Aula 8

Professor:

Mauricio Kischinhevsky

Oscilações, movimento ondulatório (Parte 2)

Conteúdo:

Ondas longitudinais e transversais

Ondas transversais e longitudinais.

Movimento Ondulatório Simples

Onda mecânica é causada por perturbação de um meio. Exemplo: tendo uma corda longa esticada em repouso entre duas pessoas, se uma delas balança rapidamente a sua extremidade para cima e retorna à altura inicial, isto gera um pulso, uma perturbação, que se desloca rumo à outra pessoa. Trata-se de uma perturbação que surge e persiste devido à interação de cada trecho de corda com os trechos adjacentes. Os segmentos de corda se deslocam perpendicularmente à corda e a perturbação (pulso) se desloca ao longo da corda. Este tipo de onda é, então, **transversal**. Quando a perturbação e a propagação são paralelas, como é o caso das ondas sonoras, a onda é chamada **longitudinal**.

4.2 Ondas transversais e longitudinais.

Movimento Ondulatório Simples

Quando você acompanha a perturbação, ou pulso, que se move com velocidade v no meio físico, você pode acompanhá-la se você se mover, ao longo do tempo, para a posição $v.t$. Por isto diz-se que $y = f(x´) = f(x–v.t)$ é a **função de onda**. Se a onda se move na direção contrária, tem-se a função de onda $y = f(x+v.t)$.

Velocidade das Ondas

Uma propriedade geral das ondas é que sua velocidade relativa ao meio físico depende das propriedades do meio de propagação, mas é independente do movimento da fonte da onda.

Exemplo:

A velocidade do som da buzina de um carro depende das condições do ar, mas não do movimento do carro.

Para pulsos de onda em uma corda, quanto maior a tração na corda, maior a velocidade de propagação. Uma onda se propaga mais rapidamente em uma corda leve do que em uma corda pesada, sujeitas ambas à mesma tração. Se FT for a força de tração e mu a densidade de massa por unidade de comprimento, a velocidade da onda nesta corda é

$$v = \sqrt{1 - \frac{F_T}{m}}$$

Velocidade das Ondas

Para uma onda sonora em um fluido, tal como o ar ou a água, a velocidade é dada por

$$v = \sqrt{\frac{m \cdot R \cdot T}{M}}$$

onde *T* é a temperatura absoluta (medida em kelvins, $T = Tc+273$); *R* é a constante universal dos gases, $R = 8{,}314\ J/(mol.K)$; *M* é a massa molar do gás (ou seja, a massa de 1 mol de gás), $M = 29x10^{-3}\ kg/mol$; e *m* é uma constante que depende do tipo de gás (para moléculas monoatômicas como *He*, $m = 1{,}67$, para moléculas diatômicas, como O_2 e N_2, $m = 1{,}4$, que é o valor para o ar por ser 98% composto desses).

Exemplo:

Calcular a velocidade de som no ar para $T_c = 0^oC$ e 20^oC.

Exemplo(continuação):

Resposta:

De acordo com a expressão acima,

$$v_{zero} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,314 kg.m^2/s^2/(mol.K) \cdot 273K)}{(29 \times 10^{-3} kg/mol)}} = 331\ m/s,$$

Pode-se reaplicar a expressão para obter a velocidade a 20°C ou, alternativamente, multiplicar pela razão entre as velocidades (procurada e de referência), obtendo

$$v_{20} = v_{zero} \cdot \sqrt{\frac{293K}{273K}} = 343\ m/s,$$

A equação da onda

Podem-se aplicar as leis de Newton a um segmento de uma corda com uma certa densidade linear, fixada ao longo da direção x e descrever o movimento deste trecho de corda na direção transversal, y, obtendo

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{m}{F_T} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} ,$$

onde m é a densidade linear de massa da corda e F_T a tração sobre a corda.

Observe que, para uma função $z = z\,(x–v.t) = z(h)$, aplicando-se a regra da cadeia tem-se

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z'' \quad , \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = z'' \cdot (-v)^2 = v^2 \cdot z'' \rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad ,$$

o que mostra que qualquer função de $x–v.t$ satisfaz a equação da onda ($v^2 = F_T / m$). Note, também, que vale o mesmo para $x+v.t$.

