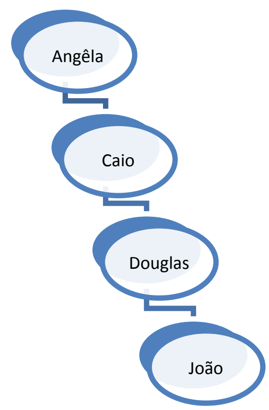
Gabarito Avaliação Presencial 2 (AP2)
Estrutura de Dados
1º Semestre de 2019

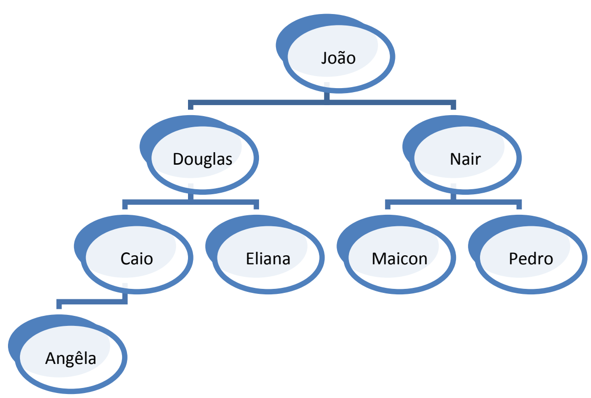
1) ***Conceitue:***
(a) (1,0) Árvore AVL.
R: Uma árvore binária *T* é AVL quando, para qualquer nó de *T*, as alturas de suas duas subárvores, esquerda e direita, diferem em módulo de até uma unidade.

(b) (1,0) Árvore B de ordem d.
R: Seja *d* um número natural, uma árvore *B* de ordem *d* é uma árvore ordenada que satisfaça as seguintes propriedades:
   (i) Se a raiz não é uma folha, possui no mínimo 2 filhos;
   (ii) Cada nó interno, diferente da raiz, possui no mínimo $d + 1$ filhos;
   (iii) Cada nó possui no máximo $2d + 1$ filhos;
   (iv) Todas as folhas estão no mesmo nível

2) ***(a) (1,0) Desenhe uma árvore binária de busca de altura 4 com número mínimo de nós. Os valores das chaves devem ser nomes de pessoas ("Maria", "João", etc.)***
R: Uma árvore que atende ao solicitado é apresentada a seguir:



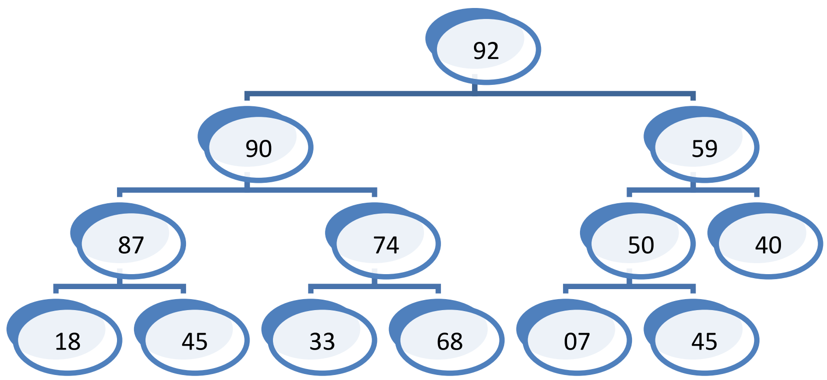
(b) (1,0) Desenhe uma árvore binária de busca completa de altura 4 com número mínimo de nós. Os valores das chaves devem ser nomes de pessoas.
R: A seguinte árvore pode ser obtida:



3) ***Seja um conjunto S de chaves com prioridades iguais a 18, 68, 40, 87, 92, 07, 59, 90, 45, 33, 74, 50, 45.***

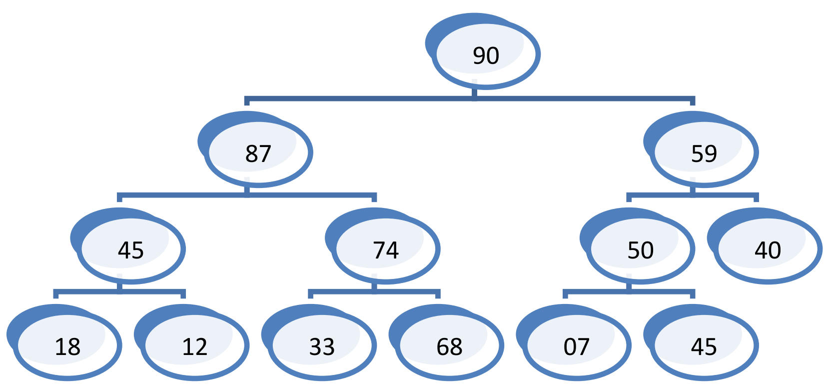
(a) ***(1,0) Desenhe o heap obtido pelo algoritmo linear de construção, segundo a sequência dada. Não é preciso representar os passos intermediários do algoritmo, apenas a resposta final.***

