



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância  
**Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação**  
**Disciplina: Computação Gráfica**  
**AP1 - 1º semestre de 2013.**

**Nome –**

**Assinatura –**

---

Observações:

- i) Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
  - ii) Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
  - iii) Você pode usar lápis para responder as questões.
  - iv) Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
  - v) Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.
- 

- 1) Descreva alguns dos principais dispositivos de entrada e de saída utilizados em Computação Gráfica (2.0 pontos).

Os dispositivos de entrada e saída são responsáveis pela interação entre o usuário, no sentido amplo, e a máquina. Os dispositivos de entrada são os de captação de informações gráficas e os dispositivos de saída são os responsáveis pela visualização dos dados.

Tratando-se de dispositivos de entrada e saída gráficos, estes estão relacionados com o formato dos dados com que trabalham. Dois são estes formatos: *raster* (ou matricial) e vetorial.

Os dispositivos do tipo *raster* ou matriciais, representam os dados a partir de uma matriz  $M \times N \times C$ . Esta matriz é vista de forma tri-dimensional onde M representa o número de colunas, N o número de linhas e C representa a cor. Cada posição da matriz é um pixel da imagem e seu conteúdo é representado por C. Exemplos de dispositivos matriciais de entrada são: scanners e as máquinas fotográficas digitais. Como exemplos de dispositivos matriciais de saída temos o monitor CRT ou LCD e as impressoras.

O segundo formato representa a imagem de forma vetorial; as informações são armazenadas na forma de coordenadas de um espaço vetorial. Exemplos de dispositivos de entrada vetoriais são: *light pen*, *tablet*, *touch pannel*, *3D-digitizer* e os mais comuns e conhecidos de todos: o mouse e o joystick, os quais possuem um sistema de coordenadas absolutas. Os dispositivos de saída vetorial são os que produzem imagens traçando segmentos de retas e curvas descritas por coordenadas de seus pontos iniciais e finais.

Exemplos desses dispositivos são: display caligráfico, display de armazenamento e os traçadores.

- 2) Explique por que a curva dada pela função  $(x(t) = t, y(t) = t \cdot \cos(t), z(t) = t \cdot \sin(t))$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , é um objeto gráfico espacial e unidimensional (2.0 pontos)

Primeiramente, a curva é um objeto espacial pois seus pontos são definidos através de três coordenadas, caracterizadas por funções que dependem do parâmetro  $t$ . A curva acima é unidimensional porque depende de apenas um parâmetro, sendo um objeto que possui apenas comprimento. Para qualquer ponto  $p = (x(t), y(t), z(t))$  a interseção de  $p$  com uma esfera unitária de raio  $\varepsilon$  é um objeto homeomorfo (pode ser deformado continuamente em) a um segmento de reta ou semi-reta, dependendo se  $p$  é um ponto interior ou um de seus pontos na borda da curva (no caso de ser aberta).

- 3) Uma *metaball* pode ser considerada como uma partícula envolvida em um campo escalar (que associa uma densidade a cada ponto do espaço, por exemplo), tipicamente descrito por uma função  $f(x, y, z)$ . Ao escolher um determinado isovalor  $k$ , é possível extrair uma superfície associada a *metaball*, tal que  $f(x, y, z) = k$ . Um exemplo típico de função utilizada para definir uma metaball é  $f(x, y, z) = \frac{1}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ , onde  $(x_0, y_0, z_0)$  é o centro da *metaball*. A grande vantagem das *metaballs* é que elas podem ser combinadas, somando-se as influências de cada *metaball* sobre um determinado ponto, para gerar as mais variadas formas, muitas vezes, produzindo um aspecto orgânico.

Considerando a definição de uma superfície associada a uma *metaball*, diga se ela é uma formulação implícita ou paramétrica, justificando a sua afirmação (2.0 pontos)

Uma superfície obtida de uma *metaball* é uma função implícita já que, conforme o enunciado, a *metaball* é um campo escalar  $f(x, y, z)$  associado a uma partícula com propriedades definidas por  $f$ . Um conjunto de nível  $k$  pode ser escolhido fazendo  $f(x, y, z) = k$ , o qual define uma superfície, excetuando-se os casos degenerados em que o gradiente de  $f$  se anula. Lembre que é fácil mostrar que a superfície obtida é dada pelo conjunto das raízes de uma equação  $\tilde{f}(x, y, z) = 0$ , fazendo  $\tilde{f}(x, y, z) = f(x, y, z) - k$ .

- 4) O que é uma curva Bézier? Cite algumas de suas propriedades (2.0 pontos).

