Fundação CECIERJ – Vice Presidência de Educação Superior a Distância

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

2ª Avaliação à Distância de Física para Computação – 2008/II

Nome: ____

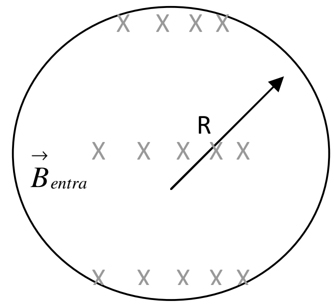
Pólo: ____

Questão	Valor	Nota
1ª Questão	1,5	
2ª Questão	2,0	
3ª Questão	1,0	
4ª Questão	1,5	
5ª Questão	1,0	
6ª Questão	1,5	
7ª Questão	1,5	
TOTAL	**10,0**	

Observação: *Em todas as questões, explique passo a passo todas as etapas do seu desenvolvimento. Não se limite à aplicação de fórmulas. Desse modo, resultados parciais e evidências de compreensão do conteúdo pertinente podem ser considerados e pontuados.*

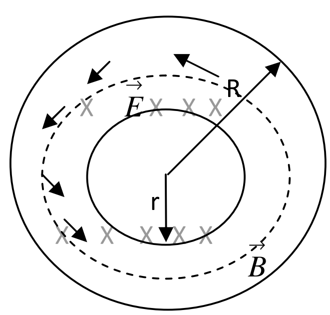
1ª Questão:

Um campo magnético B é perpendicular ao plano da página. B é uniforme através de uma região circular de raio R, como mostrado na figura. Externamente a essa região, B é igual a zero. A direção de B permanece fixa, e a taxa de variação de B é dB/dt. Quais são o módulo e a direção do campo elétrico induzido na página (a) a uma distância r<R a partir do centro da região circular e (b) a uma distância r>R a partir do centro, onde B=0?



Solução:

O campo magnético $\vec{B}$ atravessa a página e cobre uniformemente a região circular de raio R, como mostrado na figura abaixo. Conforme B aumenta ou diminui o fluxo magnético através de uma superfície limitada por uma curva fechada C também varia, e um fem $\varepsilon = \oint_C \vec{E}\,\vec{dl}$ é induzida em torno de C. O campo elétrico induzido é encontrado pela aplicação de $\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = -d\phi_m / dt$. Para usar a vantagem da simetria do sistema, escolhe-se C como sendo uma curva circular de raio r e então se avalia a integral de linha. Pela simetria, $\vec{E}$ é tangente ao círculo C e possui o mesmo módulo em qualquer ponto do círculo. Atribui-se a direção de $\hat{n}$ para dentro da página. A convenção de sinais então diz que a direção tangente positiva está no sentido horário. Calcula-se então o fluxo magnético ϕ_m, a partir da sua derivada no tempo, e resolve-se para E_t.



(a)1. Os campos $\vec{B}$ e $\vec{E}$ estão relacionados por:

$$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = -d\phi_m / dt$$

Onde $\phi_m = \int_S \vec{B} \bullet \hat{n}\, dA$.

2. A componente tangencial de $\vec{E}$, E_t, é encontrada a partir da integral de linha para um círculo de raio r<R. $\vec{E}$ é tangente ao círculo e possui um módulo constante:

$$\oint_C \vec{E}\, \vec{dl} = \int_C E_t dl = E_t \int_C dl = E_t 2\pi r$$.

3. Para r<R, $\vec{B}$ é uniforme sobre a superfície plana S limitada pelo círculo C. Escolheu-se $\hat{n}$ na direção para dentro da página. Como $\vec{B}$ está também para dentro da página, o fluxo através de S é simplesmente BA:

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \bullet \hat{n}\, dA = \int_S B_n\, dA = B_n \int_S dA = BA = B\pi r^2$$.

4. Calcula-se a derivada no tempo de ϕ_m:

$$\frac{d\phi_m}{dt} = \frac{d}{dt}(B\pi r^2) = \frac{dB}{dt}\pi r^2$$.

5. Substituem-se os resultados do passo 3 e 4 no resultado do passo 1, e resolve-se para E_t. A direção tangencial positiva é no sentido horário.

$$E_t 2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi r^2$$

então $E_t = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}, \qquad r < R$.

6. Para a escolha da direção de $\hat{n}$ no passo 3, a direção tangencial positiva é no sentido horário: E_t é negativa, então $\vec{E}$ está no sentido anti-horário.

(b) 1. Para o círculo de raio r>R (a região onde campo magnético é nulo), a integral de linha e a mesma que antes:

$$\oint_C \vec{E}\, \vec{dl} = E_t 2\pi r$$

2. Uma vez que B=0 para r>R, o módulo do fluxo através de S é $B\pi R^2$:

$$\phi_m = B\pi R^2$$

3. Aplica-se a lei de Faraday para encontrar E_t:

$$E_t 2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi R^2$$

$$E_t = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}, \quad r > R$$

E_t é negativa, então $\vec{E}$ está no sentido anti-horário.

