Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Estrutura de Dados e Algoritmos
Gabarito da AP2 - Segundo Semestre de 2012

Nome -
Assinatura -

Observações:

1. Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
2. Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
3. Você pode usar lápis para responder as questões.
4. Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
5. Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.

---

1. Defina:

   (a.) (1,0) Comprimento do caminho interno de uma árvore binária de busca.

   Resposta: Seja T uma árvore binária de busca para um conjunto de chaves $S = \{s_1, \cdots, s_n\}$. O comprimento do caminho interno de T é o número total de comparações necessário para o acesso a todas as chaves de S.

   (b.) (1,0) Árvore AVL.

   Resposta: Uma árvore binária T é uma árvore AVL quando todos os seus nós estão regulados (as alturas de suas subárvores esquerda e direita diferem de até uma unidade).

   (c.) (1,0) Árvore B de ordem d.

   Resposta: Seja d um número natural. Uma árvore B de ordem d é uma árvore ordenada que satisfaz as seguintes propriedades:

   1) se a raiz não é uma folha, possui no mínimo 2 filhos;
   2) cada nó interno diferente da raiz possui no mínimo $d + 1$ filhos;
   3) cada nó possui no máximo $2d + 1$ filhos;
   4) todas as folhas estão no mesmo nível.

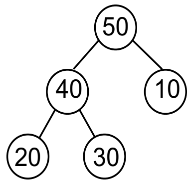
2. Assinale V ou F, justificando.

   (a.) (1,0) A árvore completa é uma árvore binária de busca ótima quando todas as frequências de acesso às chaves são iguais.

   Resposta: Verdadeiro. Por contradição, se assumirmos que existe uma árvore de busca ótima T que não é completa para tal conjunto de chaves, então temos em T pelo menos duas folhas s_1 e s_2 (correspondentes a duas chaves) tais que s_1 está no último nível de T e s_2 no anti-penúltimo. Se removermos s_1 do último nível e o tornarmos irmão de s_2 (ambos agora no penúltimo nível), obteríamos uma árvore T' com custo menor que T, uma contradição.

   (b.) (1,0) Em um *heap* onde a prioridade de qualquer nó é maior do que as prioridades de seus filhos, o elemento de menor prioridade encontra-se sempre no último nível.

Resposta: Falso. Para o heap T abaixo, por exemplo, o elemento de menor prioridade (10) econtra-se no penúltimo nível de T.



3. Considere um conjunto de n chaves formado pelos n primeiros múltiplos de 9 (incluindo o zero!). Quantas colisões seriam obtidas usando as seguintes funções de dispersão?

   (a.) (1,0) $x \ mod \ 9$

   Resposta: Para a função $h(x) = x \bmod 9$, todas as chaves são sinônimas. Logo, temos $n-1$ colisões, pois a primeira chave, 0, é colocada no endereço 0, que está inicialmente vazio. A partir daí, as $n-1$ chaves restantes geram $n-1$ colisões.

   (b.) (1,0) $x \ mod \ 5$

   Resposta: Para a função $h(x) = x \bmod 5$, as cinco primeiras chaves (0, 9, 18, 27, 36) possuem endereços-base $0, 4, 3, 2, 1$, respectivamente. A partir da sexta chave, este conjunto de endereços-base se repete ciclicamente, ou seja: $h(45) = 0$, $h(54) = 4$, $h(63) = 3$, e assim por diante. Logo, o número de colisões é:

   0, para $n \leq 5$, ou

   $n - 5$, para $n > 5$.

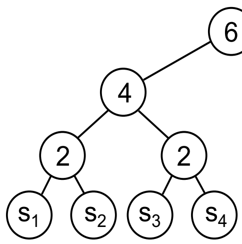
4. (1.0) Forneça um exemplo de duas cadeias de caracteres X e Y, com n e $n-5$ caracteres, respectivamente, que leve o algoritmo que verifica se Y é subcadeia de X a um número máximo de comparações entre caracteres. Qual é o número de comparações neste caso? (suponha $n \geq 6$).

   Resposta: $X = aaa \cdots aab$ e $Y = aa \cdots ab$ (todos os caracteres de ambas as cadeias iguais a 'a', exceto o último, igual a 'b'). Temos no total $(n-5)[n-(n-5)+1] = 6n - 30$ comparações.

5. Mostre um conjunto de 6 frequências para as quais uma árvore de Huffman T, relativa a estas frequências, possui as seguintes características:

(a.) (1,0) T é uma árvore completa.

Resposta: O conjunto de frequências $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = 1$ resulta na seguinte árvore de Huffman:



(b.) (1,0) T é uma árvore com dois nós em cada nível (exceto o primeiro, que só contém a raiz).

Resposta: O conjunto de frequências $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_3 = 2$, $f_4 = 3$, $f_5 = 5$, $f_6 = 8$ resulta na seguinte árvore de Huffman: