

Aula 15

Professor:

Mauricio Kischinhevsky

Eletricidade e magnetismo (Parte 5)

Conteúdo:

Fontes do campo magnético e a indução magnética

Campo Magnético

Introdução

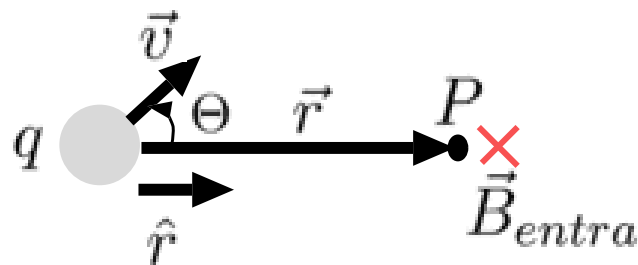
Primeiras fontes de magnetismo conhecidas: ímãs permanentes.

Constatação de deflexão de um ímã (Oersted), Biot e Savart relatando sua análise quantitativa da contribuição de cada elemento de corrente e a análise de Ampère sobre reciprocidade da interação corrente-magnetismo aproximadamente contemporâneas.

Campo magnético de cargas pontuais móveis

Quando uma carga pontual se move no espaço ela produz um campo magnético dado por (a constante de proporcionalidade é chamada permeabilidade do espaço livre):

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}, \text{ sendo } \mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}.$$



Exemplo:

Uma partícula pontual com carga $4,5\text{nC}$ está se movendo com velocidade 3×10^3 (m/s) ao longo da linha $y=3\text{m}$. Calcule o campo magnético na origem quando a carga se encontra no ponto $(-4\text{m}, 3\text{m})$.

Resposta:

Determina-se a direção do unitário, a distância e determina-se o campo como:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{q.\vec{v} \times \hat{r}}{(3m)^2 + (4m)^2} = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{q.\vec{v} \times \frac{\vec{r}}{r}}{(3m)^2 + (4m)^2} = \\ \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{q.(v.\hat{i}) \times \frac{4m\hat{i}-3m\hat{j}}{5m}}{(5m)^2} &= \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{q.(v.\hat{i}) \times (0,8\hat{i} - 0,6\hat{j})}{(5m)^2} = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{-q.v.0,6\hat{k}}{(5m)^2} = \\ (10^{-7}T.m/A) \frac{(4,5 \times 10^{-9}C).(0,6).(3 \times 10^3m/s)}{(5m)^2} \hat{k} &= -3,24 \times 10^{-14}T\hat{k}.\end{aligned}$$

Observe que o campo magnético da Terra na superfície é de 10^{-4} T.

Campo magnético de correntes: Lei de Biot-Savart

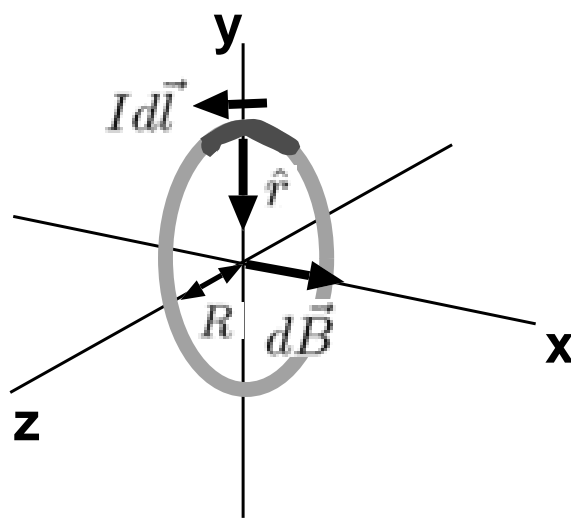
Analogamente ao caso de uma carga pontual, a contribuição para o campo magnético vinda de um elemento de carga tem a forma (obtida a partir de experimentos por Biot, Savart e, independentemente, Ampère):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}.$$

Observe que a intensidade do campo se comporta como inversamente proporcional ao quadrado da distância, assim como o campo elétrico em relação à carga elétrica. No entanto, no lugar de a sua direção ser ao longo da linha que une a fonte e o ponto de observação, é perpendicular à direção e à velocidade da carga (ou elemento de corrente).