2ª Questão:

Quando uma barra metálica é aquecida, varia não só sua resistência, mas também seu comprimento e a área de sua secção transversal. A relação $R = \frac{\rho L}{A}$, onde R é a resistência da barra, ρ é a resistividade, L é o comprimento da barra e A é a área da secção transversal da barra, sugerem que todos os três fatores devem ser levados em conta na medida de ρ em temperaturas diferentes. (a) Quais são, para um condutor de cobre, as variações percentuais em R,L e A quando a temperatura varia de 1 grau centigrado. (b) Que conclusões podemos tirar daí? O coeficiente de dilatação linear do cobre é $1.7X10^{-15}$ por grau centigrado. O coeficiente térmico da resistividade do cobre é $4.3X10^{-3}$.

Solução:

(a) Seja ΔT a variação de temperatura e β o coeficiente de expansão linear do cobre. Então, $\Delta L = \beta L \Delta T$ que é a variação do comprimento linear do cobre. Portanto,

$$\frac{\Delta L}{L} = \beta \Delta T = (1.7\ X\ 10^{-5})\ X\ \Delta T = (1.7\ X\ 10^{-5})\ X\ 1 = 0.0017\%$$

Agora, como sabemos que a área A é proporcional a L^2, qualquer que seja o valor da constante de proporcionalidade, temos sempre que,

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{2L\Delta L}{L^2} = 2\frac{\Delta L}{L} = 2\beta\Delta T.$$

Como R é uma função em relação à resistividade, comprimento e área, isto é, $R = R(\rho, L, A)$, temos que uma variação arbitrária de R é dada por

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial \rho}\Delta\rho + \frac{\partial R}{\partial L}\Delta L + \frac{\partial R}{\partial A}\Delta A$$

Da relação $R = \frac{\rho L}{A}$ obtemos facilmente que

$$\frac{\partial R}{\partial \rho} = \frac{L}{A} = \frac{R}{\rho}$$

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \frac{\rho}{A} = \frac{R}{L}$$

$$\frac{\partial R}{\partial A} = -\frac{\rho L}{A^2} = -\frac{R}{A}$$

Aplicando a igualdade $\frac{\Delta \rho}{\rho} = \alpha\,\Delta T$, onde α é o coeficiente térmico da resistividade do cobre ($4.3X10^{-3}$), obtemos a seguinte relação:

$$\Delta R = \frac{R}{\rho}\Delta\rho + \frac{R}{L}\Delta L - \frac{R}{A}\Delta A$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha\,\Delta T + \beta\Delta T - 2\beta\Delta T$$

$$\frac{\Delta R}{R} = (\alpha + \beta - 2\beta)\Delta T$$

$$\frac{\Delta R}{R} = (\alpha - 2\beta)\Delta T = (4.3X10^{-3} - 1.7\ X\ 10^{-5})\ X\ 1 = 0.42\%$$

(b) A mudança percentual na resistividade é muito maior que a mudança percentual no comprimento e na área. Mudanças no comprimento e na área afetam a resistência muito menos do que mudanças na resistividade.

3ª Questão:

Duas lâmpadas, uma de resistência R1 e a outra de resistência R2, R1>R2, estão ligadas a uma bateria (a) em paralelo e (b) em série. Que lâmpada brilha mais (dissipa mais energia) em cada caso?

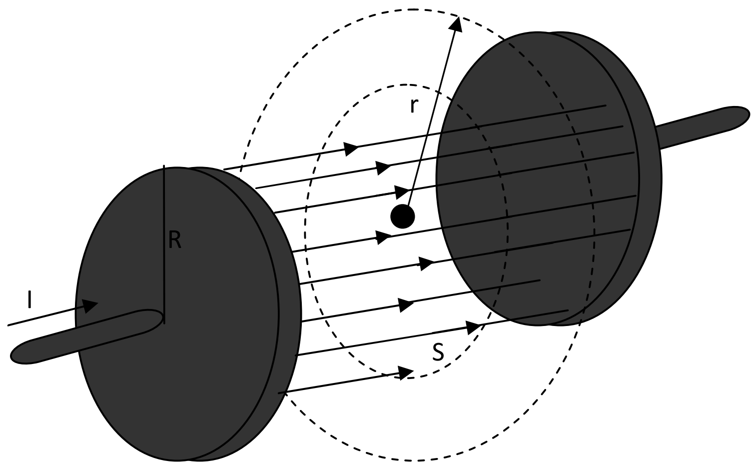
Solução:

(a) Seja ε a fem da bateria. Quando as lâmpadas são conectadas em paralelo a diferença de potencial através delas é a mesma e é a mesma que a fem da bateria. A potencia dissipada pela lâmpada 1 é $P_1 = \frac{\varepsilon^2}{R_1}$ e a potencia dissipada pela lâmpada 2 é $P_2 = \frac{\varepsilon^2}{R_2}$ Como R1 é maior que R2, a lâmpada 2 dissipa energia a uma taxa maior do que a lâmpada 1, sendo portanto a mais brilhante.

