Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Estrutura de Dados e Algoritmos
AP2 - Segundo Semestre de 2005

Nome -
Assinatura -

Observações:

1. Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
2. Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
3. Você pode usar lápis para responder as questões.
4. Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
5. Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.

---

1. (2,5) Prove ou dê um contra-exemplo: Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir dos seus percursos em *pré-ordem* e *em nível*.

   Resposta:

   A afirmação é falsa. Considere duas árvores binárias T_1 e T_2, onde cada uma delas contém apenas dois nós A e B de forma que:

   - em T_1, B é filho esquerdo de A;

   - em T_2, B é filho direito de A.

   Para ambas as árvores acima, o percurso em pré-ordem é AB e o percurso em nível é AB. No entanto, elas são distintas.

2. (2,5) Construa a árvore binária de busca ótima para o seguinte conjunto de frequências:

j	f_j	f'_j
0	-	2
1	10	1
2	1	1
3	3	1
4	2	1

   Resposta:

   As matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

   Matriz dos valores $F[i, j]$:

2	13	15	19	22
-	1	3	7	10
-	-	1	5	8
-	-	-	1	4
-	-	-	-	1

   Matriz dos custos $c[i, j]$:

0	13	18	29	39
-	0	3	10	17
-	-	0	5	12
-	-	-	0	4
-	-	-	-	0

Matriz dos valores minimizantes k:

-	1	1	1	1
-	-	2	3	3
-	-	-	3	3
-	-	-	-	4
-	-	-	-	-

Da última matriz acima, segue que a árvore binária de custo ótimo tem raiz s_1. Os filhos de s_1 são: o nó externo R_0 (esquerdo) e s_3 (direito). Os filhos de s_3 são: s_2 (esquerdo) e s_4 (direito). Finalmente, os nós externos R_1 a R_4 ocupam o último nível, da esquerda para a direita.

3. (2,5) Explique como efetuar a inclusão de um nó numa árvore AVL.

   Resposta:

   Após efetuar a inclusão de um nó q, percorre-se o caminho ascendente que vai de q até a raiz, e verifica-se se existe algum nó p que se tornou desregulado (isto é, tal que a diferença de altura entre as duas subárvores de p tornou-se maior que um.)

   Em caso afirmativo, podemos aplicar uma transformação apropriada para regulá-lo. Temos quatro casos, descritos a seguir. A notação para a compreensão dos casos é a seguinte: o nó u é o filho de p no caminho até q; $h_E(x)$ e $h_D(x)$ denotam as alturas das subárvores esquerda e direita do nó x, respectivamente. Para melhor visualização dos casos, reveja a aula 24.

   Caso 1: $h_E(p) > h_D(p)$ e $h_E(u) > h_D(u)$.
   Aplique a *rotação direita*.

   Caso 2: $h_D(p) > h_E(p)$ e $h_D(u) > h_E(u)$.
   Aplique a *rotação esquerda*.

   Caso 3: $h_E(p) > h_D(p)$ e $h_D(u) > h_E(u)$.
   Aplique a *rotação dupla direita*.

   Caso 4: $h_D(p) > h_E(p)$ e $h_E(u) > h_D(u)$.
   Aplique a *rotação dupla esquerda*.

4. (2,5) Construa uma árvore de Huffman para as seguintes frequências: $f_1 = 3, f_2 = 4, f_3 = 9, f_4 = 3, f_5 = 2$.

   Resposta:

A árvore resultante tem custo 45, e uma possibilidade de construção está descrita a seguir.

A raiz tem frequência 21 e seus filhos são: s_3 e uma subárvore de frequência 12.

A raiz da subárvore de frequência 12 tem como filhos uma subárvore de frequência 5 e outra de frequência 7.

A raiz da subárvore de frequência 5 tem como filhos s_5 e s_1.

Finalmente, a raiz da subárvore de frequência 7 tem como filhos s_4 e s_2.