

1. Defina:

a. **(1,0) Complexidade de pior caso de um algoritmo.**

Resposta: Seja A um algoritmo e $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ o conjunto de todas as entradas possíveis de A. Dada a entrada E_i , seja t_i o número de passos efetuados por A, para $1 \leq i \leq n$. Podemos definir a *complexidade de pior caso* como $\text{MAX}_{E_i \in E} \{t_i\}$

b. **(1,0) Algoritmo ótimo.**

Resposta: Seja g um limite inferior para um problema P. Um algoritmo ótimo A que resolve P é tal que sua complexidade é dada por $f = O(g)$. Dessa forma, o algoritmo A possui complexidade de pior caso $\Omega(g)$ e $O(g)$. Em outras palavras, um algoritmo é ótimo se sua complexidade de pior caso é dada pelo limite inferior para o problema.

2. (1,5) Considere os algoritmos ORDENAÇÃO POR SELEÇÃO e ORDENAÇÃO PELO MÉTODO DA BOLHA. Qual dos dois efetua menos TROCAS de elementos quando a lista a ser ordenada encontra-se em ordem inversa de ordenação? (Ex: 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1.) JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

Resposta: A **ordenação por seleção** executa $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ trocas, uma vez que os elementos trocados ocupam suas posições finais no vetor. Isso pode ser verificado para a primeira torca no exemplo com 10 elementos, onde os números 1 e 10 trocam de lugar. Como 1 é o menor elemento do vetor e 10 o maior, os mesmos não mudam de posição novamente. Podemos aplicar o mesmo raciocínio nos demais passos.

Por outro lado, a **ordenação pelo método bolha** executa um número quadrático de trocas, já que em cada iteração, a bolha é trocada com todos os elementos que a precedem até o primeiro elemento menor que a mesma. Ou seja, executa-se $(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$ trocas.

Portanto, a **ordenação por seleção** executa menos trocas que a **ordenação pelo método bolha**.

3. (2,0) Considere uma lista simplesmente encadeada L com n nós, que armazenam números inteiros. Elabore um algoritmo que crie uma nova lista L' contendo somente nós com os números ímpares que ocorrem em L . Os números devem aparecer em L' na mesma ordem em que aparecem em L . Por exemplo, se L contiver os números 1, 8, 4, 5, 7, 8, 6, 3, nesta ordem, então L' conterá os números 1, 5, 7, 3, nesta ordem. Qual a complexidade do seu algoritmo?

Resposta: A complexidade do algoritmo a seguir é $\Theta(n)$, pois percorre a lista L apenas uma vez, e para cada nó, L executa um número constante de passos.

```

pt := L           % considerando que L não tem nó cabeça
L' :=  $\lambda$ 
ultimo :=  $\lambda$ 
enquanto pt  $\neq \lambda$  faça
    se pt↑.info mod 2  $\neq 0$  então
        ocupar(novo)
        novo↑.info := pt↑.info
        novo↑.prox :=  $\lambda$ 
        se ultimo  $\neq \lambda$  então      % L' já contém algum nó
            ultimo↑.prox := novo
        senão
            L' := novo
            último := novo
    pt := pt↑.prox

```

4. (1,5) Considere uma pilha P contendo 5 posições de 1 a 5. A variável *topo* marca a posição do topo da pilha. No início, a pilha P encontra-se vazia, e a variável *topo* vale zero.

Usamos a notação R para denotar a operação de remoção de um elemento da pilha P , e a notação $I(X)$ para denotar a operação de inserção de um elemento X na pilha P .

Considere a seguinte sequência de operações em P :

$I(A), I(B), I(C), R, I(D), R, I(E), I(G), I(H), R, R, R, R, I(J)$

Desenhe como fica a pilha P após a sequência de operações acima, e forneça o valor final da variável *topo*. Use um traço (-) para denotar as posições vazias. Como um exemplo de configuração, poderíamos ter: $P = [C D H - -]$, onde *topo* neste caso vale 3.

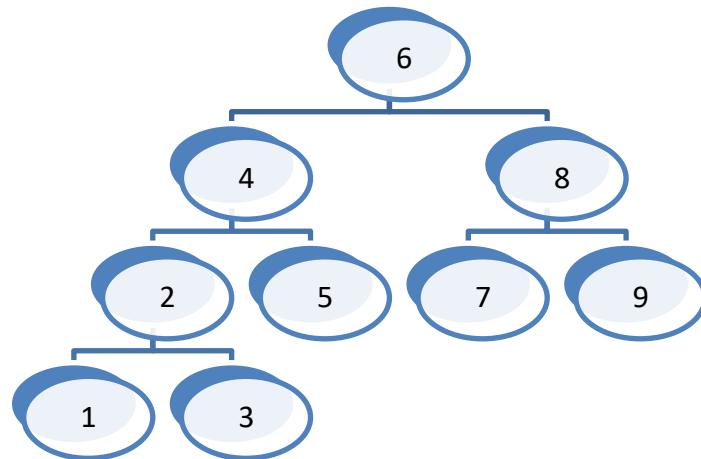
Resposta: Ao fim da execução desta sequência, a pilha ficaria com a seguinte configuração:

$P = [A J - - -]$, topo = 2.

5. Para cada item abaixo, desenhe uma árvore binária de busca T de altura 4 (colocando valores de chaves nos respectivos nós) que atenda às condições descritas:

- a. (1,5) T é uma árvore completa, estritamente binária e com um número mínimo de nós.

Resposta: Uma árvore binária completa é aquela em que todos os nós com alguma subárvore vazia estão no último ou penúltimo nível. Uma árvore estritamente binária é aquela em que todos os nós possuem exatamente 0 ou exatamente 2 filhos. Abaixo é apresentada uma árvore que atende ao solicitado.



- b. (1,5) T é uma árvore binária, não é cheia e tem um número máximo de nós.

Resposta: Uma árvore cheia é aquela em que todos os nós com alguma subárvore vazia estão no último nível. Abaixo, é apresentada uma árvore que atende ao solicitado.

