

FUNDAMENTOS DE FÍSICA

3

Eletromagnetismo



EDITORIA AFILIADA

FUNDAMENTOS DE FÍSICA

3

Eletromagnetismo

4.^a EDIÇÃO

David Halliday

Universidade de Pittsburgh

Robert Resnick

Instituto Politécnico de Rensselaer

Jearl Walker

Universidade Estadual de Cleveland

Tradução e Revisão Técnica

Denise Helena da Silva Sotero (Caps. 23 a 37)

Professora-Adjunta de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ

Gerson Bazo Costamilan (Apêndices A a H)

Professor de Física do Instituto Militar de Engenharia — IME

Mestre e Doutorando em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

PREFÁCIO

Nos últimos anos, muito se tem avançado na compreensão das necessidades dos estudantes de Física e no seu preparo visando à carreira nas áreas de Ciência e Engenharia. Ao preparamos esta quarta edição de *Fundamentos de Física*, deixamo-nos guiar por todas as iniciativas nesse sentido. A partir das idéias fornecidas por um novo co-autor, Jearl Walker, revimos completamente nossa abordagem e a abrangência da matéria, esperando assim que esta nova edição venha contribuir para o aprimoramento do ensino da Física.

MUDANÇAS NA QUARTA EDIÇÃO

Embora tenhamos mantido a estrutura fundamental da terceira edição, reescrevemos muitos capítulos e muitas seções de outros capítulos. Cada um foi examinado minuciosamente para garantir maior clareza e atualidade de conteúdo, de acordo com as necessidades dos estudantes de Ciência e Engenharia. Foram feitas alterações, em particular, nos textos referentes a atrito, trabalho e energia, eletrostática e ótica.

Revimos por completo os conceitos em uso e suas derivações com o objetivo de encontrar formas melhores ou mais claras de tratá-los. Também acrescentamos mais explicações ou etapas intermediárias, além de novos exemplos a cada capítulo, com o objetivo não só de oferecê-los em maior número aos estudantes, como também de relacioná-los mais de perto com os Exercícios e Problemas de final de capítulo.

Além disso, os Questionários, Exercícios e Problemas do final de cada capítulo foram todos revistos, de modo a proporcionar maior clareza de exposição e interesse, e muitos outros foram acrescentados. No final da maioria dos capítulos também introduzimos uma nova seção, denominada “Problemas Adicionais”, que não está diretamente relacionada com as seções do capítulo.

Dedicamos especial atenção às ilustrações de tópicos da Física aplicados a problemas do mundo real. O melhor exemplo é a “pergunta difícil” que abre cada capítulo. Estes exemplos de fenômenos curiosos, muitos dos quais tão comuns, foram escolhidos de modo a despertar o interesse do estudante. As explicações das perguntas difíceis são dadas dentro dos capítulos, ou na discussão de um texto, ou num dos Exemplos. Como provavelmente os estudantes verão estes fenômenos ou outros a eles relacionados após o término do curso de Física, as perguntas difíceis proporcionam um reforço a longo prazo da Física associada.

Uma vez que os diagramas que acompanham as discussões da Física são imprescindíveis para a sua compre-

ensão, revimos todos os diagramas do livro com a finalidade de torná-los mais claros e úteis. Quase todos mudaram de alguma forma, e outros, novos, foram acrescentados.

CARACTERÍSTICAS DOS CAPÍTULOS

As características de cada capítulo foram cuidadosamente planejadas a fim de motivar os estudantes e orientar seu raciocínio.

Perguntas Difíceis

Cada capítulo começa com uma “pergunta difícil” sobre Física e que descreve um fenômeno curioso. O objetivo é estimular o estudante. Essas perguntas se relacionam aos respectivos capítulos, e as fotos a elas correspondentes foram especialmente escolhidas de modo a tornar a Física pertinente algo inesquecível para o estudante. As explicações vêm dentro do texto, no caso de explicações qualitativas, ou dentro de um Exemplo, no caso de explicações quantitativas. Quando a resposta vem dentro do Exemplo, a pergunta difícil tem o objetivo de preparar o estudante para os problemas mais desafiadores do final do capítulo.

Exemplos

Nesta edição, aumentamos o número de Exemplos, de modo a fornecer modelos de soluções de problemas para todos os aspectos de cada capítulo. Modificamos muitos Exemplos da edição anterior para relacioná-los mais estreitamente aos Exercícios e Problemas de final de capítulo. Todos os Exemplos foram cuidadosamente preparados para os estudantes obterem o máximo. Assim, mais de 50% deles podem ser considerados novos de alguma forma.

Estes Exemplos oferecem ao estudante a oportunidade de chegar, passo a passo, com a ajuda dos autores, à resposta de um problema. Assim, constituem uma ponte entre a Física do texto e os problemas de final de capítulo, e possibilitam a ordenação de conceitos, terminologia e simbolização, além de reforçar a habilidade matemática e estimular a capacidade de descobrir estratégias “diretas” de solução.

Táticas para a Resolução de Problemas

Uma característica da edição anterior foi o extremo cuidado em desenvolver no estudante a habilidade de resolver problemas, o que fizemos questão de manter na presente

edição, com seções intituladas para a Resolução de Problemas, onde, por meio de “táticas”, enfatizamos as técnicas consagradas de especialistas nos temas, revemos a lógica dos Exemplos e discutimos as más interpretações de terminologia e de conceitos da Física. Como na terceira edição, a maioria dessas orientações de aprendizagem aparece nos primeiros volumes da série, onde os estudantes precisam de mais ajuda, mas agora aparecem também nos últimos, quando surgem situações especialmente difíceis.

Questionários, Exercícios e Problemas

O conjunto de Questionários, Exercícios e Problemas do final de cada capítulo é, sem dúvida alguma, mais extenso e variado que qualquer outro encontrado em textos introdutórios de Física. Revisamos os melhores conjuntos das edições anteriores, tornando-os mais claros e interessantes, e acrescentamos um número considerável de questões, exercícios e problemas conceituais. Cuidamos para atender aos diversos níveis e à abrangência da matéria que têm caracterizado nossos textos. Ao mesmo tempo, procuramos não descartar os bons problemas que por muitos anos vêm sendo discutidos em sala de aula. Aqueles que utilizam nosso texto há muitos anos certamente encontrarão seus problemas favoritos.

Para melhor ilustrar os Questionários, Exercícios e Problemas, utilizamos um número maior de figuras e fotografias.

Questionários. Os Questionários constituem uma característica especial de nossos livros. São usados em discussões teóricas em sala de aula e no esclarecimento dos conceitos. Agora, além de em maior número, relacionam-se ainda mais com os fenômenos cotidianos, o que serve para despertar a curiosidade e o interesse do estudante, bem como enfatizar os aspectos conceituais da Física.

Exercícios e Problemas. Os Exercícios, identificados pela letra E após sua numeração, envolvem um único passo ou uma simples aplicação de fórmula. Desse modo, servem para dar confiança ao estudante na resolução dos problemas. Os Problemas são identificados pela letra P; entre eles, apresentamos um pequeno número de problemas avançados, identificados por asterisco (*).

Além disso, apresentamos os Exercícios “E” e os Problemas “P” em ordem de dificuldade e separados pelos títulos das respectivas seções. Nossa objetivo foi simplificar o processo de seleção por parte dos professores ante a grande quantidade de material agora disponível. Consequentemente, os professores podem variar a ênfase nos diversos assuntos e o nível de dificuldade de acordo com a situação, e ainda dispor de um bom número de exercícios e problemas para instruir seus alunos por muitos anos.

Problemas Adicionais. A pedido de muitos professores, acrescentamos no final da maioria dos capítulos uma nova seção, denominada “Problemas Adicionais”. Enquanto resolvem esses problemas, que são independentes das seções do capítulo, os estudantes devem identificar, por si mesmos, os princípios relevantes da Física.

Aplicações e Leituras Complementares

Para enfatizar a relevância do trabalho dos físicos e motivar ainda mais os estudantes, incluímos dentro de cada capítulo numerosas aplicações da Física na Engenharia, na Tecnologia, na Medicina e nos fenômenos da vida cotidiana.

Além disso, mantivemos as leituras complementares escritas por cientistas de renome e que tratam das aplicações da Física relacionando-a a temas de interesse dos estudantes, tais como dança, esporte, efeito estufa, laser, holografia e muitos outros. (Veja o Sumário.) Dentre as leituras complementares, algumas são novas, e as demais, trazidas da terceira edição, foram revistas e atualizadas por seus autores. A maioria das leituras complementares faz referência ao assunto do capítulo em questão e contém perguntas para estimular o raciocínio do estudante.

FÍSICA MODERNA

Como a terceira edição, esta é composta de 49 capítulos, incluindo um desenvolvimento do tema da Física quântica e suas aplicações aos átomos, sólidos, núcleos e partículas. Tais capítulos destinam-se a cursos introdutórios que tratam da Física quântica, podendo ser abordados num curso subsequente.

Nos capítulos iniciais, procuramos preparar o caminho para um estudo sistemático da Física quântica. Fizemos isso de três maneiras. (1) Chamamos a atenção, através de exemplos específicos, para o impacto das idéias quânticas sobre nosso cotidiano. (2) Demos ênfase àqueles conceitos (princípios de conservação, argumentos de simetria, sistemas de referência, papel da estética, similaridade de métodos, uso de modelos, conceitos de campo, conceito de onda, etc.) que são comuns no tratamento tanto da Física clássica como da quântica. (3) Por fim, incluímos diversas seções opcionais curtas nos últimos capítulos, onde apresentamos conceitos quânticos e relativísticos, selecionados de modo a fundamentar o tratamento detalhado e sistemático das físicas relativística, atômica, nuclear, do estado sólido e das partículas.

FLEXIBILIDADE

Além dos capítulos de Física quântica e das seções opcionais sobre tópicos quânticos, incluímos por todo o texto numerosas seções, também opcionais, de caráter diverso: avançado, histórico, geral ou especializado.

Procuramos oferecer ao professor muito mais material do que ele na verdade tem condições de abordar, pois acreditamos que, assim como um livro-texto sozinho não pode ser considerado um curso, um curso não abrange todo um livro-texto. O processo de aprendizagem da Física e sua unidade essencial podem ser revelados por uma apresentação seletiva e criteriosa de um número menor de capítulos do que os aqui apresentados, ou por uma apresentação apenas parcial de alguns capítulos. Em vez de dar numerosos

exemplos de como fazer esta seleção corretamente, aconselhamos os professores a se deixarem guiar pelos seus próprios interesses e pelas circunstâncias, e que façam um plano de aula de modo a incluir sempre tópicos de Física relativística e de Física quântica.

AGRADECIMENTOS

Muitas pessoas contribuíram para a edição desta obra. J. Richard Christman (U.S. Coast Guard Academy) mais uma vez prestou grande colaboração e enriqueceu o texto com valiosas informações. James Tanner (Georgia Institute of Technology) forneceu-nos material inovador que foi de grande auxílio na elaboração dos exercícios e problemas do texto. Albert Altman (University of Lowell, Massachusetts) e Harry Dulaney (Georgia Institute of Technology) contribuíram com muitos problemas novos. Agradecemos a John Merrill (Brigham Young University) e Edward Derringh (Wentworth Institute of Technology) por suas numerosas contribuições no passado.

Os autores das Leituras Complementares ofereceram seu *know-how* em muitas áreas da Física aplicada. Agradecemos a Charles Bean (Rensselaer Polytechnic Institute), Peter Brancazio (Brooklyn College of SUNY), Patricia Cladis (AT&T Bell Laboratories), Joseph Ford (Georgia Institute of Technology), Elsa Garmire (University of Southern California), Ivar Giaever (Rensselaer Polytechnic Institute), Tung H. Jeong (Lake Forest College), Barbara Levi (*Physics Today*), Kenneth Laws (Dickinson College), Peter Lindenfeld (State University of New Jersey-Rutgers), Suzanne Nagel (AT&T Laboratories), Sally K. Ride (University of California at San Diego), John Ridgen (American Institute of Physics), Thomas D. Rossing (Northern Illinois University) e Raymond Turner (Clemson University).

Um grupo de estudantes de pós-graduação da Johns Hopkins University conferiu cada exercício e cada problema, tarefa verdadeiramente exaustiva. Agradecemos a Anton Andreev, Kevin Fournier, Jidong Jiang, John Kordomenos, Mark May, Jason McPhate, Patrick Morrissey, Mark Sincell, Olaf Vancura, John Q. Xiao e Andrew Zwicker, nosso coordenador.

Da John Wiley, contamos com a coordenação e o suporte de Cliff Mills, nosso diretor de publicações. Ele orientou nossos trabalhos e incentivou-nos durante todo o tempo. Barbara Heaney coordenou todas as atividades relativas ao processo de elaboração da nova edição. Catherine Faduska, nossa gerente de marketing, foi incansável em seu trabalho nesta edição, assim como na edição anterior. Joan Kalkut responsabilizou-se pelo material de apoio. Anne Scargill editou as Leituras Complementares. Cathy Donovan e Julia Salsbury supervisionaram a revisão e os trâmites administrativos com admirável competência.

Agradecemos a Lucille Buonocore, nossa competente gerente de produção, por orientar-nos através do complexo processo de produção. Agradecemos também a Dawn Stanley pelo seu projeto gráfico, Deborah Herbert, por supervisionar a revisão de redação, Christina Della Bartolo-

mea, pelo cópidesque, Edward Starr, pela direção de arte, Lilian Brady, por sua revisão tipográfica, e a todos os outros membros da equipe de produção.

Agradecemos a Stella Kupferberg e sua equipe de pesquisadores de fotos, em particular Charles Hamilton, Hilary Newman e Pat Cadley, por suas fotos originais e interessantes, que expressam os princípios da Física com muita beleza. Somos todos gratos ainda a Edward Millman e Irene Nunes, pela excelente diagramação, em nome da qual eles examinaram cada seção e sugeriram revisões. Em relação à equipe de arte, temos a obrigação de expressar nossa dívida de gratidão com o falecido John Balbalis, cujo estilo meticuloso e compreensão da Física se fazem presentes em cada diagrama.

Finalmente, agradecemos a Edward Millman por seu trabalho com os manuscritos. Junto conosco, ele leu cada frase, fazendo perguntas sob a ótica do estudante. Muitas dessas perguntas e as alterações sugeridas contribuíram para a clareza desta edição. Irene Nunes realizou uma última e valiosa revisão nas fases finais da produção do livro.

Nossos demais colaboradores foram admiráveis e expressamos a cada um deles nossos agradecimentos:

Professor Maris A. Abolins
Michigan State University

Professora Barbara Andereck
Ohio Wesleyan University

Professor Albert Bartlett
University of Colorado

Professor Timothy J. Burns
Leeward Community College

Professor Joseph Buschi
Manhattan College

Professor Philip A. Casabella
Rensselaer Polytechnic Institute

Professor Randall Caton
Christopher Newport College

Professor Roger Clapp
University of South Florida

Professor W. R. Conkie
Queen's University

Professor Peter Crooker
University of Hawaii at Manoa

Professor William P. Crummett
Montana College of Mineral Science and Technology

Professor Robert Endorf
University of Cincinnati

Professor F. Paul Esposito
University of Cincinnati

Professor Jerry Finkelstein
San Jose State University

Professor Alexander Firestone
Iowa State University

Professor Alexander Gardner
Howard University

Professor Andrew L. Gardner
Brigham Young University

Professor John Gieniec
Central Missouri State University

Professor John B. Gruber
San Jose State University

Professor Ann Hanks
American River College

Professor Samuel Harris
Purdue University

Emily Haught
Georgia Institute of Technology

Professor Laurent Hodges
Iowa State University

Professor John Hubisz
College of the Mainland

Professor Joey Huston
Michigan State University

Professor Darrell Huwe
Ohio University

Professor Claude Kacsér
University of Maryland

Professor Leonard Kleinman
University of Texas at Austin

Professor Arthur Z. Kovacs
Rochester Institute of Technology

Professor Kenneth Krane
Oregon State University

Professor Sol Krasner
University of Illinois at Chicago

Professor Robert R. Marchini
Memphis State University

Professor David Markowitz
University of Connecticut

Professor Howard C. McAllister
University of Hawaii at Manoa

Professor W. Scott McCullough
Oklahoma State University

Professor Roy Middleton
University of Pennsylvania

Professor Irvin A. Miller
Drexel University

Professor Eugene Mosca
United States Naval Academy

Professor Patrick Papin
San Diego State University

Professor Robert Pelcovits
Brown University

Professor Oren P. Quist
South Dakota State University

Professor Jonathan Keichert
SUNY— Buffalo

Professor Manuel Schwartz
University of Louisville

Professor John Spangler
St. Norbert College

Professor Ross L. Spencer
Brigham Young University

Professor Harold Stokes
Brigham Young University

Professor David Toot
Alfred University

Professor J. S. Turner
University of Texas at Austin

Professor T. S. Venkataraman
Drexel University

Professor Gianfranco Vidali
Syracuse University

Professor Fred Wang
Prairie View A & M

Professor George A. Williams
University of Utah

Professor David Wolfe
University of New Mexico

A origem desta nova edição remonta ao texto *Physics for Students of Science and Engineering* (John Wiley & Sons, Inc., 1960) dos mesmos autores da terceira edição. Desde aquela época, estima-se que um número superior a cinco milhões de estudantes tenha-se iniciado no aprendizado da Física com este livro e aqueles que dele se originaram, incluindo as traduções em muitas línguas. Dedicamos esta quarta edição a esses estudantes, e desejamos que ela também seja bem aceita por todos aqueles a quem se destina.

DAVID HALLIDAY

ROBERT RESNICK

JEARL WALKER

SUMÁRIO GERAL

Volume 1 MECÂNICA

- Capítulo 1 Medição *1*
Capítulo 2 Movimento Retilíneo *13*
Capítulo 3 Vetores *39*
Capítulo 4 Movimento em Duas e Três Dimensões *55*
Capítulo 5 Força e Movimento — I *81*
Capítulo 6 Força e Movimento — II *109*
Capítulo 7 Trabalho e Energia Cinética *131*
Capítulo 8 Conservação da Energia *155*
Capítulo 9 Sistemas de Partículas *187*
Capítulo 10 Colisões *213*
Capítulo 11 Rotação *239*
Capítulo 12 Rolamento, Torque e Momento Angular *267*
Apêndices *299*
Respostas dos Exercícios e Problemas *323*
Créditos das Fotos *327*
Índice *329*

Volume 2 GRAVITAÇÃO, ONDAS E TERMODINÂMICA

- Capítulo 13 Equilíbrio e Elasticidade *1*
Capítulo 14 Ondulações *25*
Capítulo 15 Gravitação *57*
Capítulo 16 Fluidos *81*
Capítulo 17 Ondas — I *111*
Capítulo 18 Ondas — II *137*
Capítulo 19 Temperatura *169*
Capítulo 20 Calor e Primeira Lei da Termodinâmica *183*
Capítulo 21 A Teoria Cinética dos Gases *207*
Capítulo 22 Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica *237*
Apêndices *263*
Respostas dos Exercícios e Problemas *287*
Créditos das Fotos *289*
Índice *291*

Volume 3 ELETROMAGNETISMO

- Capítulo 23 Carga Elétrica *1*
Capítulo 24 O Campo Elétrico *17*
Capítulo 25 Lei de Gauss *39*
Capítulo 26 Potencial Elétrico *63*
Capítulo 27 Capacitância *91*
Capítulo 28 Corrente e Resistência *113*
Capítulo 29 Circuito *133*
Capítulo 30 O Campo Magnético *157*
Capítulo 31 Lei de Ampère *183*
Capítulo 32 Lei da Indução de Faraday *207*
Capítulo 33 Indutância *235*
Capítulo 34 O Magnetismo e a Matéria *257*
Capítulo 35 Ondulações Eletromagnéticas *277*
Capítulo 36 Correntes Alternadas *291*
Capítulo 37 As Equações de Maxwell *309*
Apêndices *319*
Respostas dos Exercícios e Problemas *343*
Créditos das Fotos *345*
Índice *349*

Volume 4 ÓTICA E FÍSICA MODERNA

- Capítulo 38 Ondas Eletromagnéticas *1*
Capítulo 39 Ótica Geométrica *25*
Capítulo 40 Interferência *61*
Capítulo 41 Difração *91*
Capítulo 42 Relatividade *123*
Capítulo 43 Física Quântica — I *151*
Capítulo 44 Física Quântica — II *173*
Capítulo 45 Modelos Atômicos *199*
Capítulo 46 Condução de Eletricidade nos Sólidos *227*
Capítulo 47 Física Nuclear *253*
Capítulo 48 Energia Nuclear *277*
Capítulo 49 Quarks, Léptons e o Big-Bang *299*
Apêndices *321*
Respostas dos Exercícios e Problemas *345*
Créditos das Fotos *347*
Índice *349*

SUMÁRIO DESTE VOLUME

CAPÍTULO 23

CARGA ELÉTRICA, 1

O que causa o “centelhamento” de uma bala de Wintergreen (Gaultheria procumbens)?

- 23-1 Eletromagnetismo 1
- 23-2 Carga Elétrica 2
- 23-3 Condutores e Isolantes 3
- 23-4 Lei de Coulomb 4
- 23-5 A Carga é Quantizada 7
- 23-6 A Carga é Conservada 8
- 23-7 As Constantes da Física: Um Apêndice 9
 - Resumo 11*
 - Questionário 12*
 - Exercícios e Problemas 13*

CAPÍTULO 24

O CAMPO ELÉTRICO 17

De que modo as microondas aquecem a água?

- 24-1 Cargas e Forças: Um Estudo mais Detalhado 17
- 24-2 O Campo Elétrico 18
- 24-3 Linhas do Campo Elétrico 19
- 24-4 O Campo Elétrico Criado por uma Carga Puntiforme 20
- 24-5 O Campo Elétrico Criado por um Dipolo Elétrico 22
- 24-6 O Campo Elétrico Criado por uma Linha de Carga 23
- 24-7 O Campo Elétrico Criado por um Disco Carregado 26
- 24-8 Carga Puntiforme num Campo Elétrico 27
- 24-9 Um Dipolo num Campo Elétrico 29
 - Resumo 32*
 - Questionário 32*
 - Exercícios e Problemas 33*

CAPÍTULO 25

LEI DE GAUSS 39

Que extensão é atingida por um relâmpago?

- 25-1 Uma Nova Formulação para a Lei de Coulomb 39
- 25-2 Do Que Trata a Lei de Gauss 40
- 25-3 Fluxo 40
- 25-4 Fluxo do Campo Elétrico 41
- 25-5 Lei de Gauss 42
- 25-6 A Lei de Gauss e a Lei de Coulomb 44
- 25-7 Um Condutor Carregado Isolado 45
- 25-8 Um Teste Sensível para a Lei de Coulomb 47
- 25-9 Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica 49
- 25-10 Lei de Gauss: Simetria Plana 50

- 25-11 Lei de Gauss: Simetria Esférica 52
 - Resumo 54*
 - Exercícios e Problemas 55*
 - Problemas Adicionais 56*

CAPÍTULO 26

POTENCIAL ELÉTRICO 63

Qual é o perigo se repentinamente seu cabelo fica de pé?

- 26-1 Gravitação, Eletrostática e Energia Potencial 63
- 26-2 O Potencial Elétrico 65
- 26-3 Superfícies Equipotenciais 66
- 26-4 Cálculo do Potencial a Partir do Campo 67
- 26-5 Potencial Criado por uma Carga Puntiforme 69
- 26-6 Potencial Criado por um Grupo de Cargas Puntiformes 71
- 26-7 Potencial Criado por um Dipolo Elétrico 72
- 26-8 Potencial Criado por uma Distribuição Contínua de Carga 73
- 26-9 Cálculo do Campo a Partir do Potencial 75
- 26-10 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Puntiformes 76
- 26-11 Um Condutor Isolado 78
- 26-12 O Acelerador de Van de Graaff 79
 - Resumo 80*
 - Questionário 81*
 - Exercícios e Problemas 82*
 - Problemas Adicionais 89*

CAPÍTULO 27

CAPACITÂNCIA 91

De que modo se pode deter uma fibrilação ventricular numa localidade distante?

- 27-1 A Utilização dos Capacitores 91
- 27-2 Capacitância 91
- 27-3 Cálculo da Capacitância 93
- 27-4 Capacitores em Paralelo e em Série 96
- 27-5 Armazenamento de Energia num Campo Elétrico 99
- 27-6 Capacitor com um Dielétrico 101
- 27-7 Dielétricos: Uma Visão Atômica 102
- 27-8 Os Dielétricos e a Lei de Gauss (Opcional) 103
 - Resumo 105*
 - Questionário 106*
 - Exercícios e Problemas 107*
 - Problemas Adicionais 112*

CAPÍTULO 28**CORRENTE E RESISTÊNCIA 113**

O que causou a destruição em chamas do zepelim Hindenburg?

- 28-1 Cargas em Movimento e Correntes Elétricas 113
 - 28-2 Corrente Elétrica 114
 - 28-3 Densidade de Corrente 116
 - 28-4 Resistência e Resistividade 118
 - 28-5 Lei de Ohm 121
 - 28-6 Uma Visão Microscópica da Lei de Ohm 122
 - 28-7 Energia e Potência em Circuitos Elétricos 123
 - 28-8 Semicondutores (*Opcional*) 124
 - 28-9 Supercondutores (*Opcional*) 126
- Resumo 127*
Questionário 128
Exercícios e Problemas 129

CAPÍTULO 29**CIRCUITO 133**

De que modo uma enguia elétrica produz uma corrente grande?

- 29-1 Bombeamento de Cargas 133
 - 29-2 Trabalho, Energia e Fem 134
 - 29-3 O Cálculo da Corrente 135
 - 29-4 Outros Circuitos de uma Única Malha 136
 - 29-5 Diferenças de Potencial 138
 - 29-6 Circuitos de Malhas Múltiplas 140
 - 29-7 Instrumentos de Medidas Elétricas 144
 - 29-8 Circuitos *RC* 145
- Resumo 148*
Questionário 149
Exercícios e Problemas 149
Problema Adicional 156

CAPÍTULO 30**O CAMPO MAGNÉTICO 157**

Por que uma aurora é tão fina, embora alta e extensa?

- 30-1 O Campo Magnético 157
 - 30-2 A Definição de \mathbf{B} 159
 - 30-3 A Descoberta do Elétron 162
 - 30-4 O Efeito Hall 163
 - 30-5 Movimento Circular de uma Carga 164
 - 30-6 Ciclotrons e Sincrotrons 167
 - 30-7 Força Magnética Sobre um Fio Transportando Corrente 170
 - 30-8 Torque Sobre uma Bobina de Corrente 172
 - 30-9 O Dipolo Magnético 174
- Resumo 175*
Questionário 175
Exercícios e Problemas 176
Problemas Adicionais 182

CAPÍTULO 31**LEI DE AMPÈRE 183**

De que modo um canhão eletromagnético com trilho lança cubos a 10 km/s?

- 31-1 Corrente e Campo Magnético 183
 - 31-2 Cálculo do Campo Magnético 183
 - 31-3 Força Magnética sobre um Fio Transportando uma Corrente 187
 - 31-4 Dois Condutores Paralelos 187
 - 31-5 Lei de Ampère 190
 - 31-6 Solenóides e Toróides 192
 - 31-7 Uma Bobina de Corrente e suas Propriedades de Dipolo Magnético 194
- Resumo 196*
Questionário 197
Exercícios e Problemas 198

CAPÍTULO 32**LEI DA INDUÇÃO DE FARADAY 207**

De que modo a guitarra elétrica revolucionou o rock?

- 32-1 Duas Simetrias 207
 - 32-2 Duas Experiências 208
 - 32-3 Lei da Indução de Faraday 209
 - 32-4 Lei de Lenz 211
 - 32-5 Indução: Um Estudo Quantitativo 213
 - 32-6 Campo Elétrico Induzido 216
 - 32-7 O Betatron 219
- Resumo 220*
Questionário 220
Exercícios e Problemas 223
Problemas Adicionais 228

LEITURA COMPLEMENTAR 8· SUPERCONDUTIVIDADE 230
Peter Lindenfeld

CAPÍTULO 33**INDUTÂNCIA 235**

Como podemos detectar um tesouro subterrâneo?

