

Quando uma linha de transmissão de energia de alta tensão precisa de reparos, uma empresa de serviços públicos não pode simplesmente parar seu funcionamento, pois do contrário uma cidade poderia ficar sem luz. Assim sendo, os reparos têm de ser feitos com as linhas eletricamente "quentes". O homem na fotografia colocou, manualmente, um espaçador entre as linhas de 500 kW, procedimento que requer considerável habilidade. Por que, exatamente, o potencial destas linhas de transmissão é tão alto? Surpreendentemente, a corrente ao longo das linhas, embora letal, não é muito grande. Não deveria sê-lo?*

36-1 Por Que Estudar Corrente Alternada?

A maioria das casas e repartições são providas de fiação elétrica que conduz **corrente alternada (ca)**, isto é, corrente cujo valor varia senoidalmente com o tempo, trocando de sentido (mais comumente) 120 vezes por segundo. À primeira vista, pode parecer um procedimento estranho.

*O método de restauração de linhas de alta voltagem, mostrado na fotografia de abertura deste capítulo, foi patenteado por Scott H. Yenzer e está autorizado a ser usado exclusivamente pela companhia Haverfield Corporation of Miami, Florida. Quando um restaurador de linhas se aproxima de uma delas, o campo elétrico ao redor da linha, faz com que seu corpo fique aproximadamente com o mesmo potencial da linha. Para igualar os dois potenciais, ele estende um "bastão" condutor até a linha. Para não ser eletrocutado, ele tem de estar isolado de qualquer coisa ligada eletricamente à terra. Para que seu corpo fique num único potencial — igual ao da linha em que está trabalhando — ele usa roupa, capuz e luvas condutores, todos eletricamente ligados à linha através do bastão.

Vimos que a velocidade escalar de deriva dos elétrons de condução num fio condutor é cerca de 4×10^{-5} m/s. Se, agora, invertermos seus sentidos a cada intervalo de $1/120$ do segundo, estes elétrons poderiam mover-se apenas 3×10^{-7} m, na metade de um ciclo. Com esta taxa, um elétron típico mover-se-ia passando por não mais do que aproximadamente dez átomos da rede cristalina do cobre antes que fosse forçado a inverter o sentido do movimento. Como, então, o elétron poderia vir a alcançar qualquer parte do fio?

Embora o fato possa ser embaraçoso, não implica preocupação. Os elétrons de condução não têm que "alcançar qualquer parte do fio". Quando dizemos que a corrente que percorre um fio é igual a um ampère, significa que os portadores de carga atravessam qualquer plano ortogonal ao fio na taxa de um coulomb por segundo. A velocidade escalar com que os portadores atravessam esse plano não entra

diretamente neste cálculo; um ampère pode corresponder a muitos portadores de carga se movendo lentamente ou a poucos se movendo rapidamente. Além disso, o sinal que obriga os elétrons a inverterem seus sentidos de movimento — que resulta da fem alternada fornecida pelo gerador — propaga-se ao longo do fio a uma velocidade escalar próxima à da luz. Todos os elétrons, independentemente de onde estejam localizados, recebem este sinal que os obriga à mudança de sentido praticamente no mesmo instante. Finalmente, notamos que em muitos dispositivos, tais como lâmpadas ou torradeiras elétricas, não interessa o sentido do movimento dos elétrons e sim que estejam em movimento e desse modo transferindo energia ao dispositivo.

Uma das principais vantagens da corrente alternada é a seguinte: *à medida que a corrente se alterna, o campo magnético que circunda o condutor também se alterna*. Tal fato torna possível a utilização da lei da indução de Faraday, que, entre outras coisas, nos permite aumentar ou diminuir, à vontade, o valor de uma diferença de potencial alternada, usando um dispositivo chamado de transformador, como veremos no final deste capítulo. Além disso, a corrente alternada é mais adequada para o uso em máquinas rotativas, tais como geradores e motores, do que a **corrente contínua (cc)**. Por exemplo, girando-se uma bobina num campo magnético externo, como na Fig. 36-1, a fem induzida na bobina é alternada. Extrair uma diferença de potencial alternada de uma bobina e, a seguir, transformá-la numa diferença de potencial de intensidade e polaridade constantes para que possa suprir um sistema de distribuição de energia de corrente contínua, tem sido um desafio para a engenharia.

As fems alternadas e as correntes alternadas geradas por elas são fundamentais, não apenas para os sistemas de geração e distribuição de energia, mas também para o rádio, a televisão, a comunicação através de satélites, para os computadores e para um grande número de situações que caracterizam nosso estilo moderno de vida.

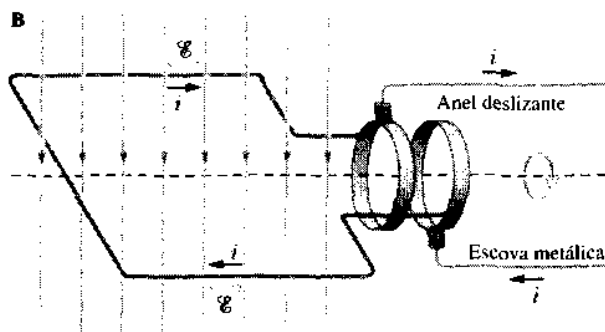


Fig. 36-1 O princípio básico de um gerador de corrente alternada consiste na rotação de uma bobina num campo magnético externo. Na prática, a fem induzida alternada numa bobina de muitas espiras pode ser coletada por meio de anéis deslizantes, associados ao eixo em rotação, cada um ligado a um dos terminais de enrolamento e eletricamente por meio de uma escova metálica (contra a qual ele desliza) ao resto do circuito elétrico.

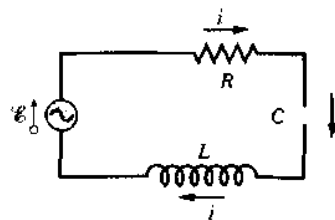


Fig. 36-2 Um circuito de malha simples contendo um resistor, um capacitor e um indutor. Um gerador, representado por uma linha ondulada envolvida por uma circunferência, cria uma fem alternada que estabelece uma corrente alternada.

36-2 Plano de Estudos para este Capítulo

Na Seção 35-6, vimos que, quando uma fem alternada dada por

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (36-1)$$

é aplicada a um circuito, como aquele da Fig. 36-2, uma corrente alternada dada por

$$i = I \sin (\omega t - \phi) \quad (36-2)$$

é estabelecida no circuito.* Exatamente como nos circuitos de corrente contínua, a corrente alternada i , no circuito da Fig. 36-2, num dado instante, tem o mesmo valor em todas as partes do circuito (de malha única). Além disso, a frequência angular ω da corrente na Eq. 36-2 é necessariamente a mesma frequência angular do gerador que aparece na Eq. 36-1.

As características básicas da fem alternada fornecida pelo gerador são sua amplitude \mathcal{E}_m e sua frequência angular ω . As características básicas do circuito da Fig. 36-2 são a resistência R , a capacitância C e a indutância L . As características básicas da corrente alternada dada pela Eq. 36-2 são sua amplitude I e sua constante de fase ϕ . Nosso objetivo neste capítulo pode ser resumido como segue:

DADOS	DETERMINAR
Para o gerador: \mathcal{E}_m e ω	I e ϕ
Para o circuito: R , C e L	

Em vez de determinarmos I e ϕ resolvendo a equação diferencial relativa ao circuito da Fig. 36-2, usaremos um método geométrico: o método dos *fasores*.

*Neste capítulo, as letras minúsculas, como a letra i , representam valores instantâneos de grandezas variáveis no tempo e as letras maiúsculas, como I , representam as amplitudes correspondentes.

36-3 Três Circuitos Simples

Vamos simplificar o problema sugerido pela Fig. 36-2, considerando inicialmente três circuitos simples, cada um contendo o gerador de corrente alternada e somente um outro elemento R , C ou L . Começamos com R .

Um Circuito Resistivo

A Fig. 36-3a mostra um circuito contendo um elemento resistivo e o gerador de corrente com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, temos:

$$\mathcal{E} - v_R = 0.$$

Usando a Eq. 36-1, obtemos

$$v_R = \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Como a amplitude V_R da diferença de potencial (ou **voltagem**) através do resistor é igual à amplitude \mathcal{E}_m da fem alternada, podemos escrever a equação anterior como

$$v_R = V_R \sin \omega t. \quad (36-3)$$

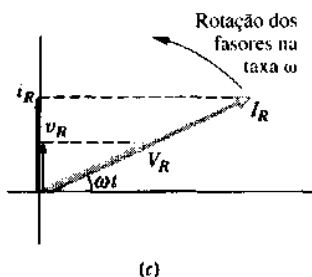
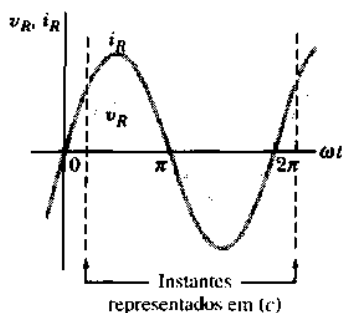
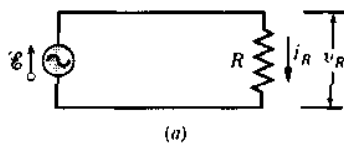


Fig. 36-3 (a) Um resistor está ligado a um gerador de corrente alternada. (b) A corrente e a diferença de potencial através do resistor estão em fase. (c) Um diagrama de fasores mostra o mesmo fato que (b).

Usando a definição de resistência também podemos escrever

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega t = I_R \sin \omega t. \quad (36-4)$$

Comparando este resultado com a Eq. 36-2, vemos que, neste caso de uma carga puramente resistiva, a constante de fase vale $\phi = 0^\circ$. Da Eq. 36-4, vemos também que, a amplitude de voltagem e a amplitude de corrente estão relacionadas por

$$V_R = I_R R \quad (\text{resistor}) \quad (36-5)$$

Embora tenhamos obtido esta relação para o circuito da Fig. 36-3a, ela se aplica a um resistor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-3 e 36-4 mostra que as grandezas variáveis no tempo v_R e i_R estão em fase, significando que seus máximos correspondentes ocorrem ao mesmo tempo. Na Fig. 36-3b, os gráficos de $v_R(t)$ e $i_R(t)$ ilustram este fato.

A Fig. 36-3c mostra um método geométrico útil de analisarmos a mesma situação, o método dos **fasores**. Os fasores são, em essência, vetores girantes. Os dois fasores giram no sentido anti-horário, em torno da origem, com frequência angular ω . O comprimento de um fasor é proporcional à amplitude da grandeza alternada envolvida, isto é, a V_R ou a I_R . A projeção de um fasor sobre o eixo vertical é proporcional ao valor instantâneo dessa grandeza alternada, isto é, a v_R ou a i_R , para um dado valor instantâneo do ângulo de fase ωt . Na Fig. 36-3c, os fasores estão ao longo da mesma linha indicando que as grandezas v_R e i_R estão em fase. Acompanhe a rotação dos fasores nesta figura e convença-se de que ela descreve completa e corretamente as Eqs. 36-3 e 36-4.

Um Circuito Capacitivo

A Fig. 36-4a mostra um circuito contendo um capacitor e o gerador com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, a diferença de potencial através do capacitor é

$$v_C = V_C \sin \omega t, \quad (36-6)$$

onde V_C é a amplitude da voltagem através do capacitor. Da definição de capacitância podemos também escrever

$$q_C = C v_C = C V_C \sin \omega t. \quad (36-7)$$

Contudo, não estamos interessados na carga e sim na corrente. Assim sendo, derivando a Eq. 36-7, obtemos

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega C V_C \cos \omega t. \quad (36-8)$$

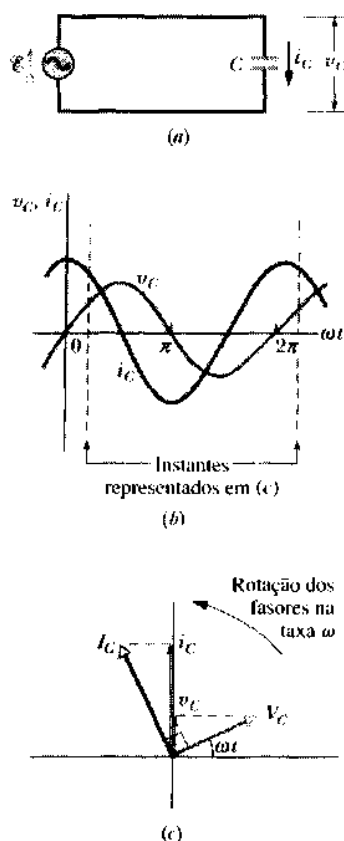


Fig. 36-4 (a) Um capacitor está ligado a um gerador de corrente alternada. (b) A diferença de potencial através do capacitor está atrasada em 90° em relação à corrente. (c) Um diagrama de fasores mostra a mesma situação.

Vamos, agora, com duas modificações, reescrever a Eq. 36-8. Inicialmente, por razões de simetria de notação, introduzimos a grandeza X_C , chamada de **reatância capacitiva** do capacitor, definida como

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (\text{reatância capacitiva}); \quad (36-9)$$

seu valor depende não apenas da capacitância, mas também da frequência angular ω na qual o capacitor está funcionando. De acordo com a definição da constante de tempo capacitiva ($\tau = RC$), vemos que a unidade SI de capacitância pode ser expressa em segundo/ohm. A aplicação deste resultado na Eq. 36-9 mostra que a unidade SI de X_C é o *ohm*, a mesma unidade da resistência.

A segunda modificação da Eq. 36-8 é obtida da identidade trigonométrica,

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ).$$

Podemos verificar facilmente esta identidade, expandindo seu lado direito de acordo com a fórmula para $\sin(\alpha + \beta)$ listada no Apêndice G.

Com estas duas modificações, a Eq. 36-8 passa a ser escrita

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega t + 90^\circ) \\ = I_C \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (36-10)$$

A comparação das Eqs. 36-10 e 36-2 mostra que, neste caso de carga puramente capacitiva, a constante de fase vale $\phi = -90^\circ$. Da Eq. 36-10, vemos também que, a amplitude de voltagem e a amplitude de corrente estão relacionadas por

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{capacitor}). \quad (36-11)$$

Embora tenhamos obtido esta relação para o circuito da Fig. 36-4a, ela se aplica a um capacitor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-6 e 36-10, ou a inspeção da Fig. 36-4b, mostra que as grandezas v_C e i_C estão defasadas em 90°, ou seja, em um quarto de ciclo. Além disso, vemos que i_C está avançada em relação a v_C , ou seja, acompanhando-se as variações temporais da corrente i_C e da diferença de potencial v_C no circuito da Fig. 36-4a, percebemos que o máximo de i_C ocorre um quarto de ciclo *antes* do máximo de v_C .

Esta relação entre i_C e v_C é mostrada com igual clareza no diagrama de fasores da Fig. 36-4c. À medida que os fasores representativos destas duas grandezas giram no sentido anti-horário, vemos que o fasor I_C está realmente adiantado em relação ao fasor V_C , e por um ângulo de 90°. Isto é, o fasor I_C coincide com o eixo vertical um quarto de ciclo antes que o fasor V_C coincida. Convença-se de que o diagrama de fasores da Fig. 36-4c tem consistência com as Eqs. 36-6 e 36-10.

Um Circuito Indutivo

A Fig. 36-5a mostra um circuito contendo um elemento indutivo e o gerador com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, podemos escrever

$$v_L = V_L \sin \omega t, \quad (36-12)$$

onde V_L é a amplitude da voltagem através do indutor. Da definição de indutância podemos também escrever

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (36-13)$$

Combinando-se estas duas equações temos

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega t. \quad (36-14)$$

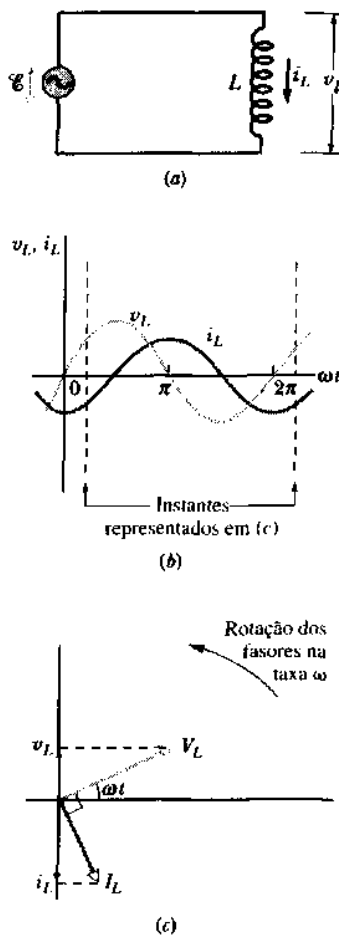


Fig. 36-5 (a) Um indutor está ligado a um gerador de corrente alternada. (b) A diferença de potencial através do indutor está adiantada em 90° em relação à corrente. (c) Um diagrama de fasores mostra a mesma coisa.

