

## Aula 24: Inclusão em Árvores AVL

- ➡ Inserção e verificação de regulagem
- ➡ Restabelecimento da regulagem: rotações
- ➡ Complexidade da inclusão

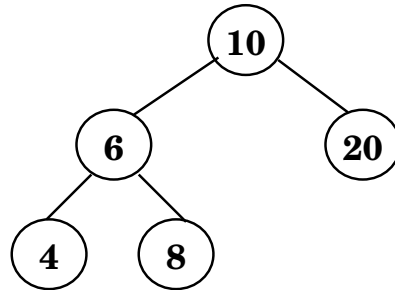
## Visão geral da inserção em árvores AVL

- 1) Inserir o nó na árvore de acordo com o algoritmo conhecido  
→ custo  $O(\log n)$
- 2) Verificar no caminho ascendente que vai do nó inserido até a raiz se algum nó  $(p)$  se tornou desregulado  
→ custo  $O(\log n)$
- 3) Caso algum nó  $(p)$  tenha se tornado desregulado, aplicar uma rotação conveniente para restabelecer a regulagem  
→ custo  $O(1)$

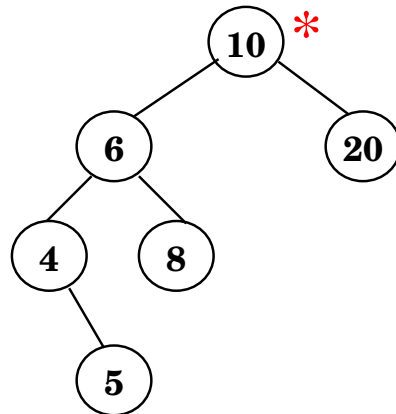
Complexidade total:  $O(\log n)$

## Exemplo

➡ Exemplo: inserir o nó **5** na árvore



Após a inserção o nó **10** fica desregulado:



\* desregulado

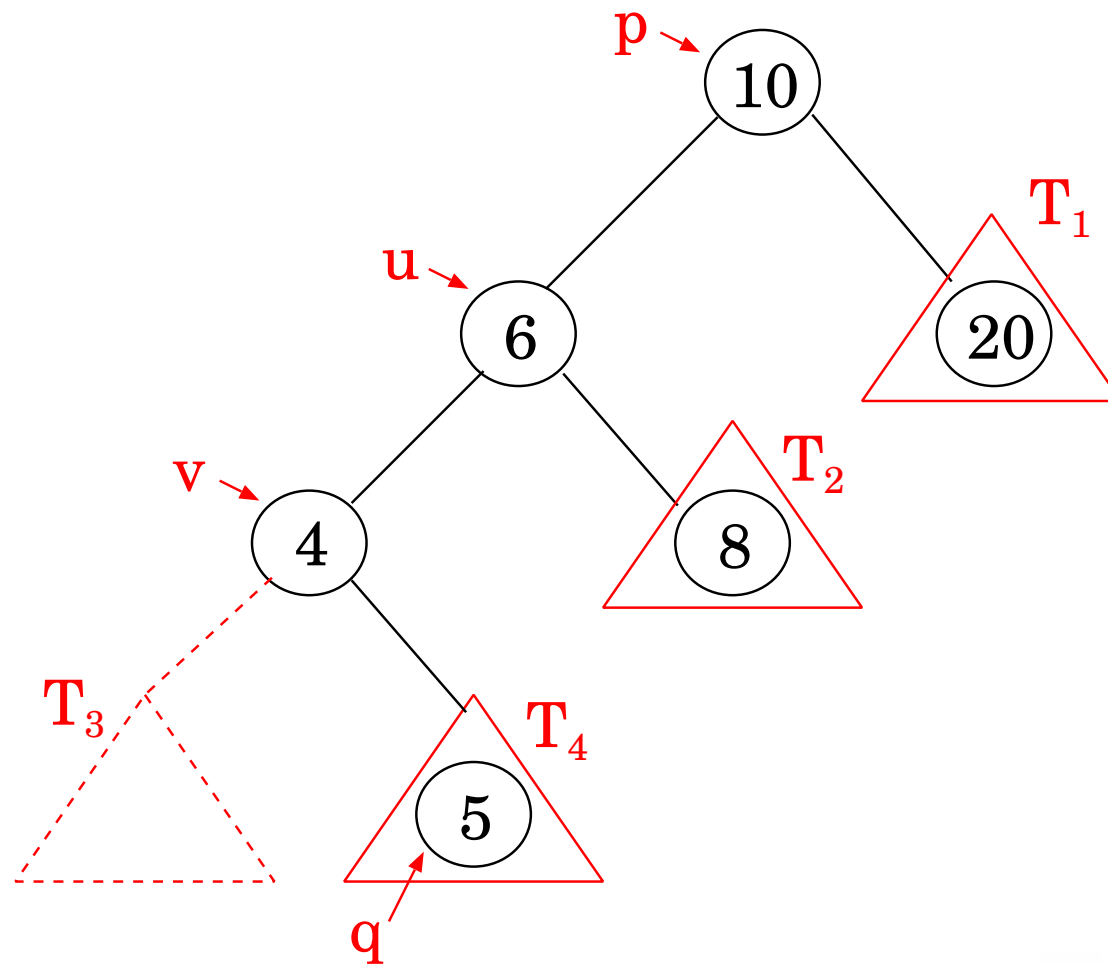
## Inserção em árvores AVL

➡ Para fazer a regulagem, localizamos as seguintes estruturas:

- $\textcircled{q}$  - nó inserido
- $\textcircled{p}$  - 1º nó desregulado subindo a partir de  $\textcircled{q}$
- $\textcircled{u}$  - filho de  $\textcircled{p}$  no caminho até  $\textcircled{q}$
- $\textcircled{v}$  - filho de  $\textcircled{u}$  no caminho até  $\textcircled{q}$  (pode ser o próprio  $\textcircled{q}$ )
- $\triangle T_1$  - árvore irmã de  $\textcircled{u}$
- $\triangle T_2$  - árvore irmã de  $\textcircled{v}$
- $\triangle T_3$  e  $\triangle T_4$  - árvores filhas de  $\textcircled{v}$

Obs:  $T_1, T_2, T_3, T_4$  podem ser vazias ou não.

## Voltando ao nosso exemplo



## Inserção em árvores AVL

➡ Dependendo do caso, vamos aplicar uma das seguintes rotações para restabelecer a regulagem:

- ➡ rotação direita
- ➡ rotação dupla direita
- ➡ rotação esquerda
- ➡ rotação dupla esquerda

## Inserção em árvores AVL

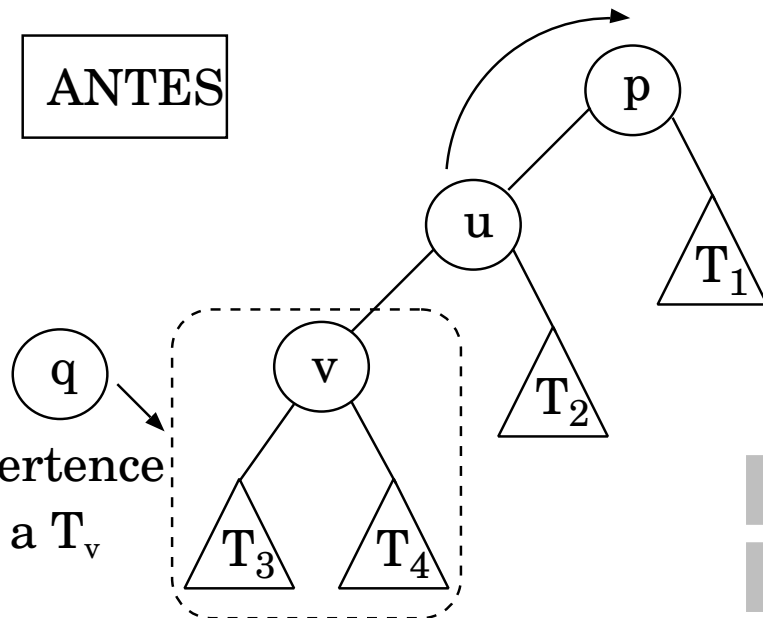
➡ Quando aplicar rotação direita (RD)?

