

Segunda Avaliação a Distância

1. Desenhe uma árvore binária T que satisfaça os requisitos pedidos, em cada caso. (Lembre-se de colocar os valores dentro de cada nó.)
 - (a) (0,4) T é uma árvore completa, estritamente binária, com altura 4 e número mínimo de nós.
 - (b) (0,4) T é uma árvore binária completa, não estritamente binária, com 3 níveis e número máximo de nós.
 - (c) (0,4) T é uma árvore estritamente binária com 7 nós e altura máxima.
 - (d) (0,4) T é uma árvore com 12 nós e altura mínima.
2. (1,0) Suponha que você deseja remover a raiz de uma árvore binária de busca. Após removê-la, como você deve reestruturar a árvore de modo que ela continue sendo uma árvore binária de busca? Dê um exemplo que mostre seu raciocínio.
3. (1,4) A partir de uma árvore inicialmente vazia, desenhe a árvore AVL resultante da inserção dos nós com chaves 10,3,2,7,9,24 (nesta ordem).
4. (2,0) Desenhe uma árvore B de ordem $d = 2$ com três níveis. (Os valores nos nós ficam à sua escolha.) A seguir, escolha uma chave de forma que a sua *remoção* exija uma **concatenação**. Desenhe a árvore B resultante após a remoção.
5. (2,0) Execute o método de ordenação por heap (“heapsort”), aplicando-o às seguintes prioridades (nesta ordem): 15,32,41,28,03,10,63,50,07. Demonstre o passo a passo da execução do algoritmo.
6. Suponha um conjunto S de 6 chaves, dispostos em uma tabela de dispersão T de tamanho 6, segundo uma função de dispersão h , onde o tratamento de colisões se realiza pelo método do encadeamento exterior. Determinar valores que as chaves devem possuir, bem como, escolher a função de dispersão h e descrever a tabela T , em cada caso, para que T obedeça, respectivamente, às seguintes condições:
 - (a) (0,5) O número de colisões seja mínimo.
 - (b) (0,5) O número de colisões seja máximo.
7. (1,0) Dê exemplo de duas cadeias X e Y , com 9 e 4 caracteres respectivamente, que leve o algoritmo de força bruta para casamento de cadeias a realizar o maior número possível de comparações entre caracteres. Quantas comparações são feitas nesse caso? Observação: o algoritmo procura determinar se Y é subcadeia de X .

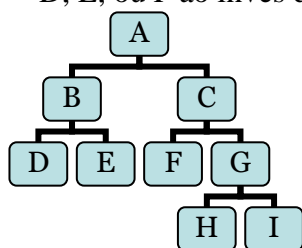
RESPOSTAS

1) Relembre os conceitos disponíveis na transparência 23 da Aula 17.

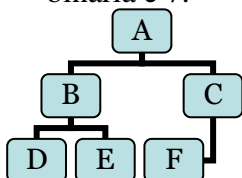
- Árvore estritamente binária: cada nó possui 0 ou 2 filhos;
- Árvore binária cheia: todas as subárvores vazias se localizam no último nível;
- Árvore binária completa: cheia até o penúltimo nível
- Árvore binária zigzague: cada nó interior possui exatamente um filho (esquerdo ou direito)

Logo:

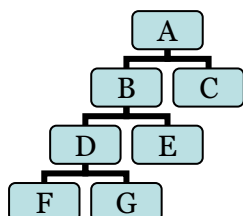
- a) Uma das possíveis árvores completas e estritamente binárias que atendem esta configuração pode ser dada pela estrutura abaixo. Observe que as folhas H e I poderiam ser filhas dos nós D, E, ou F ao invés do nó G (desde que H e I fossem filhas do mesmo pai).



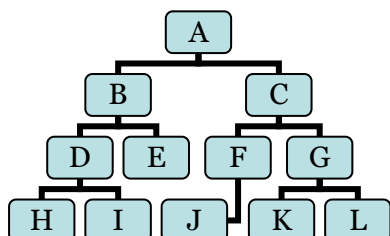
- b) A árvore abaixo é uma das possíveis soluções. Note que todas as configurações são atendidas. A árvore possui 3 níveis e o máximo de nós para que ela não se torne completa e estritamente binária é 7.