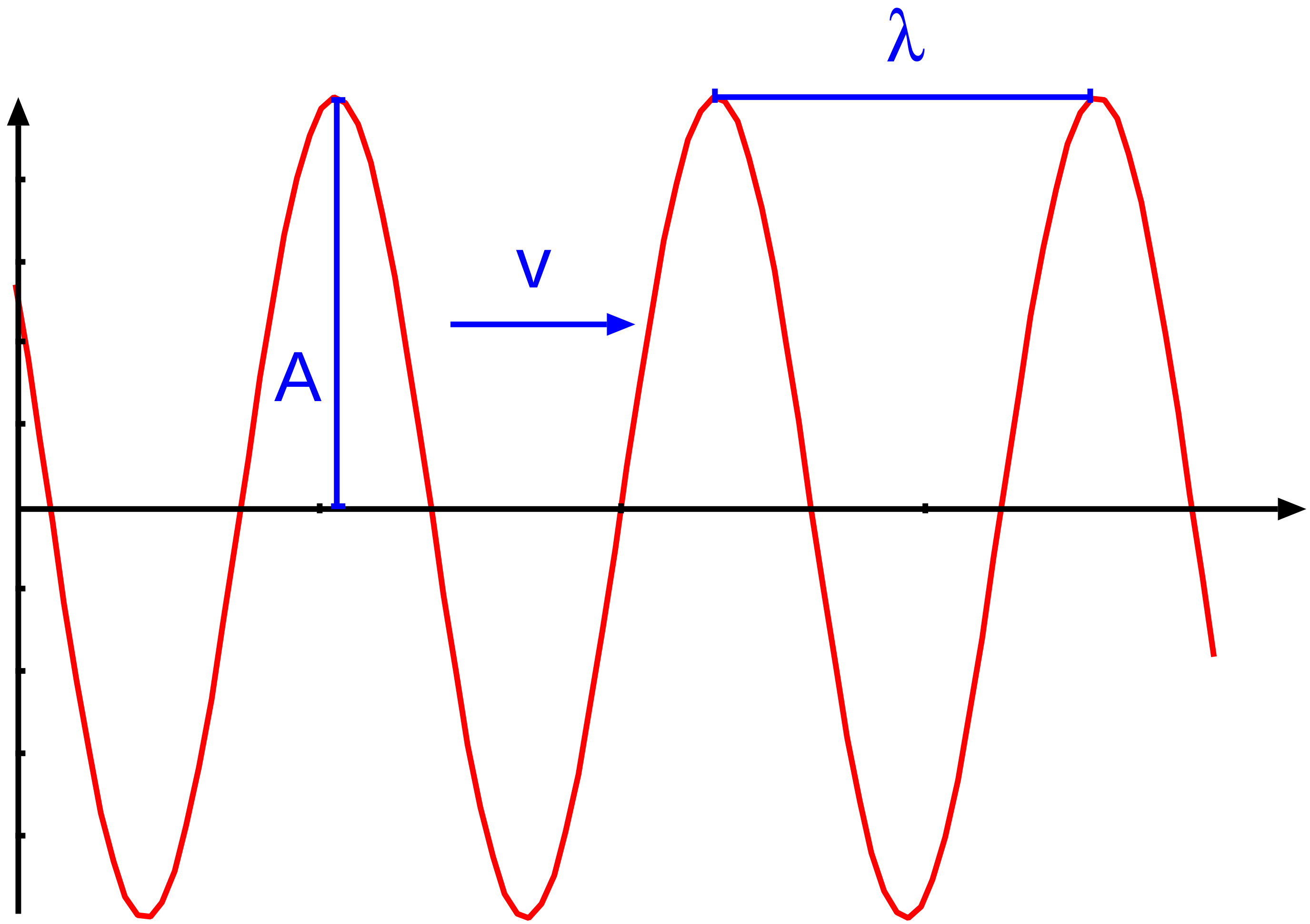
Ondas periódicas

Se uma extremidade de uma corda é balançada para cima e para baixo em um movimento periódico, uma **onda periódica** se propaga pela corda. Se uma onda periódica se propaga por um meio, cada ponto ao longo do meio oscila com o mesmo período.

