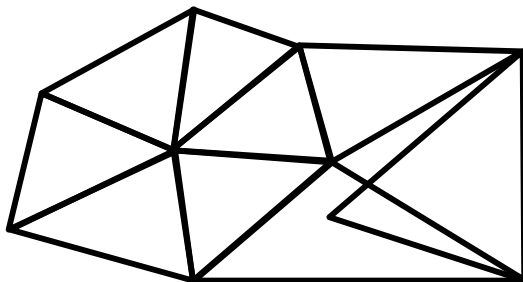


- 1) Uma triangulação de uma região do plano é definida como uma *coleção*  $T = \{T_i\}$  de *triângulos* tal que, para dois triângulos distintos  $T_i$  e  $T_j$  em  $T$  com  $T_i \cap T_j \neq \emptyset$ , temos:

- $T_i \cap T_j$  é um vértice em comum ou,
- $T_i \cap T_j$  é uma aresta em comum.

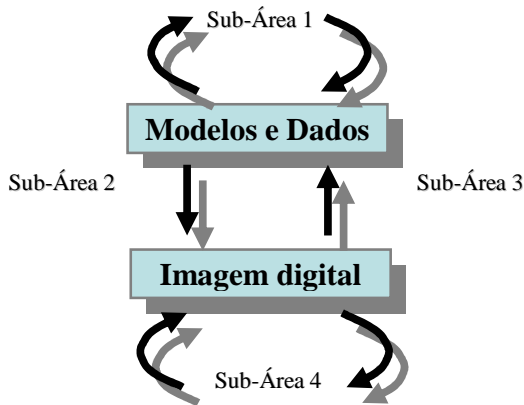
Sabendo-se disto, justifique porque a triangulação abaixo está incorreta (2.0 pontos):



**Solução:**

**A triangulação acima está incorreta porque um dos triângulos intersecta dois triângulos vizinhos em regiões triangulares, contradizendo a definição, que requer que a interseção ocorra em um vértice ou em uma aresta comum.**

- 2) A Computação Gráfica é dividida em diversas sub-áreas. O diagrama abaixo mostra uma possível classificação. Diga qual é o nome de cada uma das sub-áreas e descreva sucintamente as características das mesmas (2.0 pontos).



**Sub-Área 1: Modelagem** – A modelagem, tipicamente denominada modelagem geométrica, lida com problemas que envolvem a representação, geração e manipulação de formas como, por exemplo, curvas, superfícies e sólidos, em sistemas computacionais. Problemas normalmente estudados envolvem representação de formas por subdivisão, representações por multiresolução, simplificação de malhas, modelagem a partir de imagens e etc. As técnicas provenientes da área de modelagem têm inúmeras aplicações na indústria, em problemas de física e matemática, engenharias, projeto e manufatura auxiliados por computador (CAD e CAM, respectivamente) e etc.

**Sub-Área 2: Síntese de imagens** – Trata da geração de imagens a partir de um conjunto de dados e modelos. Os principais problemas estudados estão relacionados à produção de imagens realistas e visualização de dados, fenômenos e processos, em muitos casos de forma interativa e, até mesmo, em tempo real. A síntese de imagens se propõe a investigar diversos métodos, algoritmos e esquemas de representação e manipulação dos dados, de forma a solucionar tais problemas de modo eficiente e econômico. Nos estágios iniciais, a síntese de imagens introduziu os principais modelos e técnicas para geração de imagens em dispositivos *raster*, tais como, estruturas de dados para representação de objetos gráficos 2D e 3D, projeções e modelos de câmera, algoritmos para rasterização de polígonos e recorte, remoção de superfícies escondidas e iluminação direta, técnicas para interação e geração de curvas e superfícies. Em uma fase posterior, foram propostos algoritmos de iluminação mais sofisticados como Raytracing e Radiosidade, além de técnicas de mapeamento de textura. Atualmente são investigadas técnicas capazes de gerar imagens cada vez mais realistas, utilizando modelos sofisticados com o auxílio do avanço tecnológico das placas e processadores gráficos, assim como dos dispositivos de captura e visualização. A Síntese de Imagens tem grande aplicação na indústria, nas engenharias, nas diversas áreas da ciência, arquitetura, indústria do entretenimento, medicina e etc.

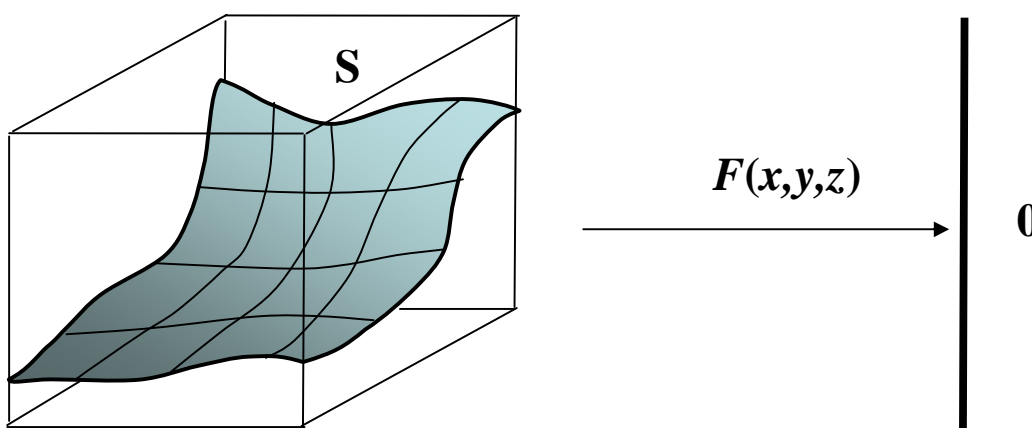
**Sub-Área 3:** Analise de imagens – Trata da aquisição de informação a partir de imagens digitais, aquisição está, muita das vezes, baseada em reconhecimento de padrões e nas características dos sistemas de formação de imagens. Temos como exemplos de aplicações a identificação de placas de automóveis, a identificação de áreas desmatadas, detecção de tumores em dados médicos, calibração automática de câmeras, determinação da estrutura tridimensional de objetos a partir de imagens e outras.

