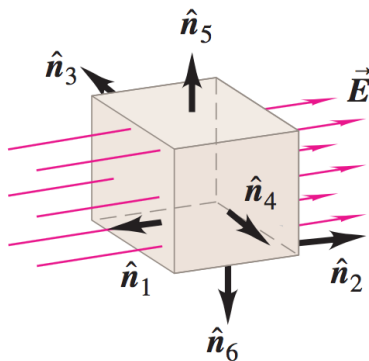


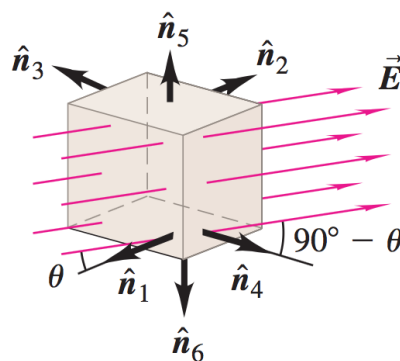
**Questão 1 (2,0 pontos)**

Um cubo de aresta  $L/2$  localiza-se em uma região de campo elétrico uniforme  $\vec{E}$ . Determine o fluxo elétrico que passa através de cada face do cubo e o fluxo total através dele quando a) (1,0 pontos) o cubo é orientado com duas de suas faces perpendiculares ao campo  $\vec{E}$ , conforme se mostra na Figura a; b) (1,0 pontos) quando gira-se o cubo um ângulo  $\theta$  como mostra a Figura b.

a)



b)



**Solução**

a) Segundo enunciado o cubo se encontra numa região de campo elétrico uniforme. Isto implica que o vetor campo tem a mesma intensidade, mesma direção e mesmo sentido em todos os pontos.

De acordo com as figuras, as seis faces do cubo ( $\hat{n}_1$  até  $\hat{n}_6$ ), que são superfícies planas, são atravessadas pelas linhas de campo elétrico. Observe que se mostram, para cada face, os vetores unitários, cujos sentidos são sempre saindo do cubo.

Observe também que o ângulo entre o campo  $\vec{E}$  e  $\hat{n}_1$  é de  $180^\circ$ . O ângulo entre o campo  $\vec{E}$  e  $\hat{n}_2$  é de  $0^\circ$  e o ângulo entre o campo  $\vec{E}$  e os demais vetores unitários é  $90^\circ$ .

Por outro lado, cada face tem  $(L/2)^2 = L^2/4$  de área, portanto o fluxo que atravessa por cada face é:

$$\begin{aligned}\Phi_{E1} &= \vec{E} \cdot \hat{n}_1 A = E(L^2/4) \cos 180 = -\frac{EL^2}{4} \\ \Phi_{E2} &= \vec{E} \cdot \hat{n}_2 A = E(L^2/4) \cos 0 = +\frac{EL^2}{4} \\ \Phi_{E3} &= \Phi_{E4} = \Phi_{E5} = \Phi_{E6} = E(L^2/4) \cos 90 = 0\end{aligned}$$

Note que o fluxo é negativo na face 1, pois  $\vec{E}$  está dirigido no sentido entrando ao cubo e, é positivo na face 2, pois  $\vec{E}$  está na direção fora do cubo. Portanto, o fluxo total que atravessa o cubo será a soma dos fluxos através das seis faces:

$$\Phi_E = \Phi_{E1} + \Phi_{E2} + \Phi_{E3} + \Phi_{E4} + \Phi_{E5} + \Phi_{E6}$$

$$\Phi_E = \frac{-EL^2}{4} + \frac{EL^2}{4} + 0 + 0 + 0 + 0$$

$$\Phi_E = 0$$

Portanto, o fluxo total de campo elétrico que atravessa o cubo é zero.