Exemplo (campo magnético devido a uma espira com corrente):

Cada elemento de corrente gera uma contribuição para o campo magnético em cada ponto do espaço. No centro da espira, a simetria permite calcular, para cada elemento de corrente,



Portanto,

$$dB = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{I.dl.\text{sen}\Theta}{R^2}, \quad \Theta = 90^\circ.$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{I}{R^2} \oint dl = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{I}{R^2} (2.\pi.R) = \frac{\mu_o I}{2R}.$$

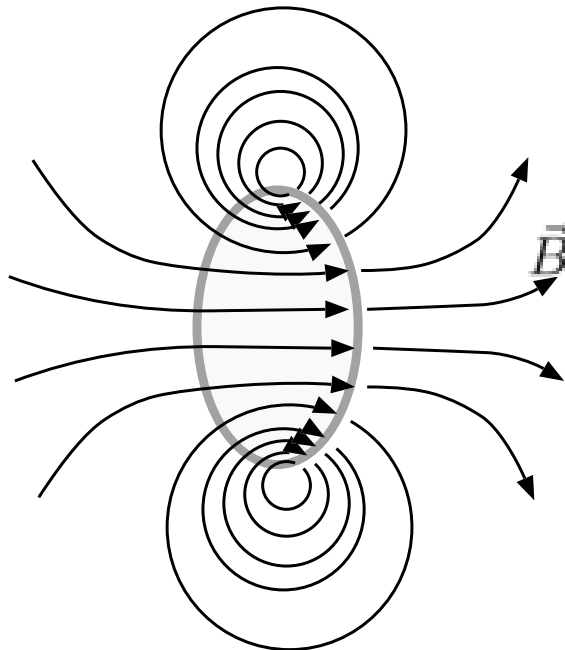
Exemplo (campo magnético devido a uma espira com corrente):

Ao longo do eixo da espira, feito coincidir com o eixo x, a simetria permite calcular, para cada elemento de corrente, apenas a componente ao longo do eixo, porque as outras contribuições vão se cancelar.

Tem-se, então, para a componente x que, por simetria, é a única não-nula,

$$B = B_x = \frac{\mu_o}{4.\pi} \frac{I.R}{(x^2 + R^2)^{3/2}} . 2\pi R = \frac{\mu_o}{2} \frac{I.R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} .$$

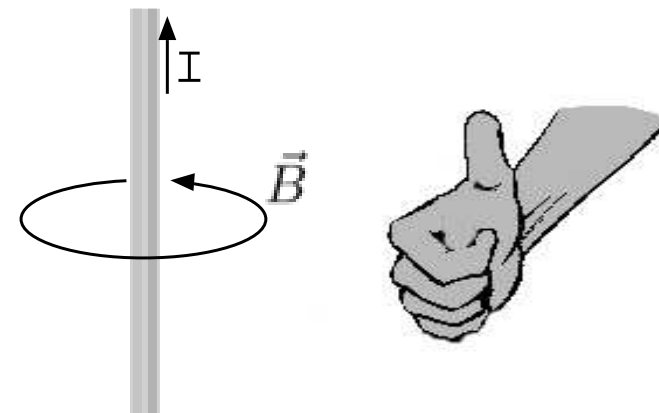
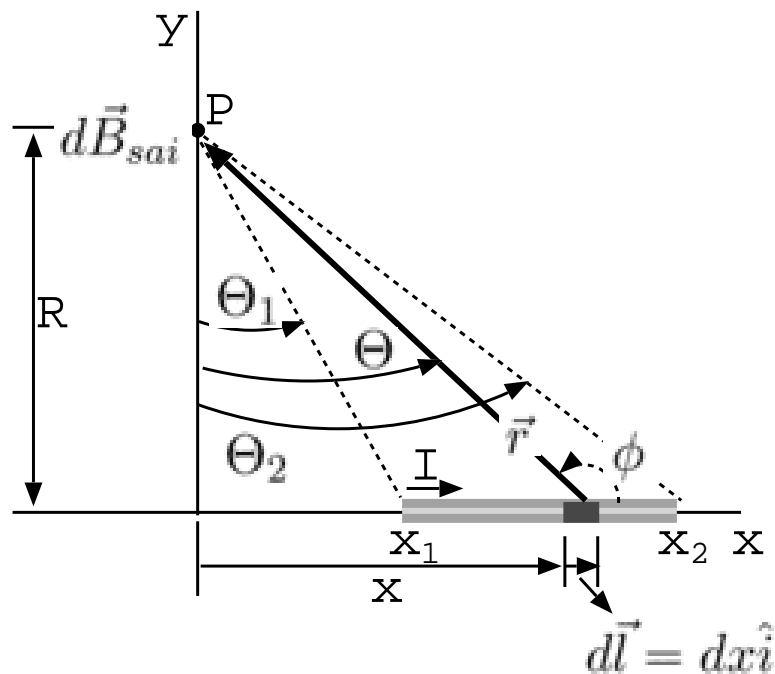
Fora do eixo o campo também se obtém, sem muito benefício da simetria:



Campo devido a um fio reto "infinitamente" longo

Pode-se calcular o campo no eixo y devido ao fio colocado coincidente com o eixo x e com corrente no sentido positivo de x na forma ($x = R \cdot \tan \theta$):

$$B = \int dB = \int_{\Theta_1=-90^\circ}^{\Theta_2=90^\circ} \left[\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \cos \Theta \right] = \int_{\Theta_1=-90^\circ}^{\Theta_2=90^\circ} \left[\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{r^2 d\Theta}{R} \cdot \cos \Theta \right] = \frac{\mu_o \cdot I}{2\pi \cdot R}$$

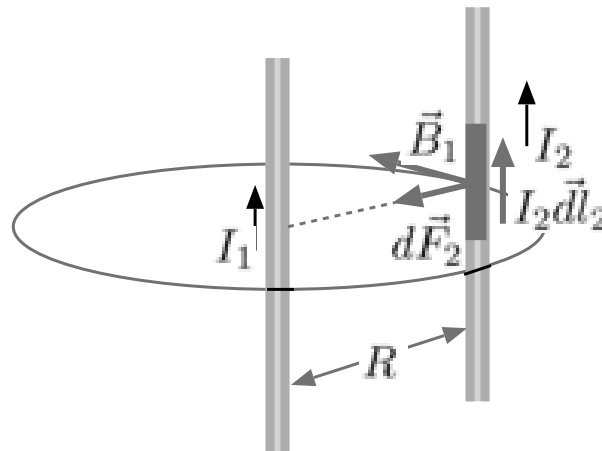


Força magnética entre fios paralelos

Ampère observou e estudou a interação magnética entre dois fios conduzindo corrente. Pode-se calcular a força devida ao campo magnético produzido pelo fio 1 sobre um trecho do fio 2 na forma

$$dF_2 = \left| I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \right| = I_2 dl_2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi R},$$

perfazendo a força por unidade de comprimento $\frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{R}.$



Há reciprocidade e a força é atrativa para correntes de mesmo sentido.

Fluxo magnético

Faraday e Henry observaram que ocorria a indução de correntes elétricas a partir do movimento de campos magnéticos, também denominadas FEM (de força eletromotriz). Ou seja, quando o campo magnético era modificado. Um exemplo cotidiano é que, quando desconectamos um fio elétrico da tomada por vezes vemos uma pequena centelha. Esta se deve à mudança promovida no campo magnético existente em volta do fio condutor, subitamente reduzida a fonte do campo (corrente elétrica) a zero. A alteração forçada do campo magnético induz uma corrente que tenta restaurar o transporte de carga no local onde a interrupção se deu. Como usual, o fluxo do campo magnético é da forma

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int_S B_n dA.$$

A unidade de fluxo magnético é o weber, Wb, sendo $1\text{Wb} = 1\text{ T}\cdot\text{m}^2$.

Exemplo (Fluxo magnético):

Determine o fluxo magnético através de um solenóide que tem comprimento de 40cm, raio de 2,5cm, compõe-se de 600 voltas e transporta uma corrente de 7,5 A.

Resposta:

Um solenóide produz um campo correspondente a uma combinação de espiras (neste caso, 600) sendo, no seu interior o fluxo proporcional ao número de voltas (espiras), à área e ao campo magnético. Assim, escreve-se

$$\begin{aligned}\phi_m &= N.B.A = N.\mu_o.n.I.A = N.\mu_o.\frac{N}{l}.I.A = \\ &= \frac{\mu_o.N^2.I.A}{l} = \frac{\mu_o.N^2.I.\pi.r^2}{l} = \\ &= \frac{4.\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A} . (600voltas)^2 . (7,5A) \pi . (0,025m)^2}{0,40m} = \\ &= 1,66 \times 10^{-2} T.m^2 = 1,66 \times 10^{-2} Wb.\end{aligned}$$