

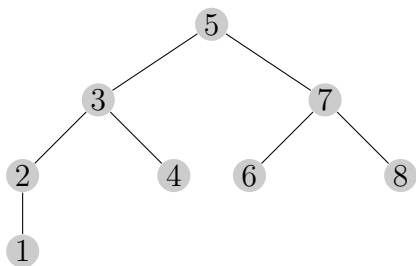
CEDERJ

Estrutura de Dados - 2o. período de 2014

Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

1. (1,5) Desenhe uma árvore binária de busca *completa* com altura 4 e número *mínimo* de nós, colocando dentro de cada nó o valor de sua chave. As chaves são $1, 2, \dots, k$ (k é o número de nós da árvore, que é um valor que você deve deduzir). A seguir, escreva a sequência de chaves que corresponde ao percurso em *pré-ordem* desta árvore.

Resposta: O percurso em pré-ordem para a árvore abaixo é 5, 3, 2, 1, 4, 7, 6, 8.



2. (1,5) Desenhe a árvore AVL obtida pela sequência de inserção das chaves 8, 30, 21, 34, 28, 25, 24, 23, nesta ordem. Mostre com desenhos as operações de rotação necessárias em cada inclusão.

Resposta:

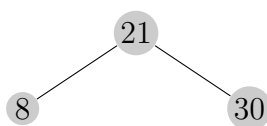
Inserir 8:



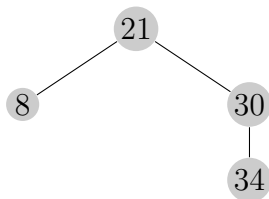
Inserir 30:



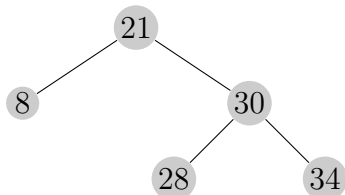
Inserir 21 (rotação dupla à esquerda):



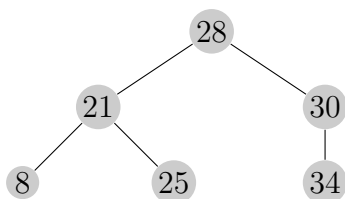
Inserir 34:



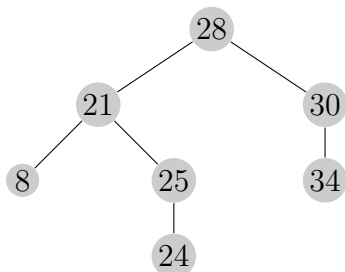
Inserir 28:



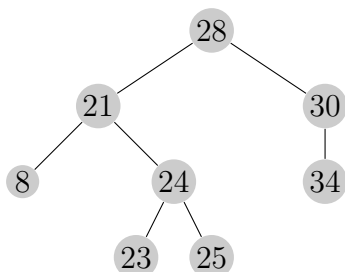
Inserir 25 (rotação dupla a esquerda):



Inserir 24:

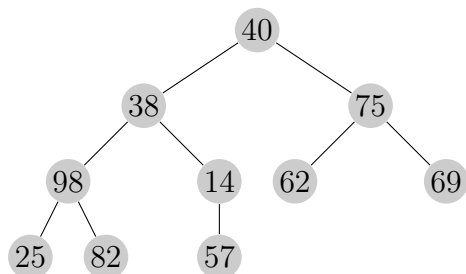


Inserir 23 (rotação a direita):



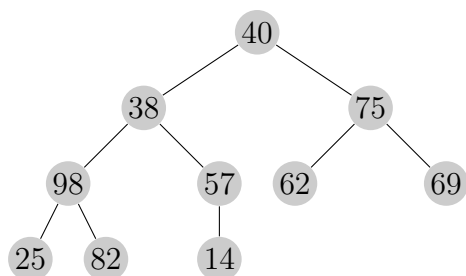
3. (1,5) Utilizando a Solução 3 vista em aula, construa um heap H (demonstrando o passo a passo do algoritmo) com as seguintes prioridades: 40, 38, 75, 98, 14, 62, 69, 25, 82, 57. Em seguida, desenhe o heap obtido a partir de H , efetuando-se, sucessivamente, as seguintes operações:

Resposta:

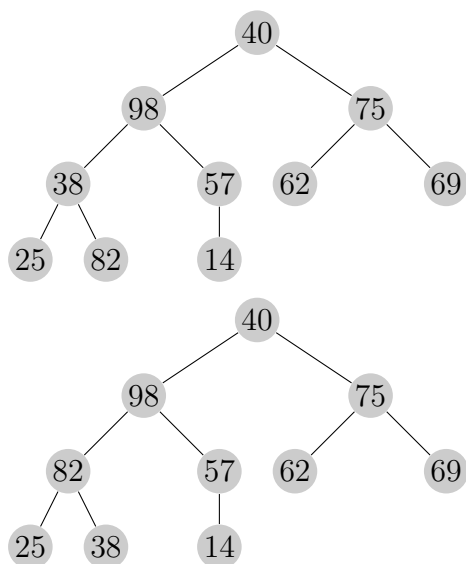


Deve-se verificar se os nós interiores estão de acordo com as propriedades de Heap.