b) Segundo a figura os fluxos que atravessam as faces 1 e 3 são negativos, pois o campo  $\vec{E}$  está dirigido no sentido dessas faces. Por outro lado, o campo elétrico  $\vec{E}$  nas faces 2 e 4 se dirige para fora do cubo. Portanto, o fluxo é positivo para as faces 2 e 4. Assim temos as seguintes expressões:

$$\Phi_{E1} = \vec{E} \cdot \hat{n}_1 A = \frac{EL^2}{4} \cos(180 - \theta) = -\frac{EL^2}{4} \cos\theta$$

$$\Phi_{E2} = \vec{E} \cdot \hat{n}_2 A = +\frac{EL^2}{4} \cos\theta$$

$$\Phi_{E3} = \vec{E} \cdot \hat{n}_3 A = \frac{EL^2}{4} \cos(90 + \theta) = -\frac{EL^2}{4} \sin\theta$$

$$\Phi_{E4} = \vec{E} \cdot \hat{n}_4 A = \frac{EL^2}{4} \cos(90 - \theta) = +\frac{EL^2}{4} \sin\theta$$

$$\Phi_{E5} = \Phi_{E6} = \frac{EL^2}{4} \cos 90 = 0$$

Portanto, o fluxo total é:

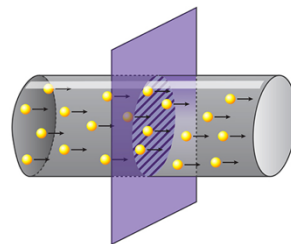
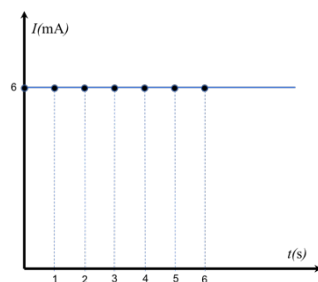
$$\Phi_E = \Phi_{E1} + \Phi_{E2} + \Phi_{E3} + \Phi_{E4} + \Phi_{E5} + \Phi_{E6} = 0$$

$$\Phi_E = -\frac{EL^2}{4} \cos\theta + \frac{EL^2}{4} \cos\theta - \frac{EL^2}{4} \sin\theta + \frac{EL^2}{4} \sin\theta + 0 + 0 = 0$$

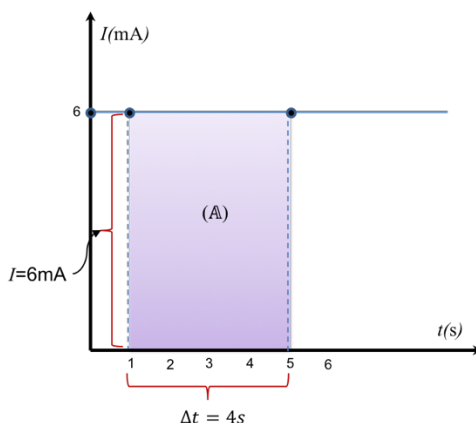
Portanto, o fluxo total de campo elétrico que atravessa o cubo é zero.

## Questão 2 (2,0 pontos)

a) (1,0 pontos) No seguinte gráfico, mostra-se como varia a intensidade de corrente elétrica em um condutor em função do tempo. Qual será a quantidade de carga que passa pela seção transversal do condutor desde  $t=1s$  até  $t=5s$ ? explique seu procedimento.



### Solução



Observe no gráfico que a intensidade de corrente não muda, ou seja, é constante. Por outro lado, por definição sabemos que num intervalo de tempo  $t$ , pela secção transversal  $S$  passará uma determinada quantidade de carga, ou seja  $I = \frac{|Q|}{\Delta t}$  logo

$$|Q| = I\Delta t$$

A representação da área ressaltada no gráfico acima, é dada por  $I\Delta t$  e esta por sua vez representa a área  $|Q|$ .

Logo utilizando os valores informados no enunciado temos que  $I=6\text{mA}$  e

$$\Delta t = 5 - 1 = 4\text{s}$$

$$\text{Portanto, } |Q| = (6 \times 10^{-3}\text{A})(4\text{s}) = \mathbf{24\text{mC}}$$

Observação: No caso em que  $I$  seja variável, ou seja a corrente não ser constante, a quantidade de carga num intervalo de tempo será determinada através da área sob a curva.

