

Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

Todas as questões valem um ponto cada.

1. Prove ou dê contra-exemplo: Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir dos seus percursos em pré-ordem e pós-ordem.

Resposta: A afirmação é falsa. Considere duas árvores binárias T_1 e T_2 , onde cada uma delas contém apenas dois nós A e B de forma que:

- em T_1 , B é filho esquerdo de A ;

- em T_2 , B é filho direito de A .

Para ambas as árvores acima, o percurso em pré-ordem é AB e o percurso em pós-ordem é BA . No entanto, elas são distintas.

2. Determinar a árvore binária de custo mínimo relativa às seguintes frequências: $f_1 = 1, f_2 = 3, f_3 = 2, f_4 = 1, f'_0 = 2, f'_1 = 2, f'_2 = 1, f'_3 = 0, f'_4 = 3$.

Resposta: Para o conjunto de frequências abaixo,

i	0	1	2	3	4
f_i	-	1	3	2	1
f'_i	2	2	1	0	3

as matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

Matriz dos valores $F[i, j]$:

2	5	9	11	15
-	2	6	8	12
-	-	1	3	7
-	-	-	0	4
-	-	-	-	3

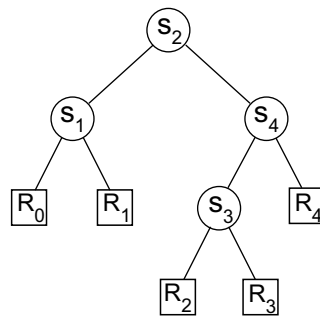
Matriz dos custos $c[i, j]$:

0	5	14	19	30
-	0	6	11	22
-	-	0	3	10
-	-	-	0	4
-	-	-	-	0

Matriz dos valores minimizantes k :

-	1	2	2	2
-	-	2	2	2(3)
-	-	-	3	4
-	-	-	-	4
-	-	-	-	-


Da matriz k , temos a seguinte árvore ótima, de custo 30:

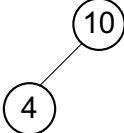


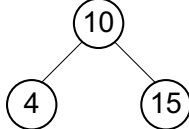
3. Construa a árvore AVL resultante da inclusão (na ordem dada!) dos nós com os seguintes valores: 10,4,15,8,7,6. A árvore AVL encontra-se inicialmente vazia.

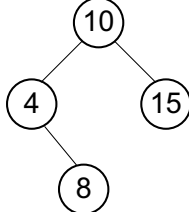
Resposta:

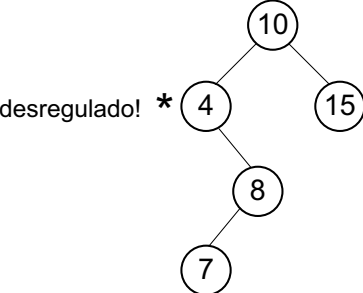
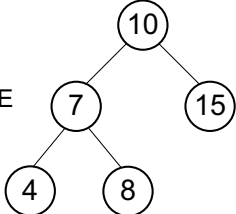
Início: árvore vazia

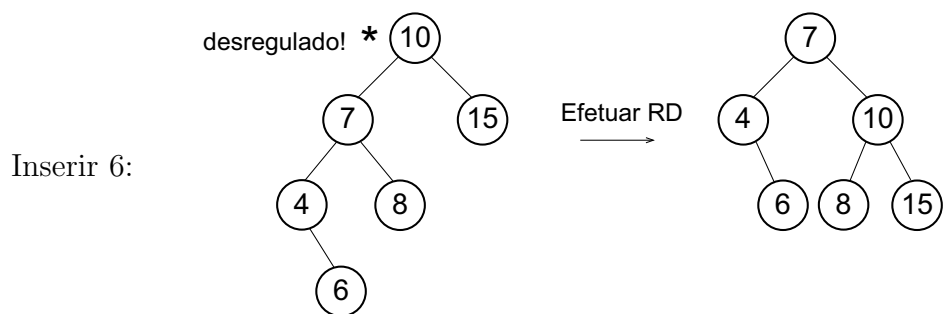
Inserir 10: 

Inserir 4: 

Inserir 15: 