Contudo, estamos interessados na corrente e não na sua derivada temporal. Assim sendo, integrando a Eq. 36-14, obtemos

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \sin \omega t \, dt$$

$$= -\left(\frac{V_L}{\omega L}\right) \cos \omega t. \quad (36-15)$$

Aqui também, com duas modificações, vamos reescrever esta equação. Inicialmente, por questões de simetria de notação, introduzimos a grandeza X_L , denominada de **reatância indutiva** e definida como

$$X_L = \omega L \quad (\text{reatância indutiva}) \quad (36-16)$$

Ela depende da frequência angular ω de operação. É fácil verificar que a unidade SI de X_L é o *ohm*, a mesma unidade de X_C e de R .

A segunda modificação da Eq. 36-15 é obtida da identidade trigonométrica,

$$-\cos \omega t = \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Podemos verificar esta identidade, expandindo seu lado direito de acordo com a fórmula para $\sin(\alpha - \beta)$ dada no Apêndice G.

Com estas duas modificações, a Eq. 36-15 passa a ser escrita

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$= I_L \sin(\omega t - 90^\circ). \quad (36-17)$$

Por comparação com a Eq. 36-2 vemos que, neste caso de carga puramente indutiva, a constante de fase vale $\phi = +90^\circ$. Da Eq. 36-17, vemos também que, a amplitude de corrente e a amplitude de tensão estão relacionadas por

$$V_L = I_L X_L \quad (\text{indutor}). \quad (36-18)$$

Embora tenhamos obtido a Eq. 36-18 para o circuito específico da Fig. 36-5a, ela se aplica a um indutor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-12 e 36-17, ou a inspeção da Fig. 36-5b, mostra que as grandezas i_L e v_L estão defasadas em 90°. Neste caso, entretanto, i_L está atrasada em relação a v_L . Isto é, acompanhando-se as variações temporais da corrente i_L e da diferença de potencial v_L no circuito da Fig. 36-5a, verificamos que o máximo de i_L ocorre um quarto de ciclo depois do máximo de v_L .

Tabela 36-1
Relações de Fase e de Amplitude para Correntes e Tensões Alternadas

Elemento de Circuito	Símbolo	Impedância*	Fase da Corrente	Ângulo de Fase ϕ	Relação entre Amplitudes
Resistor	R	R	Em fase com v_R	0°	$V_R = IR$
Capacitor	C	X_C	Avançada 90° sobre v_C	-90°	$V_C = IX_C$
Indutor	L	X_L	Atrasada 90° sobre v_L	$+90^\circ$	$V_L = IX_L$

*Como veremos, *impedância* é um termo geral que abrange a resistência e a reatância.

O diagrama de fasores da Fig. 36-5c também contém esta informação. À medida que os fasores giram na figura, vemos que o fasor I_L está realmente atrasado em relação ao fasor V_L e por um ângulo de 90° . Convença-se de que o diagrama de fasores da Fig. 36-5c representa as Eqs. 36-12 e 36-17.

A Tabela 36-1 resume as relações entre a corrente i e a voltagem v para cada um dos três tipos de elementos de circuito.

EXEMPLO 36-1 Na Fig. 36-4a seja $C = 15,0 \mu\text{F}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = V_C = 36,0 \text{ V}$.

a. Determine a reatância capacitiva X_C .

Solução Da Eq. 36-9, temos

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{(2\pi)(60,0 \text{ Hz})(15,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 177 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Note que uma reatância capacitiva, embora seja medida em ohms, não é uma resistência e sim uma grandeza definida pela Eq. 36-9.

b. Determine a amplitude de corrente I_C neste circuito.

Solução Da Eq. 36-11 (veja também a Tabela 36-1), temos

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{36,0 \text{ V}}{177 \Omega} = 0,203 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

Embora uma reatância não seja uma resistência, a reatância capacitiva desempenha para um capacitor o mesmo papel que o da resistência para um resistor. Note também que, dobrando-se a frequência, a reatância capacitiva cai para a metade de seu valor e a amplitude de corrente dobra. Para capacitores, quanto maior a frequência, menor a reatância.

EXEMPLO 36-2 Na Fig. 36-5a, seja $L = 230 \text{ mH}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = V_L = 36,0 \text{ V}$.

a. Determine a reatância indutiva X_L .

Solução Da Eq. 36-16

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi f L = (2\pi)(60,0 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) \\ &= 86,7 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Determine a amplitude de corrente I_L no circuito.

Solução Da Eq. 36-18,

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36,0 \text{ V}}{86,7 \Omega} = 0,415 \text{ A} \quad (\text{Resposta})$$

Note que dobrando-se a frequência, a reatância indutiva dobra e a amplitude de corrente é reduzida à metade. Para indutores, quanto maior a frequência, maior a reatância.

36-4 O Circuito em Série RLC

Estamos agora em condições de resolver o problema proposto pela Fig. 36-2, em que a fem alternada aplicada é

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (\text{fem aplicada}) \quad (36-19)$$

e a corrente alternada resultante é

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \quad (\text{corrente alternada}) \quad (36-20)$$

Nossa tarefa, lembremos, é determinar a amplitude de corrente I e a constante de fase ϕ . Inicialmente aplicamos a lei das malhas ao circuito da Fig. 36-2, obtendo-se

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L. \quad (36-21)$$

Esta relação envolvendo quatro grandezas variáveis no tempo é válida a todo instante.

Consideremos agora o diagrama de fasores da Fig. 36-6a. Ele mostra, num instante arbitrário, a corrente alternada ainda desconhecida. Seu valor máximo I , sua fase $(\omega t - \phi)$ e seu valor instantâneo i estão todos indicados. Lembremos que, embora as diferenças de potencial através dos elementos do circuito na Fig. 36-2 estejam todas variando no tempo com fases diferentes, a corrente i é comum a todos os elementos; num circuito em série, existe uma única corrente.

De acordo com as relações de fase resumidas na Tabela 36-1, podemos desenhar a Fig. 36-6b, em que mostramos também os três fasores representando as voltagens através dos três elementos do circuito R , C e L no instante considerado (o instante em que a fase é $\omega t - \phi$). Como vimos, a corrente está em fase com v_R , avançada de 90° sobre v_C e atrasada de 90° sobre v_L .

Note que a soma algébrica das projeções dos fasores V_R , V_C e V_L sobre o eixo vertical é exatamente o lado direito da Eq. 36-21. Esta soma de projeções deve ser igual ao lado esquerdo desta equação; isto é, ela deve ser igual a \mathcal{E} , a projeção do fasor \mathcal{E}_m .

Nas operações vetoriais, a soma (algébrica) das projeções de um conjunto de vetores sobre um dado eixo é igual à projeção sobre este eixo da soma (vetorial) desses vetores. Segue que o fasor \mathcal{E}_m é igual à soma (vetorial) dos fasores V_R , V_C e V_L , conforme é mostrado na Fig. 36-6c. A figura também mostra o ângulo de fase ϕ , a diferença de fase entre a corrente e a fem aplicada que aparece na Eq. 36-2 (e na Eq. 36-20).

Na Fig. 36-6c, notamos que o fasor diferença $V_L - V_C$ é perpendicular a V_R . Notamos também que

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2.$$

De acordo com as relações de amplitude mostradas na Tabela 36-1, a expressão acima pode ser escrita como

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2,$$

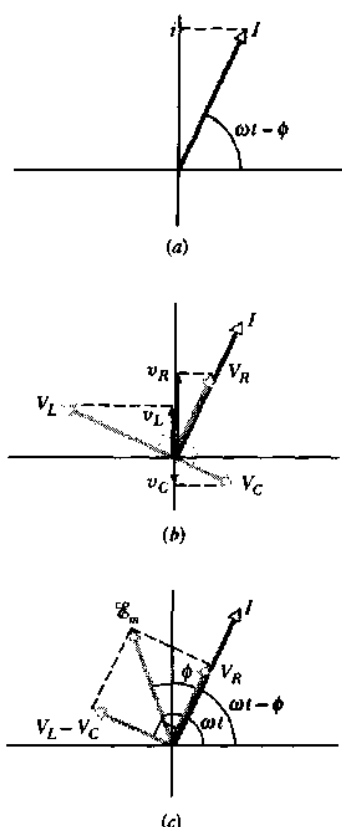


Fig. 36-6 (a) Um fasor representando a corrente alternada no circuito RLC da Fig. 36-2. A amplitude I , o valor instantâneo i e a fase $(\omega t - \phi)$ são mostrados. (b) O fasor de (a) e os fasores representando as diferenças de potencial alternada através do resistor, do capacitor e do indutor. Note suas diferenças de fase em relação à corrente alternada. (c) Os fasores de (b) com um fasor representando a fem alternada.

que nos permite concluir que

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (36-22)$$

O denominador na Eq. 36-22 é chamado de **impedância** Z do circuito para a frequência considerada; isto é,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{definição de impedância}) \quad (36-23)$$

Podemos, então, escrever a Eq. 36-22 como

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}. \quad (36-24)$$

Substituindo-se X_C e X_L por suas expressões dadas pelas Eqs. 36-9 e 36-16, podemos escrever a Eq. 36-22 mais explicitamente como

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (\text{amplitude da corrente}). \quad (36-25)$$

Esta relação é a metade da solução do problema proposto na Seção 36-2. Ela nos dá a amplitude I da corrente da Eq. 36-2 em termos de \mathcal{E}_m , ω , R , C e L .

A Eq. 36-25 é essencialmente a equação das curvas de ressonância da Fig. 35-6. A inspeção da Eq. 36-25 mostra que o valor máximo de I ocorre quando

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{ressonância}).$$

Esta é precisamente a condição de ressonância que discutimos em conexão com a Fig. 35-6. O valor de I na ressonância é, como vemos da Eq. 36-25, exatamente \mathcal{E}_m/R . Este resultado concorda com a Fig. 35-6, em que verificamos que o máximo de ressonância aumenta quando a resistência do circuito diminui.

A Constante de Fase

Falta encontrarmos uma expressão equivalente para a constante de fase ϕ da Eq. 36-2. Da Eq. 36-6c e da Tabela 36-1, podemos escrever

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

ou

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}). \quad (36-26)$$

Resolvemos, assim, a segunda metade do nosso problema; expressamos ϕ em termos de ω , R , C e L . Note que \mathcal{E}_m não está envolvida neste caso.

Desenhemos a Fig. 36-6c arbitrariamente com $X_L > X_C$; isto é, supondo que o circuito da Fig. 36-2 seja mais indutivo do que capacitivo. O estudo da Eq. 36-22 mostra que — quanto à amplitude da corrente — não importa se $X_L > X_C$ ou $X_L < X_C$, porque a grandeza $(X_L - X_C)$ está elevada ao quadrado. Contudo, quando usamos a Eq. 36-26 para calcular a fase da corrente em relação à fem aplicada, isso se torna importante.

Dois Casos Limites

Num caso limite, podemos fazer $R = X_L = 0$ nas Eqs. 36-22 e 36-26, o que nos dá $I = \mathcal{E}_m/X_C$ e $\tan \phi = -\infty$. A interpretação física destes resultados dá conta de que o circuito é puramente capacitivo, como na Fig. 36-4a; a constante de fase ϕ é -90° , como na Fig. 36-4b, c.

Num segundo caso limite, podemos fazer $R = X_C = 0$ nas Eqs. 36-22 e 36-26, obtendo-se $I = \mathcal{E}_m/X_L$ e $\tan \phi = +\infty$. Isto corresponde a um circuito puramente indutivo, como na Fig. 36-5a, com a constante de fase ϕ de $+90^\circ$, como na Fig. 36-5b, c.

Notamos que a corrente descrita pelas Eqs. 36-20, 36-22 e 36-25 é a corrente do *estado estacionário* que se estabelece algum tempo depois da aplicação da fem alternada. Assim que a fem é aplicada a um circuito, surge uma *corrente transiente* cuja duração depende das constantes de tempo $\tau_L = L/R$ e $\tau_C = RC$. Esta corrente transiente pode ser bastante substancial e pode, por exemplo, até destruir um motor quando ele for ligado, se não a considerarmos, apropriadamente, na elaboração do projeto do circuito.

EXEMPLO 36-3 Na Fig. 36-2, considere $R = 160 \, \Omega$, $C = 15,0 \, \mu\text{F}$, $L = 230 \, \text{mH}$, $f = 60,0 \, \text{Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0 \, \text{V}$.

a. Determine a impedância Z do circuito.

Solução Nos Exemplos 36-1 e 36-2 vimos que neste circuito a reatância capacitiva X_C do capacitor é $177 \, \Omega$ e a reatância indutiva X_L do indutor é $86,7 \, \Omega$. Assim sendo, usando a Eq. 36-23, a impedância do circuito é

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(160 \, \Omega)^2 + (86,7 \, \Omega - 177 \, \Omega)^2} \\ &= 184 \, \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Determine a amplitude da corrente I .

Solução Da Eq. 36-24,

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{36,0 \, \text{V}}{184 \, \Omega} = 0,196 \, \text{A}. \quad (\text{Resposta})$$

c. Determine a constante de fase ϕ na Eq. 36-2 (ou na Eq. 36-20).

Solução Da Eq. 36-26, temos

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{86,7 \, \Omega - 177 \, \Omega}{160 \, \Omega} = -0,564.$$

Portanto,

$$\phi = \tan^{-1}(-0,564) = -29,4^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

Note que esta constante de fase negativa é consistente com a Tabela 36-1 porque $X_C > X_L$ (a carga é capacitiva).

36-5 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

No circuito RLC da Fig. 36-2, a fonte de energia é o gerador de corrente alternada. Da energia que ele fornece, parte é armazenada no campo elétrico do capacitor, parte é armazenada no campo magnético do indutor e parte é dissipada como energia térmica no resistor. No estado estacionário, a energia média armazenada no capacitor e no indutor permanece constante. A transferência líquida de energia ocorre, então, do gerador para o resistor, como mostra a Fig. 36-7, onde é transformada da forma eletromagnética para a forma térmica.

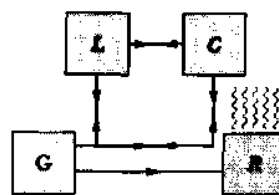


Fig. 36-7 O fluxo de energia no circuito RLC da Fig. 36-2. A energia é fornecida pelo gerador G . Durante cada metade do ciclo, o capacitor C e o indutor L recebem energia e repassam-na integralmente à outra metade. Parte desta energia oscila entre o capacitor e o indutor. Energia flui do gerador para o resistor R , onde aparece na forma térmica.

A taxa instantânea em que a energia é transformada no resistor pode ser escrita, com a ajuda das Eqs. 28-21 e 36-2, como

$$\begin{aligned} P &= i^2 R = [I \sin(\omega t - \phi)]^2 R \\ &= I^2 R \sin^2(\omega t - \phi). \end{aligned} \quad (36-27)$$

Contudo, nosso principal interesse está na taxa *média* em que a energia é transferida para o resistor; ela é obtida por meio do cálculo do valor médio da Eq. 36-27 sobre um período. A Fig. 36-8b mostra que o valor médio de $\sin^2 \theta$ num ciclo completo, onde θ é qualquer variável angular, vale exatamente $1/2$. (Note na Fig. 36-8b que as partes sombreadas acima da linha horizontal denotada pelo valor $1/2$ completam exatamente os espaços vazios abaixo desta linha.) Segue que o valor médio da Eq. 36-27 é

$$P_{\text{méd}} = \frac{1}{2} I^2 R = (I/\sqrt{2})^2 R. \quad (36-28)$$

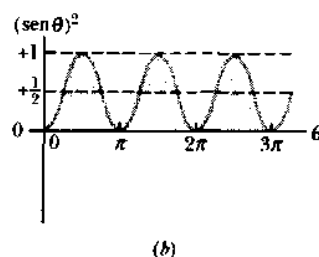
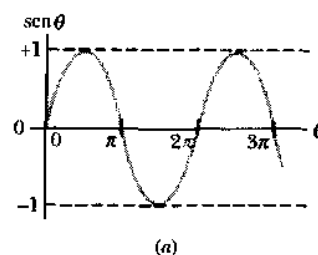


Fig. 36-8 (a) Um gráfico de $\sin \theta$ contra θ . Seu valor médio num ciclo completo é igual a zero. (b) Um gráfico de $\sin^2 \theta$ contra θ . Seu valor médio num ciclo completo é igual a $1/2$.