- b) (1,0 pontos) Um condutor metálico ôhmico é submetido a diversas voltagens em seus terminais e mede-se a intensidade de corrente, sendo os resultados os seguintes:

$V_{AB}(\text{V})$	24	$m$	$2x$
$I(\text{A})$	$x$	8	3

- Qual a ddp correspondente a 8A?
- Qual será a intensidade de corrente através do condutor quando a ddp nos terminais do condutor for 20V?
- Qual a potência dissipada no caso da ddp ser de  $x$ .Volts?

### Solução

- i) Sabemos que em um condutor ôhmico a resistência sempre é constante ou seja  $R = \frac{V_{AB}}{I}$   
Logo, determinemos o valor de “x” com os valores informados na tabela:

$$R = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{24}{x} = \frac{m}{8} = \frac{2x}{3}$$
$$x^2 = 36 \Rightarrow x=6\text{A}$$

Agora iremos calcular o valor da resistência mediante:  $R = \frac{24}{x} = \frac{24\text{V}}{6\text{A}} = 4\Omega$ .

Por fim, com os valores encontrados, linhas acima, determinamos a ddp correspondente a 8A:

$$V = (8\text{A})(4\Omega) = \mathbf{32\text{V}}$$

- ii) Aplicando a Lei de Ohm para determinar a intensidade de corrente elétrica temos:

$$I = V_{AB}/R$$

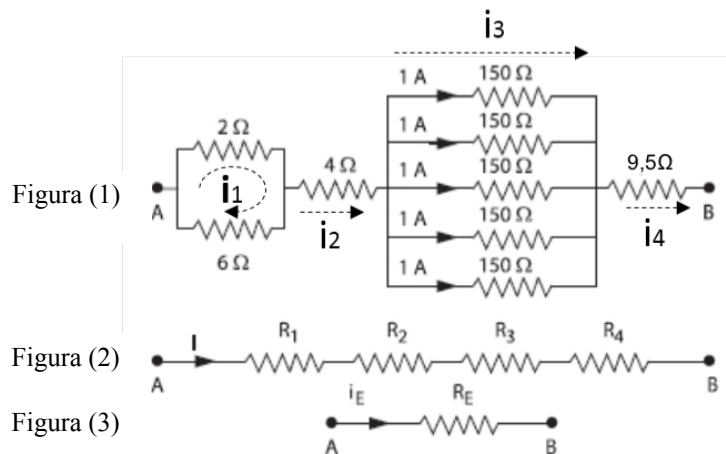
Observe que o enunciado informa o valor da ddp nos terminais  $V_{AB} = 20V$ . Portanto a corrente através do condutor será  $I = \frac{20V}{4\Omega} = 5A$

- iii) Para determinar a potência dissipada no caso da ddp ser xVolts basta aplicar a igualdade  $P = V_x I = \frac{V_x^2}{R}$ , mas observe que a resistência é sempre constante e seu valor é de  $r=4\Omega$ , então a generalização da potência dissipada é  $P = \frac{x^2 \text{Volts}}{4}$

### Questão 3 (2,0 pontos)

Um circuito está formado por 4 partes em série. A primeira compreende dois resistores em paralelo, cujas resistências são  $2\Omega$  e  $6\Omega$  respectivamente. A segunda é um resistor de  $4\Omega$ . A terceira está composta por 5 lâmpadas em paralelo, sendo  $150\Omega$  a resistência de cada. O quarto corresponde a um fio de resistência  $9,5\Omega$ . Se a intensidade da corrente em cada lâmpada é  $1A$  determine: (a) Qual a corrente principal do circuito? (b) Qual o potencial aplicado? (c) Qual a potência dissipada pelo resistor de  $6\Omega$ ?

### Solução



- (a) Conforme a primeira figura (1), observe que, devido à configuração do circuito, a resistência equivalente poderá ser calculada por meio da figura (2), onde os resistores estão em série. Logo, observe-se que a corrente que passa entre os terminais A e B é  $I = i_1 = i_2 = i_3 = i_4$

Segundo a primeira de lei de Kirchhoff em um nó, a soma das correntes elétricas que entram é igual à soma das correntes que saem. Nesse sentido, note-se que a corrente  $i_2 = i_3 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5A$

Portanto, a corrente principal do circuito é **5A**

- (b) Para calcular o potencial entre os terminais A e B, basta determinar o valor da resistência equivalente  $R_E$ , conforme mostrado na figura (2) e (3).

