



Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Estrutura de Dados e Algoritmos
Gabarito da AP3 - Primeiro Semestre de 2011

Nome -

Assinatura -

Observações:

1. Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
 2. Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
 3. Você pode usar lápis para responder as questões.
 4. Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
 5. Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.
-

1. Discorra sobre os seguintes conceitos:

(a) (1,0) Função de dispersão

Resposta: É uma função que transforma uma chave x em um endereço-base $h(x)$ da tabela de dispersão.

(b) (1,0) Árvore balanceada e árvore AVL

Resposta: Uma árvore é balanceada quando o custo das operações de busca, inserção, remoção e arrumação da estrutura mantém-se em $O(\log n)$. Uma árvore é AVL quando todos os seus nós estão regulados (as alturas de suas subárvores esquerda e direita diferem de até uma unidade).

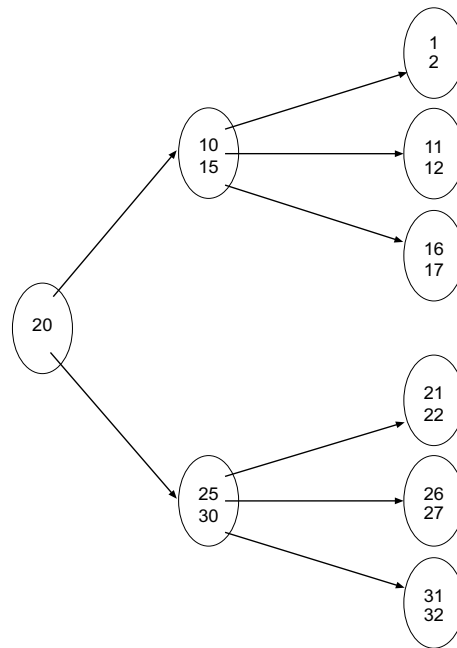
(c) (1,0) Árvore de Huffman

Resposta: Uma árvore de Huffman é uma árvore binária de prefixo que possui custo mínimo para um conjunto de símbolos (texto) e suas respectivas frequências.

2. Responda os itens a seguir:

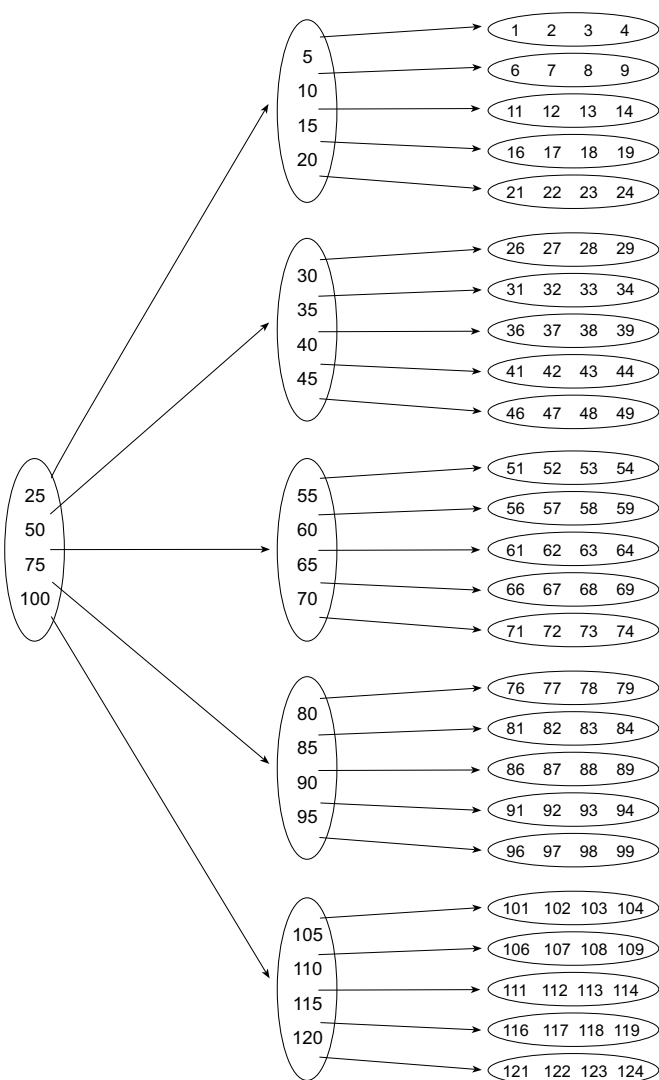
(a) (1,0) Desenhe uma árvore B de ordem 2 e de altura 3, com um número **mínimo** de nós, colocando os valores das chaves dentro de cada nó.

