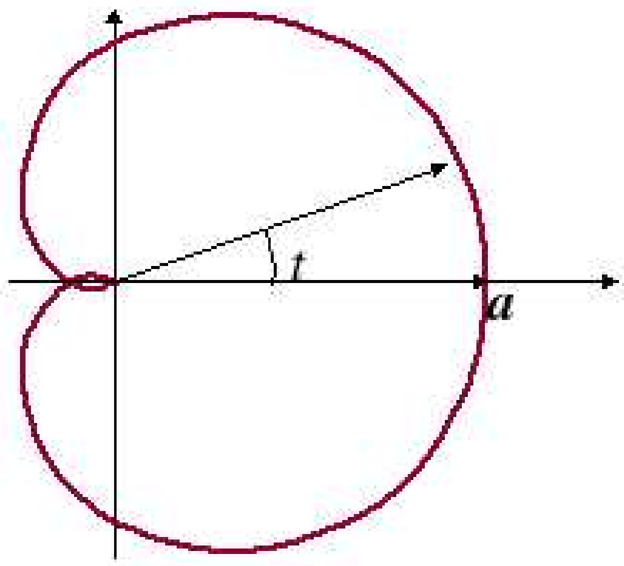
Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas - exemplos

- Reta no plano (equação vetorial) $\gamma(t) = p + vt$,
  onde *p* é um ponto do R^2, v um vetor do R^2, $t \in R$.



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.



$$x(t) = 4a\frac{1-3\tan^2(t)}{(1+\tan^2(t))^3}$$

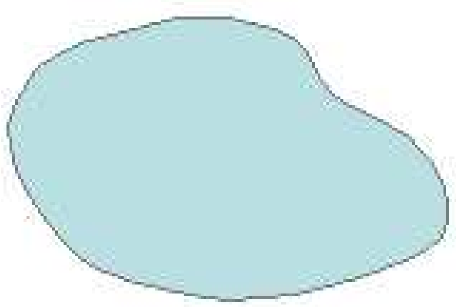
$$y(t) = 4a\frac{\tan(t)(3-\tan^2(t))}{(1+\tan^2(t))^3}$$

Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.

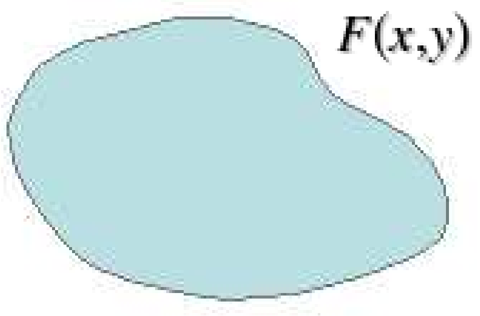
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



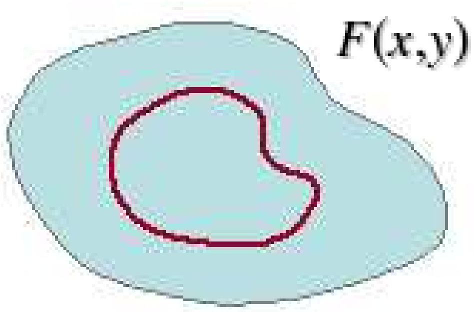
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



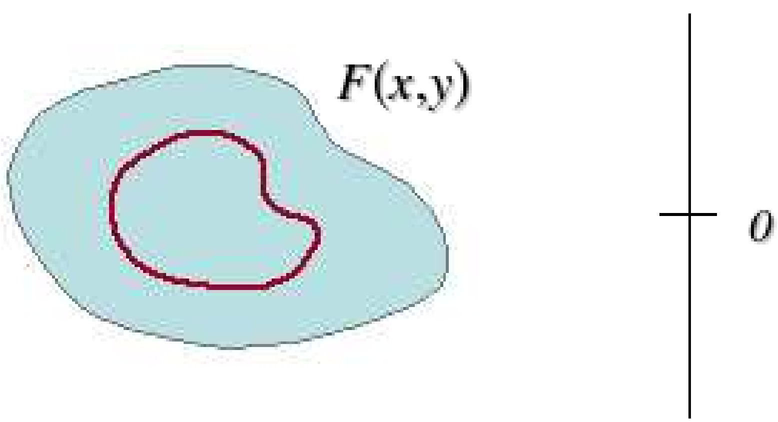
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



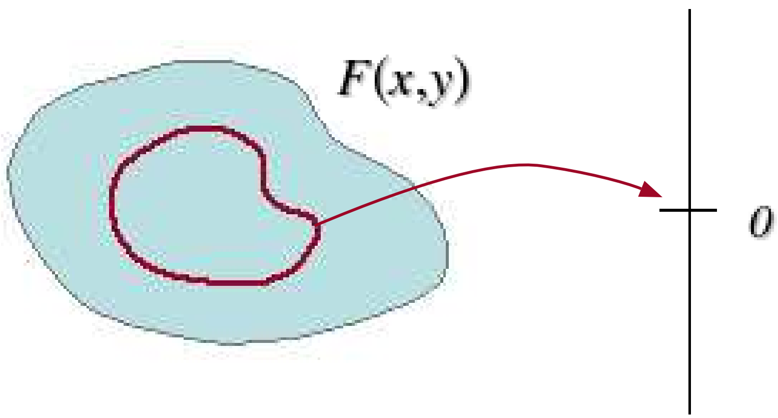
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



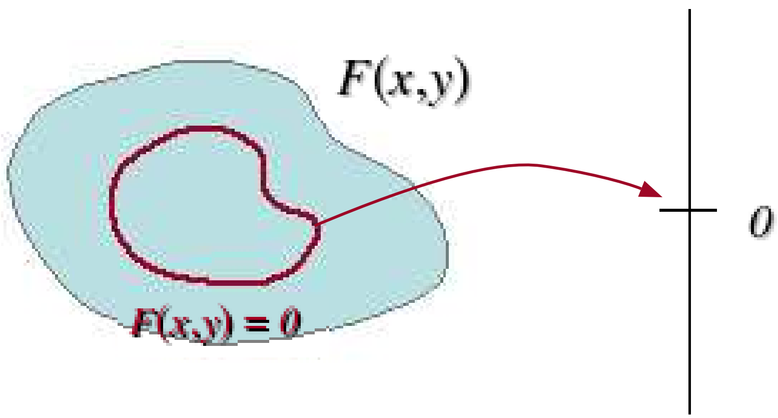
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



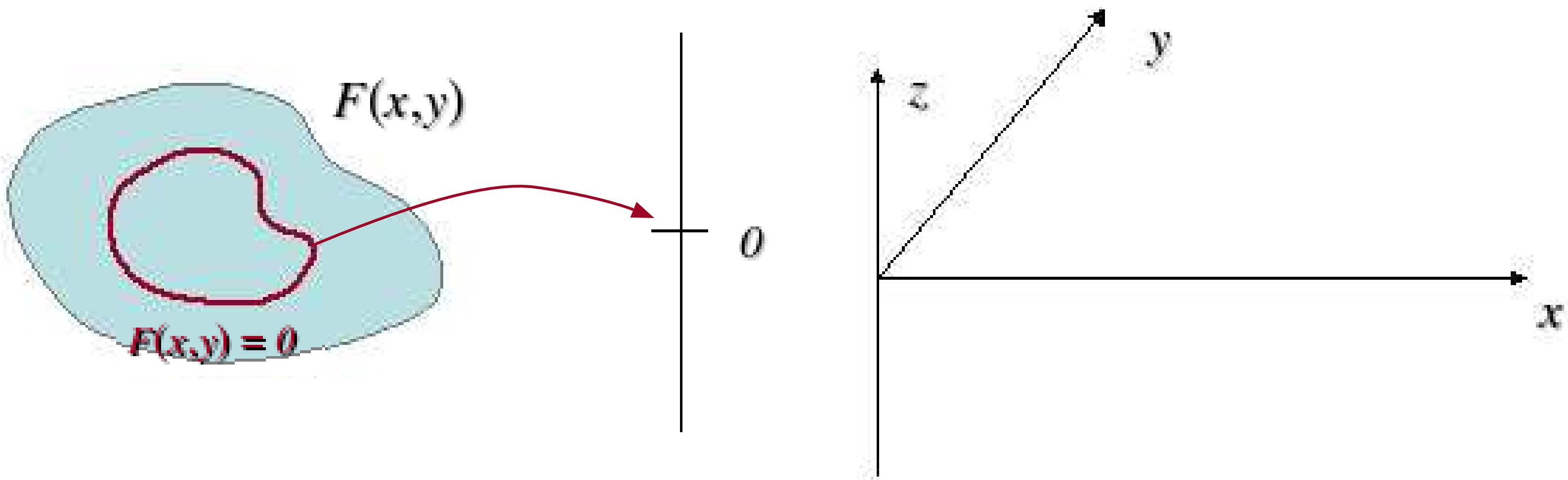
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



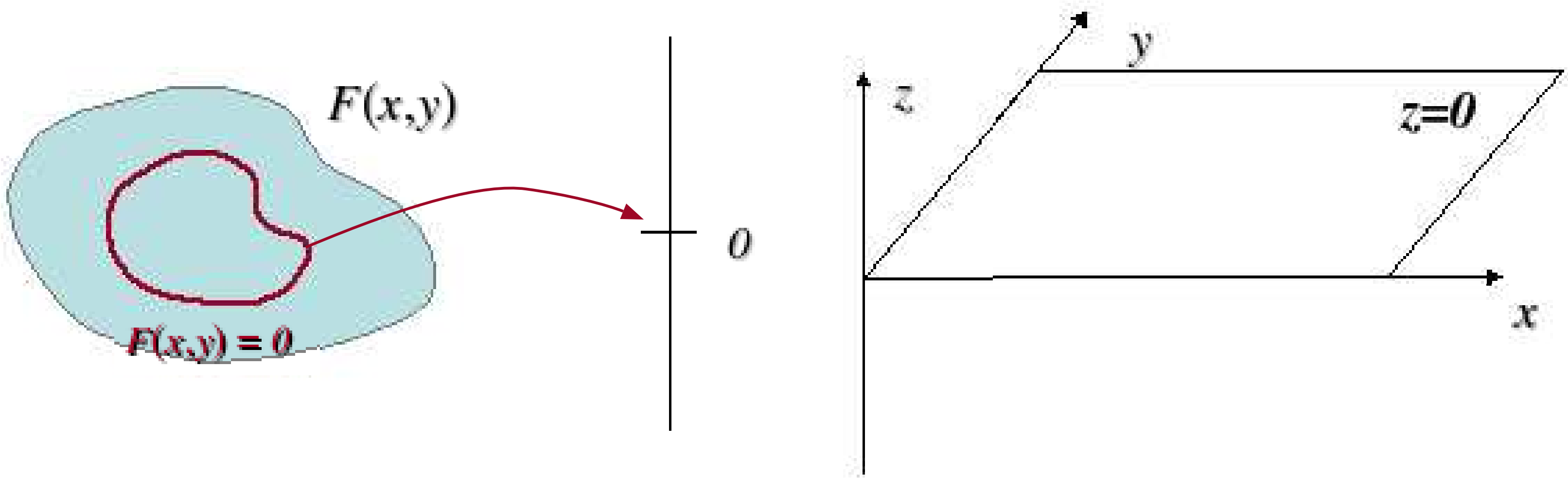
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



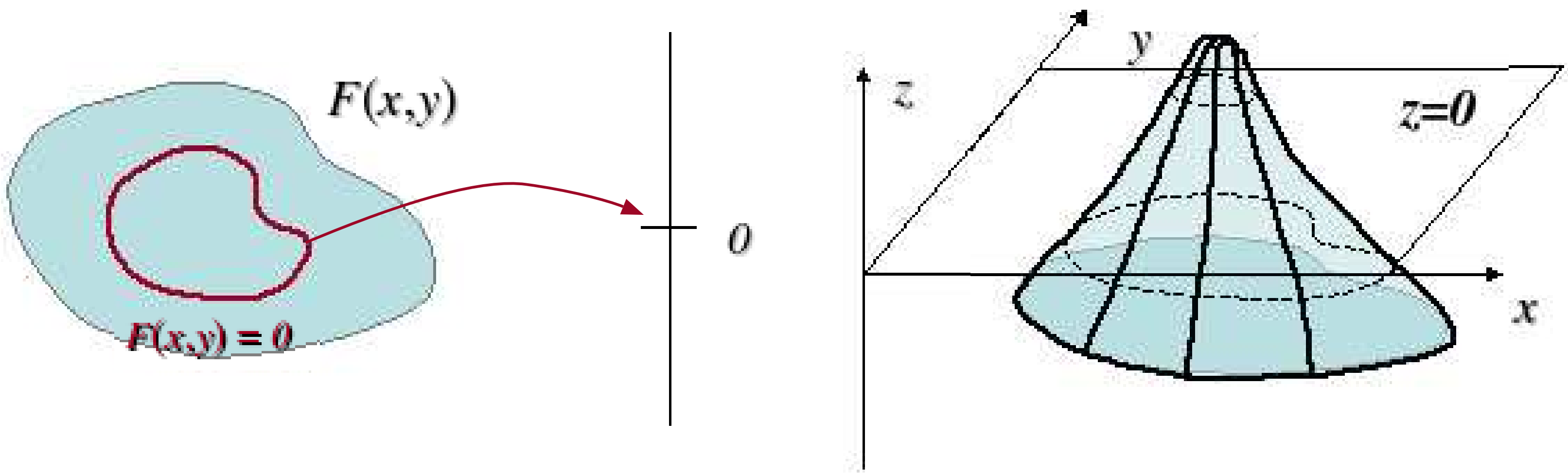
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação *F(x,y) = 0.*



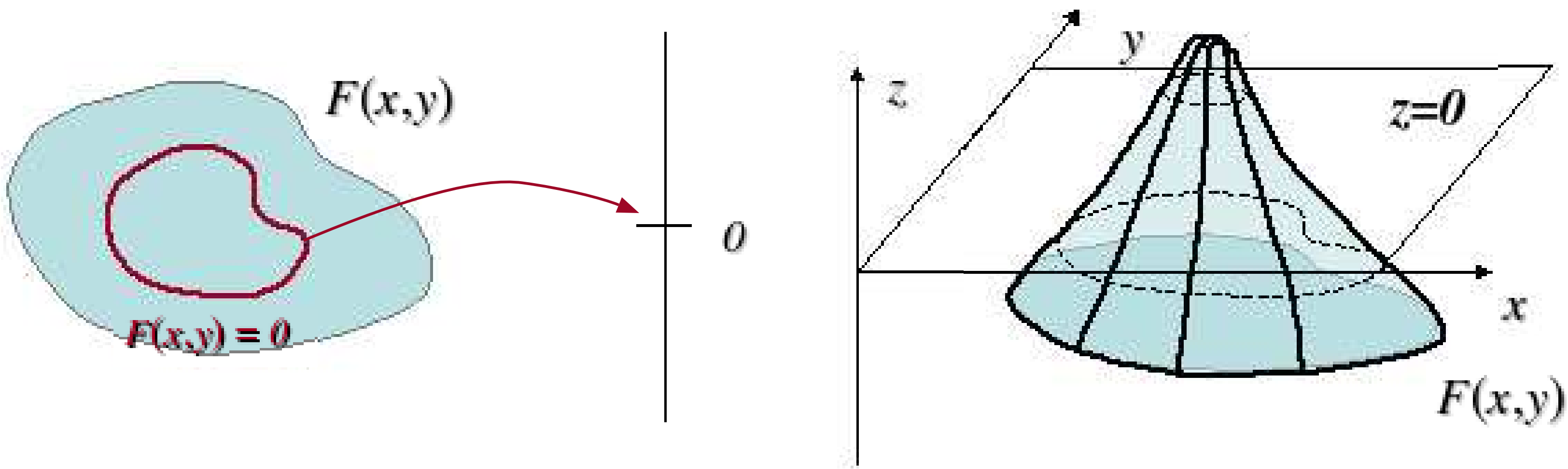
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



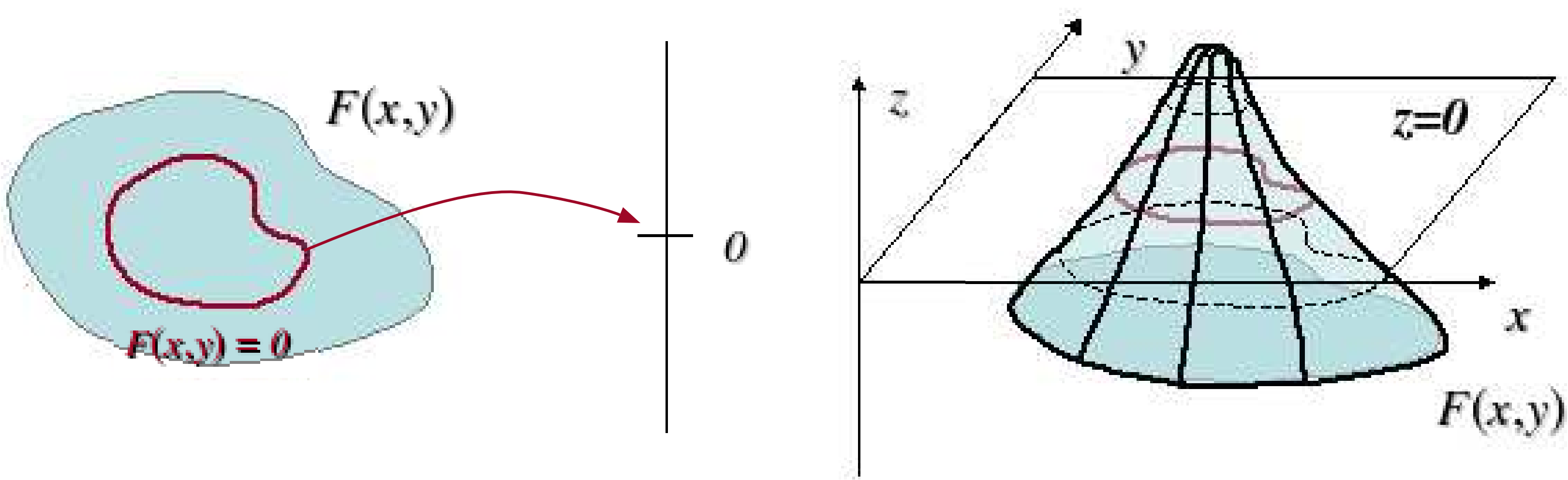
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



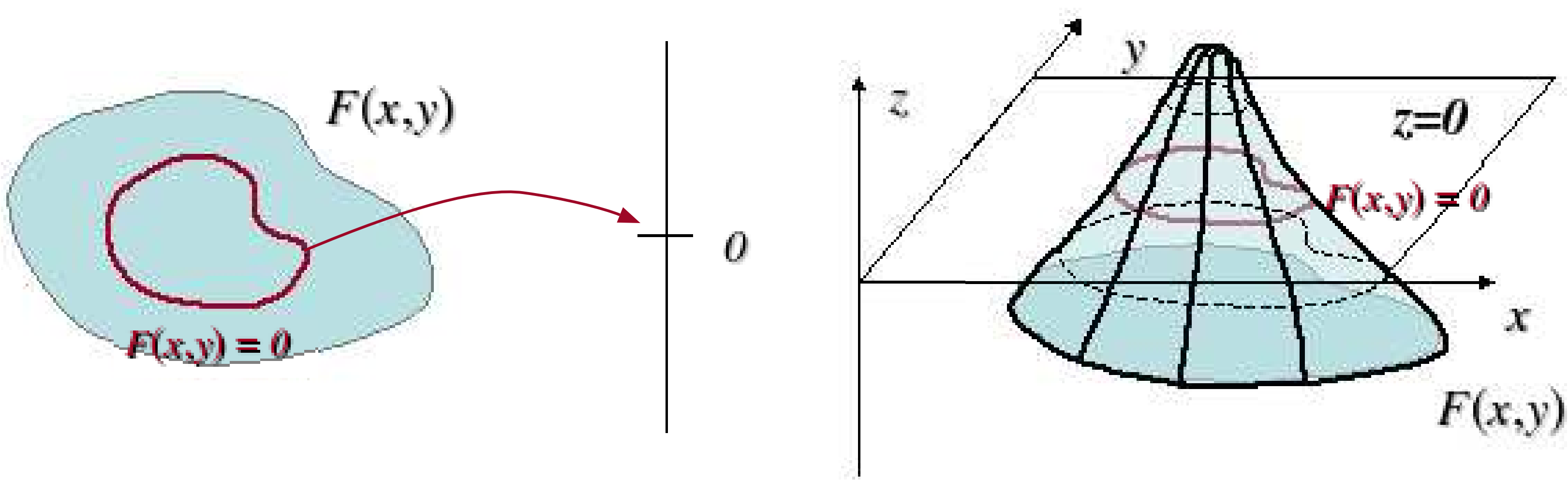
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação *F(x,y) = 0.*



Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- A descrição implícita define uma curva como o **conjunto de raízes** de uma equação $F(x,y) = 0$.



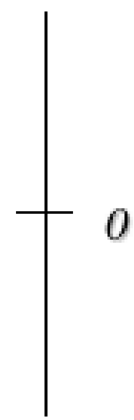
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- Seja $F : U \subset R^2 \rightarrow R$ uma função implícita que descreve uma curva.

- O **suporte geométrico** da curva é dada pelos **conjunto de soluções** da equação $F(x,y) = 0$.