A grandeza $I/\sqrt{2}$ é denominada de **valor médio quadrático** da corrente i e escrevemos, no lugar da Eq. 36-28,

$$P_{\text{méd}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{potência média}). \quad (36-29)$$

A notação *rms* (iniciais de *root-mean-square*) é apropriada, como veremos a seguir. De acordo com a definição de valor médio quadrático da corrente, inicialmente *quadrados* a corrente instantânea i , obtendo $i^2 \sin^2(\omega t - \phi)$. A seguir, calculamos seu valor *médio*, obtendo-se $I^2/2$ (veja a Fig. 36-8b). Finalmente, extraímos a *raiz quadrada*, resultando $I/\sqrt{2}$, que denotamos por I_{rms} .

A Eq. 36-29 se parece muito com a Eq. 28-21 ($P = i^2 R$); concluímos que, usando-se os valores médios quadráticos para as grandezas alternadas, a taxa média de dissipação de energia será, para circuitos de corrente alternada, a mesma que para circuitos de corrente contínua com uma fem constante.

Os instrumentos para correntes alternadas, tais como amperímetros e voltmímetros, são usualmente calibrados para lerem I_{rms} , V_{rms} e \mathcal{E}_{rms} . Assim, se ligarmos um voltmímetro para corrente alternada a uma tomada elétrica doméstica e ele indicar 120 V, este será um valor médio quadrático. O valor *máximo* da diferença de potencial na tomada é de $\sqrt{2} \times (120 \text{ V})$ ou 170 V. A única razão para o uso de valores médios quadráticos em circuitos de corrente alternada é o fato de que nos permite aplicar as relações familiares de potência dos circuitos de corrente contínua (Seção 28-7).

As relações entre valores máximos e valores médios quadráticos para as três variáveis de interesse são

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \text{e} \quad \mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}. \quad (36-30)$$

Como o fator de proporcionalidade ($1/\sqrt{2}$), da Eq. 36-30, é o mesmo para as três grandezas, podemos escrever as Eqs. 36-24 e 36-22 como

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (36-31)$$

e, realmente, esta é a forma mais comumente usada.

Podemos modificar a Eq. 36-29, numa forma equivalente útil, combinando-a com a relação $I_{\text{rms}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}/Z$. Obtemos

$$P_{\text{méd}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} I_{\text{rms}} R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} (R/Z). \quad (36-32)$$

Entretanto, da Fig. 36-6c e da Tabela 36-1, vemos que R/Z é exatamente o co-seno do ângulo de fase ϕ :

$$\cos \phi = \frac{V_R}{\mathcal{E}_m} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}$$

Tabela 36-2
Potência Média Transmitida por um Gerador em Três Casos Especiais

Elemento de Circuito	Impedância Z	Constante de Fase ϕ	Fator de Potência $\cos \phi$	Potência Média $P_{\text{méd}}$
R	R	Zero	1	$\mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$
C	X_C	-90°	Zero	Zero
L	X_L	$+90^\circ$	Zero	Zero

A Eq. 36-32 passa, então, a ser escrita,

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \quad (\text{potência média}), \quad (36-33)$$

onde $\cos \phi$ é chamado de **fator de potência**. Como $\cos \phi = \cos(-\phi)$, a Eq. 36-33 independe de a constante de fase ϕ ser positiva ou negativa.

Para que a taxa de energia fornecida a um resistor, num circuito *RLC*, seja máxima, devemos manter o fator de potência $\cos \phi$ tão próximo da unidade quanto possível. Isto equivale a manter a constante de fase ϕ tão próxima de zero quanto possível. Se, por exemplo, o circuito for altamente indutivo, poderemos torná-lo menos indutivo adicionando uma capacitância ao circuito; desse modo, reduzindo-se a constante de fase e aumentando-se o fator de potência na Eq. 36-33. As empresas distribuidoras de energia elétrica, colocam capacitores por todo o sistema de transmissão para conseguir tal objetivo.

A Tabela 36-2 exemplifica o uso da Eq. 36-33 em três casos especiais em que o único elemento do circuito presente é um resistor (como na Fig. 36-3a), um capacitor (como na Fig. 36-4a) ou um indutor (como na Fig. 36-5a).

EXEMPLO 36-4 Considere novamente o circuito da Fig. 36-2 e use os mesmos dados do Exemplo 36-3, ou seja, $R = 160 \, \Omega$, $C = 15,0 \, \mu\text{F}$, $L = 230 \text{ mH}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$.

a. Determine o valor médio quadrático da fem, \mathcal{E}_{rms} .

Solução

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{rms}} &= \mathcal{E}_m / \sqrt{2} = 36,0 \text{ V} / \sqrt{2} \\ &= 25,46 \text{ V} \approx 25,5 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Determine o valor médio quadrático da corrente, I_{rms} .

Solução No Exemplo 36-3, vimos que $I = 0,196 \text{ A}$. Temos, então,

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= I / \sqrt{2} = 0,196 \text{ A} / \sqrt{2} \\ &= 0,1386 \text{ A} \approx 0,139 \text{ A}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

c. Determine o fator de potência, $\cos \phi$.

Solução No Exemplo 36-3 encontramos para a constante de fase ϕ o valor $-29,4^\circ$. Segue que,

$$\text{fator de potência} = \cos(-29,4^\circ) = 0,871 \quad (\text{Resposta})$$

d. Determine a taxa média $P_{\text{méd}}$ dissipada no resistor.

Solução Da Eq. 36-29, temos

$$P_{\text{méd}} = I_{\text{rms}}^2 R = (0.1386 \text{ A})^2 (160 \Omega) = 3.07 \text{ W.} \quad (\text{Resposta})$$

De outro modo, a Eq. 36-33 nos dá

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi = (25.46 \text{ V}) (0.1386 \text{ A}) (0.871) = 3.07 \text{ W,} \quad (\text{Resposta})$$

conforme esperávamos. Note que, para obtermos a concordância destes resultados com três algarismos significativos, usamos as correntes e as voltagens com quatro algarismos significativos. Estas precauções tomadas no arredondamento de valores não elimina o fato de que as Eqs. 36-29 e 36-33 são equivalentes.

36-6 O Transformador

Exigências para a Transmissão de Energia

Para circuitos de corrente alternada, a taxa média de dissipação de energia numa carga resistiva é dada pela Eq. 36-33:*

$$P_{\text{méd}} = IV. \quad (36-34)$$

Isto significa que, para uma dada exigência de potência, temos uma faixa de escolhas, desde uma corrente relativamente elevada I e uma diferença de potencial relativamente baixa V ou exatamente o inverso, desde que o produto IV seja o exigido.

Em sistemas de distribuição de energia elétrica é desejável por questões de segurança e de eficiência nos projetos de equipamento, lidarmos com voltagens relativamente baixas tanto na extremidade geradora (a usina de energia elétrica) como na extremidade receptora (a casa ou a fábrica). Ninguém jamais projetaria uma torradeira elétrica ou um trenzinho de criança para operar, digamos, a 10 kV. Por outro lado, na transmissão de energia elétrica desde a usina geradora até o consumidor, deseja-se ter a corrente mais baixa possível (e, assim, a maior diferença de potencial possível), para reduzir ao mínimo as perdas $I^2 R$ (muitas vezes chamadas de *perdas ôhmicas*) na linha de transmissão.

Por exemplo, uma linha de 735 kV é usada para transmitir energia elétrica desde a Usina Hidrelétrica La Grande 2 em Quebec, até Montreal, a 1.000 km de distância. Suponhamos que a corrente seja de 500 A e o fator de po-

tência próximo da unidade. Da Eq. 36-33, a energia é fornecida na taxa média de

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}I = (7,35 \times 10^5 \text{ V}) (500 \text{ A}) = 368 \text{ MW.}$$

A linha tem uma resistência por quilômetro de aproximadamente $0,220 \Omega/\text{km}$ e, assim, uma resistência total de aproximadamente 220Ω para uma extensão de 1.000 km. Nesta resistência, a energia é dissipada na taxa de

$$P_{\text{méd}} = I^2 R = (500 \text{ A})^2 (220 \Omega) = 55,0 \text{ MW.}$$

que é cerca de 15% da taxa de fornecimento.

Imagine o que aconteceria se dobrássemos a corrente e reduzíssemos a voltagem à metade. A energia seria suprida pela usina na mesma taxa anterior de 368 MW, mas agora a energia seria dissipada na taxa de

$$P_{\text{méd}} = I^2 R = (1000 \text{ A})^2 (220 \Omega) = 220 \text{ MW,}$$

que é quase 60% da taxa de fornecimento. Consequentemente, a regra geral de transmissão de energia é: transmitir na mais alta voltagem possível e na corrente mais baixa possível.

O Transformador Ideal

Esta regra conduz a uma incompatibilidade entre a exigência de transmissão eficiente em alta voltagem e a necessidade de produção e consumo em baixa voltagem, por segurança. Precisamos de um dispositivo com o qual possamos aumentar (para transmissão) e diminuir (para uso) a diferença de potencial num circuito mantendo o produto corrente \times voltagem, essencialmente constante. O **transformador** da Fig. 36-9 constitui tal dispositivo. Ele não apresenta partes móveis, opera de acordo com a lei da indução de Faraday e não possui um correspondente simples de corrente contínua.

O transformador ideal na Fig. 36-9 consiste em duas bobinas, com números diferentes de espiras, enroladas em torno de um núcleo de ferro. (As bobinas estão isoladas do núcleo.) O enrolamento primário, com N_p espiras, está ligado a um gerador de corrente alternada cuja fem \mathcal{E} é dada por

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (36-35)$$

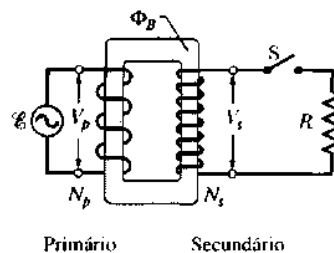


Fig. 36-9 Um transformador ideal, mostrando duas bobinas enroladas num núcleo de ferro, num circuito transformador básico.

*Nesta seção, seguindo a convenção, abandonamos o subscrito *rms* que identifica o valor médio quadrático de uma grandeza. Na prática, os engenheiros e os cientistas admitem que as correntes e as voltagens variáveis no tempo sejam descritas pelos seus valores médios quadráticos, que são os valores lidos pelos instrumentos.

O enrolamento secundário, com N_s espiras, ligado a uma carga resistiva R , é um circuito aberto enquanto a chave S estiver desligada (o que supomos, por enquanto). Não há, portanto, corrente na bobina secundária. Supomos, além disso, para este transformador ideal, que as resistências dos enrolamentos primário e secundário, bem como as perdas por histerese no núcleo de ferro, sejam desprezíveis. Transformadores de alta capacidade, bem projetados, podem ter perdas de energia de apenas 1%, de modo que nossas suposições não são absurdas.

Para as condições acima, o enrolamento primário é uma indutância pura e o circuito primário é semelhante àquele da Fig. 36-5a. Assim sendo, a corrente primária (muito pequena), também chamada de corrente de magnetização I_{mag} , está atrasada em 90° em relação à diferença de potencial primária V_p ; o fator de potência ($= \cos \phi$ na Eq. 36-33) é nulo e, portanto, nenhuma potência é transferida do gerador para o transformador.

Entretanto, a pequena corrente primária alternada I_{mag} induz um fluxo magnético alternado Φ_B no núcleo de ferro e este fluxo atravessa as espiras de enrolamento secundário. De acordo com a lei da indução de Faraday, a fem induzida por espira \mathcal{E}_{espi} é a mesma nos enrolamentos primário e secundário. Também, a voltagem em cada circuito é igual à fem induzida no circuito. Assim sendo, supondo que os símbolos representem valores médios quadráticos, podemos escrever

$$\mathcal{E}_{espi} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

ou

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) \quad (\text{transformação de voltagem}). \quad (36-36)$$

No caso de $N_s > N_p$, o transformador é chamado de *transformador elevador* porque conduz a voltagem V_p a uma voltagem maior V_s . No caso de $N_s < N_p$, ele é chamado de *transformador abaixador*.

Nas considerações anteriores, o circuito do secundário estava aberto. Portanto, nenhuma potência era transmitida através do transformador. Vamos agora fechar a chave S na Fig. 36-9, para que o enrolamento secundário fique ligado à carga resistiva R . Num caso mais geral, a carga também conteria elementos indutivos e capacitivos, mas vamos nos restringir a este caso especial.

Diversos fatos acontecem quando fechamos a chave S . (1) Uma corrente alternada I_s aparece no circuito secundário, com uma correspondente taxa de dissipação de energia $I_s^2 R (= V_s^2 / R)$ na carga resistiva. (2) Esta corrente induz seu próprio fluxo magnético alternado no núcleo de ferro e este fluxo induz (de acordo com as leis de Faraday e de Lenz) uma fem em oposição no enrolamento primário.* (3)

Contudo, a voltagem V_p do primário não pode mudar em resposta a essa fem em oposição, porque tem de ser sempre igual à fem suprida pelo gerador; o fechamento da chave S não pode mudar este fato. (4) Para manter V_p , o gerador produz agora uma corrente alternada I_p no circuito primário, de intensidade e constante de fase exatamente iguais às necessárias para cancelar a fem em oposição, gerada no enrolamento primário por I_s .

Em vez de analisarmos detalhadamente a situação complicada mencionada acima, é mais conveniente verificarmos o que ocorre globalmente, mediante a aplicação do princípio da conservação da energia. Para um transformador ideal com uma carga resistiva, o fator de potência na Eq. 36-33 é igual à unidade. Fazendo \mathcal{E} igual a V_p na Eq. 36-33, encontramos que a taxa em que o gerador transfere energia à bobina primária na Fig. 36-9 é igual a $I_p V_p$. Analogamente, a taxa em que a energia é transferida da bobina primária para a bobina secundária é igual a $I_s V_s$. Usando o princípio da conservação da energia, encontramos que

$$I_p V_p = I_s V_s.$$

Como a Eq. 36-36 é válida quer o circuito secundário da Fig. 36-9 esteja fechado ou não, temos

$$I_s = I_p \left(\frac{N_p}{N_s} \right) \quad (\text{transformação de correntes}). \quad (36-37)$$

que é a relação de transformação para correntes.

Finalmente, sabendo que $I_s = V_s / R$ e usando as Eqs. 36-36 e 36-37, obtemos

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 R},$$

que nos diz que, do ponto de vista do circuito primário, a resistência equivalente da carga não é R , mas sim

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad (\text{transformação de resistências}). \quad (36-38)$$

Casamento de Impedâncias

A Eq. 36-38 sugere ainda uma outra função para o transformador. Sabemos que, para haver transferência máxima de energia de um dispositivo de fem para uma carga resistiva, a resistência do dispositivo e a resistência da carga devem ser iguais. A mesma relação é válida para circuitos de corrente alternada, exceto que a **impedância** (em vez da resistência) do gerador deve ser igual à da carga. Frequentemente, como acontece ao ligarmos um alto-falante a um amplificador, esta condição fica longe de ser obtida, sendo o amplificador de alta impedância e o alto-falante, de baixa impedância. Podemos tornar iguais as impedâncias destes dois dispositivos, acoplando-os por meio de um

*No Cap. 33, desprezamos os efeitos magnéticos resultantes das correntes induzidas. Aqui, entretanto, o efeito magnético da corrente induzida no enrolamento secundário, além de não-desprezível, é essencial na operação do transformador.

transformador com uma adequada razão entre os números de espiras N_p/N_s .