- 33-1 Capacitores e Indutores 235
 - 33-2 Indutância 236
 - 33-3 Auto-Indução 237
 - 33-4 Circuitos *RL* 238
 - 33-5 Energia Armazenada num Campo Magnético 240
 - 33-6 Densidade de Energia de um Campo Magnético 242
 - 33-7 Indução Mútua 244
- Resumo 246*
Questionário 247
Exercícios e Problemas 248
Problemas Adicionais 252

LEITURA COMPLEMENTAR 9· VÔO MAGNÉTICO 253
Thomas Rossing

CAPÍTULO 34**O MAGNETISMO E A MATÉRIA 257***Como um paredão de barro cozido pode nos revelar o campo magnético da Terra de muito tempo atrás?*

- 34-1 Ímãs 257
 34-2 O Magnetismo e o Elétron 258
 34-3 O Momento Angular Orbital e o Magnetismo 259
 34-4 A Lei de Gauss do Magnetismo 260
 34-5 O Magnetismo da Terra 261
 34-6 Paramagnetismo 263
 34-7 Diamagnetismo (*Opcional*) 265
 34-8 Ferromagnetismo 265
 34-9 Magnetismo Nuclear: Um Aparte 268
Resumo 268
Questionário 269
Exercícios e Problemas 270
Problemas Adicionais 273

LEITURA COMPLEMENTAR 10 A VIDA E O MAGNETISMO 274
Charles B. Bean**CAPÍTULO 35****OSCILAÇÕES ELETROMAGNÉTICAS 277***De que modo se pode reduzir o perigo do tráfego aéreo congestionado?*

- 35-1 Nova Física — Velha Matemática 277
 35-2 Oscilações LC: Estudo Qualitativo 277
 35-3 Analogia com o Movimento Harmônico Simples 280
 35-4 Oscilações LC: Estudo Quantitativo 280
 35-5 Oscilações Amortecidas num Circuito RLC 282
 35-6 Oscilações Forçadas e Ressonância 283
 35-7 Outros Osciladores: Um Pouco de Eletrônica (*Opcional*) 284
Resumo 286
Questionário 286
Exercícios e Problemas 287
Problemas Adicionais 289

CAPÍTULO 36**CORRENTES ALTERNADAS 291***Por que as linhas de transmissão elétrica têm alto potencial e não alta corrente?*

- 36-1 Por Que Estudar Corrente Alternada? 291
 36-2 Plano de Estudos para Este Capítulo 292
 36-3 Três Circuitos Simples 293
 36-4 O Circuito em Série *RLC* 296
 36-5 Potência em Circuitos de Corrente Alternada 298
 36-6 O Transformador 300
Resumo 302
Questionário 303
Exercícios e Problemas 304
Problemas Adicionais 307

CAPÍTULO 37**AS EQUAÇÕES DE MAXWELL 309***Que tecnologia derrotou os nazistas na Batalha da Grã-Bretanha?*

- 37-1 A Unificação das Coisas 309
 37-2 As Equações de Maxwell: Uma Lista Provisória 310
 37-3 Campos Magnéticos Induzidos 311
 37-4 Corrente de Deslocamento 313
 37-5 Equações de Maxwell: A Lista Completa 314
Resumo 316
Questionário 316
Exercícios e Problemas 316
Problemas Adicionais 318

APÊNDICES

- A O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI) 319
 B ALGUMAS CONSTANTES FUNDAMENTAIS DA FÍSICA 321
 C ALGUNS DADOS ASTRONÔMICOS 323
 D PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS 325
 E TABELA PERIÓDICA DOS ELEMENTOS 327
 F FATORES DE CONVERSÃO 329
 G FÓRMULAS MATEMÁTICAS 333
 H LAUREADOS COM O PRÊMIO NOBEL DE FÍSICA 337

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS E PROBLEMAS 343**CRÉDITOS DAS FOTOS 345****ÍNDICE 349**

ALGUMAS CONSTANTES FÍSICAS*

Velocidade da luz	c	$3,00 \times 10^8$ m/s
Constante gravitacional	G	$6,67 \times 10^{-11}$ N·m ² /kg ²
Constante de Avogadro	N_A	$6,02 \times 10^{23}$ mol ⁻¹
Constante universal dos gases	R	8,31 J/mol·K
Relação massa-energia	c^2	$8,99 \times 10^{16}$ J/kg 931,5 MeV/u
Constante de permissividade do vácuo	ϵ_0	$8,85 \times 10^{-12}$ F/m
Constante de permeabilidade do vácuo	μ_0	$1,26 \times 10^{-6}$ H/m
Constante de Planck	h	$6,63 \times 10^{-34}$ J·s $4,14 \times 10^{-15}$ eV·s
Constante de Boltzmann	k	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K $8,62 \times 10^{-5}$ eV/K
Carga elementar	e	$1,60 \times 10^{-19}$ C
Massa de repouso do elétron	m_e	$9,11 \times 10^{-31}$ kg
Massa de repouso do próton	m_p	$1,67 \times 10^{-27}$ kg
Raio de Bohr	r_B	$5,29 \times 10^{-11}$ m
Magnéton de Bohr	μ_B	$9,27 \times 10^{-24}$ J/T $5,79 \times 10^{-5}$ eV/T

*Para uma lista mais completa, que também mostre os melhores valores experimentais, consultar o Apêndice B.

PREFIXOS SI

FATOR	PREFIXO	SÍMBOLO	FATOR	PREFIXO	SÍMBOLO
10^{24}	iota	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zeta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	milí	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^9	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^6	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^3	quilo	k	10^{-18}	ato	a
10^2	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deca	da	10^{-24}	iocto	y

ALGUMAS PROPRIEDADES FÍSICAS

Ar (seco, a 20°C e 1 atm)

Densidade	1,21 kg/m ³
Calor molar específico a pressão constante	1.010 J/kg·K
Razão de calor molar	1,40
Velocidade do som	343 m/s
Tensão de rotura do campo elétrico	3 × 10 ⁶ V/m
Massa molar eficaz	0,0289 kg/mol

Água

Densidade	1.000 kg/m ³
Velocidade do som	1.460 m/s
Calor específico a pressão constante	4.190 J/kg·K
Ponto de fusão (0°C)	333 kJ/kg
Ponto de ebulação (100°C)	2.260 kJ/kg
Índice de refração ($\lambda = 589$ nm)	1,33
Massa molar	0,0180 kg/mol

Terra

Massa	5,98 × 10 ²⁴ kg
Raio médio	6,37 × 10 ⁶ m
Aceleração normal da gravidade	9,81 m/s ²
Atmosfera padrão	1,01 × 10 ⁵ Pa
Período do satélite a 100 km de altitude	86,3 min
Raio da órbita geossincrônica	42.200 km
Velocidade de escape	11,2 km/s
Momento de dipolo magnético	8,0 × 10 ²² A·m ²
Campo elétrico médio na superfície	150 V/m, baixa

Distância até a(o):

Lua	3,82 × 10 ⁸ m
Sol	1,50 × 10 ¹¹ m
Estrela mais próxima	4,04 × 10 ¹⁶ m
Centro da galáxia	2,2 × 10 ²⁰ m
Galáxia Andrômeda	2,1 × 10 ²² m
Limite do universo observável	~ 10 ²⁶ m

ALFABETO GREGO

Alfa	Α	α	Iota	Ι	ι	Rô	Ρ	ρ
Beta	Β	β	Kapa	Κ	κ	Sigma	Σ	σ
Gama	Γ	γ	Lâmbda	Λ	λ	Tau	Τ	τ
Delta	Δ	δ	Mi	Μ	μ	Úpsilon	Υ	ν
Épsilon	Ε	ϵ	Ni	Ν	ν	Fi	Φ	ϕ, φ
Zeta	Ζ	ζ	Xi	Ξ	ξ	Qui	Χ	χ
Eta	Η	η	Ômicron	Ο	$\ο$	Psi	Ψ	ψ
Teta	Θ	θ	Pi	Π	π	Ômega	Ω	ω

CONVENÇÕES DE ALGUNS SINAIS

DESCRIÇÃO	CONVENÇÃO												
Efeito Doppler Seção 18-7 (Vol. 2) Seção 42-12 (Vol. 4)	Associamos o <i>aumento de freqüência</i> com o sentido <i>para a frente</i> e arbitramos um sinal para isso; consideramos o efeito de cada movimento separadamente.												
Termodinâmica Seção 20-5 (Vol. 2)	<i>Calor</i> : Positivo quando <i>transferido</i> ao sistema. <i>Trabalho</i> : Positivo quando <i>realizado</i> pelo sistema.												
Diferenças de potencial nos elementos de um circuito Seção 29-3 (Vol. 3)	<i>Resistor</i> : Positiva quando atravessado pela corrente elétrica em sentido contrário à diferença de potencial. <i>fem</i> \mathcal{E} : Positiva no sentido do polo negativo para o positivo da fonte.												
Correntes alternadas Cap. 36 (Vol. 3)	Relações de fase entre a corrente i , <i>fem</i> \mathcal{E} , capacidade C e indutância L . \mathcal{E} gera i em circuitos indutivos; i produz \mathcal{E} em circuitos capacitivos.												
Ótica geométrica Cap. 39 (Vol. 4)	Para espelhos, superfícies únicas e lentes, convencionamos que a <i>imagem real</i> , o lado R (do inglês <i>Right</i>) e a <i>imagem direita</i> são <i>positivos</i> . Logo, são positivos: <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>p</td> <td>Objeto real</td> <td>f</td> <td>Foco real (no ponto focal no lado R)</td> </tr> <tr> <td>i</td> <td>Imagen real (no lado R)</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>r</td> <td>Centro da curvatura no lado R</td> <td>m</td> <td>Amplificação lateral para uma imagem direita</td> </tr> </table>	p	Objeto real	f	Foco real (no ponto focal no lado R)	i	Imagen real (no lado R)			r	Centro da curvatura no lado R	m	Amplificação lateral para uma imagem direita
p	Objeto real	f	Foco real (no ponto focal no lado R)										
i	Imagen real (no lado R)												
r	Centro da curvatura no lado R	m	Amplificação lateral para uma imagem direita										

ALGUNS FATORES DE CONVERSÃO*

Massa e Densidade

$$\begin{aligned}1 \text{ kg} &= 1.000 \text{ g} = 6,02 \times 10^{26} \text{ u} \\1 \text{ slug} &= 14,6 \text{ kg} \\1 \text{ u} &= 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} \\1 \text{ kg/m}^3 &= 10^{-3} \text{ g/cm}^3\end{aligned}$$

Comprimento e Volume

$$\begin{aligned}1 \text{ m} &= 100 \text{ cm} = 39,4 \text{ in.} = 3,28 \text{ ft} \\1 \text{ mi} &= 1,61 \text{ km} = 5.280 \text{ ft} \\1 \text{ in.} &= 2,54 \text{ cm} \\1 \text{ nm} &= 10^{-9} \text{ m} = 10 \text{ A} \\1 \text{ ano-luz} &= 9,46 \times 10^{15} \text{ m} \\1 \text{ m}^3 &= 1.000 \text{ l} = 35,3 \text{ ft}^3 = 264 \text{ gal}\end{aligned}$$

Tempo

$$\begin{aligned}1 \text{ d} &= 86.400 \text{ s} \\1 \text{ ano} &= 365 \frac{1}{4} \text{ d} = 3,16 \times 10^7 \text{ s}\end{aligned}$$

Medida Angular

$$\begin{aligned}1 \text{ rad} &= 57,3^\circ = 0,159 \text{ rev} \\1 \text{ rad} &= 180^\circ = 1/2 \text{ rev}\end{aligned}$$

Velocidade

$$\begin{aligned}1 \text{ m/s} &= 3,28 \text{ ft/s} = 2,24 \text{ mi/h} \\1 \text{ km/h} &= 0,621 \text{ mi/h} = 0,278 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Força e Pressão

$$\begin{aligned}1 \text{ N} &= 10^5 \text{ dinas} = 0,225 \text{ lb} \\1 \text{ lb} &= 4,45 \text{ N} \\1 \text{ Pa} &= 1 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ dinas/cm}^2 \\&= 1,45 \times 10^{-4} \text{ lb/in.}^2 \\1 \text{ atm} &= 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} = 14,7 \text{ lb/in.}^2 \\&= 76 \text{ cm Hg}\end{aligned}$$

Trabalho e Potência

$$\begin{aligned}1 \text{ J} &= 10^7 \text{ erg} = 0,239 \text{ cal} = 0,738 \text{ ft} \cdot \text{lb} \\1 \text{ kW} \cdot \text{h} &= 3,6 \times 10^6 \text{ J} \\1 \text{ cal} &= 4,19 \text{ J} \\1 \text{ eV} &= 1,60 \times 10^{-19} \text{ J} \\1 \text{ cavalo vapor} &= 746 \text{ W} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}\end{aligned}$$

Eletricidade e Magnetismo

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 10^4 \text{ gauss}$$

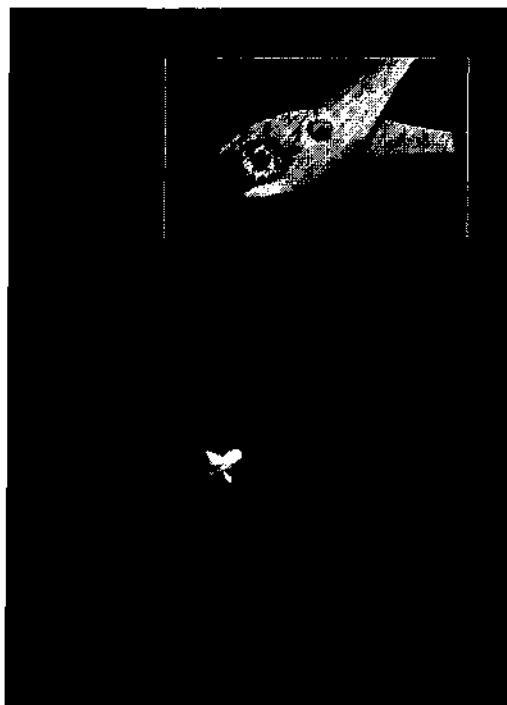
*Ver no Apêndice F uma lista mais completa.

**FUNDAMENTOS
DE FÍSICA**

3

Eletromagnetismo

CARGA ELÉTRICA



Se você adaptar seus olhos ao escuro por uns 15 minutos e, a seguir, pedir a um amigo para morder uma bala de gualtério, verá, a cada mordidela, um clarão de luz azul saindo da boca de seu amigo. (O mesmo efeito poderá ser obtido se você apertar a bala com um alicate, como mostra a fotografia.) O que ocasiona essa luz, comumente chamada de "centelhamento"? O nome em si já é um indicio.

23-1 Eletromagnetismo

Os antigos filósofos gregos sabiam que um pedaço de âmbar friccionado era capaz de atrair fragmentos de palha. Há uma linha direta de desenvolvimento a partir dessa observação até a era da eletrônica em que vivemos. (Tal fato se encontra evidenciado na palavra “elétron”, derivada do grego *elektron*, que significa âmbar.) Os gregos também tinham conhecimento de que certas “pedras” encontradas na natureza, hoje conhecidas como magnetitas, eram capazes de atrair o ferro.

Foram essas as modestas origens das ciências da eletricidade e do magnetismo. Estas duas ciências desenvolveram-se independentemente uma da outra, durante séculos, até 1820, quando Hans Christian Oersted descobriu uma conexão entre elas: uma corrente elétrica, percorrendo um fio, ocasionava a deflexão da agulha imantada de uma bússola. Curiosamente, Oersted fez esta descoberta

enquanto preparava uma aula de laboratório para seus alunos de física.

A nova ciência do *eletromagnetismo* (combinação dos fenômenos elétricos e magnéticos) foi, posteriormente, desenvolvida por muitos pesquisadores em diversos países. Um dos mais importantes foi Michael Faraday, um talentoso físico experimental dotado de grande intuição e visão. Esta capacidade é atestada pelo fato de que suas anotações de laboratório não contêm uma única equação. Na metade do século XIX, James Clerk Maxwell deu forma matemática às idéias de Faraday, introduziu muitas idéias próprias e estabeleceu as bases teóricas do eletromagnetismo.

A Tabela 37-2 mostra as leis básicas do eletromagnetismo, chamadas de equações de Maxwell. Nos próximos capítulos, vamos estudar essas leis detalhadamente e, por fim, reuni-las na referida tabela. As equações de Maxwell desempenham, no eletromagnetismo, o mesmo papel que

as leis do movimento de Newton na mecânica clássica e as leis da termodinâmica no estudo do calor.

A grande descoberta de Maxwell no eletromagnetismo foi que a luz é uma onda eletromagnética e que, portanto, sua velocidade *escalar* pode ser determinada efetuando-se medidas puramente elétricas e magnéticas. Com esta descoberta, Maxwell relacionou a antiga ciência da ótica com a eletricidade e o magnetismo. Heinrich Hertz deu outro grande passo à frente produzindo o fenômeno eletromagnético denominado por ele de “ondas maxwellianas”, e que agora chamamos de ondas curtas de rádio. (Coube a Marconi e a outros explorar as aplicações práticas do fenômeno.) Atualmente, as equações de Maxwell são usadas no mundo inteiro, na solução de vários problemas práticos de engenharia.

23-2 Carga Elétrica

Caminhando sobre um tapete em tempo seco, podemos provocar uma descarga elétrica ao tocarmos na maçaneta metálica de uma porta. A “eletricidade estática”, ilustrada na Fig. 23-1 por uma experiência bastante simples, está em toda parte, e devemos estar atentos aos seus efeitos, pois alguns deles, como por exemplo faíscas e choques elétricos, podem ser perigosos. Em grande escala, citamos o relâmpago, que é familiar a todo mundo. Todos esses fenômenos representam não mais que simples manifestações da grande quantidade de **carga elétrica** que está armazenada nos objetos familiares que nos cercam e, até mesmo, em nossos próprios corpos.

Cada objeto, em nosso visível e tangível mundo, contém uma enorme quantidade de carga; entretanto, geralmente tal fato não se revela porque o objeto contém quantidades iguais de duas espécies de carga: *carga positiva* e *carga negativa*. Com tal igualdade — ou *equilíbrio* — de cargas, dizemos que o objeto está *eletricamente neutro*; isto é, ele não contém nenhuma carga líquida para interagir com



Fig. 23-1 A eletricidade estática, fenômeno que se manifesta muito melhor em tempo seco, faz com que esses pedaços de papel grudem uns aos outros e ao pente de plástico, e que sua roupa grude ao seu corpo.

outros objetos. Quando os dois tipos de carga não estão em equilíbrio, existe uma carga líquida que pode interagir com outros objetos, dando-nos conta de sua existência. Quando falamos que um corpo está *carregado* significa dizer que ele possui uma pequena quantidade de carga desequilibrada ou carga líquida. (Qualquer desequilíbrio é sempre insignificante comparado às quantidades totais de carga positiva e de carga negativa contidas no objeto.)

Objetos carregados interagem exercendo forças uns sobre os outros. Para mostrar isso, vamos carregar uma barra de vidro friccionando uma de suas extremidades com seda. Nos pontos de contato entre a barra e a seda, pequenas quantidades de carga são transferidas de uma para a outra, perturbando a neutralidade de ambas. (Esfregamos a seda sobre a barra para aumentar o número de pontos de contato e assim a quantidade, ainda pequena, de carga transferida.)

Se agora suspendermos essa barra carregada por meio de um fio e aproximarmos uma outra barra de vidro, carregada da mesma forma, como mostra a Fig. 23-2a, notar-se-á que ambas se repelem. Por outro lado, se friccionarmos uma barra de plástico com pele de animal e a colocarmos nas proximidades da barra de vidro suspensa, como na Fig. 23-2b, notar-se-á que ambas se atraem.

Podemos compreender estas duas demonstrações em termos de cargas positiva e negativa. Quando a barra de vidro é friccionada com seda, o vidro perde parte de sua carga negativa e, portanto, fica com uma pequena carga positiva não equilibrada (representada na Fig. 23-2a pelos sinais de mais). Quando a barra de plástico é friccionada com pele de animal, o plástico ganha uma pequena carga negativa não equilibrada (representada na Fig. 23-2b pelos sinais de menos.) Estas duas demonstrações revelam o seguinte:

Cargas iguais se repelem e cargas diferentes se atraem.

Cargas iguais são aquelas que têm o mesmo sinal (elétrico); cargas diferentes têm sinais opostos. Na Seção 23-4, colocaremos esta regra em forma quantitativa na lei de

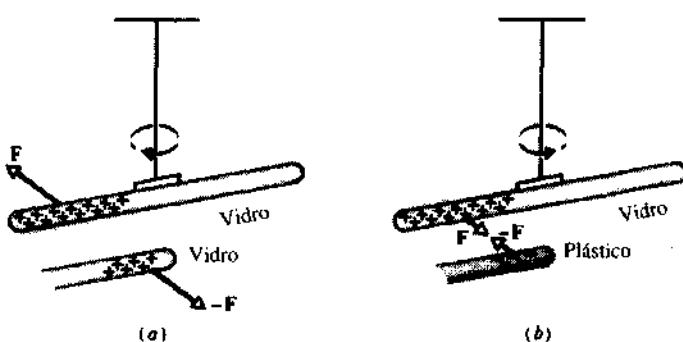


Fig. 23-2 (a) Duas barras carregadas com cargas de mesmo sinal se repelem. (b) Duas barras carregadas com cargas de sinais opostos se atraem.



Fig. 23-3 Um glóbulo de uma máquina copiadora Xerox, coberto com partículas de toner que aderem a ele, por atração eletrostática. O diâmetro do glóbulo vale aproximadamente 0,3 mm.

Coulomb da *força eletrostática* (ou *força elétrica*) entre cargas. O termo *eletrostática* é usado para enfatizar que, em relação umas às outras, as cargas estão ou em repouso ou se movendo muito lentamente.

As denominações “positiva” e “negativa”, para a carga elétrica da barra de vidro e a carga elétrica da barra de plástico, foram escolhidas arbitrariamente por Benjamin Franklin. Ele podia muito bem ter escolhido o contrário, ou mesmo ter usado outro par de opostos para distinguir as duas espécies de carga. (Benjamin Franklin foi um grande homem público e um cientista de renome internacional. Dizem que o triunfo de Franklin no campo diplomático, na França, durante a Guerra de Independência Americana, foi devido, em grande parte, à sua reputação de cientista.)

A atração e a repulsão entre corpos carregados têm muitas aplicações industriais, tais como a pintura eletrostática, os precipitadores de cinza em suspensão, impressoras e copiadoras eletrostáticas. A Fig. 23-3, por exemplo, mostra um pequeno glóbulo de uma máquina copiadora Xerox, coberto por partículas de pó negro chamado de *toner* que a ele aderem por forças eletrostáticas. As partículas de toner carregadas negativamente são atraídas para uma imagem positivamente carregada do documento que está sendo copiado, formada sobre um tambor giratório. A seguir, as partículas de toner são atraídas para uma folha de papel carregada, após o que, por aquecimento, se fundem na superfície da mesma formando uma cópia da página original.

23-3 Condutores e Isolantes

Em alguns materiais, tais como os metais, a água de torneira e o corpo humano, algumas das cargas negativas podem mover-se livremente. Denominamos tais materiais de **condutores**. Em outros materiais, tais como o vidro, a água quimicamente pura e o plástico, nenhuma carga pode mo-

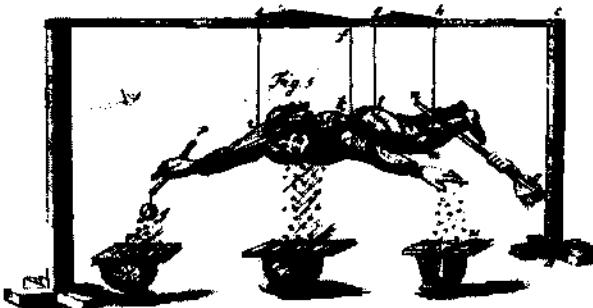


Fig. 23-4 O que vemos acima não é nenhuma acrobacia, mas uma experiência realizada em 1774 para provar que o corpo humano é um condutor de eletricidade. O desenho mostra uma pessoa suspensa por cordas não-condutoras enquanto está sendo energizada por uma barra eletrizada (que provavelmente encostou na pele dela e não na roupa). Quando a pessoa aproxima o rosto, a mão esquerda, ou o conjunto condutor bola-haste em sua mão direita, de uma das placas metálicas, faiscas elétricas atravessam o ar intermediário, descarregando-a.

ver-se livremente. Denominamos esses materiais de **não-condutores ou isolantes**.

Segurando-se uma barra de cobre e friccionando-a com lã, não conseguiremos carregá-la, pois tanto a barra como o corpo humano são condutores. A fricção originará um desequilíbrio de carga na barra, mas o excesso de carga se moverá imediatamente da barra através do nosso corpo até o chão (que está ligado à superfície da Terra), e a barra rapidamente estará neutralizada.

Deste modo, estabelecendo-se um caminho de condutores entre um objeto e a superfície da Terra, estamos fazendo sua *ligação à terra*. A *neutralização* do objeto (por eliminação da carga positiva ou negativa desequilibrada), é chamada de *descarga* do objeto. (A Fig. 23-4 mostra um exemplo um tanto bizarro de descarga.) Se, em vez de segurarmos a barra metálica com a mão, a segurarmos por meio de um cabo isolante, eliminaremos o caminho condutor até a Terra e desta forma será possível carregá-la desde que não toquemos no metal enquanto estivermos friccionando-o.

A estrutura e a natureza elétrica dos átomos são responsáveis pelas propriedades dos condutores e isolantes. Os átomos estão constituídos por *prótons* carregados positivamente, *elétrons* carregados negativamente e *nêutrons* eletricamente neutros. Os prótons e os nêutrons estão fortemente ligados num *núcleo* central; num modelo simples do átomo, os elétrons circulam em torno do núcleo.

A carga do elétron e a do próton têm o mesmo módulo mas sinais opostos. Consequentemente, um átomo neutro contém números iguais de elétrons e prótons. Os elétrons são mantidos em órbita em torno do núcleo, pois têm sinais elétricos opostos aos dos prótons e, assim, são atraídos pelo núcleo.

Quando os átomos de um condutor, como o cobre, se reúnem para formar o sólido, alguns de seus elétrons mais externos (e assim mais fracamente ligados) não permanecem ligados aos respectivos átomos mas se deslocam livremente através do volume do sólido. Chamamos esses elé-

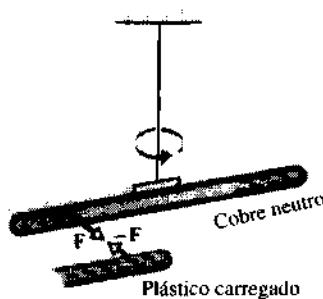


Fig. 23-5 Qualquer uma das extremidades de uma barra de cobre neutra e isolada será atraída por uma barra carregada, qualquer que seja seu sinal elétrico. Nesse caso, os elétrons de condução na barra de cobre são repelidos para a extremidade mais afastada da barra pela carga negativa da barra de plástico. Além disso, esta carga negativa atrai a carga positiva remanescente da extremidade mais próxima da barra de cobre, deixando-a positiva.

trons móveis de *elétrons de condução*. Existem muito poucos elétrons livres (caso existam) num material não-condutor.

A experiência da Fig. 23-5 demonstra a mobilidade de carga em um condutor. Uma barra de plástico carregada negativamente atraírá qualquer uma das extremidades de uma barra de cobre neutra e isolada. Muitos dos elétrons de condução da extremidade da barra de cobre, que está mais próxima da barra carregada negativamente, são repelidos por esta para a outra extremidade, o que deixa a extremidade mais próxima com falta de elétrons e, assim, com uma carga positiva não-equilibrada (que é atraída pela carga negativa da barra de plástico). Embora a barra de cobre continue neutra, dizemos que ela possui uma *carga induzida*, significando que algumas de suas cargas positivas e negativas foram separadas devido à presença da carga em suas vizinhanças.

Semelhanteramente, aproximando-se uma barra de vidro carregada positivamente de uma extremidade da barra de cobre neutra, aparecerá uma carga induzida pois elétrons de condução serão atraídos para esta extremidade. A extremidade próxima ficará carregada negativamente e a extremidade afastada carregada positivamente. Haverá atração entre as duas barras apesar de a barra de cobre continuar neutra.

Note que são os elétrons, com suas cargas negativas, que se movem. Um objeto torna-se carregado positivamente apenas pela remoção de cargas negativas.

Os **semicondutores**, dentre os quais citamos o silício e o germânio, são materiais que pertencem a uma classe intermediária entre os condutores e os isolantes. Os semicondutores têm muitas aplicações práticas e promoveram uma verdadeira revolução na microeletrônica. Descreveremos o funcionamento dos semicondutores no Cap. 46.

Finalmente, existem os **supercondutores**, assim chamados por não oferecerem resistência ao movimento da carga elétrica através deles. Quando uma certa quantidade de carga se move através de um material, dizemos que existe uma **corrente elétrica** no material. Os materiais comuns,

mesmo os condutores, resistem ao fluxo de corrente através deles. Por exemplo, o fio usado em dispositivos elétricos é muito bom condutor de corrente, mas ele ainda apresenta pequena resistência à corrente. Entretanto, num supercondutor a resistência não é extremamente pequena; ela é precisamente nula. Estabelecendo-se uma corrente em um anel supercondutor, ela se manterá inalterada por um longo tempo, sem necessidade de bateria ou de qualquer outra fonte de energia.

A supercondutividade foi descoberta em 1911, pelo físico holandês Kammerlingh Onnes, que observou que o mercúrio sólido perde completamente sua resistência elétrica em temperaturas inferiores a 4,2 K. Até 1986, a aplicação prática da supercondutividade era bastante limitada pois os materiais supercondutores conhecidos precisavam ser resfriados a temperaturas abaixo de 20 K para que pudessem manifestar a supercondutividade.

Recentemente, foram desenvolvidos materiais que se tornam supercondutores em temperaturas mais altas, de modo que uma nova era de diversas aplicações está se abrindo para nós. A possibilidade de se ter supercondutividade na temperatura ambiente é ainda objeto de investigação.

23-4 Lei de Coulomb

O módulo da **força eletrostática** de atração ou repulsão entre duas partículas carregadas, ou melhor, entre duas *cargas puntiformes* cujos módulos são q_1 e q_2 e estão separadas pela distância r , é dado por

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (23-1)$$

onde k é uma constante. Esta expressão é chamada de **Lei de Coulomb** por ter sido deduzida por Charles Augustus Coulomb, a partir de suas experiências realizadas em 1785. Curiosamente, a forma dessa expressão é a mesma que a da lei de Newton para o módulo da força gravitacional entre duas partículas de massas m_1 e m_2 , que estão separadas pela distância r :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (23-2)$$

onde G é a constante gravitacional.

