## Primeira Avaliação a Distância

1. (1,0) Escreva as seguintes funções em notação  $\Theta$ :  $3^n + n^3 \log n$ ,  $n^3 + n^2 \log n$ ,  $n! + 2^n$ ,  $\sqrt{n} + \log n$ .

Resposta: 
$$3^n + n^3 \log n = \Theta(3^n)$$
,  $n^3 + n^2 \log n = \Theta(n^3)$ ,  $n! + 2^n = \Theta(n!)$ ,  $\sqrt{n} + \log n = \Theta(\sqrt{n})$ .

- 2. Para cada item abaixo, responda "certo" ou "errado", justificando:
  - a. (0,5) Se a complexidade de pior caso de um algoritmo for  $\Theta(n^2)$ , então o melhor caso deste algoritmo é  $O(n^2)$ .
    - Resposta: Certo. A complexidade de pior caso determina um limite superior para a complexidade de melhor caso. Porém, isso não significa que a complexidade de melhor caso seja  $\Theta(n^2)$ .
  - b. (0,5) Se a complexidade de pior caso de um algoritmo for f, então o algoritmo é  $\Theta(f)$ .
    - Resposta: Errado. Neste caso o algoritmo é O(f), já que f é a complexidade de pior caso. Porém, nada se pode afirmar quanto a complexidade de melhor caso.
  - c. (0,5) Seja P um problema com limite inferior  $n \log n$ . Se um algoritmo resolve P em tempo  $\Omega(n \log n)$ , então este algoritmo é ótimo.
    - Resposta: Errado. Um algoritmo é ótimo quando sua complexidade de **pior caso** é igual ao limite inferior para o problema.
  - d. (0,5) Seja P um problema com limite inferior  $\ell$ . Então qualquer algoritmo que resolve P tem complexidade de melhor caso  $\Omega(\ell)$ .
    - Resposta: Errado. O problema de ordenação é um exemplo em que o limite inferior é  $n \log n$ , mas sua complexidade de melhor caso é  $\Omega(n)$ .
- 3. (2,0) Sejam  $L_1$  e  $L_2$  duas listas encadeadas ordenadas, com nó cabeça, tais que  $|L_1| = m$  e  $|L_2| = n$ . Elabore um algoritmo que imprima os elementos que pertencem a apenas uma das listas. Seu algoritmo deverá executar em  $\Theta(n+m)$  passos.
  - Resposta: O Algoritmo 1 representa tal algoritmo. Das linhas 3–24 é feita a comparação dos elementos de ambas as listas até que uma delas se torne vazia. As linhas 6–12 representam o caso em que o primeiro elemento de  $L_1$  é o menor dentre os elementos ainda não analisados, enquanto as linhas 13–19 são análogas em relação a  $L_2$ . As linhas 9–12 e 16-19 tratam o caso em que as listas possuem elementos repetidos, onde os mesmos são ignorados uma vez que o primeiro deles já foi selecionado para impressão através do ponteiro menor. As linhas 29–37 representam o mesmo das linhas 9–12 e 16-19 em relação ao restante da lista ainda não vazia. Como cada lista é percorrida apenas uma vez, o algoritmo é  $\Theta(n+m)$ .

## Algoritmo 1: Imprime\_Sem\_Repetição(PTlista\_1, PTlista\_2)

**Entrada**: Nós cabeça PTlista\_1 e PTlista\_2 das listas ordenadas e simplesmente encadeadas  $L_1$  e  $L_2$ , respectivamente.

```
1 pt_1 \leftarrow PTlista_1\uparrow.prox;
 pt_2 \leftarrow PTlista_2\uparrow.prox;
 з enquanto pt_1 \neq \lambda e pt_2 \neq \lambda faça
         menor \leftarrow \lambda; // Ponteiro para o menor elemento das duas listas ainda não impresso.
         sair \leftarrow falso;
 5
         se pt_1↑.info < pt_2↑.info então
 6
              menor \leftarrow pt_1;
 7
              pt_1 \leftarrow pt_1\uparrow.prox;
 8
              enquanto pt_1 \neq \lambda e sair = falso faça
 9
                   \mathbf{se} \text{ pt-1} \uparrow . \text{info} = \text{menor} \uparrow . \text{info} \mathbf{ent} \mathbf{\tilde{ao}}
10
                    pt_1 \leftarrow pt_1\uparrow.prox;
11
                   senão sair \leftarrow verdadeiro;
12
         senão se pt_1\frac{1}{\cdot}.info > pt_2\frac{1}{\cdot}.info então
13
              menor \leftarrow pt<sub>-2</sub>;
14
              pt_2 \leftarrow pt_2\uparrow.prox;
15
              enquanto pt_2 \neq \lambda e sair = falso faça
16
                   se pt_2\uparrow.info = menor\uparrow.info então
17
                    pt_2 \leftarrow pt_2\uparrow.prox;
18
                   senão sair \leftarrow verdadeiro;
19
         se menor \neq \lambda então
20
              Imprime menor↑.info;
\mathbf{21}
         senão
22
              pt_1 \leftarrow pt_1\uparrow.prox;
23
             pt_2 \leftarrow pt_2\uparrow.prox;
25 se pt_1 = \lambda então
         pt ← pt_2; // Ponteiro para o primeiro elemento da lista não vazia.
26
27 senão
         pt \leftarrow pt_{-1};
28
   enquanto pt \neq \lambda faça
29
         Imprime pt↑.info;
30
         menor \leftarrow pt;
31
         sair \leftarrow falso;
32
         pt \leftarrow pt\uparrow.prox;
33
         enquanto pt \neq \lambda e sair = falso faça
34
              se pt\uparrow.info = menor\uparrow.info então
35
               pt \leftarrow pt\uparrow.prox;
36
              senão sair \leftarrow verdadeiro;
37
```