EXEMPLO 36-5 Um transformador num poste de rede elétrica opera sob $V_p = 8,5 \text{ kV}$ no enrolamento primário e fornece energia elétrica para as casas da vizinhança sob $V_s = 120 \text{ V}$, sendo estas voltagens dadas em valores médios quadráticos. Suponha um transformador ideal, uma carga resistiva e um fator de potência igual à unidade.

a. Qual é a razão entre os números de espiras, N_p/N_s , deste transformador de redução?

Solução Da Eq. 36-36, temos

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8,5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} = 70,83 \approx 71. \quad (\text{Resposta})$$

b. A taxa média de consumo de energia nas casas servidas por este transformador, num dado intervalo de tempo, é 78 kW . Quais são os valores médios quadráticos das correntes nos enrolamentos primário e secundário do transformador?

Solução Da Eq. 36-33 (com $\cos \phi = 1$), temos

$$I_p = \frac{P_{av}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8,5 \times 10^3 \text{ V}} = 9,176 \text{ A} \approx 9,2 \text{ A} \quad (\text{Resposta})$$

$$I_s = \frac{P_{av}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

c. Qual é a carga resistiva equivalente no circuito secundário?

Solução Neste caso, temos

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650 \text{ A}} = 0,1846 \Omega \approx 0,18 \Omega. \quad (\text{Resposta})$$

d. Qual é a carga resistiva equivalente no circuito primário?

Solução Neste caso, temos

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{V_p}{I_p} = \frac{8,5 \times 10^3 \text{ V}}{9,176 \text{ A}} \\ &= 926 \Omega \approx 930 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Podemos verificar este resultado com a ajuda da Eq. 36-38, que escrevemos como

$$\begin{aligned} R_p &= (N_p/N_s)^2 R_s = (70,83)^2 (0,1846 \Omega) \\ &= 926 \Omega \approx 930 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Os dois resultados concordam plenamente.

RESUMO

Amplitude de Corrente e Fase

O problema básico numa análise de **corrente alternada (ca)** é determinar expressões para a amplitude de corrente I e o ângulo de fase ϕ em

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \quad (36-2)$$

quando uma fem dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ é aplicada a um circuito tal como o circuito série RLC da Fig. 36-2. Na Eq. 36-2, a **constante de fase** ϕ é o ângulo pelo qual a corrente está avançada ou atrasada em relação à fem aplicada.

Elementos de um Circuito Simples

A diferença de potencial alternada através de um resistor tem amplitude $V_R = IR$; a corrente está em fase com a diferença de potencial. Para um capacitor, $V_C = IX_C$, em que $X_C = 1/\omega C$ é a **reatância capacitiva**; neste caso, a corrente está avançada em 90° sobre a diferença de potencial. Para um indutor, $V_L = IX_L$, em que $X_L = \omega L$ é a **reatância indutiva**; neste caso, a corrente está atrasada em 90° sobre a diferença de potencial. Estes resultados estão resumidos na Tabela 36-1.

Fasores

Fasores são vetores girantes que constituem uma poderosa ferramenta matemática na representação de correntes e voltagens alternadas (e de outras grandezas relacionadas com fases). Representamos o valor máximo (amplitude) de qualquer grandeza alternada por uma seta que gira no sentido anti-horário, com uma frequência angular ω , em torno da origem. A projeção desta seta sobre o eixo vertical dá o valor instantâneo da grandeza associada. As correntes e as voltagens dos elementos R , L e C estão representadas por fasores nas Figs. 36-3, 36-4 e 36-5; estes três casos devem ser estudados cuidadosamente.

Circuito Série RLC

O diagrama de fasores da Fig. 36-6b, desenhado com a ajuda da Tabela 36-1, mostra a relação da diferença de fase com a corrente para os três

elementos no circuito série RLC da Fig. 36-2. A lei das malhas permite a construção do fasor associado à fem de circuito, como mostra a Fig. 36-6c. A análise desta figura nos dá

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (\text{amplitude da corrente}) \quad (36-22, 36-25)$$

e

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}). \quad (36-26)$$

Definindo a impedância Z do circuito como

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{impedância}) \quad (36-23)$$

podemos escrever a Eq. 36-22 como $I = \mathcal{E}_m/Z$.

Ressonância

A Eq. 36-25 é a equação das **curvas de ressonância** da Fig. 35-6. O pico da amplitude de corrente ocorre quando $X_C = X_L$ (a condição de ressonância). Ele tem o valor \mathcal{E}_m/R ; o ângulo de fase ϕ é zero na ressonância.

Potência

No circuito série RLC da Fig. 36-2, a **potência média** P_{med} do gerador é liberada para o resistor, onde aparece como energia térmica:

$$\begin{aligned} P_{\text{med}} &= I_{\text{rms}}^2 R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \\ & \quad (\text{potência média}). \end{aligned} \quad (36-29, 36-33)$$

Aqui, os índices *rms* (iniciais de *root-mean-square*) indicam os valores médios quadráticos das grandezas; os quais estão relacionados aos valores máximos das respectivas grandezas por meio de relações como $I_{\text{rms}} = I/\sqrt{2}$ e $\mathcal{E}_{\text{rms}} = \mathcal{E}_m/\sqrt{2}$. Os voltímetros e os amperímetros para corrente alternada têm suas escalas ajustadas para lerem valores médios quadráticos. O termo $\cos \phi$ acima é chamado de **fator de potência**.

Transformadores

Um transformador (suposto “ideal”; veja a Fig. 36-9) é constituído por um núcleo de ferro em volta do qual enrolamos uma bobina primária com N_p espiras e uma bobina secundária com N_s espiras. Quando a bobina primária está ligada por meio de um gerador de corrente alternada, as voltagens no primário e no secundário estão relacionadas por

$$V_s = V_p(N_s/N_p) \quad (\text{transformação de voltagem}). \quad (36-36)$$

As correntes estão relacionadas por

$$I_s = I_p(N_p/N_s) \quad (\text{transformação de correntes}). \quad (36-37)$$

e a resistência efetiva do circuito, como vista pelo gerador, é

$$R_{\text{eq}} = (N_p/N_s)^2 R \quad (\text{transformação de resistências}). \quad (36-38)$$

onde R é a resistência no circuito secundário.

QUESTIONÁRIO

- No circuito da Fig. 36-2, por que é certo supor que (a) a corrente alternada da Eq. 36-2 tem a mesma frequência angular ω da fem alternada da Eq. 36-1 e (b) o ângulo de fase ϕ na Eq. 36-2 não varia com o tempo? O que aconteceria caso uma das afirmativas (verdadeiras) fosse falsa?
- De que modo um fasor difere de um vetor? Sabemos, por exemplo, que fems, diferenças de potencial e correntes não são grandezas vetoriais. De que modo, então, podemos justificar construções tais como a da Fig. 36-6?
- Alguma parte da discussão da Seção 36-3 seria invalidada no caso do diagrama de fasores girar no sentido horário, em vez de no anti-horário que se supôs? Explique.
- Suponha que, num circuito série RLC , a frequência da voltagem aplicada varie continuamente de um valor muito baixo até um valor muito alto. De que modo a constante de fase varia?
- Parece ser intuitivamente razoável que a reatância capacitiva ($= 1/\omega C$) deva variar inversamente com a frequência angular, enquanto a reatância indutiva ($= \omega L$) deva variar diretamente com esta grandeza?
- Durante a Segunda Guerra Mundial, num grande laboratório de pesquisas nos Estados Unidos, um gerador de corrente alternada estava localizado a cerca de 1,5 km do prédio do laboratório ao qual supria. Um técnico aumentou a velocidade escalar do gerador para compensar o que chamou de “perda de frequência ao longo da linha de transmissão”, que ligava o gerador ao prédio do laboratório. Comente este procedimento.
- Discuta com suas próprias palavras o que significa dizer que uma corrente alternada está “avançada” ou “atrasada” em relação à fem alternada.
- Suponha, como enunciado na Seção 36-4, que um dado circuito seja “mais indutivo que capacitivo”, isto é, que $X_L > X_C$. (a) Isto significa, para uma frequência angular fixa, que L é relativamente “grande” e C é relativamente pequeno ou que L e C são ambos relativamente “grandes”? (b) Para valores fixos de L e C , significa que ω é relativamente “grande” ou relativamente “pequeno”?
- Como se poderia concluir, num circuito série RLC , se a frequência de uma fem aplicada está acima ou abaixo da frequência de ressonância?
- O que está errado na afirmação: “Sendo $X_L > X_C$, então devemos ter $L > 1/C$ ”?
- As leis de Kirchhoff (a lei das malhas e a lei dos nós), que usamos para circuitos de corrente contínua devem ser modificadas quando aplicadas a circuitos de corrente alternada?
- As leis das malhas e dos nós podem ser aplicadas em circuitos de corrente alternada com malhas múltiplas da mesma maneira que são aplicadas em circuitos de corrente contínua com malhas múltiplas?
- No Exemplo 36-4, qual seria o efeito sobre P_{med} , se aumentássemos (a) R , (b) C e (c) L ? Como ϕ na Eq. 36-33 variaria nestes três casos?
- Os engenheiros das usinas elétricas gostam de ter um fator de potência baixo ou alto ou não faz qualquer diferença para eles? Entre que valores pode variar o fator de potência? O que determina o fator de potência é uma característica do gerador da linha de transmissão, do circuito ao qual a linha de transmissão está ligada ou de alguma combinação desses elementos?
- A potência instantânea de uma fonte de corrente alternada pode ser negativa? O fator de potência pode ser negativo? Sendo assim, explique o significado destes valores negativos.
- Num circuito série RLC , a fem está adiantada em relação à corrente para uma determinada frequência de operação. Diminui-se ligeiramente a frequência. A impedância total do circuito aumentará, diminuirá ou permanecerá inalterada?
- Conhecendo-se o fator de potência ($= \cos \phi$ na Eq. 36-33) para um dado circuito RLC , pode-se dizer se a fem alternada aplicada está adiantada ou atrasada em relação à corrente? Em caso positivo, como? Em caso negativo, por que não?
- Qual é o intervalo permitido de valores para a constante de fase ϕ na Eq. 36-2? E o intervalo do fator de potência na Eq. 36-33?
- Por que é conveniente a utilização da notação rms para correntes e voltagens alternadas?
- Desejamos reduzir nossa conta de energia elétrica. É conveniente que haja um fator de potência alto ou baixo ou tal fato não faz diferença alguma? Se faz, existe alguma providência que possamos adotar a esse respeito?
- Na Eq. 36-33, ϕ é o ângulo de fase entre $\mathcal{E}(t)$ e $i(t)$ ou entre \mathcal{E}_{rms} e i_{rms} ? Explique.
- O transformador de uma campainha é projetado para um valor médio quadrático de entrada no primário, igual a 120 V e um valor médio

quadrático de saída no secundário, igual a 6 V. O que aconteceria se as ligações do primário e do secundário fossem acidentalmente trocadas na instalação? Teríamos que esperar alguém tocar a campainha para percebermos o engano? Discuta.

23. Recebemos um transformador fechado numa caixa de madeira com seus terminais primário e secundário disponíveis em duas faces opostas

da caixa. Como poderíamos determinar a razão entre os números de espiras sem abrir a caixa?

24. No transformador da Fig. 36-9, com o secundário em circuito aberto, qual é a diferença de fase entre (a) a fem aplicada e a corrente no primário, (b) a fem aplicada e o campo magnético no núcleo do transformador e (c) a corrente no primário e o campo magnético no núcleo do transformador?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 36-3 Três Circuitos Simples

1E. Suponha que a Eq. 36-1 descreva a fem efetiva disponível na saída de um gerador de 60 Hz. Qual é a frequência angular ω correspondente? Como a companhia de energia elétrica estabelece essa frequência?

2E. Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ está ligado, como na Fig. 36-4a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da fem for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$?

3E. Um indutor de $50,0 \text{ mH}$ está ligado, como na Fig. 36-5a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da fem for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$?

4E. Um resistor de 50Ω está ligado, como na Fig. 36-3a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da fem for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$?

5E. Um indutor de $45,0 \text{ mH}$ tem uma reatância de $1,30 \text{ k}\Omega$. (a) Qual é a sua frequência de operação? (b) Qual é a capacitância de um capacitor com a mesma reatância nessa frequência? (c) Dobrando-se o valor desta frequência quais serão os novos valores das reatâncias do indutor e do capacitor?

6E. Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ tem uma reatância capacitiva de $12,0 \Omega$. (a) Qual deve ser sua frequência de operação? (b) Qual será a reatância capacitiva se a frequência for dobrada?

7E. (a) Em que frequência um indutor de $6,0 \text{ mH}$ e um capacitor de $10 \mu\text{F}$ teriam a mesma reatância? (b) Qual seria o valor desta reatância? (c) Mostre que essa frequência seria igual à frequência natural das oscilações LC livres.

8P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, com $\mathcal{E}_m = 25,0 \text{ V}$ e $\omega = 377 \text{ rad/s}$. Ele está ligado a um indutor de $12,7 \text{ H}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) No instante em que a corrente é máxima, qual é o valor da fem do gerador? (c) Quando a fem do gerador é $-12,5 \text{ V}$ e está crescendo em módulo, qual é o valor da corrente? (d) Para as condições do item (c) o gerador está fornecendo energia ou recebendo energia do indutor?

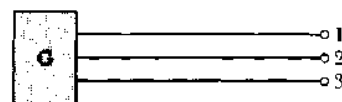
9P. O gerador de ca do Problema 8 está ligado a um capacitor de $4,15 \mu\text{F}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) No instante em que a corrente é máxima, qual é o valor da fem do gerador? (c) Quando a fem do gerador é $-12,5 \text{ V}$ e está crescendo em módulo, qual é o valor da corrente? (d) Para as condições do item (c), o gerador está fornecendo energia ou recebendo energia do capacitor?

10P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin (\omega t - \pi/4)$, onde $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$ e $\omega = 350 \text{ rad/s}$. A corrente é dada por $i(t) = I \sin (\omega t - 3\pi/4)$, onde $I = 620 \text{ mA}$. (a) Quando, após $t = 0$, a fem do gerador atinge pela primeira vez um máximo? (b) Quando, após $t = 0$, a corrente atinge pela primeira vez um máximo? (c) O circuito contém

apenas um elemento além do gerador. Ele é um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua resposta. (d) Qual é o valor da capacitância, da indutância ou da resistência, conforme seja o caso?

11P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin (\omega t - \pi/4)$, onde $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$ e $\omega = 350 \text{ rad/s}$. A corrente é dada por $i(t) = I \sin (\omega t + \pi/4)$, onde $I = 620 \text{ mA}$. (a) Quando, após $t = 0$, a fem do gerador atinge pela primeira vez um máximo? (b) Quando, após $t = 0$, a corrente atinge pela primeira vez um máximo? (c) O circuito contém um único elemento além do gerador. Este elemento é um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua resposta. (d) Qual é o valor da capacitância, da indutância ou da resistência, conforme seja o caso?

12P. Um gerador trifásico G produz energia elétrica que é transmitida por meio de três fios como mostra a Fig. 36-10. Os potenciais destes fios (relativos a um nível de referência comum) são $V_1 = A \sin (\omega t)$, $V_2 = A \sin (\omega t - 120^\circ)$ e $V_3 = A \sin (\omega t - 240^\circ)$. Alguns tipos de equipamentos industriais pesados (por exemplo, motores) têm três terminais e são projetados para serem ligados diretamente a estes três fios. Para usar um dispositivo mais convencional com dois terminais (por exemplo, uma lâmpada), ligam-se quaisquer dois dos três fios. Mostre que, a diferença de potencial entre esses dois fios (a) oscila senoidalmente com frequência angular ω e (b) tem uma amplitude de $A\sqrt{3}$.



Três linhas de transmissão

Fig. 36-10 Problema 12.

Seção 36-4 O Circuito em Série RLC

13E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3, supondo que o capacitor tenha sido retirado e todos os outros parâmetros tenham sido mantidos. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao indicado na Fig. 36-6c para esta nova situação.

14E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3, supondo que o indutor tenha sido retirado e todos os outros parâmetros tenham sido mantidos. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao indicado na Fig. 36-6c para esta nova situação.