Uma onda **harmônica** é tal que cada parte do meio onde ela se propaga se movimenta em movimento harmônico simples. Todas as ondas podem ser obtidas por meio de combinações de ondas harmônicas. Estas ondas se caracterizam por uma **freqüência** e um **comprimento de onda**. O comprimento de onda é a distância mínima após a qual a forma se repete, a freqüência é o número de oscilações por unidade de tempo.

Ondas periódicas (continuação)

Gráfico de uma onda harmônica:



Ondas periódicas (continuação)

Como as grandezas são bem definidas no caso de ondas harmônicas, tem-se que durante um **período** T a onda se move de um comprimento de onda. Ou seja, sua velocidade de propagação é $v = \lambda/T = \lambda.f$. A forma senoidal da onda harmônica se escreve como a função de onda a seguir:

$$y(x,t) = A.sen[kx - wt],$$

onde $k = 2\,\pi\,/\,\lambda$ é o número de onda, $w = 2\,\pi\,f = 2\,\pi\,/\,T$ é a freqüência angula

Exemplo (onda harmônica em uma corda):

A função de onda para uma onda harmônica é

$y(x,t) = (0{,}03m).sen[2{,}2m^{-1}.\ x-(3{,}5s^{-1}).t\ ]$

(a) Em que direção esta onda se propaga e qual sua velocidade?;

(b) Calcule o comprimento de onda, a freqüência e o período desta onda;

(c) Qual o deslocamento máximo de qualquer segmento da corda?;

(d) Qual a velocidade máxima de qualquer trecho curto da corda?

Exemplo (onda harmônica em uma corda):

Resposta:

(a) A onda se propaga no sentido positivo do eixo x. A velocidade decorre de $w = k.v = 3,5s^{-1}$, onde $k = 2,2m^{-1}$.

Portanto, $v = w / k = (3,5s^{-1}) / 2,2m^{-1} = 1,59\ m/s$.

(b) Como $k = 2\pi / \lambda$, Comprimento de onda: $\lambda = 2\pi / k = 2\pi / (2,2m^{-1}) = 2,86m$; Período: $T = 2\pi / w = 2\pi / (3,5s^{-1}) = 1,8s$; e a freqüência é $f = 1 / T = 1 / (1,8s) = 0,557\ Hz$.

(c) O deslocamento máximo é a amplitude da oscilação, ou seja, A = 0,03m.

(d) A velocidade máxima será a amplitude da velocidade, que é obtida derivando *y(x,t)* em relação ao tempo:

$y_t(x,t) = -(3,5s^{-1}).(0,03m).cos[2,2m^{-1}.x-(3,5s^{-1}).t]$.

Ou seja, $v_{max} = 0,03 \times 3,5\ m/s = 0,105\ m/s$.

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Ondas em três dimensões

Se você bater verticalmente na água de um lago com um bastão a intervalos regulares, serão formadas ondas concêntricas por esta "fonte pontual". Os círculos assim formados são as frentes de onda e uma extremidade de uma corda é balançada para cima e para baixo em um movimento periódico, uma **onda periódica** se propaga pela corda. Se uma onda periódica se propaga por um meio, cada ponto oscila com o mesmo período.

A grandes distâncias da fonte, um trecho do círculo se assemelha a um segmento de reta e tem-se uma **onda plana**.

Ondas em três dimensões

Intensidade das Ondas. Se uma fonte pontual emite ondas uniformemente em todas as direções, então a energia a uma distância *r* da fonte é distribuída uniformemente sobre uma esfera de mesmo raio e área $4\pi.r^2$. Assim, a potência média por unidade de área, que incide perpendicularmente à direção de propagação, é chamada intensidade ($I = P_{méd} / A$). A unidade da intensidade, no sistema internacional, é W/m^2.

A faixa de audição humana vai de cerca de 10^{-12} W/m^2 a cerca de 1 W/m^2 , intensidade suficiente para produzir dor em muitas pessoas. O intervalo de pressão entre essas intensidades é de $3x10^{-5}$ Pa (limiar de audição) a 30 Pa, variação imperceptível perante a pressão atmosférica (cerca de 101 kPa).