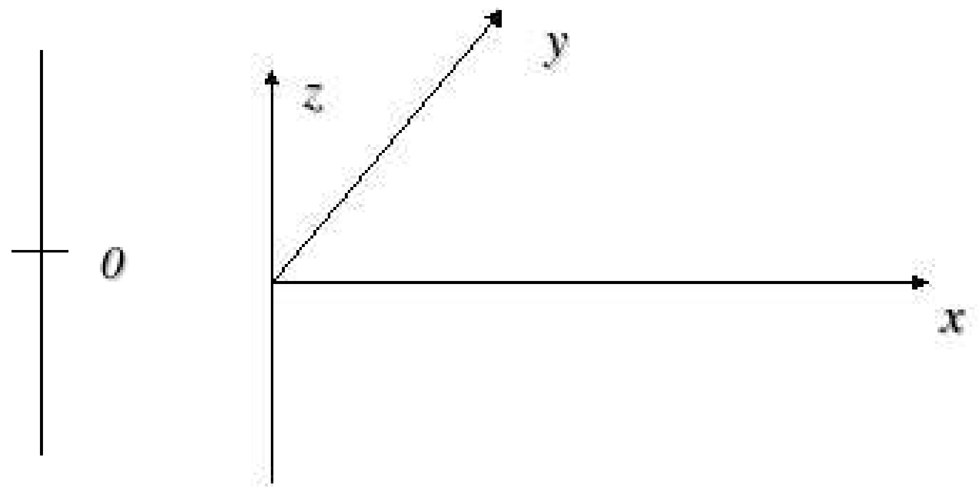
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por
  $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



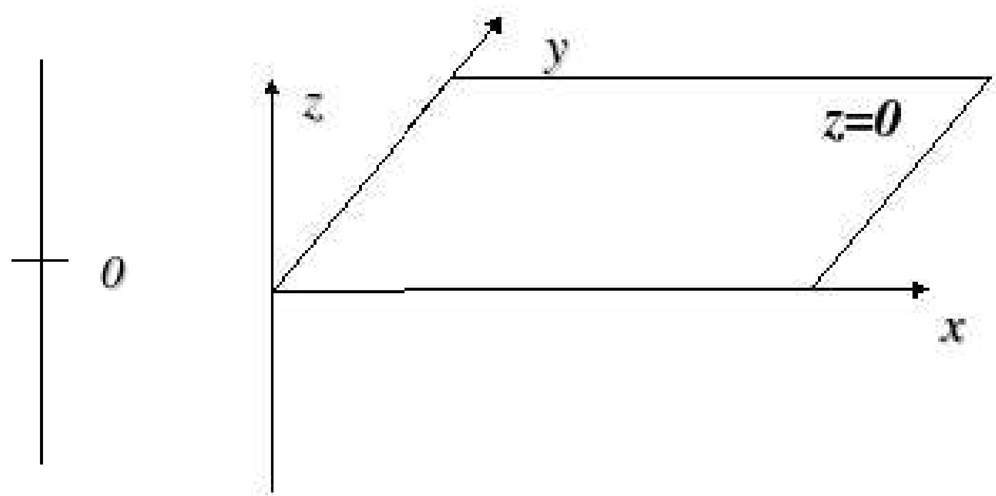
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



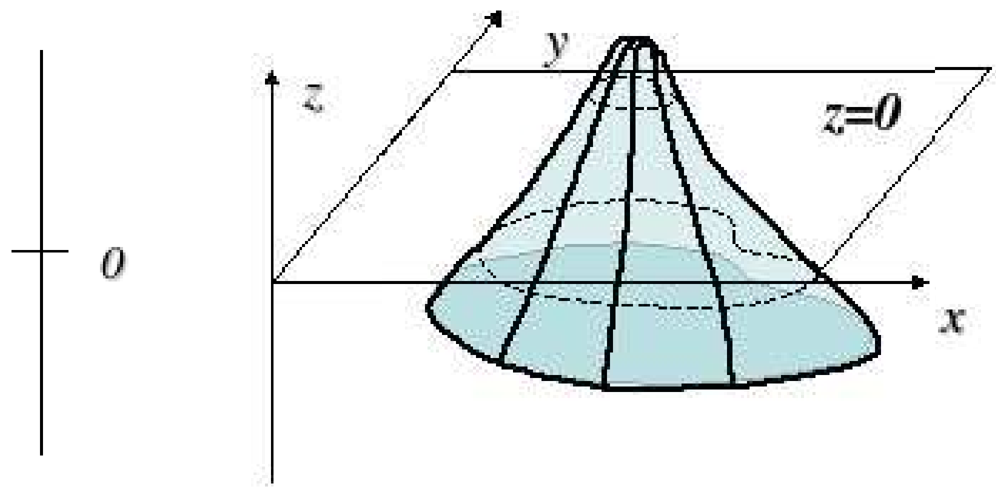
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



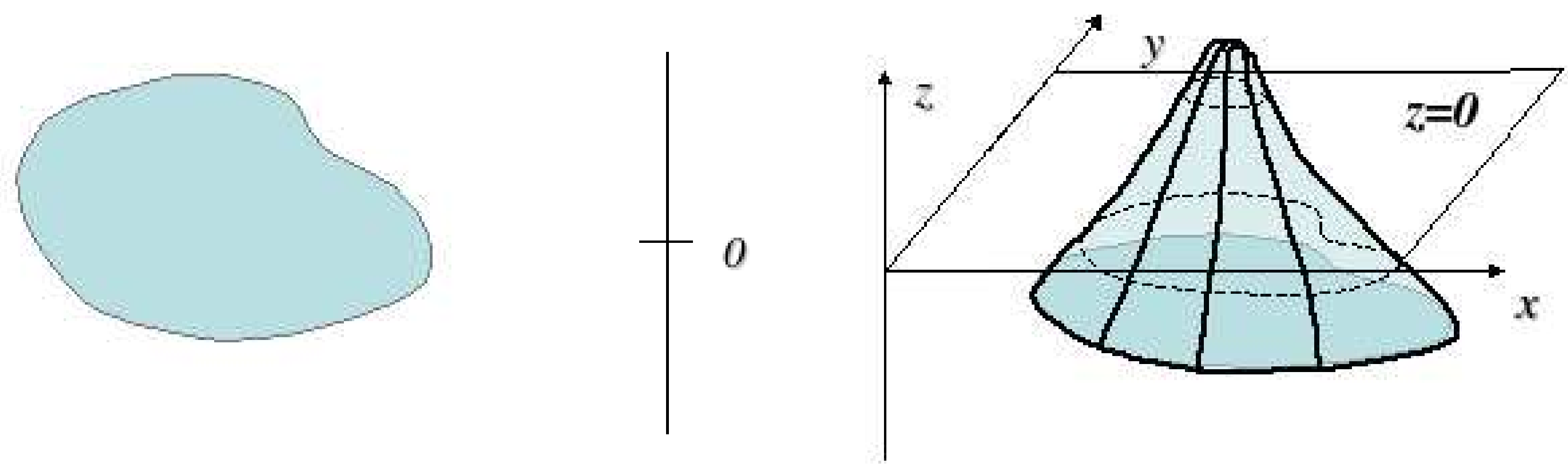
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



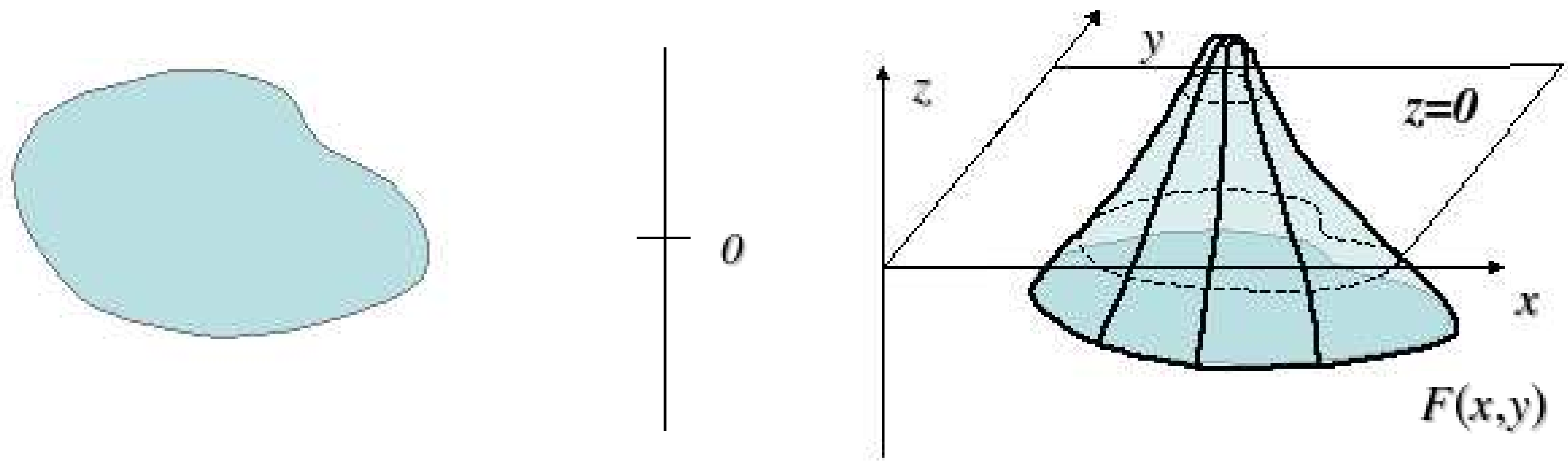
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



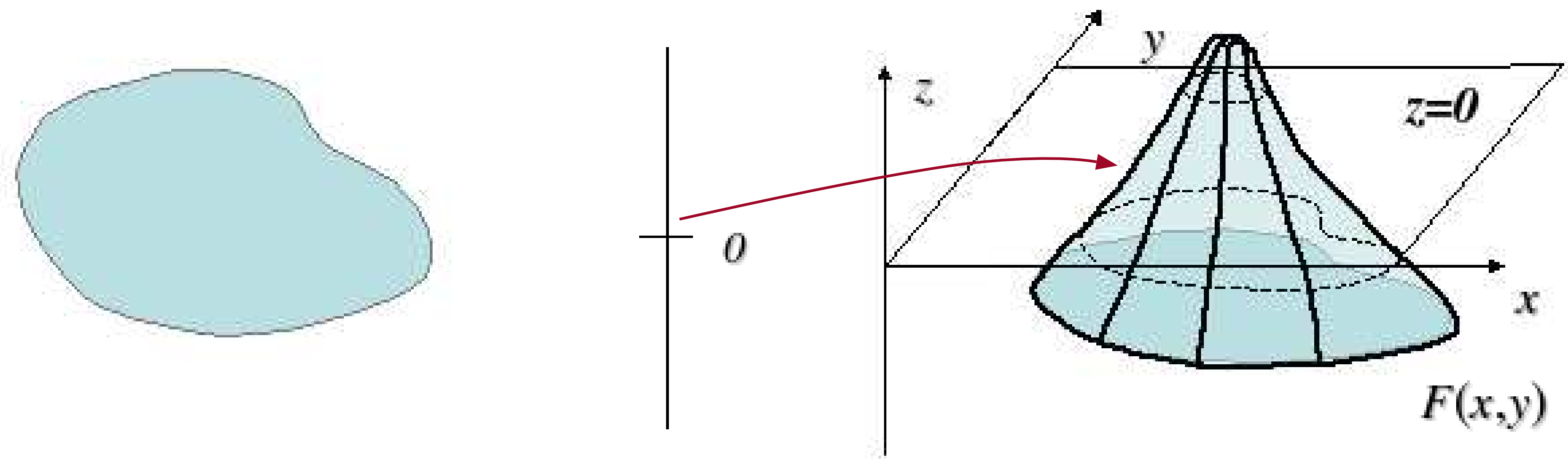
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



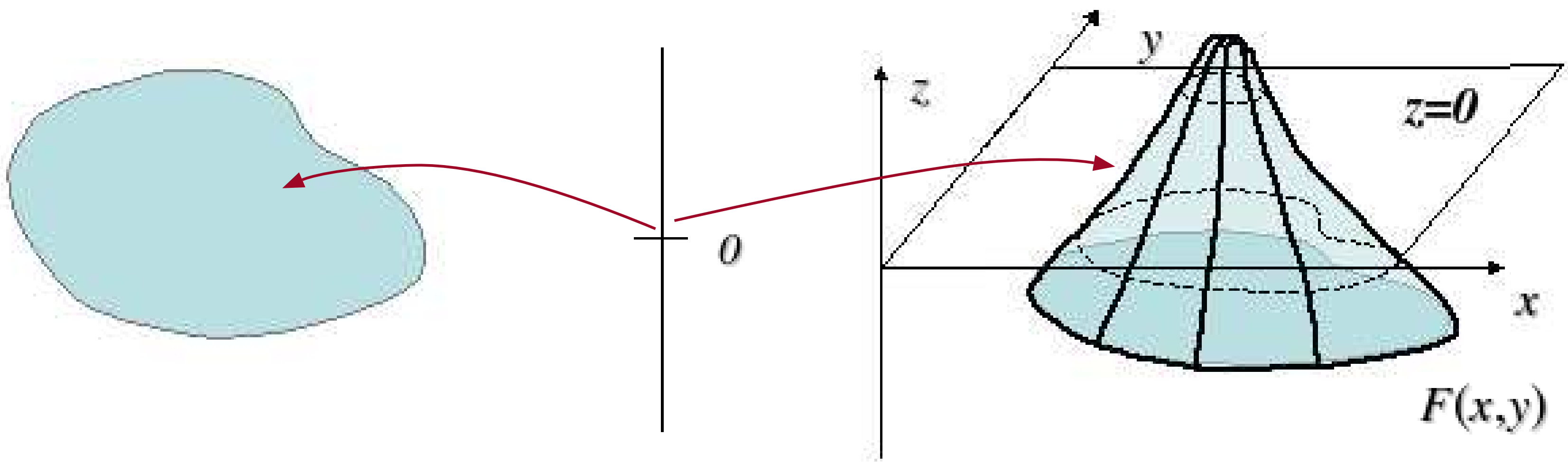
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



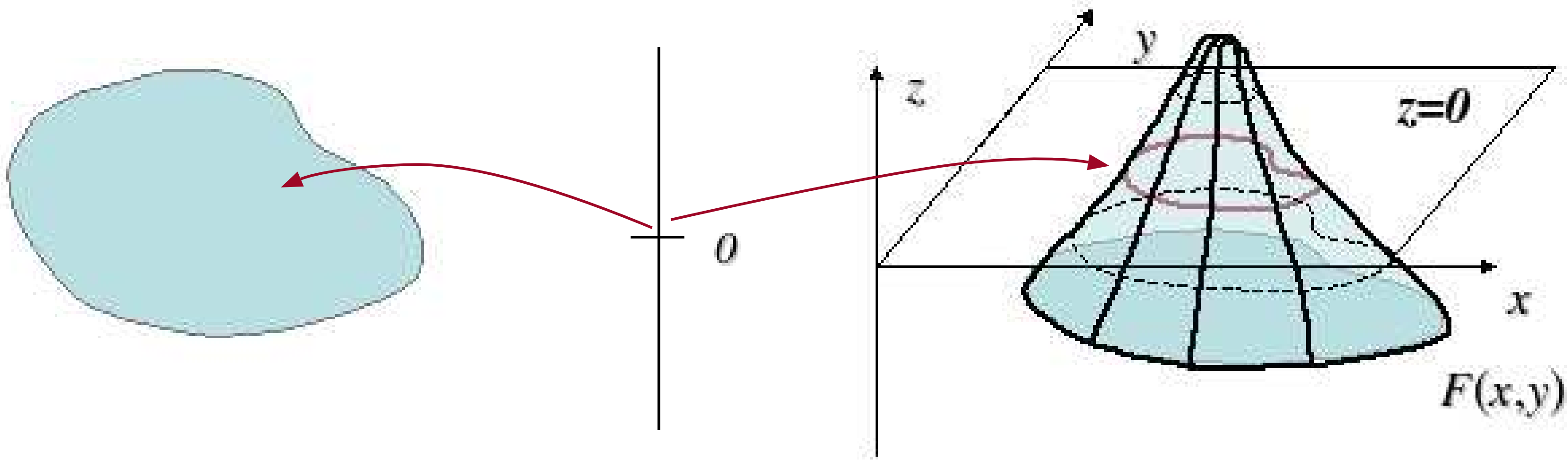
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



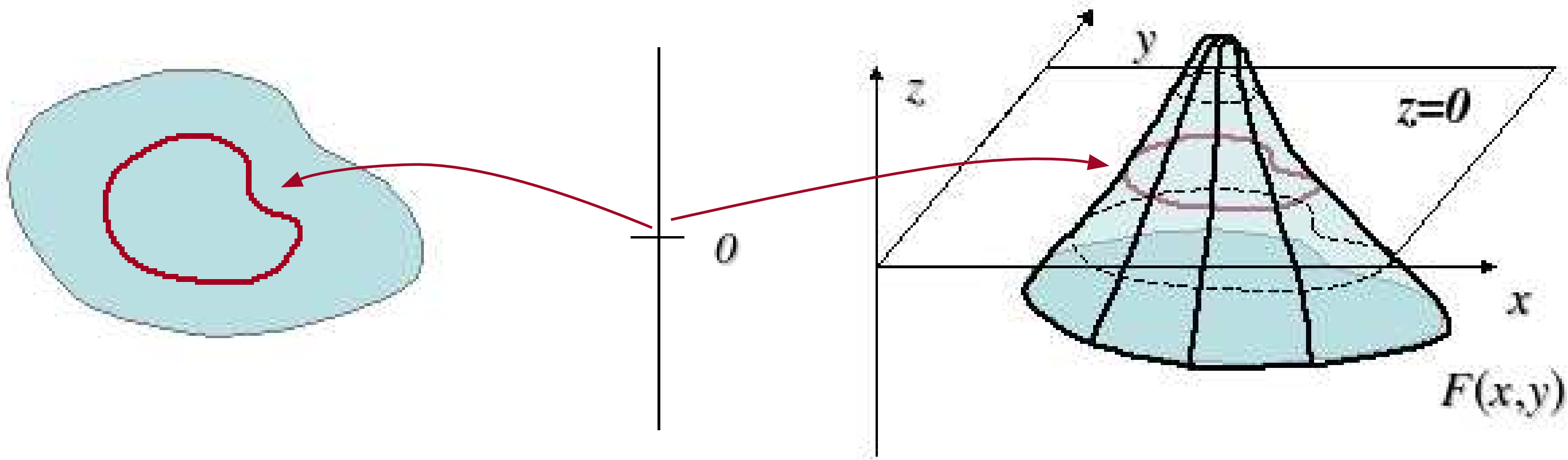
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



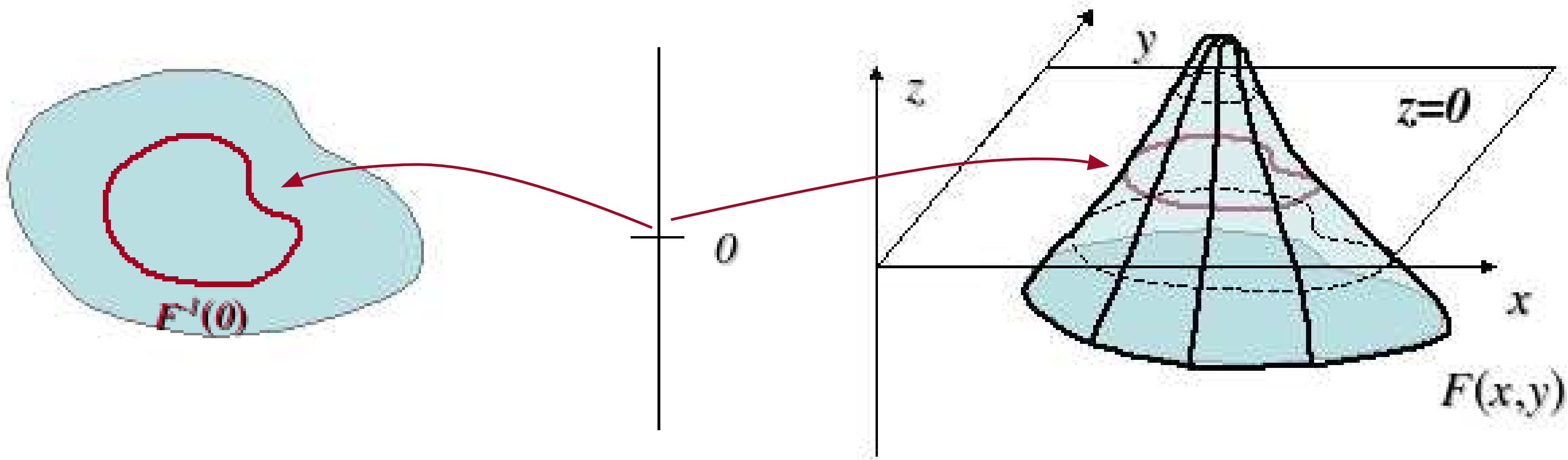
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



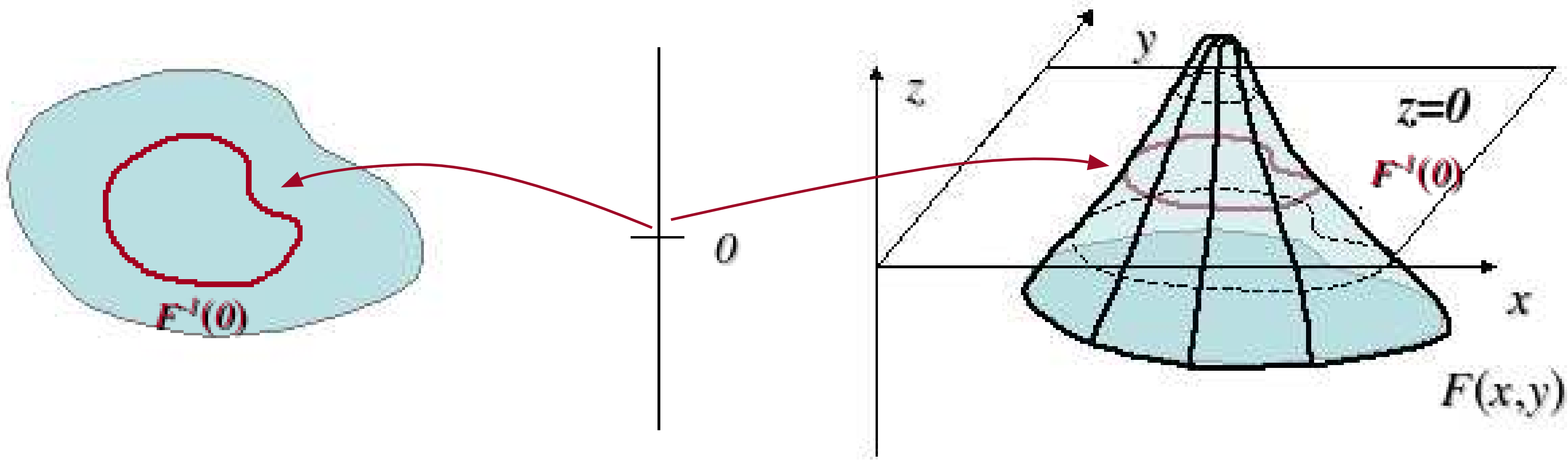
Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- O conjunto de raízes de $F(x,y)=0$ é a imagem inversa do 0 e é indicada por $F^{-1}(0) = \{(x,y) \in R^2 \mid F(x,y)=0\}$.



Objetos gráficos planares: representação implícita de curvas

- Exemplos:

  - (Equação implícita da reta)

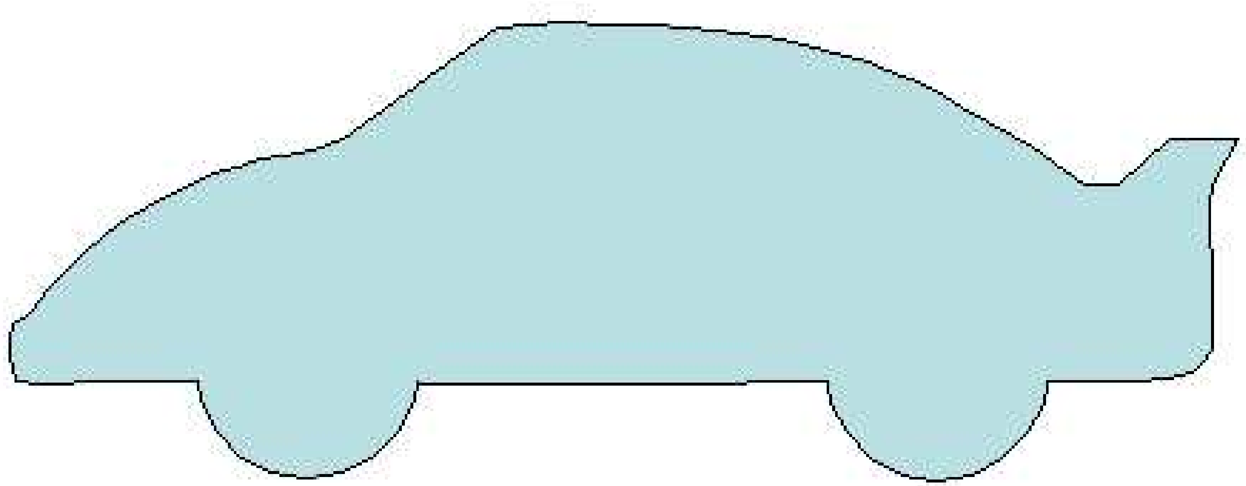
    $ax+by+c=0,\ ab\neq 0$

  - (Equação implícita do círculo)

    $x^2+y^2-r^2 = 0$

Objetos gráficos planares: regiões

- Correspondem a subconjuntos bidimensionais do plano.

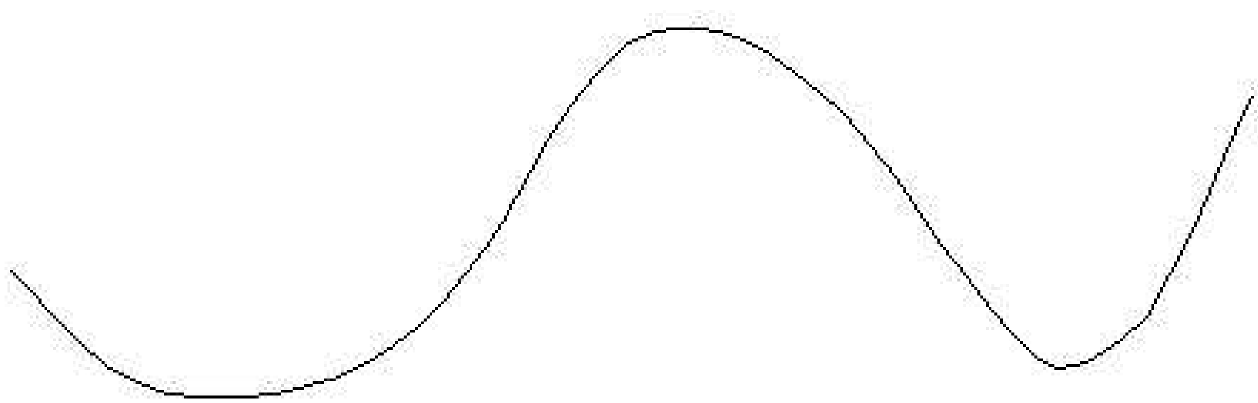


Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - quando utilizar

- Depende do problema.
- Consideraremos dois problemas fundamentais:
  - *Amostragem pontual*
  - *Classificação Ponto-Conjunto*

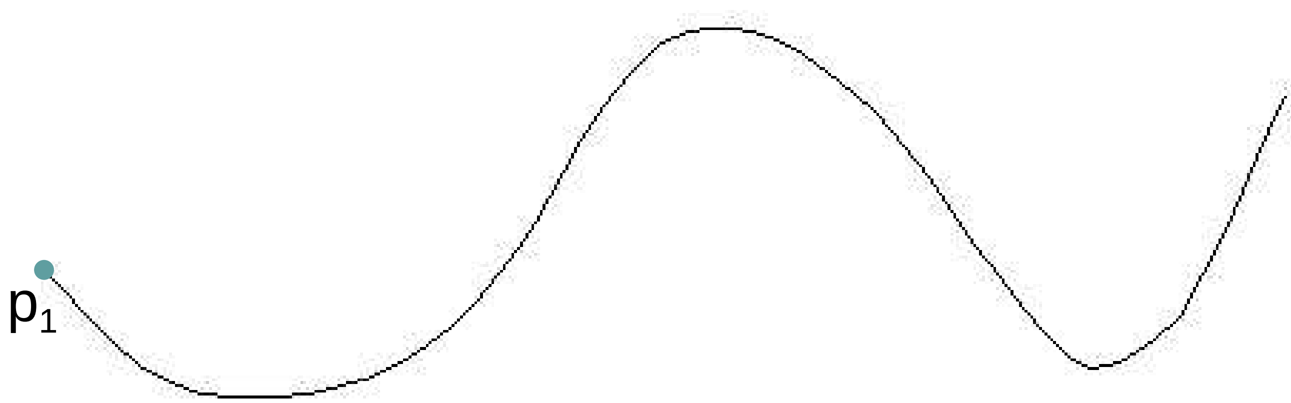
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



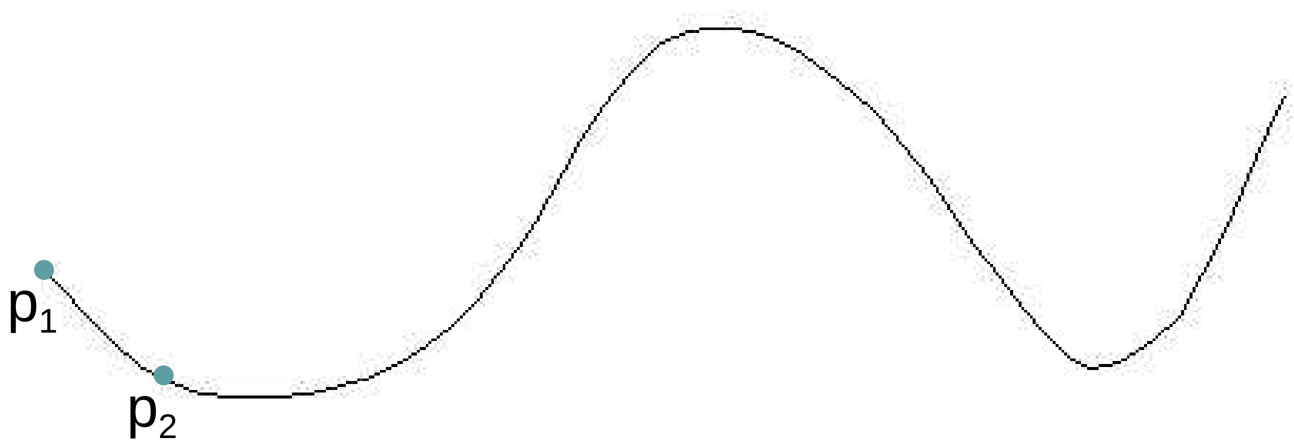
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



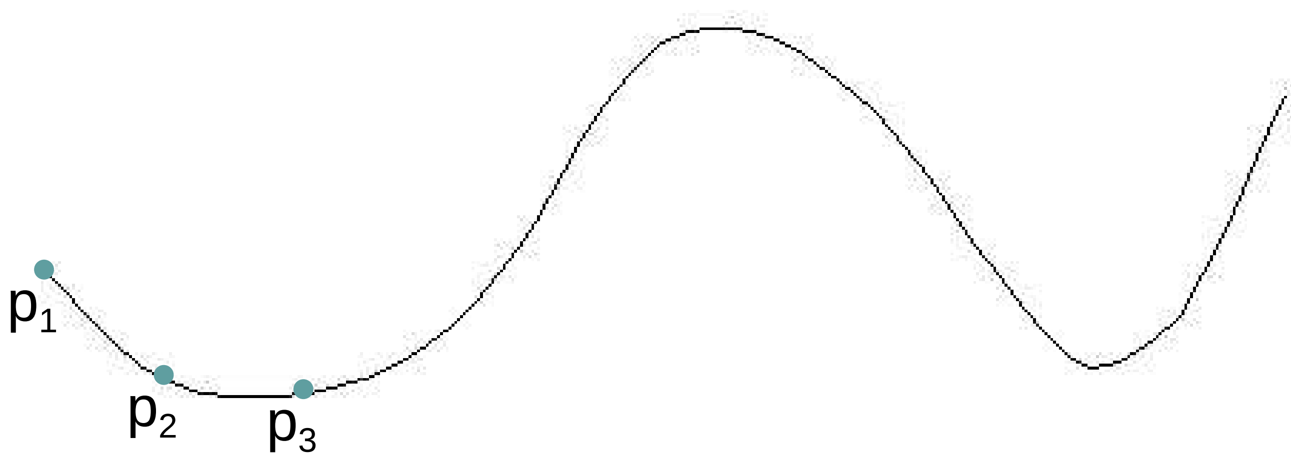
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



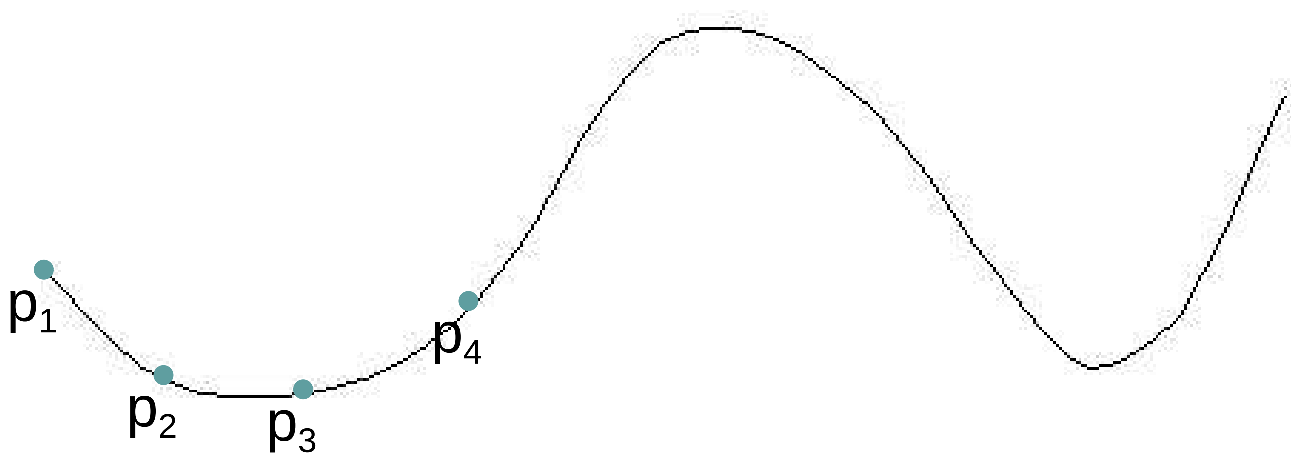
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



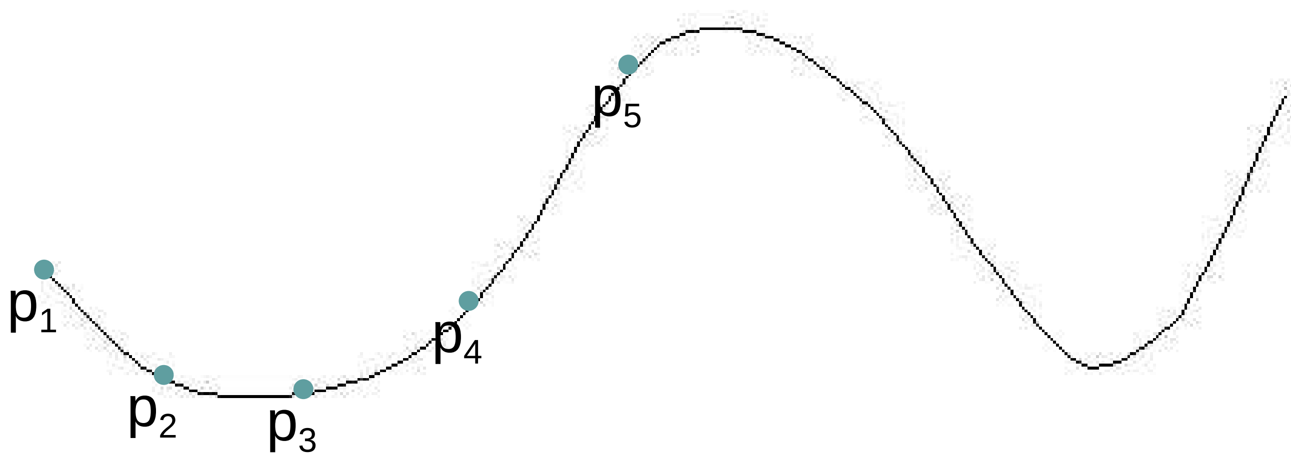
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



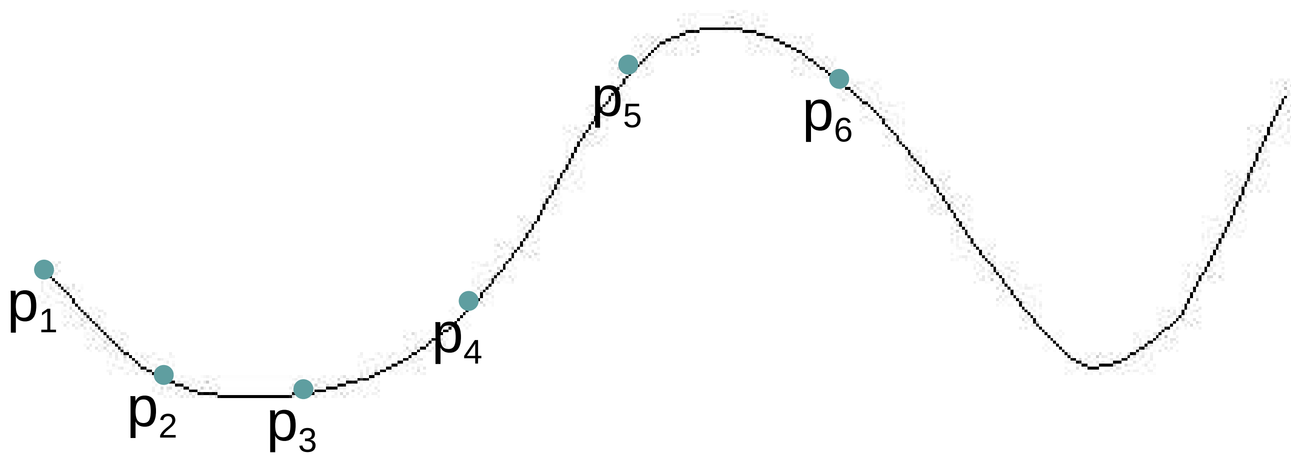
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



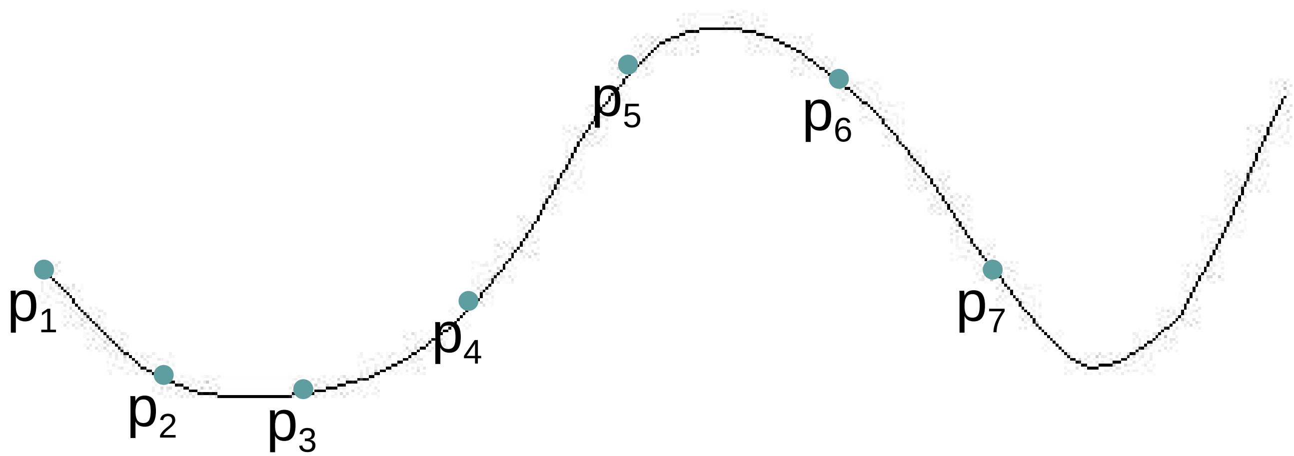
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



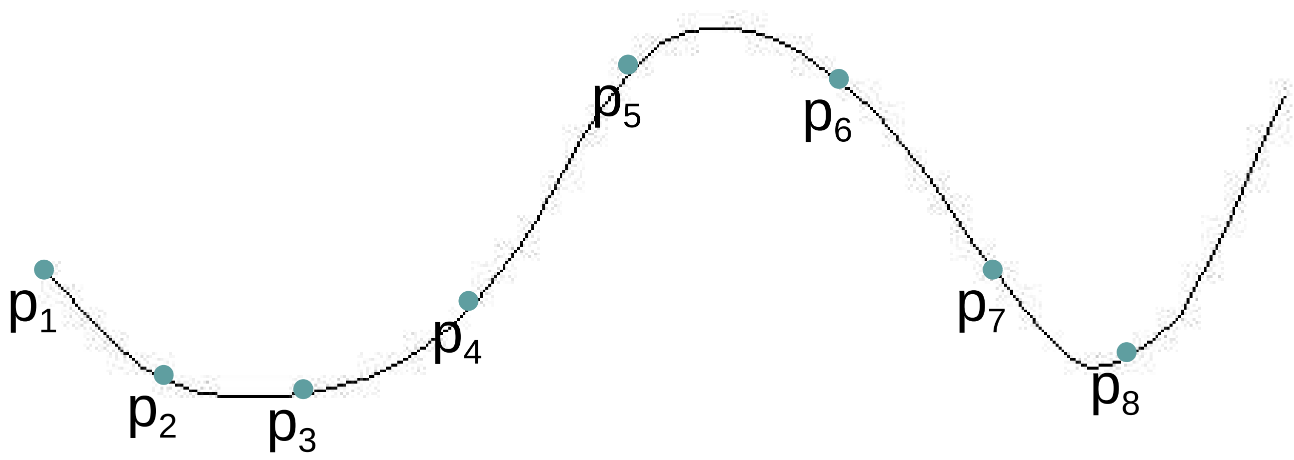
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



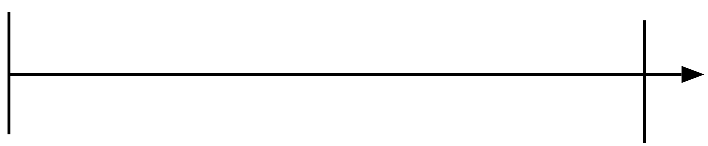
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Dado um objeto gráfico planares com suporte geométrico S determinar um conjunto de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tais que $p_i \in S$.