R: Segue abaixo o heap obtido pelo algoritmo de construção linear para a sequência dada:



(b) ***(1,0) A seguir, desenhar o heap obtido deste primeiro, pela diminuição da prioridade 92 para 12.***

R: Alterando (no heap obtido) a prioridade 92 para 12, temos o seguinte resultado:



4) ***Deseja-se construir uma tabela de dispersão implementada por encadeamento exterior. Determine uma função de dispersão (sem utilizar necessariamente o operador "mod") que minimiza o número de colisões, em cada um dos casos abaixo:***

(a) (1,0) O conjunto de chaves é o conjunto dos n primeiros múltiplos de 3, e a tabela de dispersão tem n posições.

R: Neste caso, uma função de dispersão capaz de gerar o número mínimo de colisões (zero colisões) é $h(x) = x \text{ mod } n$. Acompanhe o exemplo onde n=4.

Conjunto de chaves: 0, 3, 6, 9.

$h(0) = 0 \; mod \; 4 = 0$
$h(3) = 3 \; mod \; 4 = 3$
$h(6) = 6 \; mod \; 4 = 2$
$h(9) = 9 \; mod \; 4 = 1$

Portanto, a tabela de dispersão seria preenchida da seguinte maneira:

Índice	Chave
0	0
1	9
2	6
3	3

(b) (1,0) A menor chave vale 1, a maior chave vale 3n, as chaves são todas distintas, e a tabela de dispersão tem 3n posições.

R: Neste caso, podemos facilmente utilizar uma função de dispersão que não faz uso do operador *mod*. Observe que se *n*, neste exemplo, for igual a 2, teremos um total de 3x2 = 6 posições na tabela de dispersão. Agora note que a maior chave do nosso conjunto será 1 e a maior 3x2, isto é, 6. Isso, portanto, nos permite utilizar a seguinte função de dispersão $h(x) = x - 1$. Acompanhe:

Conjunto de chaves: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$h(1) = 1 – 1 = 0$
$h(2) = 2 – 1 = 1$
$h(3) = 3 – 1 = 2$
$h(4) = 4 – 1 = 3$
$h(5) = 5 – 1 = 4$
$h(6) = 6 – 1 = 5$

Portanto, a tabela de dispersão seria preenchida da seguinte maneira:

Índice	Chave
0	1
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

5) ***Sejam $f_1, f_2, ..., f_7$ frequências dadas. Determine valores para estas frequências de modo que:***

(a) (1,0) A árvore de Huffman resultante tenha altura máxima. Justifique.

R: Para obter uma árvore de Huffman de altura máxima devemos fazer com que cada frequência seja uma folha da ́arvore e que cada nó interno possua ao menos uma folha como subárvore. Um exemplo pode ser dado pelas frequências 1,1,2,4,8,16,32: a árvore irá gerar um novo nó interno com folhas cujas frequências possuem ambas valores iguais a 1 e portanto de valor igual a 2. Assim obtemos uma nova lista de frequências a serem estruturadas em uma árvore de Huffman com valores: 2,2,4,8,16,32. Podemos aplicar novamente o mesmo argumento com as frequências de valor 2, obtendo assim um nó interno de valor 4 e assim sucessivamente.

(b) (1,0) A árvore de Huffman resultante tenha altura mínima. Justifique.

R: Já para obtermos a altura mínima em uma árvore de Huffman devemos, em todo empate envolvendo uma folha e um nó interno, escolher a folha para participar da combinação. Deste modo, podemos assegurar que a árvore em questão terá altura mínima. Um exemplo pode ser dado por sete folhas com as mesmas frequências: 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2. Para tal, a partir das folhas iremos gerar 3 subávores que somam, em cada uma, a frequência 4. Na sequência, duas destas subárvores se unem, somando uma frequência de 8 e, a seguir, a folha restante se une à arvore de menor frequência total. Por fim, teremos duas árvores que, após serem unidas, somarão a frequência 14. Note que em todos os empates que envolvendo uma folha e um nó interno, optamos pela folha, de forma a assegurar a altura mínima.