



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância  
**Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação**  
**Disciplina: Computação Gráfica**  
**AD1 - 1º semestre de 2008.**

- 1) Descreva algumas aplicações tecnológicas da Computação Gráfica. (0.5 ponto).

*Dentre as diversas aplicações, podemos citar como exemplos: efeitos especiais em cinema, animação, propagandas, jogos, simuladores, realidade virtual, interfaces, processamento de imagens, composição digital, correção de fotografias digitais, etc.*

- 2) Descreva alguns dispositivos gráficos utilizados na indústria dos jogos. Faça sua pesquisa na Internet. (0.5 ponto).

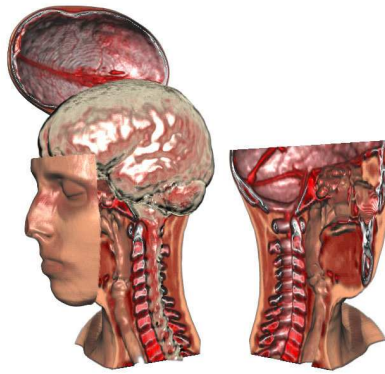
*Diversos são os dispositivos gráficos utilizados na indústria de jogos, incluindo e placas gráficas modernas, como as desenvolvidas pela ATI e NVidia, assim como dispositivos de interação mais sofisticados como os modernos joysticks com acelerômetros (sixaxis (PS3), wii stick(Nintendo)), webcams para interação através de movimento corporal (Eyecam (PS3)), simuladores de instrumentos musicais (Guitar Hero), simuladores de volantes de corrida, pistolas (Light Guns (Wii e PS3/PS2) e etc.*

- 3) Defina o conceito de *Objeto Gráfico*. Busque na Internet alguns exemplos, em forma de figuras ou imagens, dos diferentes tipos de Objetos Gráficos apresentados em aula (1.0 ponto).

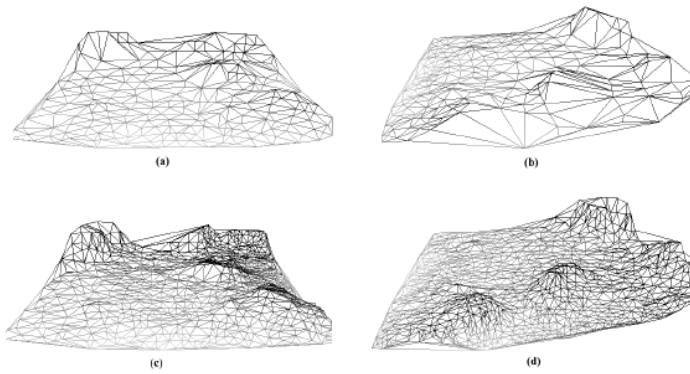
*O conceito matemático diz que um objeto gráfico é um subconjunto  $S \subset \mathbb{R}^n$  associado a uma função de atributos  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . O subconjunto  $S$  define o suporte geométrico do objeto gráfico  $O$ .*

*Objetos gráficos são classificados em objetos gráficos planares ou espaciais. A dimensão de um objeto gráfico é dada pela dimensão do suporte geométrico. Curvas são objetos unidimensionais, regiões e superfícies são exemplos de objetos bidimensionais, enquanto que volumes e sólidos são exemplos de objetos tridimensionais.*

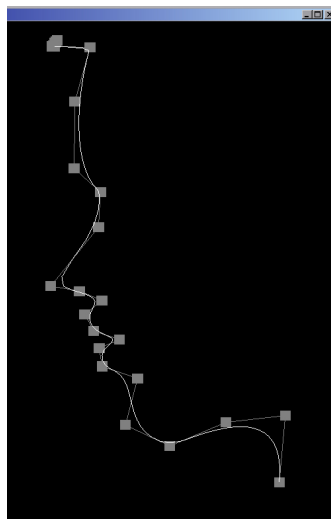
*Objetos gráficos podem ser também categorizados em objetos planares ou espaciais. Objetos planares são aqueles que moram em um espaço bidimensional. Exemplos de objetos planares são as regiões e curvas no plano. Objetos espaciais são aqueles em que o espaço ambiente, onde eles estão imersos, possuem dimensão maior ou igual a 3. Exemplos são as curvas no espaço, superfícies e sólidos.*



Dado volumétrico de medicina



Triangulação (dado de terreno)



Nurbs

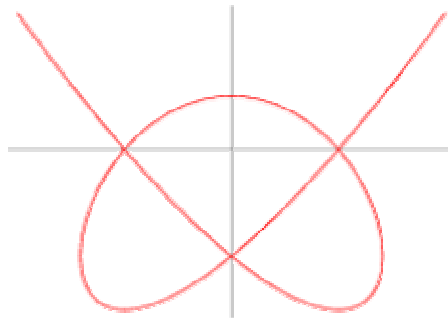
- 4) Qual a diferença entre as formas paramétricas e implícitas para representação de curvas. Descreva uma curva de sua escolha na forma paramétrica e na forma implícita. (1.0 ponto).