O nível de intensidade. A percepção de sonoridade não é proporcional à intensidade do som, mas varia de forma logarítmica. O nível de intensidade, β , de uma onda sonora, medido em decibéis (dB), é definido como $\beta = 10.\log (I/I_o)$. Nesta equação, I é a intensidade e I_o é o nível de referência (usualmente o limiar de audição). Nesta escala, então, o nível de intensidade do limiar de audição é nulo e o limiar de audição dolorosa é $\beta = 10.\log (1/10^{-12}) = 10x12dB = 120dB$.

Exemplo (cão latindo):

Suponha que o latido de um cão emite cerca de 1mW de potência. Se essa potência estiver distribuída uniformemente em todas as direções, qual o nível de intensidade sonora para uma distância de 5m? Qual seria o nível de intensidade se fossem dois cães latindo simultaneamente, cada um emitindo 1mW de potência?

Exemplo (continuação):

Resposta:

O nível de intensidade é obtido a partir da intensidade, a qual é dada por $I = P / 4\pi . r^2$. Para dois cães, as intensidades são somadas. Inicialmente, obtém-se a intensidade para 5 m, ou seja,

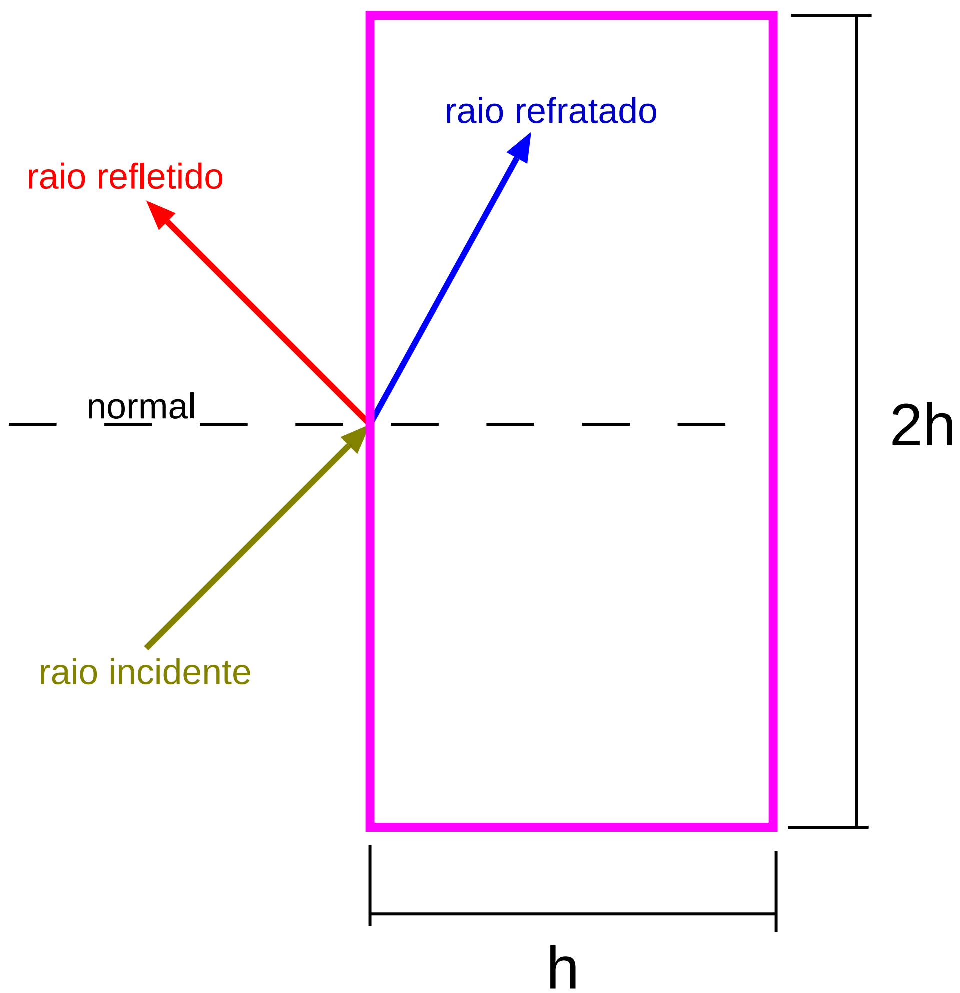
$I_1 = P_1 / (4\pi . r^2) = (10^{-3}\ W) / (4 . \pi . 25m^2) = 3{,}18 \times 10^{-6}\ W/m^2$.

