

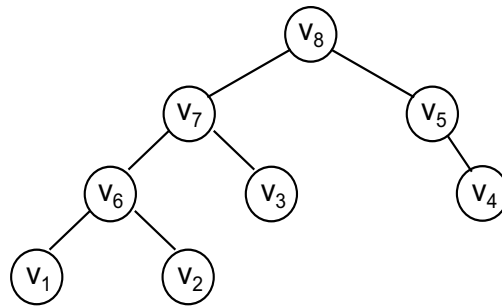
## Estrutura de Dados - 2o. período de 2010

### Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

1. Valor (2,0):

Seja  $T$  uma árvore binária com 8 nós, e represente por  $f(v_i)$  o número de nós pertencentes à subárvore de  $T$ , com raiz  $v_i$ . Suponha que  $v_1, v_2, \dots, v_8$  seja uma ordenação dos seus nós, segundo valores não decrescentes de  $f(v_i)$ . Desenhe uma árvore  $T$  que atenda às condições acima, assinalando, em cada nó, o seu rótulo  $v_i$  correspondente.

Resposta: Para a árvore  $T$  abaixo, temos  $f(v_1) = f(v_2) = f(v_3) = f(v_4) = 1$ ,  $f(v_5) = 2$ ,  $f(v_6) = 3$ ,  $f(v_7) = 5$  e  $f(v_8) = 8$ .



2. Valor (2,0):

Prove ou dê contra-exemplo: Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir dos seus percursos em pós-ordem e em nível.

Resposta: A afirmação é falsa. Considere duas árvores binárias  $T_1$  e  $T_2$ , onde cada uma delas contém apenas dois nós  $A$  e  $B$  de forma que:

- em  $T_1$ ,  $B$  é filho esquerdo de  $A$ ;
- em  $T_2$ ,  $B$  é filho direito de  $A$ .

Para ambas as árvores acima, o percurso em pós-ordem é  $BA$  e o percurso em nível é  $AB$ . No entanto, elas são distintas.

3. Valor (2,0):

Determinar a árvore binária de custo mínimo relativa às seguintes frequências:  $f_1 = 2, f_2 = 0, f_3 = 3, f'_0 = 1, f'_1 = 2, f'_2 = 1, f'_3 = 4$ . Explicitar todos os cálculos envolvidos, bem como as matrizes obtidas nos cálculos. Desenhar a árvore ótima.

Resposta:

As matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

Matriz dos custos  $c[i, j]$ :

0	5	9	22
-	0	3	13
-	-	0	8
-	-	-	0

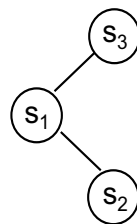
Matriz dos valores  $F[i, j]$ :

1	5	6	13
-	2	3	10
-	-	1	8
-	-	-	4

Matriz dos valores minimizantes  $k$ :