*Curvas paramétricas utilizam uma formulação em que as coordenadas dos pontos que a descrevem são dadas em termos de funções definidas em um espaço de parâmetros, no caso, um intervalo da reta. Para cada valor de um parâmetro  $t$ , é possível calcular as coordenadas  $x(t)$  e  $y(t)$  de cada ponto da curva. Curvas paramétricas são bastante apropriadas para problemas que envolvem amostragem.*

Exemplo: 
$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cos 2\pi t \\ \sin 4\pi t \end{bmatrix}$$

*Curvas implícitas são caracterizadas através das raízes de uma equação da forma  $F(x,y)=0$ . Desta forma, pode-se dizer que curvas implícitas são determinadas pela interseção de uma superfície com o plano  $z=0$ , o que as caracteriza como curvas de nível.*

Exemplo:  $(x^2 - 1)^2 = y^2(3 + 2y)$  (curva nó)



- 5) Cite os casos em que é mais apropriado o uso de representações implícitas. (0.5 ponto).

*Representações implícitas são particularmente adequadas nos casos em que é necessário resolver o problema de pertinência a um conjunto como, por exemplo, determinar se um ponto pertence a uma região ou a um volume. Nesses casos, o teste consiste em simplesmente verificar o resultado obtido pela aplicação da equação sobre as coordenadas do ponto em questão. Se o resultado for zero então o ponto está sobre o bordo da região ou volume. Caso o sinal do valor obtido seja maior que zero então o ponto está fora da região (volume) e no caso contrário estará dentro da região (volume). São também úteis para representar dados que possuem a natureza de um campo escalar como, por exemplo, dados médicos, onde estruturas do corpo humano estão associadas a diferentes valores de densidade, ou campos vetoriais como, por exemplo, o fluxo de um fluido em movimento.*

- 6) Descreva o porquê da necessidade do uso de curvas interativas como as curvas de Bézier e as Splines. Produza uma curva poligonal a partir da avaliação de cinco pontos de uma curva de Bézier cúbica, dados os seguintes pontos de controle  $(0.0,0.0)$ ,  $(0.3,0.8)$ ,  $(0.7,0.8)$ ,  $(1.0,0.0)$  (0.5 ponto).

*O uso de curvas implícitas e poligonais não é apropriado para processos interativos, tais como criação, manipulação e modificação da forma da curva. Curvas implícitas fornecem poucos mecanismos de controle, já que descrevem um conjunto de pontos que satisfazem uma equação. Curvas poligonais por outro lado, envolvem a descrição explícita de um número muito grande de elementos (vértices) no caso de curvas muito complexas, o que torna impraticável a realização de processos de interação.*

*Para evitar tais problemas utilizam-se curvas paramétricas especiais, nas quais a forma da curva é especificada através de pontos de controle, aos quais são associados a bases de funções (em geral polinômios, podendo até mesmo ser razões de polinômios, como no caso das NURBS) com características específicas de continuidade e controle local. Através de tais curvas especiais, denominadas interativas, é possível controlar a forma da curva manipulando alguns poucos pontos de controle, os quais exercem influência sobre um intervalo limitado pelas características da base de funções adotada. Um exemplo de curva iterativa são as curvas de Berzier que se utilizam de bases de Bernstein.*

$$x(t) = \sum_{i=0}^3 \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} x(i)$$

$$y(t) = \sum_{i=0}^3 \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} y(i)$$

$$x(t) = \binom{3}{0} t^0 (1-t)^3 x(0) + \binom{3}{1} t^1 (1-t)^2 x(1) + \binom{3}{2} t^2 (1-t)^1 x(2) + \binom{3}{3} t^3 (1-t)^0 x(3)$$

$$y(t) = \binom{3}{0} t^0 (1-t)^3 y(0) + \binom{3}{1} t^1 (1-t)^2 y(1) + \binom{3}{2} t^2 (1-t)^1 y(2) + \binom{3}{3} t^3 (1-t)^0 y(3)$$