15E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3 para $C = 70,0 \mu\text{F}$, os outros parâmetros sendo mantidos inalterados. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao da Fig. 36-6c para esta nova situação e compare os dois diagramas.

16E. Considere as curvas de ressonância da Fig. 35-6. (a) Mostre que para frequências acima das de ressonância, o circuito é predominantemente indutivo e para frequências abaixo das de ressonância, é predominantemente capacitivo. (b) Como o circuito se comporta na ressonância? (c) Desenhe um diagrama de fasores como o da Fig. 36-6c para uma

frequência maior do que a de ressonância, para a frequência de ressonância e para uma frequência menor do que a de ressonância.

17P. Verifique matematicamente que a seguinte construção geométrica fornece corretamente tanto a impedância Z quanto a constante de fase ϕ . De acordo com a Fig. 36-11, (i) desenhe uma seta de módulo X_C na direção $+y$; (ii) desenhe uma segunda seta de módulo X_L na direção $-y$; (iii) desenhe uma terceira seta de módulo R na direção $+x$. O módulo da "resultante" destas setas é Z e o ângulo (medido no sentido horário a partir da direção positiva do eixo x) desta resultante é ϕ .

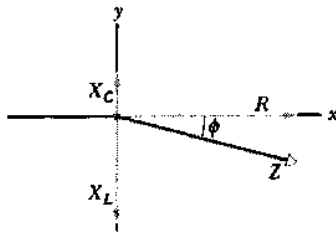


Fig. 36-11 Problema 17.

18P. A amplitude da voltagem através de um indutor num circuito RLC pode ser maior do que a amplitude da fem do gerador? Considere um circuito RLC com $\mathcal{E}_m = 10 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 1,0 \text{ H}$ e $C = 1,0 \mu\text{F}$. Determine a amplitude da voltagem através do indutor na ressonância.

19P. Uma bobina de indutância 88 mH e de resistência desconhecida e um capacitor de $0,94 \mu\text{F}$ são ligados em série a uma fem alternada de frequência 930 Hz . Sabendo-se que a constante de fase entre a voltagem aplicada e a corrente é de 75° , qual é a resistência da bobina?

20P. Quando a fem do gerador no Exemplo 36-3 atinge seu valor máximo, qual é a voltagem através (a) do gerador, (b) do resistor, (c) do capacitor e (d) do indutor? (e) Somando estes resultados com seus respectivos sinais, verifique que a lei das malhas é satisfeita.

21P. Num circuito RLC como o da Fig. 36-2, $R = 5,00 \Omega$, $C = 20,0 \mu\text{F}$, $L = 1,00 \text{ H}$ e $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. (a) Para que frequência angular ω_0 a corrente terá seu valor máximo, como nas curvas de ressonância da Fig. 35-6? (b) Qual é este valor máximo? (c) Quais são as frequências angulares ω_1 e ω_2 para as quais a amplitude da corrente é igual à metade desse valor máximo? (d) Qual é a meia-largura fracional $[(\omega_1 - \omega_2)/\omega_0]$ da curva de ressonância?

22P. Para um certo circuito RLC a fem máxima do gerador é de 125 V e a corrente máxima é de $3,20 \text{ A}$. Sabendo-se que a corrente está avançada de $0,982 \text{ rad}$ em relação à fem do gerador, quais são (a) a impedância e (b) a resistência do circuito? (c) O circuito é predominantemente capacitivo ou indutivo?

23P. Num circuito RLC operando na frequência de $60,0 \text{ Hz}$, a voltagem máxima através do indutor é $2,00$ vezes a voltagem máxima através do resistor e $2,00$ vezes a voltagem máxima através do capacitor. (a) Qual é o ângulo de fase que registra o atraso da corrente em relação à fem do gerador? (b) Sabendo-se que a fem máxima do gerador é de $30,0 \text{ V}$, qual deve ser a resistência do circuito para obtermos uma corrente máxima 300 mA ?

24P. O circuito do Exemplo 36-3 não está em ressonância. (a) Como se pode verificar isto? (b) Que capacitor deve ser ligado em paralelo com o capacitor do circuito para produzir ressonância? (c) Qual será, então, a amplitude da corrente?

25P. Um circuito série R_1, L_1, C_1 possui frequência de ressonância igual a de um segundo circuito série R_2, L_2, C_2 . Ligamos as duas combinações

em série. Mostre que este novo circuito tem a mesma frequência de ressonância dos circuitos separados.

26P. Um voltímetro de ca de elevada impedância é ligado sucessivamente a um indutor, a um capacitor e a um resistor, que estão ligados em série com uma fem alternada de 100 V (rms) ; ele registra a mesma leitura em volts em cada caso. Qual é o valor desta leitura?

27P. Mostre que a meia-largura fracional de uma curva de ressonância (veja o Problema 21) é dada por

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{3C}{L}} R,$$

em que ω_0 é a frequência angular na ressonância e $\Delta\omega$ é a largura da curva de ressonância na metade da amplitude máxima. Note que $\Delta\omega/\omega_0$ diminui com R , como mostra a Fig. 35-6. Use esta fórmula para conferir a resposta do Problema 21d.

28P*. O gerador de ca na Fig. 36-12 fornece 120 V (rms) a $60,0 \text{ Hz}$. Com a chave aberta, como no diagrama, a corrente está avançada de $20,0^\circ$ sobre a fem do gerador. Com a chave na posição 1, a corrente está atrasada de $10,0^\circ$ sobre a fem do gerador. Quando a chave está na posição 2 a corrente é de $2,00 \text{ A (rms)}$. Determine os valores de R , L e C .

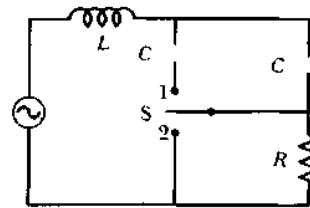


Fig. 36-12 Problema 28.

Seção 36-5 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

29E. Qual é o valor máximo de uma voltagem, num circuito de ca, cujo valor médio quadrático é de 100 V ?

30E. Que corrente contínua produzirá, num certo resistor, uma quantidade de calor igual à produzida por uma corrente alternada, cujo valor máximo é de $2,60 \text{ A}$?

31E. Calcular a taxa média de dissipação de energia nos circuitos dos Exercícios 3, 4, 13 e 14.

32E. Mostre que a taxa média de energia fornecida ao circuito da Fig. 36-2 pode também ser escrita como

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}^2 R / Z^2.$$

Mostre que esta expressão fornece resultados corretos para um circuito puramente resistivo, para um circuito RLC ressonante, para um circuito puramente capacitivo e para um circuito puramente indutivo.

33E. Um motor elétrico ligado a uma saída de ca de 120 V-60,0 Hz produz trabalho mecânico na taxa de $0,100 \text{ hp}$ ($1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$). Sabendo que ele usa uma corrente de $0,650 \text{ A (rms)}$, qual é o valor de sua resistência efetiva, sob o aspecto da potência transferida? Esta resistência seria igual à de seu enrolamento quando medido por um ohmímetro, com o motor de saída desligado?

34E. Um condicionador de ar, ligado a uma linha de ca de 120 V , é equivalente a uma resistência de $12,0 \Omega$ e uma reatância indutiva de $1,30$

Ω em série. (a) Calcular a impedância do condicionador de ar. (b) Determine a taxa média em que a energia é fornecida ao sistema.

35E. Um motor elétrico tem uma resistência efetiva de $32,0 \Omega$ e uma reatância indutiva de $45,0 \Omega$ quando trabalhando sob carga. A voltagem através da fonte alternada é de 420 V (rms) . Calcular o valor médio quadrático da corrente.

36P. Mostre matematicamente, em vez de graficamente como na Fig. 36-8b, que o valor médio de $\sin^2(\omega t - \phi)$ sobre um número inteiro de ciclos é igual a $1/2$.

37P. Para um circuito RLC mostre que num ciclo completo com período T (a) a energia armazenada no capacitor não varia; (b) a energia armazenada no indutor não varia; (c) a energia fornecida pelo gerador é $(T/2)\mathcal{E}_m I \cos \phi$; (d) a energia dissipada no resistor é $(T/2)RI^2$. (e) Mostre que as energias obtidas nos itens (c) e (d) são iguais.

38P. Num circuito RLC , $R = 16,0 \Omega$, $C = 31,2 \mu\text{F}$, $L = 9,20 \text{ mH}$ e $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ com $\mathcal{E}_m = 45,0 \text{ V}$ e $\omega = 3,000 \text{ rad/s}$. No instante $t = 0,442 \text{ ms}$ determine (a) a taxa em que a energia está sendo fornecida pelo gerador, (b) a taxa em que a energia está sendo armazenada no capacitor, (c) a taxa em que a energia está sendo armazenada no indutor e (d) a taxa em que a energia está sendo dissipada no resistor. (e) Qual é o significado de um resultado negativo para qualquer dos itens (a), (b) e (c)? (f) Mostre que a soma dos resultados das partes (b), (c) e (d) é igual ao resultado da parte (a).

39P. Na Fig. 36-13 mostre que a taxa média com que a energia é dissipada na resistência R é máxima quando $R = r$, onde r é a resistência interna do gerador de ca. Até o momento, tínhamos considerado tacitamente que $r = 0$.

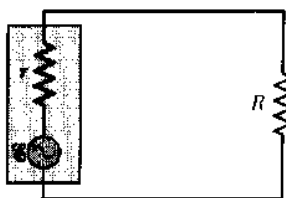


Fig. 36-13 Problemas 39 e 48.

40P. A Fig. 36-14 mostra um gerador de ca ligado a uma “caixa preta” através de dois terminais. A caixa contém um circuito RLC , possivelmente até mesmo um circuito com muitas malhas, cujos elementos e ligações não conhecemos. Medições externas à caixa revelam que

$$\mathcal{E}(t) = (75,0 \text{ V}) \sin \omega t$$

e

$$i(t) = (1,20 \text{ A}) \sin(\omega t + 42,0^\circ).$$

(a) Qual é o fator de potência? (b) A corrente está avançada ou atrasada em relação à fem? (c) O circuito na caixa é predominantemente indutivo ou capacitivo? (d) O circuito na caixa está em ressonância? (e) Deve haver um capacitor na caixa? Um indutor? Um resistor? (f) Com que

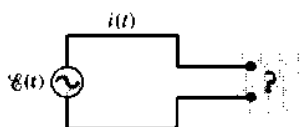


Fig. 36-14 Problema 40.

taxa média o gerador libera energia para a caixa? (g) Por que não se precisa saber o valor de ω para responder a estas perguntas?

41P. Num circuito RLC como o da Fig. 36-2, suponha que $R = 5,00 \Omega$, $L = 60,0 \text{ mH}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Para que valores da capacitância a taxa média de dissipação de energia no resistor seria (a) um máximo e (b) um mínimo? (c) Quais são os valores destas taxas máxima e mínima? Quais são (d) os ângulos de fase correspondentes e (e) os fatores de potência correspondentes?

42P. Um *dimmer* típico usado para regular a intensidade da luz num teatro consiste num indutor variável L (cuja indutância é ajustável entre zero e $L_{\text{máx}}$) ligado em série com a lâmpada B, como mostra a Fig. 36-15. O gerador opera a 120 V (rms) - $60,0 \text{ Hz}$; a lâmpada está assinalada por “120 V-1000 W”. (a) Qual é o valor de $L_{\text{máx}}$ para que a taxa de dissipação de energia na lâmpada possa ser variada por um fator igual a 5? Suponha que a resistência da lâmpada seja independente de sua temperatura. (b) Poder-se-ia usar um resistor variável (ajustável entre zero e $R_{\text{máx}}$) em vez de um indutor? Sendo assim, qual deveria ser o valor de $R_{\text{máx}}$? Por que isto não é feito?

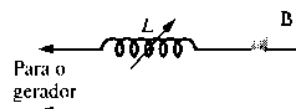


Fig. 36-15 Problema 42.

43P. Na Fig. 36-16, $R = 15,0 \Omega$, $C = 4,70 \mu\text{F}$ e $L = 25,0 \text{ mH}$. O gerador fornece uma voltagem senoidal de $75,0 \text{ V (rms)}$ e frequência $f = 550 \text{ Hz}$. (a) Calcular o valor médio quadrático da corrente. (b) Determine os valores médios quadráticos das voltagens $V_{\text{máx}}$, $V_{\text{máx}}$, $V_{\text{máx}}$, $V_{\text{máx}}$, $V_{\text{máx}}$. (c) Qual é a taxa média de dissipação de energia em cada um dos três elementos do circuito?

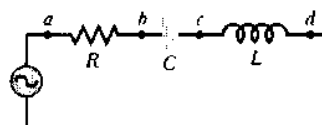


Fig. 36-16 Problema 43.

Seção 36-6 O Transformador

44E. Um gerador fornece 100 V ao enrolamento primário, com 50 espiras, de um transformador. Sabendo-se que o enrolamento secundário possui 500 espiras, qual é a voltagem no secundário?

45E. Um transformador possui 500 espiras no primário e 10 espiras no secundário. (a) Sabendo-se que $V_p = 120 \text{ V (rms)}$, qual é o valor de V_s , supondo o circuito aberto. (b) Ligando-se o secundário a uma carga resistiva de 15Ω , quais serão as correntes no primário e no secundário?

46E. A Fig. 36-17 mostra um “autotransformador”. Ele é formado por uma única bobina (com um núcleo de ferro). Três “derivações” são estabelecidas. Entre as derivações T_1 e T_2 existem 200 espiras e entre as derivações T_2 e T_3 existem 800 espiras. Duas derivações quaisquer podem ser consideradas os “terminais do primário” e duas derivações quaisquer podem ser consideradas os “terminais do secundário”. Escreva todas as relações pelas quais a voltagem primária pode ser transformada numa voltagem secundária.

47P. Um gerador de ca fornece energia para uma carga resistiva numa fábrica longínqua através de uma linha de transmissão com dois cabos.

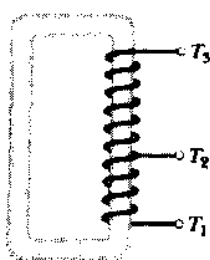


Fig. 36-17 Exercício 46.

Na fábrica, um transformador que reduz tensão diminui a voltagem (rms) da linha de transmissão do valor V_i para um valor menor, seguro e conveniente para ser usado na fábrica. A resistência da linha de trans-

missão vale $0,30 \Omega/\text{cabo}$ e a potência do gerador é 250 kW . Calcular a queda de voltagem ao longo da linha de transmissão e a taxa em que a energia é dissipada na linha como energia térmica quando (a) $V_i = 80 \text{ kV}$, (b) $V_i = 8,0 \text{ kV}$ e (c) $V_i = 0,80 \text{ kV}$. Comente a aceitabilidade de cada escolha.

48P. Na Fig. 36-13, suponha que a caixa retangular da esquerda represente a saída de um amplificador de áudio (alta impedância) com $r = 1.000 \Omega$. Suponha que $R = 10 \Omega$ represente a bobina de um alto-falante (baixa impedância). Sabemos que a transferência máxima de energia para uma carga R ocorre quando $R = r$, mas isto não é verdadeiro neste caso. Entretanto, um transformador pode ser usado para “transformar” resistências, fazendo com que se comportem eletricamente como se fossem maiores ou menores do que realmente são. Projete as bobinas primária e secundária de um transformador que deve ser introduzido entre o “amplificador” e o “alto-falante”, na Fig. 36-13, para que haja o “casamento das impedâncias”. Qual deve ser a razão entre os números de espiras?

PROBLEMAS ADICIONAIS

49. Um gerador de ca de $\mathcal{E}_m = 220 \text{ V}$ operando a 400 Hz origina oscilações num circuito série RLC que tem os seguintes valores $R = 220 \Omega$, $L = 150 \text{ mH}$ e $C = 24,0 \mu\text{F}$. Determine (a) a reatância capacitiva X_C , (b) a impedância Z e (c) a amplitude da corrente I . Um segundo capacitor com capacitância igual ao do circuito original é, então, ligado em série aos demais componentes. Verifique se os valores das grandezas (d) X_C , (e) Z e (f) I aumentam, diminuem ou permanecem os mesmos.