Assim, o nível de intensidade a 5m fica: $\beta = 10.\log[(3{,}18\times10^{-6})/10^{-12}] = 65dI$

Para dois cachorros, a intensidade é dobrada e o nível de intensidade se altera para $\beta = 10.\log[(2\times3{,}\ 18\times10^{-6})/10^{-12}] = 68dB$.

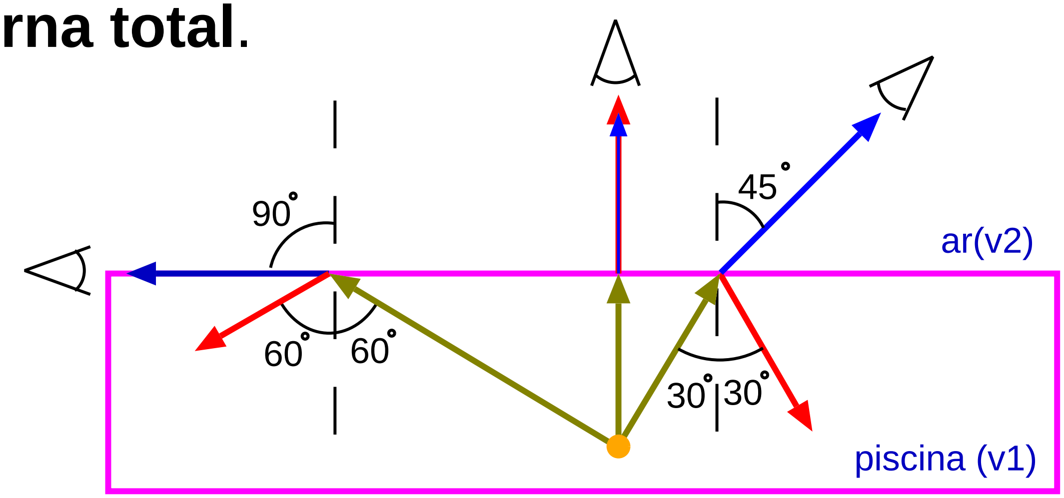
Reflexão e refração

Quando uma onda incide em uma fronteira que separa duas regiões de diferentes velocidades de onda, parte da onda é refletida e parte é transmitida.



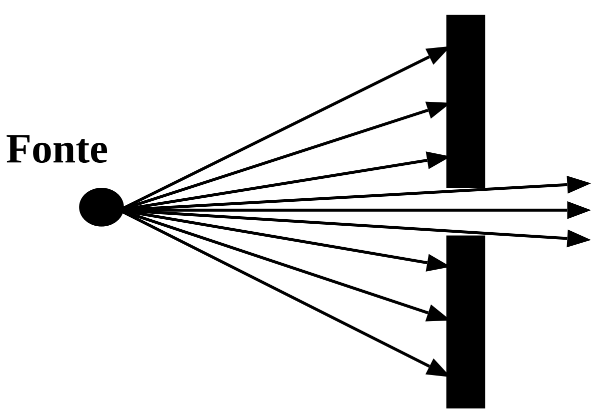
Difração

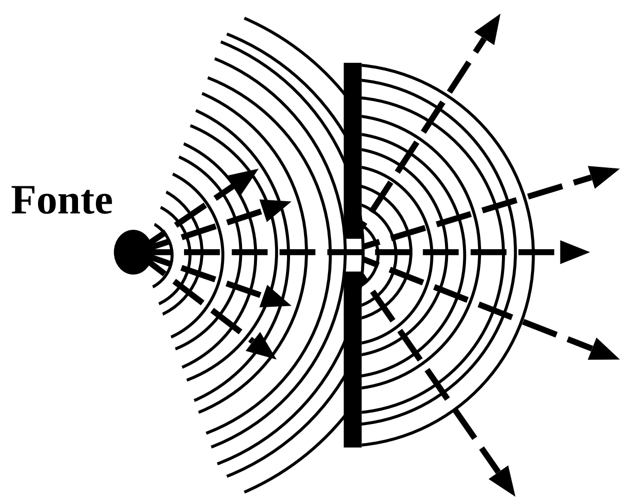
Pode tratar-se, por exemplo, de propagação de onda sonora atingindo uma superfície sólida ou líquida. O raio transmitido se aproxima ou afasta da normal, dependendo da relação entre os meios. O raio refletido faz um ângulo com a normal igual ao do raio incidente. O desvio angular do raio transmitido é chamado **refração**. Quando a velocidade da onda no segundo meio é maior do que aquela no meio incidente (como ocorre quando uma onda de luz no vidro ou na água é refratada no ar) o raio que descreve a direção da propagação se afasta da normal. À medida que o ângulo de incidência aumenta, o ângulo chega a 90^o e, a partir daí, ocorre **reflexão interna total**.