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2} \Omega$$

$$\frac{1}{R_3} = 5 \left( \frac{1}{150} \right) \Rightarrow R_3 = 30 \Omega$$

$$R_E = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \frac{3}{2} + 4 + 30 + 9,5 = 45 \Omega$$

Finalmente, o potencial é  $V_e = IR_E = (5)(45) = \mathbf{225V}$

(c) Sabemos que a potência dissipada, em um condutor (resistor), é dissipada como energia térmica. Portanto, para determinar a potência dissipada pelo resistor de  $6\Omega$  devemos considerar :

- Resistência equivalente da malha do resistor  $6\Omega$ :

$$R'_{eq} = \frac{6 \times 2}{6 + 2} = 1,5\Omega$$

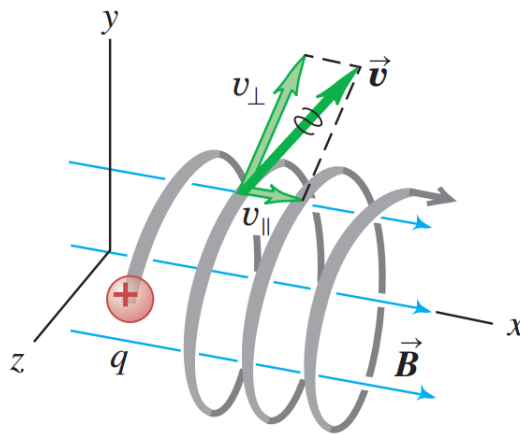
- Potencial entre as terminais da malha do resistor  $6\Omega$ :

$$V'_{eq} = i_{total} R'_{eq} = 5A \times 1,5\Omega = 7,5V$$

- Por fim, a potência dissipada no resistor  $6\Omega$  será:

$$P_{6\Omega} = \frac{(V'_{eq})^2}{R_{6\Omega}} = \frac{(7,5V)^2}{6\Omega} = \mathbf{9,375Watts}$$

**Questão 4 (2,0 pontos)** Em uma situação como é mostrado na figura abaixo, a partícula carregada corresponde a um próton ( $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) e o campo magnético uniforme está dirigido ao longo do eixo  $x$  com magnitude de  $0,80 \text{ T}$ . Somente a força magnética atua sobre o próton. Em  $t=0$ , o próton tem componentes de velocidade  $v_x = 1,75 \times 10^5 \text{ m/s}$ ,  $v_y = 0$  e  $v_z = 2,25 \times 10^5 \text{ m/s}$ . a) (1,0 pontos) Em  $t=0$ , determine a força sobre o próton e sua aceleração. b) (1,0 pontos) Encontre o raio da trajetória helicoidal, a rapidez angular do próton e o avance da hélice (distância percorrida ao longo do eixo da hélice em cada revolução).



### Solução

Conforme o enunciado, observe-se que a componente paralela da velocidade do próton (ao longo de  $x$ ) dá origem a um movimento de translação. A componente perpendicular (no plano  $y$ - $z$ ) origina um movimento circular uniforme (de rotação). Logo a sobreposição destes dois movimentos resulta em uma trajetória helicoidal.

a) Nesse cenário, a força está dada por  $F = q\vec{v} \times \vec{B}$ .

Como  $V_y = 0$ , o vetor velocidade é  $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_z\hat{k}$ . Lembrando que  $\hat{i} \times \hat{i} = 0$  e  $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

$$F = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_x\hat{i} + v_z\hat{k}) \times B\hat{i}$$

$$F = qv_zB\hat{j}$$

Substituindo temos:

$$F = (1,6 \times 10^{-19} C)(2,25 \times 10^5 m/s)(0,80 T) \hat{j}$$
$$F \cong (2,9 \times 10^{-14} N) \hat{j}$$

A aceleração pode ser calculada pela segunda Lei de Newton.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{2,9 \times 10^{-14} N}{1,67 \times 10^{-27} Kg} \hat{j} = (1,73 \times 10^{13} m/s^2) \hat{j}$$