-	1	1	3
-	-	2	3
-	-	-	3
-	-	-	-

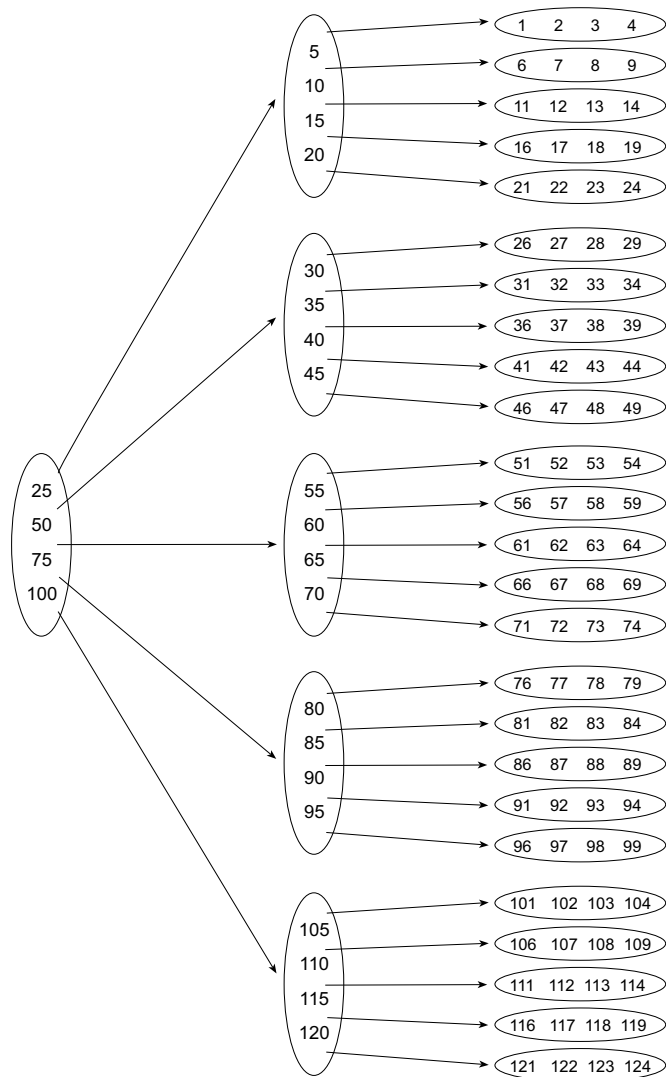
Da última matriz acima, obtemos a seguinte árvore ótima:



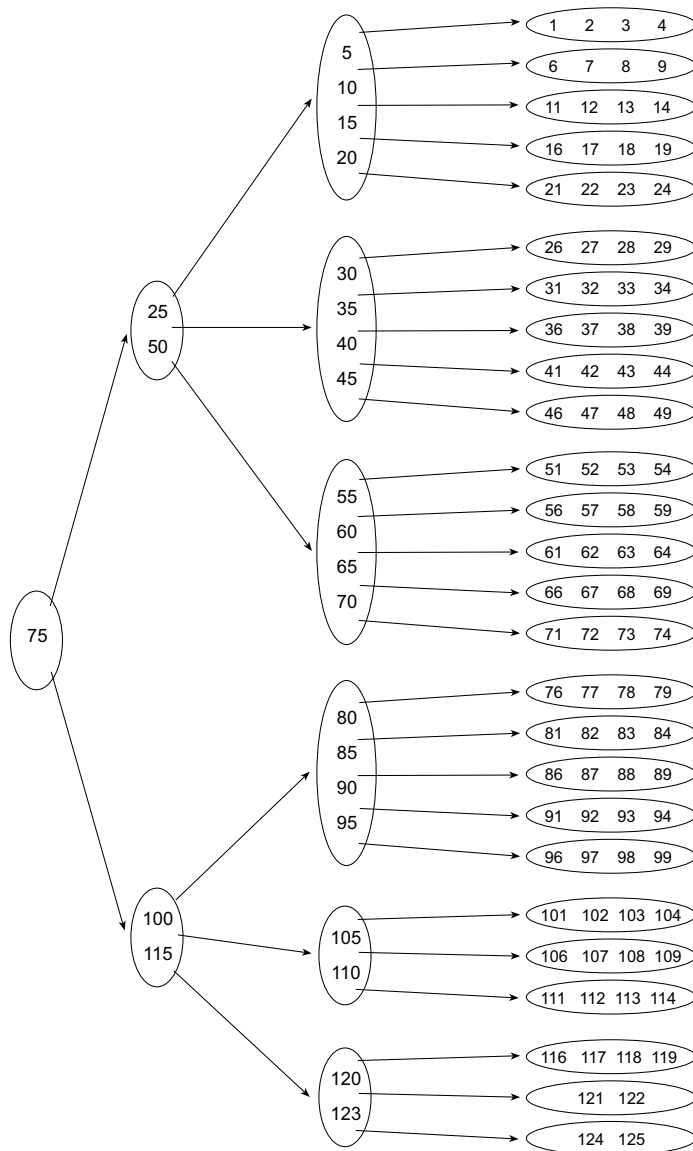
4. Valor (2,0):

Desenhe uma árvore B de ordem 2 e altura 3 contendo o maior número possível de chaves. A seguir, efetue a inserção de uma nova chave, de forma a provocar a ocorrência de uma cisão. Desenhe a árvore B resultante da inserção.