$$x(t) = (1-t)^3 t^0 x(0) + 3t(1-t)^2 x(1) + 3t^2(1-t)x(2) + t^3 x(3)$$

$$y(t) = (1-t)^3 t^0 y(0) + 3t(1-t)^2 y(1) + 3t^2(1-t)y(2) + t^3 y(3)$$

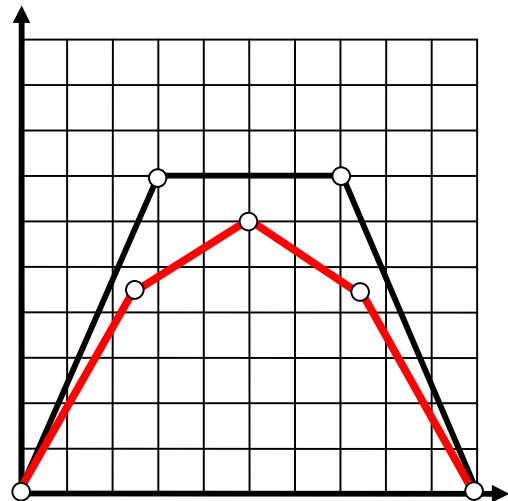
$$x(t) = (1-t)^3 t^0 0.0 + 3t(1-t)^2 0.3 + 3t^2(1-t)0.7 + t^3 1.0$$

$$y(t) = (1-t)^3 t^0 0.0 + 3t(1-t)^2 0.8 + 3t^2(1-t)0.8 + t^3 0.0$$

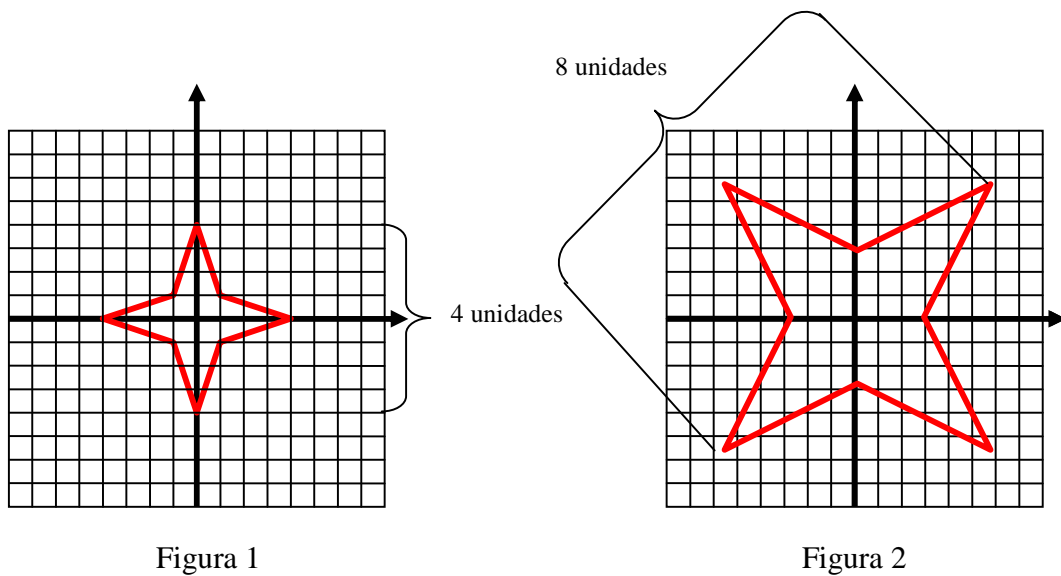
$$x(t) = 3t(1-t)^2 0.3 + 3t^2(1-t)0.7 + t^3 = 0.9t - 1.59t^2 + 1.69t^3$$

$$y(t) = 3t(1-t)^2 0.8 + 3t^2(1-t)0.8 = 2.4t - 2.4t^2$$

t	x(t)	y(t)
0	0.0	0.0
0.25	0.2406	0.45
0.5	0.5	0.6
0.75	0.7594	0.45
1	1.0	0.0



- 7) Considere as seguintes figuras geométricas abaixo. Determine a matriz de transformação capaz para levar a figura 1 na figura 2 (2.0 ponto).