Quando:

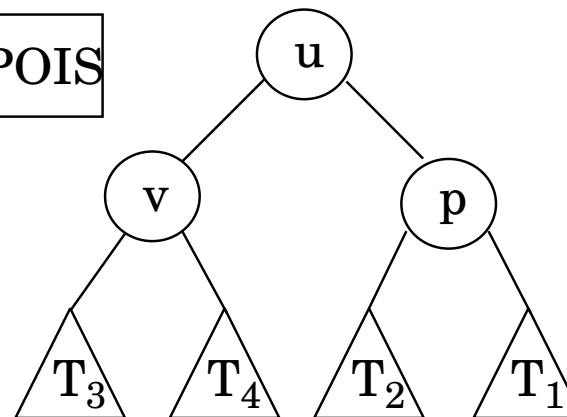
$$h_E(p) > h_D(p)$$

$$h_E(u) > h_D(u)$$

ANTES



DEPOIS



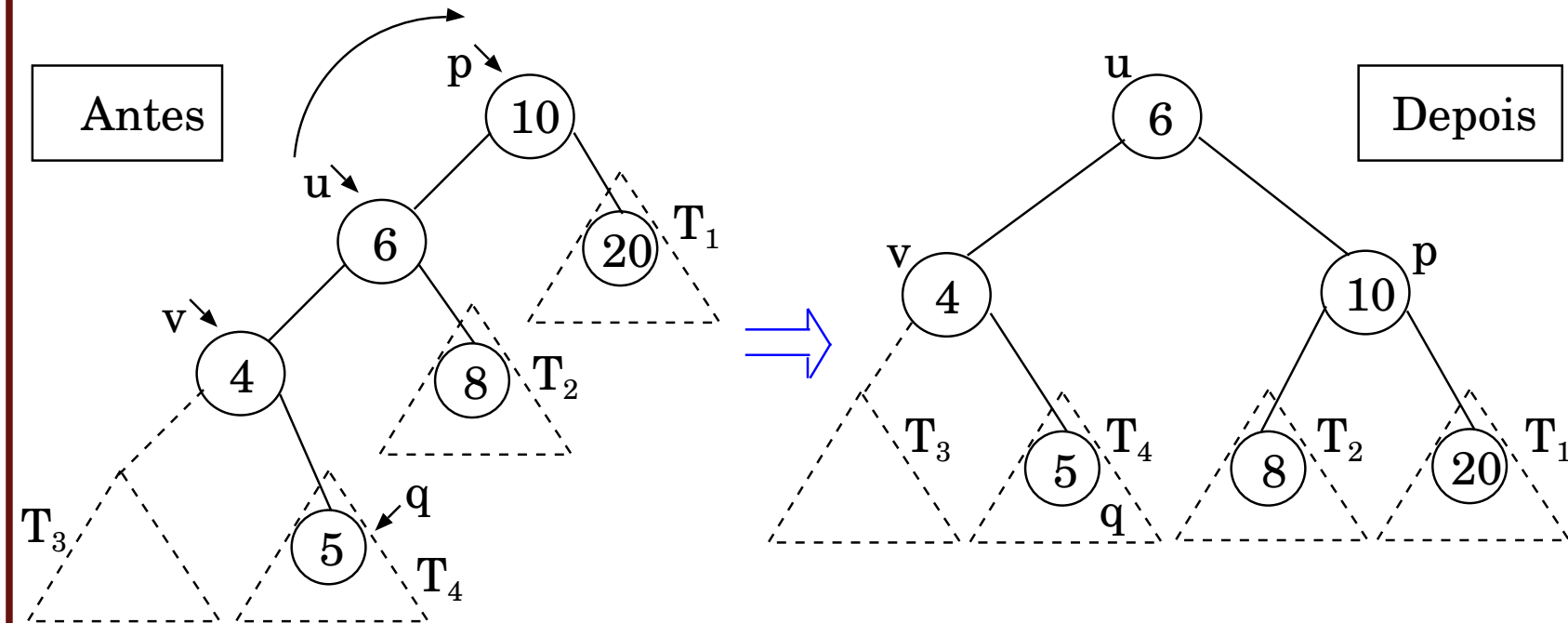
Rotação

Voltar

## Exemplo de rotação direita

Antes

Depois





## Inserção em árvores AVL

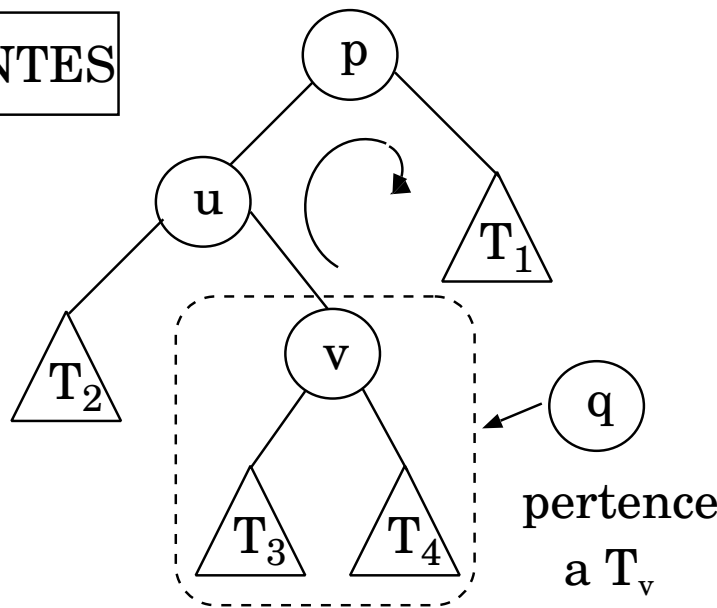