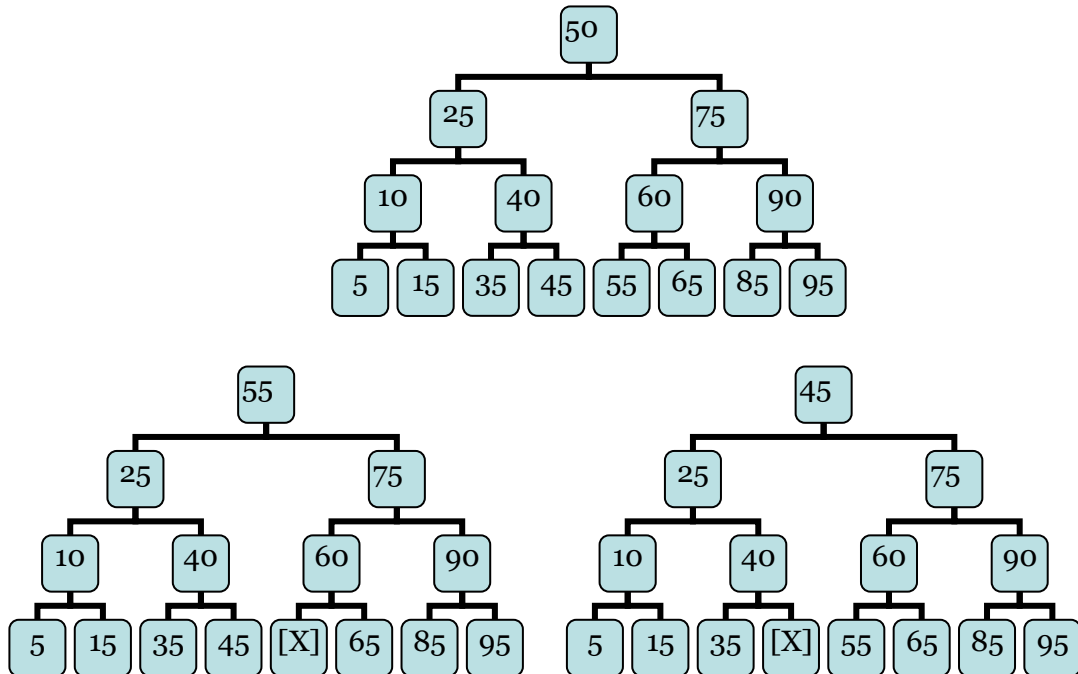
- c) Sabendo que os nós de uma árvore estritamente binária só podem apresentar 0 ou 2 filhos, uma das soluções possíveis com 7 nós e altura máxima é dada a seguir:



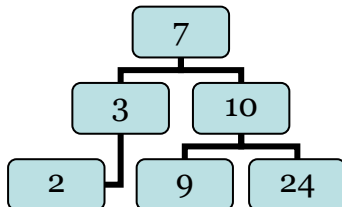
- d) A altura mínima de uma árvore pode ser dada por: $\lceil \log_2(N+1) \rceil$, onde N é a quantidade de nós. Sabendo, portanto, que 12 nós devem ser dispostos em 4 níveis, uma possível disposição da árvore é dada a seguir.



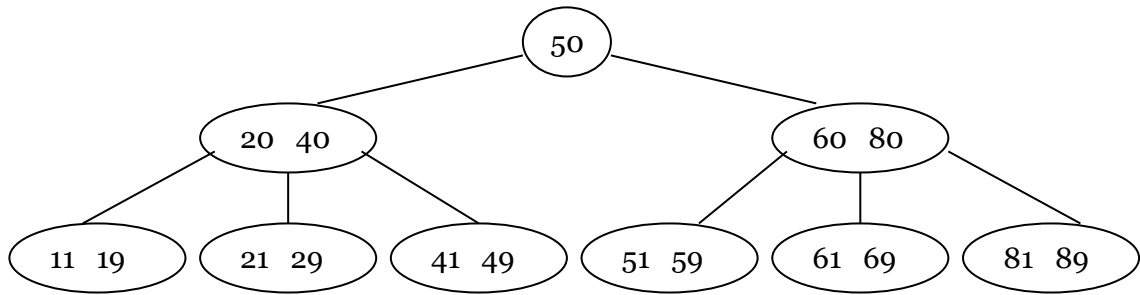
- 2) As imagens abaixo ilustram duas possíveis soluções para uma ABB após remoção da raiz. Note que podemos substituir o nó raiz excluído pelo nó mais à esquerda da sub-árvore direita (55) ou pelo nó mais à direita da sub-árvore esquerda (45)