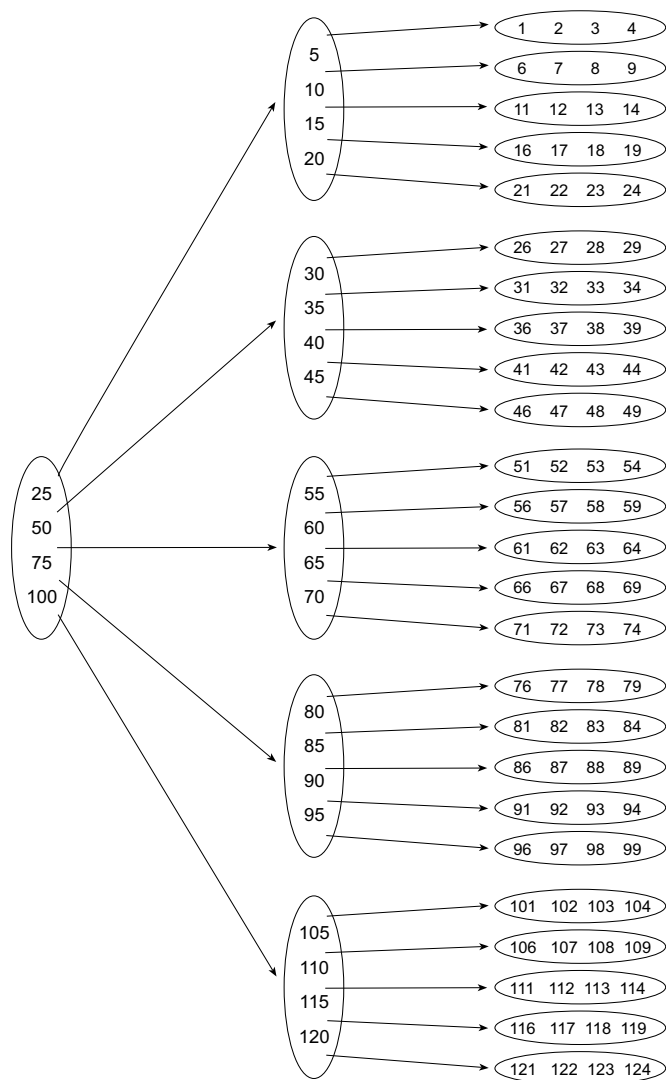
Inserir 8: 

Inserir 7:  Efetuar RDE 

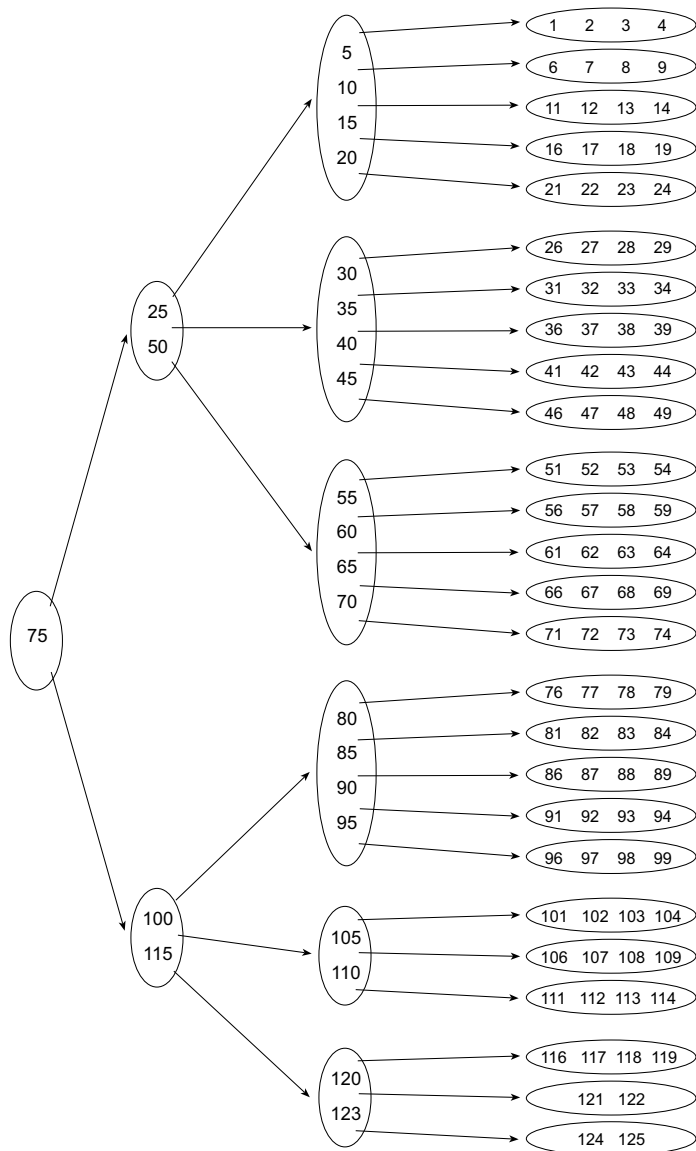


4. Desenhe uma árvore B de ordem 2 e altura três que contenha o maior número de chaves possível. A seguir, defina uma nova chave para inserir, e desenhe a árvore B resultante da inserção desta chave.

Resposta:

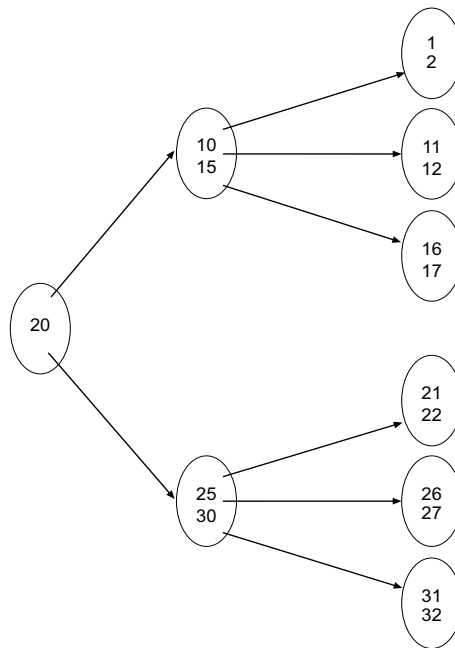


Ao inserirmos a chave 125, obtemos a seguinte árvore B:

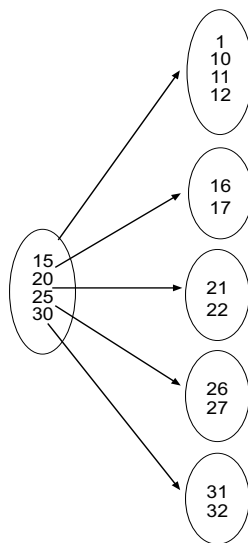


5. Desenhe uma árvore B de ordem 2 e altura três que contenha o menor número de chaves possível. A seguir, escolha uma chave qualquer para ser removida, e desenhe a árvore B resultante da remoção desta chave.

Resposta:

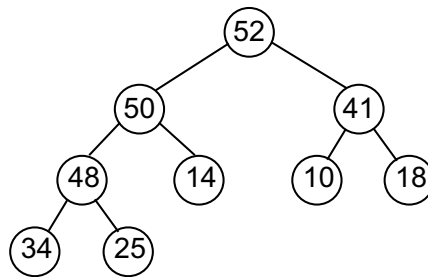


Ao removermos a chave 2, obtemos a seguinte árvore B:



6. Determine o heap obtido pela aplicação do algoritmo de construção às seguintes prioridades: 18, 25, 41, 34, 14, 10, 52, 50, 48.

Resposta: Utilizando a solução 3 para construção de heaps, obtemos o seguinte heap:



7. Assista às aulas sobre tabelas de espalhamento e faça uma dissertação resumida sobre como funcionam os métodos de tratamento de colisões abordados.

Resposta:

O tratamento de colisões por encadeamento exterior consiste em manter m listas encadeadas, uma para cada possível endereço-base. Um campo para o encadeamento deve ser acrescentado a cada nó. Os nós correspondentes aos endereços-base são apenas nós-cabeça para essas listas. Para buscar uma chave x na tabela T , calcula-se $h(x) = x \bmod m$ e procura-se x na lista encadeada correspondente ao endereço-base $h(x)$. A inclusão de uma nova chave x é feita no final da lista encadeada correspondente ao endereço-base $h(x)$.

No modelo de encadeamento interior heterogêneo, as colisões são resolvidas mediante o emprego de listas encadeadas que compartilham o mesmo espaço de memória que a tabela de dispersão T , que fica dividida em duas zonas: uma de endereços-base, de tamanho p , e outra reservada aos sinônimos, de tamanho s . Sendo m o tamanho total de T , temos que $p + s = m$. Os valores p e s são fixos. Assim sendo, a função de dispersão deve obter endereços-base na faixa $[0, p - 1]$ apenas. Neste caso, $\alpha = n/m \leq 1$. A estrutura da tabela é a mesma que no caso do encadeamento exterior (dois campos têm presença obrigatória em cada nó).

O modelo de encadeamento interior homogêneo consiste em não diferenciar as duas zonas da tabela. Ou seja, qualquer endereço da tabela pode ser de base ou de colisão. Esta técnica, entretanto, produz o efeito indesejado de provocar colisões secundárias, isto é, aquelas provenientes da coincidência de endereços para chaves que não são sinônimas.

8. Dê exemplo de duas cadeias X e Y , com 8 e 5 caracteres respectivamente, que leve o algoritmo de força bruta para casamento de cadeias a realizar o maior número possível de comparações entre caracteres. Observação: o algoritmo procura determinar se Y é subcadeia de X .

Resposta:

$X = aaaaaaaaa$ e $Y = aaaab$

Número de comparações = $m(n - m + 1) = 5(8 - 5 + 1) = 20$.

9. Dê exemplo de duas cadeias X e Y , com 8 e 5 caracteres respectivamente, que leve o algoritmo de força bruta para casamento de cadeias a realizar o menor número possível

de comparações entre caracteres. Observação: o algoritmo procura determinar se Y é subcadeia de X .

Resposta:

$X = aaaaaaaaa$ e $Y = aaaaaa$

Número de comparações = $m = 5$.

10. Responda: como é a árvore de Huffman relativa a n frequências iguais? (Suponha que n é da forma $n = 2^k$, isto é, n é uma potência de 2.) Justifique sua resposta.

Resposta: É uma árvore cheia de altura $k + 1$. Inicialmente, temos 2^k árvores com um único nó (altura 1), de mesmo valor. O algoritmo vai unindo estas árvores duas a duas, até que todas façam parte de uma árvore cheia com 3 nós (altura 2). Como n é potência de 2, o algoritmo vai sempre unindo sempre duas árvores cheias em uma única árvore cheia, e somente une duas árvores de altura x quando não houver mais nenhuma árvore de altura menor que x . Ao final do algoritmo, duas árvores cheias de altura k são unidas em uma árvore cheia de altura $k + 1$.