➡ Quando aplicar rotação dupla direita (RDD)?

Quando:

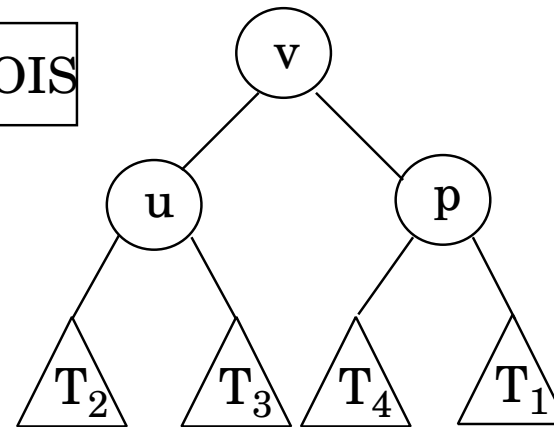
$$h_E(p) > h_D(p)$$

$$h_D(u) > h_E(u)$$

ANTES



DEPOIS



Rotação

Voltar

# Inserção em árvores AVL

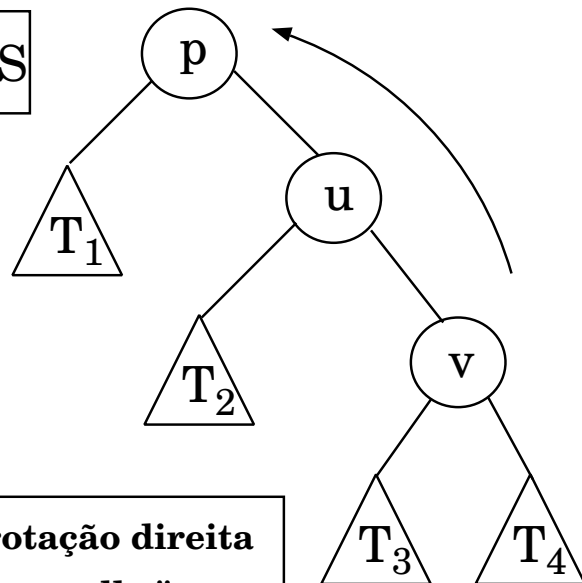
➡ Quando aplicar rotação esquerda (RE)?