- 4. Considere a lista: 15 7 10 2 80 24 1. Desenhe as trocas de elementos e determine o número de trocas efetuadas, utilizando:
  - a. (1,0) Ordenação por seleção

```
Resposta: São efetuadas 4 trocas.
```

```
15 7 10 2 80 24 1
                              (Vetor Inicial.)
1 7 10 2 80 24 15
                              (15 \rightleftharpoons 1)
1 2 10 7 80 24 15
                              (7 \rightleftharpoons 2)
1 2 7 10 80 24 15
                              (10 \rightleftharpoons 7)
1 2 7 10 80 24 15
                              (Não há troca.)
1 2 7 10 15 24 80
                              (80 \rightleftharpoons 15)
1 2 7 10 15 24 80
                              (Não há troca.)
1 2 7 10 15 24 80
                              (Não há troca.)
```

b. (1,0) Ordenação por bolha

```
Resposta: A bolha é marcada com *. São efetuadas 12 trocas.
```

```
15* 7 10 2 80 24 1
                                 (Vetor Inicial.)
15 7* 10 2 80 24 1
7* 15 10 2 80 24 1
                                 (15 \rightleftharpoons 7)
7 15 10* 2 80 24 1
7 10* 15 2 80 24 1
                                 (15 \rightleftharpoons 10)
7 10 15 2* 80 24 1
7 10 2* 15 80 24 1
                                 (15 \rightleftharpoons 2)
7 2* 10 15 80 24 1
                                 (10 \rightleftharpoons 2)
2* 7 10 15 80 24 1
                                 (7 \rightleftharpoons 2)
2 7 10 15 80* 24 1
2 7 10 15 80 24* 1
2\ 7\ 10\ 15\ 24^*\ 80\ 1
                                 (80 \rightleftharpoons 24)
2 7 10 15 24 80* 1
2 7 10 15 24 80 1*
2 7 10 15 24 1* 80
                                 (80 \rightleftharpoons 1)
2 7 10 15 1* 24 80
                                 (24 \rightleftarrows 1)
2 7 10 1* 15 24 80
                                 (15 \rightleftharpoons 1)
2 7 1* 10 15 24 80
                                 (10 \rightleftharpoons 1)
2 1* 7 10 15 24 80
                                 (7 \rightleftharpoons 1)
1* 2 7 10 15 24 80
                                 (2 \rightleftharpoons 1)
                                (Vetor Final.)
1 2 7 10 15 24 80
```

5. (2,0) Escreva um algoritmo que inverte uma lista simplesmente encadeada com nó cabeça. Exemplo: se a lista contém os elementos 1, 3, 5, 9, 2, nesta ordem, então a lista resultante contém os elementos 2, 9, 5, 3, 1. Você deve utilizar uma pilha auxiliar para resolver este problema.

Resposta: O Algoritmo 2 representa a inversão de uma lista utilizando uma pilha P.

## Algoritmo 2: Inverte\_Lista\_Encadeada(PTlista)

Entrada: Nó cabeça PTlista da lista simplesmente encadeada L.

Saída: Nova lista simplesmente encadeada L' com elementos de L em ordem inversa.

```
1 pt \leftarrow PTlista\uparrow.prox;
 2 topo \leftarrow 0;
з enquanto pt \neq \lambda faça
        topo \leftarrow topo + 1;
        P[topo] \leftarrow pt\uparrow.info;
       pt \leftarrow pt\uparrow.prox;
7 Ocupar(PTLista');
    // Cria L' vazia com nó cabeça apontado por PTLista'.
 8 PTLista' \uparrow.prox \leftarrow \lambda;
9 ultimo \leftarrow PTLista';
10 enquanto topo > 0 faça
        Ocupar(pt); // Cria novo nó enderaçado por pt.
11
        pt\uparrow.info = P[topo];
12
        pt\uparrow.prox = \lambda;
13
        ultimo\uparrow.prox \leftarrow pt;
14
        ultimo \leftarrow pt;
15
        topo \leftarrow topo - 1;
17 retorna PTLista';
```

6. (1,0) Desenhe uma árvore binária de busca completa, estritamente binária, de altura 4 e com o mínimo de nós. Lembre-se de colocar os valores dentro dos nós.

Resposta: A Figura 1 representa tal árvore.

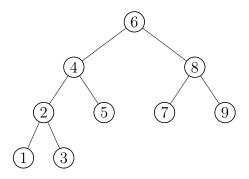


Figura 1: Árvore binária de busca completa, estritamente binária, de altura 4 e com o mínimo de nós.