Aula 5

Professor:

Mauricio Kischinhevsky

Matéria, Força e Energia (Parte 5)

Conteúdo:

5.1 Leis de Newton

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

5.1 Leis de Newton

Sistemas de Partículas e a Conservação da Quantidade de Movimento

Conceituação: A análise de sistemas compostos por mais de uma partícula permite o entendimento de processos variados, como o de colisões entre pares de partículas, por exemplo. As ferramentas principais são, para tal, a segunda Lei de Newton para sistemas de partículas e o teorema da quantidade de movimento.

Centro de Massa

O movimento de um sistema de partículas pode ser visto como o movimento do seu centro de massa, no que pode ser considerado o movimento global do sistema. Desta forma a dinâmica do que ocorre com uma partícula pode ser descrita relativamente ao centro de massa e composta com o movimento do próprio centro de massa.

Para um sistema composto por duas partículas de mesma massa, o centro de massa está no ponto médio da linha que as une. Se a massa de uma das partículas é a maior, o centro de massa do par é mais próximo desta, de maior massa. Em notação vetorial, para um sistema com *n* partículas, vale a definição:

$$M\vec{r}_{cm} = m_i\vec{r}_i + ... + m_n\vec{r}_n = \sum_i m_i\vec{r}_i$$

Exercício:

Considere uma gangorra de comprimento 3,0m e massa desprezível, apoiada no seu ponto médio. Para brincar com seu filho que tem massa 40 kg e senta em uma extremidade, um adulto com massa 80 kg senta na outra extremidade. Onde se situa o centro de massa? E se o adulto se propuser a fazer com que o centro de massa coincida com o centro da gangorra, onde deve sentar-se?

Exercício (continuação):

Resposta:

Considere que a gangorra ocupa o eixo x desde x = 0 até x = 3m. Com cada um sentado em uma extremidade, o centro de massa estará localizado em

$$(40kg + 80kg) \cdot X_{cm} = 40kg \cdot 0m + 80kg \cdot 3m$$

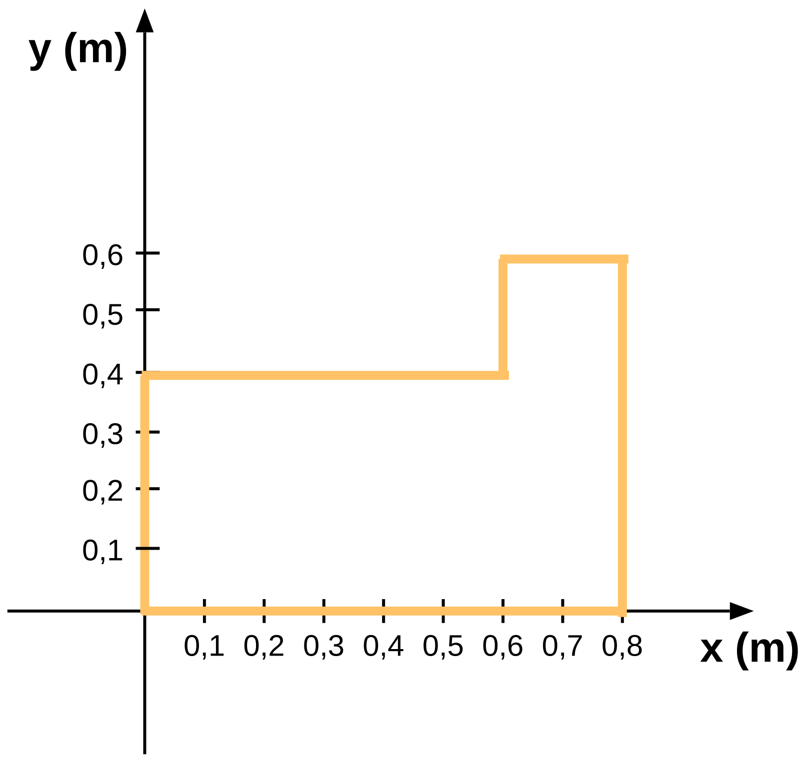
Ou seja, não é uma brincadeira muito "equilibrada", pois $X_{cm} = 2m$