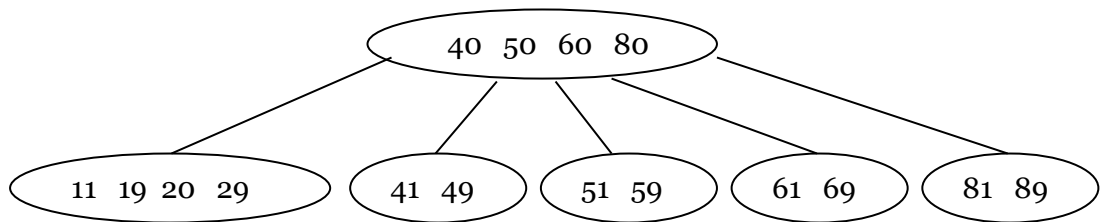
- 3) A AVL resultante após a inserção das chaves 10, 3, 2, 7, 9, 24 é mostrada abaixo.



- 4) De acordo com as aulas 26 e 27: uma árvore B de ordem d é uma árvore ordenada onde cada nó possui no máximo $2d + 1$ filhos com todas as folhas no mesmo nível. A concatenação ocorre quando duas páginas vizinhas possuem, juntas, menos que $2d$ chaves. Sendo assim, uma possível solução para o enunciado é dada abaixo.

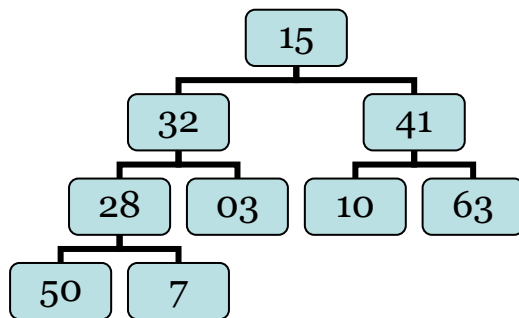


Após a remoção do 21

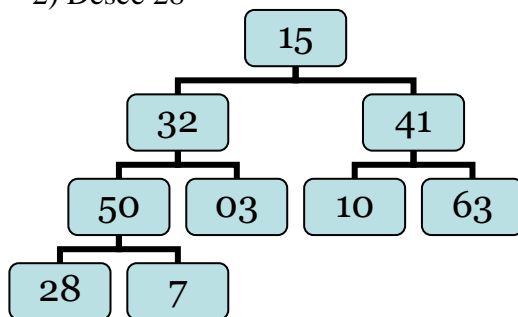


5) Temos as seguintes iterações:

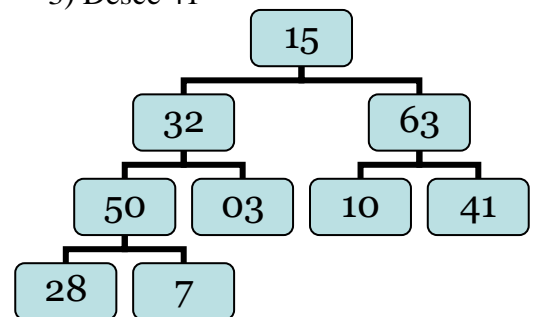
1) Condição inicial:



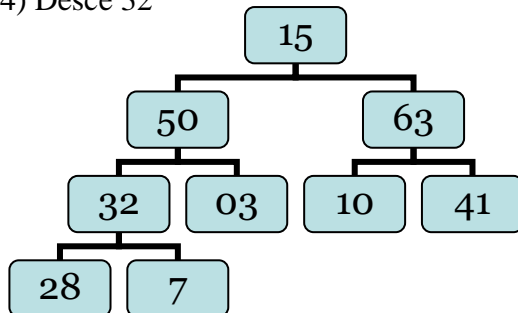
2) Desce 28



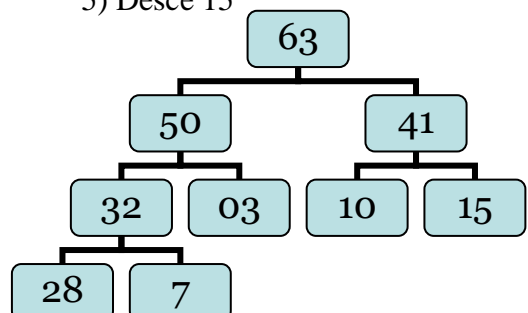
3) Desce 41



4) Desce 32

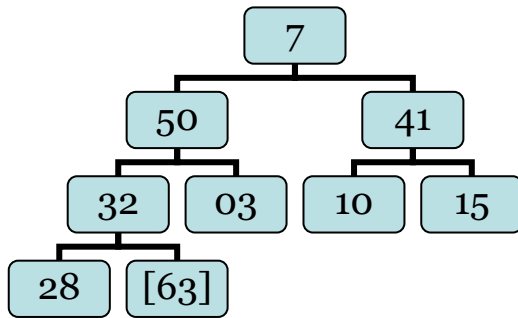


5) Desce 15

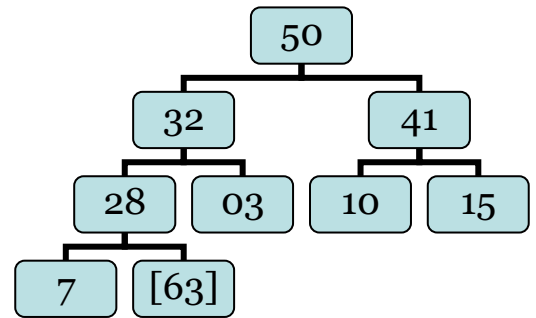


6) m:=9

Trocar (TB[1], TB[9])

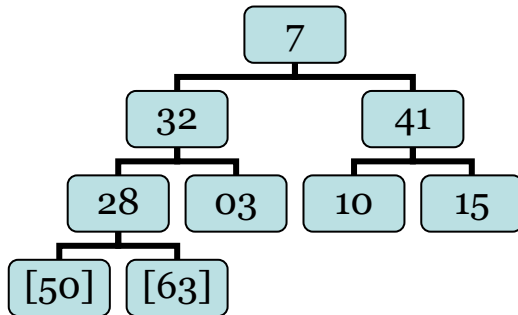


7) Desce 7

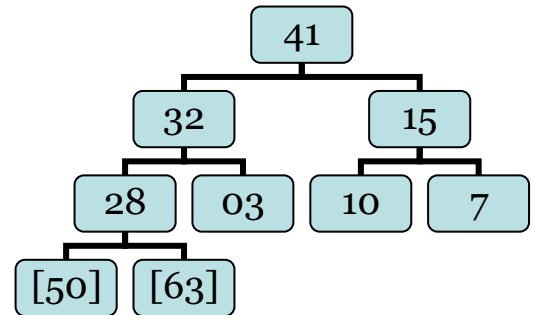


8) m:=8

Trocar (TB[1], TB[8])

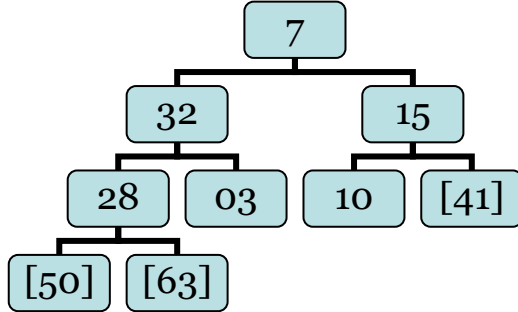


9) Desce 7

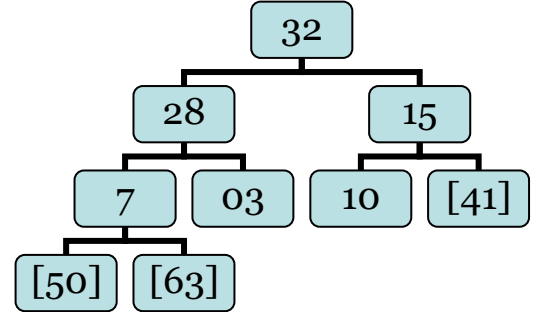


10)m:7

Trocar (TB[1], TB[7])