A lei de Coulomb tem se mostrado válida em todos os testes experimentais a que tem sido submetida; nenhuma exceção jamais foi encontrada. Até mesmo no interior do átomo, onde a mecânica clássica newtoniana falha e é substituída pela física quântica, esta lei descreve corretamente a força entre o núcleo carregado positivamente e cada um dos elétrons carregados negativamente. A lei de Coulomb também explica corretamente as forças que mantêm juntos os átomos formando as moléculas e as forças que ligam átomos e moléculas entre si para formar os sólidos e os líquidos. Nós mesmos somos um complexo de núcleos e elétrons ligados entre si por forças eletrostáticas.

Na Eq. 23-1, F é o módulo da força que atua em cada partícula, devida à carga da outra partícula, e q_1 e q_2 são os *módulos* (ou *valores absolutos*) das cargas das duas partículas. A constante k , por analogia com a constante gravitacional G , pode ser denominada de *constante eletrostática*. Essas leis são leis do inverso do quadrado da distância e ambas envolvem uma propriedade de interação entre partículas — a massa num caso e a carga no outro.

A principal diferença entre elas é que as forças gravitacionais são sempre atrativas, enquanto as forças elétricas podem ser atrativas ou repulsivas, dependendo dos sinais das duas cargas (veja a Fig. 23-6). Esta diferença está relacionada com o fato de haver somente uma espécie de massa, mas duas espécies de carga elétrica.

Por motivos de ordem prática, relacionados com a precisão das medidas, a unidade de carga no SI é obtida a partir da unidade de corrente elétrica no mesmo sistema, o ampère (A). A unidade de carga no SI é o **coulomb** (C):

Um coulomb é a quantidade de carga que atravessa em um segundo a seção reta de um fio percorrido por uma corrente de um ampère.

Na Seção 31-4, descreveremos como o coulomb é definido experimentalmente. Em geral, podemos escrever

$$dq = i dt, \quad (23-3)$$

onde dq (em coulombs) é a carga transportada pela corrente i (em ampères) durante o intervalo de tempo dt (em segundos).

Por motivos de ordem histórica (e porque desse modo muitas outras fórmulas adquirem formas mais simples), a constante eletrostática da Eq. 23-1 é usualmente escrita como $1/4\pi\epsilon_0$. Assim sendo, a lei de Coulomb se escreve

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{lei de Coulomb}), \quad (23-4)$$

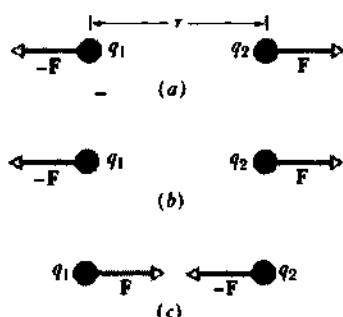


Fig. 23-6 Duas partículas carregadas, separadas pela distância r , se repelem quando suas cargas são (a) ambas positivas e (b) ambas negativas. (c) Elas se atraem quando suas cargas têm sinais opostos. Em cada uma das três situações, a força que atua sobre uma partícula tem módulo igual, a mesma direção mas sentido oposto ao da força que atua sobre a outra partícula.

A constante eletrostática tem o seguinte valor

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2. \quad (23-5)$$

A grandeza ϵ_0 , chamada de **constante de permissividade**, aparece separadamente em algumas equações e seu valor é

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2. \quad (23-6)$$

Outro paralelo entre a força gravitacional e a força eletrostática é que ambas obedecem ao princípio da superposição. Estando presentes n partículas carregadas, elas interagem independentemente aos pares, e a força sobre qualquer uma delas, digamos, a partícula 1, é dada pela soma vetorial

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \mathbf{F}_{15} + \cdots + \mathbf{F}_{1n}, \quad (23-7)$$

onde, por exemplo, \mathbf{F}_{14} é a força que atua sobre a partícula 1 devido à presença da partícula 4. Uma fórmula idêntica vale para a força gravitacional.

Finalmente, os dois teoremas para cascas esféricas, que se mostraram tão úteis no estudo da gravitação, têm seus análogos na eletrostática:

Uma casca esférica uniformemente carregada atrai ou repele uma partícula carregada exterior à casca como se toda a carga da casca estivesse concentrada em seu centro.

Uma casca esférica uniformemente carregada não exerce nenhuma força eletrostática sobre uma partícula carregada que esteja localizada em seu interior.

Condutores Esféricos

Qualquer excesso de carga colocado numa casca esférica feita de material condutor se espalhará uniformemente sobre a superfície (externa) da casca. Por exemplo, se colocarmos elétrons numa casca esférica metálica, as forças de repulsão entre eles farão com que se afastem o máximo possível até atingirem a superfície da casca onde se espalharão uniformemente. De acordo com o primeiro teorema das cascas, a casca atrairá ou repelirá uma carga externa como se os elétrons excedentes estivessem concentrados no centro da casca.

Se retirarmos carga negativa de uma casca esférica metálica, a carga positiva resultante ficará também espalhada uniformemente sobre a superfície da casca. Por exemplo, se retirarmos n elétrons ficarão n locais de carga positiva (locais onde faltam elétrons) espalhados uniformemente sobre a casca. De acordo com o primeiro teorema das cascas, a casca atrairá ou repelirá uma carga externa como se toda a carga da casca estivesse concentrada em seu centro.

TÁTICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: SÍMBOLOS REPRESENTATIVOS DAS CARGAS

Existe um guia geral para os símbolos que representam as cargas. Quando o símbolo q , com ou sem subscrito, é usado em uma frase sem a especificação do sinal, a carga pode ser positiva ou negativa. Algumas vezes, o sinal é explicitamente mostrado na notação $+q$ ou $-q$.

Considerando-se mais de um objeto carregado, podemos usar uma notação semelhante mas com um número. Por exemplo, a notação $+2q$ significa uma carga positiva cujo módulo é o dobro de q e $-3q$ significa uma carga negativa cujo módulo é o triplo de q , onde q é o módulo de alguma carga de referência.

Nas equações escalares deste e do próximo capítulo, todas as notações de carga representam somente módulos. Por exemplo, podemos nos referir a uma carga $-q_1$ que tem o valor $-1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, mas ao usar a Eq. 23-4, devemos substituir q_1 por $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ que é o módulo da carga.

EXEMPLO 23-1 A Fig. 23-7a mostra duas esferas condutoras idênticas, A e B , eletricamente isoladas, separadas por uma distância a que é grande comparada às esferas. A esfera A tem uma carga positiva $+Q$; a esfera B está eletricamente neutra; e inicialmente, não há nenhuma força eletrostática entre as esferas.

a. Suponhamos que as esferas sejam momentaneamente ligadas por um fio condutor. Qual será a força eletrostática entre as esferas depois que o fio for removido?

Solução Assim que as esferas são ligadas, elétrons de condução da esfera B são atraídos para a esfera A positivamente carregada (Fig. 23-7b). A esfera B perderá carga negativa, ficando positivamente carregada. A esfera A ganhará carga negativa, ficando *menos* positivamente carregada. A transferência de carga cessará quando o excesso de carga sobre B tiver crescido para $+Q/2$ e o excesso de carga sobre A tiver diminuído para $+Q/2$ (Fig. 23-7c); isto ocorrerá quando uma carga de $-Q/2$ tiver sido transferida.

Depois que o fio é removido, podemos supor que a carga sobre qualquer uma das esferas não perturba a uniformidade da distribuição de carga sobre a outra esfera, pois as esferas são pequenas comparadas com a distância que as separa. Assim sendo, podemos aplicar o primeiro teorema das cascas a cada uma das esferas. De acordo com a Eq. 23-4 com $q_1 = q_2 = Q/2$ e $r = a$, o módulo da força eletrostática entre as esferas vale

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q/2)(Q/2)}{a^2} = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{a}\right)^2. \quad (\text{Resposta})$$

Como as duas esferas estão agora positivamente carregadas, elas se repelem.

b. Suponhamos agora que a esfera A seja momentaneamente ligada à terra, e que a ligação-terra seja a seguir removida. Qual será, então, a força eletrostática entre as esferas?

Solução A ligação-terra permite que elétrons, com uma carga total de $-Q/2$ se movam da terra para a esfera A (Fig. 23-7d), neutralizando-a (Fig. 23-7e). Como a carga da esfera A é nula, não há força eletrostática entre as duas esferas (exatamente como na situação inicial da Fig. 23-7a).

EXEMPLO 23-2 A Fig. 23-8a mostra uma distribuição de seis partículas mantidas fixas em suas posições, onde $a = 2,0 \text{ cm}$ e $\theta = 30^\circ$. As seis cargas têm módulos iguais, $q = 3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$; seus sinais elétricos estão indicados. Qual é a força eletrostática resultante \mathbf{F}_1 que atua sobre q_1 devida a todas as outras cargas?

Solução De acordo com a Eq. 23-7, sabemos que \mathbf{F}_1 é o vetor soma das forças $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_{13}, \mathbf{F}_{14}, \mathbf{F}_{15}$ e \mathbf{F}_{16} , que são as forças eletrostáticas atuando sobre q_1 devidas às outras cargas. Como q_2, q_3 e q_6 têm o mesmo módulo e ambas distam $r = 2a$ de q_1 , temos da Eq. 23-4

$$\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{14} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{(2a)^2}. \quad (23-8)$$

Semelhantemente, como q_3, q_5 e q_6 têm módulos iguais e distam $r = a$ de q_1 , temos

$$\mathbf{F}_{13} = \mathbf{F}_{15} = \mathbf{F}_{16} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2}. \quad (23-9)$$

A Fig. 23-8b é um diagrama de corpo-livre para q_1 . Esta figura e a Eq. 23-8 mostram que \mathbf{F}_{12} e \mathbf{F}_{14} têm o mesmo módulo, a mesma direção mas sentidos opostos; assim, essas forças se cancelam. Observando a Fig. 23-8b e a Eq. 23-9 concluímos que os componentes y de \mathbf{F}_{13} e \mathbf{F}_{15} também se cancelam, e que seus componentes x têm módulos iguais e apontam no sentido decrescente do eixo x . A Fig. 23-8b também nos mostra que \mathbf{F}_{16} aponta no sentido crescente do eixo x . Nessas condições, \mathbf{F}_1 deve ser paralela ao eixo x ; seu módulo é a diferença entre F_{16} e o dobro do componente x de \mathbf{F}_{13} :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= F_{16} - 2F_{13} \sin \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_6}{a^2} - \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2} \sin \theta. \end{aligned}$$

Substituindo-se $q_3 = q_6$ e $\theta = 30^\circ$, obtemos

$$\mathbf{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_6}{a^2} - \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2} \sin 30^\circ = 0. \quad (\text{Resposta})$$

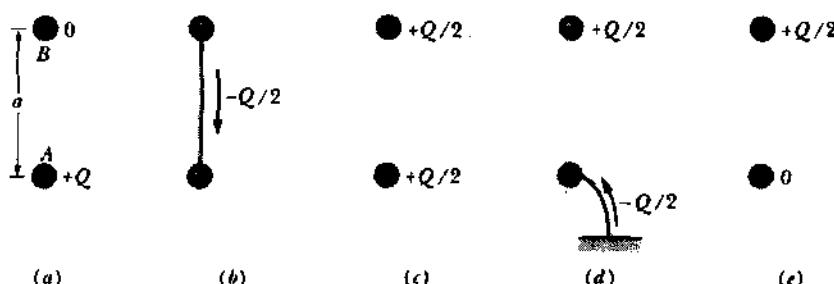


Fig. 23-7 Exemplo 23-1. Duas pequenas esferas condutoras A e B . (a) Inicialmente, a esfera A está com carga positiva. (b) Carga negativa é transferida entre as esferas através de um fio de ligação. (c) As duas esferas estão agora carregadas positivamente. (d) A carga negativa é transferida para a esfera A através de um fio ligado ao solo. (e) A esfera A está agora neutra.

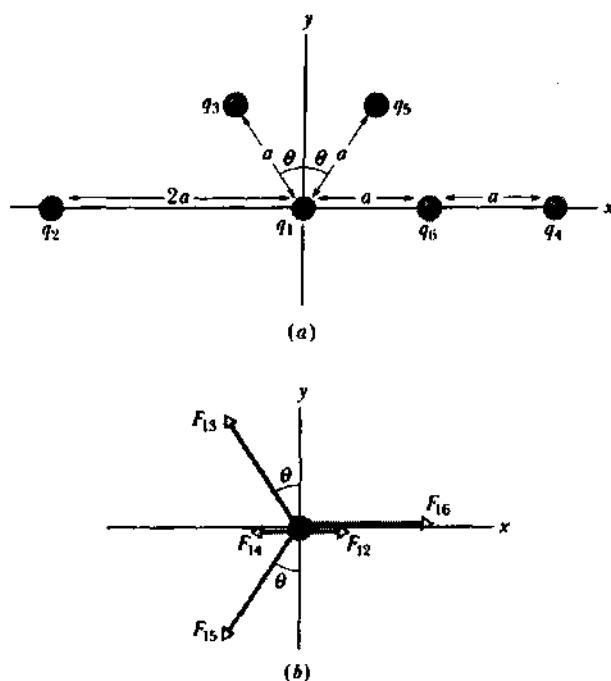


Fig. 23-8 Exemplo 23-2. (a) Uma distribuição de seis partículas carregadas. (b) As forças eletrostáticas que atuam sobre q_1 devido às outras cinco cargas.

Observe que a presença de q_6 entre q_1 e q_4 não altera a força eletrostática exercida por q_4 sobre q_1 .

TÁTICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 2: SIMETRIA

No Exemplo 23-2, usamos a simetria da situação para reduzir o tempo e a quantidade de cálculos envolvidos na solução. Percebendo que q_2 e q_4 estão posicionadas simetricamente em relação a q_1 , e desse modo que \mathbf{F}_{12} e \mathbf{F}_{14} se cancelam, evitamos o cálculo destas forças. Percebendo que os componentes y de \mathbf{F}_{13} e \mathbf{F}_{15} se cancelam e que seus componentes x são idênticos e se somam, evitamos ainda mais trabalho. De fato, usando a simetria e resolvendo o problema literalmente, não foi preciso substituir o módulo da carga $3.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ dado no problema.

23-5 A Carga é Quantizada

Na época de Benjamin Franklin, a carga elétrica era considerada como um fluido contínuo, uma idéia que foi muito útil para vários fins. Entretanto, sabemos agora que mesmo os fluidos, como a água e o ar, não são contínuos, mas sim formados de átomos e de moléculas; a matéria é discreta. A experiência mostra que o “fluído elétrico” também não é contínuo, mas constituído de múltiplos de uma certa carga elementar. Isto é, qualquer carga positiva ou negativa q que possa ser detectada pode ser escrita como

$$q = ne, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (23-10)$$

onde e , a **carga elementar**, tem o seguinte valor

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C.} \quad (23-11)$$

A carga elementar é uma das constantes fundamentais da natureza.*

Quando uma grandeza física tal como a carga pode ter somente valores discretos em vez de qualquer valor, dizemos que a grandeza é **quantizada**. Já vimos anteriormente que a matéria, a energia e o momento angular são quantizados; a carga contribui com mais uma grandeza física importante à lista. É possível, por exemplo, encontrarmos uma partícula que não tenha carga ou que tenha carga de $+10e$ ou $-6e$, mas é impossível encontrarmos uma partícula com uma carga de, digamos, $3.57e$. A Tabela 23-1 mostra as cargas e algumas outras propriedades das três partículas que constituem o átomo.[†]

O quantum de carga é pequeno. Numa lâmpada comum de 100 W, por exemplo, cerca de 10^{19} cargas elementares entram e saem da lâmpada a cada segundo. Entretanto, a natureza granular da eletricidade não se manifesta em experiências macroscópicas, do mesmo modo que não podemos sentir as moléculas da água quando nela mergulhamos a mão.

A natureza granular da eletricidade é responsável pelo brilho azul que é emitido por uma bala de gualteria enquanto está sendo comprimida. Quando os cristais de açúcar (sacarina) da bala se rompem, uma parte de cada cristal rompido fica com excesso de elétrons enquanto que a outra parte fica com excesso de íons positivos. (Um íon positivo é um átomo ou uma molécula que perdeu um ou mais elétrons.) Quase que imediatamente, elétrons e íons positivos saltam a fenda da ruptura para neutralizar os dois lados. Durante os saltos, os elétrons e os íons positivos colidem com moléculas de nitrogênio do ar que está escoando pela fenda.

As colisões fazem com que o nitrogênio emita luz ultravioleta que não se pode ver e luz azul que não é vista por ser fraca demais. O óleo da gualteria nos cristais absorve a luz ultravioleta e imediatamente emite luz azul suficiente para iluminar uma boca ou um alicate. Contudo, se a bala for molhada pela saliva, a demonstração falhará, pois a saliva que é condutora neutralizará as duas partes do cristal fraturado antes que o centelhamento possa ocorrer.

*Os quarks, partículas constituintes dos prótons e nêutrons, têm cargas de $\pm e/3$ ou $\pm 2e/3$; estas partículas aparentemente não podem existir individualmente, e assim, não consideraremos suas cargas como cargas elementares detectáveis.

[†]O símbolo e representa a carga elementar. Os símbolos e^+ e e^- representam um elétron.

Tabela 23-1
Algumas Propriedades de Três Partículas

Partícula	Símbolo	Carga ^a e	Massa ^b m_e	Momento Angular ^c $h/2\pi$
Elétron	e	-1	1	1/2
Próton	p	+1	1.836,15	1/2
Nêutron	n	0	1.838,68	1/2

^a Em unidades da carga elementar e .

^b Em unidades da massa do elétron m_e .

^c O momento angular intrínseco de spin, em unidades de $h/2\pi$, conceito introduzido na Seção 12-11, cujo estudo aprofundamos no Cap. 45.

8 ELETROMAGNETISMO

EXEMPLO 23-3 A massa de uma moeda de cobre é 3,11 g. Sendo eletricamente neutra, ela contém quantidades iguais de cargas positivas e negativas. Qual é o módulo q da carga total positiva (ou negativa) na moeda?

Solução Qualquer átomo neutro tem uma carga negativa de módulo Ze associada a seus elétrons e uma carga positiva de mesmo módulo associada com os prótons em seu núcleo, onde Z é o *número atômico* do elemento em questão. Para o cobre, o Apêndice D nos dá que Z vale 29, o que significa que o cobre tem 29 prótons e, quando eletricamente neutro, 29 elétrons.

O módulo da carga q que desejamos obter é igual a NZe , onde N é o número de átomos na moeda. Para determinar N , multiplicamos o número de moles de cobre na moeda pelo número de átomos num mol (número de Avogadro, $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ átomos/mol). O número de moles de cobre na moeda é m/M , onde M é a massa molar do cobre, 63,5 g/mol (veja o Apêndice D). Segue que

$$N = N_A \frac{m}{M} = 6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol} \frac{3,11 \text{ g}}{63,5 \text{ g/mol}} \\ = 2,95 \times 10^{22} \text{ átomos.}$$

A seguir, encontramos que o módulo da carga total positiva ou negativa na moeda vale

$$q = NZe \\ = (2,95 \times 10^{22}) (29) (1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) \\ = 137.000 \text{ C.} \quad (\text{Resposta})$$

Isto corresponde a uma quantidade muito grande de carga. (Por comparação, se friccionarmos uma barra de plástico com pele de animal, o máximo que conseguiremos depositar na barra não passará de 10^{-9} C .)

EXEMPLO 23-4 Vimos que na moeda de cobre do Exemplo 23-3 a carga total positiva (ou negativa) tem módulo igual a $1,37 \times 10^5 \text{ C}$. Suponhamos que as cargas positivas e negativas da moeda pudessem ser concentradas em dois pacotes distintos, afastados de 100 m um do outro. Que força atrativa atuará sobre cada pacote?

Solução Usando a Eq. 23-4 temos

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \\ = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,37 \times 10^5 \text{ C})^2}{(100 \text{ m})^2} \\ = 1,69 \times 10^{16} \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

Isso equivale a aproximadamente 2×10^{12} toneladas-força! Mesmo que as cargas fossem separadas por uma distância igual a um diâmetro terrestre, a força atrativa, ainda assim, seria imensa, cerca de 120 toneladas-força. Naturalmente, não mencionamos o problema de como iríamos formar dois “pacotes” de dimensões pequenas comparadas com a distância que os separa. Cada pacote, se pudesse ser formado, imediatamente explodiria devido às forças mútuas de repulsão entre as cargas do pacote, visto que todas elas teriam o mesmo sinal elétrico.

A lição desse exemplo é que não podemos perturbar a neutralidade da matéria comum de modo significativo. Se tentarmos tirar uma fração bastante grande de carga com o mesmo sinal elétrico de um corpo, surgirá automaticamente uma considerável força eletrostática, tendendo a puxá-la de volta.

EXEMPLO 23-5 A distância média r entre o elétron e o próton no núcleo do átomo de hidrogênio é de $5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$.

a. Qual é o módulo da força eletrostática média que atua entre essas duas partículas?

Solução Da Eq. 23-4, obtemos para a força eletrostática,

$$F_{\text{elec}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5,3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} \\ = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é o módulo da força gravitacional média que atua entre estas partículas?

Solução Da Eq. 23-2, obtemos para a força gravitacional,

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_e m_p}{r^2} \\ = (6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \\ \times \frac{(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(5,3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} \\ = 3,6 \times 10^{-47} \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

Vemos que para as partículas no átomo de hidrogênio, a força gravitacional é muitas e muitas vezes mais fraca que a força eletrostática. Entretanto, como a força gravitacional é sempre atrativa, ela pode agir para agregar pequenos corpos em grandes massas, como na formação dos planetas e das estrelas, que então podem exercer grandes forças gravitacionais. A força eletrostática, por outro lado, é repulsiva para cargas de mesmo sinal, de modo que é impossível acumular grandes concentrações de cargas positivas ou negativas.

EXEMPLO 23-6 O núcleo de um átomo de ferro, cujo raio é de aproximadamente $4,0 \times 10^{-15} \text{ m}$, contém 26 prótons. Qual é a força de repulsão eletrostática entre dois prótons desse núcleo, supondo que a distância entre eles seja de $4,0 \times 10^{-15} \text{ m}$?

Solução Usando a Eq. 23-4 podemos escrever

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_p q_p}{r^2} \\ = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4,0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} \\ = 14 \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

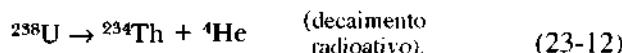
Esta é uma força muita pequena para objetos usuais, mas é uma força enorme para um próton. O núcleo só não se rompe em pedaços por ação da forte repulsão coulombiana entre os prótons, porque existe, no núcleo atômico, uma outra força muito intensa, apropriadamente chamada de *força nuclear forte* que atua sobre os prótons mantendo-os ligados.

23-6 A Carga é Conservada

Quando uma barra de vidro é friccionada com seda, surge nela uma carga positiva. Medições mostram que uma carga negativa de mesmo módulo aparece na seda. Isto mostra que a fricção não cria cargas, mas simplesmente as transfere de um corpo para o outro, perturbando a neutralidade elétrica de cada um durante o processo. Esta hipótese de **conservação da carga**, formulada pela primeira vez por Benjamin Franklin, tem sido confirmada por meio de ex-

periências muito precisas, tanto para cargas macroscópicas como para átomos, núcleos e partículas elementares. Nenhuma exceção foi observada. Deste modo, podemos incluir a carga elétrica na nossa lista de grandezas, tais como energia, momento linear e momento angular, que obedecem a uma lei de conservação.

O *decaimento radioativo*, processo no qual um núcleo se transforma espontaneamente em um tipo diferente de núcleo, nos fornece um exemplo de conservação da carga em nível nuclear. Por exemplo, o urânio-238, ou ^{238}U , que é encontrado no minério comum urânio, decai pela emissão de uma partícula alfa (que é um núcleo de hélio, ^4He), transformando-se no tório, ^{234}Th :



O número atômico Z do núcleo radioativo *pai* ^{238}U é 92, o que nos diz que este núcleo contém 92 prótons e tem uma carga de $92e$. A partícula alfa emitida tem $Z = 2$, e o núcleo *filho* ^{234}Th tem $Z = 90$. Assim, a quantidade de carga presente antes do decaimento, $92e$, é igual à quantidade total presente após o decaimento, $90e + 2e$. A carga é conservada.

Outro exemplo de conservação da carga ocorre quando um elétron e^- (cuja carga é $-e$) e sua antipartícula, o *pósitron* e^+ (cuja carga é $+e$), sofrem um *processo de aniquilação* no qual eles se transformam em dois *raios gama* (partículas de luz, sem carga e altamente energéticas):



Tabela 23-2
Quatro Constantes Fundamentais da Física

Constante	Símbolo	Valor (1985)	Incerteza ^a	Seção
Constante gravitacional	G	$6,67260 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$	100	15-2, 15-5
Velocidade escalar da luz	c	$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$	Exato	17-7
Constante de Planck	h	$6,6260754 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	0,6	8-9
Carga elementar	e	$1,60217733 \times 10^{-19} \text{ C}$	0,3	23-5

^aEm partes por milhão.

Ao aplicarmos o princípio de conservação da carga devemos somar algebraicamente as cargas, considerando corretamente seus sinais. No processo de aniquilação da Eq. 23-13, a carga total do sistema é nula antes e depois do evento. A carga é conservada.

Na *produção de par*, fenômeno inverso da aniquilação, a carga é também conservada. Neste processo um raio gama se transforma num elétron e num pósitron:



A Fig. 23-9 mostra um evento de produção de par que ocorreu numa câmara de bolhas. Um raio gama entrou na câmara vindo diretamente da esquerda e num certo ponto transformou-se num elétron e num pósitron. Pelo fato de serem carregadas e estarem em movimento estas partículas deixaram rastros de pequenas bolhas. (Os traços foram curvos devido à ação de um campo magnético que tinha sido estabelecido na câmara.) O raio gama, por não ter carga, não deixou nenhum rastro. Ainda assim, podemos dizer exatamente onde ele sofreu a produção de par—na ponta da curva em V, onde começam os traços do elétron e do pósitron.

23-7 As Constantes da Física: Um Aparte

Neste capítulo introduzimos uma outra constante fundamental da física, a carga elementar e . Talvez seja o momento de revermos o papel que essas constantes desempenham na estrutura da física. A Tabela 23-2 lista quatro delas que são particularmente importantes.

Notamos de imediato o grau de precisão com que estas constantes são conhecidas. Embora estejamos usando so-

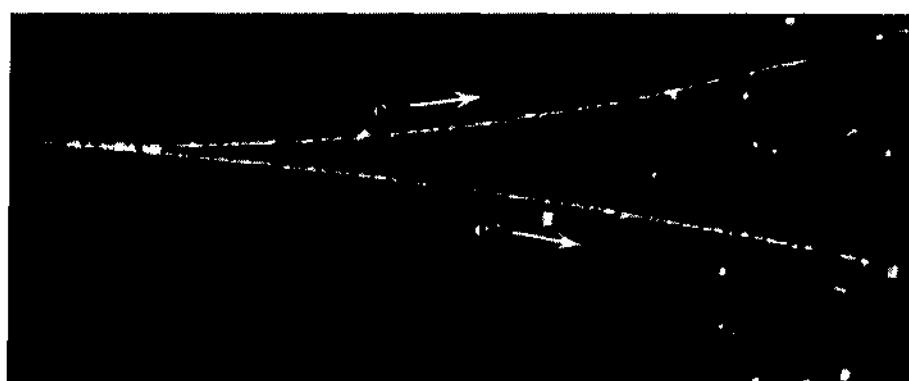


Fig. 23-9 Uma fotografia de traços de bolhas deixados numa câmara de bolhas por um elétron e um pósitron. O par de partículas foi produzido por um raio gama que entrou na câmara vindo diretamente da esquerda. Por não ter carga, o raio gama não gera uma trilha de bolhas ao longo de sua trajetória, como fazem o elétron e o pósitron.

mente dois ou três algarismos significativos em nossos exemplos, as constantes são tipicamente conhecidas com pelo menos sete ou oito algarismos significativos. Uma exceção é a constante gravitacional, a menos conhecida entre as mais importantes constantes da física. Experiências de laboratório continuam, em todo mundo, a buscar valores cada vez mais precisos dessas constantes. Qualquer uma delas pode estar envolvida, ou sozinha ou com outras constantes, numa grande variedade de experiências. A separação de todos os dados resultantes não é uma tarefa fácil. É conveniente que seja feito, a cada década, um levantamento das medidas acumuladas e, com a ajuda de um minucioso programa de computador, extrair dessa extensa quantidade de dados um conjunto dos “melhores valores” das constantes físicas.

O avanço do nosso conhecimento sobre os valores dessas constantes ao longo dos tempos é impressionante. A Tabela 23-3 (Vol. 3), por exemplo, mostra como foi melhorada a precisão da medida da velocidade escalar da luz com o correr dos anos. Note a grande variedade dos métodos utilizados e a diversidade dos países que obtiveram os valores. As medições finalmente atingiram um ponto em que a precisão ficou limitada pela dificuldade de reproduzir na prática o padrão de comprimento usado na experiência. Assim sendo, foi decidido atribuir, *por definição*, um valor para a velocidade escalar da luz e redefinir o comprimento padrão em termos dessa velocidade. (Veja a Seção 1-4.)

Cada uma das constantes apresentadas na Tabela 23-2 (Vol. 3) desempenha um papel importante na estrutura da física. Discutiremos, a seguir, cada uma delas.