Resposta:



- (b) (1,0) Desenhe uma árvore B de ordem 2 e de altura 3, com um número **máximo** de nós, colocando os valores das chaves dentro de cada nó.

Resposta:



3. (2,0) Escreva o algoritmo de subida em heaps. A sua descrição deve abranger duas fases. Inicialmente, explique a estratégia do algoritmo em palavras e posteriormente detalhe o seu pseudo-código. Comente a sua complexidade e explique em que operação (acrécimo ou decréscimo de prioridade) ele é utilizado.

Resposta: Seja v o nó cuja prioridade foi aumentada. Caso a prioridade do pai de v , se existir, seja menor do que a de v , as posições de v e do pai de v são trocadas. Este procedimento é repetido recursivamente,

considerando o nó pai, até que o nó considerado seja a raiz da árvore, ou que sua prioridade seja menor ou igual que a prioridade do seu pai. Como a altura de um heap é $O(\log n)$, o procedimento também é $O(\log n)$, pois cada troca leva um número de passos constante. Este procedimento é utilizado no acréscimo de prioridade, pois corre-se o risco de a nova prioridade do nó alterado ser maior que a de seu pai.

procedimento *subir*(i)

$j := \lfloor i/2 \rfloor$

se $j \geq 1$ então

se $T[i].chave > T[j].chave$ então

$T[i] \leftrightarrow T[j]$

subir(j)

4. (2,0) Construa uma árvore binária de busca ótima para o conjunto formado pelas 3 chaves s_1, s_2, s_3 , sendo $s_1 < s_2 < s_3$. As frequências de acesso a essas chaves são respectivamente 2, 4 e 7. As frequências de acesso correspondentes às buscas sem sucesso são todas iguais a 2. Pede-se:

- (a) Efetue os cálculos que conduzem à árvore ótima.

Resposta:

$$F[0, 1] = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$C[0, 1] = 0 + 0 + 6 = 6 \quad (\mathbf{k=1})$$

$$F[1, 2] = 2 + 4 + 2 = 8$$

$$C[1, 2] = 0 + 0 + 8 = 8 \quad (\mathbf{k=2})$$

$$F[2, 3] = 2 + 7 + 2 = 11$$

$$C[2, 3] = 0 + 0 + 11 = 11 \quad (\mathbf{k=3})$$

$$F[0, 2] = 6 + 4 + 2 = 12$$

$$C[0, 2]$$

$$k = 1 \rightarrow 0 + 8 + 12 = 20$$

$$\mathbf{k=2} \rightarrow 6 + 0 + 12 = \mathbf{18}$$

$$\begin{aligned}
F[1, 3] &= 8 + 7 + 2 = 17 \\
C[1, 3] \\
k = 2 &\rightarrow 0 + 11 + 17 = 28 \\
\mathbf{k=3} &\rightarrow 8 + 0 + 17 = \mathbf{25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F[0, 3] &= 12 + 7 + 2 = 21 \\
C[0, 3] \\
k = 1 &\rightarrow 0 + 25 + 21 = 46 \\
\mathbf{k=2} &\rightarrow 6 + 11 + 21 = \mathbf{38} \\
k = 3 &\rightarrow 18 + 0 + 21 = 39
\end{aligned}$$

(b) Escreva as matrizes decorrentes do cálculo.

Resposta:

Matriz dos custos $c[i, j]$:

$$\begin{array}{cccc}
0 & 6 & 18 & 38 \\
- & 0 & 8 & 25 \\
- & - & 0 & 11 \\
- & - & - & 0
\end{array}$$

Matriz dos valores $F[i, j]$:

$$\begin{array}{cccc}
2 & 6 & 12 & 21 \\
- & 2 & 8 & 17 \\
- & - & 2 & 11 \\
- & - & - & 2
\end{array}$$

Matriz dos valores minimizantes k :

$$\begin{array}{cccc}
- & 1 & 2 & 2 \\
- & - & 2 & 3 \\
- & - & - & 3 \\
- & - & - & -
\end{array}$$

(c) Escreva o valor do custo da árvore ótima.

Resposta: De $c[0, 3]$, temos que o custo da árvore ótima é 38.

(d) Desenhe a árvore ótima obtida.

Resposta: Da matriz k , temos que a árvore ótima possui raiz s_2 , tendo como filho esquerdo s_1 e filho direito s_3 .

5. (1,0) Desenhe uma árvore de Huffman correspondente a um conjunto de 9 (nove) símbolos, sabendo que os valores das frequências destes símbolos são todos iguais entre si.

Resposta: Considerando que as frequências dos 9 símbolos s_1, s_2, \dots, s_9 valem 1, temos a seguinte árvore de Huffman.