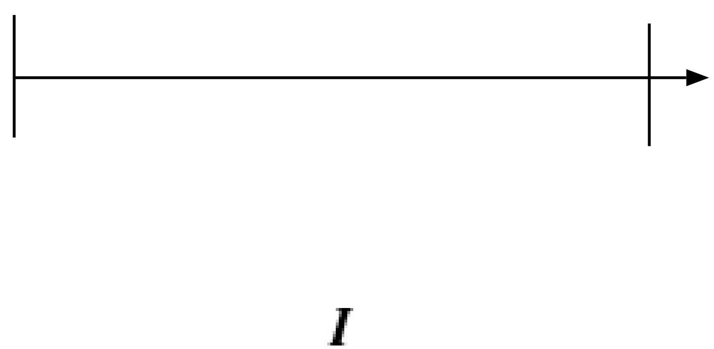
Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

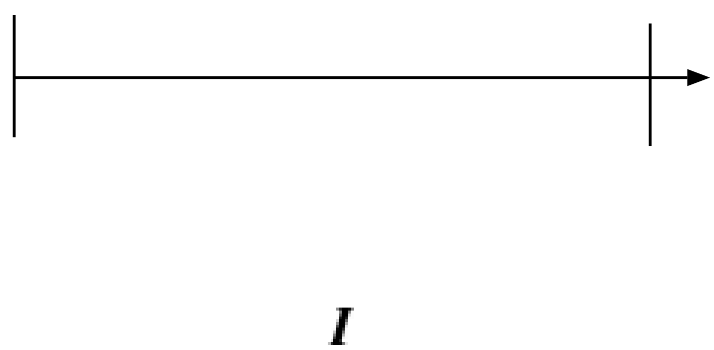
- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

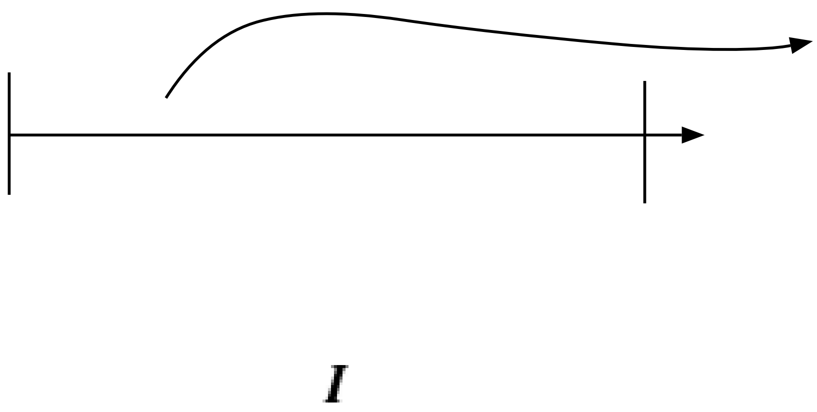
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

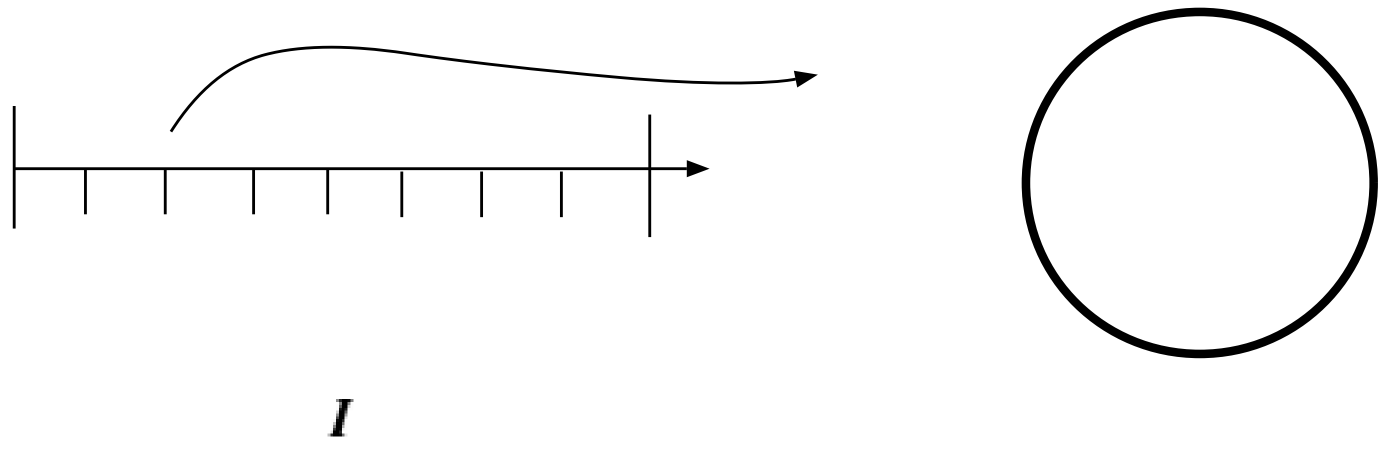
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

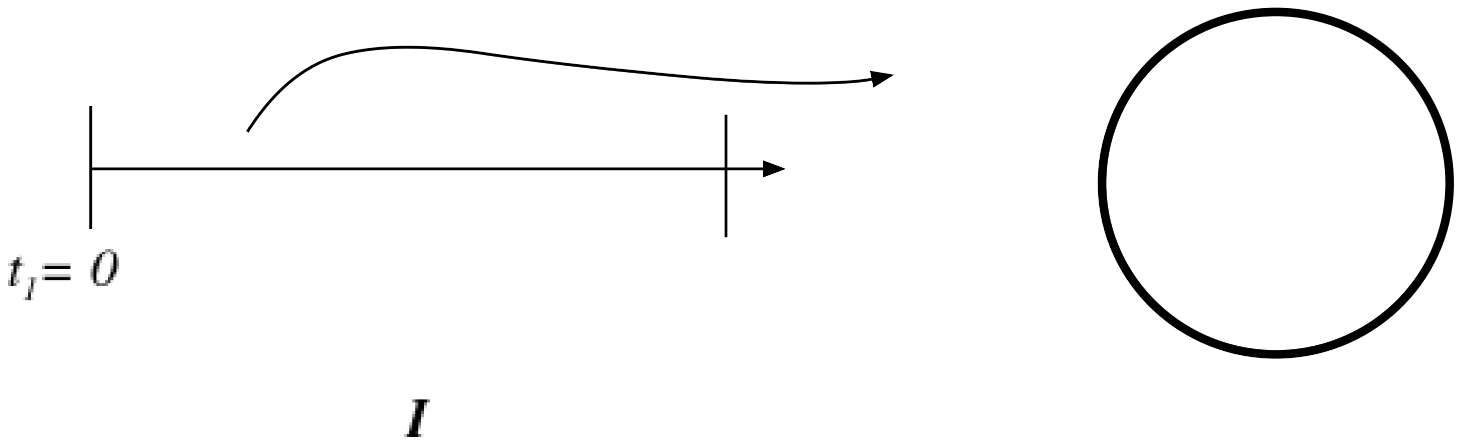
$$\gamma(t): I \to R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

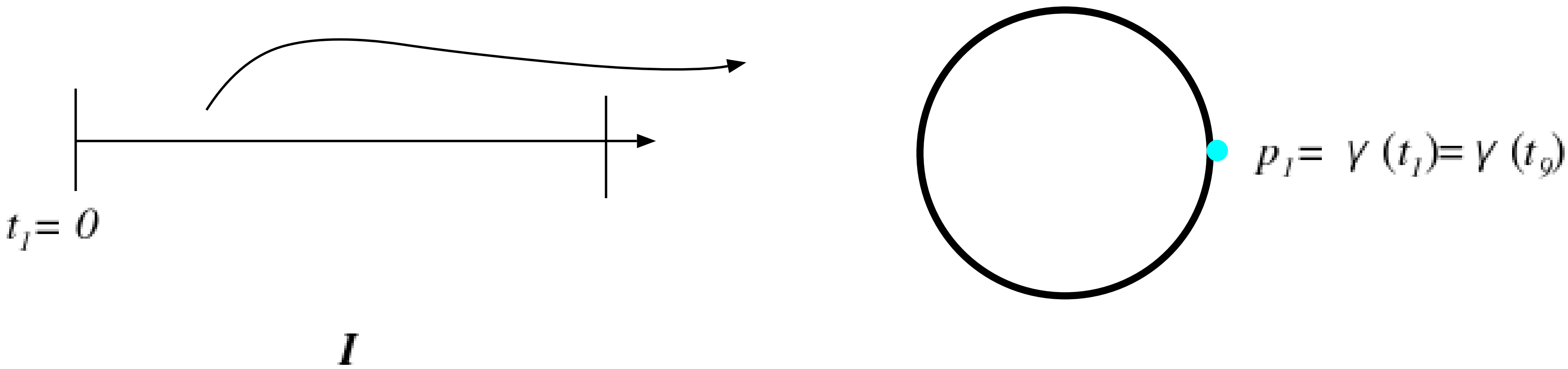
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

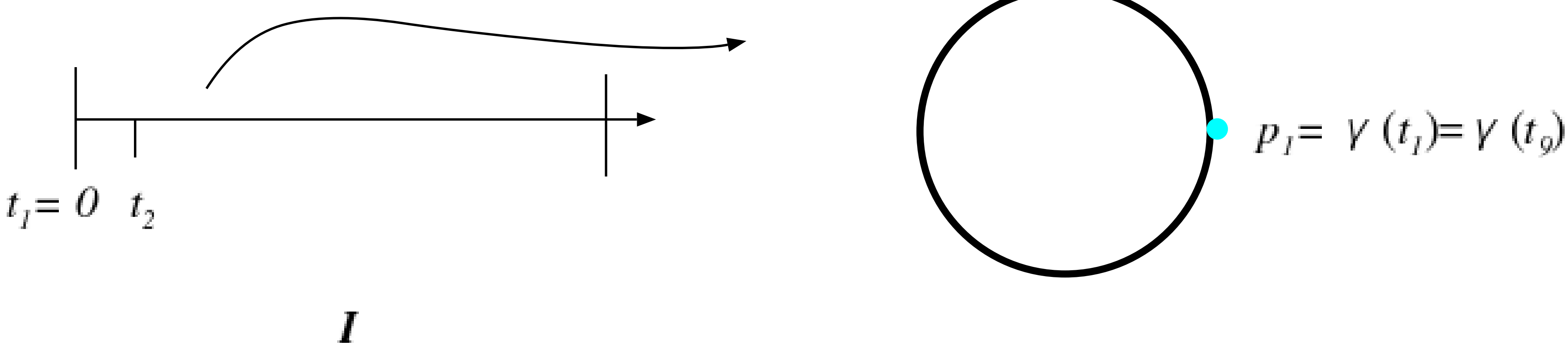
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

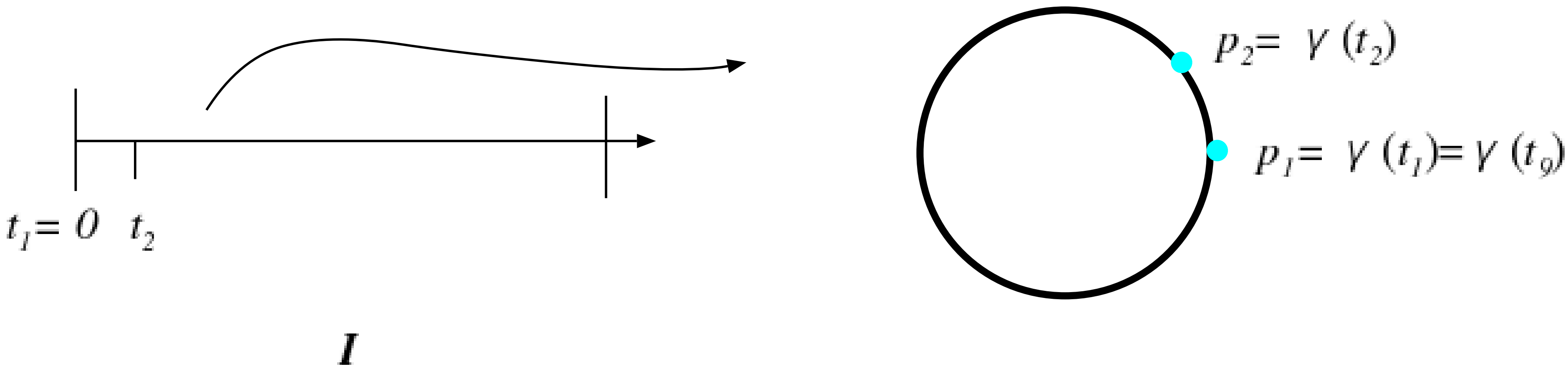
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

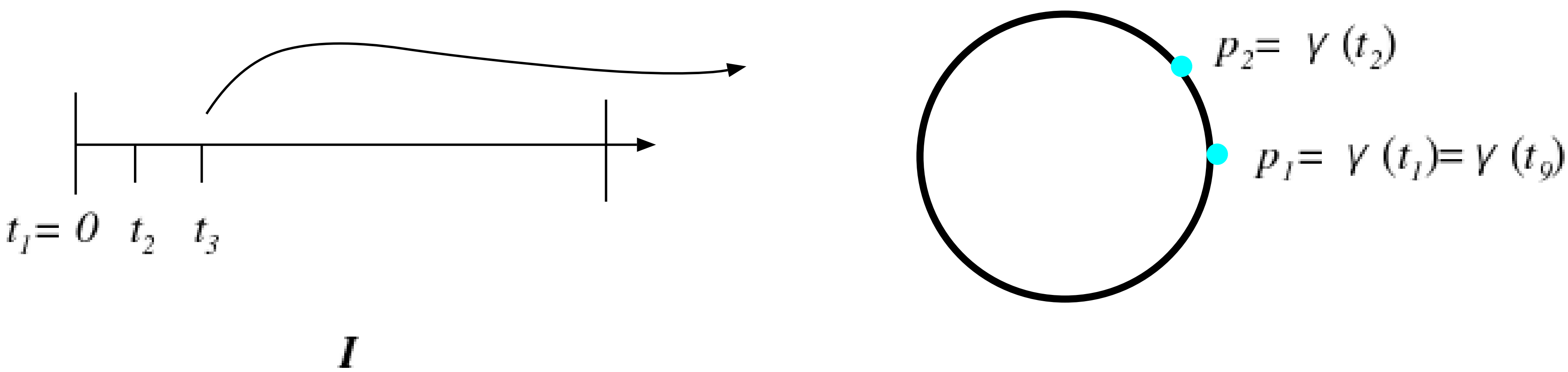
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

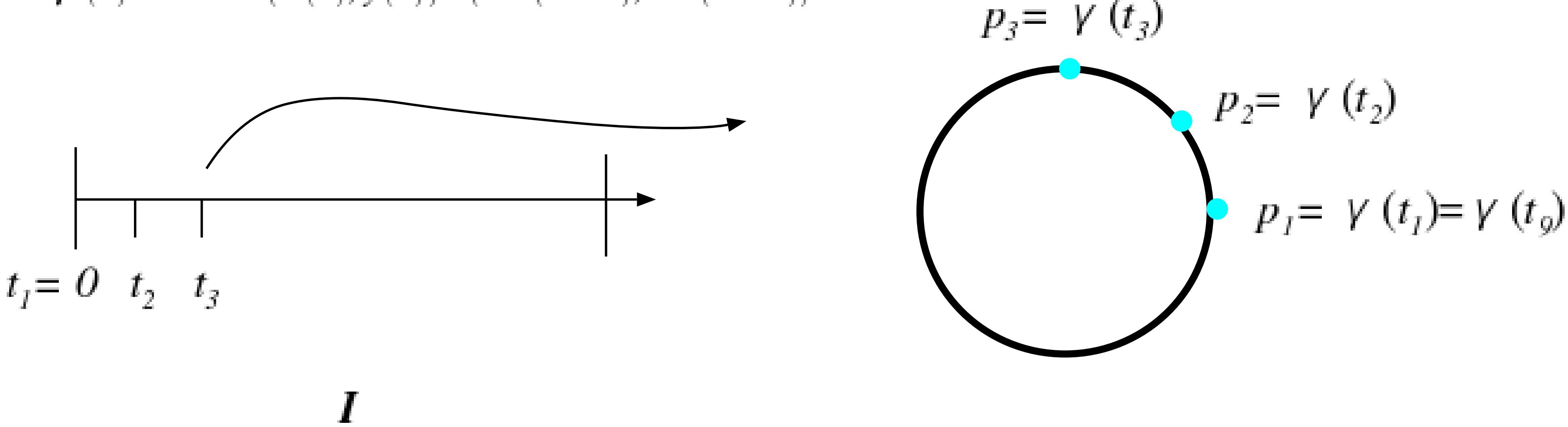
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

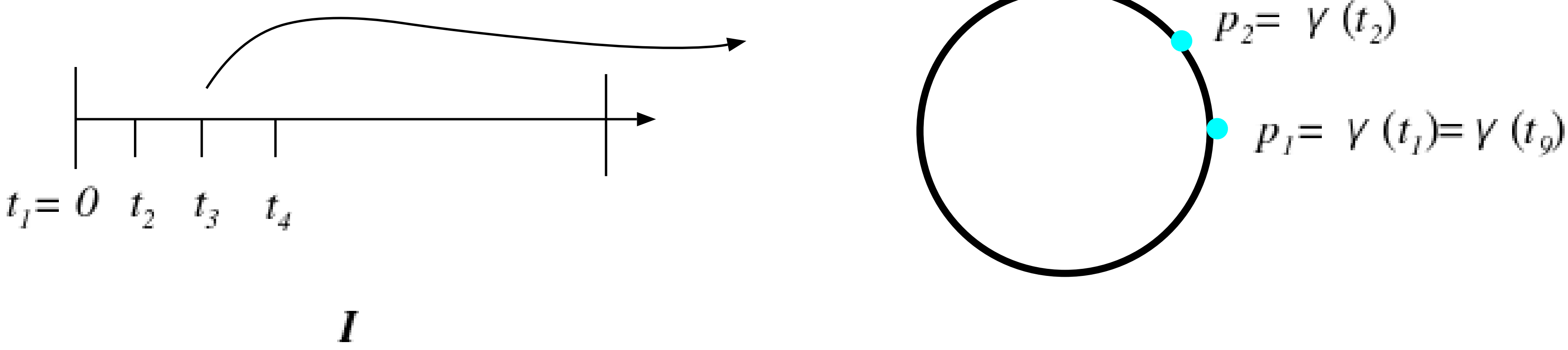
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

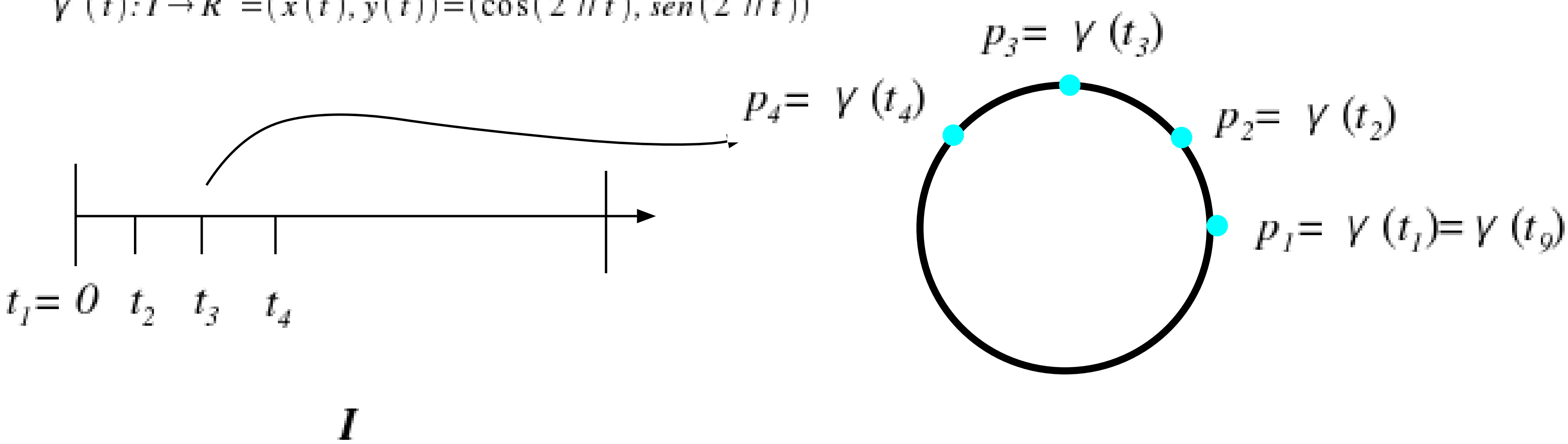
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

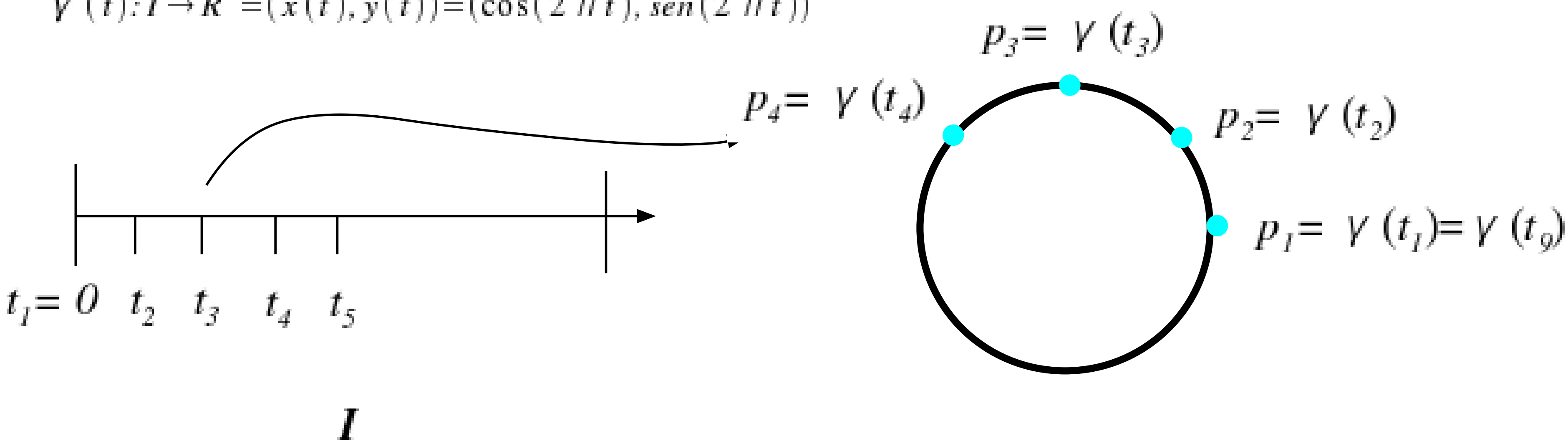
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

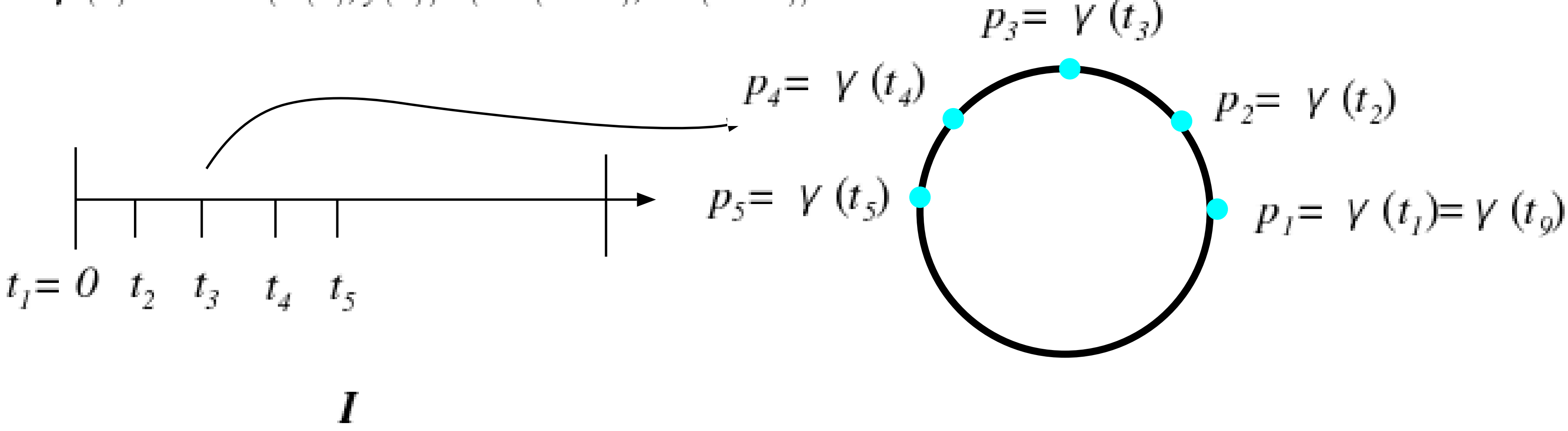
$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

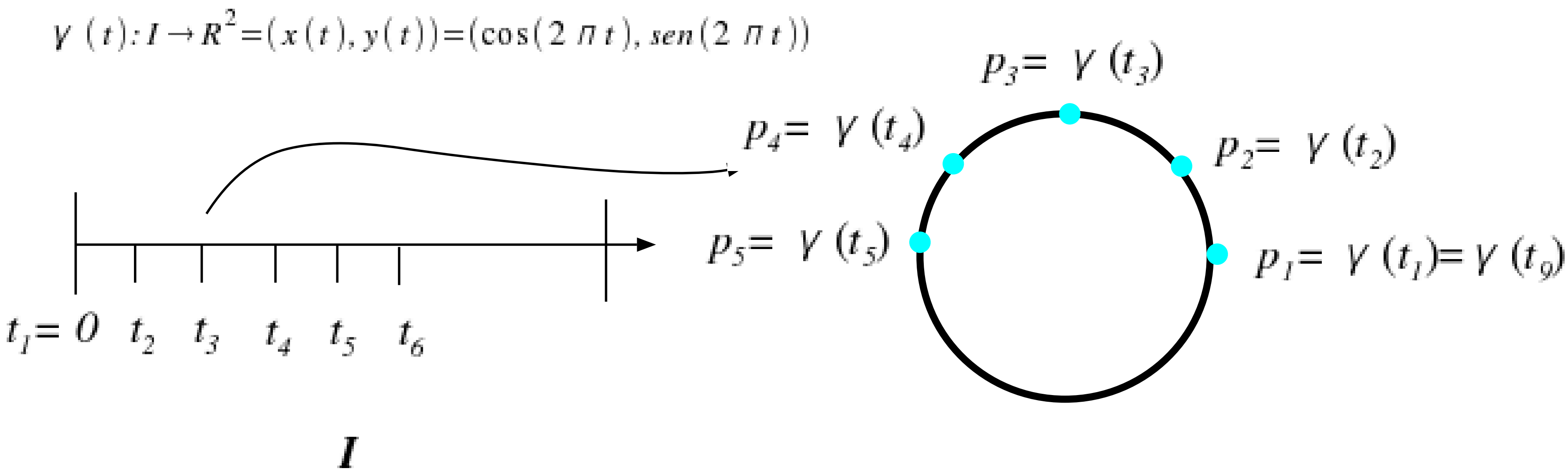
- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

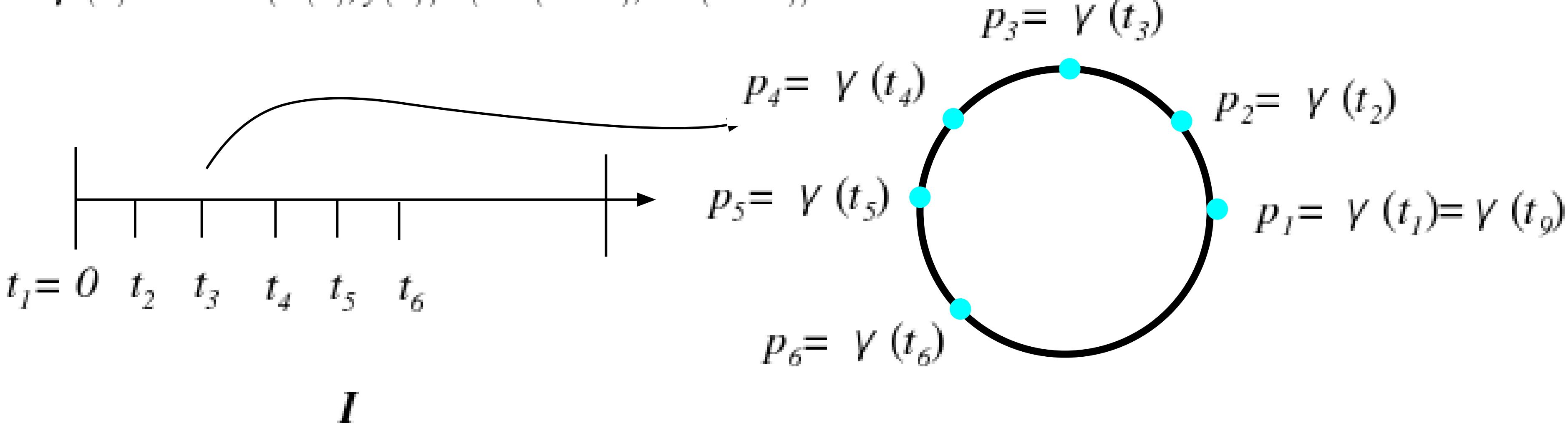
- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

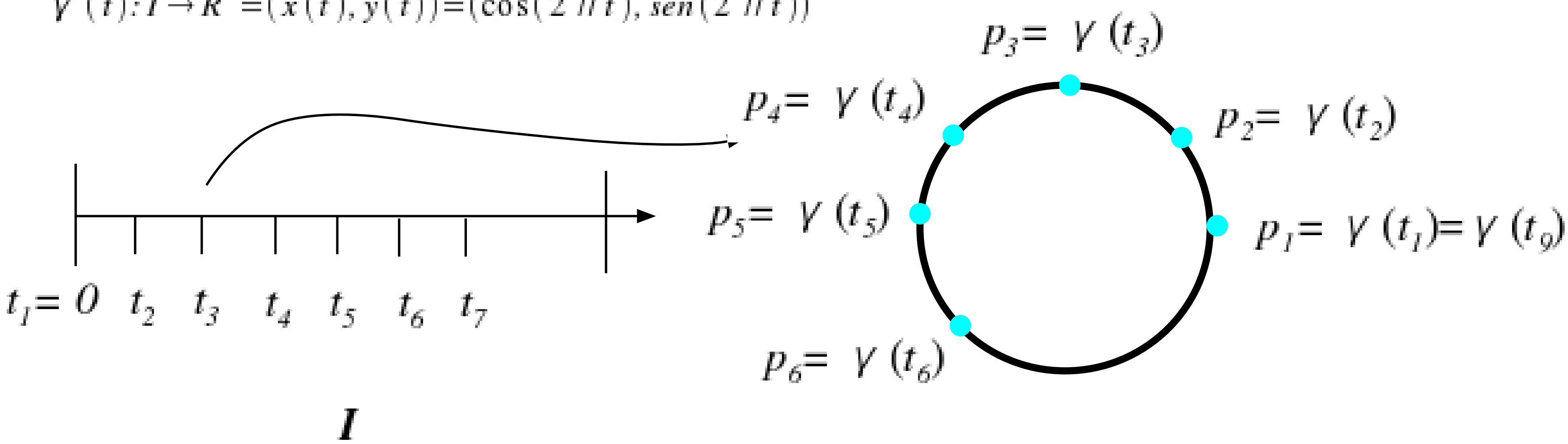
$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

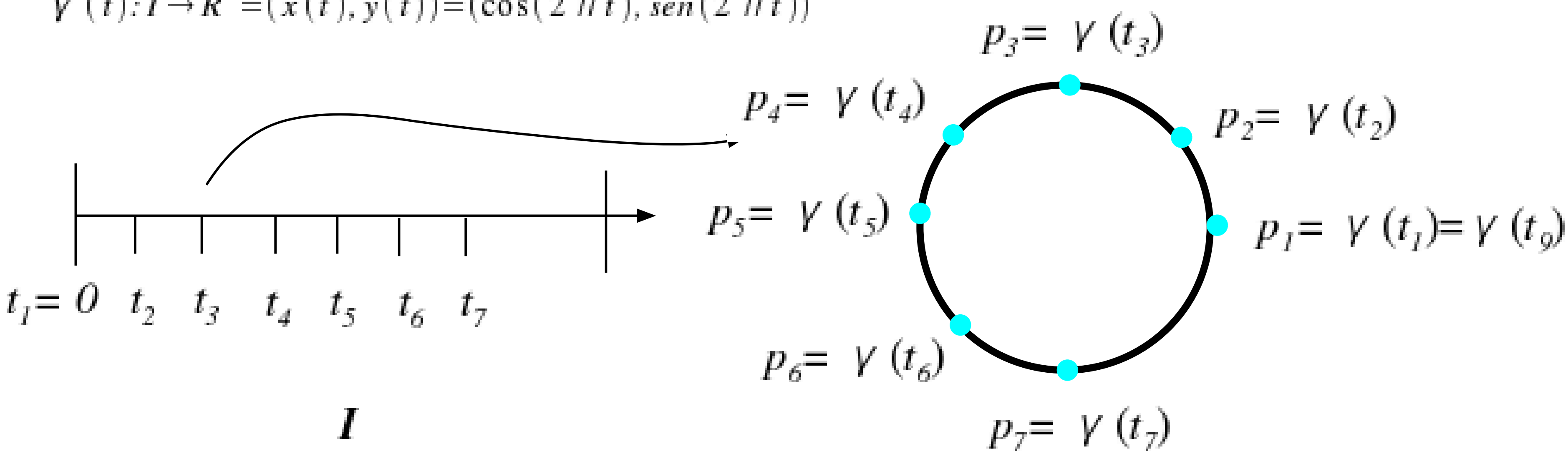
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

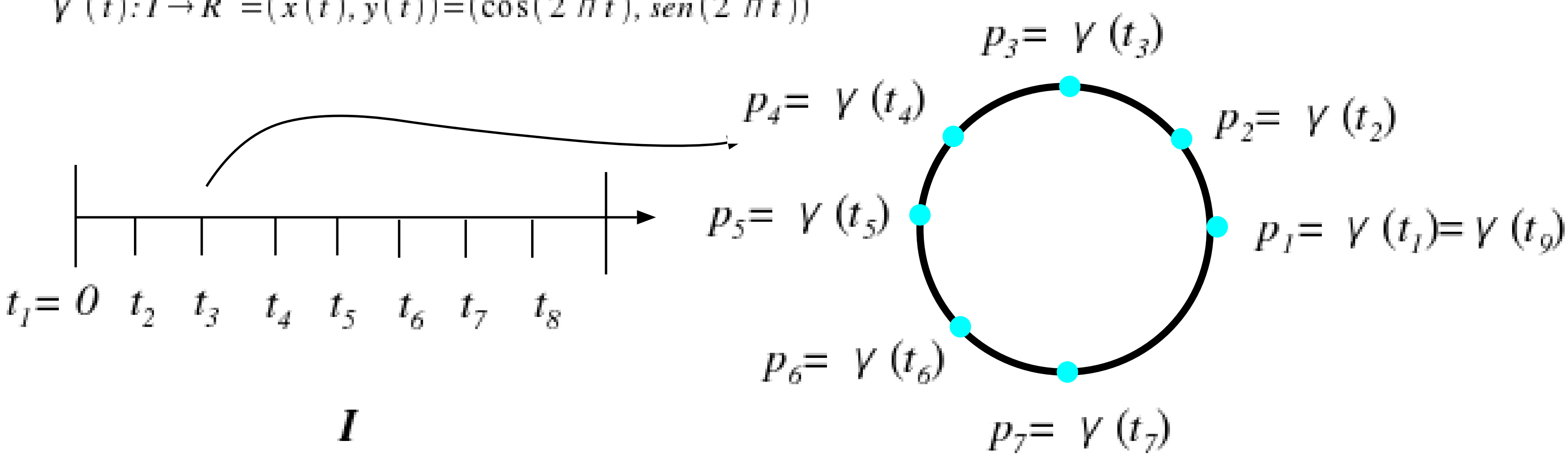
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

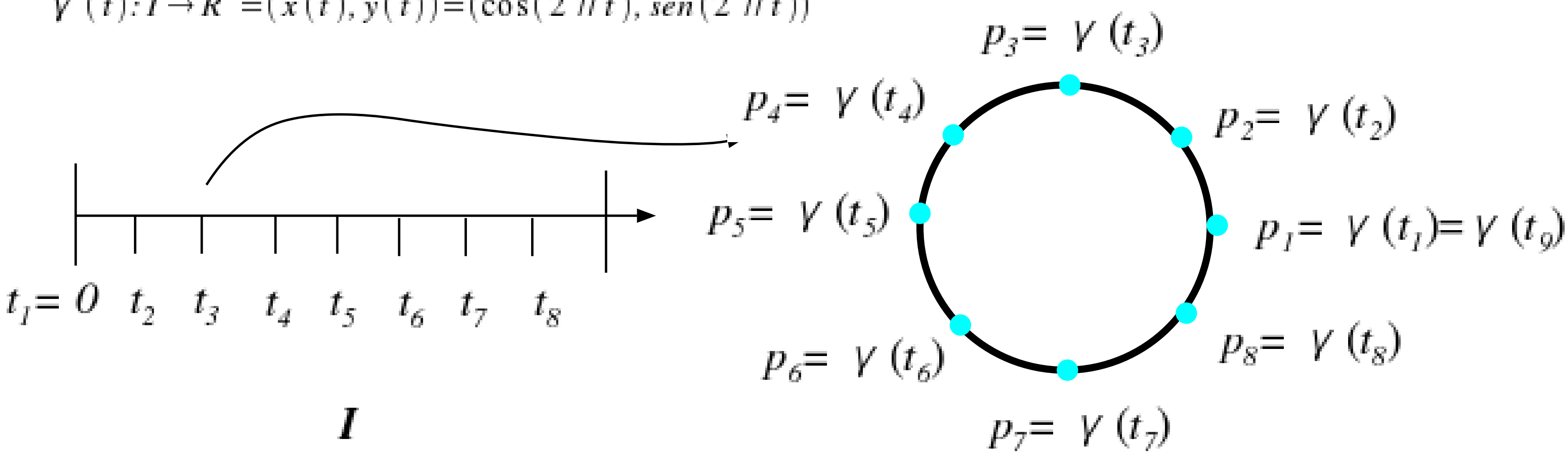
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

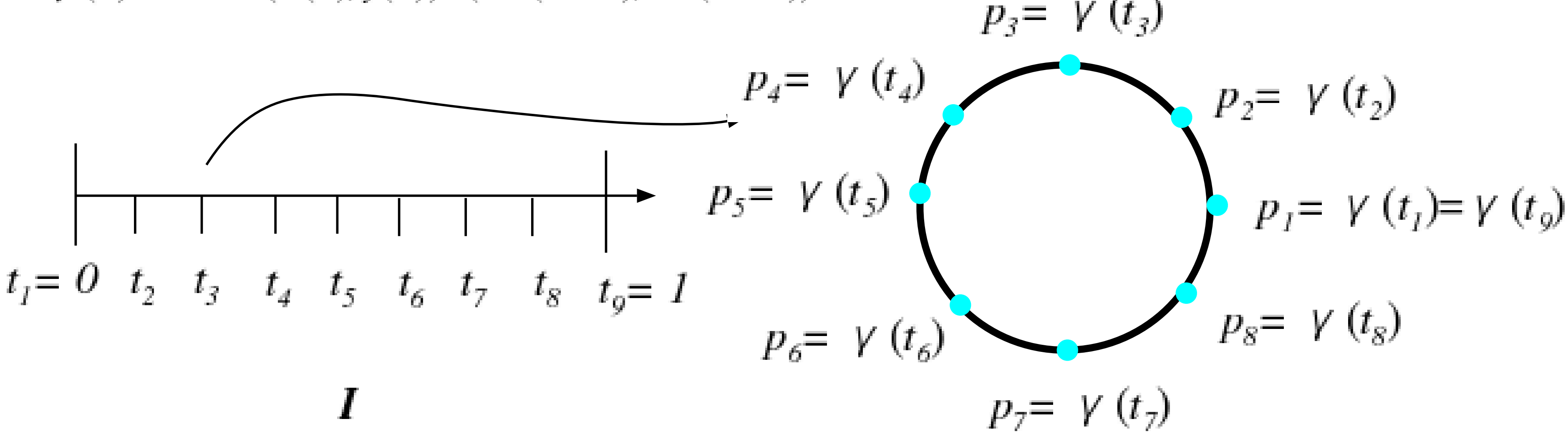
$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: curvas planares paramétricas

- O traço de uma equação paramétrica nem sempre corresponde a uma curva simples.

$$\gamma(t): I \rightarrow R^2 = (x(t), y(t)) = (\cos(2\pi t), sen(2\pi t))$$



Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - amostragem pontual

- Objetos implícitos - mais difícil

  - Necessário encontrar as raízes de $f(x,y)=0$.

  - As raízes podem consistir de um conjunto infinito sendo necessário tomar um subconjunto finito.

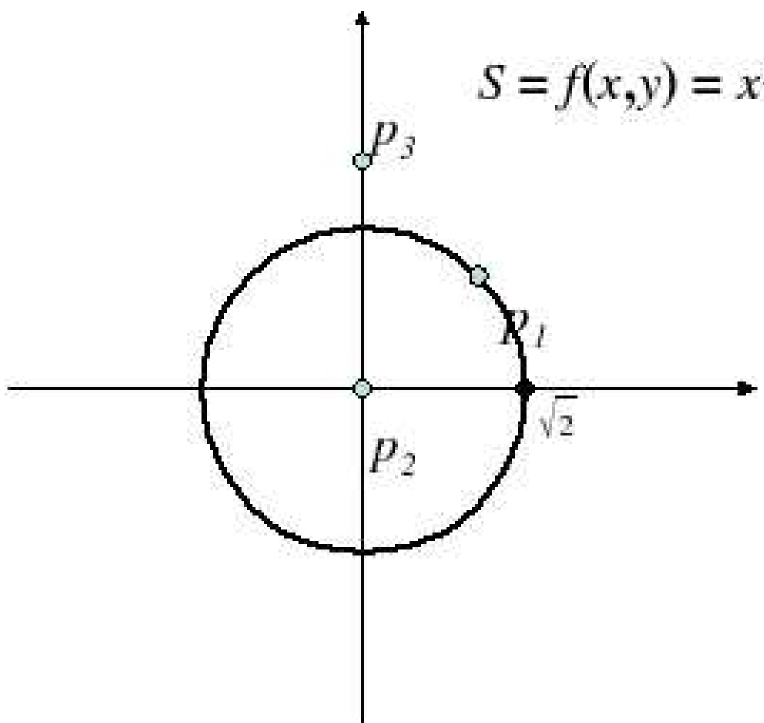
Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - classificação ponto-conjunto

- Classificação Ponto-Conjunto: Dado um ponto $p \in R^2$ e um objeto gráfico com suporte S, determinar se $p \in S$.

Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - classificação ponto-conjunto

- Objetos implícitos - simples.
  - Basta avaliar o sinal da função f(x,y) no ponto p=(x0,y0)

$$S = f(x,y) = x^2+y^2-2=0$$



$p_1 = (1,1) \in S,\ f(1,1) = 0$

$p_2 = (0,0)$ interior a $S,\ f(0,0) < 0$

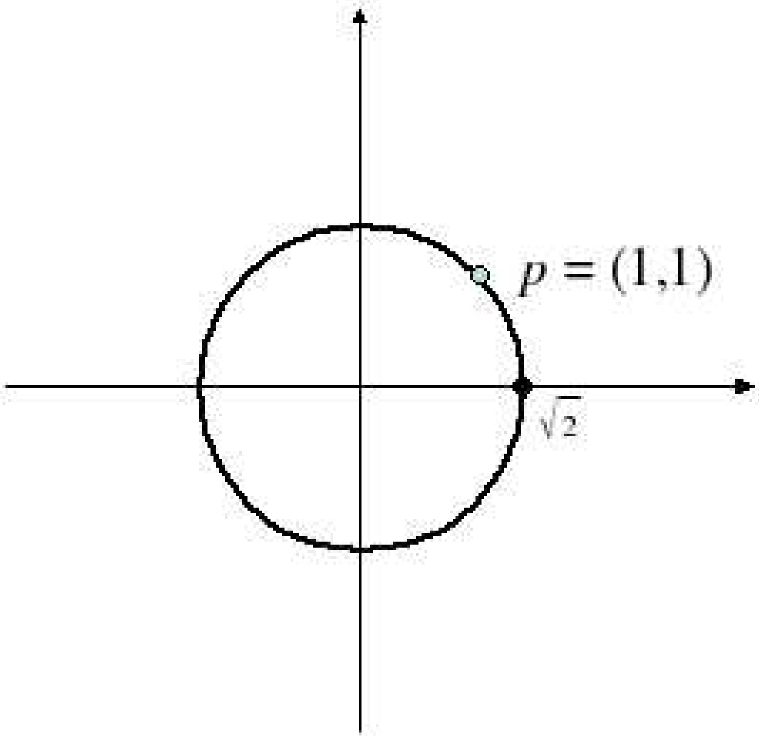
$p_3 = (0,2)$ exterior a $S,\ f(0,2) > 0$

Objetos gráficos planares: objetos implícitos ou paramétricos - classificação ponto-conjunto

- Objetos paramétricos - mais complicado.

  \- Requer a verificação da existência de soluções para o sistema dado pelas equaçõe $x(t) = x_0$ e $y(t) = y_0$

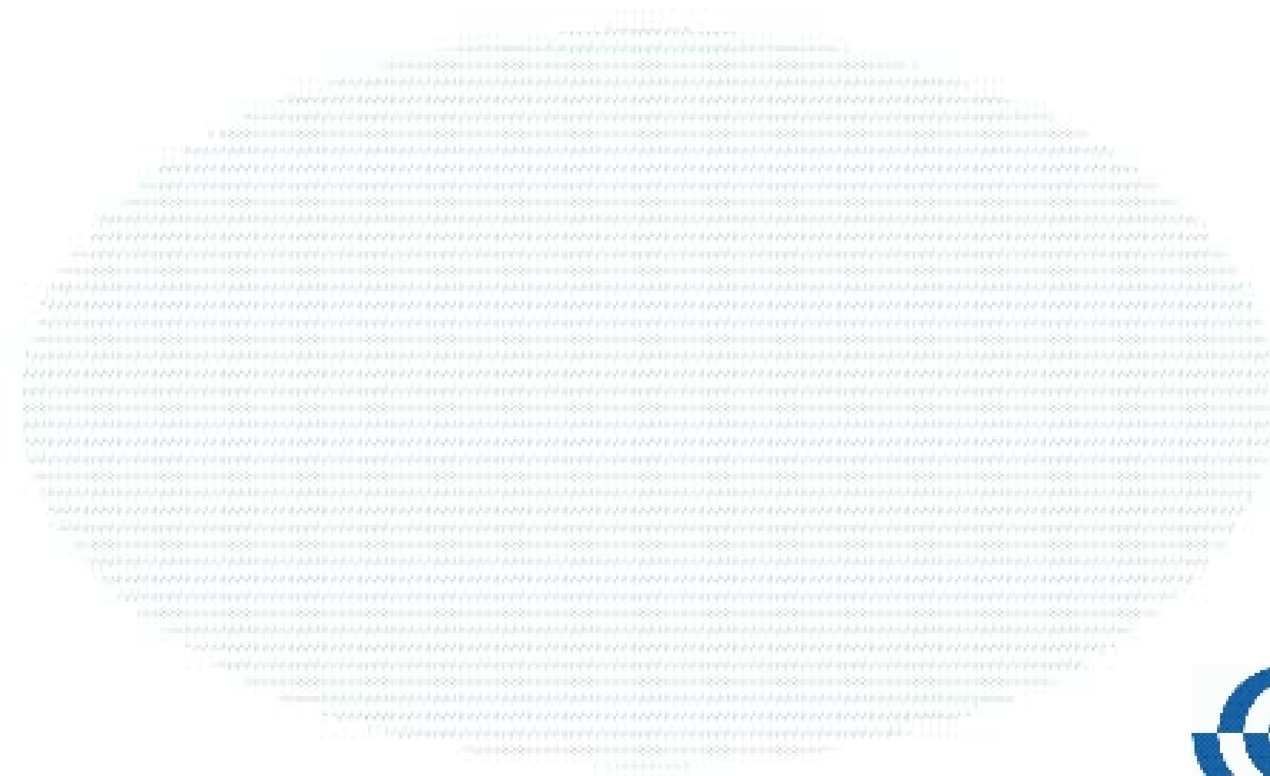
$$\gamma(t): I \to R^2 = (x(t), y(t)) = (\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\,sen(t))$$



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

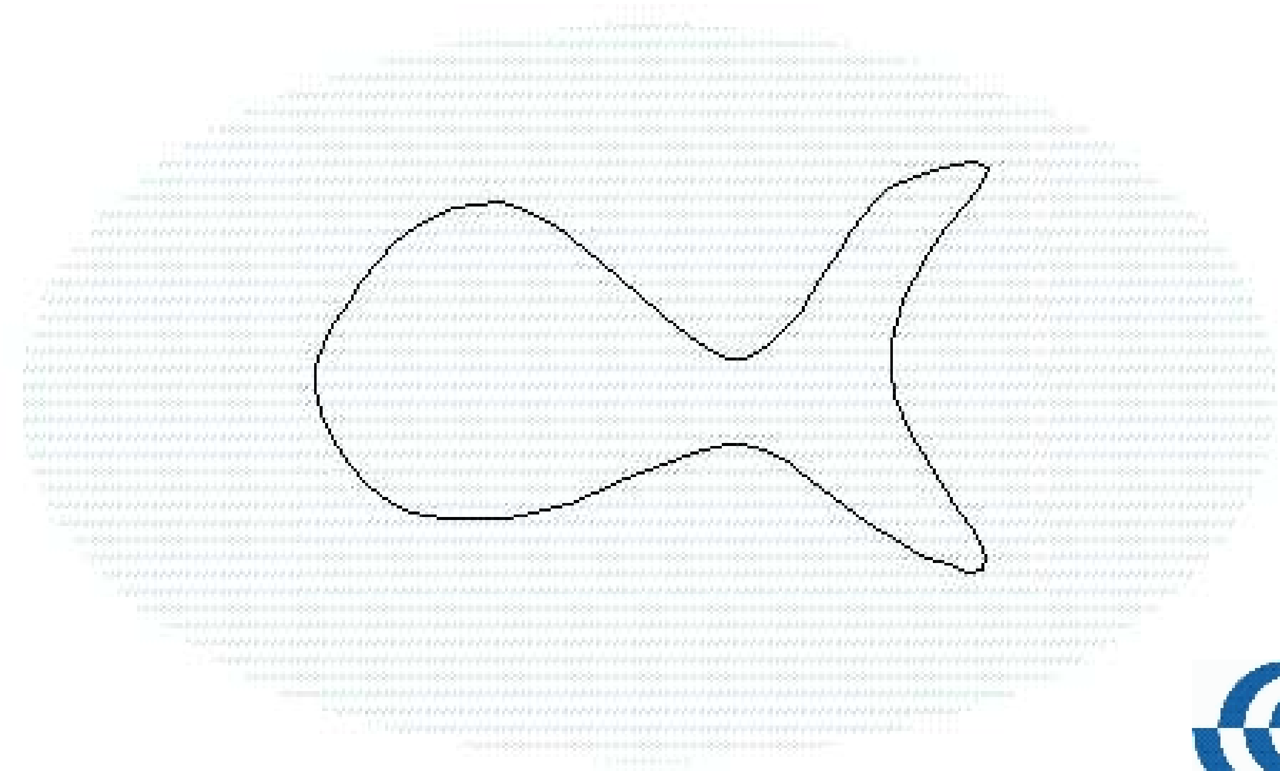
- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

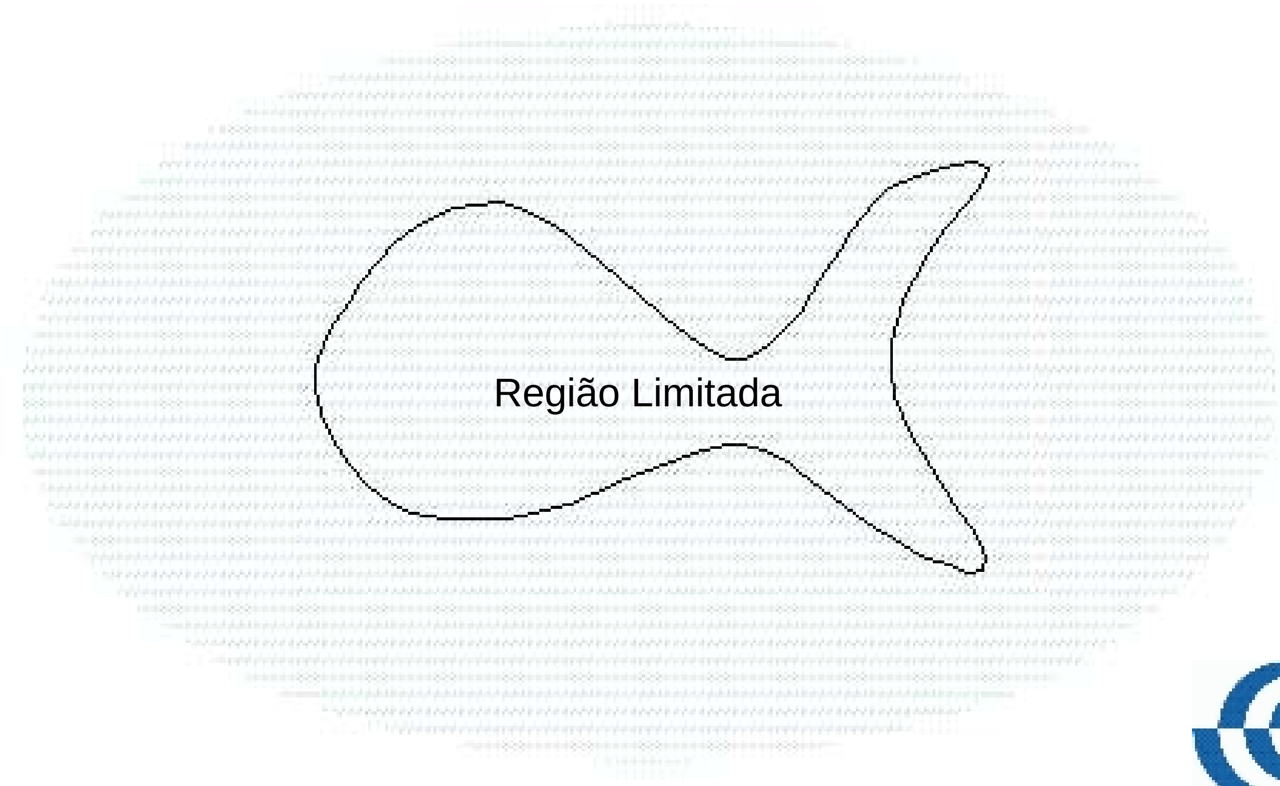
- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

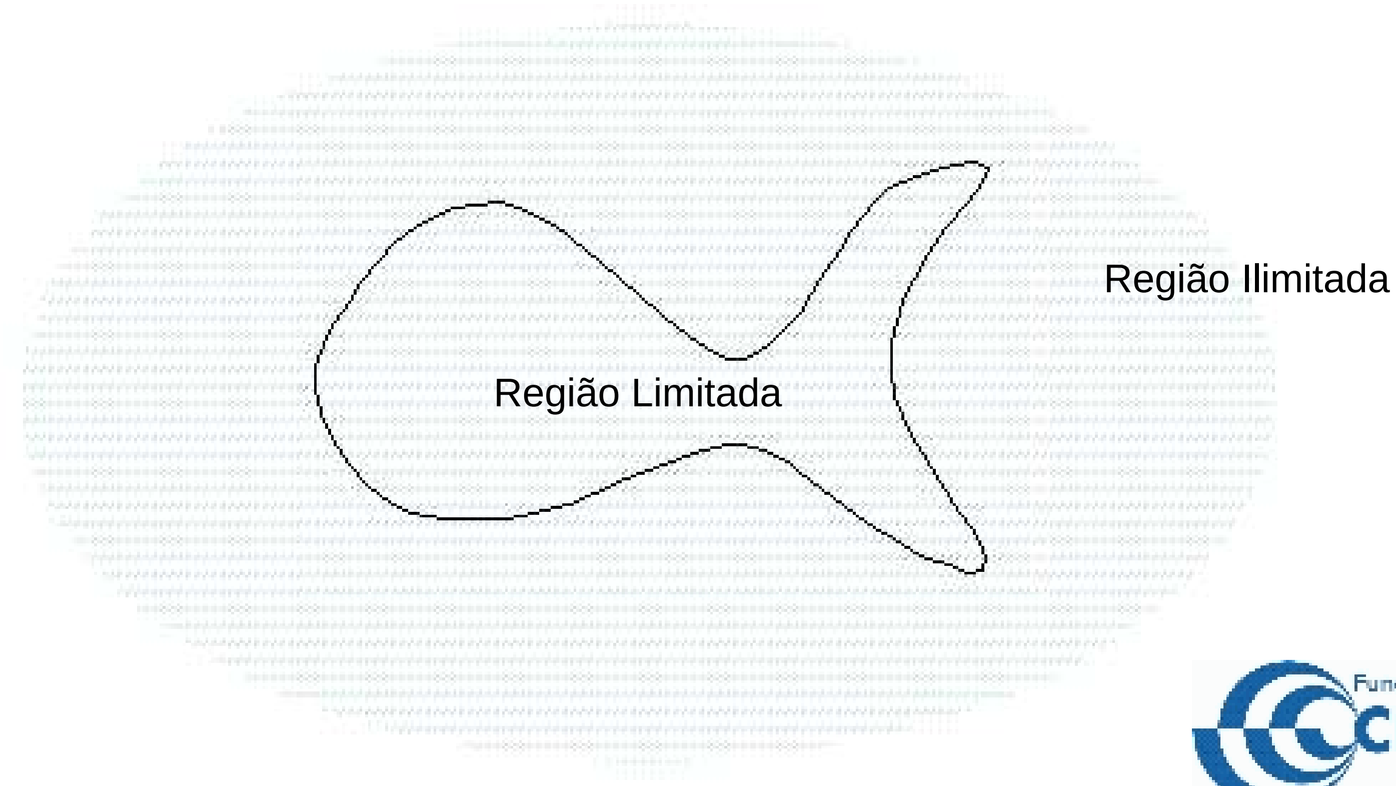
- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

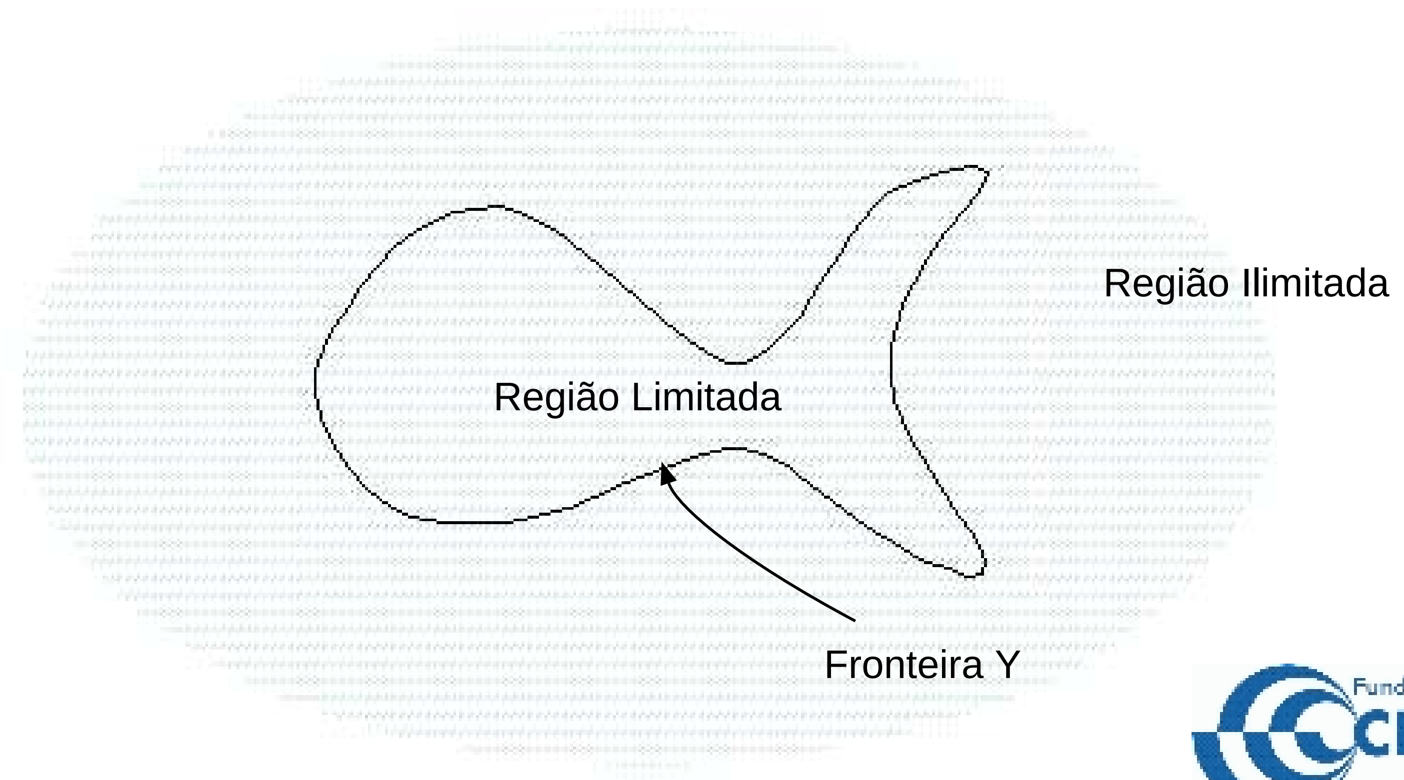
- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

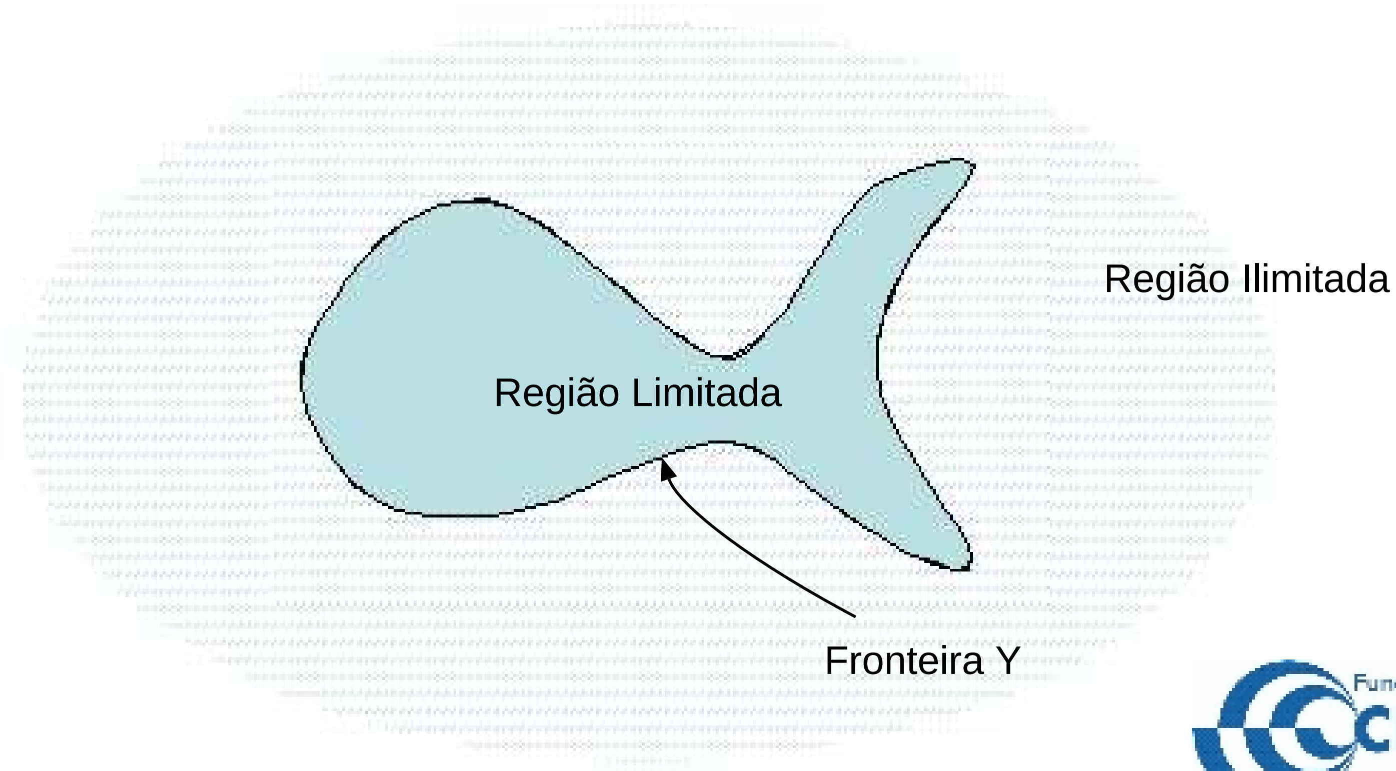
- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- A forma mais simples consiste em descrever a curva que delimita sua fronteira.

- Teorema de Jordan: **Uma curva simples fechada Y divide o plano em duas regiões abertas, uma limitada e a outra ilimitada. A fronteira entre as duas regiões é dada por Y.**



Objetos gráficos planares: como especificar uma região

- Precisamos então:

  1- Especificar a **fronteira da curva**.

  2- Especificar um método para **determinar quais pontos pertencem a região interna ou externa** da curva.

- A segunda parte é fácil de ser resolvida se a fronteira é uma curva implícita.

Objetos gráficos planares: representação de curvas e regiões

- Os objetos gráficos definidos no universo matemático precisam ser representados **discretamente**.

- A representação, em geral, apresenta uma versão aproximada dos objetos gráficos definidos matematicamente.

Objetos gráficos planares: representação de curvas e regiões

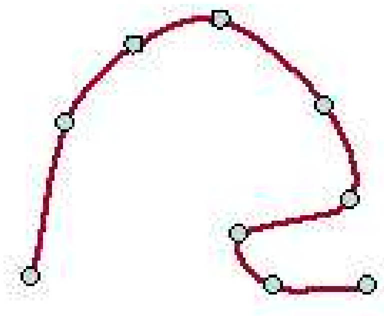
- A estratégia utilizada se baseia em :

  - O **dividir** o suporte geométrico do objeto gráfico ou o espaço onde ele está inserido.

  - Obter uma **representação simples** em cada **elemento da subdivisão**.

Objetos gráficos planares: representação de curvas e regiões

- Assim obtemos duas formas de representação:

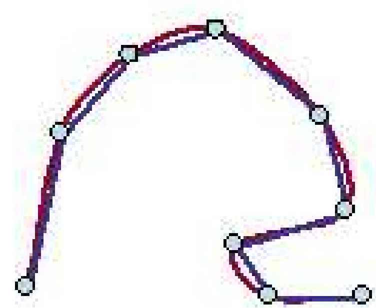


- **Decomposição intrínseca**
  (o suporte geométrico é subdividido)

- **Decomposição espacial**
  (o espaço onde o suporte está mergulhado é subdividido).

Objetos gráficos planares: representação de curvas e regiões

- Assim obtemos duas formas de representação:

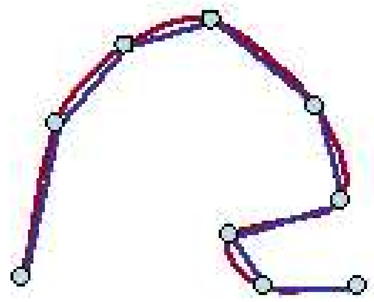


- **Decomposição intrínseca**
  (o suporte geométrico é subdividido)

- **Decomposição espacial**
  (o espaço onde o suporte está mergulhado é subdividido).

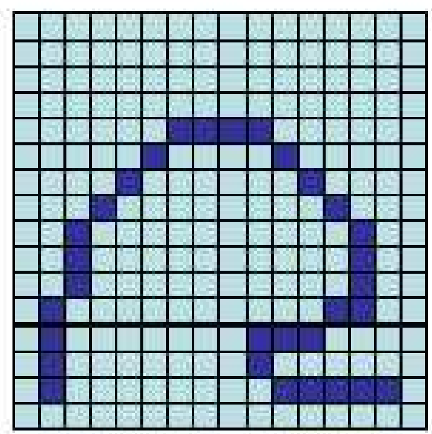
Objetos gráficos planares: representação de curvas e regiões

- Assim obtemos duas formas de representação:



- **Decomposição intrínseca**
  (o suporte geométrico é subdividido)

- **Decomposição espacial**
  (o espaço onde o suporte está mergulhado é subdividido).



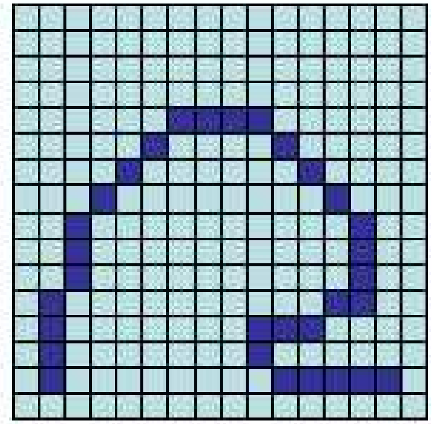
Objetos gráficos planares: representação por decomposição intrínseca

- Neste caso o suporte geométrico é subdividido.
- Cada parte da subdivisão é representada por um elemento mais simples.
- A representação por **elementos lineares** é uma das mais utilizadas.

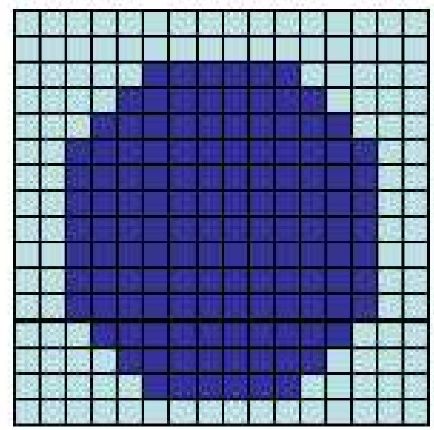
Objetos gráficos planares: representação por decomposição espacial

- O modo mais comum : baseado na representação matricial.

- Objetivo: representar a geometria do objeto através de um conjunto de retângulos.



Curva



Região

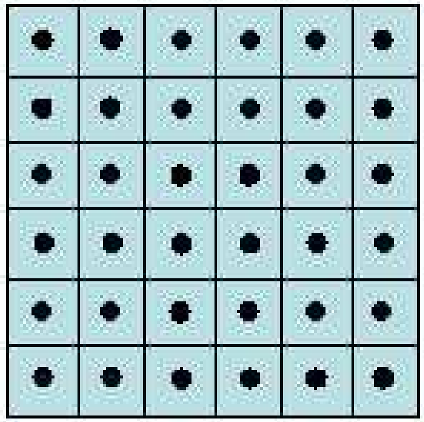
Objetos gráficos planares: representação por decomposição espacial

- Podemos especificar cada célula de dois modos:

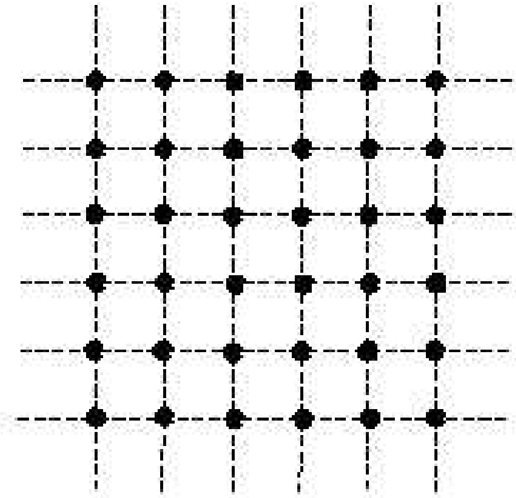
  - Pelas coordenadas de um dos seus vértices.

  - Pelo **centróide**.

- Os centróides das células definem um outro reticulado: o **reticulado dual**.



Centróides



Reticulado dual

Objetos gráficos planares: representação linear por partes

- Neste tipo de representação decompomos o objeto em **elementos lineares**.
- Exemplos:
  - Curva representada por uma **curva poligonal**.
  - Região do plano representada por uma **região poligonal**[1] ou especificada por uma triangulação.

[1] **delimitada por uma curva poligonal**

Objetos gráficos planares: *representação de curvas - curvas poligonais*

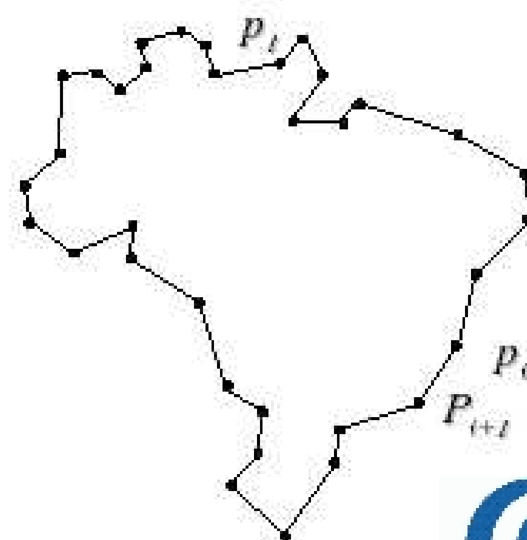
- Seja $p_1, p_2, \ldots, p_n$ um conjunto de pontos distintos do plano.
- Uma curva poligonal é definida pelo conjunto de segmentos $\overline{p_1p_2}, \overline{p_2p_3}, \ldots, \overline{p_{n-1}p_n}$.
- Os pontos pi são denominados vértices da curva poligonal os segmentos $\overline{p_i p_{i+1}}$ definem as arestas da curva.

Objetos gráficos planares: *representação de curvas - curvas poligonais*

- Seja $p_1, p_2, \ldots, p_n$ um conjunto de pontos distintos do plano.
- Uma **curva poligonal** é definida pelo conjunto de segmentos $p_1p_2, p_2p_3, \ldots, p_{n-1}p_n$.
- Os pontos pi são denominados **vértices** da curva poligonal os segmentos p_ip_{i+1} definem as arestas da curva.

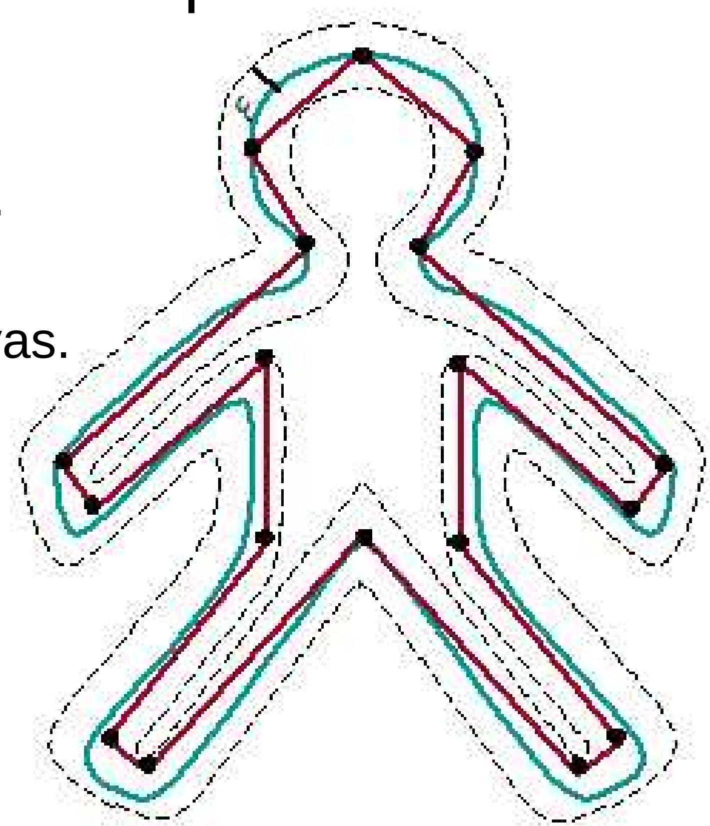
<u>**Objetos gráficos planares:**</u> *representação de curvas - curvas poligonais*

- Seja $p_1, p_2, \ldots, p_n$ um conjunto de pontos distintos do plano.
- Uma **curva poligonal** é definida pelo conjunto de segmentos $p_1p_2, p_2p_3, \ldots, p_{n-1}p_n$.
- Os pontos pi são denominados **vértices** da curva poligonal e os segmentos p_ip_{i+1} definem as arestas da curva.



Objetos gráficos planares: representação por decomposição espacial

- Curvas poligonais são muito utilizadas por dois motivos:
  - São fáceis de se especificar e representar.
  - Aproximam uma grande variedade de curvas.



Objetos gráficos planares: representação de regiões - triangulações 2D

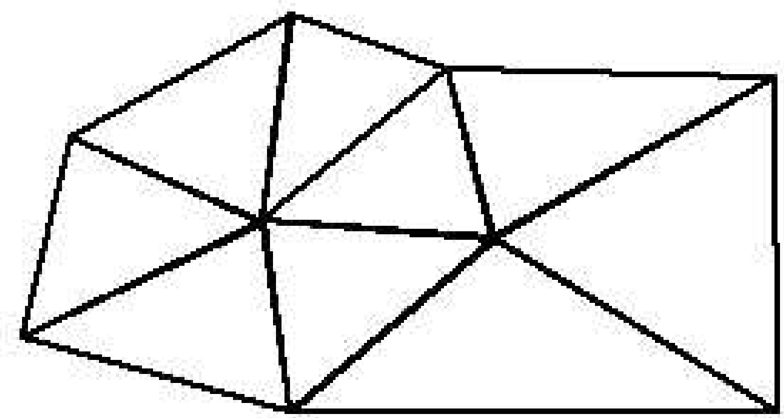
- Triangulação de uma região do plano: **coleção** $\mathcal{T} = \{T_j\}$ **de triângulos** tal que:
  - para dois triângulos distintos T_i e T_j em $\mathcal{T}$ com $T_i \cap T_j \neq \emptyset$ temos:

    - $T_i \cap T_j$ é um vértice em comum ou,

    - $T_i \cap T_j$ é uma aresta em comum.

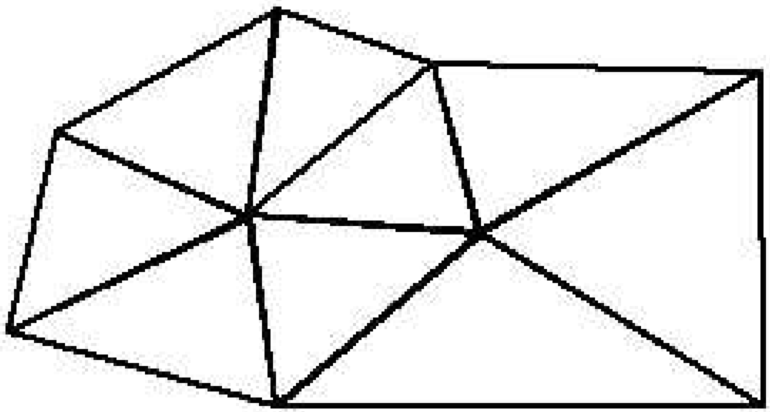
<u>**Objetos gráficos planares:**</u> *representação de regiões - triangulações 2D*

- Exemplo de triangulação:

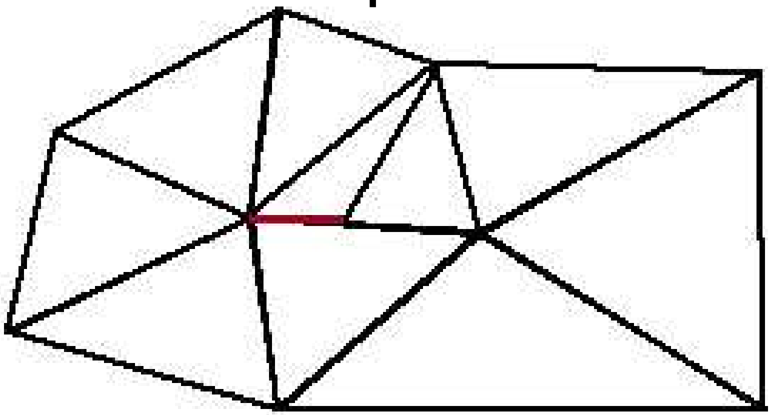


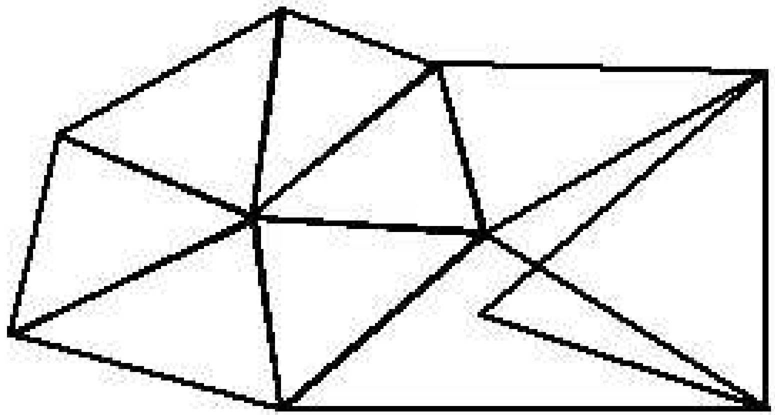
Objetos gráficos planares: *representação de regiões - triangulações 2D*

- Exemplo de triangulação:



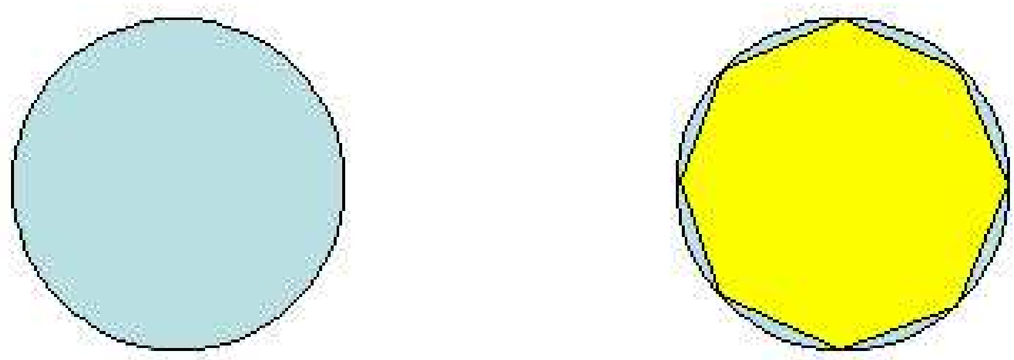
- Contra-exemplos:





Objetos gráficos planares: *Poligonização*

- Representação da curva (região) através de sua decomposição em segmentos (polígonos).



- Os métodos de poligonização dependem da descrição do objeto gráfico: paramétrica ou implícita.

Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas paramétricas

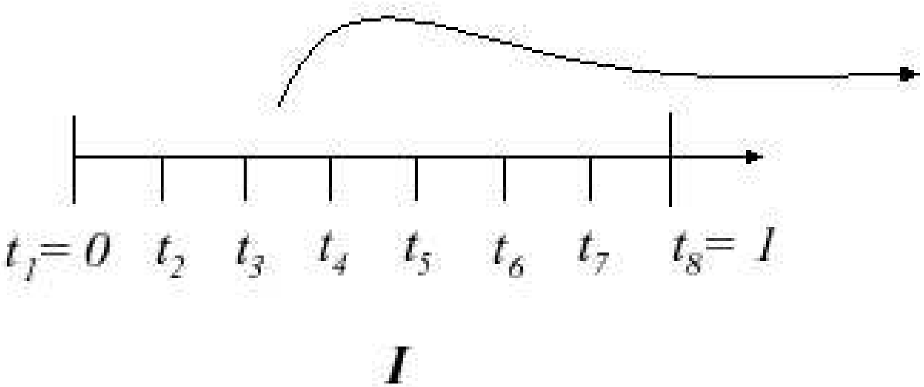
- O **método uniforme** é o método mais simples para poligonizar uma curva paramétrica.

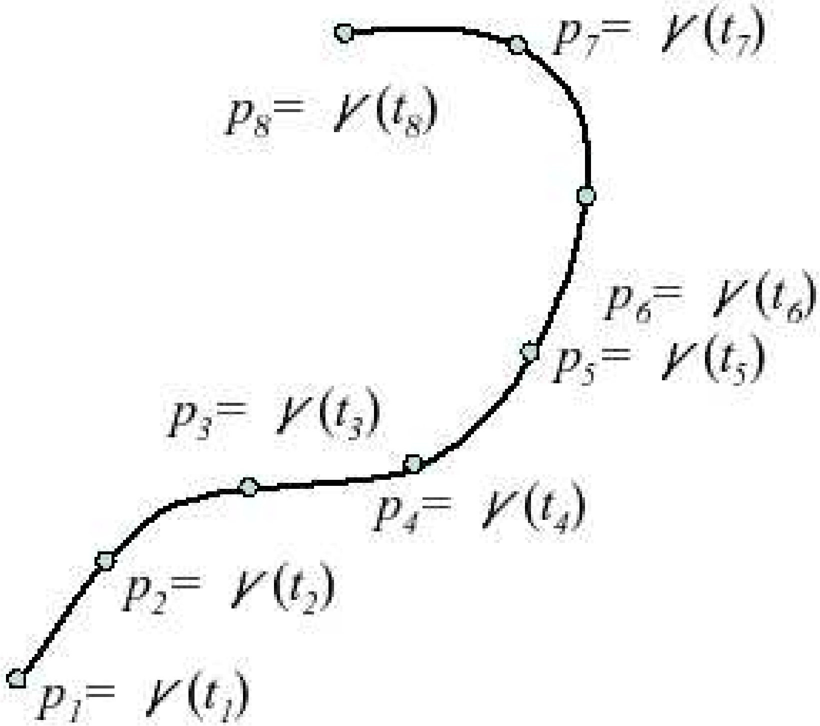
- Seja uma curva $\gamma(t)$ definida em um intervalo $I=[a,b]$.