A Constante Gravitacional *G*

Esta constante, que aparece na lei da gravitação, de Newton, é a principal constante tanto na teoria da gravitação, de Newton, como na teoria da relatividade geral, de Einstein. Qualquer teoria de estrutura em grande escala e desenvolvimento do universo tem de envolver, sob algum aspecto fundamental, essa constante.

Tabela 23-3
Velocidade Escalar da Luz: Algumas Medidas

Ano	Pesquisador	País	Método Experimental	Velocidade Escalar (10^8 m/s)	Incerteza (m/s)
1600	Galileu	Itália	Lanternas e obturadores	“Rápida”	?
1676	Roemer	França	Luas de Júpiter	2,14	?
1729	Bradley	Inglaterra	Aberração da luz	3,08	?
1849	Fizeau	França	Roda dentada	3,14	?
1879	Michelson	Estados Unidos	Espelho rotatório	2,99910	75.000
	Michelson	Estados Unidos	Espelho rotatório	2,99798	22.000
1950	Essen	Inglaterra	Cavidade de microondas	2,997925	1.000
1958	Froome	Inglaterra	Interferômetro	2,997925	100
1972	Evenson et al.	Estados Unidos	Laser	2,997924574	1.1
1974	Blaney et al.	Inglaterra	Laser	2,997924590	0.6
1976	Woods et al.	Inglaterra	Laser	2,997924588	0.2
1983	Valor adotado internacionalmente:			2,99792458	Exato

A Velocidade Escalar da Luz *c*

Esta constante, que aparece em todas as equações relativísticas, é a pedra fundamental da teoria da relatividade restrita de Einstein. A velocidade escalar da luz é grande para padrões comuns, mas não é infinitamente grande.

A Constante de Planck *h*

Esta constante é a principal constante da física quântica. A constante de Planck é pequena mas não é nula. Apresentamos esta constante rapidamente na Seção 8-9. Nos Caps. 43 e 44, nos quais desenvolvemos os conceitos da física quântica a partir de suas origens, a constante de Planck terá um papel central.

A Carga Elementar *e*

A importância básica desta constante reside no fato de que ela pode ser combinada com duas outras constantes para formar um número adimensional chamado *constante de estrutura fina*, * α . Segue que

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc} \approx \frac{1}{137}. \quad (23-15)$$

Esta constante adimensional é fundamental na teoria da eletrodinâmica quântica, ou QED, como é conhecida.† Essa teoria, que combina a física quântica com a teoria da relatividade restrita, talvez seja a mais bem-sucedida teoria da física em termos de prever resultados que coincidem com as experiências de laboratório. O número 137 tem fascinado os físi-

*Elá recebeu este nome por motivos históricos e está relacionada com a estrutura detalhada dos espectros de luz emitidos por átomos. A grandeza ϵ_0 , que aparece na Eq. 23-15 tem um valor que é exato por definição e não tem importância fundamental.

†Veja Richard P. Feynman, *QED — The Strange Theory of Light and Matter*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1985.

cos durante décadas, visto que eles procuraram — e continuam procurando — explorar a importância da constante de estrutura fina. É raro um físico que, ao dar com uma página 137 de qualquer livro, não pense nessa constante.

EXEMPLO 23-7 É possível combinar as três constantes G , h , e c de modo a obter uma grandeza que tenha dimensão de tempo. O chamado *tempo de Planck* é dado pela fórmula

$$T_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^5}} \quad (23-16)$$

Mostre que esta grandeza tem de fato dimensão de tempo e calcule seu valor.

Solução De acordo com a Tabela 23-2, os valores das três constantes são

$$\begin{aligned} h &= (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ J}} \right) \\ &= 6,63 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}, \\ G &= 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2, \end{aligned}$$

e

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Para calcular o tempo de Planck, substituímos esses valores na Eq. 23-16, obtendo-se

$$\begin{aligned} T_p &= \sqrt{\frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s})(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)}{(2\pi)(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})^5}} \\ &= 5,38 \times 10^{-44} \text{ s}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Confira este resultado cuidadosamente para convencer-se que a unidade resultante é de fato a de tempo.

Talvez não seja surpreendente que o tempo de Planck, que resultou de uma combinação das constantes fundamentais de três grandes teorias, tivesse um significado fundamental. Admitimos que este vem a ser o momento do universo (imediatamente após o seu surgimento, com o Big Bang) a partir do qual podemos ter certeza de que as teorias da física, tais como as conhecemos, passam a ser válidas. Atualmente, nada sabemos sobre a física no período anterior.

As constantes h , G , e c podem também ser associadas para formar grandezas que tenham dimensões de comprimento e de massa. Essas grandezas são denominadas *comprimento de Planck* e *massa de Planck*, respectivamente. Assim como o tempo de Planck, cada uma delas tem significado físico nos estudos referentes à origem e à evolução do universo.

RESUMO

Carga Elétrica

A intensidade da interação elétrica de uma partícula com objetos ao redor dela depende de sua **carga elétrica**, que pode ser positiva ou negativa. Cargas iguais se repelem e cargas diferentes se atraem. Um objeto com quantidades iguais das duas espécies de carga está eletricamente **neutro**, enquanto um objeto com carga não-equilibrada está eletricamente carregado.

Condutores são materiais em que um número significativo de partículas carregadas (elétrons nos metais) podem mover-se livremente. As partículas carregadas nos materiais **não-condutores** ou **isolantes** não podem se mover livremente. Quando uma certa quantidade de carga se move através de um material, dizemos que existe uma **corrente elétrica** no material.

O Coulomb e o Ampère

A unidade SI de carga é o **coulomb** (C). Ele é definido em termos da unidade de corrente, o ampère (A), como a carga que passa por um determinado ponto em 1 segundo quando uma corrente de 1 ampère está fluindo através daquele ponto.

Lei de Coulomb

A **lei de Coulomb** descreve a **força eletrostática** entre duas cargas elétricas puntiformes q_1 e q_2 em repouso (ou quase em repouso) e separadas por uma distância r :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{Lei de Coulomb}) \quad (23-4)$$

Aqui $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ é a **constante de permissividade**; $1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

A força de atração ou de repulsão entre cargas puntiformes em repouso atua ao longo da linha que une as duas cargas. Quando mais de duas cargas estão presentes, a Eq. 23-4 vale para cada par de partículas. A força resultante sobre cada carga é encontrada, usando o princípio da superposição, pela soma vetorial das forças exercidas sobre a carga por cada uma das outras.

Uma casca uniformemente carregada atrai ou repele uma partícula carregada, exterior à casca, como se toda a carga da casca estivesse concentrada em seu centro.

Uma casca uniformemente carregada não exerce nenhuma força eletrostática sobre uma partícula carregada que esteja localizada em seu interior.

A Carga Elementar

A carga elétrica é **quantizada**: qualquer carga pode ser escrita como ne , onde n é um inteiro positivo ou negativo, e e é uma constante da natureza chamada de **carga elementar** (aproximadamente $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$). A carga elétrica é conservada: a carga líquida (soma algébrica) de qualquer sistema isolado não pode variar.

QUESTIONÁRIO

- 1.** São dadas duas esferas metálicas colocadas sobre suportes isolantes portáteis. Descobrir um modo de carregá-las com quantidades de cargas iguais e de sinais opostos. É permitido o uso de um fio e de uma barra de vidro friccionada com seda, mas esta não pode tocar as esferas. As esferas devem ter o mesmo tamanho, para o método a ser usado?
- 2.** Na Questão 1, descubra um modo de carregar as esferas com quantidades de cargas iguais e de mesmo sinal. Novamente, é necessário que as esferas tenham o mesmo tamanho, para o método a ser usado?
- 3.** Uma barra carregada atrai fragmentos de cortiça seca os quais, assim que a tocam, são violentamente repelidos. Explique.
- 4.** As experiências descritas na Seção 23-2 poderiam ser explicadas postulando-se quatro tipos de carga, a saber, a do vidro, a da seda, a do plástico e a da pele de animal. Qual é o argumento contra isso?
- 5.** Uma carga positiva é colocada nas proximidades de um condutor isolado, não carregado. O condutor é ligado à terra, mantendo-se a carga na posição inicial. O condutor ficará carregado positivamente, ou negativamente, ou ficará sem carga se: (a) a carga for afastada e, a seguir, desfizermos a ligação-terra e (b) desfizermos a ligação-terra e, em seguida, afastarmos a carga?
- 6.** Um isolante carregado pode ser descarregado passando-o logo acima de uma chama. Explique por quê.
- 7.** Se friccionarmos vigorosamente uma moeda entre os dedos, ela não ficará carregada. Por quê?
- 8.** Andando-se vigorosamente sobre um tapete, freqüentemente experimenta-se uma descarga elétrica ao tocar-se na maçaneta metálica de uma porta. (a) Qual é a causa disso? (b) Como evitá-la?
- 9.** Por que as experiências eletrostáticas não funcionam bem em dias úmidos?
- 10.** Como poderíamos determinar o sinal da carga de uma barra isolada carregada?
- 11.** Quando uma barra de vidro carregada positivamente é mantida próxima de uma das extremidades de uma barra metálica neutra e eletricamente isolada, alguns dos elétrons da barra metálica se deslocam para essa extremidade, como mostra a Fig. 23-10. Por que cessa o fluxo de elétrons se existe uma quantidade enorme deles na barra metálica?
- 12.** Na Fig. 23-10, existe alguma força elétrica atuando na barra metálica? Explique.
- 13.** Uma pessoa em pé sobre um banco isolado toca um condutor também isolado, mas carregado. Haverá descarga completa do condutor?
- 14.** (a) Uma barra de vidro positivamente carregada atrai um objeto suspenso por um fio não-condutor. Podemos concluir que o objeto está com carga negativa? (b) Uma barra de vidro positivamente carregada repele um objeto também suspenso por um fio não-condutor. Podemos concluir que esse objeto está positivamente carregado?
- 15.** Desde que os elétrons num metal, como o cobre, são livres de se moverem, eles devem freqüentemente se deslocar para a superfície do metal. Por que eles não continuam a se mover e deixam o metal?
- 16.** Teria feito alguma diferença significativa se Benjamin Franklin tivesse trocado as denominações positiva e negativa para a carga elétrica?
- 17.** A lei de Coulomb prevê que a força exercida por uma carga puntiforme sobre outra é proporcional ao produto das duas cargas. Como poderíamos testar esse aspecto da lei em laboratório?
- 18.** Um elétron (carga = $-e$) gira ao redor de um núcleo de hélio (carga = $+2e$) em um átomo de hélio. Que partícula exerce maior força sobre a outra?
- 19.** “A carga de uma partícula é uma constante característica da partícula, independente de seu estado de movimento.” Explique como poderíamos testar tal afirmação fazendo uma rigorosa verificação experimental quanto ao átomo de hidrogênio ser ou não eletricamente neutro.
- 20.** O teorema de Earnshaw diz que nenhuma partícula pode estar em equilíbrio estável sob ação somente de forças eletrostáticas. Consideremos, entretanto, o ponto P no centro de um quadrado formado por quatro cargas iguais e positivas, fixas, como mostra a Fig. 23-11. Se colocarmos uma carga positiva em P , ela não ficará em equilíbrio estável? Explique.

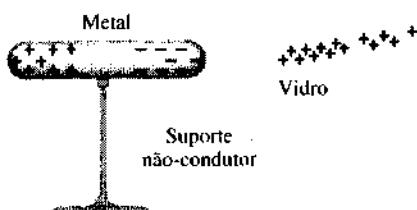


Fig. 23-10 Questões 11 e 12.

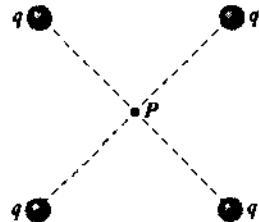


Fig. 23-11 Questão 20.

- 21.** O quantum de carga é igual a $1,60 \times 10^{-19}$ C. Existirá também um quantum correspondente de massa?
- 22.** No Exemplo 23-5, mostramos que a força elétrica é cerca de 10^{39} vezes mais intensa que a força gravitacional. Podemos concluir disso que uma galáxia, uma estrela ou um planeta deve ser essencialmente neutro?
- 23.** Como poderemos saber se as forças eletrostáticas não são a causa da atração entre a Terra e a Lua?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 23-4 Lei de Coulomb

1E. Qual seria a força eletrostática entre duas cargas de $1,00 \text{ C}$ separadas por uma distância de (a) $1,00 \text{ m}$ e (b) $1,00 \text{ km}$ se tal configuração pudesse ser estabelecida?

2E. Uma carga puntiforme de $+3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$ dista $12,0 \text{ cm}$ de uma segunda carga puntiforme de $-1,50 \times 10^{-6} \text{ C}$. Calcular o módulo da força elétrica que atua sobre cada carga.

3E. Qual deve ser a distância entre duas cargas puntiformes $q_1 = 26,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -47,0 \mu\text{C}$ para que o módulo da força eletrostática entre elas seja de $5,70 \text{ N}$?

4E. Na descarga de um relâmpago típico, uma corrente de $2,5 \times 10^4 \text{ A}$ flui durante $20 \mu\text{s}$. Que quantidade de carga é transferida nesse evento?

5E. Duas partículas igualmente carregadas, mantidas a uma distância de $3,2 \times 10^{-3} \text{ m}$ uma da outra, são largadas a partir do repouso. O módulo da aceleração inicial da primeira partícula é de $7,0 \text{ m/s}^2$ e o da segunda é de $9,0 \text{ m/s}^2$. Sabendo-se que a massa da primeira partícula vale $6,3 \times 10^{-7} \text{ kg}$, quais são (a) a massa da segunda partícula e (b) o módulo da carga comum?

6E. A Fig. 23-12a mostra duas cargas, q_1 e q_2 , mantidas a uma distância fixa d uma da outra. (a) Qual é o módulo da força eletrostática que atua sobre q_1 ? Suponha $q_1 = q_2 = 20,0 \mu\text{C}$ e $d = 1,50 \text{ m}$. (b) Uma terceira carga $q_3 = 20,0 \mu\text{C}$ é trazida e colocada na posição mostrada na Fig. 23-12b. Qual é agora o módulo da força eletrostática que atua sobre q_1 ?

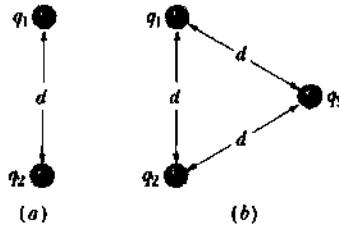


Fig. 23-12 Exercício 6.

7E. Duas esferas condutoras idênticas e isoladas, 1 e 2, possuem quantidades iguais de carga e estão separadas por uma distância grande comparada com seus diâmetros (Fig. 23-13a). A força eletrostática que atua sobre a esfera 2 devida à esfera 1 é \mathbf{F} . Suponha agora que uma terceira esfera idêntica 3, dotada de um suporte isolante e inicialmente descarregada, toque primeiro a esfera 1 (Fig. 23-13b), depois a esfera 2 (Fig. 23-13c) e, em seguida, seja afastada (Fig. 23-13d). Em termos de \mathbf{F} , qual é a força eletrostática \mathbf{F}' que atua agora sobre a esfera 2?

8P. Três partículas carregadas, localizadas sobre uma linha reta, estão separadas pela distância d , como mostra a Fig. 23-14. As cargas q_1 e q_2 são mantidas fixas. A carga q_3 , que é livre para mover-se, encontra-se em equilíbrio (nenhuma força eletrostática líquida atua sobre ela). Determine q_3 em termos de q_2 .

9P. As cargas q_1 e q_2 se encontram sobre o eixo dos x , nos pontos $x = -a$ e $x = +a$, respectivamente. (a) Qual deve ser a relação entre q_1 e q_2 para que a força eletrostática líquida sobre a carga $+Q$, colocada no ponto $x = +a/2$, seja nula? (b) Repita o item (a) com a carga $+Q$ colocada no ponto $x = +3a/2$.

10P. Na Fig. 23-15, quais são os componentes horizontal e vertical da força eletrostática resultante que atua sobre a carga no vértice inferior esquerdo do quadrado, sendo $q = 1,0 \times 10^{-7} \text{ C}$ e $a = 5,0 \text{ cm}$?

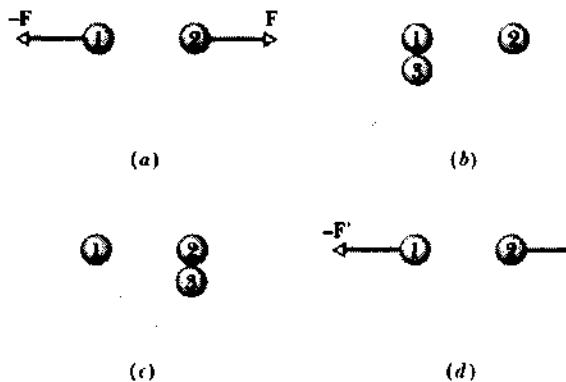


Fig. 23-13 Exercício 7.

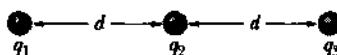


Fig. 23-14 Problema 8.

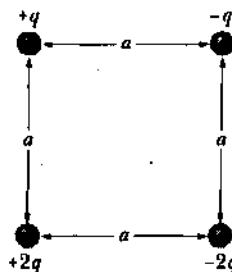


Fig. 23-15 Problema 10.

11P. Duas pequenas esferas estão positivamente carregadas. O valor total das duas cargas é de $5,0 \times 10^{-10} \text{ C}$. Sabendo-se que cada esfera é repelida pela outra por uma força eletrostática de módulo igual a $1,0 \text{ N}$ quando a distância entre elas é de $2,0 \text{ m}$, qual é a carga de cada esfera?

12P. Duas esferas condutoras idênticas, mantidas fixas, atraem-se com uma força eletrostática de módulo igual a $0,108 \text{ N}$ quando separadas por $50,0 \text{ cm}$. As esferas são então ligadas por um fio condutor fino. Quando o fio é removido, as esferas se repelem com uma força eletrostática de módulo igual a $0,0360 \text{ N}$. Quais eram as cargas iniciais das esferas?

13P. Duas cargas fixas de $+1,0 \mu\text{C}$ e $-3,0 \mu\text{C}$ estão separadas por uma distância de 10 cm . Onde podemos localizar uma terceira carga de modo que a força eletrostática líquida sobre ela seja nula?

14P. As cargas e as coordenadas de duas partículas mantidas fixas no plano xy são: $q_1 = +3,0 \mu\text{C}$, $x_1 = 3,5 \text{ cm}$, $y_1 = 0,50 \text{ cm}$, e $q_2 = -4,0 \mu\text{C}$, $x_2 = -2,0 \text{ cm}$, $y_2 = 1,5 \text{ cm}$. (a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força eletrostática sobre q_2 . (b) Onde poderíamos localizar uma terceira carga $q_3 = +4,0 \mu\text{C}$ de modo que a força eletrostática líquida sobre q_2 fosse nula?

15P. Duas cargas puntiformes livres $+q$ e $+4q$ estão a uma distância L uma da outra. Uma terceira carga é colocada de tal modo que todo o sistema fique em equilíbrio. (a) Determine a posição, o módulo e o sinal da terceira carga. (b) Mostre que o equilíbrio do sistema é instável.

16P. (a) Que cargas positivas iguais teriam de ser colocadas na Terra e na Lua para neutralizar a atração gravitacional entre elas? Será necessário conhecer a distância entre a Terra e a Lua, para resolver este problema? Explique. (b) Quantos quilogramas de hidrogênio seriam necessários para fornecer a carga positiva calculada no item (a)?

17P. Coloca-se uma carga Q em dois vértices opostos de um quadrado, e uma carga q em cada um dos outros dois. (a) Sabendo-se que a força eletrostática líquida sobre cada Q é nula, qual é o valor de Q em termos de q ? (b) Será possível escolher um valor para q de modo que a força eletrostática sobre cada uma das quatro cargas seja nula? Explique sua resposta.

18P. Uma carga Q é dividida em duas partes q e $Q - q$, que são, a seguir, afastadas por uma certa distância entre si. Qual deve ser o valor de q em termos de Q , de modo que a repulsão eletrostática entre as duas cargas seja máxima?

19P. Duas pequenas bolas condutoras idênticas, de massa m e carga q , estão suspensas por fios não-condutores de comprimento L , como mostra a Fig. 23-16. Suponha θ tão pequeno que $\tan \theta$ possa ser substituída por $\sin \theta$ com erro desprezível. (a) Mostre que, no equilíbrio,

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3},$$

onde x é a separação entre as bolas. (b) Sendo $L = 120$ cm, $m = 10$ g, e $x = 5,0$ cm, qual é o valor de q ?

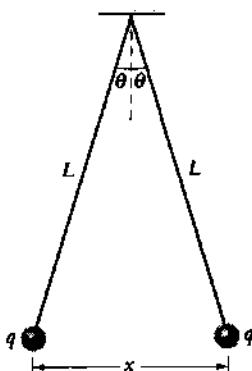


Fig. 23-16 Problemas 19 e 20.

20P. Explique o que acontecerá com as bolas do Problema 19b após uma delas ser descarregada e determine a nova separação de equilíbrio x .

21P. A Fig. 23-17 mostra uma longa barra não condutora, de massa desprezível e comprimento L , presa por um pinô no seu centro e equilibrada com um peso W a uma distância x de sua extremidade esquerda. Nas extremidades esquerda e direita da barra, são colocadas pequenas esferas condutoras com cargas positivas q e $2q$, respectivamente. A uma distância h diretamente abaixo de cada uma dessas cargas está fixada uma esfera com carga positiva Q . (a) Determine a distância x quando a barra está horizontal e equilibrada. (b) Que valor deveria ter h para que a barra não exercesse nenhuma força sobre o mancal na situação horizontal e equilibrada?

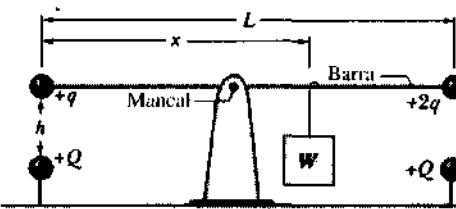


Fig. 23-17 Problema 21.

Seção 23-5 A Carga é Quantizada

22E. Qual é o módulo da força eletrostática entre um íon monovalente de sódio (Na^+ , de carga $+e$) e um íon de cloro adjacente (também monovalente (Cl^- , de carga $-e$) num cristal de sal, se a distância entre eles for de $2,82 \times 10^{-10}$ m?

23E. Um neutrônio consiste em um quark "up" de carga $+2e/3$ e dois quarks "down" cada um tendo carga de $-e/3$. Se os quarks down estiverem a uma distância de $2,6 \times 10^{-15}$ m um do outro, dentro do neutrônio, qual será o módulo da força eletrostática entre eles?

24E. Qual é a carga total em coulombs de 75,0 kg de elétrons?

25E. Quantos megacoulombs de carga positiva (ou negativa), existem em 1,00 mol de hidrogênio gasoso molecular neutro (H_2)?

26E. O módulo da força eletrostática entre dois íons idênticos que estão separados por uma distância de $5,0 \times 10^{-10}$ m vale $3,7 \times 10^{-9}$ N. (a) Qual é a carga de cada íon? (b) Quantos elétrons estão "faltando" em cada íon (o que dá ao íon sua carga não equilibrada)?

27E. Duas pequenas gotas esféricas de água possuem cargas idênticas de $-1,00 \times 10^{-16}$ C, e estão separadas, centro a centro, de 1,00 cm. (a) Qual é o módulo da força eletrostática que atua entre elas? (b) Quantos elétrons em excesso existem em cada gota, dando a ela sua carga não equilibrada?

28E. (a) Quantos elétrons teriam de ser removidos de uma moeda para deixá-la com uma carga de $+1,0 \times 10^{-7}$ C? (b) A que fração do total de elétrons da moeda corresponde o valor encontrado? (Veja o Exemplo 23-3.)

29E. Qual deve ser a distância entre dois prótons para que o módulo da força eletrostática atuando sobre qualquer um deles seja igual ao seu peso na superfície da Terra?

30E. Um elétron está num vácuo próximo à superfície da Terra. Onde deveria ser colocado um segundo elétron de modo que o primeiro elétron pudesse ficar em equilíbrio por ação de seu peso e da força eletrostática exercida pelo segundo elétron?

31P. Pelo filamento de uma lâmpada de 100 W, operando em um circuito de 120 V, passa uma corrente (suposta constante) de 0,83 A. Quantos elétrons levam para passar pela lâmpada?

32P. A atmosfera da Terra é constantemente bombardeada por *prótons dos raios cósmicos* provenientes de algum lugar no espaço. Se todos os prótons penetrassem na atmosfera, cada metro quadrado da superfície da Terra interceptaria os prótons numa taxa média de 1.500 prótons por segundo. Qual seria a corrente correspondente interceptada pela superfície total da Terra?

33P. Calcule o número de coulombs de carga positiva existente num copo de água, supondo um volume de água igual a 250 cm³.

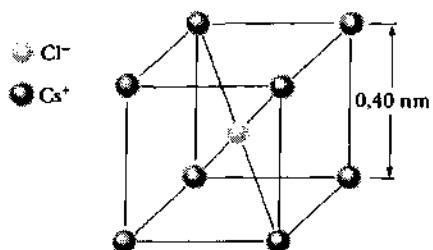


Fig. 23-18 Problema 34.

34P. Na estrutura cristalina do composto CsCl (cloreto de césio), os íons Cs^+ formam os vértices de um cubo e um íon Cl^- está no centro do cubo (Fig. 23-18). O comprimento da aresta do cubo é de 0,40 nm. Em cada íon Cs^+ falta um elétron (e assim cada um tem uma carga de $+e$), e o íon Cl^- tem um elétron em excesso (e assim uma carga de $-e$). (a) Qual é o módulo da força eletrostática líquida exercida sobre o íon Cl^- pelos oito íons Cs^+ nos vértices do cubo? (b) Quando está faltando um dos íons Cs^+ , dizemos que o cristal apresenta um *defeito*; neste caso, qual será a força eletrostática líquida exercida sobre o íon Cl^- pelos sete íons Cs^+ remanescentes?

35P. Sabemos que, dentro das limitações impostas pelas medidas, os módulos da carga negativa do elétron e da carga positiva do próton são iguais. Suponhamos, entretanto, que estes módulos diferassem entre si por 0,00010%. Com que força duas moedas de cobre, colocadas a 1,0 m uma da outra, se repeliriam? O que podemos concluir? (Sugestão: Veja o Exemplo 23-3.)

36P. Dois estudantes de engenharia (João com 90 kg e Maria com 45 kg) encontram-se afastados 30 m. Suponha que cada um deles tenha um desbalanceamento de 0,01% entre as suas quantidades de cargas positiva e negativa, um dos estudantes sendo positivo e o outro negativo. Faça uma estimativa da força eletrostática de atração entre eles substituindo os estudantes por esferas equivalentes de água.

Seção 23-6 A Carga é Conservada

37E. No *decaimento beta* uma partícula fundamental se transforma numa outra partícula emitindo um elétron ou um pósitron. (a) Quando um próton sofre decaimento beta transformando-se num nêutron, que partícula é emitida? (b) Quando um nêutron sofre decaimento beta transformando-se num próton, que partícula é emitida?

38E. Usando o Apêndice D, identifique X nas seguintes reações nucleares:

- (a) ${}^1\text{H} + {}^9\text{Be} \rightarrow \text{X} + \text{n};$
- (b) ${}^{12}\text{C} + {}^1\text{H} \rightarrow \text{X};$
- (c) ${}^{15}\text{N} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{X}.$

39E. No decaimento radioativo do ${}^{239}\text{U}$ (veja a Eq. 23-12), o centro da partícula emergente ${}^4\text{He}$ se encontra, num determinado instante, a uma distância de $9,0 \times 10^{-15}$ m do centro do núcleo filho ${}^{234}\text{Th}$. Neste instante, (a) qual é o módulo da força eletrostática sobre a partícula ${}^4\text{He}$ e (b) qual é a sua aceleração?

Seção 23-7 As Constantes da Física: Um Aparte

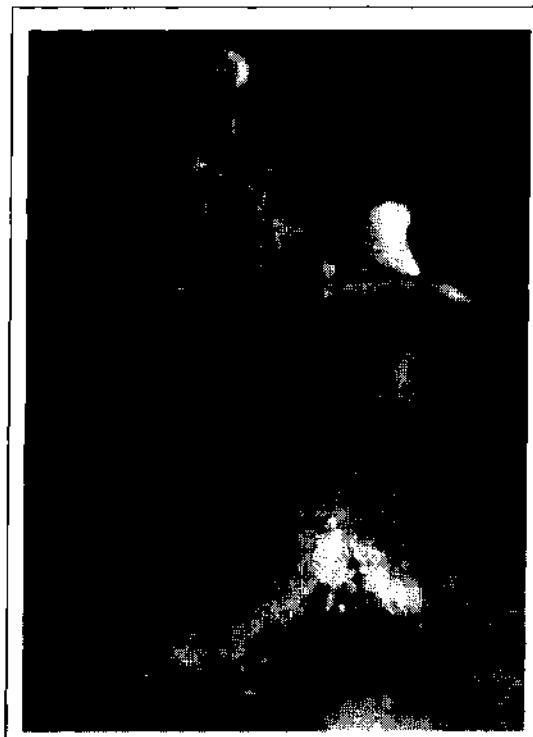
40E. Verifique que a constante de estrutura fina é adimensional, e que seu valor numérico pode ser expresso como mostra a Eq. 23-15.

41E. (a) Combine as grandezas h , G e c para formar uma grandeza com dimensão de comprimento. (Sugestão: Combine o tempo de Planck com a velocidade escalar da luz; veja o Exemplo 23-7.) (b) Calcule este “comprimento de Planck” numericamente.

