CEDERJ

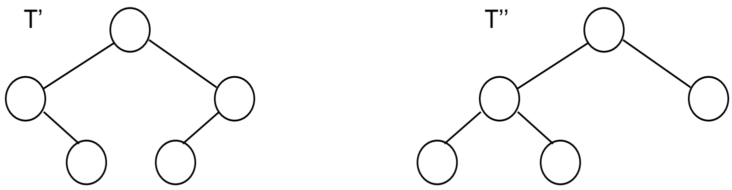
Estrutura de Dados - 1o. período de 2011

Gabarito da Segunda Avaliação à Distância

1. (Valor: até 1,5): Para cada item abaixo, responda "certo" ou "errado", justificando.

   a. Duas árvores binárias completas com o mesmo número de nós possuem o mesmo número de folhas.

   Resposta: Errado. Como contraexemplo, sejam as duas árvores completas T' e T" a seguir. Ambas tem 5 nós, porém T' tem 2 folhas, e T" tem 3 folhas.

   b. Seja uma tabela de dispersão com n chaves, em que as colisões sejam tratadas através do método de encadeamento exterior. Suponha que as n chaves são divididas em k subconjuntos de tamanhos idênticos, cada qual formado por chaves sinônimas entre si. Então a complexidade de busca nesta tabela é igual a $O(n/k)$.

   Resposta: Certo. No pior caso, a chave buscada será a última da lista encadeada de um endereço-base com (n/k) chaves, nos gerando O(n/k) comparações.

   c. Uma árvore B de ordem 1 é equivalente a uma árvore binária completa.

   Resposta: Errado. Em uma árvore binária completa, cada nó pode conter apenas uma chave, e no máximo 2 filhos. Já em uma árvore B de ordem 1, cada nó (página), inclusive a raiz, pode ter entre 1 e 2 chaves. Assim, uma página pode conter 3 filhos.

2. (Valor 1,5) Prove ou dê contra-exemplo:
   Uma árvore binária pode ser construída, de forma única, a partir das seguintes informações:
   (i) percurso em nível, e
   (ii) número de nós em cada subárvore.

   Resposta: A afirmação é falsa. Considere duas árvores binárias T_1 e T_2, onde cada uma delas contém apenas dois nós A e B de forma que:
   - em T_1, B é filho esquerdo de A;
   - em T_2, B é filho direito de A.

   Para ambas as árvore acima, o percurso em nível é AB, A possui 2 nós em sua subárvore e B possui um nó. No entanto, elas são distintas.

3. (Valor (2,0) Uma árvore ternária é definida como uma árvore em que cada nó tem no máximo três filhos. Escreva um algoritmo que calcule as alturas de todos os nós de uma árvore ternária. O algoritmo deve incluir, também, uma descrição, por meio de palavras, do método utilizado.

   Resposta:

   Sejam *esq*, *cen* e *dir* os ponteiros para os filhos esquerdo, central e direito, respectivamente, de um dado nó. O algoritmo calcula as alturas dos nós de forma recursiva, de forma que, para cada nó x, uma chamada recursiva é feita para cada um de seus filhos existentes. Uma vez que estas chamadas terminem e retornem os valores das alturas dos filhos de x, a altura de x é calculada e devolvida ao procedimento recursivo que o chamou (procedimento do cálculo da altura de seu pai). Assim, as primeiras alturas obtidas são as das folhas, e a última é a da raiz da árvore.

   procedimento altura(pt)
   se ($pt \uparrow .esq \neq \lambda$) então $h_1 := altura(pt \uparrow .esq)$
   senão $h_1 := 0$
   se ($pt \uparrow .cen \neq \lambda$) então $h_2 := altura(pt \uparrow .cen)$
   senão $h_2 := 0$
   se ($pt \uparrow .dir \neq \lambda$) então $h_3 := altura(pt \uparrow .dir)$
   senão $h_3 := 0$
   retornar $1 + max\{h_1, h_2, h_3\}$

   Chamada externa: $altura(ptraiz)$

4. (Valor 2,0) Determinar a árvore binária de busca de custo mínimo relativa às seguintes frequências:
   $f_1 = 3$, $f_2 = 0$, $f_3 = 2$, $f'_0 = 4$, $f'_1 = 3$, $f'_2 = 1$, $f'_3 = 2$.
   Explicitar todos os cálculos utilizados.
   Desenhar a árvore mínima obtida, bem como todas as árvores mínimas, caso haja mais de uma.

   Resposta: As matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

   Matriz dos custos $c[i, j]$:

0	10	15	27
-	0	4	12
-	-	0	5
-	-	-	0

   Matriz dos valores $F[i, j]$:

4	10	11	15
-	3	4	8
-	-	1	5
-	-	-	2

Matriz dos valores minimizantes k:

-	1	1	1
-	-	2	3
-	-	-	3
-	-	-	-

Da última matriz acima, temos que a árvore ótima possui raiz s_1, sendo s_3 filho direito de s_1 e s_2 filho esquerdo de s_3.

5. (Valor 1,5) Existe alguma árvore AVL em que a inclusão de qualquer novo nó torna a árvore desregulada ?
   Em caso positivo, dê exemplo de tal árvore. Em caso negativo justifique a razão da negativa.

   Resposta: Não. Se a árvore AVL for uma árvore estritamente binária, basta incluir o novo nó como filho da folha de menor nível. Em caso contrário, considerando que a diferença entre as alturas de cada subárvore é no máximo 1, então existe algum nó p que tem apenas uma folha como filho. Basta então inserir o nó como um novo filho de p.

6. (Valor 1,5) Prove ou dê contra-exemplo:
   Dado n inteiro positivo, sempre existe uma árvore B com exatamente n nós.

   Resposta: Falso. Não podemos ter, por exemplo, uma árvore B com exatamente 2 nós.