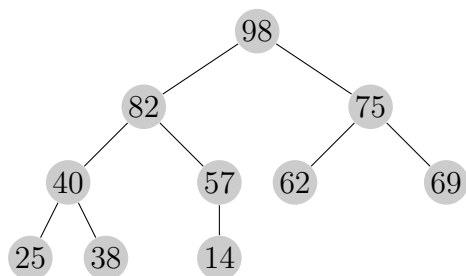
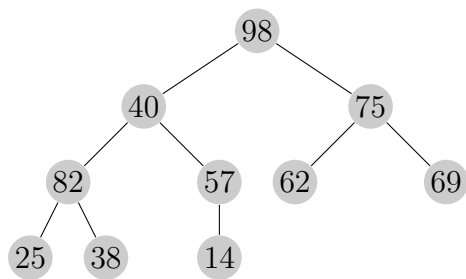
Verificar 14:



98 e 75 estão ok. Verificar 38:

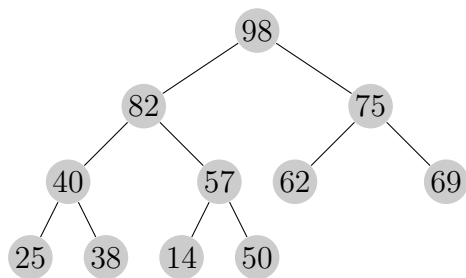


Verificar 40:



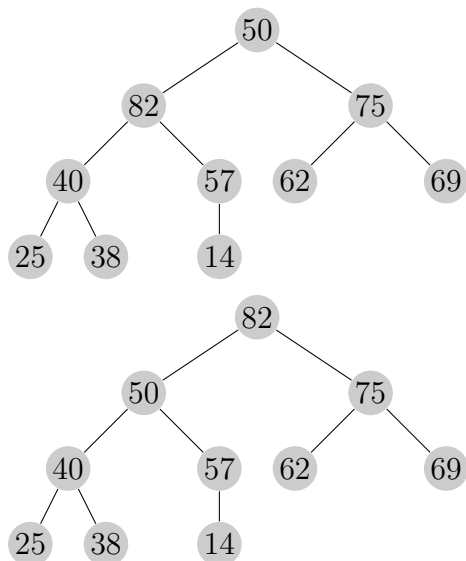
(i) Inclusão de um novo nó de prioridade 50.

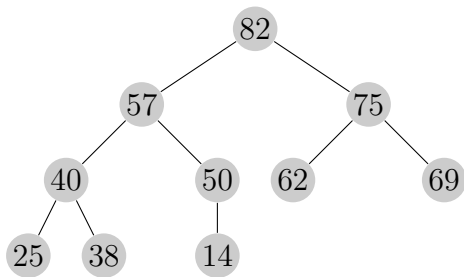
Resposta: Inclusão do nó 50:



(ii) Remoção do nó raiz.

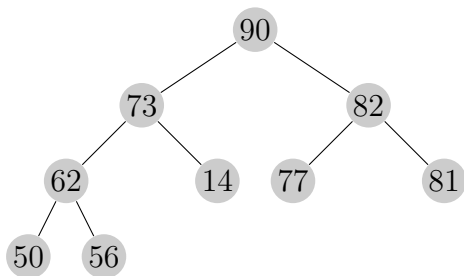
Resposta: Remoção do nó 98:



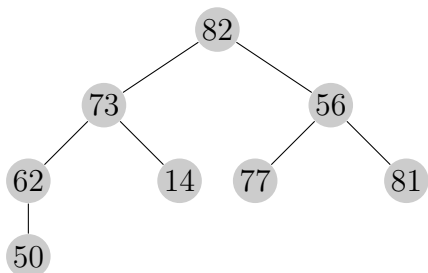
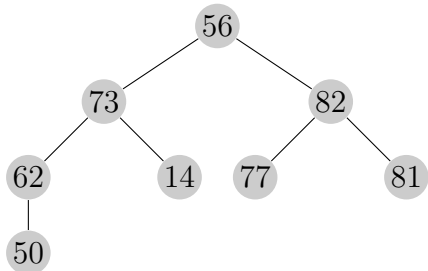


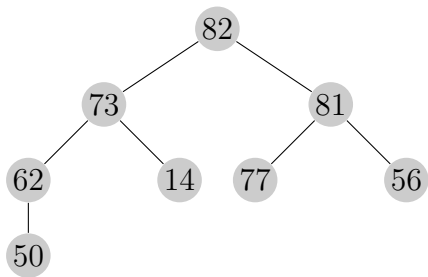
4. (1,0) Execute o método de ordenação *heapsort* ao seguinte heap: 90, 73, 82, 62, 14, 77, 81, 50, 56, desenhando as configurações sucessivas da árvore durante o processo de ordenação.