42P. (a) Combine as grandezas h , G e c para formar uma grandeza com dimensão de massa. Não inclua nenhum fator adimensional. (Sugestão: Considere as unidades de h , G e c como apresentadas no Exemplo 23-7.) (b) Calcule esta “massa de Planck” numericamente.

O CAMPO ELÉTRICO

24



A água esquenta tão bem num forno de microondas que é possível aquecermos um copo d'água até 80°C acima da temperatura normal de ebulição sem que ela ferva. A seguir, se colocarmos na água pó de café, ou mesmo pedaços de gelo, ela romperá numa violenta fervura, como a que é mostrada na fotografia, espalhando a água que rapidamente poderia nos escaldar. Por que as microondas aquecem a água?

24-1 Cargas e Forças: Um Estudo mais Detalhado

Suponhamos que se fixe, num determinado ponto, uma partícula com carga positiva, q_1 , e, a seguir, coloquemos em suas proximidades uma segunda partícula também positivamente carregada, q_2 . De acordo com a lei de Coulomb, sabemos que q_1 exerce uma força eletrostática repulsiva sobre q_2 e, com dados suficientes, poderíamos determinar o módulo, a direção e o sentido dessa força. Ainda assim, uma questão embarracosa permanece: como q_1 “sabe” da presença de q_2 ? Isto é, desde que as partículas não se tocam, como pode q_1 exercer força sobre q_2 ?

Essa questão sobre *ação à distância* pode ser respondida dizendo-se que q_1 cria um **campo elétrico** no espaço ao seu redor. Em qualquer ponto P desse espaço, o campo tem módulo, direção e sentido. O módulo depende do módulo de q_1 e da distância entre P e q_1 . A direção e o sentido dependem

da direção da reta que passa por q_1 e P e do sinal elétrico de q_1 . Assim, quando colocarmos q_2 no ponto P , q_1 interage com q_2 através do campo elétrico existente em P . O módulo, a direção e o sentido desse campo elétrico determinam o módulo, a direção e o sentido da força que atua sobre q_2 .

Temos um problema semelhante de ação à distância quando movemos q_1 , por exemplo, em direção a q_2 . A lei de Coulomb nos diz que, quando q_1 está mais próxima de q_2 , a força eletrostática repulsiva que atua sobre q_2 deve ser mais intensa. E é. Entretanto, nessa situação, surge a questão embracosa: o campo elétrico em q_2 e a força que atua sobre q_2 mudam instantaneamente?

A resposta é não: a informação sobre o movimento de q_1 se propaga a partir de q_1 , em todas as direções, como uma onda eletromagnética, com a velocidade escalar da luz c . Se q_2 estiver a uma distância L de q_1 , a variação do campo elétrico em q_2 , e assim a variação da força que atua sobre q_2 , ocorrerá depois de um tempo L/c , a contar do início do movimento de q_1 .

Vejamos um exemplo mais prático. Durante o sobrevôo de Urano, realizado em 1986, pela nave *Voyager 2*, um sinal de comando foi enviado da Terra para a nave. O sinal de comando emitido por ondas de rádio (um tipo de onda eletromagnética) foi gerado provocando a oscilação de elétrons numa antena transmissora na Terra. O sinal se propagou através do espaço e foi recebido pela nave somente no momento em que provocou a oscilação de elétrons na antena receptora, cerca de 2,3 h após ter sido emitido. Assim, a informação referente ao movimento de elétrons na Terra se propagou até os elétrons da nave, não instantaneamente, mas com a velocidade escalar c da luz.

Esse e muitos outros exemplos têm mostrado que as ciências, outrora separadas, da eletricidade, do magnetismo e da ótica podem ser reunidas num único conjunto abrangente de conhecimento. Entre as muitas consequências práticas do conceito de campo eletromagnético, citamos a invenção do rádio, o desenvolvimento do radar, da televisão e do forno de microondas, e um conhecimento amplo de um grande número de dispositivos eletromagnéticos, tais como motores, geradores e transformadores.

Nosso plano neste capítulo é estabelecer o conceito de campo elétrico para cargas em repouso. No Cap. 30, estabeleceremos igualmente o conceito de *campo magnético* para correntes constantes. Depois, no Cap. 38, veremos que uma onda eletromagnética consiste em campos elétricos e magnéticos oscilando senoidalmente. Em vários capítulos, a seguir, estudaremos um tipo particularmente importante de onda eletromagnética, a luz visível.

24-2 O Campo Elétrico

A temperatura tem um valor bem definido em cada ponto do espaço da sala onde você se encontra. Podemos medí-la com um termômetro em cada ponto. Tal distribuição de temperaturas é chamada *campo de temperatura*. Do mesmo modo, podemos pensar em um *campo de pressão* na atmosfera: ele consiste na distribuição dos valores da pressão do ar, um para cada ponto na atmosfera. Esses dois exemplos são *campos escalares*, pois a temperatura e a pressão do ar são grandezas escalares.

O campo elétrico é um *campo vetorial*: ele consiste em uma distribuição de vetores, um para cada ponto na região ao redor de um objeto carregado, tal como uma barra carregada. Teoricamente, definimos o campo elétrico colocando-se uma carga positiva q_0 , chamada de *carga teste*, em algum ponto próximo de um objeto carregado, tal como o ponto P na Fig. 24-1a. A seguir, medimos a força eletrostática \mathbf{F} que atua sobre a carga teste. O campo elétrico \mathbf{E} no ponto P devido ao objeto carregado é definido como

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad (\text{campo elétrico}). \quad (24-1)$$

Assim, o módulo do campo elétrico E , no ponto P é $E = F/q_0$, e a direção e o sentido de \mathbf{E} são idênticos aos de \mathbf{F} ,

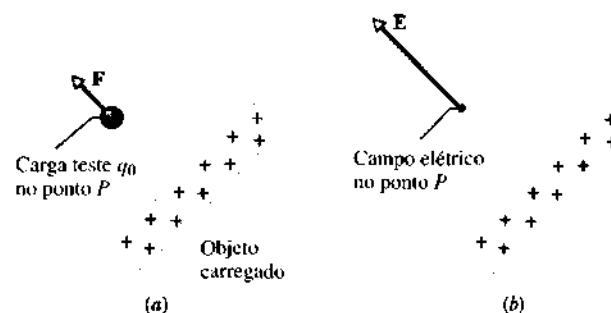


Fig. 24-1 (a) Uma carga teste positiva q_0 , colocada num ponto P próximo a um objeto carregado. Uma força eletrostática \mathbf{F} atua sobre a carga teste. (b) O campo elétrico \mathbf{E} criado no ponto P pelo objeto carregado.

que atua sobre a carga teste *positiva*. Como mostra a Fig. 24-1b, representamos o campo elétrico no ponto P por um vetor cuja origem está em P . Para definir o campo elétrico em alguma região, devemos medi-lo em todos os pontos da região. A unidade SI para o campo elétrico é o newton por coulomb (N/C). A Tabela 24-1 mostra os campos elétricos que ocorrem em algumas situações.

Embora usemos uma carga teste positiva para definir o campo elétrico de um objeto carregado, esse campo existe independentemente da carga teste. A Fig. 24-1b mostra o campo no ponto P antes (e depois) de a carga teste da Fig. 24-1a ser colocada lá. (Supomos que a presença da carga teste não afeta a distribuição de carga do objeto carregado e, portanto, não altera o campo elétrico que estamos definindo.)

Antigamente, pensava-se que a força atuante entre partículas carregadas era uma interação direta e instantânea entre as cargas. Podemos representar tal ação à distância como

$$\text{carga}_1 \leftrightarrow \text{carga}_2.$$

Atualmente, consideramos o campo elétrico como um intermediário entre as cargas, de modo que a ação é (conforme discutido na Seção 24-1)

$$\text{carga}_1 \leftrightarrow \text{campo} \leftrightarrow \text{carga}_2.$$

Para examinar o papel de um campo elétrico na interação entre objetos carregados, temos duas tarefas: (1) cal-

Tabela 24-1
Alguns Campos Elétricos

Campo	Valor (N/C)
Na superfície de um núcleo de urânio	3×10^{21}
Dentro de um átomo de hidrogênio, na órbita do elétron	5×10^{11}
Ruptura elétrica no ar	3×10^6
No tambor carregado de uma copiadora	10^5
Num tubo de imagem de TV	10^5
Próximo a um pente de plástico carregado	10^3
Em baixa atmosfera	10^2
Dentro do fio de cobre dos circuitos domésticos	10^{-2}

cular o campo elétrico produzido por uma dada distribuição de carga e (2) calcular a força que um dado campo exerce sobre uma carga colocada nele. Realizamos a primeira tarefa nas Seções 24-4 a 24-7 para várias distribuições de carga. A segunda tarefa é realizada nas Seções 24-8 e 24-9, considerando uma carga puntiforme e um par de cargas puntiformes num campo elétrico. Porém, antes de tudo, vamos discutir uma forma de visualizar os campos elétricos.

24-3 Linhas do Campo Elétrico

Michael Faraday, que introduziu o conceito de campo elétrico no século XIX, imaginava o espaço ao redor de um corpo carregado como sendo preenchido por *linhas de força*. Embora não tenham significado físico real, tais linhas, atualmente denominadas **linhas do campo elétrico**, fornecem um modo conveniente de se visualizar a configuração dos campos elétricos.

A relação entre as linhas do campo e os vetores campos elétricos é a seguinte: (1) em qualquer ponto, a direção de uma linha retilínea do campo ou a direção da tangente a uma linha curva do campo dá a direção de \mathbf{E} naquele ponto, e (2) as linhas do campo são desenhadas de modo que o número de linhas por unidade de área de um plano perpendicular às linhas seja proporcional ao *módulo* de \mathbf{E} . Assim sendo, nas regiões em que as linhas são próximas, E é grande, e nas regiões em que elas estão afastadas, E é pequeno.

A Fig. 24-2(a) mostra uma esfera de carga negativa uniformemente distribuída por sua superfície. Se colocarmos uma

carga teste positiva em qualquer lugar nas proximidades da esfera, uma força eletrostática apontando para o centro da esfera atuará sobre a carga teste como indicado. Em outras palavras, os vetores campos elétricos em todos os pontos próximos da esfera estarão orientados radialmente para dentro da esfera. Essa configuração de vetores é mostrada de forma concisa pelas linhas do campo na Fig. 24-2(b), as quais apontam nos mesmos sentidos das forças e dos vetores campos. Além disso, o afastamento das linhas do campo com a distância a partir da esfera nos diz que o módulo do campo elétrico decrece com a distância a partir da esfera.

Se a esfera da Fig. 24-2 fosse de carga positiva uniformemente distribuída, os vetores campos elétricos em todos os pontos próximos da esfera estariam orientados radialmente para fora da esfera. Assim, as linhas de campo elétrico também se estenderiam radialmente para fora da esfera. Temos, pois, a seguinte regra:

As linhas do campo elétrico se estendem apontando para fora de uma carga positiva e para dentro de uma carga negativa.

A Fig. 24-3(a) mostra uma seção de uma *chapa fina* não-condutora (ou plano não-condutor), infinitamente grande,

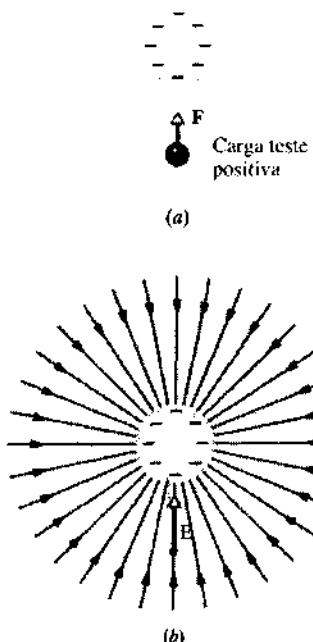


Fig. 24-2 (a) A força eletrostática \mathbf{F} que atua sobre uma carga teste positiva próxima a uma esfera de carga negativa uniformemente distribuída por sua superfície. (b) O campo elétrico \mathbf{E} no ponto onde se encontra a carga teste, e as linhas do campo elétrico no espaço próximo à esfera. As linhas do campo se estendem apontando *para dentro* da esfera carregada negativamente.

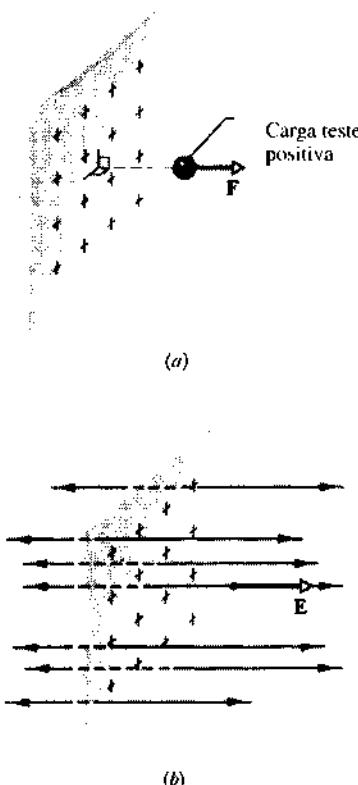


Fig. 24-3 (a) A força eletrostática \mathbf{F} sobre uma carga teste positiva próxima a uma chapa não-condutora, muito grande, com carga positiva uniformemente distribuída sobre um lado. (b) O campo elétrico \mathbf{E} no local da carga teste, e as linhas do campo elétrico no espaço próximo à chapa. As linhas do campo se estendem apontando *para fora* da chapa carregada positivamente.

com carga positiva uniformemente distribuída sobre um lado. Se colocássemos uma carga teste positiva em qualquer ponto próximo da chapa da Fig. 24-3a, a força eletrostática resultante que atua sobre a carga teste seria perpendicular à chapa, pois todas as outras direções seriam rejeitadas por considerações de simetria. Além disso, a força resultante apontaria para fora da chapa, como indicado. Portanto, o vetor campo elétrico, em qualquer ponto nas vizinhanças da chapa, também é perpendicular à chapa e está orientado para fora dela. Como a carga está uniformemente distribuída ao longo da chapa, o mesmo acontece com o campo elétrico. Essa configuração de vetores é mostrada pelas linhas do campo na Fig. 24-3b.

Naturalmente, nenhuma chapa fina não-condutora (como uma chapa plástica) é infinitamente grande; mas, se considerarmos uma região próxima a um plano real e longe de suas extremidades, as linhas do campo nessa região estarão dispostas como na Fig. 24-3b.

A Fig. 24-4 mostra as linhas do campo para duas cargas iguais e positivas. A Fig. 24-5 mostra a configuração para duas cargas que têm módulos iguais mas sinais opostos, uma configuração que denominamos de **dipolo elétrico**. Embora não seja frequente o uso de linhas do campo quantitativamente, elas são muito úteis para visualizar o que

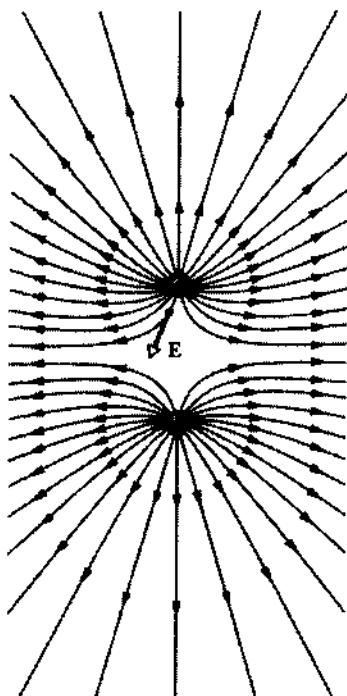


Fig. 24-4 As linhas do campo para duas cargas puntiformes iguais positivas. As cargas se repelem. As linhas terminam sobre cargas negativas localizadas em corpos distantes que não são mostrados na figura. Para “ver” a configuração real, tridimensional, das linhas de força, giramos mentalmente a configuração mostrada em torno de um eixo que passa pelas duas cargas no plano da página. A configuração tridimensional e o campo elétrico que ela representa têm *simetria rotacional* em torno desse eixo. O campo elétrico é mostrado num ponto; note que ele é tangente à linha do campo que passa naquele ponto.

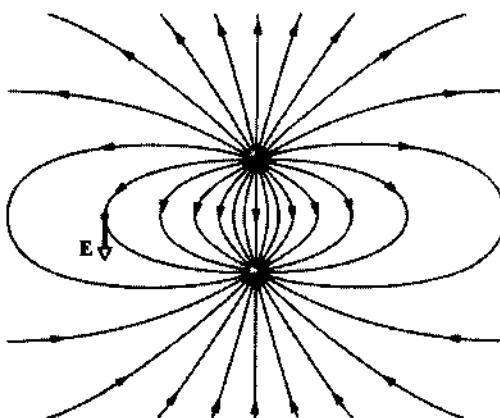


Fig. 24-5 Linhas do campo para duas cargas puntiformes que têm módulos iguais mas sinais opostos. As cargas se atraem. A configuração e o campo elétrico que ela representa têm simetria rotacional em torno de um eixo que passa pelas duas cargas. O campo elétrico é mostrado num ponto tangente à linha do campo.

está acontecendo. Praticamente não podemos “ver” as cargas sendo separadas na Fig. 24-4 e aproximadas na Fig. 24-5?

EXEMPLO 24-1 Na Fig. 24-2, como varia o módulo do campo elétrico em função da distância ao centro da esfera uniformemente carregada?

Solução Suponhamos que N linhas do campo terminem na esfera da Fig. 24-2. Imaginemos uma esfera concêntrica de raio r circundando a esfera carregada. O número de linhas que atravessam a unidade de área dessa esfera imaginária é $N/4\pi r^2$. Como E é proporcional a esse valor, podemos escrever $E \propto 1/r^2$. Assim sendo, o campo elétrico criado por uma esfera uniformemente carregada varia com o inverso do quadrado da distância ao centro da esfera.

24-4 O Campo Elétrico Criado por uma Carga Puntiforme

Para determinar o campo elétrico criado por uma carga puntiforme (ou uma partícula carregada), colocamos uma carga teste positiva q_0 em qualquer ponto distante r da carga puntiforme. De acordo com a lei de Coulomb (Eq. 23-4), o módulo da força eletrostática que atua sobre q_0 é

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}. \quad (24-2)$$

A direção de \mathbf{F} está ao longo de uma linha radial a partir da carga puntiforme, apontando para fora se a carga for positiva e para dentro se a carga for negativa. O módulo do vetor campo elétrico é obtido da Eq. 24-1.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{q}}{r^2} \quad (\text{carga puntiforme}) \quad (24-3)$$

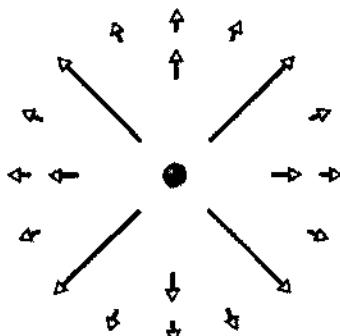


Fig. 24-6 O campo elétrico em vários pontos ao redor de uma carga puntiforme positiva.

A direção e o sentido de \mathbf{E} são idênticos aos da força que atua sobre a carga teste positiva: apontando radialmente para fora se a carga puntiforme for positiva e radialmente para dentro se a carga puntiforme for negativa.

Determinamos o campo elétrico no espaço ao redor de uma carga puntiforme, deslocando-se a carga teste neste espaço. O campo para uma carga puntiforme positiva é mostrado na Fig. 24-6.

Podemos determinar o campo elétrico resultante (ou líquido) criado por mais de uma carga puntiforme com a ajuda do princípio da superposição. Se colocarmos uma carga teste positiva q_0 nas proximidades de n cargas puntiformes q_1, q_2, \dots, q_n , então, de acordo com a Eq. 23-7, a força resultante \mathbf{F}_0 proveniente das n cargas puntiformes que atuam sobre a carga teste será

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_{01} + \mathbf{F}_{02} + \mathbf{F}_{03} + \mathbf{F}_{04} + \dots + \mathbf{F}_{0n}.$$

Desse modo, usando a Eq. 24-1, o campo elétrico resultante na posição da carga teste vale

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \frac{\mathbf{F}_0}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_{01}}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_{02}}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_{03}}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_{04}}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{F}_{0n}}{q_0} \\ &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 + \dots + \mathbf{E}_n. \end{aligned} \quad (24-4)$$

Aqui, \mathbf{E}_i é o campo elétrico que seria criado pela carga puntiforme i atuando sozinha. A Eq. 24-4 nos mostra que o princípio da superposição se aplica a campos elétricos do mesmo modo que a forças eletrostáticas.

EXEMPLO 24-2 A Fig. 24.7a mostra uma carga $+8q$ na origem de um eixo x e uma carga $-2q$ em $x = L$. Em que pontos o campo elétrico resultante devido a essas duas cargas é zero?

Solução Sendo \mathbf{E}_1 o campo elétrico criado pela carga $+8q$, e \mathbf{E}_2 o campo elétrico criado pela carga $-2q$, então, no ponto que procuramos, o campo elétrico resultante \mathbf{E} que é dado pela Eq. 24-4 vale

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0,$$

de onde obtemos

$$\mathbf{E}_1 = -\mathbf{E}_2. \quad (24-5)$$

Isto nos diz que, no ponto que procuramos, os vetores campos elétricos devidos às duas cargas devem ter módulos iguais,

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2, \quad (24-6)$$

e devem ter sentidos opostos.

Lembremos que um vetor campo elétrico criado por uma carga puntiforme aponta radialmente para fora se a carga for positiva e radialmente para dentro se a carga for negativa. Assim sendo, somente sobre o eixo x , em um ou mais pontos, os vetores \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 poderiam apontar em sentidos opostos. Em qualquer ponto entre as duas cargas, tal como P na Fig. 24-7b, \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 têm o mesmo sentido e portanto não podem cumprir a exigência expressa na Eq. 24-5.

Em qualquer ponto sobre o eixo x situado à esquerda da carga $+8q$, tal como S na Fig. 24-7b, os vetores \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 apontam em sentidos opostos. Entretanto, a Eq. 24-3 nos diz que \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 não podem ter módulos iguais nesse ponto: E_1 é maior que E_2 , pois E_1 é produzido por uma carga mais próxima (menor r) e de maior módulo ($8q$ contra $2q$).

Finalmente, em qualquer ponto sobre o eixo x situado à direita da carga $-2q$, os vetores \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 têm novamente sentidos opostos. Entretanto, como nesse caso a carga de maior módulo está *mais* distante que a carga de menor módulo, existe um ponto em que E_1 é igual a E_2 . Seja x a coordenada desse ponto, denotado por R na Fig. 24-7b. Então, com a ajuda da Eq. 24-3, podemos reescrever a Eq. 24-6 como

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8q}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{(x-L)^2}. \quad (24-7)$$

(Note que somente os módulos das cargas são usados na Eq. 24-7.) Da Eq. 24-7, segue que

$$\left(\frac{x-L}{x}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Tomando a raiz quadrada de ambos os lados, temos

$$\frac{x-L}{x} = \frac{1}{2},$$

o que nos dá

$$x = 2L. \quad (\text{Resposta})$$

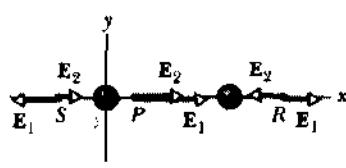
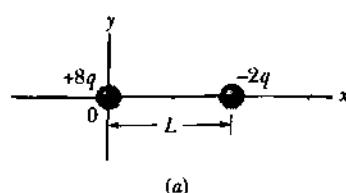


Fig. 24-7 Exemplo 24-2. (a) Duas cargas puntiformes, $+8q$ e $-2q$, fixas e separadas por uma distância L . (b) Os campos elétricos criados pelas cargas puntiformes nos pontos S , P e R , à esquerda, entre e à direita das duas cargas puntiformes.

EXEMPLO 24-3 O núcleo de um átomo de urâno tem um raio R de 6.8 fm. Supondo que a carga positiva do núcleo esteja uniformemente distribuída, determine o campo elétrico num ponto da superfície do núcleo devido a essa carga.

Solução O núcleo tem uma carga positiva Ze , onde o número atômico Z ($= 92$) é o número de prótons dentro do núcleo, e e ($= 1.60 \times 10^{-19}$ C) é a carga de um próton. Dado que essa carga está uniformemente distribuída, podemos aplicar o primeiro teorema das cascas do Cap. 23. A força electrostática sobre uma carga teste positiva colocada próxima da superfície do núcleo é a mesma que seria obtida se toda a carga do núcleo estivesse concentrada em seu centro.

De acordo com a Eq. 24-1, sabemos então que o campo elétrico produzido pelo núcleo é o mesmo que seria obtido se toda a carga do núcleo estivesse concentrada em seu centro. A Eq. 24-3 se aplica a tal concentração de carga que se comporta como puntiforme, e podemos escrever, para o módulo do campo,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{Ze}{R^2} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(92)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(6.8 \times 10^{-15} \text{ m})^2} \\ &= 2.9 \times 10^{21} \text{ N/C.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Como a carga do núcleo é positiva, o vetor campo elétrico \mathbf{E} aponta radialmente para fora do núcleo.

24-5 O Campo Elétrico Criado por um Dipolo Elétrico

A Fig. 24-8a mostra duas cargas de mesmo módulo q , mas de sinais opostos, separadas por uma distância d . Como mencionado na referência feita à Fig. 24-5, chamamos essa configuração de um *dipolo elétrico*. Qual é o campo elétrico criado pelo dipolo da Fig. 24-8a num ponto P , distante z do ponto médio do dipolo sobre seu eixo central, que é denominado de *eixo do dipolo*?

Pela simetria, o campo elétrico \mathbf{E} no ponto P e também os campos $\mathbf{E}_{(+)}$ e $\mathbf{E}_{(-)}$, criados por cada uma das cargas que constituem o dipolo devem estar situados ao longo do eixo do dipolo, que consideramos um eixo z . Aplicando o princípio da superposição para campos elétricos, encontramos que o módulo E do campo elétrico em P é

$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + \frac{1}{2}d)^2}. \end{aligned} \quad (24-8)$$

Com um pouco de álgebra, podemos reescrever essa equação como

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-2} \right]. \quad (24-9)$$

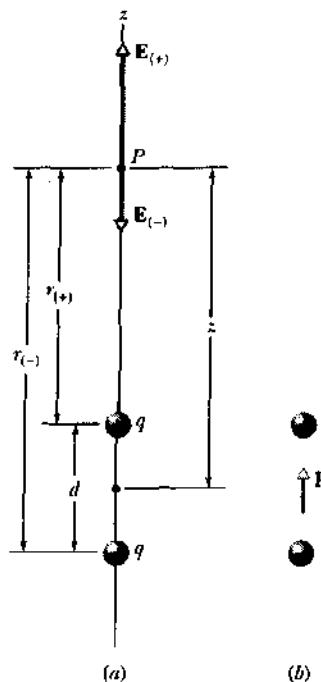


Fig. 24-8 (a) Um dipolo elétrico. Os campos elétricos $\mathbf{E}_{(+)}$ e $\mathbf{E}_{(-)}$ no ponto P sobre o eixo do dipolo, devidos a cada uma das cargas, estão indicados. As cargas que constituem o dipolo distam $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$ do ponto P . (b) O momento de dipolo \mathbf{p} é orientado da carga negativa para a carga positiva.

Geralmente, os efeitos elétricos de um dipolo só nos interessam em distâncias que são grandes, comparadas com as dimensões do dipolo, isto é, em distâncias tais que $z \gg d$. Para tais distâncias, temos $d/z \ll 1$ na Eq. 24-9. Podemos então expandir as duas quantidades nos parênteses dessa equação através do teorema binomial, obtendo-se

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \\ &\times \left[\left(1 + \frac{d}{z} + \dots\right) - \left(1 - \frac{d}{z} + \dots\right) \right]. \end{aligned} \quad (24-10)$$

Os termos não escritos nas duas expansões da Eq. 24-10 envolvem d/z elevado a potências progressivamente mais altas. Visto que $d/z \ll 1$, as contribuições desses termos são progressivamente menores, e para aproximar E para grandes distâncias, podemos desprezá-los. Assim sendo, em nossa aproximação, podemos reescrever a Eq. 24-10 como

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d}{z} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3}. \quad (24-11)$$

O produto qd , que envolve duas propriedades intrínsecas do dipolo, q e d , é chamado de **momento de dipolo elétrico** p do dipolo. Desse modo, podemos escrever a Eq. 24-11 como

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \quad (\text{dipolo elétrico}). \quad (24-12)$$

Definindo o momento de dipolo elétrico como um vetor \mathbf{p} , podemos usá-lo para especificar a direção do eixo do dipolo. O módulo de \mathbf{p} , como vimos, é qd e seu sentido é considerado orientado da carga negativa para a carga positiva. O vetor momento de dipolo está indicado na Fig. 24-8b.

A Eq. 24-12 mostra que, se medirmos o campo elétrico de um dipolo apenas para grandes distâncias, nunca poderemos obter q e d separadamente, mas apenas o produto qd . O campo elétrico em pontos distantes permaneceria inalterado se, por exemplo, dobrássemos o valor de q e simultaneamente reduzíssemos d à metade. Dessa forma, o momento de dipolo é uma propriedade fundamental de um dipolo.

Embora a Eq. 24-12 seja válida somente para pontos distantes ao longo do eixo do dipolo, resulta que, para um dipolo, E varia como $1/r^3$ em todos os pontos distantes, quer estejam ou não sobre o eixo do dipolo; aqui, r é a distância do ponto em questão ao centro do dipolo.