Uma curva de Bézier é uma curva interativa descrita pela combinação (mistura) das coordenadas de pontos de controle através das funções de Bernstein. A forma geral de uma curva de Bézier de grau  $n$  é dada por

$$f(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i(u), B_{i,n}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$

O caso mais comum de curvas de Bézier são as curvas cúbicas onde  $n=3$ , para as quais temos as seguintes expressões para a base de Bernstein:

$$B_{i,3}(u) = \binom{3}{i} u^i (1-u)^{3-i}$$

$$B_{0,3} = (1-u)^3$$

$$B_{1,3} = 3u(1-u)^2$$

$$B_{2,3} = 3u^2(1-u)$$

$$B_{3,3} = u^3$$

Dentre as propriedades das curvas de Bézier citamos as seguintes:

- A curva se restringe ao fecho convexo uma vez que as funções de base somam 1 (um) para todo valor de  $u$ .
- Os pontos de controle não exercem controle local. Mover um ponto de controle move toda a curva (As funções de base são diferentes de 0 em todo o domínio exceto em  $u=0$  e  $u=1$ ).
- Os vetores tangentes à curva nos pontos extremos coincidem com a primeira e última aresta do polígono de controle.
- A curva não oscila sobre nenhuma reta mais do que oscila o polígono de controle (propriedade de minimização de variação).
- A curva pode ser transformada por transformações afins (translações e rotações) definidas sobre os pontos de controle.
- O controle exercido pelos pontos de controle não é local. A movimentação de um ponto altera toda curva, apesar de sua influência ser maior na vizinhança de tal ponto.
- Não é possível definir uma curva de Bézier cúbica para aproximar ou representar um conjunto de  $n$  pontos sem utilizar múltiplos segmentos de curva.

O algoritmo de deCasteljau é um algoritmo utilizado para calcular um ponto sobre uma curva de Bézier correspondente a um valor de parâmetro  $t = t_0$ ,  $0 \leq t_0 \leq 1$ , baseado em aplicações repetidas de interpolações lineares. Considere, por exemplo, uma curva de Bézier de grau  $n=3$  contendo os pontos  $P_0, P_1, P_2$  e  $P_3$ . A parametrização do segmento  $P_0P_1$  é dada por

$$(1 - t)P_0 + tP_1,$$

Para um dado valor de  $t=t_0$  podemos calcular um novo ponto de controle sobre  $P_0P_1$  da seguinte forma:

$$Q_0 = (1 - t_0)P_0 + t_0P_1.$$

Podemos aplicar o mesmo processo calculando para os segmentos  $P_1P_2$  e  $P_2P_3$  os pontos :

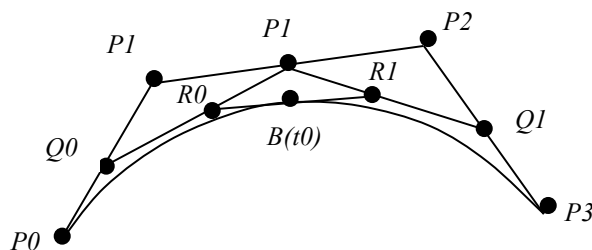
$$Q_1 = (1 - t_0)P_1 + t_0P_2 \text{ e } Q_2 = (1 - t_0)P_2 + t_0P_3.$$

Em seguida, obtemos os pontos  $R_0$  e  $R_1$ , interpolando para  $t=t_0$ , respectivamente, os extremos dos segmentos  $Q_0Q_1$  e  $Q_1Q_2$ , conforme abaixo:

$$R_0 = (1 - t_0)Q_0 + t_0Q_1 \text{ e } R_1 = (1 - t_0)Q_1 + t_0Q_2.$$

Finalmente, o ponto  $B(t_0)$  na curva é obtido interpolando-se  $R_0$  e  $R_1$

$$B(t_0) = (1 - t_0)R_0 + t_0R_1$$



##### 5) Qual a vantagem das B-Splines sobre as curvas de Bézier (2.0 pontos)?

Uma vantagem das curvas B-spline em relação a curvas de Bézier é a de que B-splines permitem criar curvas com muitos pontos de controle, sem a necessidade de se aumentar o grau do polinômio da base ou então colar diferentes curvas de menor grau juntamente através de um mecanismo que garanta a continuidade e suavidade entre os segmentos nos pontos de junção. Isso se deve ao fato de que, por definição, B-splines descrevem curvas suaves por partes, sendo que a suavidade é garantida automaticamente através do compartilhamento de pontos de controle entre segmentos de curva consecutivos que compõem a curva maior.

Outra vantagem é o grau de controle local, que se obtém como consequência do fato de que pontos de controle influenciam apenas um subconjunto dos segmentos que compõem a curva total, algo que não é possível de se obter através de curvas de Bézier, nas quais a modificação de um ponto de controle causa uma modificação em toda a curva.