As operações de transformação necessárias para levar a figura 1 na figura 2 requerem primeiramente uma escala de um fator 2, tanto na direção  $x$  quanto na direção  $y$ , seguida de uma rotação da figura em torno da origem de um ângulo  $\alpha = 45^\circ$  no sentido anti-horário. Em forma matricial, temos as matrizes de escala  $\text{Matriz}_A$  e de rotação  $\text{Matriz}_B$ , em coordenadas homogêneas, conforme descrito abaixo

*Dados do problema:*

$$Matriz_A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } Matriz_B = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\text{sen} 45^\circ & 0 \\ \text{sen} 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*A Matriz<sub>C</sub> efetua a transformação final e é dada pelo produto Matriz<sub>B</sub> x Matriz<sub>A</sub> :*

$$Matriz_C = \begin{bmatrix} 2\cos 45^\circ & -2\text{sen} 45^\circ & 0 \\ 2\text{sen} 45^\circ & 2\cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*A figura é então finalmente transformada efetuando-se o produto da Matriz<sub>C</sub> pelos vetores em coordenadas homogêneas correspondentes a cada vértice da estrela.*

- 8) Descreva os problemas e as limitações do uso de uma lista de vértices para representação de superfícies poliédricas. Como você poderia contornar tais limitações? (1.0 ponto).

*O uso de uma lista de vértices possui diversas limitações. A primeira delas diz respeito ao fato de que as informações são replicadas, já que vértices são compartilhados por arestas e faces vizinhas. Isto leva, por exemplo no caso de modificações geométricas locais, à necessidade de atualizar todos os dados redundantes que representam o mesmo elemento, o que pode levar a inconsistências, caso cuidados não sejam tomados.*

*Para eliminar tais limitações pode-se criar uma lista de vértices, representada por um array, cujos índices são referenciados por uma lista de arestas. Por sua vez, a lista arestas também é representada por uma array cujos elementos são referenciados pela lista de faces, que não mais armazena coordenadas dos vértices de cada face. Deste modo, eliminamos as redundâncias na representação e, além disso, podemos efetuar o percorrimento de todas as arestas sem o risco de repetição, o que ocorria na estrutura anterior, já que arestas são compartilhadas por duas faces.*

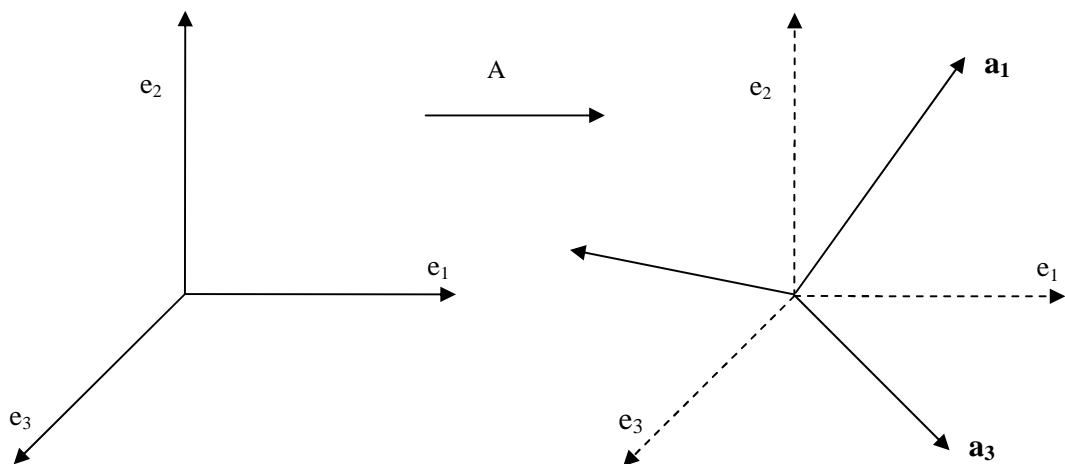
9) Qual o significado das colunas da matriz de transformação 4x4 abaixo (1.0 ponto).

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_{11} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_{21} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $T$  corresponde a uma transformação afim  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , representada por uma matriz de transformação linear 4x4 (ordem 4) no espaço homogêneo. O bloco formado pela matriz

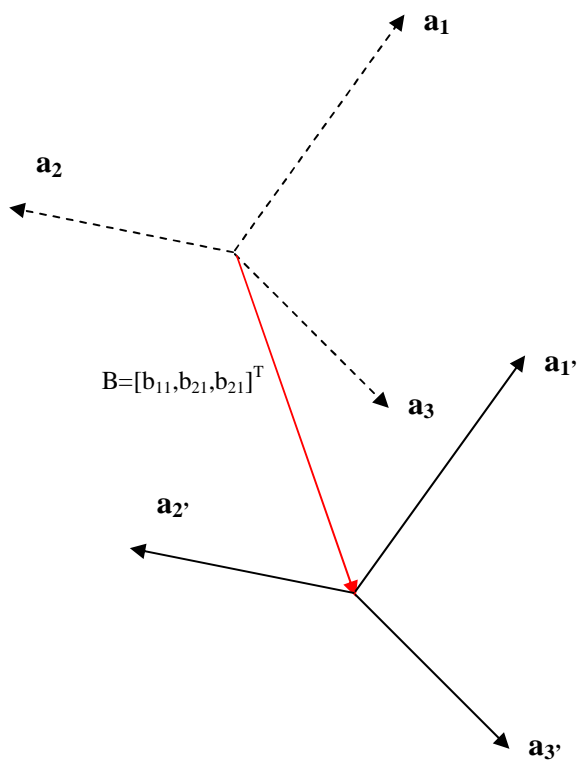
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

corresponde a transformação linear em  $\mathbb{R}^3$ . Logo, os vetores coluna  $A1 = [a_{11}, a_{21}, a_{31}]^T$ ,  $A2 = [a_{12}, a_{22}, a_{32}]^T$  e  $A3 = [a_{13}, a_{23}, a_{33}]^T$ , correspondem, respectivamente, ao resultado da aplicação transformação linear sobre os elementos da base canônica  $e1 = [1, 0, 0]^T$ ,  $e2 = [0, 1, 0]^T$  e  $e3 = [0, 0, 1]^T$ .





O vetor coluna  $[b_{11}, b_{21}, b_{31}]^T$  corresponde a uma translação. Tal translação se dá no referencial dado pelos vetores  $A_1, A_2$  e  $A_3$ .



No caso especial em que a matriz  $A$  é ortogonal, isto é, se os vetores colunas  $A_1, A_2$  e  $A_3$  formam uma base ortonormal (vetores unitários e perpendiculares entre si que geram o espaço), temos que a matriz  $A$  correspondente a uma rotação.

10) Quais são as etapas fundamentais de uma aplicação gráfica em tempo real? Escreva um trecho de código GLUT/OpenGL que contenha cada uma destas etapas (1.0 ponto).

*As etapas básicas estão dentro de um laço, que executa a entrada de dados, processamento do estágio de aplicação, que basicamente consiste na lógica da aplicação (como por exemplo IA e Física) e finalmente a renderização do resultado. Um exemplo sobre a renderização - no caso, um triângulo - pode ser visto abaixo:*

**// inicializa a Aplicação Gráfica.**

**void InitOpenGL(...)**

```
{
    // Inicializa a OpenGL.
    g_hWnd = window;
    context = wglCreateContext(...); // cria o rendering context
    SizeOpenGLScreen(width, height); // determina o tamanho da janela

    // Inicializa a física
    InitPhysics();
    // Inicializa a IA.
    InitIA();

    ...
}
```

**void RenderScene()**

```
{
    // Configura câmera.
    glLoadIdentity();
    gluLookAt(0.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0);
    SetupCamera();

    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
    glEnable(GL_ATRIBUTO_XXX); glDisable(GL_ATRIBUTO_YYY);

    glBegin(GL_TRIANGLES);
        glColor3f(1.0, 0.0, 0.0);
        glVertex3f(2.0, 0.0, 0.0);
        glColor3f(0.0, 1.0, 0.0);
        glVertex3f(0.0, 2.0, 0.0);
        glColor3f(0.0, 0.0, 1.0);
        glVertex3f(0.0, 0.0, 2.0);
    glEnd();

    ... // Muda estados, plota mais polígonos...
    // Depois de renderizar tudo realiza o swap de buffers.
    SwapBuffers();
}
```

- 11) Determine a matriz de transformação geométrica em coordenadas homogêneas que rotacione o cubo unitário de  $90^\circ$  em torno do eixo z e  $30^\circ$  em torno do eixo y (1.0 ponto).

*A solução é dada pela construção de uma matriz gerada pelo produto de duas matrizes: a matriz de rotação sobre o eixo Z e a matriz rotação no eixo Y. Logo temos:*

$$Matriz_c = \begin{bmatrix} \cos(30) & 0 & \sin(30) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(30) & 0 & \cos(30) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Matriz_c = \begin{bmatrix} \cos(30) & -\cos(30)\sin(90) & \sin(30) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 & 0 \\ -\sin(30)\cos(90) & \sin(30)\sin(90) & \cos(30) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$