O exame da Fig. 24-8 e das linhas do campo da Fig. 24-5 mostra que a direção e o sentido de \mathbf{E} para pontos distantes situados sobre o eixo do dipolo são idênticos ao do vetor momento de dipolo \mathbf{p} . Isto é verdade quer o ponto P , na Fig. 24-8a, esteja na parte superior ou na parte inferior do eixo do dipolo.

A Eq. 24-12 mostra que, se dobrarmos a distância de um ponto ao dipolo, o campo elétrico no ponto cairá por um fator igual a 8. Entretanto, se dobrarmos a distância a uma carga única puntiforme (veja a Eq. 24-3), o campo elétrico cairá somente de um fator igual a 4. Dessa maneira, o campo elétrico de um dipolo decresce mais rapidamente com a distância que o campo elétrico de uma carga puntiforme. A razão física para esse rápido decréscimo do campo elétrico de um dipolo é que, para pontos distantes, um dipolo se parece com duas cargas, iguais e de sinais opostos, que quase — mas não completamente — coincidem. Assim sendo, seus campos elétricos em pontos distantes quase — mas não completamente — se anulam.

EXEMPLO 24-4 Uma molécula de vapor d'água cria um campo elétrico no espaço ao seu redor como se fosse um dipolo elétrico como aquele da Fig. 24-8. O módulo de seu momento de dipolo vale $p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$. Qual é o módulo do campo elétrico num ponto que dista $z = 1.1 \text{ nm}$ da molécula sobre seu eixo de dipolo? (Essa distância é grande o suficiente para que se possa aplicar a Eq. 24-12.)

Solução Da Eq. 24-12, temos

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \\ &= \frac{6.2 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}}{(2\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(1.1 \times 10^{-9} \text{ m})^3} \\ &= 8.4 \times 10^7 \text{ N/C.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

24-6 O Campo Elétrico Criado por uma Linha de Carga

Até aqui, consideramos o campo elétrico que é produzido por uma carga puntiforme ou, no máximo, algumas cargas

puntiformes. Vamos agora considerar distribuições de carga que consistem em um grande número (talvez bilhões) de cargas puntiformes estreitamente espaçadas que estão distribuídas ao longo de uma linha, sobre uma superfície ou dentro de um volume. Tais distribuições são classificadas como **contínuas**, em vez de discretas. Como essas distribuições possuem um número enorme de cargas puntiformes, determinaremos os campos elétricos que elas produzem por meio de cálculo, em vez de considerarmos as cargas puntiformes uma por uma. Nesta seção, discutimos o campo elétrico criado por uma linha de carga. Na próxima, consideraremos uma superfície carregada. Um volume carregado é assunto do Exemplo 24-3, onde determinamos o campo fora de uma esfera uniformemente carregada. No próximo capítulo, determinaremos o campo dentro dessa esfera.

Quando lidamos com distribuições contínuas de carga, é mais conveniente expressar a carga de um objeto em termos de uma **densidade de carga**, em vez de uma carga total. Para uma linha de carga, por exemplo, escreveríamos a **densidade linear de carga** (ou carga por unidade de comprimento) λ , cuja unidade SI é o coulomb por metro. A Tabela 24-2 mostra as outras densidades de carga que serão usadas.

A Fig. 24-9 mostra um anel delgado de raio R com uma densidade linear uniforme de carga positiva λ ao longo de sua circunferência. Podemos imaginar que o anel seja feito de plástico ou qualquer outro material isolante, de modo que as cargas podem ser consideradas fixas em suas posições. Qual é o campo elétrico \mathbf{E} num ponto P , a uma distância z do plano do anel ao longo de seu eixo central?

Para resolver esse problema, não podemos absolutamente aplicar a Eq. 24-3, que dá o campo elétrico criado por

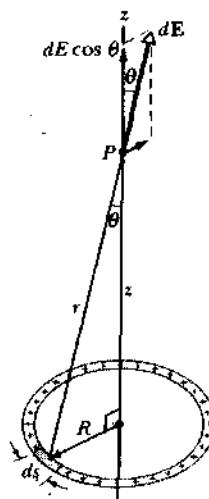


Fig. 24-9 Um anel de carga positiva uniformemente distribuída ao longo de sua circunferência. Um elemento diferencial de carga ocupa um comprimento ds (grandemente exagerado para maior clareza), que cria um campo elétrico dE no ponto P . O componente de dE ao longo do eixo central do anel é $dE \cos \theta$.

Tabela 24-2
Algumas Medidas da Carga Elétrica

Nome	Símbolo	Unidade SI
Carga	q	C
Densidade linear de carga	λ	C/m
Densidade superficial de carga	σ	C/m ²
Densidade volumétrica de carga	ρ	C/m ³

uma carga puntiforme, porque o anel não é obviamente uma carga puntiforme. Contudo, podemos dividir mentalmente o anel em elementos diferenciais de carga que, como são suficientemente pequenos, podem ser tratados como cargas puntiformes e, portanto, a Eq. 24-3 pode ser aplicada a cada um deles. A seguir, podemos somar os campos elétricos criados no ponto P por todos os elementos diferenciais. O vetor soma obtido nos dá o campo criado em P pelo anel.

Seja ds o comprimento de qualquer elemento diferencial do anel. Sendo λ a carga por unidade de comprimento, a carga do elemento é

$$dq = \lambda ds. \quad (24-13)$$

Esta carga diferencial cria um campo elétrico diferencial dE no ponto P , que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga puntiforme, e usando a Eq. 24-13, podemos reescrever a Eq. 24-3 para expressar o módulo de dE como

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (24-14)$$

De acordo com a Fig. 24-9, podemos reescrever a Eq. 24-14 como

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (24-15)$$

A Fig. 24-9 nos mostra que dE forma um ângulo θ com o eixo central (que consideramos um eixo z) e tem componentes perpendicular e paralelo a esse eixo.

Cada elemento de carga no anel cria um campo diferencial dE em P , cujo módulo é dado pela Eq. 24-15. Os componentes paralelos ao eixo central de todos esses vetores dE têm o mesmo módulo e o mesmo sentido. Já os componentes perpendiculares ao eixo central de todos esses vetores dE têm o mesmo módulo, mas apontam em direções diferentes. De fato, para cada componente perpendicular que aponta numa dada direção, existe um outro que aponta na direção oposta. A soma desse par de componentes, e de todos os outros pares de componentes que têm sentidos opostos, é zero.

Assim sendo, os componentes perpendiculares se cancelam e não precisamos mais considerá-los. Restam-nos os

componentes paralelos; todos eles têm o mesmo sentido, de modo que o campo elétrico resultante em P é a soma deles.

Na Fig. 24-9, vemos que o componente paralelo de dE tem módulo $dE \cos \theta$. Vemos também que

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}. \quad (24-16)$$

Combinando-se a Eq. 24-16 com a Eq. 24-15, encontramos que o componente paralelo pode ser escrito como

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} ds. \quad (24-17)$$

Para somar os componentes paralelos $dE \cos \theta$ produzidos por todos os elementos, integramos a Eq. 24-17 por toda a circunferência do anel, desde $s = 0$ até $s = 2\pi R$. Como a única grandeza na Eq. 24-17 que varia durante a integração é s , as outras grandeszas podem ser levadas para fora do sinal de integral. A integração, então, nos dá

$$\begin{aligned} E &= \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds \\ &= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (24-18)$$

Como λ é a carga por unidade de comprimento do anel, o termo $\lambda(2\pi R)$ na Eq. 24-18 é q , a carga total do anel. Podemos então reescrever a Eq. 24-18 como

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{anel carregado}) \quad (24-19)$$

Se a carga do anel fosse negativa em vez de positiva, como havíamos suposto, o módulo do campo em P ainda seria dado pela Eq. 24-19. A única diferença é que o vetor campo elétrico estaria apontando em direção ao anel, em vez de para longe dele.

Vamos conferir a Eq. 24-19 para um ponto muito afastado sobre o eixo do anel, ou seja, para $z \gg R$. Para tal ponto, a expressão $z^2 + R^2$ na Eq. 24-19 pode ser aproximada para z^2 , o que conduz ao resultado

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (\text{anel carregado a grande distância}). \quad (24-20)$$

Este é um resultado esperado, pois a grandes distâncias o anel se “comporta” como uma carga puntiforme. Substituindo-se z por r na Eq. 24-20, obtemos a Eq. 24-3, o campo de uma carga puntiforme.

Vamos agora conferir a Eq. 24-19 para um ponto no centro do anel, isto é, para $z = 0$. Nesse ponto, a Eq. 24-19 nos dá que $E = 0$, resultado também esperado, porque seria nula a força eletrostática resultante sobre uma carga teste

colocada no centro do anel: a força devida a qualquer elemento do anel seria anulada pela força devida ao elemento sobre o lado oposto do anel. E, de acordo com a Eq. 24-1, sendo nula a força, o campo elétrico no centro do anel também é nulo.

EXEMPLO 24-5 A Fig. 24-10a mostra uma haste de plástico que tem uma carga $-Q$ uniformemente distribuída. A haste está encurvada na forma de um arco de círculo, de raio r , subtendendo um ângulo de 120° . Os eixos coordenados foram colocados de modo que o eixo de simetria da haste coincide com o eixo x e a origem está no centro de curvatura P da haste. Em termos de Q e r , qual é o campo elétrico \mathbf{E} criado pela haste no ponto P ?

Solução Consideremos um elemento diferencial da haste, de comprimento ds , localizado num ângulo θ em relação ao eixo x , na metade superior da haste (Fig. 24-10b). Sendo λ a densidade linear de carga da haste, o módulo da carga diferencial do elemento ds é

$$dq = \lambda ds. \quad (24-21)$$

Esse elemento cria um campo elétrico diferencial $d\mathbf{E}$ no ponto P , que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga puntiforme, podemos reescrever a Eq. 24-3 para expressar o módulo de $d\mathbf{E}$ como

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (24-22)$$

O vetor $d\mathbf{E}$ aponta para ds , porque a carga de ds é negativa.

Ao elemento considerado corresponde um elemento ds' , simetricamente localizado, na metade inferior da haste. O módulo do campo elétrico $d\mathbf{E}'$, criado em P por ds' , também é dado pela Eq. 24-22, mas o vetor campo aponta como mostra a Fig. 24-10b. Decompondo-se os vetores campos elétricos de ds e ds' em componentes x e y , como mostra a Fig. 24-10b, vemos que seus componentes y se anulam (porque eles têm módulos iguais e sentidos opostos). Vemos também que seus componentes x têm módulos iguais e apontam no mesmo sentido.

Assim sendo, para determinar o campo elétrico criado pela haste, precisamos somar (por integração) apenas os componentes x dos campos elétricos diferenciais criados por todos os elementos diferenciais da haste. De acordo com a Fig. 24-10b e a Eq. 24-22, podemos escrever o componente dE_x criado por ds como

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta ds. \quad (24-23)$$

A Eq. 24-23 tem duas variáveis, θ e s . Para que possamos integrá-las, temos de eliminar uma variável. Fazemos isso substituindo ds com a ajuda da relação

$$ds = r d\theta,$$

onde $d\theta$ é o ângulo em P subtendido pelo comprimento de arco ds (Fig. 24-10c). Com essa substituição, podemos integrar a Eq. 24-23 sobre o ângulo feito pela haste em P , desde $\theta = -60^\circ$ até $\theta = 60^\circ$, o que nos dará o módulo do campo elétrico em P criado pela haste:

$$\begin{aligned} E &= \int dE_x = \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta r d\theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\sin \theta \right]_{-60^\circ}^{60^\circ} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin 60^\circ - \sin(-60^\circ)] \\ &= \frac{1.73\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}. \end{aligned} \quad (24-24)$$

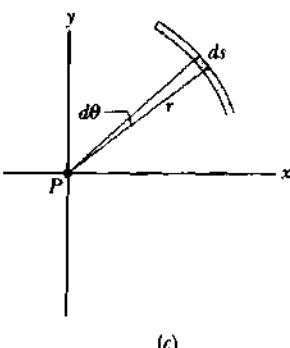
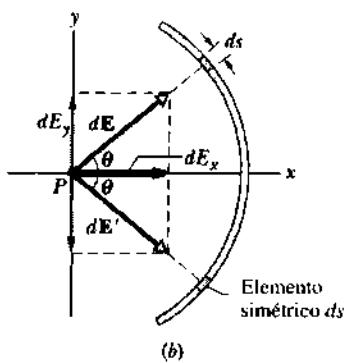
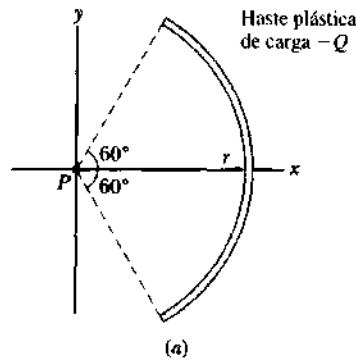


Fig. 24-10 Exemplo 24-5. (a) Uma haste de plástico de carga $-Q$ tem uma seção circular de raio r , subtendendo um ângulo de 120° em torno do ponto P , o centro de curvatura da haste. (b) Um elemento diferencial, na metade superior da haste, formando um ângulo θ com o eixo x e delimitado por um arco de comprimento ds , cria um campo elétrico diferencial $d\mathbf{E}$ no ponto P . Um elemento ds' , simétrico a ds em relação ao eixo x , cria em P um campo $d\mathbf{E}'$ que tem o mesmo módulo. (c) O arco de comprimento ds subtende um ângulo $d\theta$ em torno de P .

(Se tivéssemos trocado os limites de integração, teríamos obtido o mesmo resultado, mas com um sinal negativo. Como a integração nos dá somente o módulo de E , teríamos então que abandonar o sinal negativo).

Para calcular λ , notamos que a haste subtende um ângulo de 120° , o que corresponde à terça parte de um círculo completo. O comprimento desse arco é então $2\pi r/3$ e sua densidade linear de carga deve ser

$$\lambda = \frac{\text{carga}}{\text{comprimento}} = \frac{Q}{2\pi r/3} = \frac{0.477Q}{r}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 24-24 e simplificando, obtemos

$$E = \frac{(1.73)(0.477Q)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{0.83Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (\text{Resposta})$$

O vetor \mathbf{E} aponta para a haste, ao longo de seu eixo de simetria.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: UM GUIA DE CAMPO PARA LINHAS DE CARGA

Apresentamos aqui um guia geral para determinar o campo elétrico \mathbf{E} produzido num ponto P por uma linha uniformemente carregada, que pode ser circular ou reta. A estratégia usual é escolher um elemento de carga dq , determinar $d\mathbf{E}$ criado pelo elemento e integrar $d\mathbf{E}$ sobre toda a linha de carga.

Etapa 1. Quando a linha é circular, indicamos por ds o comprimento do arco que delimita um elemento da distribuição. Quando a linha é reta, traçamos um eixo x ao longo dela e indicamos por dx o comprimento de um elemento.

Etapa 2. Relacionamos a carga dq de um elemento ao comprimento do elemento, de acordo com $dq = \lambda ds$ ou $dq = \lambda dx$. Consideramos dq e λ positivos, mesmo se a carga for negativa. (O sinal da carga é levado em conta na próxima etapa.)

Etapa 3. Marcamos um elemento de carga dq sobre a linha de carga e expressamos o campo $d\mathbf{E}$ criado em P por dq usando a Eq. 24-3, substituindo q nessa equação por λds ou λdx . Quando a carga sobre a linha é positiva, desenhamos em P um vetor $d\mathbf{E}$ que aponta diretamente para fora de dq . Quando a carga é negativa, desenhamos o vetor apontando diretamente para dq .

Etapa 4. Quando o ponto P está sobre um eixo de simetria da distribuição de carga, decomponemos o campo $d\mathbf{E}$ criado por dq em componentes perpendiculares e paralelos ao eixo de simetria. A seguir, consideramos um segundo elemento dq' que esteja localizado simetricamente a dq em relação ao eixo de simetria. Em P , desenhamos o vetor $d\mathbf{E}'$ criado por esse elemento simétrico e o decomponemos da mesma forma que fizemos com $d\mathbf{E}$. Um dos componentes criado por dq é um *componente de cancelamento*: ele é cancelado pelo componente correspondente criado por dq' , e não precisa mais ser levado em consideração. O outro componente criado por dq é um *componente de adicionamento*, adicionado ao componente correspondente criado por dq' . Somamos os componentes de adicionamento de todos os elementos por integração.

Etapa 5. Aqui estão quatro tipos usuais de distribuições uniformes de carga, com estratégias para simplificar a integral da etapa 4. Cada tipo pode ser transformado num desafio maior para você, considerando-se a distribuição composta de uma linha de carga positiva e de uma linha de carga negativa.

Anel. com o ponto P sobre o eixo (central) de simetria, como na Fig. 24-9. Na expressão para $d\mathbf{E}$, substituímos r^2 por $z^2 + R^2$, como na Eq. 24-15. Expressamos o componente de adicionamento de $d\mathbf{E}$ em termos de θ , o que introduz $\cos \theta$, mas θ é o mesmo para todos os elementos e, assim, não é uma variável. Substituímos $\cos \theta$ como na Eq. 24-16. Integraremos sobre s , ao redor da circunferência do anel.

Arco de círculo, com o ponto P no centro de curvatura, como na Fig. 24-10. Expressamos o componente de adicionamento de $d\mathbf{E}$ em termos de θ , o que introduz $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduzimos a expressão resultante de duas variáveis s e θ para uma variável, θ , substituindo ds por $r d\theta$. Integraremos sobre θ , como no Exemplo 24-5, de um extremo ao outro do arco.

Linha reta, com o ponto P sobre o prolongamento da linha, como na Fig. 24-11a. Na expressão para $d\mathbf{E}$, substituímos r por x . Integraremos sobre x , de um extremo ao outro da linha.

Linha reta, com o ponto P a uma distância perpendicular y da linha de carga, como na Fig. 24-11b. Na expressão para $d\mathbf{E}$, substituímos r por uma expressão envolvendo x e y . Quando o ponto P está sobre a mediatrix da linha de carga, expressamos o componente de adicionamento de $d\mathbf{E}$, o que introduz $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduzimos a expressão resultante de duas variáveis x e θ , para uma variável, x , substituindo a função trigonométrica por uma expressão (sua definição) envolvendo x e y . Integraremos sobre x de um extremo ao outro da linha. Quando o ponto P não está sobre

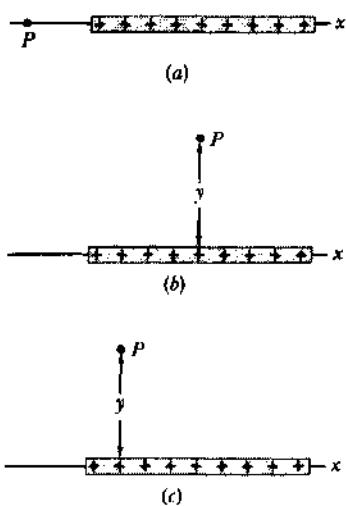


Fig. 24-11 (a) Um ponto P no prolongamento da linha de carga. (b) Um ponto P sobre uma linha de simetria da linha de carga, a uma distância perpendicular y da linha. (c) O mesmo que em (b), exceto que P não está sobre uma linha de simetria.

uma linha de simetria, como na Fig. 24-11c, montamos uma integral para somar os componentes dE_z , e integrarmos sobre r para determinar E_z . Da mesma forma, para somar os componentes dE_x , montamos uma integral e integrarmos novamente sobre x para determinar E_x . Usamos os componentes E_x e E_z do modo usual para determinar o módulo E e a orientação de \mathbf{E} .

Etapa 6. Uma disposição dos limites de integração dá um resultado positivo. A disposição inversa dá o mesmo resultado, com um sinal negativo, que deve ser abandonado. Quando o resultado é pedido em termos da carga total Q da distribuição, substituímos λ por Q/L , onde L é o comprimento da distribuição. Para um anel, L é a circunferência do anel.

24-7 O Campo Elétrico Criado por um Disco Carregado

A Fig. 24-12 mostra um disco circular de plástico, de raio R , que possui uma carga superficial de densidade uniforme σ sobre sua

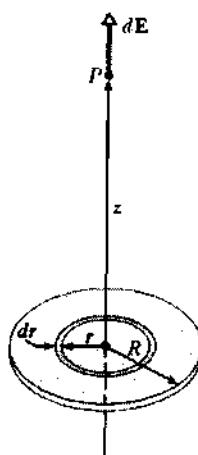


Fig. 24-12 Um disco de raio R com uma carga positiva uniformemente distribuída sobre sua face superior. O anel mostrado tem raio r e largura radial dr . Ele cria um campo elétrico diferencial $d\mathbf{E}$ no ponto P sobre seu eixo central.

face superior (veja a Tabela 24-2). Qual é o campo elétrico num ponto P , distante z do disco, sobre seu eixo central?

Podemos dividir o disco em anéis concêntricos e, a seguir, calcular o campo elétrico no ponto P somando-se (por meio de integração) as contribuições de todos os anéis. A Fig. 24-12 mostra um desses anéis, com raio r e largura radial dr . Sendo σ a carga por unidade de área, a carga do anel é

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r) dr, \quad (24-25)$$

onde dA é a área diferencial do anel.

Já sabemos resolver o problema do campo elétrico criado por um anel de carga. Substituindo-se, na Eq. 24-19, q por dq (dado pela Eq. 24-25) e R por r , obtemos a expressão do campo elétrico dE criado no ponto P pelo anel considerado:

$$dE = \frac{z\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}},$$

que podemos escrever como

$$dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

Podemos agora determinar E integrando sobre a superfície do disco, isto é, integrando em relação à variável r desde $r = 0$ até $r = R$. Note que z permanece constante durante esse processo.

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr. \quad (24-26)$$

Para resolver essa integral, a colocamos na forma $\int X^m dX$, fazendo $X = (z^2 + r^2)$, $m = -3/2$, e $dX = (2r)dr$. Para tal integral temos

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1},$$

de modo que a Eq. 24-26 torna-se

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R.$$

Substituindo-se os limites e reagrupando, obtemos

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{disco carregado}) \quad (24-27)$$

para o módulo do campo elétrico criado por um disco circular sobre seu eixo central. (Ao resolvemos a integral, supomos que $z \geq 0$.)

Fazendo-se $R \rightarrow \infty$, mantendo-se z finito, o segundo termo no parêntese da Eq. 24-27 se aproxima de zero, e essa equação se reduz a

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{plano infinito}) \quad (24-28)$$

Este é o campo elétrico criado por uma chapa fina infinita, não-condutora, uniformemente carregada sobre um lado. As linhas do campo elétrico para essa distribuição (também conhecida como *plano infinito* de carga) são mostradas na Fig. 24-3.

A Eq. 24-28 também pode ser obtida fazendo-se $z \rightarrow 0$ na Eq. 24-27, mantendo-se R finito. Isso mostra que, para pontos muito próximos ao disco, o campo elétrico criado pelo disco é o mesmo que seria obtido se o disco tivesse extensão infinita. Para pontos muito distantes do disco, o campo elétrico criado pelo disco se reduz ao de uma carga puntiforme.

EXEMPLO 24-6 O disco da Fig. 24-12 tem um raio R de 2,5 cm e uma densidade superficial σ de $+5,3 \mu\text{C/m}^2$ sobre sua face superior. (Esse é um valor possível para a densidade superficial de carga sobre o cilindro fotossensível de uma copiadora.)

a. Qual é o módulo do campo elétrico num ponto sobre o eixo central, distante $z = 12$ cm do disco?

Solução De acordo com a Eq. 24-27, temos

$$\begin{aligned} E &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \\ &= \frac{5,3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ &\quad \times \left(1 - \frac{12 \text{ cm}}{\sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (2,5 \text{ cm})^2}} \right) \\ &= 6,3 \times 10^3 \text{ N/C.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(Deixamos os valores de R e de z em centímetros porque esta unidade se cancela.)

b. Qual é o módulo do campo elétrico na superfície do disco?

Solução De acordo com a Eq. 24-28, temos

$$\begin{aligned} E &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{5,3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ &= 3,0 \times 10^5 \text{ N/C.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado é válido para todos os pontos junto à superfície do disco e longe de sua borda.

Quando o campo elétrico num material é suficientemente grande, o material sofre *ruptura elétrica*, na qual surgem, repentinamente, caminhos condutores no material. No ar, à pressão atmosférica, a ruptura elétrica ocorre quando o campo elétrico excede aproximadamente $3 \times 10^6 \text{ N/C}$. Durante a ruptura, fluem elétrons ao longo de um ou mais caminhos condutores, gerando *fâscias elétricas*. O campo elétrico obtido neste exemplo vale somente $3 \times 10^5 \text{ N/C}$ e, sendo assim, o disco carregado não provocará fâscias no ar ao seu redor.

24-8 Carga Puntiforme num Campo Elétrico

Nas quatro seções anteriores, resolvemos a primeira de nossas duas tarefas: dada uma distribuição de carga, deter-

minar o campo elétrico que ela cria no espaço ao seu redor. Agora, vamos começar a resolver a segunda tarefa: determinar o que acontece com uma partícula carregada que está fixa ou se move num campo elétrico criado por cargas que estão em repouso ou se movem muito lentamente.

O que acontece é que a partícula fica sujeita a uma força eletrostática. Tal força, uma grandeza vetorial, é dada por

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (24-29)$$

onde q é a carga da partícula (incluindo seu sinal) e \mathbf{E} é o campo elétrico que as outras cargas criam no local da partícula. (Observe que o campo resultante, atuando sobre a partícula carregada, *não* inclui o campo criado por ela própria; para distinguir os dois campos, o campo que atua sobre a partícula na Eq. 24-29 costuma ser chamado de *campo externo*.)

Neste capítulo e no anterior, as equações escalares envolvendo carga não incluem direção e sentido; desse modo, nessas equações, o símbolo q sempre significa o módulo de uma carga, sem o seu sinal. Contudo, as relações vetoriais como a Eq. 24-29 incluem direção e sentido, e assim o símbolo q tem de incluir seu sinal. A Eq. 24-29 nos diz que \mathbf{F} e \mathbf{E} terão a mesma direção e o mesmo sentido se q for positiva e a mesma direção, mas sentidos opostos, se q for negativa. Analogamente, se a força da Eq. 24-29 for a única que atua sobre a partícula, a partícula acelerará na mesma direção e no mesmo sentido de \mathbf{E} se q for positiva e na mesma direção, mas em sentido oposto, se q for negativa.

Vejamos agora dois exemplos de aplicação da Eq. 24-29. Um diz respeito à primeira medida da carga elementar. O outro exemplo se refere a uma máquina resultante da tecnologia moderna.

Medida da Carga Elementar

A Fig. 24-13 é uma representação da aparelhagem usada pelo físico americano Robert A. Millikan, entre 1910 e 1913, para medir a carga elementar e . Quando pequeninas gotas de óleo são borrifadas na câmara A, algumas delas adquirem carga positiva ou negativa no processo. Consi-

deremos uma gota que cai através do pequeno orifício existente na placa P_1 e penetra na câmara C. Suponhamos que essa gota tenha uma carga negativa q .

Quando a chave S na Fig. 24-13 está aberta, como é mostrado, a bateria B não tem nenhum efeito elétrico sobre a câmara C. Quando a chave está fechada (a conexão entre a câmara C e o terminal positivo da bateria está completa), a bateria induz um excesso de carga positiva sobre a placa condutora P_1 e um excesso de carga negativa sobre a placa condutora P_2 . As placas carregadas criam um campo elétrico \mathbf{E} que aponta para baixo na câmara C, o qual exerce uma força eletrostática sobre qualquer gota carregada que se encontre na câmara, afetando seu movimento. Em particular, nossa gota carregada negativamente tenderá a mover-se para cima.

Cronometrando o movimento de gotas de óleo com a chave ora aberta ora fechada, e dessa forma determinando o efeito da carga q , Millikan descobriu que os valores de q eram sempre dados por

$$q = ne, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (24-30)$$

onde e tornou-se a constante fundamental que chamamos de *carga elementar*, $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. A experiência de Millikan é uma prova convincente da quantização da carga, e ele ganhou o prêmio Nobel de física em 1923, devido em parte a esse trabalho. Medidas modernas da carga elementar contam com uma variedade de experiências que se entrosam, todas mais precisas que a experiência pioneira de Millikan.

Impressão por Jato de Tinta

A necessidade cada vez maior de melhorar a qualidade e a velocidade das impressoras incrementou as pesquisas em busca de métodos alternativos de impressão, diferentes dos antigos métodos de impressão por impacto, usados nas máquinas de escrever. Formar as letras por meio de jatos de pequeninas gotas de tinta no papel firmou-se como uma boa alternativa.

A Fig. 24-14 mostra uma gota carregada movendo-se na região entre duas placas condutoras, onde existe um cam-

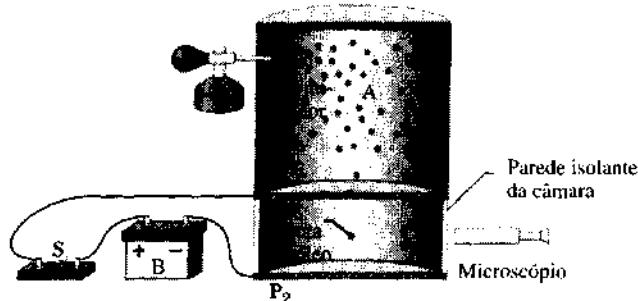


Fig. 24-13 A aparelhagem de Millikan, da gota de óleo, para medir a carga elementar e . Quando uma gota de óleo carregada cai na câmara C através de um orifício na placa P_1 , seu movimento pode ser controlado pelo fechamento e abertura da chave S e, desse modo, estabelecendo-se ou anulando-se um campo elétrico na câmara C. O microscópio foi usado para ver a gota de modo que seu movimento pudesse ser cronometrado.