(b) Quando as lâmpadas são conectadas em série a corrente nelas é a mesma. A potência dissipa pela lâmpada 1 é agora $P_1 = i^2 R_1$ e a potência dissipada pela lâmpada 2 é $P_2 = i^2 R_2$. Como R1 é maior do que R2, mais potência é dissipada pela lâmpada 1 do que pela lâmpada 2 sendo agora a lâmpada 1 a mais brilhante.

4ª Questão:

Um capacitor de placas paralelas tem placas circulares de raio R com pequena distância entre elas. A carga está fluindo para a placa positiva e da placa negativa a uma taxa I=dQ/dt = 2,5A. Calcule a corrente de deslocamento através da superfície S entre as placas através da determinação direta da taxa de variação do fluxo de $\vec{E}$ através da superfície S.



Solução:

A corrente de deslocamento é $I_d = \varepsilon_0 \dfrac{d\phi_e}{dt}$, onde ϕ_e é o fluxo elétrico através da superfície entre as placas. Uma vez que as placas paralelas estão muito próximas, na região entre as placas o campo elétrico é uniforme e perpendicular às placas. Fora do capacitor o campo elétrico é desprezível. Assim, o fluxo elétrico é simplesmente $\phi_e = EA$, onde E é o campo elétrico entre as placas e A é a área da placa.

1 – A corrente de deslocamento é encontrada tomando a derivada no tempo do fluxo elétrico:

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}$$

2 – O fluxo é igual ao módulo do campo elétrico vezes a área da placa:

$$\phi_e = EA$$

3 – O campo elétrico é proporcional à densidade de carga sobre as placas, que é tratada como uniformemente distribuída:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q/A}{\varepsilon_0}$$

4 – Substituindo esses resultados para calcular I_d:

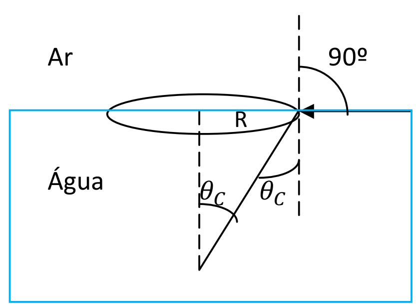
$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d(EA)}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{A\varepsilon_0}\right) = \frac{dQ}{dt} = 2{,}5A$$

5ª Questão

Você está aproveitando um belo feriado na piscina. Quando está debaixo d'água, você olha para cima e verifica que pode ver objetos acima do nível da água em um círculo de luz com raio de aproximadamente 2,0m, e que o resto da sua visão é a cor dos lados da piscina. A que profundidade na piscina estão os seus olhos?

Solução:

Você pode determinar a profundidade da piscina a partir do raio de luz e do ângulo no qual a luz está entrando em seus olhos nos limites do círculo. Na fronteira do círculo a luz está entrando na água com 90º, então o ângulo de refração na superfície ar-água é o ângulo crítico para refração interna total na superfície água-ar.



Observando a figura podemos observar que a profundidade y está relacionada com esse ângulo e o raio do circulo R por

$$\mathrm{tg}\,\theta_c = \frac{R}{y}.$$

Assim,

$$y = \frac{R}{\mathrm{tg}\theta_c}$$

E temos que o ângulo crítico para refração interna total na superfície água-ar:

$$\text{sen}\theta_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}3} = 0{,}77$$

O que nos dá:

$$\theta_c = 50{,}35°$$

Resolvendo y temos:

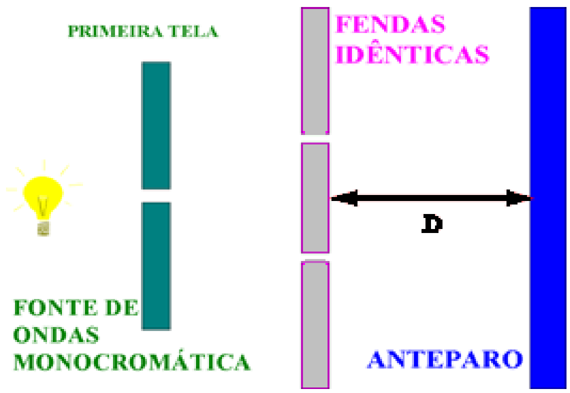
$$y = \frac{R}{\text{tg}\theta_c} = \frac{2{,}0\text{m}}{\text{tg}50{,}35°} = 1{,}63\text{m}$$

