

Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

1. (2,0) Descreva um algoritmo que percorra os nós de uma árvore binária na ordem de seus níveis.

Resposta:

Podemos utilizar uma fila F como estrutura auxiliar. A variável f marca o final da fila ($f = 0$ indica que F está vazia).

se $ptrai \neq \lambda$ então

insere(F , $ptrai$)

enquanto $f \neq 0$ faça

$pt := \text{remove}(F)$ % remove o 1º elemento de F

visita(pt)

se $(pt \uparrow .esq \neq \lambda)$ então

insere(F , $pt \uparrow .esq$)

se $(pt \uparrow .dir \neq \lambda)$ então

insere(F , $pt \uparrow .dir$)

2. (1,0) Prove ou dê contra-exemplo: Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir dos seus percursos em pré-ordem e pós-ordem.

Resposta:

A afirmação é falsa. Considere duas árvores binárias T_1 e T_2 , onde cada uma delas contém apenas dois nós A e B de forma que:

- em T_1 , B é filho esquerdo de A ;
- em T_2 , B é filho direito de A .

Para ambas as árvores acima, o percurso em pré-ordem é AB e o percurso em pós-ordem é BA . No entanto, elas são distintas.

3. (2,0) Prove ou dê contra-exemplo: Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir dos seus percursos em pré-ordem e em nível.

Resposta:

A afirmação é falsa. Considere as duas árvores binárias T_1 e T_2 descritas na resposta da questão anterior. Para ambas as árvores, os percursos em pré-ordem e em nível são AB . No entanto, elas são distintas.

4. (2,0) Determinar a árvore binária de custo mínimo relativa às seguintes frequências: $f_1 = 0, f_2 = 2, f_3 = 1, f'_0 = 3, f'_1 = 1, f'_2 = 2, f'_3 = 3$.

Resposta:

As matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

Matriz dos custos $c[i, j]$:

0	4	12	22
-	0	5	14
-	-	0	6
-	-	-	0

Matriz dos valores $F[i, j]$:

3	4	8	12
-	1	5	9
-	-	2	6
-	-	-	3

Matriz dos valores minimizantes k :

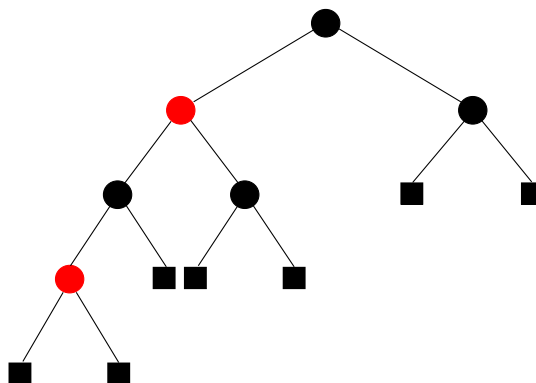
-	1	2	2
-	-	2	3
-	-	-	3
-	-	-	-

Da última matriz acima, segue que a árvore binária de custo ótimo tem raiz s_2 , e portanto filho esquerdo s_1 e filho direito s_3 .

5. (1,0) Prove ou dê contra-exemplo: Toda árvore rubro-negra é AVL.

Resposta:

A afirmação é falsa. A árvore rubro-negra abaixo é um contra-exemplo. Ela não é AVL, pois o nó raiz está desregulado.



6. (2,0) Determinar os valores dos números mínimo e máximo de páginas que uma árvore B de ordem d pode armazenar.

Resposta:

Nas expressões abaixo, a altura h da árvore B satisfaz $h \geq 1$.

O número mínimo de páginas é (veja a pg. 162 do livro-texto):

$$1 + \frac{2}{d}[(d+1)^{h-1} - 1].$$

Já o número máximo de páginas é (veja a pg. 162 do livro-texto):

$$\frac{(2d+1)^h - 1}{2d}.$$