**Sub-Área 4:** Processamento de imagens – É a sub-área responsável por estudar técnicas para representar, manipular e realizar operações sobre imagens digitais. Ao processar uma imagem digital, as técnicas de processamento de imagens produzem uma outra imagem, onde determinadas características são realçadas ou modificadas de forma a facilitar a realização de diferentes processos que utilizam as informações nela codificadas. Cita-se como exemplo a aplicação de filtros para remover ou minimizar ruídos em uma imagem digitalizada por um scanner. A sub-área de processamento de imagens considera imagens, em muitos casos, como um tipo particular de sinal, havendo desta forma uma considerável interseção com a área de processamento de sinais. Problemas comumente tratados pela área são os problemas de realce de características de imagens, segmentação, transformações geométricas aplicadas a imagens, composição, além de técnicas para armazenamento e transmissão. A área de processamento de imagens possui inúmeras aplicações, como nos próprios processos de síntese de imagens, na ciência dos materiais, astronomia, geografia, microscopia, aerofotogrametria e etc.

- 3) Uma superfície, como um cilindro ou uma esfera, pode ser descrita de formas distintas. Uma possível forma é através de uma superfície implícita. O que são as superfícies implícitas? Cite um exemplo (2.0 pontos).

**Solução:**

Uma superfície implícita  $S \subset \mathbb{R}^3$  é descrita através das raízes de uma equação associada a uma função  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Em outras palavras,  $S$  é o conjunto de pontos  $(x,y,z)$  tais que  $F(x,y,z) = 0$  ( $S = \{(x,y,z); F(x,y,z)=0\}$ ).



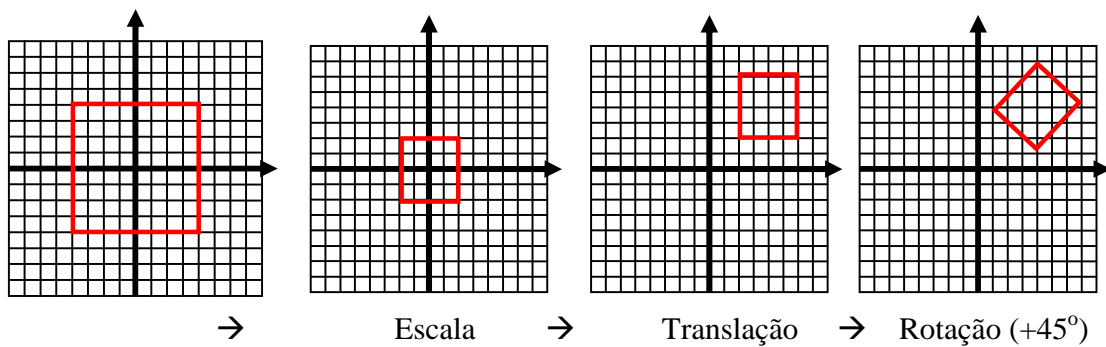
Um exemplo de superfície implícita é o cilindro implícito dado pela equação  $F(x,y,z) = x^2 + y^2 - r^2$ .

- 4) Uma aplicação em OpenGL costuma ser organizada através de 3 partes: inicialização, *loop* principal e finalização. Explique o que vem a ser o *loop* principal e o que se costuma processar nesta etapa (2.0 pontos).

**Solução:**

Em linhas gerais, o *loop* principal, ou ciclo principal, é o ciclo da aplicação, sendo responsável por três tarefas distintas: a primeira, correspondente à entrada de dados do usuário (mouse, teclado ou joystick); a segunda, na qual é realizada a atualização do estado da aplicação, isto é, lógica, processamento e atualização dos estados e, a terceira e última tarefa, responsável pela visualização, onde é feita a *renderização* dos objetos em seus novos estados.

- 5) Uma matriz de transformação pode representar a composição de diferentes transformações como, por exemplo, translações, rotações e escalas. Isto permite que uma seqüência de transformações sobre um objeto possa ser representada através de uma única operação matricial aplicada a cada um de seus vértices. Observe as transformações aplicadas no quadrado abaixo:



Escreva a matriz de transformação resultante para a seqüência de transformações aplicadas ao quadrado. (Considere que as transformações ocorrem no plano e que os pontos estão representados em coordenadas homogêneas) (2.0 pontos).

**Solução:**

A primeira operação corresponde a uma escala cujo fator é 0.5, tanto na direção x quanto na direção y. Isto pode ser expresso através da seguinte matriz de transformação 2D em coordenadas homogêneas:

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A segunda transformação é uma translação pelo vetor (4,4), o que é expresso pela matriz

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A última transformação corresponde a uma rotação de  $\pi/2$  graus no sentido anti-horário em torno do centro da figura que está no ponto (4,4). Para isso é necessário levar a figura na configuração corrente de volta a origem, aplicar a devida rotação e transladá-la de volta à posição (4,4). Tal combinação é expressa através da matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi/2) & -\text{sen}(\pi/2) & 0 \\ \text{sen}(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente, a sequência de transformações T é representada pelo produto das matrizes:

$$T = CxBxA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi/2) & -\text{sen}(\pi/2) & 0 \\ \text{sen}(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Podemos observar, pelo resultado da composição que, para efeito final, a transformação dada pela matriz B é desnecessária, já que se anula com a componente de translação à direita, associada à transformação representada pela matriz C.