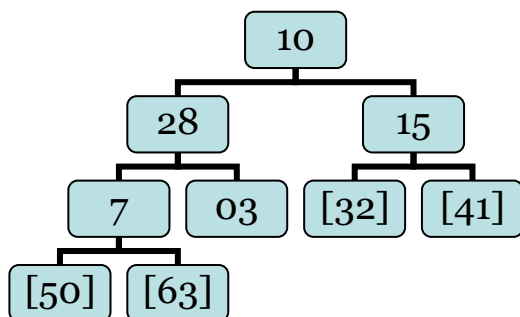


11) Desce 7

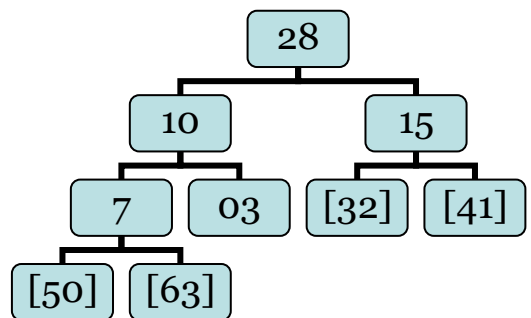


12)m:6

Trocar (TB[1], TB[6])

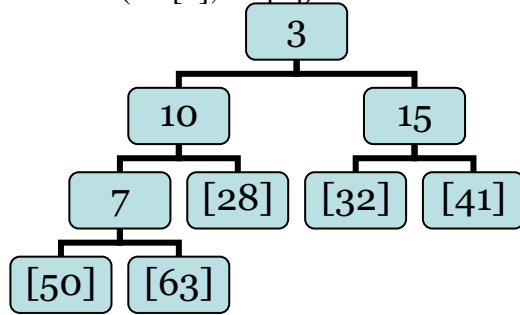


13) Desce 10

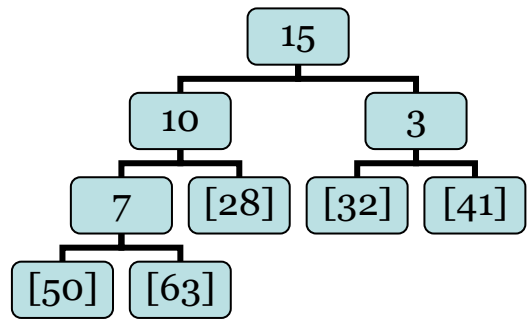


14)m:5

Trocar (TB[1], TB[5])

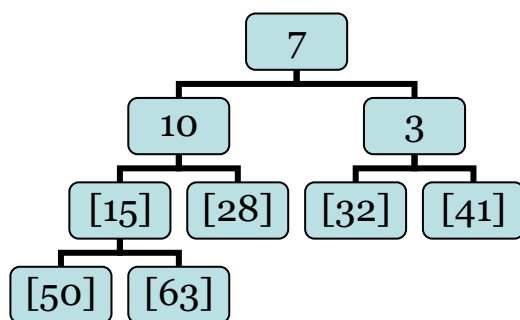


15) Desce 3

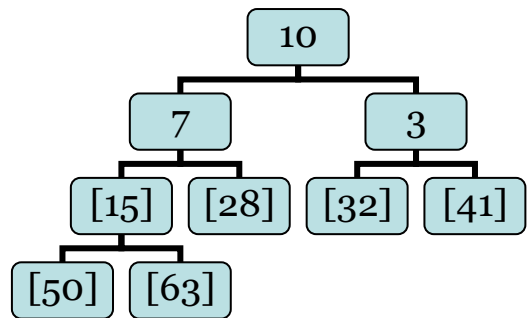


16)m:4

Trocar (TB[1], TB[4])