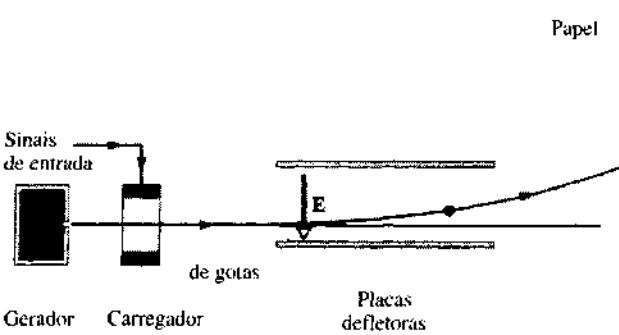


Fig. 24-14 Partes essenciais de uma impressora a jato de tinta. Um sinal de entrada vindo de um computador controla a carga dada à gota e, desse modo, a posição sobre o papel no qual a gota cai. São necessárias cerca de 100 gotas para formar um único caractere.

po elétrico uniforme E , apontando para baixo. A gota é desviada para cima e atinge o papel numa posição que é determinada pelos valores de E e da carga q da gota.

Na prática, E é mantido constante e a posição da gota é determinada pela carga q , recebida pela gota no carregador, através do qual ela passa antes de entrar na região entre as placas defletoras. O carregador, por sua vez, é ativado por sinais eletrônicos que codificam o material a ser impresso.

EXEMPLO 24-7 Na aparelhagem de Millikan, da gota de óleo, representada na Fig. 24-13, uma gota de raio $R = 2,76 \mu\text{m}$ tem um excesso de carga de três elétrons. Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico necessário para equilibrar a gota, de modo que ela fique em repouso no aparelho? A densidade ρ do óleo é 920 kg/m^3 .

Solução Para equilibrar a gota, a força eletrostática que atua sobre ela deve apontar para cima e ter módulo igual ao peso mg da gota. De acordo com as Eqs. 24-29 e 24-30, podemos escrever o módulo da força eletrostática como $F = (3e)E$. Também se pode escrever a massa da gota como o produto entre seu volume e sua densidade. Assim sendo, o equilíbrio das forças nos dá

de modo que

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = (3e)E,$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{4\pi R^3 \rho g}{9e} \\ &= \frac{(4\pi)(2,76 \times 10^{-6} \text{ m})^3 (920 \text{ kg/m}^3) (9,80 \text{ m/s}^2)}{(9)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} \quad (\text{Resposta}) \\ &= 1,65 \times 10^6 \text{ N/C.} \end{aligned}$$

Como a gota está carregada negativamente, a Eq. 24-29 nos diz que \mathbf{E} e \mathbf{F} têm a mesma direção, mas sentidos opostos: $\mathbf{F} = -3e\mathbf{E}$. Concluímos que o campo elétrico deve apontar para baixo.

EXEMPLO 24-8 A Fig. 24-15 mostra as placas defletoras de uma impressora a jato de tinta, com os eixos coordenados superpostos. Uma gota de tinta de massa m igual a $1,3 \times 10^{-16} \text{ kg}$ e uma carga negativa de módulo $Q = 1,5 \times 10^{-13} \text{ C}$ entram na região entre as placas, movendo-se inicialmente ao longo do eixo x com velocidade escalar $v_0 = 18 \text{ m/s}$. O comprimento L das placas é $1,6 \text{ cm}$. As placas estão carregadas e, assim, produzem um campo elétrico em todos os pontos da região entre elas. Suponha que o campo \mathbf{E} , apontando para baixo, seja uniforme e que seu módulo tenha o valor de $1,4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Qual a deflexão vertical da gota assim que ela sai da região entre as placas? (O peso da gota é pequeno comparado à força eletrostática que atua sobre ela e pode ser desprezado.)

Solução Como a gota está carregada negativamente e o campo elétrico está orientado para baixo, a Eq. 24-29 nos mostra que uma força eletrostática constante, de módulo QE , apontando para cima, atua sobre a

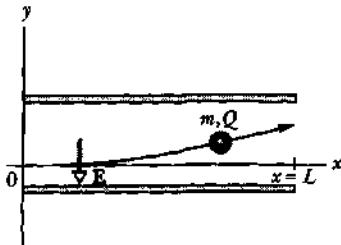


Fig. 24-15 Exemplo 24-8. Uma gota de tinta de massa m e carga de módulo Q é desviada no campo elétrico de uma impressora a jato de tinta.

gota carregada. Assim sendo, a gota se move paralelamente ao eixo x com velocidade escalar constante v_x , e acelera para cima com aceleração constante a_y . Aplicando a segunda lei de Newton $F = ma$ ao longo do eixo y , obtemos que

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}. \quad (24-31)$$

Seja t o tempo necessário para que a gota passe através da região entre as placas. Durante o tempo t , os deslocamentos vertical e horizontal da gota são

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \text{e} \quad L = v_x t, \quad (24-32)$$

respectivamente. Eliminando t entre essas duas equações e substituindo o valor de a_y dado pela Eq. 24-31, encontramos

$$\begin{aligned} y &= \frac{QEL^2}{2mv_x^2} \\ &= \frac{(1,5 \times 10^{-13} \text{ C})(1,4 \times 10^6 \text{ N/C})(1,6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1,3 \times 10^{-16} \text{ kg})(18 \text{ m/s})^2} \\ &= 6,4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,64 \text{ mm.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

24-9 Um Dipolo num Campo Elétrico

Definimos o momento de dipolo elétrico \mathbf{p} , de um dipolo elétrico, como sendo um vetor cuja direção está ao longo do eixo do dipolo, apontando da carga negativa para a carga positiva. Como veremos, o comportamento de um dipolo num campo elétrico uniforme externo \mathbf{E} pode ser completamente descrito em termos dos dois vetores \mathbf{E} e \mathbf{p} , sem a necessidade de dar quaisquer detalhes sobre a estrutura do dipolo.

Como mencionado no Exemplo 24-4, uma molécula de água (H_2O) é um dipolo elétrico. A Fig. 24-16 representa uma molécula de água: os pontos representam o núcleo de oxigênio (tendo oito prótons) e os dois núcleos de hidrogênio (tendo um próton cada um). As áreas acinzentadas representam a região em que os elétrons orbitam o núcleo.

Numa molécula de água, os dois átomos de hidrogênio e o átomo de oxigênio não estão sobre uma linha reta, mas formam um ângulo de aproximadamente 105° , como mostra a Fig. 24-16. Daí resulta que a molécula apresenta um

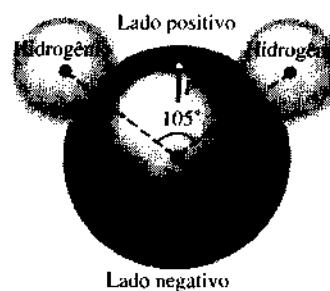


Fig. 24-16 Uma molécula de H_2O , mostrando os três núcleos (representados por pontos) e a região onde os elétrons orbitam os núcleos. O momento de dipolo elétrico \mathbf{p} aponta do lado oxigênio (lado negativo) para o lado hidrogênio (lado positivo).

“lado oxigênio” e um “lado hidrogênio” bem definidos. Entretanto, os 10 elétrons da molécula tendem a permanecer mais próximos do núcleo de oxigênio que dos núcleos de hidrogênio. Isso torna o lado oxigênio da molécula ligeiramente mais negativo que o lado hidrogênio, e cria um momento de dipolo elétrico \mathbf{p} que aponta ao longo do eixo de simetria da molécula, como é mostrado. Se colocarmos a molécula de água num campo elétrico externo, ela se comportará da mesma forma que o dipolo elétrico da Fig. 24-8.

Para verificar tal comportamento, consideremos esse dipolo num campo elétrico uniforme externo \mathbf{E} , como mostrado na Fig. 24-17a. Suponhamos que o dipolo seja uma estrutura rígida (devido a forças eletrostáticas internas) que consiste em dois centros de cargas opostas, cada um de módulo q , separados por uma distância d . O momento de dipolo \mathbf{p} faz um ângulo θ com \mathbf{E} .

Nas duas extremidades carregadas do dipolo, as forças eletrostáticas, \mathbf{F} e $-\mathbf{F}$, atuam na mesma direção, mas em sentidos opostos, com o mesmo módulo $F = qE$. Assim sendo, a força resultante exercida sobre o dipolo pelo campo é zero. Entretanto, essas forças exercem um torque resultante τ sobre o dipolo, em torno de seu centro de massa, que podemos considerar como estando no ponto médio da linha que liga as extremidades carregadas. De acordo com a Eq. 11-28, com $r = d/2$, podemos escrever o módulo desse torque resultante como

$$\tau = F \frac{d}{2} \sin \theta + F \frac{d}{2} \sin \theta = Fd \sin \theta. \quad (24-33)$$

Podemos também escrever o módulo de τ em termos dos módulos do campo elétrico, E e do momento de dipolo, qd .

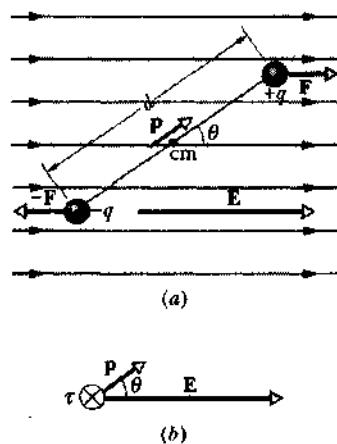


Fig. 24-17 (a) Um dipolo elétrico num campo elétrico uniforme. Dois centros de cargas iguais, mas de sinais opostos, estão separados por uma distância d . Supõe-se o centro de massa do dipolo a meia distância entre os centros de carga. A barra entre estes centros retrata o dipolo como sendo uma estrutura rígida. (b) Ilustração da relação $\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$. O vetor torque τ aponta para dentro do plano da página, o que é representado pelo símbolo \otimes .

Para isso, substituímos F por qE e d por p/q na Eq. 24-33, encontrando-se que o módulo de τ é

$$\tau = pE \sin \theta. \quad (24-34)$$

Podemos generalizar essa equação escrevendo-a na forma vetorial como

$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \quad (\text{torque sobre um dipolo}) \quad (24-35)$$

Os vetores \mathbf{p} e \mathbf{E} são mostrados na Fig. 24-17b. O torque atuando sobre um dipolo tende a girar \mathbf{p} (e consequentemente o dipolo) na direção de \mathbf{E} , desse modo reduzindo θ . Na Fig. 24-17, tal rotação é no sentido horário. Conforme discutimos no Cap. 11, podemos representar um torque que causa a rotação no sentido horário incluindo-se um sinal negativo na expressão que dá o módulo do torque. Com tal notação, o torque da Fig. 24-17 se escreve

$$\tau = -pE \sin \theta. \quad (24-36)$$

Energia Potencial de um Dipolo Elétrico

Podemos associar energia potencial à orientação de um dipolo elétrico num campo elétrico. O dipolo tem a sua menor energia potencial quando se encontra na posição de equilíbrio, isto é, quando seu momento \mathbf{p} está alinhado com o campo \mathbf{E} (nesse caso, $\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E} = 0$). Em qualquer outra posição, sua energia potencial é maior. Assim, o dipolo é como um pêndulo, que tem sua menor energia potencial na posição de equilíbrio, ou seja, no ponto mais baixo de sua trajetória. Para girar o dipolo ou o pêndulo para qualquer outra posição, é preciso que algum agente externo trabalhe.

Em qualquer situação envolvendo energia potencial, podemos escolher arbitrariamente a configuração de energia potencial nula, pois somente diferenças de energia potencial têm significado físico. Resulta que a expressão para a energia potencial de um dipolo elétrico, num campo externo, será mais simples se fizermos a energia potencial igual a zero quando o ângulo θ na Fig. 24-17 for de 90° . A seguir, podemos determinar a energia potencial U do dipolo para qualquer outro valor de θ com a ajuda da Eq. 8-6 ($U = -W$), calculando o trabalho W realizado pelo campo sobre o dipolo, quando o dipolo é girado desde 90° até o valor de θ . Usando a Eq. 11-38 ($W = \int \tau d\theta$) e a Eq. 24-36, a energia potencial para o ângulo θ é dada por

$$U = -W = - \int_{90^\circ}^{\theta} \tau d\theta \\ = \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta d\theta. \quad (24-37)$$

Calculando a integral, obtemos

$$U = -pE \cos \theta. \quad (24-38)$$

Podemos generalizar esse resultado, escrevendo-o na forma vetorial

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

(energia potencial de um dipolo)

(24-39)

As Eqs. 24-38 e 24-39 nos mostram que a energia potencial do dipolo é mínima ($U = -pE$) quando $\theta = 0$, isto é, quando \mathbf{p} e \mathbf{E} estão na mesma direção e no mesmo sentido, e a energia potencial é máxima ($U = pE$) quando $\theta = 180^\circ$, isto é, quando \mathbf{p} e \mathbf{E} estão na mesma direção mas em sentidos opostos.

Cozinhando com Microondas

Na água em estado líquido, onde as moléculas podem mover-se relativamente livres, o campo elétrico criado por cada dipolo molecular afeta os dipolos vizinhos. Como consequência, as moléculas podem unir-se em grupos de duas ou três, pois a extremidade negativa (oxigênio) de um dipolo e a positiva (hidrogênio) de outro se atraem. A cada instante, um grupo é formado, sendo transferida energia potencial elétrica ao movimento de agitação térmica do grupo e às moléculas vizinhas. E, a cada instante, colisões entre as moléculas dissolvem um grupo, invertendo a transferência de energia. A temperatura da água (que está associada ao movimento de agitação térmica) não varia porque, em média, a transferência líquida de energia é zero.

Num forno de microondas, o caso é diferente. Quando o forno é ligado, as microondas geram um campo elétrico que oscila rapidamente de um lado para outro. Havendo água no forno, o campo oscilante exerce torques oscilantes sobre as moléculas da água, girando-as continuamente de um lado para outro, de modo a alinhar seus momentos de dipolo com a direção do campo. As moléculas que estão ligadas como um par podem girar em torno de suas li-

gações comuns até ficarem alinhadas, mas, com as moléculas que estão ligadas num grupo de três, pelo menos uma de suas duas ligações se quebra (Fig. 24-18).

A energia necessária para quebrar essas ligações vem do campo elétrico, ou seja, das microondas. Em seguida, as moléculas quebradas, afastadas de seus grupos, podem formar novos grupos, transferindo a energia que elas ganharam em energia térmica. Assim, é acrescentada energia térmica à água quando os grupos se formam, mas não é removida quando os grupos se quebram, e a temperatura da água aumenta. Os alimentos que contêm água podem ser cozidos num forno de microondas devido ao aquecimento dessa água. Se uma molécula de água não fosse um dipolo elétrico, não seria assim, e o forno de microondas não teria utilidade.

EXEMPLO 24-9 Uma molécula neutra de água (H_2O) no estado de vapor tem um momento de dipolo elétrico de $6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$.

a. Qual a distância entre o centro de carga positiva e o centro de carga negativa da molécula?

Solução Existem 10 elétrons e 10 prótons nessa molécula. Podemos escrever para o módulo do momento de dipolo,

$$p = qd = (10e)(d),$$

onde d é a distância que procuramos e e é a carga elementar. Assim,

$$d = \frac{p}{10e} = \frac{6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}}{(10)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ = 3,9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3,9 \text{ pm.} \quad (\text{Resposta})$$

Essa distância não é somente pequena, ela é de fato menor que o raio do átomo de hidrogênio.

b. Se a molécula for colocada num campo elétrico de $1,5 \times 10^4 \text{ N/C}$, que torque máximo o campo exercerá sobre ela? (Tal campo pode ser facilmente obtido em laboratório.)

Solução De acordo com a Eq. 24-34, sabemos que o torque é máximo quando $\theta = 90^\circ$. Substituindo tal valor nessa equação, obtemos

$$\tau = pE \operatorname{sen} \theta \\ = (6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C}) (\operatorname{sen} 90^\circ) \\ = 9,3 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m.} \quad (\text{Resposta})$$

c. Que trabalho deve ser realizado por um agente externo para inverter aquela molécula nesse campo, a partir da posição de completo alinhamento, ou seja, da posição em que $\theta = 0^\circ$?

Solução O trabalho é a diferença de energia potencial entre as posições $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 0^\circ$. Da Eq. 24-38, obtemos

$$W = U(180^\circ) - U(0) \\ = (-pE \cos 180^\circ) - (-pE \cos 0^\circ) \\ = 2pE = (2)(6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ = 1,9 \times 10^{-25} \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

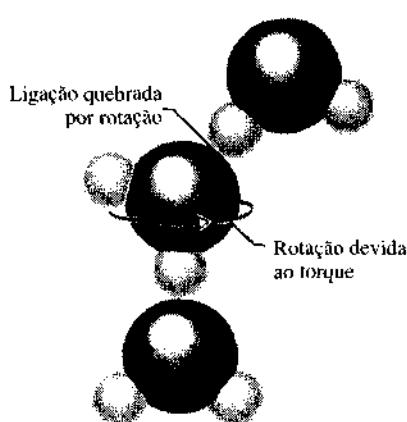


Fig. 24-18 Um grupo de três moléculas de água. Um torque devido a um campo elétrico oscilante num forno de microondas quebra uma das ligações entre as moléculas c, assim, desfaz o grupo.

RESUMO

Campo Elétrico

Um meio de explicar a força eletrostática entre cargas é supor que cada carga cria um campo elétrico no espaço ao seu redor. A força eletrostática exercida sobre qualquer uma das cargas deve-se, portanto, ao campo elétrico criado no local da carga considerada por todas as outras cargas.

Definição de Campo Elétrico

O campo elétrico \mathbf{E} é definido, em qualquer ponto, em termos da força eletrostática \mathbf{F} que seria exercida sobre uma carga teste positiva q_0 , colocada naquele ponto:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}. \quad (24-1)$$

Linhas do Campo Elétrico

As linhas do campo elétrico fornecem um meio de visualizarmos a direção, o sentido e o módulo do campo elétrico. O vetor campo elétrico em qualquer ponto é tangente a uma linha do campo. A separação das linhas do campo em qualquer região é proporcional ao módulo do campo elétrico naquela região. As linhas do campo se originam sobre cargas positivas e terminam sobre cargas negativas.

Campo Criado por uma Carga Puntiforme

O módulo do campo elétrico \mathbf{E} criado por uma carga puntiforme q a uma distância r da carga vale

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (24-3)$$

O campo elétrico \mathbf{E} aponta radialmente para fora da carga puntiforme se ela for positiva e radialmente para dentro da carga puntiforme se ela for negativa.

Campo Criado por um Dipolo Elétrico

Um dipolo elétrico consiste em duas partículas com cargas de mesmo módulo q mas de sinais opostos, separadas por uma distância pequena d . Seu momento de dipolo \mathbf{p} tem módulo qd e aponta da carga negativa para a positiva. O módulo do campo elétrico criado

pelo dipolo num ponto distante sobre o eixo do dipolo (que passa pelas cargas) é

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}, \quad (24-12)$$

onde z é a distância entre o ponto e o centro do dipolo.

Campo Criado por uma Distribuição Contínua de Carga

O campo elétrico devido a uma distribuição contínua de carga é determinado tratando-se os elementos de carga como cargas puntiformes e somando os vetores campos elétricos criados por todos os elementos de carga por integração.

Carga Puntiforme num Campo Elétrico

Quando uma carga puntiforme q é colocada num campo elétrico \mathbf{E} , criado por outras cargas, a força eletrostática \mathbf{F} que atua sobre a carga puntiforme é

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}. \quad (24-29)$$

Nessa equação vetorial, q pode ser positiva ou negativa. A força \mathbf{F} tem a mesma direção e o mesmo sentido de \mathbf{E} se q for positiva e a mesma direção mas sentido oposto ao de \mathbf{E} se q for negativa.

Dipolo num Campo Elétrico

Quando um dipolo elétrico de momento de dipolo \mathbf{p} é colocado num campo elétrico \mathbf{E} , o campo exerce um torque τ sobre o dipolo:

$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}. \quad (24-35)$$

O dipolo tem uma energia potencial U associada à sua orientação no campo:

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}. \quad (24-39)$$

Essa energia potencial é definida como nula quando \mathbf{p} é perpendicular a \mathbf{E} ; ela é um mínimo ($U = -pE$) quando \mathbf{p} está alinhado com \mathbf{E} e um máximo ($U = pE$) quando \mathbf{p} tem sentido oposto ao de \mathbf{E} .

QUESTIONÁRIO

1. Cite vários exemplos de campos escalares e vetoriais.
2. Usamos uma carga teste *positiva* para estudar os campos elétricos. Poderíamos ter usado uma carga negativa? Explique.
3. As linhas do campo elétrico nunca se cruzam. Por quê?
4. Por que as linhas do campo nas extremidades da Fig. 24-4, quando prolongadas, parecem divergir do centro da figura?
5. Uma carga puntiforme q de massa m é colocada em repouso num campo não-uniforme. Será que ela irá seguir, necessariamente, a linha de força que passa pelo ponto em que foi abandonada?
6. Uma carga puntiforme está se movendo perpendicularmente às linhas de força de um campo elétrico. Existe alguma força eletrostática atuando sobre ela?
7. Duas cargas puntiformes de módulos e sinais desconhecidos estão separadas por uma distância d . O campo elétrico é nulo num ponto do segmento que une as cargas. O que se pode concluir sobre essas cargas?
8. No Exemplo 24-2, uma carga colocada no ponto R , na Fig. 24-7b está em equilíbrio porque nenhuma força atua sobre ela. Verifique se esse equilíbrio é estável (a) para deslocamentos ao longo do eixo x e (b) para deslocamentos perpendiculares a esse eixo.
9. Duas cargas puntiformes de sinais e módulos desconhecidos estão fixas sobre um eixo a uma distância L uma da outra. Podemos ter $\mathbf{E} = 0$ para pontos fora do eixo (excluindo ∞)? Explique.
10. Na Fig. 24-5, a força sobre a carga inferior aponta para cima e é finita. O adensamento das linhas de força, contudo, sugere que E é infinitamente grande no local em que se encontra a carga. Uma carga imersa, num campo infinitamente grande, deveria ter uma força infinitamente grande atuando sobre ela. Qual é a solução para esse dilema?
11. Três esferas pequenas, x , y e z , possuem cargas de mesmo módulo e os sinais indicados na Fig. 24-19. Elas estão localizadas nos vértices de um triângulo isósceles, sendo a distância entre x e y igual à distância entre x e z . As esferas y e z são mantidas em seus lugares, mas a esfera x pode mover-se livremente sobre uma superfície sem atrito. Qual das cinco trajetórias indicadas a esfera x seguirá quando liberada?
12. Duas cargas, uma positiva e outra negativa, de módulos iguais, estão situadas sobre uma linha reta. Qual a direção e o sentido do campo elétrico \mathbf{E} criado por essas cargas em pontos sobre a linha, e que estejam (a) entre as cargas, (b) fora da região entre as cargas e próximos da carga positiva, e (c) fora da região entre as cargas e próximos da carga negativa? (d) Qual a direção e o sentido de \mathbf{E} para pontos fora da linha e no plano mediano das cargas?

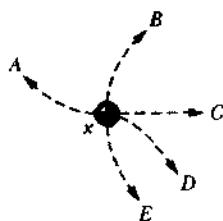


Fig. 24-19 Questão 11.

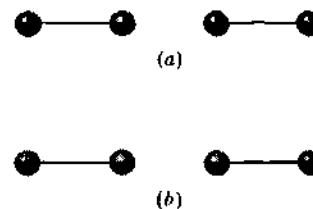


Fig. 24-20 Questão 14.



13. No plano mediano de um dipolo elétrico, o campo elétrico é paralelo ou antiparalelo ao momento de dipolo elétrico \mathbf{p} ?

14. (a) Dois dipolos elétricos idênticos estão localizados em uma linha reta, como nos mostra a Fig. 24-20a. Qual a direção e o sentido da força eletrostática sobre cada dipolo devida à presença do outro? (b) Suponha que os dipolos estejam agora dispostos como mostra a Fig. 24-20b. Qual a direção e o sentido da força sobre cada dipolo?

15. Que dificuldades matemáticas seriam encontradas no cálculo do campo elétrico de um anel (ou de um disco) carregado em pontos que não estivessem sobre o eixo?

16. A Fig. 24-3 mostra que \mathbf{E} tem o mesmo valor para todos os pontos na frente de uma chapa infinita uniformemente carregada, não importando quão distantes estejam da chapa. Isto é razoável? Poder-se-ia pensar que o campo seria mais intenso perto da chapa, por causa da proximidade das cargas.

17. Inverte-se um dipolo elétrico num campo elétrico uniforme. De que modo o trabalho realizado depende da orientação inicial do dipolo em relação ao campo?

18. Para quais orientações de um dipolo elétrico, num campo elétrico uniforme, a energia potencial do dipolo é (a) máxima e (b) mínima?

19. Um dipolo elétrico é colocado num campo elétrico não-uniforme. Existe uma força resultante atuando sobre ele?

20. Um dipolo elétrico é colocado em repouso num campo elétrico uniforme, como na Fig. 24-17a, sendo a seguir liberado. Discuta seu movimento.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 24-3 Linhas do Campo Elétrico

1E. Na Fig. 24-21, o espaçamento entre as linhas do campo elétrico à esquerda é o dobro do espaçamento entre as linhas à direita. (a) Sabendo-se que o módulo do campo em A é de 40 N/C, qual a força atua sobre um próton em A ? (b) Qual é o módulo do campo em B ?

2E. Esboce qualitativamente as linhas do campo elétrico para duas cargas puntiformes, $+q$ e $-2q$, bem próximas uma da outra.



Fig. 24-21 Exercício 1.

3E. Três cargas puntiformes estão dispostas num triângulo equilátero, como mostra a Fig. 24-22. Esboce as linhas de força devidas às cargas $+Q$ e $-Q$, e a partir delas determine a direção e o sentido da força que atua sobre $+q$ por causa da presença das outras duas cargas. (Sugestão: Veja a Fig. 24-5.)

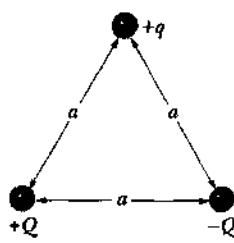


Fig. 24-22 Exercício 3.

4E. Esboce qualitativamente as linhas do campo elétrico entre duas cascas esféricas concêntricas e condutoras e também fora delas, sabendo que a casca interna tem uma carga positiva q_1 e a casca externa uma carga negativa $-q_2$. Considere os casos $q_1 > q_2$, $q_1 = q_2$, e $q_1 < q_2$.

5E. Esboce qualitativamente as linhas do campo elétrico para um disco circular fino, de raio R , uniformemente carregado. (Sugestão: Considere como casos limites pontos muito próximos ao disco, onde o campo elétrico é perpendicular à superfície, e pontos muito afastados do disco, onde o campo elétrico é igual ao de uma carga puntiforme.)

6P. Três longas linhas de carga, de sinais iguais, módulos iguais e densidades lineares de carga iguais, estão dispostas perpendicularmente ao plano da página, como mostra a Fig. 24-23. Esboce as linhas do campo elétrico neste plano.

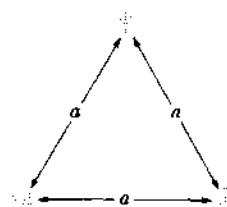


Fig. 24-23 Problema 6.

Seção 24-4 O Campo Elétrico Criado por uma Carga Puntiforme

7E. Qual deve ser o módulo de uma carga puntiforme escolhida de modo a criar um campo elétrico de 1,00 N/C em pontos a 1,00 m de distância?

8E. Na Fig. 24-24, as cargas estão localizadas nos vértices de um triângulo equilátero. Para que valor de Q (sinal e módulo) o campo elétrico resultante se anula no ponto C , o centro do triângulo?

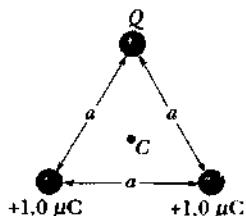


Fig. 24-24 Exercício 8.

9E. Qual é o módulo de uma carga puntiforme cujo campo elétrico, a uma distância de 50 cm, tem módulo igual a 2,0 N/C?

10E. Duas cargas puntiformes de módulos $Q_1 = 2,0 \times 10^{-7}$ C e $Q_2 = 8,5 \times 10^{-8}$ C estão separadas por uma distância de 12 cm. (a) Qual o módulo do campo elétrico que cada uma cria no local onde está a outra? (b) Qual o módulo da força que atua sobre cada uma delas?

11E. Duas cargas iguais mas de sinais opostos (de módulo $2,0 \times 10^{-7}$ C) são mantidas a uma distância de 15 cm uma da outra. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{E} no ponto situado a meia distância entre as cargas? (b) Qual o módulo, a direção e o sentido da força que atuará sobre um elétron colocado nesse ponto?

12E. Um átomo de plutônio 239 tem um raio nuclear de 6,64 fm e o número atômico $Z = 94$. Supondo que a carga positiva do núcleo está uniformemente distribuída, quais são o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico, criado por essa carga, na superfície do núcleo?

13E. Na Fig. 24-25, quatro cargas estão localizadas nos vértices de um quadrado e mais quatro cargas se encontram nos pontos médios dos lados do quadrado. A distância entre cargas adjacentes sobre o perímetro do quadrado é d . Qual o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no centro do quadrado?

