



Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Estrutura de Dados e Algoritmos
Gabarito da AP3 - Segundo Semestre de 2011

Nome -

Assinatura -

Observações:

1. Prova sem consulta e sem uso de máquina de calcular.
 2. Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
 3. Você pode usar lápis para responder as questões.
 4. Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
 5. Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.
-

1. (1,0) Explique o conceito de *árvore binária completa*.

Resposta: É uma árvore binária cheia até o penúltimo nível.

2. (1,0) Explique o conceito de *árvore binária de prefixo*.

Resposta: É uma árvore digital binária (o alfabeto é representado por $\{0, 1\}$, logo cada chave é uma seqüência binária) tal que nenhum código é prefixo de outro. Assim, cada chave é unicamente representada por uma folha e a codificação binária dessa chave corresponde ao caminho da raiz até essa folha.

3. Seja L uma lista sequencial com n elementos, dada como um vetor $L[1..n]$. Considere o seguinte procedimento:

PROCESSA(a, b, L)

$m \leftarrow a$;

para $i = a + 1 \dots b$ faça

se $L[i] < L[m]$ então $m \leftarrow i$

fim-para;

$aux \leftarrow L[a]$;

$L[a] \leftarrow L[m]$;

$L[m] \leftarrow aux$;

PROCESSA($a + 1, b, L$);

fim-do-procedimento PROCESSA

Responda os seguintes itens:

- (a) (1,0) Se $L = [8, 4, -1, 3, 0, -2]$, desenhe as trocas de elementos em L (na ordem em que elas acontecem) ao efetuarmos a chamada PROCESSA(1, 6, L).

Resposta:

1ª troca: $L[1] \Leftrightarrow L[6]$

$L = [-2, 4, -1, 3, 0, 8]$

2ª troca: $L[2] \Leftrightarrow L[3]$
 $L = [-2, -1, 4, 3, 0, 8]$

3ª troca: $L[3] \Leftrightarrow L[5]$
 $L = [-2, -1, 0, 3, 4, 8]$

4ª troca: $L[4] \Leftrightarrow L[4]$
 5ª troca: $L[5] \Leftrightarrow L[5]$
 6ª troca: $L[6] \Leftrightarrow L[6]$
 $L = [-2, -1, 0, 3, 4, 8]$

(b) (1,0) Considerando a comparação entre dois elementos como uma operação básica, qual a complexidade do algoritmo executado pela chamada $\text{PROCESSA}(1, n, L)$?

Resposta: $\Theta(n^2)$

4. (2,0) Suponha $f_1 = f_2 = f_3 = f'_0 = f'_1 = f'_2 = f'_3 = 1$. Desenhe a árvore binária de busca ótima relativa a estas frequências.

Resposta: As matrizes do algoritmo de cálculo da árvore ótima são:

Matriz dos custos $c[i, j]$:

0	3	8	13
-	0	3	8
-	-	0	3
-	-	-	0

Matriz dos valores $F[i, j]$:

1	3	5	7
-	1	3	5
-	-	1	3
-	-	-	1

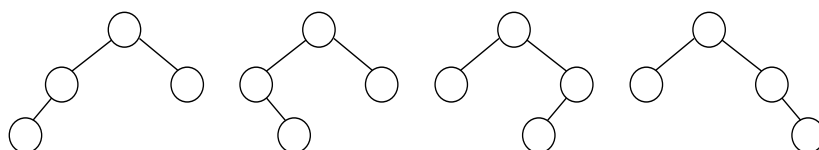
Matriz dos valores minimizantes k :

-	1	1(2)	2
-	-	2	2(3)
-	-	-	3
-	-	-	-

Da matriz k , temos que a árvore ótima possui raiz s_2 , sendo s_1 filho esquerdo e s_3 filho direito de s_2 , respectivamente.

5. (2,0) Desenhe todos os formatos de árvores AVL de altura 3 que contêm um número mínimo de nós.

Resposta:



6. (2,0) Dado um vetor $L = [34, 67, 23, 89, 12, 99, 70, 45, 58]$, explique como construir um *heap* (lista de prioridade) em L , do modo mais eficiente possível. Mostre os passos efetuados pela construção.

Resposta: Utilizando o algoritmo da Solução 3, de complexidade $O(n)$:

procedimento *arranjar*(n)

para $i = \lfloor n/2 \rfloor, \dots, 1$ faça

descer(i, n)

temos os seguintes passos na construção do heap:

Início: 34, 67, 23, 89, 12, 99, 70, 45, 58

Descer(4,9): 34, 67, 23, 89, 12, 99, 70, 45, 58

Descer(3,9): 34, 67, 99, 89, 12, 23, 70, 45, 58

Descer(2,9): 34, 89, 99, 67, 12, 23, 70, 45, 58

Descer(1,9): 99, 89, 70, 67, 12, 23, 34, 45, 58

Heap obtido: 99, 89, 70, 67, 12, 23, 34, 45, 58