Difração (continuação)

Se uma frente de onda é parcialmente bloqueada por um obstáculo, a parte não bloqueada da frente de onda sofre um desvio. Esse desvio é a difração. Se a frente de onda atingir um obstáculo com uma fenda com largura L, se a onda incidente tiver comprimento de onda muito menor do que L, as partes da onda distantes das bordas da fenda seguem sem alteração, restringindo-se a difração à distância de poucos comprimentos de onda das bordas. Quando L tem poucos comprimentos de onda, a difração é enfatizada, passando a fenda a ter um papel semelhante ao de uma fonte pontual que produz onda esférica ou circular.

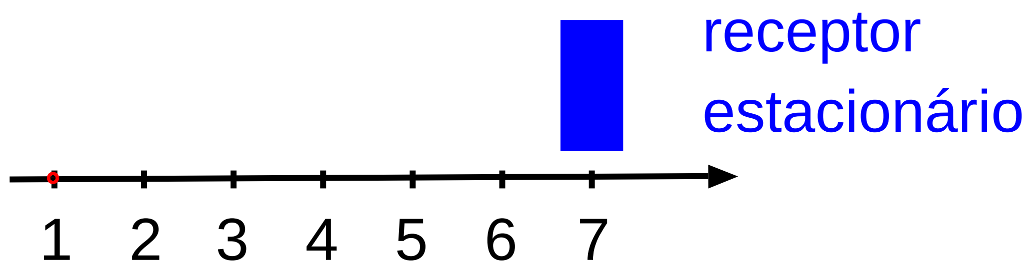




O Efeito Doppler

Quando uma fonte de ondas e um receptor estão em movimento relativo, a freqüência recebida não é a mesma da freqüência da fonte. Quando a fonte e o receptor se aproximam um do outro, a freqüência recebida é maior do que a freqüência transmitida; quando se distanciam, a freqüência recebida é menor do que a emitida. Este é o **efeito Doppler**.

O Efeito Doppler (continuação)



Animar Voltar

Exemplo (Efeito Dopler):

A freqüência de uma buzina de carro é de 400 Hz. Se a buzina é acionada com o carro se movendo com velocidade 34m/s (cerca de 122km/h), sem vento em direção a um receptor estacionário, obtenha:

(a) o comprimento de onda do som que passa pelo receptor;

(b) a freqüência de recepção (considere a velocidade do som no ar como de 340m/s);

(c) o comprimento da onda de som que passa pelo receptor e a freqüência de recepção se o carro está parado quando a buzina é acionada e o receptor se move com velocidade 34m/s em direção ao carro.

Exemplo (Efeito Dopler):

Resposta:

(a) as ondas na frente da fonte estão comprimidas; então o comprimento de onda aparece reduzido, na forma

λ = (v-us)/fs = (340m/s - 34m/s) / (400Hz) = 0,765m.

(b) a freqüência de recepção (receptor estacionário) pode ser obtida a partir da freqüência de transmissão como

fr = [v/(v-us)].fs = 400x340 / (340-34) = 444Hz.

