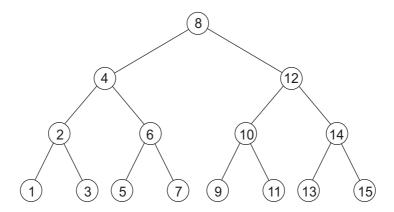
## Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

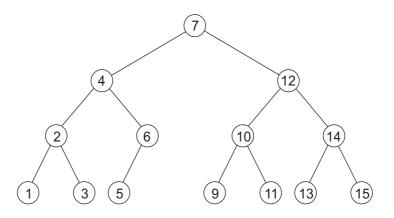
1. (1,5) Desenhe uma árvore binária de busca CHEIA COM ALTURA 4, colocando dentro de cada nó o valor de sua chave. As chaves são 1,2,..., k (k é o número de nós da árvore, que é um valor que você deve deduzir). A seguir, escreva a seqüência de chaves que corresponde ao percurso em PÓS-ORDEM desta árvore.

Resposta: Percurso em pós-ordem: 1, 3, 2, 5, 7, 6, 4, 9, 11, 10, 13, 15, 14, 12, 8.

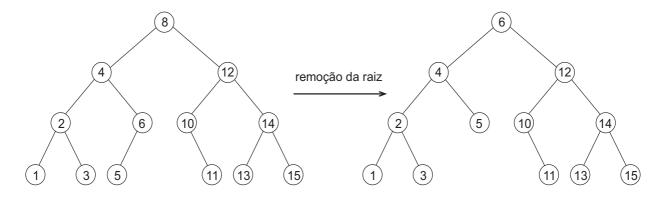


2. (1,5) Suponha que você deseja remover a RAIZ de uma árvore binária de busca. Após removê-la, como você deve reestruturar a árvore de modo que ela continue sendo uma árvore binária de busca? Dê um exemplo que mostre seu raciocínio. (Sugestão: use a árvore que você desenhou na questão anterior, removendo sua raiz e reestruturando-a.)

Resposta: Basta selecionar o nó mais à direita da subárvore esquerda (que é o nó de maior valor desta subárvore), ou o nó mais à esquerda da subárvore direita (o de menor valor) e substituir a raiz por este nó. Utilizando o exemplo da árvore cheia da questão anterior, poderíamos substituir a raiz pela chave 7 (ou pela chave 9).

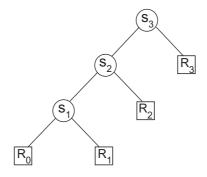


Caso a árvore binária de busca não seja cheia, e tanto o nó de maior valor da subárvore esquerda quanto o nó de menor valor da subárvore direita não sejam folhas, então basta

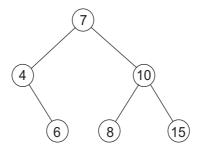


selecionar um destes nós para substituir a raiz, e "promover" a subárvore deste nó para sua antiga posição, como no exemplo da figura a seguir.

3. (1,5) Seja T uma árvore binária de custo mínimo relativa às freqüências  $f_1, f_2, f_3, f'_0, f'_1, f'_2, f'_3$ . Escreva valores para estas freqüências de modo que T seja uma árvore zigue-zague. Resposta: Para as freqüências  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 2$ ,  $f_3 = 4$ ,  $f'_0 = f'_1 = f'_2 = f'_3 = 0$  temos a seguinte árvore binária de custo mínimo.

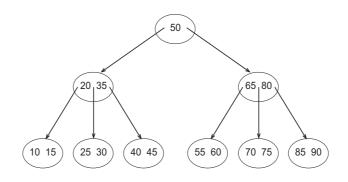


 (1,5) A partir de uma árvore inicialmente vazia, desenhe a árvore AVL resultante da inserção dos nós com chaves 10, 4, 15, 8, 7, 6 (nesta ordem).
Resposta:



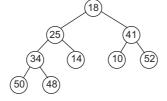
5. (1,5) Desenhe uma árvore B de ordem d=2 com três níveis e o menor número possível de chaves. (Os valores das chaves ficam à sua escolha.)

## Resposta:

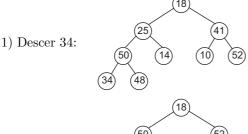


6. (1,0) Construa um heap com as seguintes prioridades: 18, 25, 41, 34, 14, 10, 52, 50, 48. Resposta:

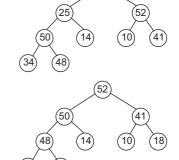
Início:



## Construção do heap:



2) Descer 41:



3) Descer 25:



4) Descer 18: Heap obtido:

7. (1,5) Desenhe uma árvore de Huffman relativa às freqüências 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. A árvore que você desenhou é a única possível?

Resposta: Sejam os símbolos  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_7$  relativos às freqüências  $1, 2, 4, \dots, 64$ , respectivamente. A árvore desenhada não é a única possível, já que todas as árvores isomorfas a ela (que podem se tornar coincidentes através de uma permutação na ordem das subárvores de seus nós) também são árvores de Huffman para estas freqüências.