Quando:

$$h_D(p) > h_E(p)$$

$$h_D(u) > h_E(u)$$

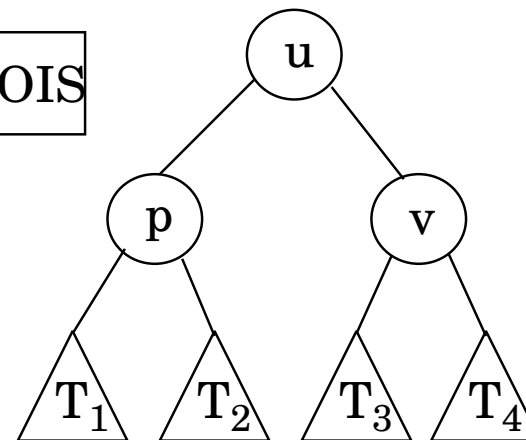
ANTES



Rotação

Voltar

DEPOIS



"É como a rotação direita refletida no espelho"

## Inserção em árvores AVL

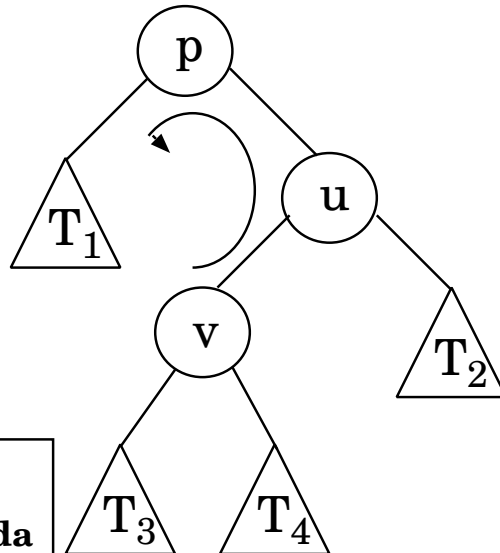
➡ Quando aplicar rotação dupla esquerda (RDE)?

Quando:

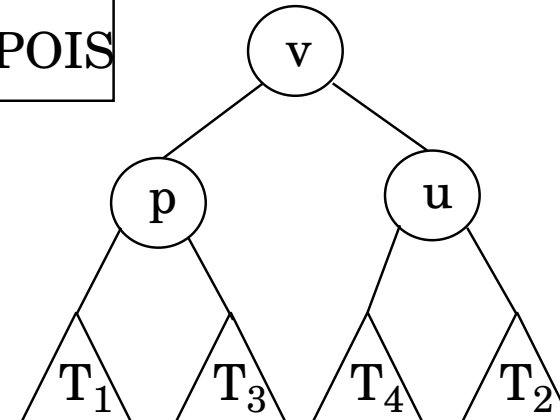
$$h_D(p) > h_E(p)$$

$$h_E(u) > h_D(u)$$

ANTES



DEPOIS



Rotação

Voltar

"É como a rotação  
dupla direita refletida  
no espelho"

## Exercício Final

➡ A partir de uma árvore AVL inicialmente vazia, construa a árvore resultante fazendo sucessivas inserções dos seguintes nós, na ordem dada:

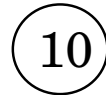
10, 20, 15, 5, 1, 12, 25, 30

A cada inserção, verificar se algum nó ficou desregulado, e em caso afirmativo aplicar a rotação adequada.

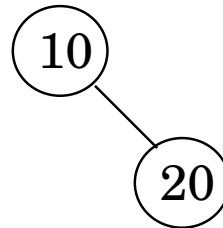
## Resolução

Início:        árvore vazia

Inserir (10)

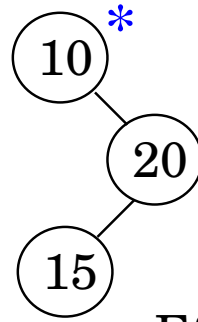


Inserir (20)



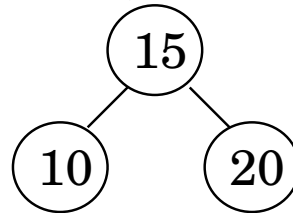
## Resolução (continuação)

Inserir (15)

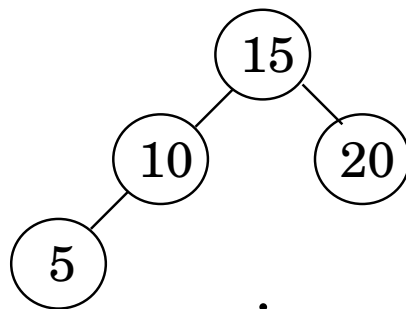


\* desregulado!

Efetuar RDE



Inserir (5)



:

(termine o exercício)

cederj