50. A frequência de ressonância de um circuito RLC vale $6,00 \text{ kHz}$. Na frequência de $8,00 \text{ kHz}$, o circuito tem uma impedância de $1,00 \text{ k}\Omega$ e uma constante de fase de 45° . Quais são os valores de (a) R , (b) L e (c) C deste circuito?

51. O fator de qualidade de um circuito série RLC é

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Mostre que, a meia-largura fracional (veja o Problema 21) da curva de ressonância do circuito é dada por

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{Q}.$$

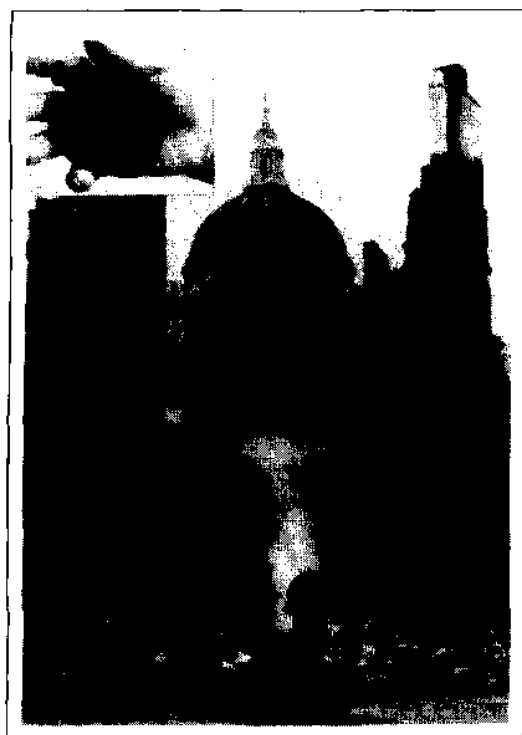
52. Mostre que, num circuito série RLC , a voltagem através do capacitor é máxima quando o gerador de ca que origina as oscilações opera na frequência angular

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{2L}},$$

onde ω_0 é a frequência de ressonância do circuito.

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

37



O dispositivo mostrado no alto da fotografia é um magnétron, a parte principal do radar que foi desenvolvido pelas Forças Aliadas durante a Segunda Guerra Mundial. Embora pareça ser uma simples construção de metal, foi uma grande conquista tecnológica. De fato, o magnétron (e o radar que ele tornou possível) salvou a Inglaterra durante a Batalha da Grã-Bretanha e, posteriormente, permitiu que as Forças Aliadas derrotassem os nazistas quando os aliados invadiram a Europa. O radar requer uma potência muito grande, muito maior do que a fornecida pelas fontes de energia disponíveis no início da Segunda Guerra Mundial. No entanto, este dispositivo simples de metal foi capaz de transformar a baixa potência de tais fontes na alta potência necessária para o radar. De que modo isto foi possível?

37-1 A Unificação das Coisas

No primeiro capítulo deste volume, quando iniciamos o estudo de eletromagnetismo, asseguramos que, numa certa etapa, reuniríamos tudo o que tivéssemos aprendido num único conjunto de equações, denominado de equações de Maxwell. Chegou, pois, o momento. Começaremos, então, apresentando um conjunto provisório dessas equações e, após estudá-las, concluiremos — por meio de argumentos de simetria — que falta um termo muito importante numa delas. A seguir, mostraremos este termo e, finalmente, apresentaremos o conjunto completo das equações de Maxwell.

Todas as equações da física que, como essas, servem para experiências correlatas numa vasta área e para prever novos resultados, têm uma certa beleza em si mesmas e podem ser admiradas, pelos que as entendem, de um ponto de vista estético. Isto vale para as leis do movimento de

Newton, para as leis da termodinâmica, para a teoria da relatividade e para as teorias da física quântica.

Com referências às equações de Maxwell, o físico alemão Ludwig Boltzmann (citando um verso de Goethe) escreveu: “Foi um Deus quem escreveu essas linhas...?” Em época mais recente, J.R. Pierce, num capítulo de um livro intitulado “As Maravilhosas Equações de Maxwell”, escreveu: “Qualquer um que sinta inclinação por algo além do estritamente prático, deve tentar compreender as equações de Maxwell, simplesmente para o bem de sua alma.” As finalidades das equações de Maxwell são notáveis. A orientação da agulha de uma bússola, o desvio da luz ao entrar na água e o sinal de partida de um carro ao ligar-se a chave de ignição, são fatos explicados por estas equações. Os princípios fundamentais de todos os dispositivos eletromagnéticos e óticos, como motores elétricos, telescópios, ciclotrons, óculos, transmissores e receptores de televisão, telefones, eletroímãs, aparelhos de radar e fornos de microondas, estão contidos nestas equações.

James Clerk Maxwell, que nasceu no mesmo ano em que Faraday descobriu a lei da indução, morreu com a idade de 48 anos, em 1879, ano de nascimento de Einstein. (Lembre-se de que Newton nasceu no ano em que Galileu, seu ilustre predecessor, morreu.) Maxwell levou grande parte de sua vida, curta, mas, altamente produtiva, estabelecendo uma base teórica para as descobertas experimentais de Faraday. É justo dizer que, mediante um exame minucioso das equações de Maxwell, Einstein foi levado à teoria da relatividade. Grande admirador de Maxwell, Einstein, certa vez, escreveu sobre ele: "Imagine o que ele sentiu quando verificou que as equações diferenciais por ele formuladas provavam que os campos eletromagnéticos se propagam na forma de ondas polarizadas e com a velocidade escalar da luz!"

37-2 As Equações de Maxwell: Uma Lista Provisória

Quando estudamos mecânica clássica e termodinâmica, nosso objetivo foi identificar o menor e mais compacto conjunto de equações ou leis que definisse o assunto em pauta da forma mais completa possível. Na mecânica, isso foi conseguido com as três leis do movimento de Newton e as leis de força associadas, tal como a lei da gravitação de Newton. Na termodinâmica isso foi conseguido com as três leis descritas nos Caps. 19, 20 e 22.

Chegou o momento de reunirmos as equações fundamentais do eletromagnetismo. Na Tabela 37-1, mostramos um conjunto provisório de tais equações, selecionadas de diversas seções deste livro. Examinando esta pequena lista, você provavelmente dirá que já estudou muito mais do que quatro equações nos 14 capítulos anteriores! Certamente é verdade, mas muitas destas equações — por exemplo, a expressão da intensidade do campo elétrico em pontos do eixo de um dipolo elétrico — aplicam-se a situações especiais e não são básicas, no sentido de que são obtidas de equações mais fundamentais. Você ainda poderá alegar: "O que dizer sobre a lei de Coulomb e sobre a lei de Biot e Savart? Certamente elas foram tratadas como equações fundamentais." Entretanto, conforme dissemos anteriormente, estas leis são fundamentais apenas para cargas em repouso ou em movimento muito vagaroso. Generalizamos estas leis na Tabela 37-1 com a Eq. I (para a lei de Coulomb) e a Eq. IV (para a lei de Biot e Savart). As equações I e IV valem para situações que variem rapidamente no tempo, assim como para situações estáticas ou aproximadamente estáticas.

O termo que falta, ao qual já nos referimos, mostrará não ser apenas uma correção insignificante, mas, ao contrário, completará a descrição do eletromagnetismo e, além disso, estabelecerá a ótica como parte integrante do eletromagnetismo. Em particular, ele nos permitirá provar — como faremos no primeiro capítulo do próximo volume — que a velocidade escalar da luz no vácuo, c , está relacionada a grandezas puramente elétricas e magnéticas por

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{a velocidade escalar da luz}) \quad (37-1)$$

Esse termo também nos levará ao conceito de espectro eletromagnético que está relacionado com a descoberta das ondas de rádio.

Já vimos — em várias situações — como a simetria permeia a física e como leva, freqüentemente, a uma melhor compreensão ou a novas descobertas. Por exemplo, se o corpo A atrai o corpo B com uma força \mathbf{F} , então, talvez o corpo B atraia o corpo A com uma força $-\mathbf{F}$ (o que realmente ocorre). Outro exemplo, se existe um elétron negativo, talvez exista um elétron positivo (realmente existe).

Vamos examinar a Tabela 37-1, deste ponto de vista. Inicialmente, notamos que, quando fazemos apenas considerações sobre simetria (sem proceder a cálculos quantitativos), podemos ignorar as constantes ϵ_0 e μ_0 . Estas constantes resultam do sistema de unidades escolhido e não desempenham qualquer papel em argumentos de simetria.

Levando em conta esta observação, vemos que os lados esquerdos das equações na Tabela 37-1 são completamente simétricos aos pares. As Eqs. I e II são integrais de superfície de \mathbf{E} e \mathbf{B} , respectivamente, sobre superfícies fechadas. As Eqs. III e IV são integrais de linha de \mathbf{E} e \mathbf{B} , respectivamente, em torno de curvas fechadas. (Note que, se tivéssemos usado a lei de Coulomb em vez da Eq. I e a lei de Biot e Savart em vez da Eq. IV, estas simetrias não teriam sido reveladas.)

Entretanto, os lados direitos destas equações não apresentam nenhuma simetria. Podemos identificar dois tipos de assimetrias, que serão discutidas separadamente.

A Primeira Assimetria

Esta assimetria diz respeito ao fato notório de que, embora existam centros isolados de carga (prótons e elétrons, por exemplo), não parece que existam centros isolados de magnetismo ("monopólos magnéticos") na natureza. É assim

Tabela 37-1
As Equações Básicas do Eletromagnetismo: Uma Lista Provisória

Número	Nome	Equação	Referência
I	Lei de Gauss da eletricidade	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$	Eq. 25-8
II	Lei de Gauss do magnetismo	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$	Eq. 34-13
III	Lei da indução, de Faraday	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt$	Eq. 32-21
IV	Lei de Ampère	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$	Eq. 31-16

que interpretamos o fato de aparecer um q no lado direito da Eq. I, mas nenhuma grandeza magnética correspondente aparecer no lado direito da Eq. II. Do mesmo modo, o termo $\mu_0 i (= \mu_0 dq/dt)$ aparece no lado direito da Eq. IV, mas não aparece um termo semelhante a esse (uma corrente de monopólos magnéticos) no lado direito da Eq. III.

Esta “simetria que falta” — aliada com predições detalhadas de certas teorias preliminares da natureza das partículas elementares e forças — têm motivado os físicos a procurar o monopólo magnético com grande afino e de muitas maneiras; nenhum foi ainda encontrado.

A Segunda Assimetria

Esta assimetria destaca-se de maneira acentuada. No lado direito da lei da indução de Faraday (Eq. III) encontramos o termo $-d\Phi_B/dt$, e interpretamos, imprecisamente, esta lei dizendo:

Variando-se um campo magnético ($d\Phi_B/dt$), produz-se um campo elétrico ($\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$).

Discutimos este efeito na Seção 32-2, onde mostramos que, aproximando-se um ímã de uma espira condutora fechada, induzimos um campo elétrico e, conseqüentemente, uma corrente na espira.

De acordo com o princípio de simetria, podemos suspeitar que seja verdadeira a seguinte relação simétrica:

Variando-se um campo elétrico ($d\Phi_E/dt$), produz-se um campo magnético ($\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$).

A experiência prova que esta conclusão, obtida por um argumento de simetria, está correta. Ela nos fornece o importante termo que “falta” na Eq. IV da Tabela 37-1, como veremos na próxima seção.

37-3 Campos Magnéticos Induzidos

Vamos discutir aqui, detalhadamente, a evidência existente para a suposição da seção anterior; ou seja, “um campo elétrico variável induz um campo magnético”. Embora nos guiemos apenas por considerações de simetria, também consideraremos a verificação experimental.

A Fig. 37-1a mostra um campo elétrico uniforme \mathbf{E} que preenche uma região cilíndrica do espaço. Este campo pode ser produzido por um capacitor de placas paralelas circulares, como indicado na Fig. 37-1b. Vamos supor que E esteja crescendo a uma taxa constante dE/dt , o que significa que a carga deve ser fornecida às placas do capacitor numa taxa constante; para isto, tem de haver uma corrente constante i chegando à placa positiva e corrente igual saindo da placa negativa.

A experiência mostra que este campo elétrico variável produz um campo magnético dentro e fora da região cilíndrica. A Fig. 37-1a mostra \mathbf{B} em quatro pontos escolhidos.

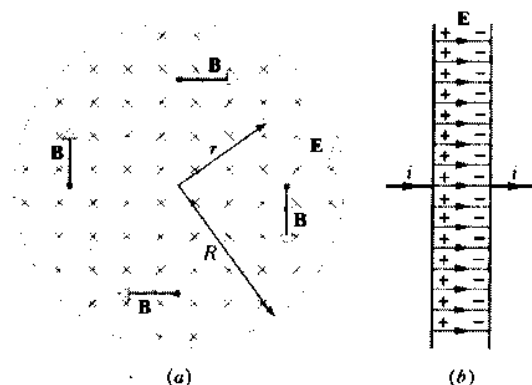


Fig. 37-1 (a) Um campo elétrico uniforme \mathbf{E} , que está orientado para dentro da página e está aumentando em módulo, preenche uma região cilíndrica do espaço. Os campos magnéticos induzidos por este campo elétrico variável são mostrados em quatro pontos sobre um círculo de raio arbitrário r . (b) Este campo elétrico variável poderia ser produzido por um capacitor de placas paralelas circulares que está sendo carregado, mostrado aqui em perfil.

Esta figura sugere um outro exemplo de simetria da natureza: um campo magnético variável induz um campo elétrico (lei de Faraday); vemos agora que um campo elétrico variável induz um campo magnético.

Para descrever, quantitativamente, este novo resultado vamos nos orientar pela lei de Faraday,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei da indução, de Faraday}). \quad (37-2)$$

que afirma que um campo elétrico (lado esquerdo) é produzido por um campo magnético variável (lado direito). A equação simétrica correspondente, poderia ser escrita

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{incorreto}). \quad (37-3)$$

Esta equação é certamente simétrica da Eq. 37-2, mas existem duas coisas erradas com ela. O primeiro erro é que a experiência indica que o sinal correto desta equação deve ser positivo e não negativo. Isto também é uma espécie de simetria, de qualquer forma, exigida pela natureza.

O segundo erro da Eq. 37-3 é apenas formal, com base na análise dimensional. No sistema internacional, a Eq. 37-3 não está dimensionalmente correta; para torná-la correta, é necessário introduzirmos um termo $\mu_0 \epsilon_0$ no lado direito da equação. Assim sendo, a forma correta simétrica da Eq. 37-2, a qual podemos chamar de lei da indução, de Maxwell, é

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{lei da indução, de Maxwell}). \quad (37-4)$$

Note que na Eq. 37-2 a palavra “indução” se refere ao campo elétrico induzido; na Eq. 37-4 se refere ao campo magnético induzido.

A Fig. 37-2, em que comparamos a Fig. 37-1a com a Fig. 32-14b, mostra estas simetrias eletromagnéticas mais claramente. A Fig. 37-2a mostra um campo magnético produzido por um campo elétrico variável; a Fig. 37-2b mostra o inverso. Em cada figura o fluxo apropriado, Φ_E ou Φ_B , está crescendo. Contudo, a experiência exige que as linhas de \mathbf{B} , na Fig. 37-2a, tenham sentido horário, enquanto que as linhas de \mathbf{E} , na Fig. 37-2b, devem ter sentido anti-horário. Por esta razão, as Eqs. 37-2 e 37-4 têm sinais contrários.

Na Seção 31-2, vimos que um campo magnético também pode ser produzido por uma corrente num fio. Descrevemos, quantitativamente, este fato pela lei de Ampère,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère — incompleta}). \quad (37-5)$$

onde i é a corrente que atravessa a curva amperiana ao longo da qual a integral de linha é calculada. Reconhecemos, agora, que a Eq. 37-5 está incompleta.

Assim sendo, existem pelo menos dois modos de se produzir um campo magnético: por meio de um campo elétrico variável (Eq. 37-4) e por meio de uma corrente (Eq. 37-5). No caso geral, devemos prever as duas possibilidades.

Combinando as Eqs. 37-4 e 37-5, obtemos a lei em sua forma completa:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère — Maxwell}). \quad (37-6)$$

Maxwell é o responsável por esta importante generalização da lei de Ampère. Trata-se de uma contribuição central e vital, como já observamos anteriormente.