(c) neste caso, na vizinhança do receptor,

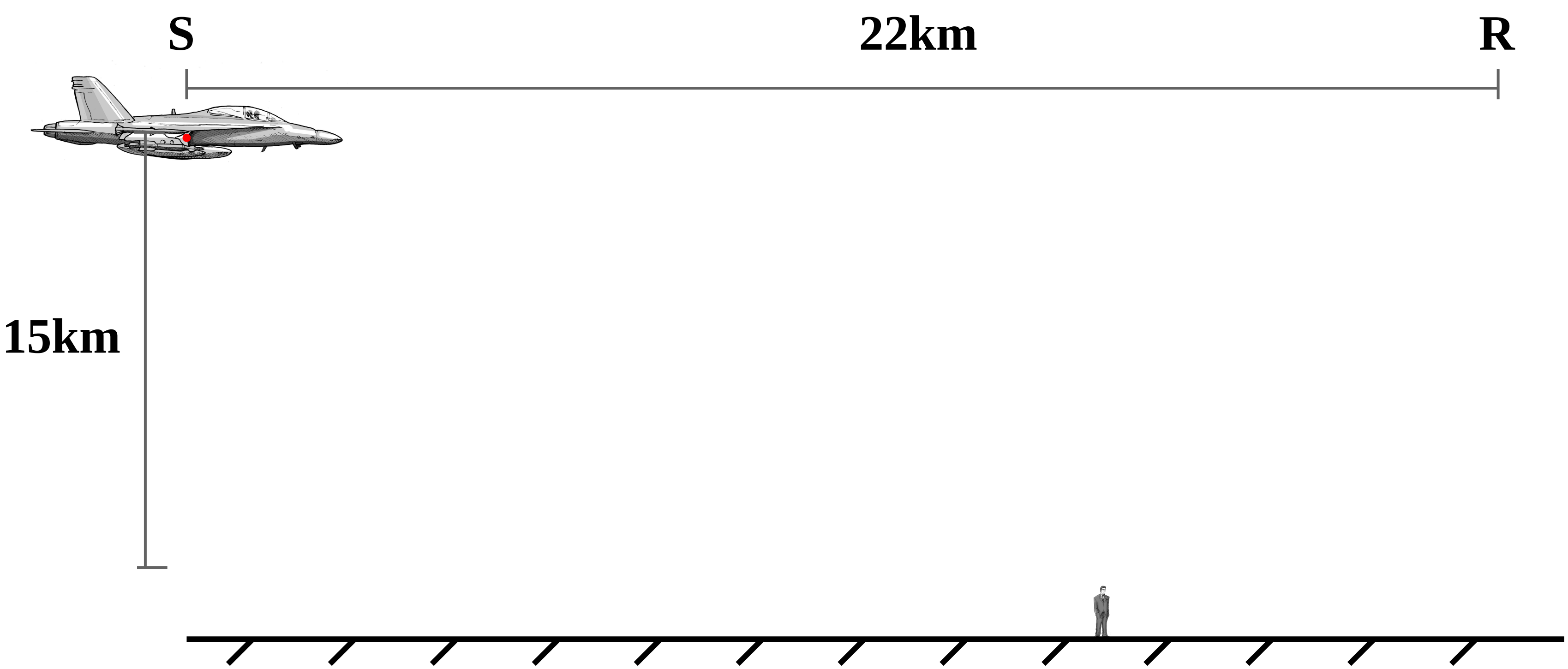
λ = (v-0) / fs = (340m/s) / (400Hz) = 0,850m.

E a freqüência de recepção será

fr = [(v+ur)/(v)].fs = 440Hz.

Exemplo (onda de choque)

Um avião supersônico voa para leste em uma altitude de 15km, passando diretamente sobre o ponto P. A explosão sônica é ouvida no ponto P quando o avião está 22km a leste do ponto P. Qual a velocidade do avião?



Animar

Voltar

Exemplo (Efeito Dopler):

Resposta:

A velocidade do avião está relacionada ao seno do ângulo de Mach (ângulo entre o segmento de reta da distância percorrida pelo avião (u.δt) durante o tempo em que o som percorre o trecho retilíneo (v.δt) até o receptor com a velocidade do som e o segmento que une o avião até o ponto onde está o receptor). Ou seja, lembrando que v=340m/s, tan θ = 15km/22km, θ = 34,3°. Portanto, sen θ = (v.δt) / (u.δt) = v/u. Ou, finalmente,

$$u = v / \operatorname{sen}\theta = 604 m/s.$$