Resposta: Para ordenar por *HeapSort*, a cada passo devemos colocar na última posição do heap seu elemento de maior prioridade, para então removê-lo do heap, até que o mesmo contenha apenas um elemento. A cada passo devem ser executadas as operações necessárias na árvore para manter as propriedades de heap.

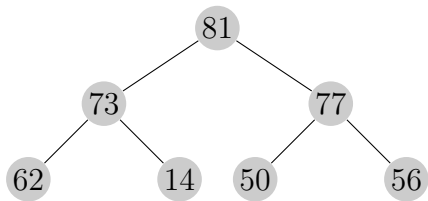
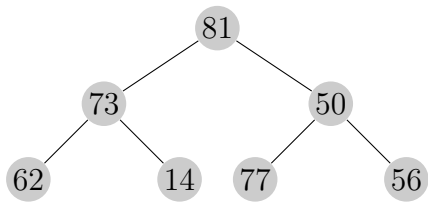
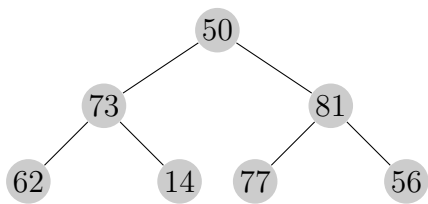


Remover 90: [90]

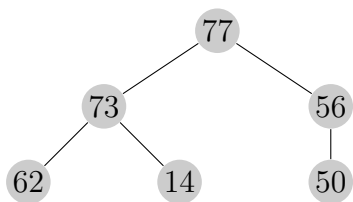
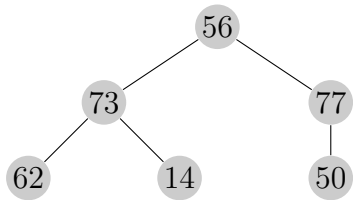




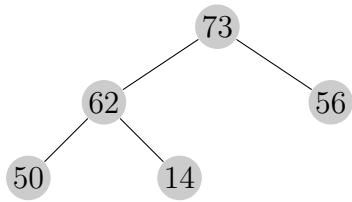
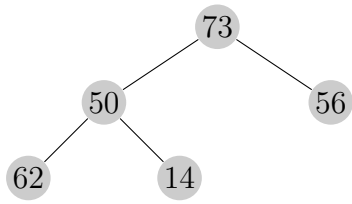
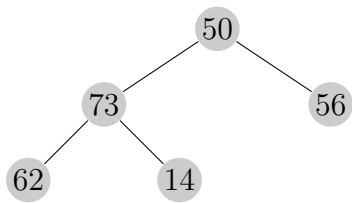
Remover 82: [82, 90]



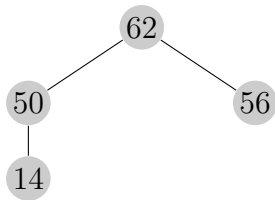
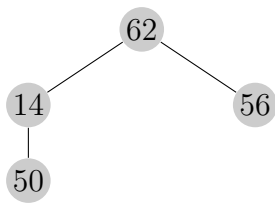
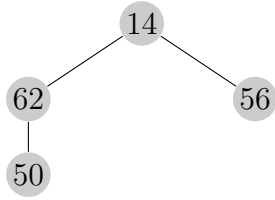
Remover 81: [81, 82, 90]



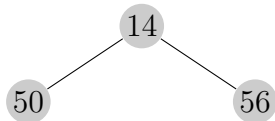
Remover 77: [77, 81, 82, 90]

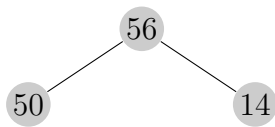


Remover 73: [73, 77, 81, 82, 90]



Remover 62: [62, 73, 77, 81, 82, 90]





Remover 56: [56, 62, 73, 77, 81, 82, 90]