No segundo caso, sabendo que o centro de massa deve estar em x = 1,5m, tem-se que determinar a localização do adulto, ou seja,

$$(40kg + 80kg) \cdot X_{cm} = 120kg \cdot 1,5m = 40kg \cdot 0m + 80kg \cdot x_a \Rightarrow x_a = 2,25m$$

Exercício:

Considere uma peça de um material homogêneo com o formato abaixo e determine o seu centro de massa:



Exercício (continuação):

Pode-se obter o centro de massa mediante integração. Como o material é homogêneo, podem-se combinar as geometrias, pode-se obter o centro de massa do objeto todo compondo geometrias simplificadas, como é o caso do retângulo de altura constante à esquerda e do retângulo de altura constante à direita. Assim, o centro de massa do primeiro retângulo é seu centro geométrico, ou seja, $x_{cm,1}$ = 0,3m e $y_{cm,1}$ = 0,2m. Analogamente, o centro de massa do segundo retângulo é $x_{cm,2}$ = 0,7m e $y_{cm,2}$ = 0,3m. Como a densidade é constante, a composição se faz como se fossem duas partículas de massas proporcionais às áreas e concentradas nos respectivos centros de massa.

Exercício (continuação):

Portanto, o centro de massa do objeto todo é

$$M\vec{r}_{cm} = m_1(0,3\vec{i} + 0,2\vec{j}) + m_2(0,7\vec{i} + 0,3\vec{j})$$

ou, explicitamente, como a densidade é constante,

$$(0,6 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6)\vec{r}_{cm} = (0,36)\vec{r}_{cm} = (0,6 \cdot 0,4)(0,3\vec{i} + 0,2\vec{j}) + (0,2 \cdot 0,6)(0,7\vec{i} + 0,3\vec{j})$$

Finalmente,

$$0,36 \cdot (x_{cm}\vec{i} + y_{cm}\vec{j}) = (0,24) \cdot (0,3\vec{i} + 0,2\vec{j}) + 0,12 \cdot (0,7\vec{i} + 0,3\vec{j})$$

resultando, então,

$$x_{cm} = (0,24/0,36) \cdot 0,3 + (0,12/0,36) \cdot 0,7 = 0,433$$

$$y_{cm} = (0,24/0,36) \cdot 0,2 + (0,12/0,36) \cdot 0,3 = 0,233$$

Conservação da quantidade de movimento linear

Define-se quantidade de movimento linear como

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

uma grandeza vetorial que pode ser imaginada como uma medida do esforço necessário para levar uma partícula (objeto) até o repouso. Por exemplo, a quantidade de movimento de um caminhão com massa de 5.000 kg a 60 km/h é maior que a de um veículo de passeio com 1.000 kg a 120 km/h.

A segunda Lei de Newton pode ser escrita em termos da quantidade de movimento como

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a},$$

no caso de massa constante. A quantidade de movimento de um sistema de partículas é igual ao somatório das quantidades de movimento individuais das partículas.

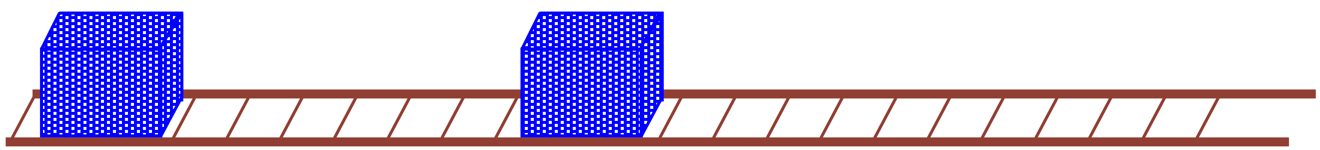
Conservação da quantidade de movimento linear (continuação)

A lei da conservação da quantidade de movimento se expressa como: "Se a força externa resultante atuando sobre um sistema permanece nula, a quantidade de movimento total do sistema permanece constante".

Observe que, tratando-se de conservação de uma quantidade vetorial, todas as componentes estão conservadas.