6ª Questão:

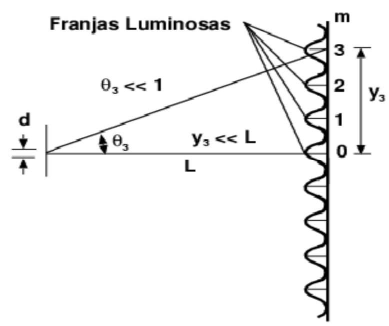
Esboce o aparelho utilizado no experimento de Young. Explique qualitativamente o fenômeno. O experimento é executado com luz azul-esverdeada de comprimento de onda de 50nm. A distância entre as fendas é de 1,2mm e a tela de observação está a 5,4m das fendas. Qual é o espaçamento entre as franjas claras?

Solução

Uma fonte de luz monocromática é colocada atrás de uma tela opaca contendo uma estreita fenda da ordem de um mícron. Logo em seguida aparece uma segunda tela, provida de duas fendas idênticas. Caso a luz fosse um feixe de partículas andando em linha reta, não se observaria nada no anteparo, pois toda a luz seria barrada na segunda tela. No entanto, são obtidas várias franjas claras e escuras que correspondem às interferências construtivas e destrutivas respectivamente. As interferências ocorrem pela diferença de caminho entre os dois feixes de onda que saem das duas fendas situadas na segunda tela. Se esta diferença for um múltiplo inteiro de um comprimento de onda "L", ocorrerá interferência construtiva, aparecendo à franja clara. Do mesmo modo, se a diferença de caminho for um número ímpar de meio comprimento de onda (L/2), acontecerá à interferência destrutiva, aparecendo à franja escura.



Agora analisemos o problema com os dados:



Assim a distância para m-ésima franja na tela pode ser obtida imediatamente. E assim de acordo com a figura:

$$d\,\mathrm{sen}(\theta_m) = m\lambda$$

Tomando m=3, temos:

$$d\,\mathrm{sen}(\theta_3) = 3\lambda$$

$$\mathrm{sen}(\theta_3) = \frac{3\lambda}{d}$$

E pela trigonometria da figura:

$$\mathrm{sen}(\theta_3) \approx \mathrm{tg}(\theta_3) = \frac{y_3}{L}$$

E assim,

$$\frac{3\lambda}{d} = \frac{y_3}{L}$$

O que nos dá

$$\frac{y_3}{3} = 0{,}225\mathrm{mm}$$

7ª Questão:

Determine as funções de onda correspondentes a um elétron confinado em uma região unidimensional de comprimento L e as energias correspondentes. Calcule a probabilidade de encontrar a partícula em uma faixa de largura 0,02.L centrada no meio da caixa, nos estados correspondentes aos números quânticos 1,2,3 e 4.

Solução:

As funções de onda normalizadas do elétron na caixa são:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi\frac{x}{L}\right).$$

Já a energia total do elétron é dado pela sua energia cinética:

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

E pela relação de Broglie temos:

$$E_{cin} = E_n = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}$$

Considerando que a função de onda seja contínua e portanto nula nos extremos x = 0 e x = L. Temos a mesma situação das ondas estacionárias numa corda fixa em x = 0 e x = L, e os resultados são os mesmos, portanto o comprimento de onda é dado por $\lambda_n = 2L/n.$ e portanto as energias permitidas são dadas por:

$$E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2} = n^2 E_1$$

Agora vamos admitir que o elétron esteja no estado fundamental e a probabilidade P de se encontrar o elétron em um intervalo infinitesimal dx é $\Psi^2 dx$ onde Ψ é dada pela relação anterior. Nesse caso a probabilidade nesse caso é dada por $\Psi^2\Delta x$ onde $\Delta x = 0{,}02L$. Assim,

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi\frac{x}{L}\right)$$

Logo

$$\Psi_n^2\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{2}{L}\operatorname{sen}^2\left(n\pi\frac{\frac{L}{2}}{L}\right) = \frac{2}{L}\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

E a probabilidade é dada por:

$$P_n = \Psi_n^2\left(\frac{L}{2}\right)\Delta x = \frac{2}{L}\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)\Delta x$$

E como $\Delta x = 0{,}02L$, temos:

$$P_n = \frac{2}{L}\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)0{,}02L = 0{,}04\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Portanto para cada número quântico:

$$P_1 = 0{,}04\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

$$P_2 = 0{,}04\operatorname{sen}^2(\pi) = 0$$

$$P_3 = 0{,}04\operatorname{sen}^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

$$P_4 = 0{,}04\operatorname{sen}^2(2\pi) = 0$$