No Cap. 31, supôs-se que não existiam campos elétricos variáveis e, conseqüentemente, o termo $d\Phi_E/dt$ na Eq. 37-6 era nulo. Na discussão que conduziu à Eq. 37-3, supôs-se que não existiam correntes de condução no espaço ocupado pelo campo elétrico. Logo, o termo contendo i na Eq. 37-6 era nulo. Entende-se, agora, que cada uma dessas situações é um caso especial.

A Eq. 37-6 deduzida a partir de argumentos de simetria tem sido confirmada pela experiência. Veremos no Cap. 38 que esta concordância é completa e impressionante.

EXEMPLO 37-1 Um capacitor de placas circulares paralelas está sendo carregado como na Fig. 37-1b.

a. Deduza uma expressão para o campo magnético induzido em pontos internos ao capacitor, ou seja, para $r \leq R$.

Solução Não existe corrente entre as placas, de modo que, com $i = 0$ na Eq. 37-6, obtemos

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (37-7)$$

Para uma curva amperiana de raio arbitrário $r \leq R$, o lado esquerdo da Eq. 37-7 é $(B)(2\pi r)$. O fluxo Φ_E envolvido por esta espira é $(E)(\pi r^2)$. Assim, podemos escrever a Eq. 37-7 como

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi r^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}.$$

Resolvendo para B , encontramos

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt} \quad (\text{para } r \leq R). \quad (\text{Resposta})$$

Vemos que $B = 0$ no centro do capacitor, onde $r = 0$, e que B cresce linearmente com r desde o centro até a periferia do capacitor.

b. Calcule B para $r = R = 55.0 \text{ mm}$ e $dE/dt = 1.50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}$.

Solução Da expressão deduzida acima, temos

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{2}\right)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \\ &\quad \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ &\quad \times (55.0 \times 10^{-3} \text{ m})(1.50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 4.59 \times 10^{-7} \text{ T} = 459 \text{ nT}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Verifique o cancelamento das unidades.

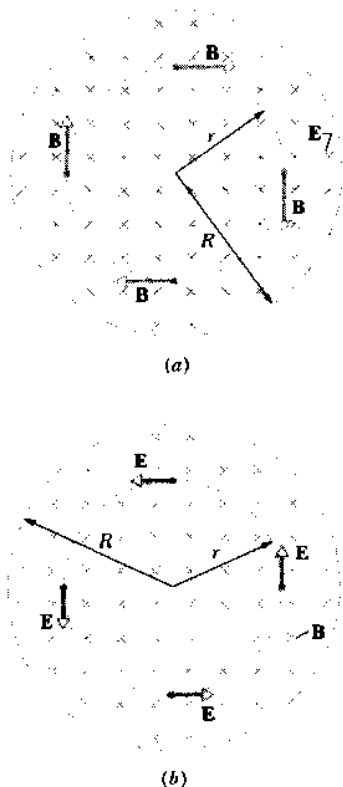


Fig. 37-2 (a) O mesmo esquema da Fig. 37-1a; um campo elétrico variável induz um campo magnético. (b) O mesmo esquema da Fig. 32-14b; um campo magnético variável induz um campo elétrico. Em cada caso, os campos indicados pelas cruzes estão aumentando em módulo. Note que os campos induzidos nestes dois casos apontam em sentidos opostos.

c. Deduza uma expressão para o campo magnético induzido em pontos externos ao capacitor, ou seja, para $r \geq R$.

Solução Para pontos com $r \geq R$, o campo elétrico E é igual a zero, de modo que a Eq. 37-7 nos dá

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi R^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt}$$

Resolvendo para B , encontramos

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad (\text{para } r \geq R). \quad (\text{Resposta})$$

Note que as duas expressões obtidas para B conduzem ao mesmo resultado para $r = R$, como esperávamos. Além disto, para $r = R$, o valor de B calculado no item (b) é máximo.

O campo magnético induzido calculado em (b) é tão pequeno que dificilmente pode ser medido com uma aparelhagem comum. Este resultado contrasta fortemente com o campo elétrico induzido (lei de Faraday) que pode ser medido facilmente. Esta diferença experimental é em parte devida ao fato de que uma fem induzida pode ser facilmente multiplicada usando-se uma bobina com muitas espiras. Não existe técnica tão simples quanto esta para campos magnéticos induzidos. Em experiências envolvendo oscilações de frequências bastante elevadas, dE/dt pode ser muito grande, resultando em campos magnéticos induzidos de valores significativamente maiores. Em todo caso, experiências análogas à situação descrita neste exemplo já foram realizadas e os respectivos campos magnéticos induzidos foram detectados.

37-4 Corrente de Deslocamento

Examinando-se atentamente o lado direito da Eq. 37-6, notamos que o termo $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ tem dimensões de corrente. Embora nenhum movimento de cargas esteja envolvido, há vantagens em dar a esse termo o nome de **corrente de deslocamento*** e representá-lo pelo símbolo i_d . Isto é,

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}) \quad (37-8)$$

Desse modo, podemos dizer que um campo magnético pode ser criado, seja por uma *corrente de condução* i , seja por uma *corrente de deslocamento* i_d e podemos reescrever a Eq. 37-6 como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (i_d + i) \quad (\text{lei de Ampère-Maxwell}) \quad (37-9)$$

Generalizando a definição de corrente deste modo, podemos conservar a noção de continuidade de corrente, conceito estabelecido para as correntes de condução constantes na Seção 28-2. Na Fig. 37-1b, por exemplo, uma corrente de condução i chega à placa positiva e sai da placa negativa. A corrente de condução não é contínua através do intervalo entre as placas do capacitor, porque nenhuma carga é realmente transportada através desse intervalo. Contudo, como se provará a seguir, a corrente de deslocamento i_d naquele intervalo (Fig. 37-3a), é exatamente igual a i , mantendo a noção da continuidade da corrente.

Para calcular a corrente de condução, lembremos que E no intervalo entre as placas do capacitor da Fig. 37-1b é dado pela Eq. 27-4,

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A},$$

onde q é a carga da placa positiva do capacitor e A é a área da placa. Derivando, obtemos

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} i,$$

de modo que podemos escrever para a corrente de condução

$$i = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (\text{corrente de condução}) \quad (37-10)$$

A corrente de deslocamento, definida pela Eq. 37-8, é

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

ou

$$i_d = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}). \quad (37-11)$$

As Eqs. 37-10 e 37-11 mostram que a corrente de condução nos fios de ligação do capacitor das Figs. 37-1 e 37-3 e a corrente de deslocamento no intervalo entre as placas têm exatamente o mesmo valor. (Contudo, como sugere a Fig. 37-3a, a corrente de deslocamento está espalhada por toda a área entre as placas.)

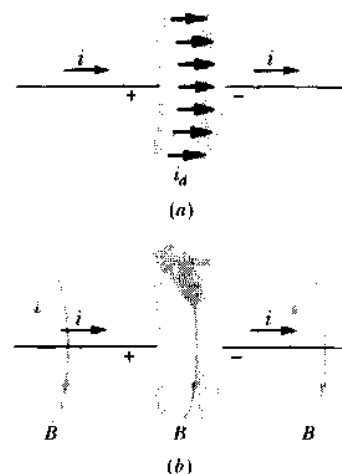


Fig. 37-3 (a) A corrente de deslocamento i_d entre as placas de um capacitor sendo carregado por uma corrente i . (b) A regra da mão direita dá o sentido do campo magnético produzido por i e por i_d .

*A palavra *deslocamento* foi introduzida por motivos históricos.

Assim que o capacitor fica plenamente carregado, atingindo uma diferença de potencial de valor igual ao da fem aplicada, a corrente nos fios de ligação cai a zero. O campo elétrico entre as placas assume, então, um valor constante, de modo que $dE/dt = 0$, o que significa que a corrente de deslocamento também cai a zero.

A corrente de deslocamento i_d , dada pela Eq. 37-11, tem um sentido além de uma intensidade. O sentido da corrente de condução i é o mesmo do vetor densidade de corrente de condução \mathbf{J} . Analogamente, o sentido da corrente de deslocamento i_d é o mesmo do vetor densidade de corrente de deslocamento \mathbf{J}_d , que — como vemos da Eq. 37-11 — é exatamente $\epsilon_0(dE/dt)$. A regra da mão direita aplicada ao vetor \mathbf{J}_d dá o sentido do campo magnético associado (Fig. 37-3b), exatamente como é feito para o vetor densidade de corrente de condução \mathbf{J} .

EXEMPLO 37-2 Qual é a corrente de deslocamento para a situação do Exemplo 37-1?

Solução Da Eq. 37-8, a definição da corrente de deslocamento,

$$\begin{aligned} i_d &= \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi R^2)] = \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} \\ &= (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (\pi) (55.0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &\quad \times (1.50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 0.126 \text{ A} = 126 \text{ mA}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Embora esta corrente seja relativamente grande, produz um campo magnético de apenas 459 nT (veja o Exemplo 37-1b) nas bordas do capacitor. Por que este campo magnético é tão pequeno? Uma corrente de condução de 126 mA percorrendo um fio fino produziria um campo magnético muito maior na superfície do fio, facilmente detectado pela agulha de uma bússola.

Esta diferença *não* se deve simplesmente ao fato de que uma das correntes é de condução e a outra, de deslocamento. Sob as mesmas condições, os dois tipos de corrente são igualmente eficazes na produção de um campo magnético. Neste caso, a diferença decorre do fato de que a corrente de condução está confinada num fio fino mas a corrente de deslocamento está espalhada sobre uma área igual à área das placas do capacitor. Assim, o capacitor se comporta como se fosse um “fio largo” de raio 55,0 mm, transportando uma corrente (de deslocamento) de 126 mA. Seu maior efeito magnético, que ocorre na borda do capacitor, é certamente muito menor do que o campo magnético obtido na superfície de um fio fino.

37-5 Equações de Maxwell: A Lista Completa

A Eq. 37-6 completa nossa apresentação das equações básicas do eletromagnetismo, denominadas equações de Maxwell. Mostramos estas equações na Tabela 37-2, que completa a lista provisória da Tabela 37-1, introduzindo nessa, o termo que faltava na Eq. IV. Estas equações não são especulações puramente teóricas, mas foram desenvolvidas para explicar certas experiências cruciais.

Maxwell descreveu sua teoria eletromagnética num longo tratado denominado *Treatise on Electricity and*

Magnetism, publicado em 1873, seis anos antes de sua morte. Esse tratado é de difícil leitura e, na verdade, não apresenta as equações sob a forma em que o fazemos. Foi Oliver Heaviside (1850-1925), físico inglês, quem muito contribuiu para o esclarecimento da teoria de Maxwell apresentando-a, na década de 1970, sob a forma das quatro equações conhecidas hoje em dia.

Sugerimos na Seção 37-2 que as equações de Maxwell (como elas aparecem na Tabela 37-2) desempenham para o eletromagnetismo o mesmo papel que as leis do movimento de Newton para a mecânica. Existe, entretanto, uma diferença importante. Einstein apresentou sua teoria especial da relatividade em 1905, aproximadamente 200 anos depois do aparecimento das leis de Newton e cerca de 40 anos após as equações de Maxwell. Em consequência, as leis de Newton tiveram de ser drasticamente modificadas nos casos em que velocidades relativas se aproximam da velocidade da luz. Contudo, nenhuma mudança foi necessária nas equações de Maxwell; elas são totalmente consistentes com a teoria especial da relatividade. De fato, a teoria de Einstein originou-se de seu perspicaz e metucioso julgamento das equações eletromagnéticas de James Clerk Maxwell.

O Magnétron

As equações de Maxwell governam o funcionamento do magnétron, a parte principal do radar WW II das Forças Aliadas. O magnétron mostrado na fotografia de abertura deste capítulo consiste em um catodo central, um anodo com oito câmaras circulares, uma “bobina de saída” numa das câmaras e um grande ímã permanente. Tudo, exceto o ímã, é mostrado na Fig. 37-4a.

Um filamento aquecedor no interior do catodo faz com que este libere elétrons. Um campo elétrico entre o catodo e o anodo compele os elétrons na direção do anodo, mas o campo magnético constante \mathbf{B} produzido pelo ímã permanente e os campos magnéticos variáveis, \mathbf{B}_{rf} , produzidos nas câmaras, compelem os elétrons ao agrupamento em quatro “raios de roda” que giram rapidamente em torno do catodo.

As extremidades destes “raios” se deslocam ao longo da parede interna do anodo onde depositam elétrons, ocasionando pulsos de corrente de deslocamento ao redor das câmaras, em sentidos alternados. O sentido da corrente de deslocamento numa câmara está sujeito ao lado em que os elétrons são depositados (Fig. 37-4b,c), da mesma forma que o sentido da corrente de deslocamento na Fig. 37-3 sujeita-se ao lado do capacitor em que a corrente deposita elétrons. De acordo com a Eq. IV da Tabela 37-2, são estes pulsos de corrente de deslocamento, ao redor das câmaras, que produzem os campos magnéticos variáveis \mathbf{B}_{rf} .

Os campos magnéticos variáveis \mathbf{B}_{rf} atuam como um sistema de realimentação, porque ajudam a formar os “raios de roda” que os produzem. De acordo com a Eq. III da Tabela 37-2, esses campos também induzem pulsos de campo elétrico nas câmaras. Os pulsos de campo elétrico na

Tabela 37-2
Equações de Maxwell*

Número	Nome	Equação	Descreve	Referência
I	Lei de Gauss da eletricidade	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$	Carga e campo elétrico	Cap. 25
II	Lei de Gauss do magnetismo	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$	O campo magnético	Cap. 34
III	Lei de Faraday	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt$	Um campo elétrico produzido por um campo magnético variável	Cap. 32
IV	Lei de Ampère-Maxwell	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0\epsilon_0 d\Phi_E/dt + \mu_0 i$	Um campo magnético produzido por um campo elétrico variável ou por uma corrente ou ambos	Caps. 31 e 37

*Válidas somente na ausência de materiais magnéticos e de dielétricos.

câmara que contém a bobina de saída geram nela pulsos de corrente que são enviados ao longo de fios para a antena do radar, onde um feixe de microondas é emitido.

Para identificar rapidamente as aeronaves nazistas e lançar a força defensiva, os ingleses precisavam de um radar com uma potência muito grande, muito maior do que a fornecida por uma fonte de potência convencional. Contudo,

com a ajuda de um magnétron, eles puderam usar uma fonte convencional para produzir o campo elétrico entre o catodo e o anodo. Enquanto se moviam para o anodo, os elétrons ganhavam energia dessa fonte e, através das etapas descritas acima, suas energias eram convertidas e concentradas em pulsos. Tudo isto foi possível por causa das equações de Maxwell.

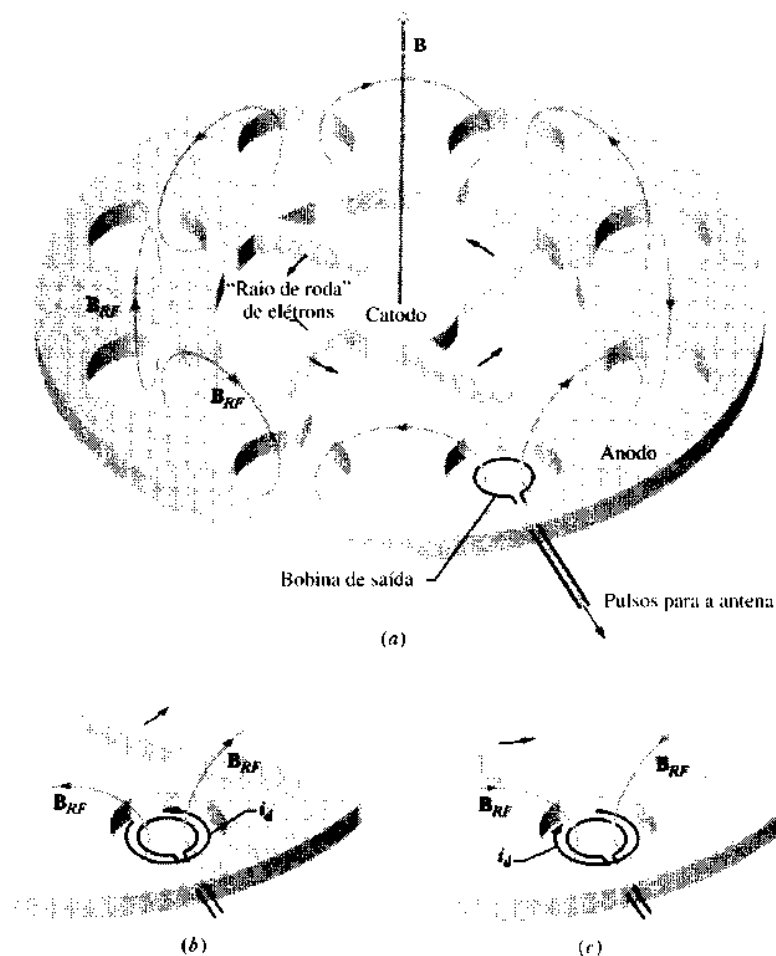


Fig. 37-4 (a) As partes constituintes de um magnétron. (b, c) Dois estágios em que as correntes de deslocamento na câmara contendo a bobina de saída criam o campo magnético B_{RF} . Estes campos, que variam numa taxa comparável a frequências de rádio (por isso a notação RF , iniciais de radio frequencies), geram pulsos de corrente na bobina de saída.