Observe que a força é muito pequena e o valor da aceleração é muito grande, isto é pelo fato do próton ter massa pequena.

b) Em  $t=0$ , a componente da velocidade ( $v_z$ ) é perpendicular ao campo  $\vec{B}$ . Como a partícula carregada descreve uma órbita circular no campo magnético o **raio** estará dado por:

$$R = \frac{m v_z}{|q|B} = \frac{(1,67 \times 10^{-27} Kg)(2,25 \times 10^5 m/s)}{(1,60 \times 10^{-19} C)(0,80 T)}$$
$$R = 2,93 \times 10^{-3} m$$
$$R = 2,94 mm$$

Portanto, o raio da trajetória helicoidal é **2,94mm**.

– A **rapidez angular** está dada por:  $\omega = \frac{|q|B}{m} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} C)(0,80 T)}{(1,67 \times 10^{-27} Kg)} \cong 7,7 \times \frac{10^7 rad}{s}$

Portanto, a rapidez angular do próton é  **$7,7 \times 10^7 rad/s$**

– Finalmente, o **avanço da hélice** é a distância percorrida ao longo do eixo da hélice em cada revolução. Nesse sentido, antes devemos determinar o tempo gasto para dar uma volta completa, ou seja, o período de revolução:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7,7 \times 10^7 rad/s} \cong 0,82 \times 10^{-7} s$

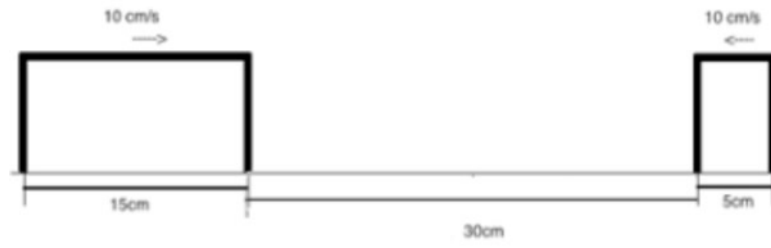
Logo, o avanço será  $v_x T$ , ou seja  $\left(1,75 \times \frac{10^5 m}{s}\right)(0,82 \times 10^{-7} s) \cong$  **14,4mm**

Note que o avanço da hélice é maior ao raio da trajetória helicoidal. Ou seja, a trajetória helicoidal está mais esticada do que aparece na figura.

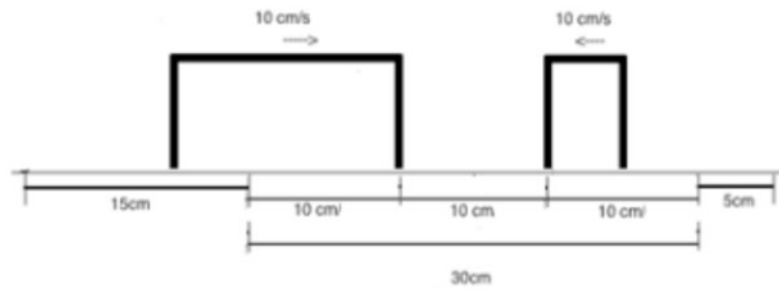
**Questão 5 (2,0 pontos)** Dois pulsos de onda retangulares se deslocam em sentidos opostos ao longo de uma corda. Para  $t=0$ , os dois pulsos são mostrados na figura abaixo. Faça o diagrama para as funções de onda para  $t=1s$ ;  $1,5s$ ; **1,75s**;  $2s$ ; **2,25s**;  $2,5s$  e  $3s$ .