Exercício:

Um vagão de 14.000 kg se movimenta horizontalmente a 4 m/s em direção a um pátio de manobra. Ao passar por um vagão adicional, que contém grãos e perfaz uma massa de 2.000 kg, a este é enganchado, formando um novo conjunto movendo-se sobre o trilho. Quanto tempo o novo conjunto demorará para percorrer 500m a partir do ponto de engate?



Animar **Voltar**

Conservação da quantidade de movimento linear (continuação)

Pode-se tratar o problema como um sistema composto por dois objetos:

um vagão (o da esquerda) que tem massa total 2.000 kg e está inicialmente parado (velocidade nula), e o vagão da direita, com massa total 14.000 kg e velocidade inicial 4 m/s.

A quantidade de movimento total é:

$$m_1 \cdot (0m/s)\vec{i} + m_2 \cdot (4m/s)\vec{i} = (0 \cdot 2.000)(kg.m/s)\vec{i} + (4 \cdot 14.000)(kg.m/s)\vec{i} =$$

$$= 56.000(kg.m/s)\vec{i}.$$

Como este valor se conserva e a nova massa, após o engate, é de 16.000 kg, a nova velocidade do conjunto é 4(m/s).14.000 / 16.000 = 3,5 m/s. Ora, para percorrer a distância de 500m, o conjunto demorará o tempo Δt tal que 3,5(m/s). Δt = 500m, ou seja, Δt = 143s.

Energia Cinética de um Sistema

A energia cinética de um sistema de partículas pode ser expressa pela soma de dois termos: a energia cinética associada ao movimento do centro de massa (movimento "global" do sistema com toda a massa somada) e a energia cinética associada ao movimento das partículas do sistema em relação ao centro de massa.

Colisões

Ocorre quando dois objetos se aproximam e interagem por um certo intervalo de tempo. Só atuam as forças internas à interação entre os dois objetos e, assim, a quantidade de movimento se conserva. Quando forças externas atuam sobre um sistema, a variação na quantidade de movimento total do sistema é denominada **impulso**. Logo a força média exercida pela força externa é o impulso observado dividido pelo tempo de interação.

Colisões (continuação)

Exercício:

Um carro equipado com um boneco instrumentado (massa 80 kg) para testes de impacto colide com uma parede rígida a 25 m/s. Estime a força que o cinto de segurança exerce sobre o boneco durante o impacto.

Colisões (continuação)

Resposta:

Suponha que o percurso do boneco foi de cerca de 1m após o início da colisão até sua parada total. A força resulta da avaliação do impulso sobre o boneco e de sua divisão pelo tempo de duração da colisão.

Quando observada do laboratório, a quantidade de movimento do boneco era 2.000 N.s antes da colisão e zero, após. Assim, o impulso foi a alteração da quantidade de movimento obtida, 2.000 N.s.

Deve-se estimar o tempo durante o qual a quantidade de movimento se modificou. Supondo que a aceleração tenha sido constante, o tempo Δt durante o qual o boneco se moveu 1m com velocidade média
(0 + 25)(m/s) = 12,5 m/s pode ser calculado como
Δt = (1m) / (12,5 m/s) = 0,08s.

Finalmente, a força média foi 2.000 N.s / 0,08s = 25.000 N.

Rotação

Cinemática rotacional, velocidade e aceleração angulares

Cada ponto de um corpo girante em torno de um eixo se movimenta a uma certa velocidade. Porém, os ângulos percorridos por unidade de tempo têm que ser os mesmos, na medida em que uma volta é completada por todos os pontos do objeto simultaneamente. Isto exige pensarmos em noções como velocidades angulares.

Exemplo:

Um CD está girando a 3.000 rotações por minuto. Qual a velocidade em radianos por segundo? Qual a distância percorrida por um ponto a 3cm do centro do CD, a cada segundo?

Resposta:

Como uma rotação compreende 360^o ou 2π radianos, 3.000 rpm = (3.000 / 60) rps = 50 rps. Este CD gira a (50 rps).(2π radianos/rotação)= 314 (rad/s).

Ademais, um ponto a 3 cm do centro percorre (2π .3)cm em um giro do CD. Como se tratam de 50 rotações por segundo, o ponto percorre 942 cm.