Aula 16

Professor:

Mauricio Kischinhevsky

Eletricidade e magnetismo (Parte 6)

Conteúdo:

Fontes do campo magnético e a indução magnética

Indução Magnética

Corrente induzida e a Lei de Faraday

O campo magnético pode ser variado através de vários mecanismos, como o aumento ou diminuição da corrente, a colocação de ímãs no interior ou rotação do dispositivo condutor dentro de campos externos, etc. Em qualquer destes casos, a observação de experimentos feita por Faraday, Henry e outros indica que existe uma corrente induzida (força eletromotriz, FEM), na forma denominada Lei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

sendo o sinal negativo justificado pela Lei de Lenz.

Observe que isto altera o conceito anterior, válido para campos elétricos constantes, de que o campo elétrico é conservativo. Como há trabalho sendo realizado e forçando o movimento de cargas, tem-se:

$$\varepsilon = \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{d\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \hat{n}\, d\mathbf{A} = -\frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Exemplo (Corrente induzida):

Um campo magnético uniforme faz um ângulo de 30 graus com o eixo de um enrolamento circular de 30 voltas e raio de 4cm. O módulo do campo magnético aumenta a uma taxa de 85 T/s, enquanto sua direção permanece fixa. Qual o módulo da FEM induzida?

Resposta:

A FEM induzida é igual a N vezes a taxa de variação do fluxo através de uma única espira. Uma vez que o campo é uniforme, o fluxo através de cada espira é, simplesmente,

$$\Phi_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \cos\theta, \text{ onde } \mathbf{A} = \pi \cdot r^2.$$

O módulo da FEM induzida é dado pela Lei de Farada $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$.

Para um campo uniforme o fluxo é

$$\Phi_m = \mathbf{N} \cdot \overrightarrow{\mathbf{B}} \cdot \hat{n} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cos\theta$$

Assim, calcula-se a FEM, por substituição, como

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cos\theta) = \mathbf{N} \cdot \pi \cdot r^2 \cos\theta \frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$= -(300) \cdot \pi \cdot (0,04m)^2 \cdot \cos 30^\circ \cdot (85\mathbf{T}/s) = -111\mathbf{V}$$

$$|\varepsilon| = 111\mathbf{V}.$$

Observe que, se a resistência da espira for de 2Ω0 , a corrente induzida será de 0,555 A.

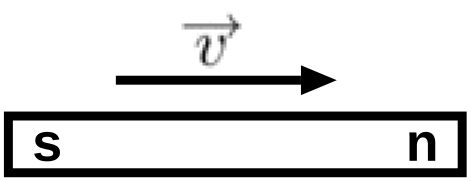
Lei de Lenz

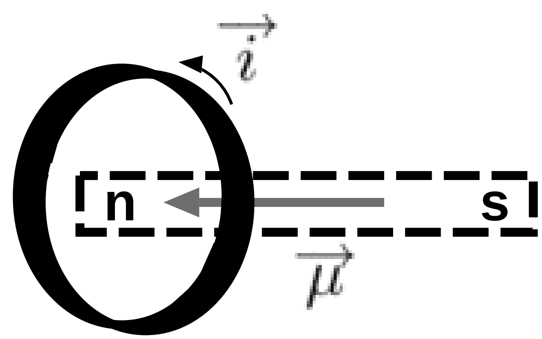
Enunciado 1: "A FEM induzida está em uma direção que se opõe, ou tende a se opor, à variação que a produz."

Enunciado 2: "Quando um fluxo magnético através de uma superfície varia, o campo magnético devido a qualquer corrente induzida produz um fluxo sobre ela mesma - através da mesma superfície e em oposição à variação."

Exemplo:

Quando uma barra imantada se move para a direita, no sentido da espira, a FEM induzida na espira objetiva compensar o aumento de fluxo magnético:



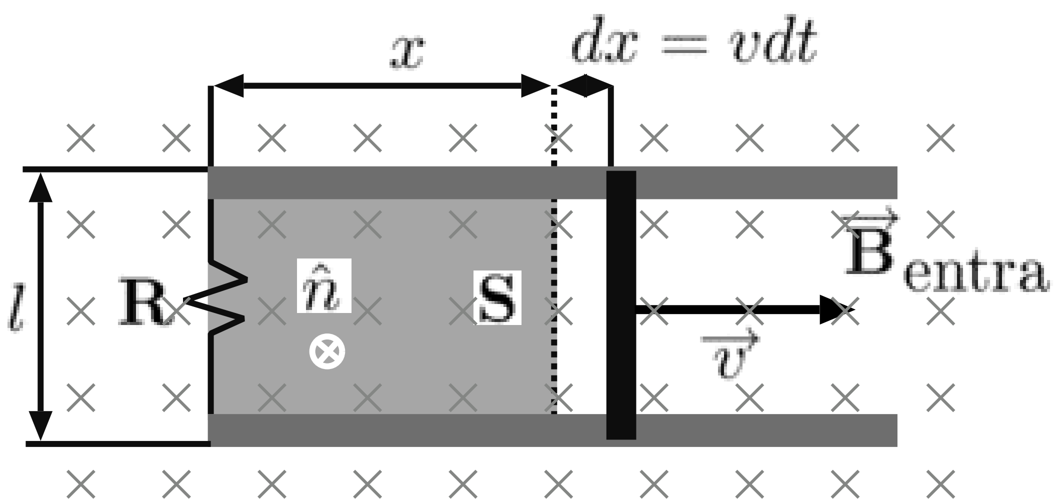


Exemplo 2 (Lei de Lenz):