RESUMO

A Extensão de Maxwell da Lei de Ampère

Na Tabela 37-1, resumimos as equações básicas do eletromagnetismo do modo como foram apresentadas nos capítulos anteriores. Analisando a simetria destas equações, vimos que, para fazer a lei de Ampère simétrica com a lei de Faraday, devemos escrevê-la como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère - Maxwell}). \quad (37-6)$$

O novo termo da direita afirma que um *campo elétrico variável* ($d\Phi_E/dt$) *gera um campo magnético* ($\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$). Ele é o correspondente simétrico da lei de Faraday: um *campo magnético variável* ($d\Phi_M/dt$) *gera um campo elétrico* ($\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$).

Corrente de Deslocamento

Definimos a corrente de deslocamento devida a um campo elétrico variável como

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}). \quad (37-8)$$

A Eq. 37-6, então, se escreve

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (i_d + i) \quad (\text{lei de Ampère - Maxwell}). \quad (37-9)$$

Deste modo podemos manter a noção de continuidade da corrente (corrente de condução + corrente de deslocamento). A corrente de deslocamento envolve um campo elétrico variável e *não* um deslocamento de cargas.

Equações de Maxwell

As equações de Maxwell, mostradas na Tabela 37-2, resumem todo o eletromagnetismo e constituem seu fundamento.

QUESTIONÁRIO

- Com suas próprias palavras explique por que a lei da indução de Faraday (veja a Tabela 37-2) pode ser interpretada dizendo-se: “um campo magnético variável gera um campo elétrico”.
- Quando um fluxo uniforme Φ_M através de um anel circular está diminuindo com o tempo, o campo magnético induzido (visto ao longo do sentido de \mathbf{E}), está no sentido horário ou anti-horário?
- Por que é tão fácil mostrar que “um campo magnético variável produz um campo elétrico”, mas é tão difícil mostrar de um modo simples que “um campo elétrico variável produz um campo magnético”?
- Na Fig. 37-1a, considere um círculo com raio $r > R$. Como se pode induzir um campo magnético em torno deste círculo, como mostra o Exemplo 37-1? Afinal de contas, não há campo elétrico no local deste círculo e, assim, $dE/dt = 0$.
- Na Fig. 37-1a, \mathbf{E} está entrando na figura e seu módulo está crescendo. Determine o sentido de \mathbf{B} no caso em que, (a) \mathbf{E} está entrando na figura e seu módulo está diminuindo, (b) \mathbf{E} está saindo da figura e seu módulo está aumentando, (c) \mathbf{E} está saindo da figura e seu módulo está diminuindo e (d) \mathbf{E} permanece constante.
- Na Fig. 35-1c, é necessária uma corrente de deslocamento para manter a continuidade da corrente no capacitor. Como é possível a existência de tal corrente, se não há cargas no capacitor?
- Nas Figs. 37-1a e 37-1b, qual é o sentido da corrente de deslocamento i_d ? Nestas mesmas figuras, podemos encontrar alguma regra relacionando os sentidos de (a) \mathbf{B} e \mathbf{E} e (b) de \mathbf{B} e $d\mathbf{E}/dt$?
- Que vantagens existem em chamar-se o termo $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$, na Eq. IV da Tabela 37-2, de corrente de deslocamento?
- Podemos medir uma corrente de deslocamento usando um amperímetro? Explique.
- Explique por que os efeitos magnéticos das correntes de condução em fios são facilmente detectados, enquanto que os efeitos magnéticos das correntes de deslocamento em capacitores são tão difíceis de detectar?
- Na Tabela 37-2, existem três espécies de aparente falta de simetria nas equações de Maxwell. (a) As grandezas ϵ_0 e/ou μ_0 aparecem em I e IV mas não em II e III. (b) Existe um sinal negativo em III mas nenhum sinal negativo em IV. (c) Faltam os “termos pólos magnéticos” em II e III. Quais destes itens representam uma verdadeira falta de simetria? Se os monopólos magnéticos fossem descobertos, como reescreveríamos estas equações para incluí-los? (Sugestão: Seja p a intensidade do pólo magnético.)

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 37-2 As Equações de Maxwell: Uma Lista Provisória

1E. Verifique o valor numérico da velocidade escalar da luz usando a Eq. 37-1 e mostre que a equação está dimensionalmente correta. (Veja o Apêndice B.)

2E. (a) Mostre que $\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 377 \, \Omega$. (Esta grandeza é chamada de “impedância do vácuo”.) (b) Mostre que a frequência angular correspondente a 60 Hz é igual a 377 rad/s. (c) Compare os itens (a) e (b). Você acha que esta coincidência tenha influído na escolha de 60 Hz para os geradores de ca? Lembre-se de que, na Europa, é usado 50 Hz.

Seção 37-3 Campos Magnéticos Induzidos

3E. Para a situação do Exemplo 37-1, onde o campo magnético induzido se reduz à metade de seu valor máximo?

4P. Suponha que um capacitor de placas paralelas circulares tenha um raio R de 30 mm e que a separação entre as placas seja de 5,0 mm. Uma diferença de potencial senoidal com um valor máximo de 150 V e uma frequência de 60 Hz é aplicada entre as placas. Determine $B_m(r)$, o valor máximo do campo magnético induzido para $r = R$.

5P. Para as condições do Problema 4, faça um gráfico de $B_m(r)$ para o intervalo $0 < r < 10$ cm.

Seção 37-4 Corrente de Deslocamento

6E. Prove que a corrente de deslocamento num capacitor de placas paralelas pode ser escrita como

$$i_d = C \frac{dV}{dt}$$

7E. Dispõe-se de um capacitor de placas paralelas de $1,0 \mu\text{F}$. Como seria possível obter uma corrente de deslocamento (instantânea) de $1,0$ A no espaço entre as placas?

8E. Para a situação do Exemplo 37-1, mostre que a densidade de corrente de deslocamento J_d , para $r \leq R$, é dada por

$$J_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

9E. A Fig. 37-5 mostra as placas P_1 e P_2 de um capacitor de placas paralelas circulares de raio R . Elas são ligadas, conforme se vê, a fios retilíneos longos que transportam uma corrente de condução constante i .

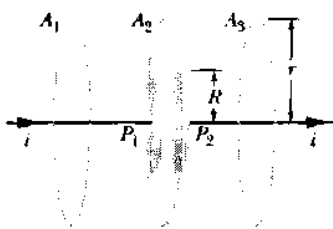


Fig. 37-5 Exercício 9.

A_1 , A_2 e A_3 são círculos hipotéticos de raios iguais a r , dois deles fora do capacitor e um entre as placas. Mostre que o módulo do campo magnético na circunferência de cada um destes círculos é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

10P. No Exemplo 37-1 mostre que as expressões deduzidas para $B(r)$ podem ser escritas como

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad (\text{para } r \geq R)$$

e

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} \quad (\text{para } r \leq R).$$

Note que estas expressões têm a mesma forma que as deduzidas no Cap. 31, exceto que a corrente de condução i foi substituída pela corrente de deslocamento i_d .

11P. Enquanto um capacitor de placas paralelas circulares, de diâmetro 20 cm, está sendo carregado, a densidade de corrente de deslocamento através da região entre as placas é uniforme e tem módulo igual a 20 A/m^2 . (a) Calcular o módulo B do campo magnético numa distância $r = 50$ mm do eixo de simetria da região. (b) Calcular dE/dt nesta região.

12P. Um campo elétrico uniforme cai a zero a partir de uma intensidade inicial de $6,0 \times 10^5 \text{ N/C}$ num intervalo de tempo igual a $15 \mu\text{s}$, do

modo indicado na Fig. 37-6. Calcular a corrente de deslocamento que atravessa uma área de $1,6 \text{ m}^2$ ortogonal à direção do campo, durante cada um dos intervalos de tempo (a), (b) e (c), indicados no gráfico. (Ignore o comportamento nas extremidades dos intervalos.)

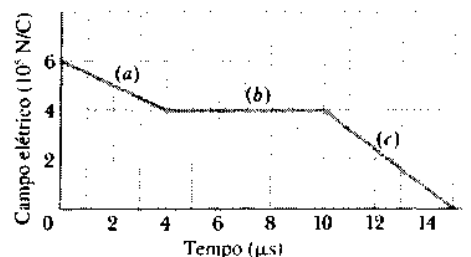


Fig. 37-6 Problema 12.

13P. Um capacitor de placas paralelas quadradas, de $1,0$ m de lado, como o da Fig. 37-7, está sendo carregado por uma corrente de $2,0$ A que chega a uma das placas e sai da outra. (a) Qual é a corrente de deslocamento na região entre as placas? (b) Qual é o valor de dE/dt nesta região? (c) Qual é a corrente de deslocamento através da trajetória quadrada tracejada entre as placas? (d) Qual é o valor de $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ao longo desta trajetória?

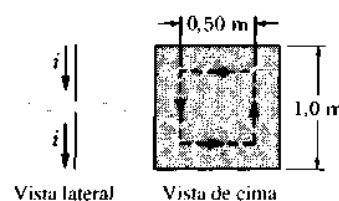


Fig. 37-7 Problema 13.

14P. Em 1929, M. R. Van Cauwenberghe conseguiu medir diretamente, pela primeira vez, a corrente de deslocamento i_d entre as placas de um capacitor de placas paralelas, submetido a uma diferença de potencial alternada, como está sugerido na Fig. 37-1. Ele usou placas circulares cujo raio efetivo era de 40 cm e cuja capacitância era de 100 pF . A diferença de potencial aplicada tinha um valor máximo V_m de 174 kV na frequência de 50 Hz . (a) Qual foi a corrente de deslocamento máxima obtida entre as placas? (b) Por que foi escolhida uma diferença de potencial tão elevada? (A delicadeza destas medidas é tal que elas só foram realizadas diretamente mais de 60 anos depois de Maxwell ter enunciado o conceito de corrente de deslocamento!)

15P. O capacitor na Fig. 37-8 consistindo em duas placas circulares de raio $R = 18,0$ cm está ligado a uma fonte de fem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, onde $\mathcal{E}_m = 220 \text{ V}$ e $\omega = 130 \text{ rad/s}$. O valor máximo da corrente de deslocamento é $i_d = 7,60 \mu\text{A}$. Despreze a distorção do campo elétrico nas bordas das placas. (a) Qual é o valor máximo da corrente i ? (b) Qual é o valor máximo

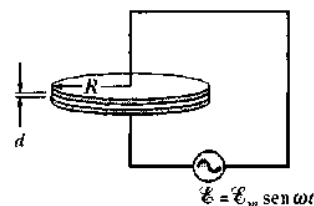


Fig. 37-8 Problema 15.

de $d\Phi_E/dt$, onde Φ_E é o fluxo elétrico na região entre as placas? (c) Qual a separação d entre as placas? (d) Determine o valor máximo do módulo de \mathbf{B} entre as placas a uma distância $r = 11,0$ cm do centro.

Seção 37-5 Equações de Maxwell: A Lista Completa

16E. Qual das equações de Maxwell na Tabela 37-2 está mais intimamente relacionada com cada uma das seguintes experiências: (a) Toda carga colocada num condutor isolado desloca-se totalmente para a sua superfície externa. (b) Ao variar-se a corrente numa bobina, verifica-se o aparecimento de uma corrente numa segunda bobina situada nas proximidades da primeira. (c) Dois fios paralelos transportando correntes de mesmo sentido atraem-se.

17P. Uma propriedade de autoconsistência de duas das equações de Maxwell (Eqs. III e IV da Tabela 37-2). A Fig. 37-9 mostra dois percursos fechados $abefa$ e $bcdeb$ que possuem um lado comum be . (a) Pode-se aplicar $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt$ (Eq. III) a cada uma das trajetórias fechadas separadamente. Mostre que, a partir destes resultados, a Eq. III é automaticamente satisfeita para o percurso fechado composto $abcdefa$. (b) Repita o item (a) para a Eq. IV.

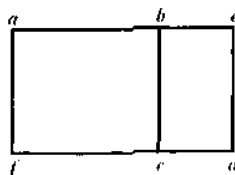


Fig. 37-9 Problema 17.

18P. Uma propriedade de autoconsistência de duas das equações de Maxwell (Eqs. I e II da Tabela 37-2). Dois paralelepípedos adjacentes partilham uma face comum $abcd$, como mostra a Fig. 37-10. (a) Pode-

se aplicar $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$ (Eq. I) a cada uma destas duas superfícies fechadas separadamente. Mostre que, a partir destes resultados, a Eq. I é automaticamente satisfeita para a superfície fechada composta. (b) Repita o item (a) para a Eq. II.



Fig. 37-10 Problema 18.

19P. As equações de Maxwell como mostradas na Tabela 37-2 valem somente na ausência de materiais dielétricos. Como seriam escritas estas equações se esta restrição fosse eliminada?

20P*. Uma longa barra cilíndrica condutora, de raio R , está centrada ao longo do eixo x como mostra a Fig. 37-11. A barra possui um corte muito fino em $x = b$. Uma corrente de condução i , aumentando no tempo e dada por $i = \alpha t$, percorre a barra da esquerda para a direita; α é uma constante de proporcionalidade (positiva). No instante $t = 0$ não existe carga nas faces do corte próximas de $x = b$. (a) Determine o módulo da carga nessas faces em função do tempo. (b) Use a Eq. I da Tabela 37-2 para determinar E no intervalo entre as faces em função do tempo. (c) Esboce as linhas de \mathbf{B} para $r < R$, onde r é a distância ao eixo x . (d) Use a Eq. IV da Tabela 37-2 para determinar $B(r)$ no intervalo entre as faces para $r \leq R$. (e) Compare a resposta do item (d) com $B(r)$ na barra para $r \leq R$.



Fig. 37-11 Problema 20.

PROBLEMAS ADICIONAIS

21. Um fio de prata tem resistividade $\rho = 1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ e seção transversal de área $5,00 \text{ mm}^2$. A corrente no fio está variando na taxa de $2,000 \text{ A/s}$ quando a corrente é 100 A . (a) Qual é o campo elétrico no fio quando a corrente que o percorre é de 100 A ? (b) Qual é a corrente de deslocamento no fio neste instante? (c) Qual é a razão entre o campo magnético criado pela corrente de deslocamento e o campo magnético criado pela corrente a uma distância r do fio?

22. Um capacitor de placas paralelas de área A e separação d está preenchido com um material de constante de permissividade ϵ_0 e condutividade σ . O capacitor está inicialmente carregado sob uma diferença de potencial

V_0 ; o capacitor, então, descarrega através do material entre as placas. Qual é o campo magnético entre as placas durante esta descarga?

23. Um capacitor de placas paralelas preenchido com um material de constante dielétrica κ está carregando. Mostre que, enquanto o capacitor está sendo carregado, a densidade de corrente de deslocamento no dielétrico é

$$\mathbf{J}_d = \frac{d\mathbf{D}}{dt},$$

onde $\mathbf{D} = \kappa\epsilon_0\mathbf{E}$.