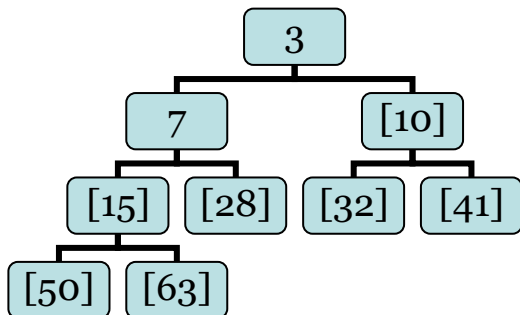


17) Desce 7

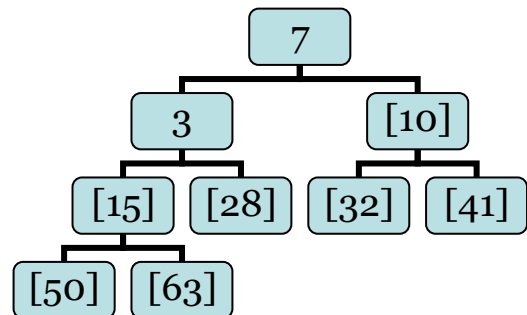


18)m:3

Trocar (TB[1], TB[3])

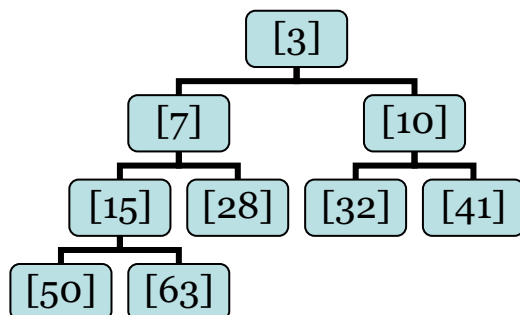


19) Desce 3



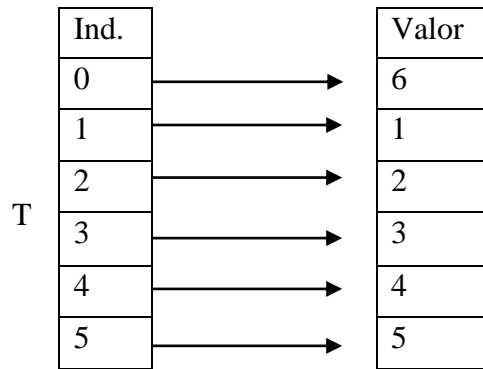
20)m:2

Trocar (TB[1], TB[2])

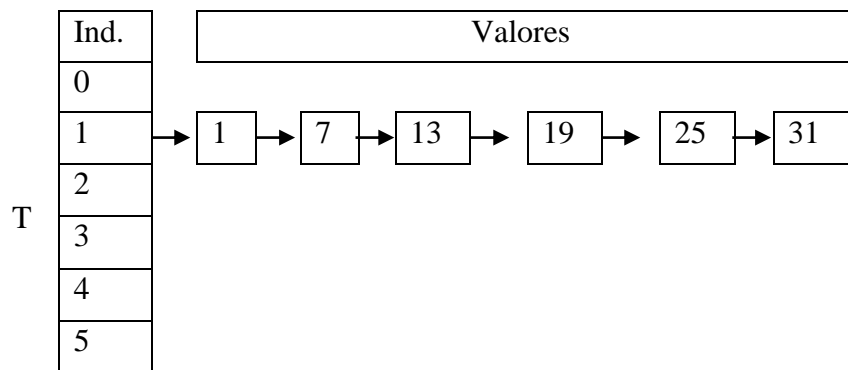


6) As seguintes soluções podem ser obtidas:

- Para que o número de colisões seja mínimo o conjunto S pode assumir os seguintes valores {1,2,3,4,5,6} com função de dispersão $h(x) = x \bmod 6$. Assim não haveria nenhuma colisão neste conjunto.



- b) Para que o número de colisões seja máximo o conjunto S pode assumir os seguintes valores $\{1, 7, 13, 19, 25, 31\}$ com função de dispersão $h(x) = x \bmod 6$. Assim haveria colisão para todas as chaves do conjunto, portanto, colisão máxima.



- 7) De acordo com o conteúdo da Aula 34, podemos apresentar a seguinte solução:

Cadeias de caracteres:

X = bbbbbbbbbb

Y = bbba

Equação:

$M \times (N - M + 1)$, onde M = tamanho de Y e N = tamanho de X

Número máximo de comparações:

$4 \times (9 - 4 + 1) = \mathbf{24 \text{ Comparações.}}$