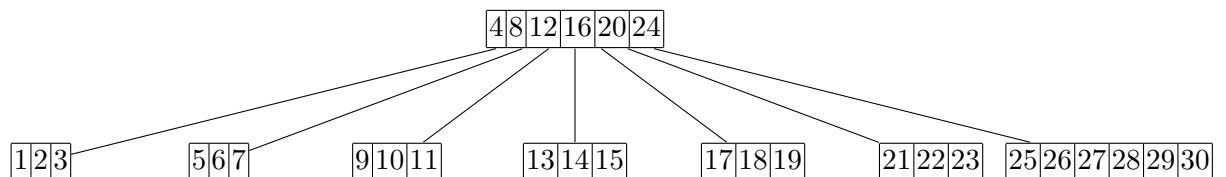
Remover 50: [50, 56, 62, 73, 77, 81, 82, 90]



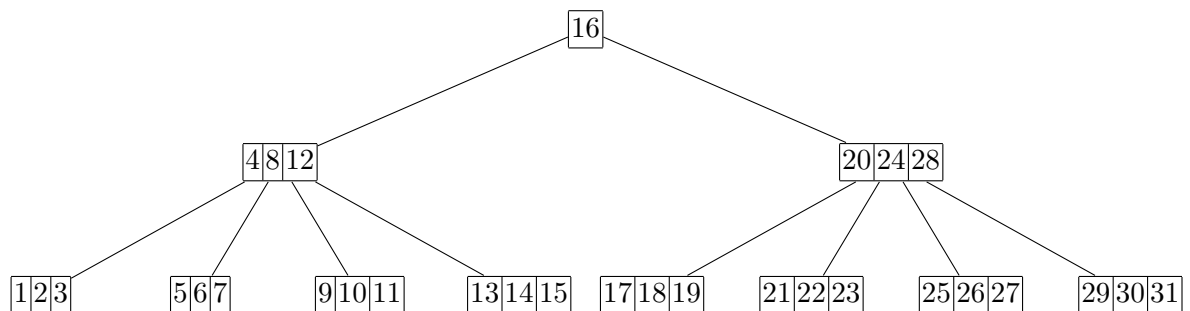
Remover 14: [14, 50, 56, 62, 73, 77, 81, 82, 90]

5. (1,5) Desenhe uma árvore B de ordem $d = 3$ e altura 2. (Os valores dos nós ficam a sua escolha.) A seguir, escolha uma nova chave de forma que a sua inserção exija uma cisão propagável. Desenhe a árvore B resultante após a inserção.

Resposta:

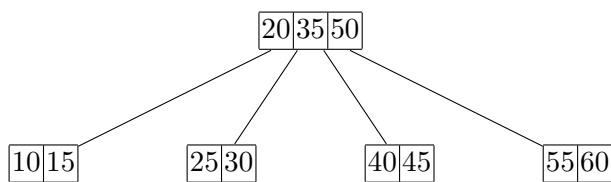


Árvore após inserção do nó 31:



6. (1,5) Desenhe uma árvore B de ordem $d = 2$ que contenha as seguintes chaves: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60.

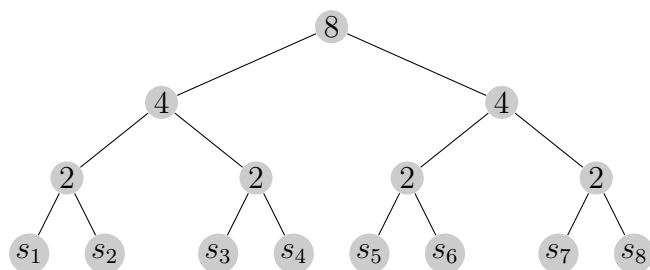
Resposta:



7. (1,5) Para um certo conjunto de 8 símbolos, em relação aos quais se deseja construir uma árvore de Huffman H , escolha as frequências correspondentes a esses símbolos, de tal forma que H possua altura mínima. Justifique sua escolha, em termos das operações efetuadas pelo algoritmo de Huffman. Desenhar a árvore obtida.

Resposta: Sejam $s_1 = 1$, $s_2 = 1$, $s_3 = 1$, $s_4 = 1$, $s_5 = 1$, $s_6 = 1$, $s_7 = 1$, $s_8 = 1$.

Árvore obtida:



De uma forma geral, para se obter uma árvore de Huffman de altura mínima, é necessário que, no caso de empate na escolha de uma subárvore de altura mínima durante o processo de construção, a árvore escolhida seja sempre a de menor altura. Desta maneira, a árvore de Huffman resultante terá altura mínima para qualquer conjunto de frequências. Como temos 8 símbolos, a menor altura possível para uma árvore com 8 folhas é 3, sendo esta uma árvore cheia. Tendo 8 frequências iguais, por exemplo, todas as possíveis árvores de Huffman contruídas a partir deste conjunto de frequências serão cheias, e portanto de altura mínima.