Resposta:



Ao inserirmos a chave 125, obtemos a seguinte árvore B:



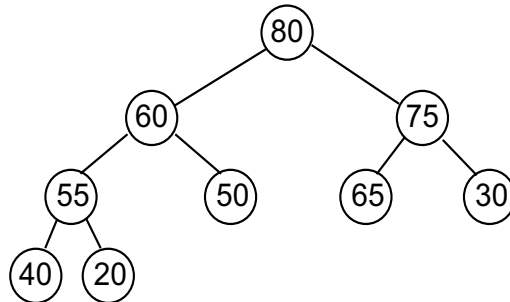
5. Valor (2,0):

Seja a sequência de chaves

80, 60, 75, 55, 50, 65, 30, 40, 20

Esta sequência corresponde a uma heap ? Em caso positivo, desenhar a árvore binária correspondente. Em seguida, efetuar a inclusão de uma nova chave 63, explicitando os passos efetuados pelo algoritmo de inclusão, através dos desenhos das árvores. Finalmente, efetuar a remoção da chave 80, no heap obtido após a inclusão anterior. De forma similar, explicitar os passos efetuados pelo algoritmo de remoção, através dos desenhos das árvores.

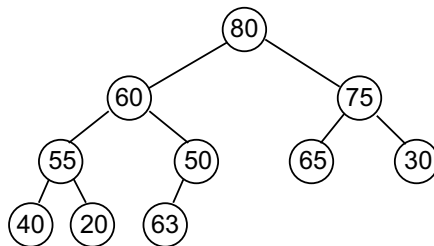
Resposta: A sequência de chaves corresponde ao seguinte heap:



Inclusão da chave 63:

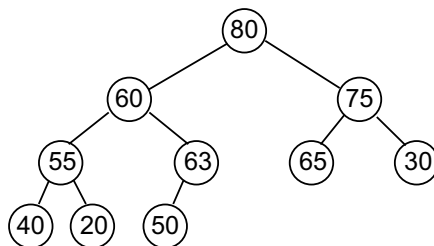
$T[10]=63$

$n=10$



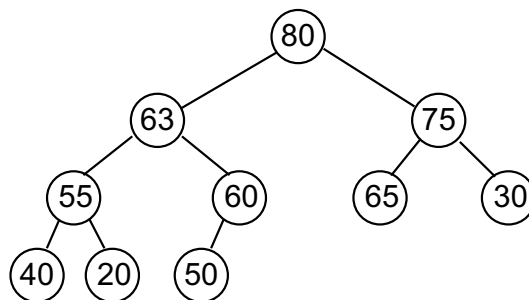
subir(10):

trocar( $T[10], T[5]$ )



trocar( $T[5], T[2]$ )

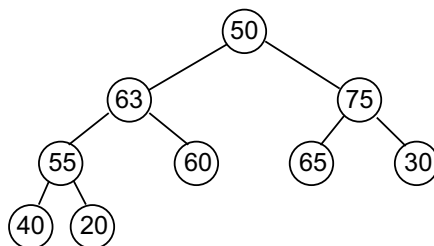
Heap obtido:



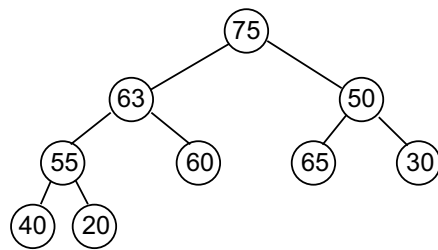
Remoção da chave 80:

$T[1]=T[10]$

$n=9$



descer(1,9):  
trocar(T[1],T[3])



trocar(T[3],T[6])  
Heap obtido:

