

- 1) A descrição paramétrica de uma curva planar é definida por uma função  $\gamma: I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ . Explique com suas próprias palavras o que é uma curva paramétrica e ilustre com um exemplo.

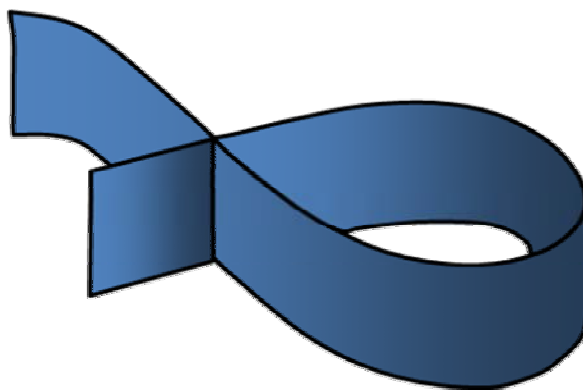
Uma curva paramétrica planar é determinada através do mapeamento de um conjunto de valores em um intervalo na reta, descrito pelo parâmetro  $t$  da curva, em um par de coordenadas do plano  $x(t)$  e  $y(t)$ , onde  $x$  e  $y$  são funções de  $t$ .

Uma curva paramétrica planar pode ser vista como a *trajetória* de um ponto que se desloca no plano, se interpretarmos o parâmetro  $t$  como o tempo. O conjunto de pontos de uma equação paramétrica planar  $\gamma(t)$  descreve o que chamamos de *traço* da curva. Existem várias parametrizações possíveis para uma curva. Abaixo temos, como exemplos, o círculo e a espiral em representação paramétrica.

Círculo:  $(\cos(t), \sin(t))$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$

Espiral:  $(at \cos(t), at \sin(t))$ ,  $0 \leq t \leq 2k\pi$ ,  $a, k \in \mathbb{R}$

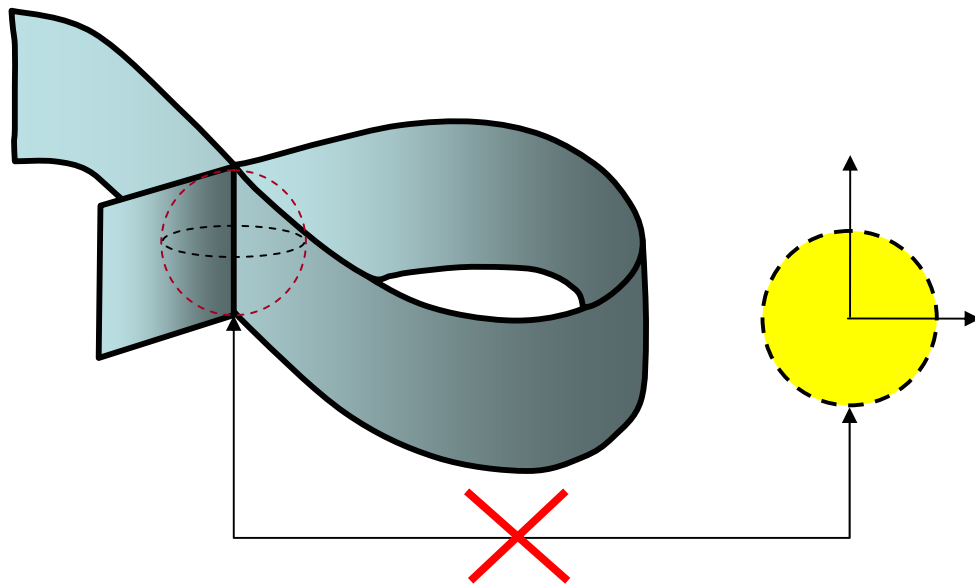
- 2) Observe a figura abaixo:



Explique porque este objeto geométrico não pode ser considerado uma superfície.

Uma superfície é um subconjunto de pontos  $S \subset \mathbb{R}^3$  que localmente se assemelha a um plano. Isto significa que para cada ponto  $p \in S$  existe uma bola  $B^3(p, \varepsilon)$ , centrada em  $p$  de raio  $\varepsilon$ , tal que existe uma bijeção contínua do disco (ou semi-disco) aberto unitário em  $B^3(p, \varepsilon) \cap S$ .

Na figura acima, não é possível determinar um mapeamento contínuo um-para-um (bijeção) entre pontos de  $B^3(p, \varepsilon) \cap S$ , para todo  $p$  pertencente à aresta onde ocorre auto-interseção, e os pontos de um disco unitário (ou semi-disco no caso da borda).



- 3) Para uma superfície paramétrica  $f(u, v)$ , como se pode determinar a normal de um ponto  $P$  pertencente à superfície?

O *vetor normal* pode ser obtido determinando-se o produto vetorial das derivadas parciais em relação aos parâmetros  $u$  e  $v$ .

$$\vec{n} = \frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial f}{\partial v}$$

- 4) O que são objetos volumétricos e onde costumam ser usados em computação gráfica?

Objetos volumétricos são objetos gráficos tridimensionais que possuem volume, diferentemente de superfícies. Objetos volumétricos possuem a mesma dimensão do espaço ambiente e nesse caso são análogos às regiões no plano. Matematicamente, um objeto volumétrico é um subconjunto de pontos  $p \in V \subset \mathbb{R}^3$ , tal que para todo  $p$

existe uma vizinhança esférica aberta  $B^3(p, \varepsilon)$  de modo que  $B^3(p, \varepsilon) \cap V$  pode ser mapeada continuamente na:

Bola aberta unitária -  $B^3(0, 1) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 < 1\}$

Semi-bola unitária -  $B^3(0, 1) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 < 1 \text{ e } z \geq 0\}$

- 5) O OpenGL funciona com uma arquitetura baseada numa máquina de estados. Explique esta afirmação e dê 2 exemplos.

O OpenGL funciona baseado em uma máquina de estados, pois antes de serem enviados polígonos para serem processados, estipula-se os estados referentes a diversos aspectos do *pipeline* gráfico, seguindo-se a sintaxe:

```
glEnable(GL_ATRIBUTO_XXX);
```

Na sequência, quando a API for realizar a visualização, irá usar o estado pré-estabelecido para diversos parâmetros.

Exemplos:

```
glEnable(GL_TRIANGLE_STRIP)  
glEnable(GL_FLAT)
```