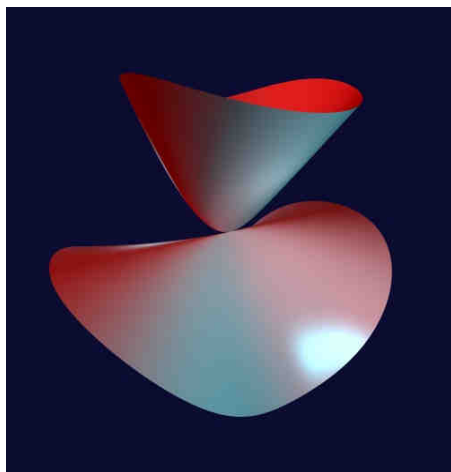


- 1) Quais as vantagens de curvas interativas, como as curvas de *Bézier* e *B-Splines*, sobre curvas paramétricas convencionais (1.0 ponto).

Curvas interativas como as curvas de Bézier e B-Splines são mais vantajosas que as curvas paramétricas convencionais porque permitem expressar a forma da curva através de uma combinação das coordenadas de um conjunto de pontos de controle com base em pesos dados por uma base de funções, cujas propriedades definem a regularidade da curva e o grau de controle local. Por este motivo, é possível alcançar um alto grau de controle e poder de especificação de forma, o que não é fácil de obter com curvas paramétricas simples, pois o problema de se encontrar uma parametrização de uma curva ou superfície geral forma não é trivial, ainda que seja de modo aproximado.

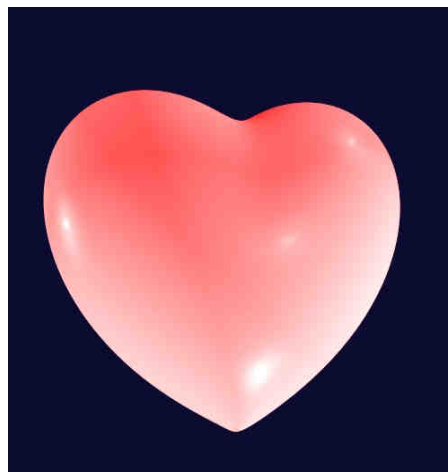
- 2) De exemplo de duas equações que definem superfícies implícitas. (1.0 ponto).

Calypso



$$x^2 + y^2 z = z^2$$

Suess



$$(x^2 + 9/4 y^2 + z^2 - 1)^3 - x^2 z^3 - 9/80 y^2 z^3 = 0$$

- 3) Faça uma pesquisa sobre *Meta-balls*. (1.0 ponto).

Metaballs, também conhecidos como *Blobby Molecules*, é um tipo de técnica de modelagem implícita. *Metaballs* são misturas de primitivas quádricas, normalmente esferas e elipsóides. Cada átomo é representado por uma primitiva P_i que determina a distância algébrica r_i (normalmente ao centro da esfera ou ao foco do elipsóide). A molécula é dada por $\sum h(r_i)$, onde h é uma função monotônica, geralmente uma função sigmóide, que descreve um decaimento na medida em que a distância aumenta em relação à origem (no caso o centro do átomo). O domínio da função h determina o raio de influência da primitiva e sua forma determina o raio de isolamento e características de mistura da primitiva. J. Blinn propôs a definição de h como um exponencial, Nishimura et al propuseram o uso de funções quadráticas por partes, técnica que de fato está associado ao nome *Metaballs*. Wyvill et al propuseram o uso de um polinômio de grau seis gerando uma técnica denominada *Soft Objects*.

Um Metaball define na verdade um campo escalar de densidades (dado volumétrico) podendo ser visualizado através de um algoritmo tipo *Marching Cubes* capaz de extrair a superfície implícita.

Referência: J. Bloomenthal, C. Bajaj, J. Blinn, MP Cani-Gascuel, A Rockwod, B. Wyvill and G. Wyvill. Introduction to implicit surfaces. Morgan Kaufman Publisers, San Francisco, CA.

- 4) Faça uma pesquisa sobre como funções implícitas podem ser utilizadas para gerar modelos de nuvens em Computação Gráfica (2.0 pontos).

Nuvens apresentam algumas características que as tornam diferentes da maior parte dos objetos considerados em computação gráfica. Primeiramente, as nuvens apresentam comportamento semi ou transparente em relação aos raios de luz em uma dada região. A segunda característica importante é a de que não existe uma definição precisa do bordo que limita seu volume.

Devido a estas características, não é apropriado modelar uma nuvem através de um sólido delimitado por uma superfície, o que é conhecido por representação por contorno (*boundary representation*) tanto do ponto de vista da forma gerada, quanto do processo de tonalização a ser utilizado.

Por outro lado, modelos volumétricos são bastante adequados em particular, quando definidos através de funções implícitas.