O circuito abaixo é colocado em um campo magnético uniforme para dentro da do plano da imagem. A haste condutora direita se move para a direita com velocidade v. Assim, a FEM induzida correponde a B.l.v , que é o aumento de fluxo através do circuito, no sentido anti-horário, pois

$$\Phi_m = \overrightarrow{\mathbf{B}} \cdot \hat{n}\mathbf{A} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} \cdot l \cdot x$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \mathbf{B} \cdot l \frac{dx}{dt} = -\mathbf{B} \cdot l \cdot v$$



Indutância

O fluxo magnético através de um circuito está relacionado à corrente nesse circuito e às correntes dos circuitos nas vizinhanças. Considere uma bobina transportando uma corrente I. A corrente no enrolamento produz um campo magnético que varia de ponto a ponto, mas cujo valor é proporcional a I. Assim o fluxo magnético através da espira é, portanto, também proporcional à corrente:

$$\Phi_m = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}$$

As unidades de indutância no S.I. são correspondentes a $T.m^2/A$, ou Wb/A sob o nome henry (H).

Exemplo:

Encontre a auto-indutância de um solenóide com comprimento de 10cm, área $5cm^2$ e 100 voltas.

Resposta:

O fluxo magnético através de um solenóide de comprimento D e N voltas transportando corrente I é da forma

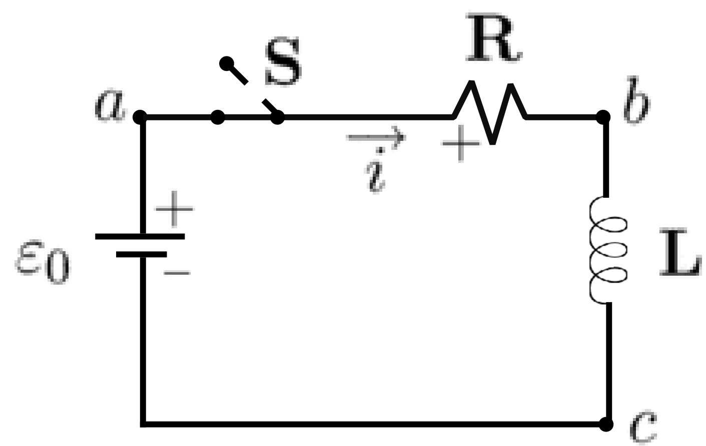
$$\Phi_m = \frac{\mu_0 \cdot \mathbf{N}^2 \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{A}}{\mathbf{D}} = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{A},$$

onde n é o número de espiras por unidade de comprimento. A partir do fluxo, tem-se

$$\begin{gathered} \mathbf{L} = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{D} \\ = (4\pi \times 10^7 \frac{\mathbf{H}}{\mathbf{m}}) \cdot (10^3 \frac{\text{voltas}^2}{m}) \cdot (5 \times 10^4 m^2) \cdot (0,1m) \\ = 6,28 \times 10^5 \mathbf{H}. \end{gathered}$$

Energia magnética

Um indutor armazena energia magnética, assim como um capacitor armazena elétrica. Considere um circuito como o da figura:



Aplicando a lei das malhas de Kirchhoff obtém-se

$$\varepsilon_0 - \mathbf{I}\cdot\mathbf{R} - \mathbf{L}\cdot\frac{d\mathbf{I}}{dt} = 0 \rightarrow \varepsilon_0\cdot\mathbf{I} = \mathbf{I}^2\cdot\mathbf{R} - \mathbf{L}\cdot\mathbf{I}\cdot\frac{d\mathbf{I}}{dt}.$$

O primeiro termo na expressão anterior corresponde à taxa na qual a energia potencial elétrica é liberada pela bateria. O primeiro do lado direito é a taxa na qual a energia potencial é liberada para o resistor. O segundo termo do lado direito é a taxa na qual a energia potencial é liberada para condutor. Assim,

$$\frac{d\mathbf{U}_m}{dt} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I} \cdot \frac{d\mathbf{I}}{dt} \rightarrow \mathbf{U}_m = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}^2$$

Ou seja, quando uma corrente é produzida em um indutor, um campo magnético é criado no espaço interno do enrolamento do indutor e se pode interpretar que a energia está armazenada no campo magnético.

Circuito RL

Um circuito como o da figura anterior é denominado RL. Conforme visto, anteriormente, a Lei das malhas de Kirchhoff provê

$$\varepsilon_0 = \mathbf{I}\cdot\mathbf{R} + \mathbf{L}\cdot\frac{d\mathbf{I}}{dt} = 0,\ \frac{d\mathbf{I}}{dt} = \frac{\varepsilon_0}{\mathbf{L}} - \frac{\mathbf{I}\cdot\mathbf{R}}{\mathbf{L}}$$

$$\mathbf{I}(t) = \frac{\varepsilon_0}{\mathbf{R}}\cdot 1 - e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\cdot t} = \mathbf{I}_f\cdot\left[1 - e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}\cdot t}\right].$$