**Solução**

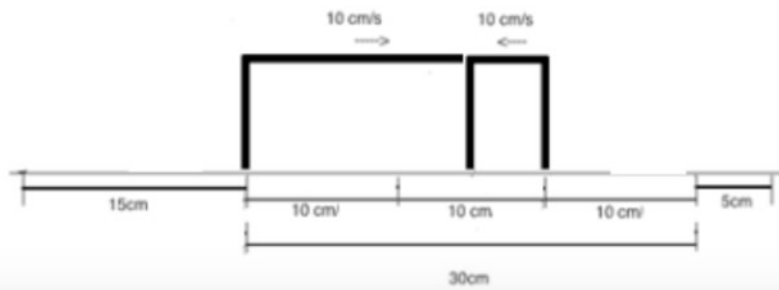
$t=0s$



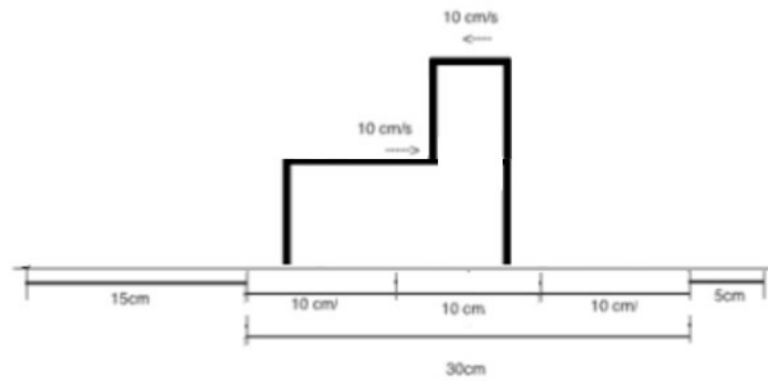
$t=1s$



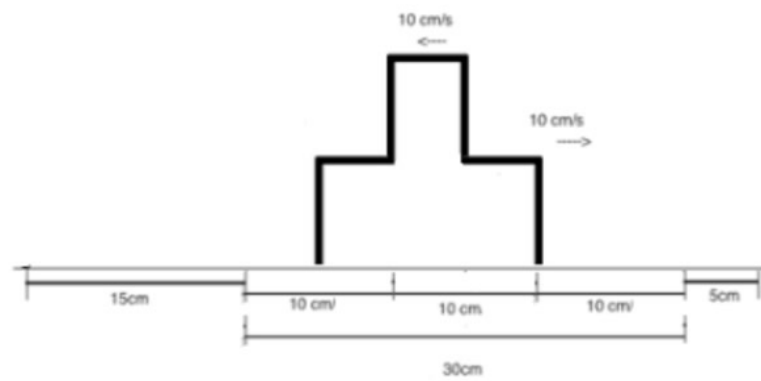
$t=1,5s$



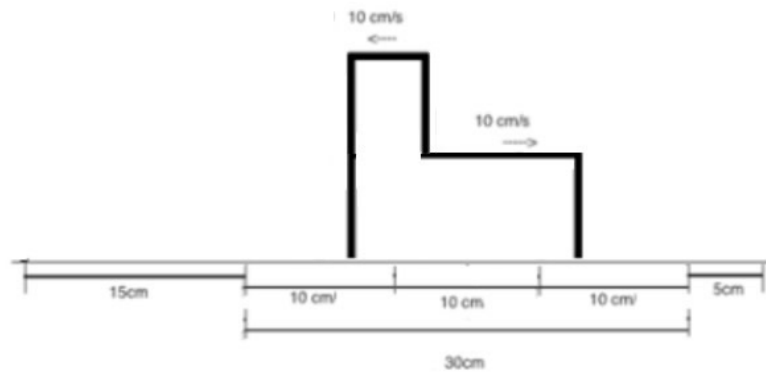
$t=1,75s$



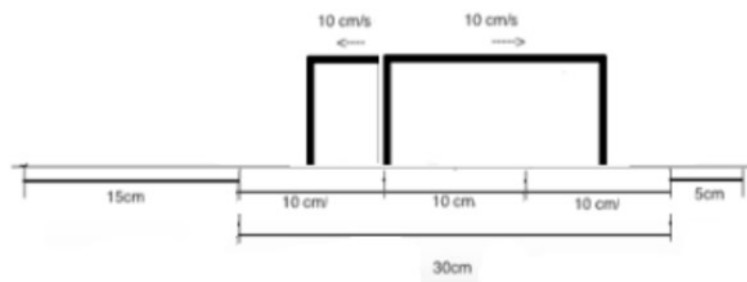
$t=2s$



$t=2,25s$



$t=2,5s$



$t=3s$