Uma nuvem pode ser modelada de forma volumétrica através de uma função ρ (p) que associa um valor de densidade a cada ponto $p \in \mathbb{R}^3$. O problema então se resume a encontrar um modelo apropriado capaz de definir ρ (p) e que permita que a forma da

nuvem possa ser especificada com alto grau de controle sem perder, por outro lado, as características tipicamente associadas a tal objeto.

Existem diferentes formas de se definir a função de densidade em $\rho(p)$. Uma possível metodologia se baseia na combinação de modelagem volumétrica implícita com modelagem procedural.

O uso de funções implícitas é bastante apropriado para a definição do campo de densidades em um volume. Isto pode ser feito, por exemplo, através de Metaballs (ver exercício 3).

A modelagem baseada em primitivas implícitas permite ao modelador definir a macro-estrutura da nuvem, o que resulta na especificação da forma com um maior grau de controle. Por sua vez, as técnicas de modelagem procedurais definem os detalhes e introduzem um caráter não determinístico ao modelo, tão importante para geração de objetos naturais com aspecto realístico.

O método consiste em definir uma função de densidade que depende de dois termos: um responsável por um valor de densidade calculado com base em uma mistura de funções implícitas e o outro termo determinado através de um modelo procedural que descreve uma função de turbulência [1]. A figura abaixo ilustra o resultado obtido pelos autores do trabalho [2] que combina os dois tipos de modelagem.



Referências:

- [1] K. Perlin. An image synthesizer. In Computer Graphics(Proceedings of SIGGRAPH 85), volume 19. July 1985.
- [2] David S. Ebert and Edward Bedwell. Implicit Modeling with Procedural Techniques. Proceedings of Implicit Surfaces 98'. 1998.

- 5) Escreva a equação que descreve uma superfície de *Bézier* com $m \times n$ pontos de controle com coordenadas paramétricas u e v . (1.0 ponto).

A equação da superfície de Bézier com $m \times n$ pontos de controle é dada por

$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_i^m(u) B_j^n(v) P_{i,j}$, onde $P_{i,j}$ são as coordenadas de um ponto de controle de índice i, j e

$$B_i^k(u) = \binom{k}{i} u^i (1-u)^{k-i}$$

- 6) Como podem ser determinadas as bases de uma curva *B-Spline* não-uniforme de grau n com m pontos de controle? (1.0 ponto).

As bases de uma curva B-Spline podem ser determinadas através das equações recursivas de Cox-De-Boor conforme abaixo:

$$B_{i,1}(u) = \begin{cases} 1, u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$B_{i,2}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+1} - u_i} B_{i,1}(u) + \frac{u_{i+2} - u}{u_{i+2} - u_{i+1}} B_{i+1,1}(u)$$

$$B_{i,3}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+2} - u_i} B_{i,2}(u) + \frac{u_{i+3} - u}{u_{i+3} - u_{i+1}} B_{i+1,2}(u)$$

$$B_{i,4}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+3} - u_i} B_{i,3}(u) + \frac{u_{i+4} - u}{u_{i+4} - u_{i+1}} B_{i+1,3}(u)$$

- 7) Descreva um método para triangular uma região planar. (1.0 ponto).

Uma técnica para triangularizar uma região planar é a que se baseia na remoção sucessiva de “orelhas” de um polígono. Uma orelha é triângulo formado por três vértices sucessivos V_0 , V_1 e V_2 para os quais não existe nenhum outro vértice no interior do polígono. O vértice V_1 é considerado a ponta da orelha e a linha passando por V_0 e V_2 é a diagonal do polígono. Existe um teorema que afirma que em polígono com quatro ou mais lados sempre tem pelo menos duas orelhas, o que sugere um algoritmo recursivo para triangulação (ver detalhes na referência abaixo). Basta então localizar uma orelha em um polígono com $n \geq 4$ vértices e removê-la resultando em um polígono com $n-1$ vértices, sobre o qual se repete o mecanismo até que não reste nenhum triângulo.

Referência:

<http://www.geometrictools.com/Documentation/TriangulationByEarClipping.pdf>.

- 8) Faça uma pesquisa sobre o método de *Ray Casting* para visualização de modelos volumétricos (compostos por *voxels*) (2.0 pontos).

O Ray Casting é uma técnica utilizada para visualizar modelos volumétricos, muito aplicada a dados médicos. Ao invés de se extrair isosuperfícies, o método procura visualizar diretamente o dado volumétrico, lançando um raio para cada pixel e calculando a contribuição da energia luminosa transmitida pelos voxels atravessados por cada raio.

A tonalização de cada voxel depende de uma estimativa da normal nos voxels o que é feito através de uma aproximação do gradiente do campo de densidades definido no volume.

O ultimo passo, denominado composição volumétrica, calcula a composição da luz transmitida pela sequencia de voxels ao longo do raio em função da opacidade de cada voxel, de forma a gerar a imagem no plano de projeção.

Referência:

<http://web.cs.wpi.edu/~matt/courses/cs563/talks/powwie/p1/ray-cast.htm>

Watt, A. and Watt, M. Advanced Animation and Rendering Techniques. Addison-Wesley Professional (November 10, 1992).