    1. Obtemos uma partição uniforme $a=t_0<t_1<\ldots<t_n=b$ do intervalo I .
    2. Avaliamos a curva nos pontos t_i obtendo uma sequência de pontos $p_0, p_1, \ldots, p_n$ onde $p_i = \gamma(t_i)$.

Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas paramétricas

$$\gamma(t): I \rightarrow R^2$$





Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas paramétricas

- Observe que é importante **estruturar** a seqüência de pontos de forma que a topologia original do objeto seja preservada.

- Esta estruturação é realizada **ordenando-se os pontos da seqüência** de acordo com a ordem das amostras tomadas do intervalo.

- A reconstrução então envolve um processo de **amostragem** e **estruturação** (ordenação).

Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

- Para poligonizar uma curva γ definida implicitamente por uma função $F: U \subset R^2 \to R$ devemos tomar amostras do conjunto $F^{-1}(0)$.

- Além disso, é necessário fornecer uma **estruturação** adequada às amostras tomadas.

Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

- Solução:
  1. Determinar uma **triangulação do domínio** de *F*.

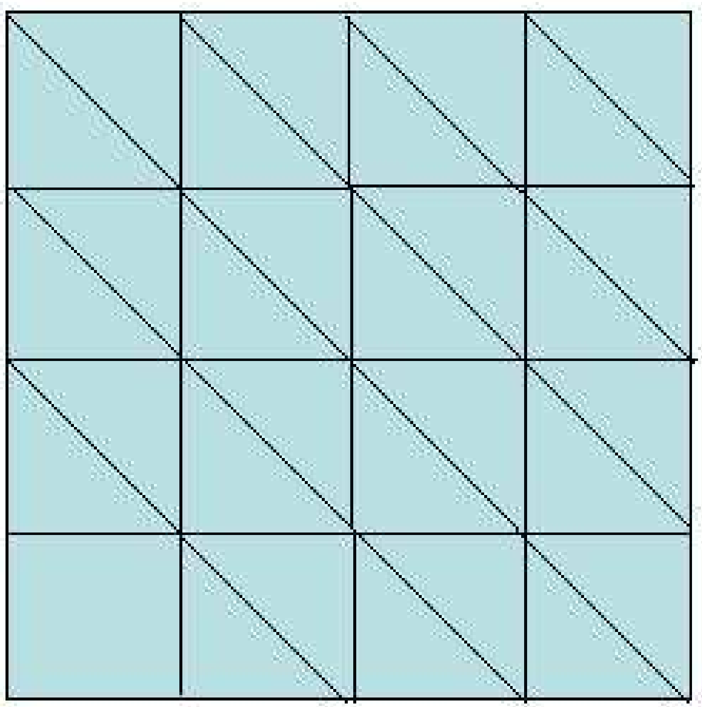
  3. **Aproximar** *F* em cada triângulo por uma **função linear** *F'*.

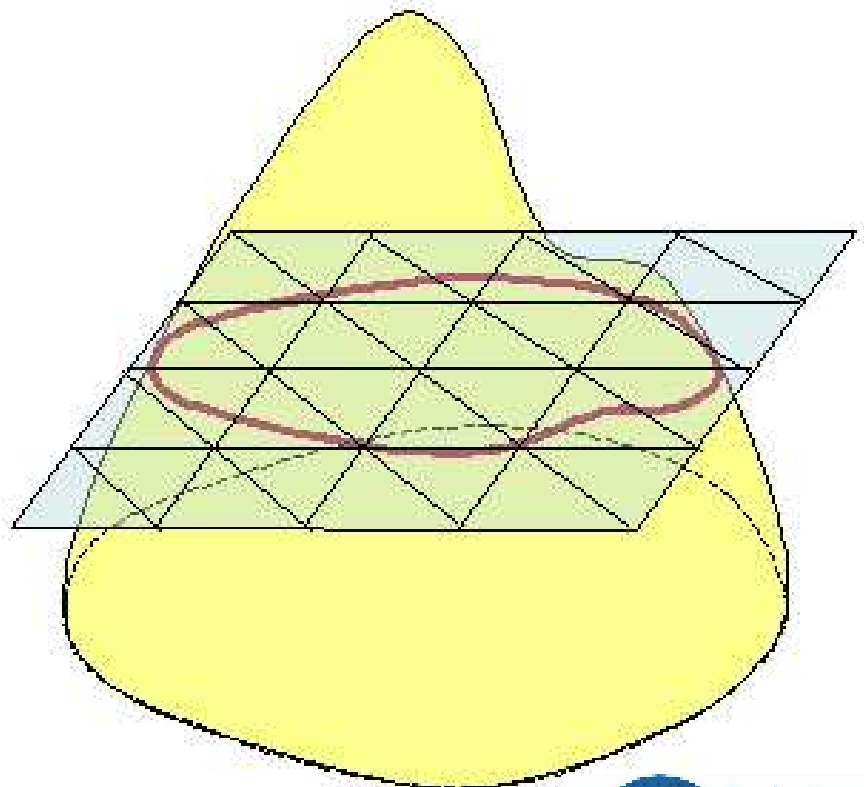
  5. **Solucionar** *F'(x,y)=0* em cada triângulo. A solução é em geral um segmento de reta.

  7. A estruturação das amostras é induzida pela **estrutura da triangulação subjacente**.

Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

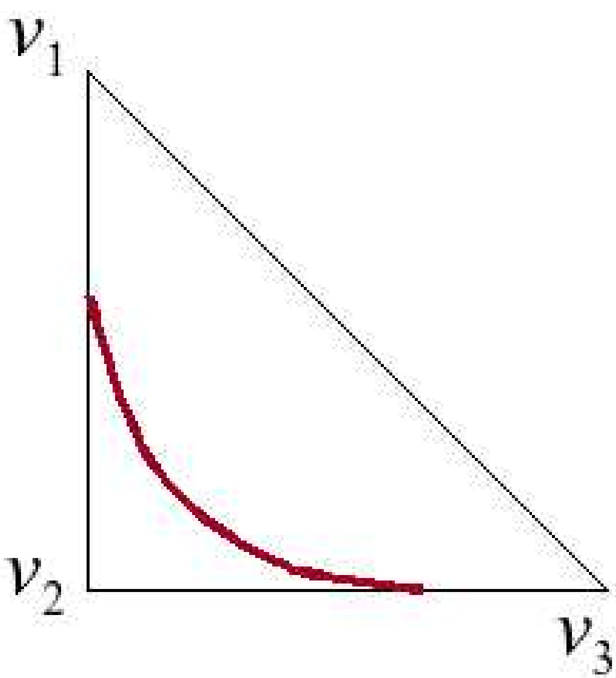
- Determinamos uma **triangulação do domínio** de *F*.

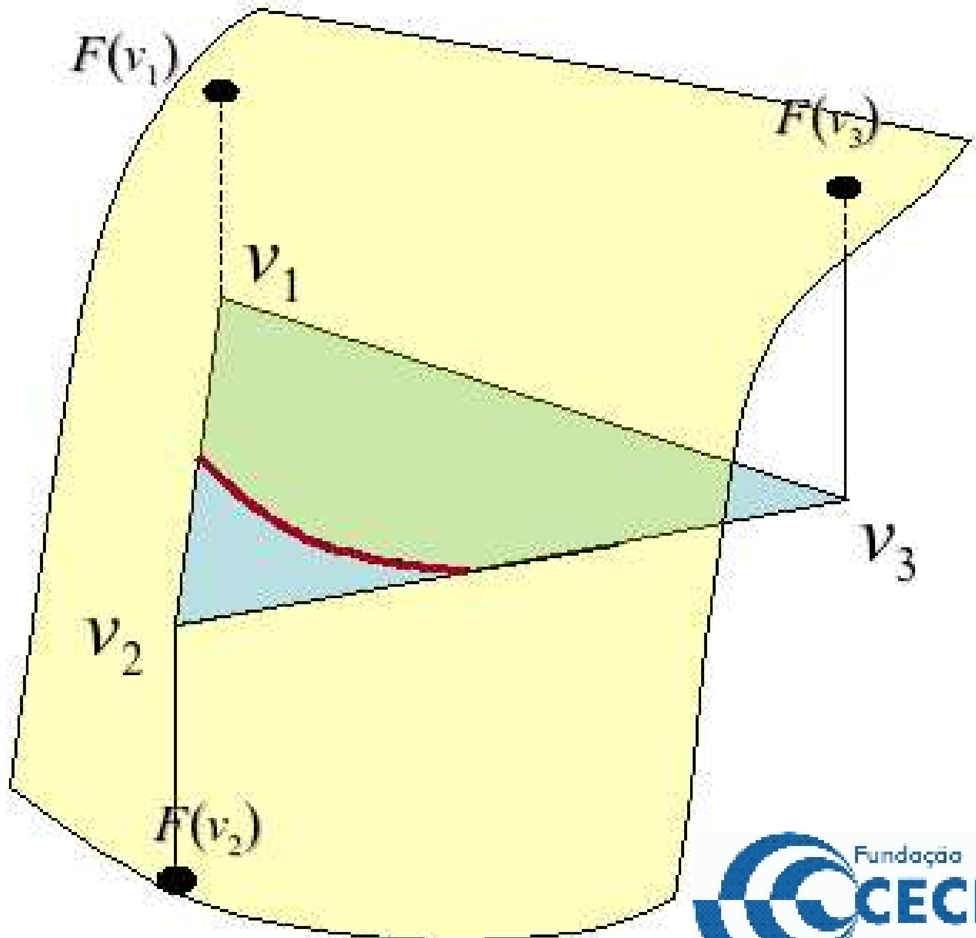




Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

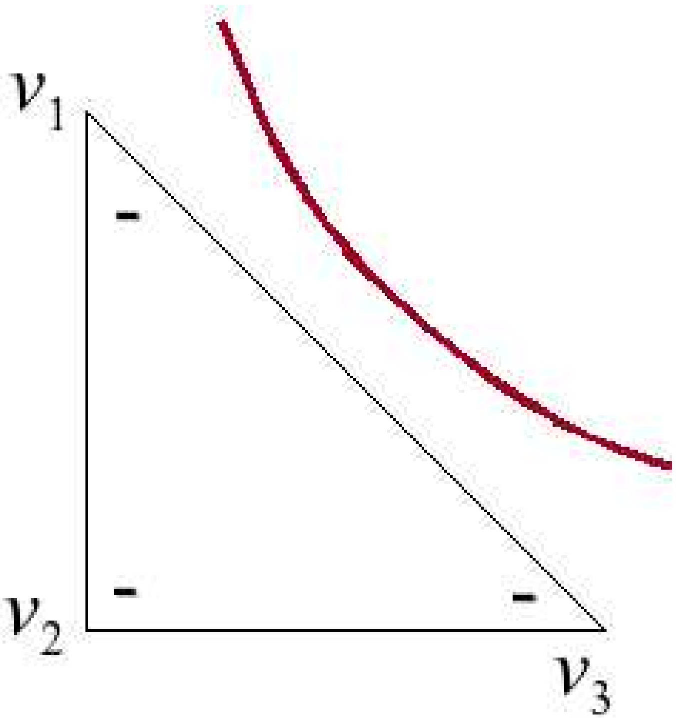
- Em cada triângulo calculamos os valores *F(v1), F(v2), F(v3)*.

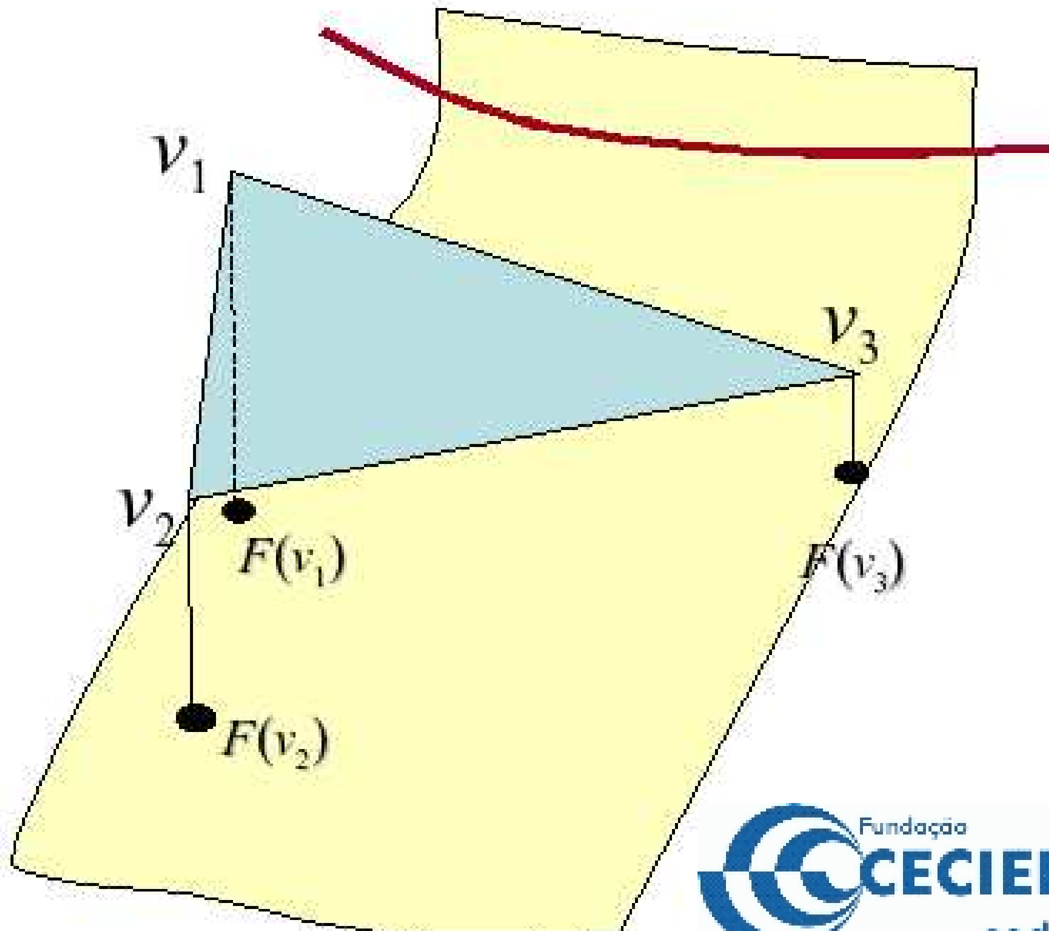




Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

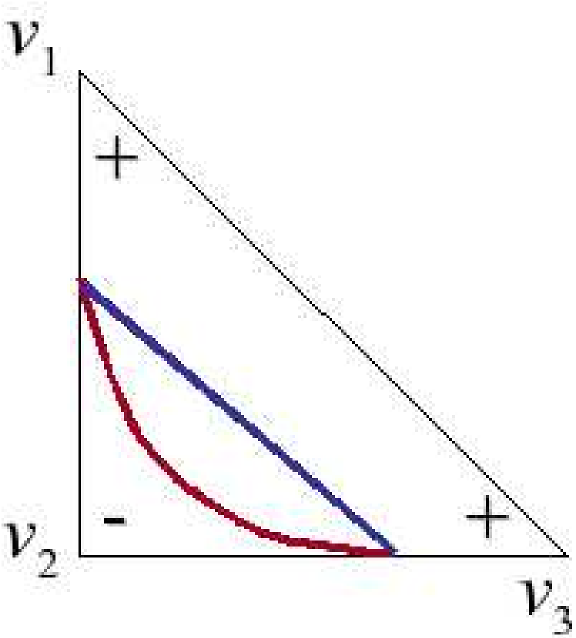
- Se os sinais nos vértices forem todos iguais, consideramos que a curva não intersecta o triângulo.

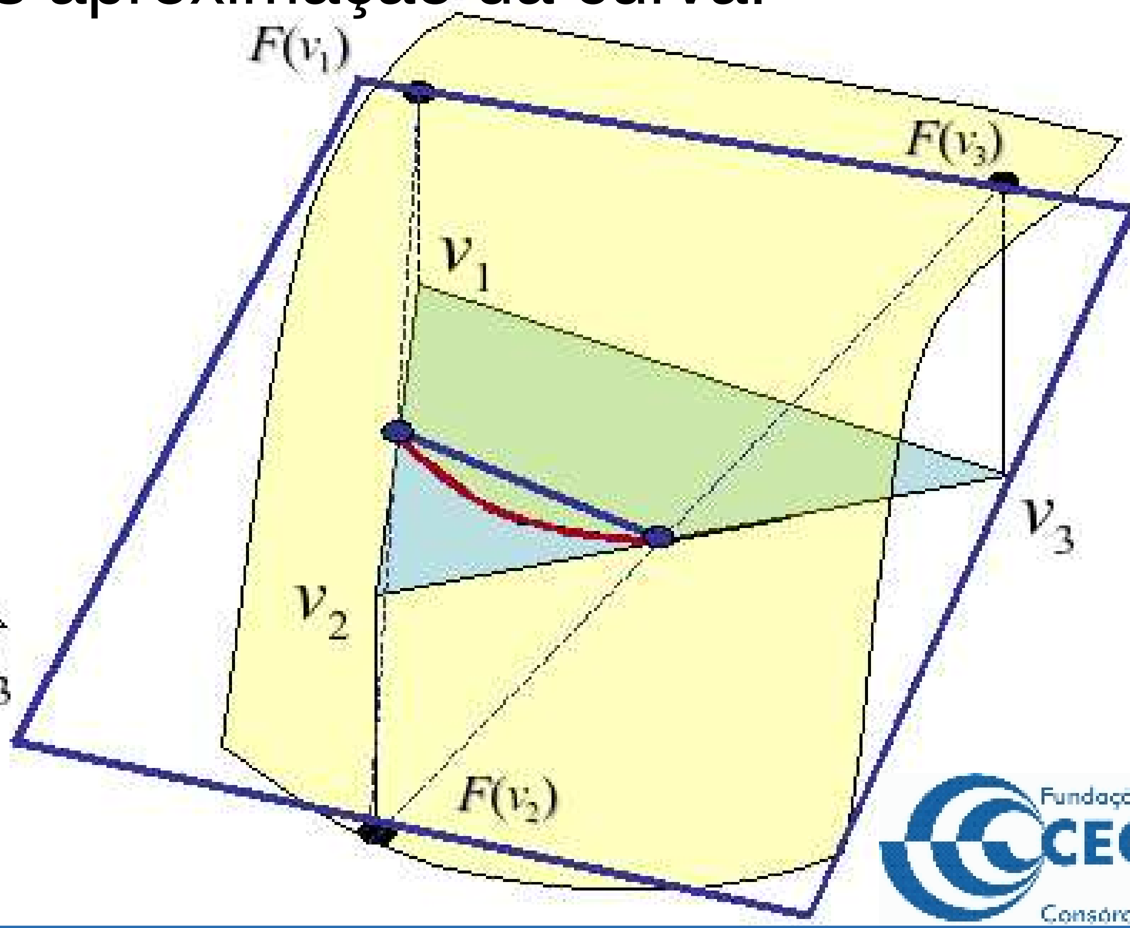




Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

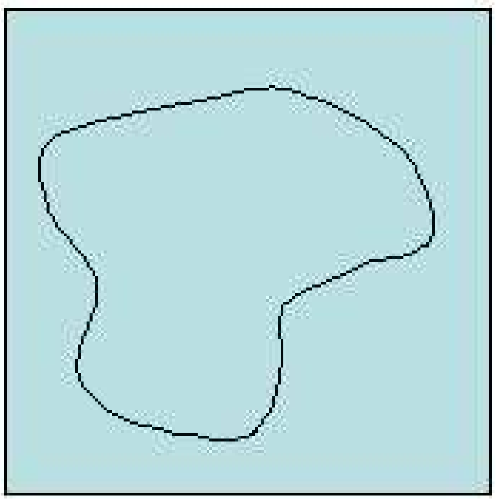
- Senão, estimamos por interpolação linear a interseção com cada lado em que há variação de sinal e obtemos aproximação da curva.

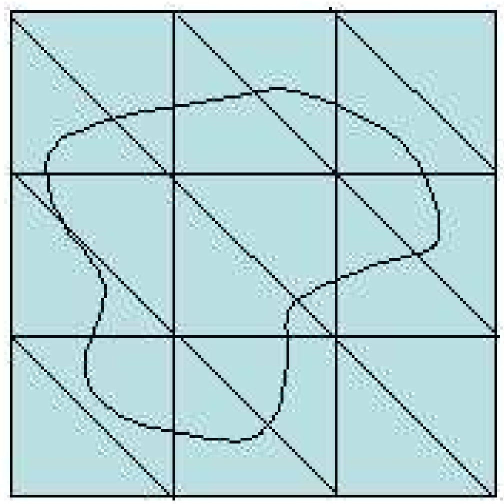


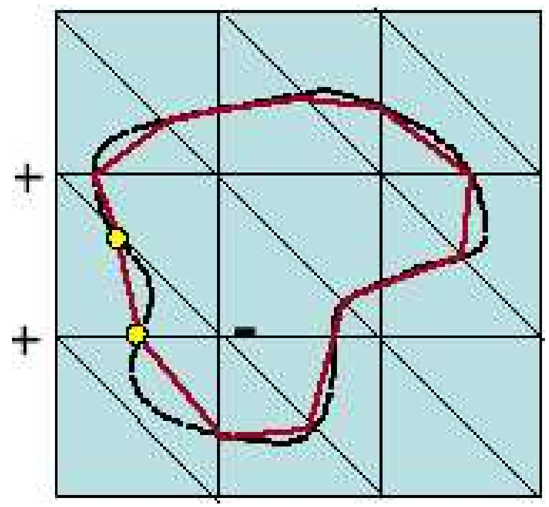


Objetos gráficos planares: Poligonização de curvas implícitas

- Resultado:







Aula 3

Professores:

Anselmo Montenegro
Esteban Clua

Conteúdo:

- Objetos Gráficos
  (parte I - objetos gráficos planares)