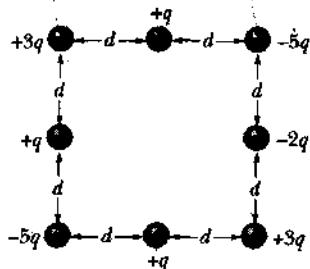


Fig. 24-25 Exercício 13.

14P. Na Fig. 24-26, duas cargas puntiformes, $q_1 = +1,0 \times 10^{-6}$ C e $q_2 = +3,0 \times 10^{-6}$ C, estão separadas por uma distância $d = 10$ cm. Faça o gráfico do campo elétrico resultante $E(x)$ em função de x , tomando valores positivos e negativos de x . Considere E positivo quando o vetor \mathbf{E} apontar para a direita e negativo quando \mathbf{E} apontar para a esquerda.

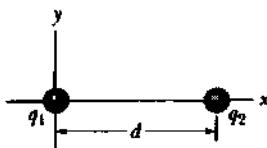


Fig. 24-26 Problema 14.

15P. (a) Na Fig. 24-27, localize o ponto (ou os pontos) onde o campo elétrico resultante é nulo. (b) Esboce, qualitativamente, as linhas do campo elétrico.

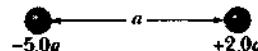


Fig. 24-27 Problema 15.

16P. Na Fig. 24-28, as cargas $+1,0\text{q}$ e $-2,0\text{q}$ estão fixas a uma distância d uma da outra. (a) Determine \mathbf{E} nos pontos A , B e C . (b) Esboce as linhas do campo elétrico.

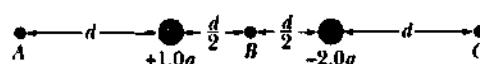


Fig. 24-28 Problema 16.

17P. Duas cargas $q_1 = 2,1 \times 10^{-8}$ C e $q_2 = -4,0q_1$ estão fixas a uma distância de 50 cm uma da outra. Determine, ao longo da linha reta que passa pelas duas cargas, o ponto onde o campo elétrico é zero.

18P. Na Fig. 24-29, qual o campo elétrico no ponto P criado pelas quatro cargas mostradas?

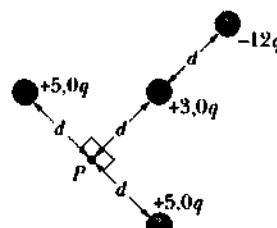


Fig. 24-29 Problema 18.

19P. A face de um relógio tem cargas puntiformes negativas $-q$, $-2q$, $-3q$, ..., $-12q$ fixadas nas posições dos numerais correspondentes. Os ponteiros do relógio não perturbam o campo resultante devido às cargas puntiformes. A que horas o ponteiro das horas aponta na mesma direção que o vetor campo elétrico no centro do mostrador? (Sugestão: Considere cargas diametralmente opostas.)

20P. Um elétron está localizado em cada um dos vértices de um triângulo equilátero, que tem 20 cm de lado. (a) Qual o campo elétrico no ponto médio de um dos lados? (b) Que força atuará sobre um outro elétron colocado nesse ponto?

21P. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no ponto P da Fig. 24-30.

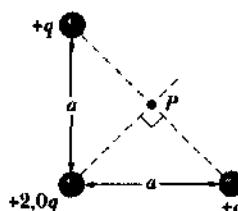


Fig. 24-30 Problema 21.

22P. Qual o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no centro do quadrado da Fig. 24-31, sabendo que $q = 1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ e $a = 5,0 \text{ cm}$?

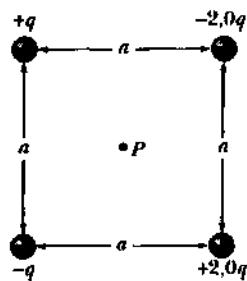


Fig. 24-31 Problema 22.

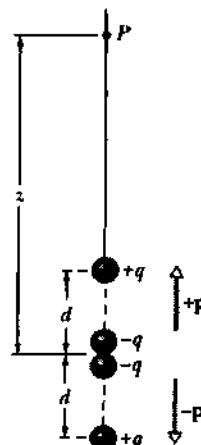


Fig. 24-33 Problema 27.

Seção 24-5 O Campo Elétrico Criado por um Dipolo Elétrico

23E. Determine o momento de dipolo elétrico do dipolo constituído por um elétron e um próton separados por uma distância de $4,30 \text{ nm}$.

24E. Determine o módulo da força devida a um dipolo elétrico, de momento de dipolo $3,6 \times 10^{-29} \text{ C}\cdot\text{m}$, sobre um elétron distante 25 nm ao longo do eixo do dipolo.

25E. Na Fig. 24-8, suponha que as duas cargas sejam positivas. Mostre que E no ponto P , nessa figura, considerando $z \gg d$, é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2}.$$

26P. Determine o campo elétrico (módulo, direção e sentido) devido a um dipolo elétrico em um ponto localizado a uma distância $r \gg d$ sobre a mediatriz do segmento que une as cargas (Fig. 24-32). Expressse sua resposta em termos do momento de dipolo \mathbf{p} .

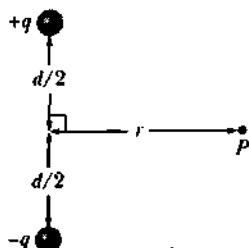


Fig. 24-32 Problema 26.

27P*. *Quadrupolo elétrico.* A Fig. 24-33 mostra um quadrupolo elétrico. Ele consiste em dois dipolos cujos momentos de dipolo têm módulos iguais mas sentidos opostos. Mostre que o valor de E sobre o eixo do quadrupolo, em pontos que distam z do seu centro (suponha $z \gg d$), é dado por

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4},$$

onde $Q (= 2qd^2)$ é o momento de quadrupolo da distribuição de carga.

Seção 24-6 O Campo Elétrico Criado por uma Linha de Carga

28E. Faça um gráfico quantitativo do campo elétrico ao longo do eixo central de um anel, de diâmetro $6,0 \text{ cm}$, carregado uniformemente com uma carga total de $1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$.

29P. A que distância ao longo do eixo central de um anel de raio R , carregado uniformemente, o módulo do campo elétrico é máximo?

30P. Um elétron tem seu movimento restrito ao eixo central do anel de carga de raio R descrito na Seção 24-6. Mostre que a força eletrostática exercida sobre o elétron pode fazê-lo oscilar através do centro do anel com uma frequência angular de

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}},$$

onde q é a carga do anel e m é a massa do elétron

31P. Na Fig. 24-34, duas barras finas de plástico, uma de carga $+q$ e a outra de carga $-q$, formam um círculo de raio R num plano xy . Um eixo x passa pelos pontos que unem as duas barras e a carga em cada uma delas está uniformemente distribuída. Qual o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico E criado no centro do círculo?

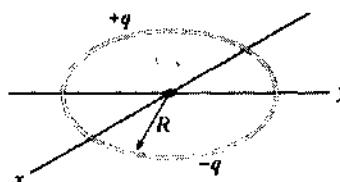


Fig. 24-34 Problema 31.

32P. Uma barra fina de vidro é encurvada na forma de um semicírculo de raio r . Uma carga $+Q$ está uniformemente distribuída ao longo da metade superior e uma carga $-Q$ está uniformemente distribuída ao longo da metade inferior, como mostra a Fig. 24-35. Determine o campo elétrico E em P , o centro do semicírculo.

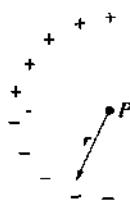


Fig. 24-35 Problema 32.

33P. Uma barra fina, não-condutora, de comprimento finito L , tem uma carga q uniformemente distribuída ao longo dela. Mostre que o módulo E do campo elétrico no ponto P sobre a mediatrix da barra (Fig. 24-36) é dado por

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y} \frac{1}{(L^2 + 4y^2)^{1/2}}.$$

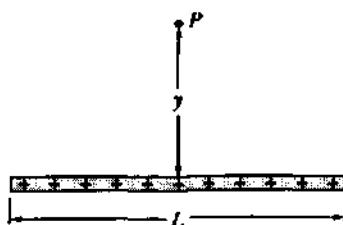


Fig. 24-36 Problema 33.

34P. Na Fig. 24-37, uma barra não-condutora, de comprimento L , tem uma carga $-q$ uniformemente distribuída ao longo de seu comprimento. (a) Qual a densidade linear de carga da barra? (b) Qual o campo elétrico no ponto P a uma distância a da extremidade da barra? (c) Se o ponto P estivesse a uma distância muito grande da barra comparada com L , ela se comportaria como uma carga puntiforme. Mostre que a sua resposta para o item (b) se reduz ao campo elétrico de uma carga puntiforme para $a \gg L$.



Fig. 24-37 Problema 34.

35P*. Na Fig. 24-38, uma barra não-condutora “semi-infinita” possui uma carga por unidade de comprimento, de valor constante λ . Mostre que o campo elétrico no ponto P faz um ângulo de 45° com a barra e que este resultado é independente da distância R .



Fig. 24-38 Problema 35.

Seção 24-7 O Campo Elétrico Criado por um Disco Carregado

36E. Mostre que a Eq. 24-27, para o campo elétrico de um disco carregado, em pontos sobre seu eixo, se reduz ao campo de uma carga puntiforme para $z \gg R$.

37P. (a) Que carga total q o disco, no Exemplo 24-6 (Fig. 24-12), deve possuir, para que o campo elétrico no centro de sua superfície tenha exatamente o valor para o qual o ar sofre ruptura elétrica, produzindo fâseas? (Veja a Tabela 24-1.) (b) Suponha que cada átomo na superfície do disco ocupe uma área de seção transversal efetiva igual a 0.015 nm^2 . Quantos átomos se encontram na superfície do disco? (c) A carga obtida no item (a) resulta de alguns dos átomos da superfície que têm um elétron em excesso. Que fração dos átomos da superfície deve estar, então, carregada?

38P. A que distância, ao longo do eixo central de um disco de plástico de raio R , uniformemente carregado, o módulo do campo elétrico é igual à metade do seu valor no centro da superfície do disco?

Seção 24-8 Carga Puntiforme num Campo Elétrico

39E. Um elétron é liberado a partir do repouso num campo elétrico uniforme de módulo $2.00 \times 10^6 \text{ N/C}$. Calcular a aceleração do elétron. (Ignore a gravidade.)

40E. Um elétron é acelerado, na direção leste, a $1.80 \times 10^6 \text{ m/s}^2$ por um campo elétrico. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico.

41E. O ar úmido sofre ruptura elétrica (suas moléculas tornam-se ionizadas) num campo elétrico de $3.0 \times 10^6 \text{ N/C}$. Nesse campo, qual é o módulo da força eletrostática que atua sobre (a) um elétron e (b) um fôton que falta um elétron?

42E. Uma partícula α , núcleo de um átomo de hélio, tem uma massa de $6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ e uma carga de $+2e$. Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico que equilibraria seu peso?

43E. Um conjunto de nuvens carregadas produz um campo elétrico no ar próximo à superfície da Terra. Uma partícula de carga $-2.0 \times 10^{-9} \text{ C}$, colocada neste campo, fica sujeita a uma força eletrostática de $3.0 \times 10^{-6} \text{ N}$ apontando para baixo. (a) Qual é o módulo do campo elétrico? (b) Qual o módulo, a direção e o sentido da força eletrostática exercida sobre um próton colocado neste campo? (c) Qual a força gravitacional sobre o próton? (d) Qual a razão entre a força eletrostática e a força gravitacional, nesse caso?

44E. Um campo elétrico E , de intensidade média aproximadamente igual a 150 N/C , aponta para baixo na atmosfera nas proximidades da superfície da Terra. Desejamos fazer “flutuar” nesse campo uma esfera de enxofre pesando 4.4 N , carregando-a. (a) Que carga (módulo e sinal) precisaria ter a esfera? (b) Por que essa experiência não é realizável na prática?

45E. (a) Qual é a aceleração de um elétron num campo elétrico uniforme de $1.40 \times 10^6 \text{ N/C}$? (b) Quanto tempo levaria o elétron, partindo do repouso, para atingir um décimo da velocidade escalar da luz? (c) Que distância ele percorreria nesse tempo? (Use a mecânica newtoniana.)

46E. Uma arma de defesa que está sendo considerada pela Iniciativa de Defesa Estratégica (Guerra nas Estrelas) emprega feixes de partículas. Por exemplo, um feixe de prótons, atingindo um míssil inimigo, poderia inutilizá-lo. Tais feixes podem ser produzidos em “canhões” usando campos elétricos para acelerar as partículas carregadas. (a) Que aceleração experimentaria um próton se o campo elétrico no canhão fosse de $2.00 \times 10^4 \text{ N/C}$? (b) Que velocidade o próton atingiria se o campo atuasse por uma distância de 1.00 cm ?

47E. Um elétron com uma velocidade escalar de $5,00 \times 10^8$ cm/s entra num campo elétrico de módulo $1,00 \times 10^3$ N/C, movendo-se paralelamente ao campo no sentido que retarda seu movimento. (a) Que distância o elétron percorrerá no campo antes de alcançar (momentaneamente) o repouso, e (b) quanto tempo isso levará? (c) Se, em vez disso, a região do campo se estendesse somente por 8,00 nm (distância muito pequena para parar o elétron), que fração da energia cinética inicial do elétron seria perdida nessa região?

48E. Uma gota esférica de água com $1,20 \mu\text{m}$ de diâmetro, está suspensa no ar calmo por ação de um campo elétrico de módulo $E = 462$ N/C, apontando verticalmente para baixo. (a) Qual é o peso da gota? (b) Quantos elétrons em excesso ela possui?

49E. Na experiência de Millikan, uma gota de raio $1,64 \mu\text{m}$ e densidade de $0,851 \text{ g/cm}^3$ fica suspensa na câmara inferior quando o campo elétrico aplicado tem módulo igual a $1,92 \times 10^3$ N/C e aponta verticalmente para baixo. Determine a carga da gota em termos de e .

50P. Em uma de suas experiências, Millikan observou para a carga de uma mesma gota, em instantes diferentes, os seguintes valores:

$$\begin{array}{lll} 6,563 \times 10^{-19} \text{ C} & 13,13 \times 10^{-19} \text{ C} & 19,71 \times 10^{-19} \text{ C} \\ 8,204 \times 10^{-19} \text{ C} & 16,48 \times 10^{-19} \text{ C} & 22,89 \times 10^{-19} \text{ C} \\ 11,50 \times 10^{-19} \text{ C} & 18,08 \times 10^{-19} \text{ C} & 26,13 \times 10^{-19} \text{ C} \end{array}$$

Que valor para a carga elementar e pode ser deduzido desses dados?

51P. Um objeto tendo uma massa de $10,0 \text{ g}$ e uma carga de $+8,00 \times 10^{-5} \text{ C}$ é colocado num campo elétrico \mathbf{E} com $E_x = 3,00 \times 10^3 \text{ N/C}$, $E_y = -600 \text{ N/C}$ e $E_z = 0$. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido da força sobre o objeto? (b) Se o objeto for abandonado a partir do repouso na origem, quais serão as suas coordenadas após $3,00 \text{ s}$?

52P. Existe um campo elétrico uniforme na região entre duas placas com cargas de sinais opostos. Um elétron é liberado, a partir do repouso na superfície da placa carregada negativamente e atinge a superfície da placa oposta, a $2,0 \text{ cm}$ de distância, após $1,5 \times 10^{-8} \text{ s}$. (a) Qual é a velocidade escalar do elétron ao atingir a segunda placa? (b) Qual é o módulo do campo elétrico \mathbf{E} ?

53P. Em um certo instante os componentes da velocidade de um elétron que se move entre duas placas carregadas e paralelas são $v_x = 1,5 \times 10^5 \text{ m/s}$ e $v_y = 3,0 \times 10^5 \text{ m/s}$. Sabendo-se que o campo elétrico entre as placas é dado por $\mathbf{E} = (120 \text{ N/C})\mathbf{j}$, (a) qual a aceleração do elétron? (b) Qual será a velocidade do elétron após sua coordenada x ter variado em $2,0 \text{ cm}$?

54P. Duas grandes placas de cobre, paralelas, estão separadas por $5,0 \text{ cm}$ e entre elas existe um campo elétrico uniforme como é mostrado na Fig. 24-39. Um elétron é liberado da placa positiva. Despreze a força que existe entre as partículas e determine a distância de cada uma delas até a placa positiva no momento em que elas passam uma pela outra. (Não é preciso conhecer o módulo do campo elétrico para resolver o problema. Isso lhe causa alguma surpresa?)

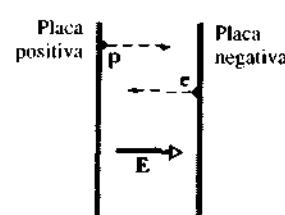


Fig. 24-39 Problema 54.

55P. A Fig. 24-40 mostra a região entre duas grandes placas horizontais e um pêndulo pendurado na placa superior. O pêndulo consiste em uma pequena esfera isolante, de massa m e carga $+q$, e um fio isolante de comprimento l . Qual será o período do pêndulo se um campo elétrico uniforme \mathbf{E} for estabelecido entre as placas da seguinte maneira: (a) carregando-se a placa superior negativamente e a placa inferior positivamente e (b) o contrário de (a)? Nos dois casos, o campo aponta diretamente de uma placa para a outra.

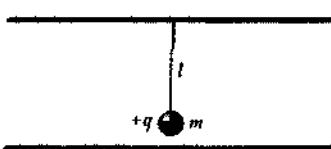


Fig. 24-40 Problema 55.

56P. Na Fig. 24-41, um campo elétrico \mathbf{E} , de módulo $2,00 \times 10^3$ N/C, apontando para cima, é estabelecido entre duas placas horizontais, carregando-se a placa inferior positivamente e a placa superior negativamente. As placas têm comprimento $L = 10,0 \text{ cm}$ e separação $d = 2,00 \text{ cm}$. Um elétron é, então, lançado entre as placas a partir da extremidade esquerda da placa inferior. A velocidade inicial v_0 do elétron faz um ângulo $\theta = 45^\circ$ com a placa inferior e tem um módulo de $6,00 \times 10^6 \text{ m/s}$. (a) Atingirá o elétron uma das placas? (b) Sendo assim, qual delas e a que distância horizontal da extremidade esquerda?

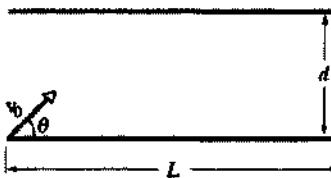


Fig. 24-41 Problema 56.

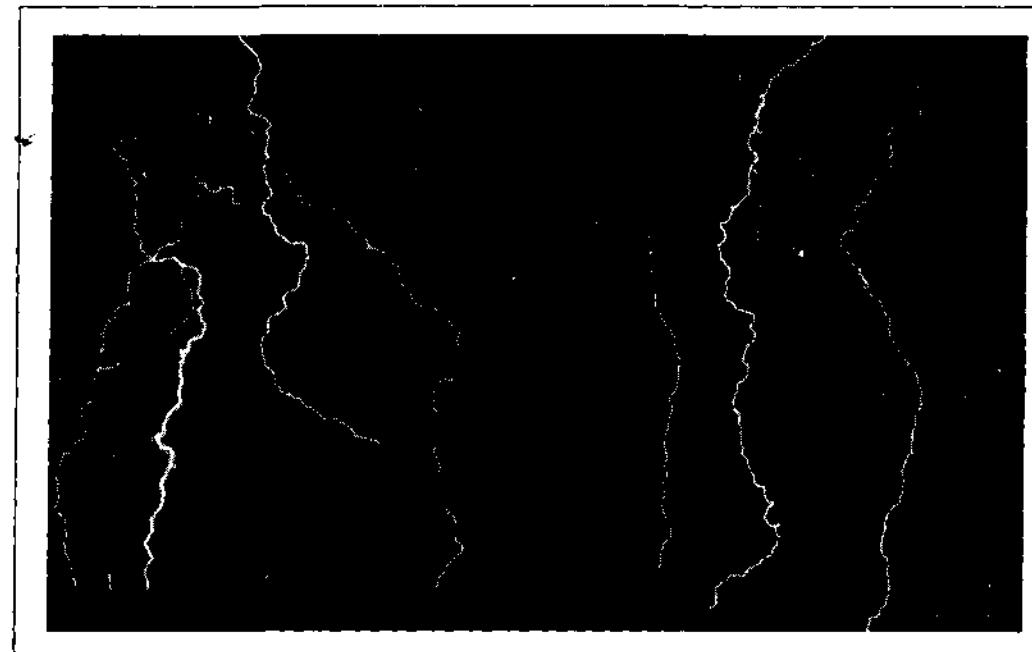
Seção 24-9 Um Dipolo num Campo Elétrico

57E. Um dipolo elétrico constituído de cargas de módulo $1,50 \text{ nC}$ separadas por $6,20 \mu\text{m}$ se encontra num campo elétrico de intensidade $1,100 \text{ N/C}$. (a) Qual o módulo do momento de dipolo elétrico? (b) Qual a diferença de energia potencial correspondente às orientações do dipolo paralela e antiparalela ao campo?

58E. Um dipolo elétrico é constituído de cargas $+2e$ e $-2e$ separadas por $0,78 \text{ nm}$. Ele está num campo elétrico de intensidade $3,4 \times 10^3 \text{ N/C}$. Calcular o módulo do torque sobre o dipolo quando o dipolo está (a) paralelo, (b) perpendicular e (c) oposto ao campo elétrico.

59P. Determine o trabalho necessário para inverter um dipolo elétrico num campo elétrico uniforme \mathbf{E} , em termos do módulo p do momento de dipolo, do módulo E do campo e do ângulo inicial θ_0 entre \mathbf{p} e \mathbf{E} .

60P. Determine a freqüência de oscilação de um dipolo elétrico, de momento de dipolo p e momento de inércia I , para pequenas amplitudes de oscilação, em torno de sua posição de equilíbrio, num campo elétrico uniforme de módulo E .



Uma tempestade magnética atinge Manhattan, proporcionando um espetáculo brilhante, cada descarga liberando uns 10.000 amperes de elétrons que fluem das nuvens para a Terra. Qual a extensão de um relâmpago? Uma vez que pode ser visto a quilômetros de distância, ele é tão extenso quanto, digamos, um dos edifícios na fotografia?

25-1 Uma Nova Formulação para a Lei de Coulomb

Podemos determinar o centro de massa de uma batata por experimentação ou por meio de um cálculo, bastante trabalhoso, que envolve a avaliação numérica de uma integral tripla. Entretanto, se a batata for um elipsóide uniforme saberemos exatamente, em virtude da simetria, onde está seu centro de massa, sem precisarmos recorrer a nenhum método experimental ou teórico. Muitas vantagens podem ser obtidas em situações que apresentam algum tipo de simetria, como a que acabamos de mencionar. Situações em que há simetria aparecem em todos os campos da física e sempre que possível, faz sentido tentarmos expressar as leis da física em formas que nos permitam tirar o máximo proveito delas.

A lei de Coulomb é a lei básica da eletrostática, mas ela não está expressa numa forma que possa simplificar consideravelmente o trabalho em situações que envolvem simetria.

Neste capítulo introduzimos uma nova formulação da lei de Coulomb, denominada de **lei de Gauss*** que pode facilmente tirar vantagem de tais situações especiais. A lei de Gauss — em problemas de eletrostática — é equivalente à lei de Coulomb; qual delas escolher dependerá do tipo de problema proposto. Ainda que ambas as leis sejam válidas para todos os problemas de eletrostática, devemos observar que o caráter de legitimidade não lhe confere, sempre, utilidade.

Usamos a lei de Coulomb, a principal ferramenta da eletrostática, para todos os problemas que tenham pequeno ou nenhum grau de simetria. Mesmo o mais complicado desses problemas pode ser resolvido, dispendendo-se de um com-

* Essa lei foi originalmente obtida para a força gravitacional que, da mesma forma que a força eletrostática, varia com o inverso do quadrado da distância, pelo matemático e físico alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Para informações sobre a vida deste grande cientista, veja "Gauss", de Ian Stewart, *Scientific American*, julho, 1977.

putador suficientemente potente. Usamos a lei de Gauss para os problemas que tenham elevado grau de simetria. Em tais problemas, essa lei não só simplifica bastante o trabalho, como também muitas vezes fornece novas idéias, em virtude de sua simplicidade.

Como mostra a Tabela 37-2, a lei de Gauss é uma das quatro equações de Maxwell. Os Caps. 23 a 38 deste livro foram desenvolvidos objetivando total entendimento destas equações que governam o eletromagnetismo e a ótica clássicos.

25-2 Do que Trata a Lei de Gauss

De acordo com a lei de Coulomb, podemos escrever o campo elétrico criado por uma carga puntiforme como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{q}}{r^2}. \quad (25-1)$$

A lei de Gauss fornece um outro modo, equivalente, de escrever esta relação. Antes de a examinarmos formalmente, vamos discutir sua natureza.

A figura principal da lei de Gauss é uma superfície fechada hipotética, chamada de **superfície gaussiana**. A superfície gaussiana pode ter a forma que desejarmos, mas será de maior utilidade escolhermos uma superfície adequada à simetria do problema que estivermos resolvendo. Assim sendo, a escolha da superfície gaussiana, muitas vezes, resultará numa esfera, num cilindro ou em alguma outra forma simétrica. Ela deverá ser sempre uma superfície *fechada*, de modo que se possam distinguir claramente os pontos que estão dentro da superfície, sobre a superfície e fora da superfície.

Imaginemos agora que se percorra uma superfície gaussiana munido de um medidor de campo elétrico; podemos, ou não, encontrar campos elétricos em vários pontos. Anotam-se seus módulos, direções e sentidos. Imaginemos também que se percorra o volume delimitado por essa superfície munido de um medidor de carga; podemos, ou não, encontrar cargas em vários pontos. Anotamos seus sinais e módulos.

A lei de Gauss relaciona os campos na superfície gaussiana e as cargas no interior desta superfície.

A Fig. 25-1 mostra uma situação simples em que a superfície gaussiana é uma esfera. Suponhamos que se constate, no exame desta superfície, a existência de um campo elétrico em cada um de seus pontos, todos do mesmo módulo e apontando radialmente para fora. Sem que conheçamos algo sobre a lei de Gauss, poderíamos concluir que alguma carga líquida positiva deve estar no interior da superfície gaussiana. Conhecendo-se a lei de Gauss, podemos calcular com precisão que quantidade de carga líquida positiva está no interior da superfície, sem a necessidade de medir a carga ou determinar sua distribuição. Para procedermos ao cálculo, precisamos apenas saber “quanto” o campo elétrico é interceptado pela superfície, quantidade que envolve o fluxo do campo elétrico através da superfície.

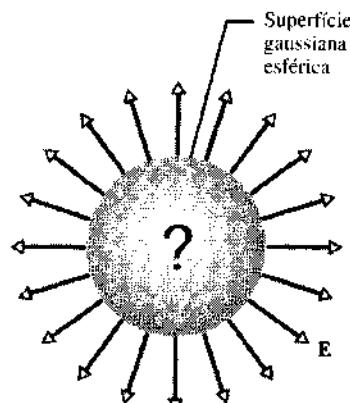


Fig. 25-1 Uma superfície gaussiana esférica. Quando os vetores campos elétricos têm o mesmo módulo e apontam radialmente para fora em todos os pontos da superfície, podemos concluir que existe, dentro da superfície, uma distribuição de carga líquida positiva e que ela deve ter simetria esférica.

25-3 Fluxo

Suponhamos que se dirija uma corrente de ar de velocidade constante \mathbf{v} para uma pequena malha quadrada de área A , e seja Φ a *vazão volumétrica*, isto é, a taxa em que o ar escoa através da malha (volume por unidade de tempo). Essa taxa depende do ângulo entre \mathbf{v} e o plano da malha. Quando \mathbf{v} é perpendicular ao plano, como na Fig. 25-2a, a taxa é igual a vA .

Quando \mathbf{v} é paralelo ao plano da malha, nenhum ar se move através dela, de modo que Φ é igual a zero. Para ângulos intermediários, a taxa Φ depende do componente de \mathbf{v} que é normal ao plano (Fig. 25-2b). Uma vez que este componente vale $v \cos \theta$, a taxa de escoamento volumar através da malha é

$$\Phi = (v \cos \theta)A. \quad (25-2)$$

Esta taxa de escoamento através de uma área é um exemplo de um **fluxo** — *um fluxo de volume* nesta situação. Antes de discutirmos um fluxo que está envolvido na eletrostática, precisamos discutir como a Eq. 25-2 pode ser reescrita em termos de vetores.

Para fazermos isso, inicialmente definimos um **vetor área \mathbf{A}** como sendo um vetor cujo módulo é igual a uma área (aqui a área da malha) e cuja direção é normal ao plano da área (a malha, Fig. 25-2c). A seguir, reescrevemos a Eq. 25-2 como o produto escalar do vetor velocidade \mathbf{v} da corrente de ar e o vetor área \mathbf{A} da malha:

$$\Phi = vA \cos \theta = \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}. \quad (25-3)$$

A palavra “fluxo” vem do latim *fluere*, que significa “fluir”. Tal significado faz sentido quando falamos sobre o escoamento do volume de ar através da malha. Entretanto, a Eq. 25-3 pode ser vista de um modo mais abstrato. Podemos atribuir um vetor velocidade a cada ponto na corrente de ar que passa através da malha (Fig. 25-2d). A composição de todos estes

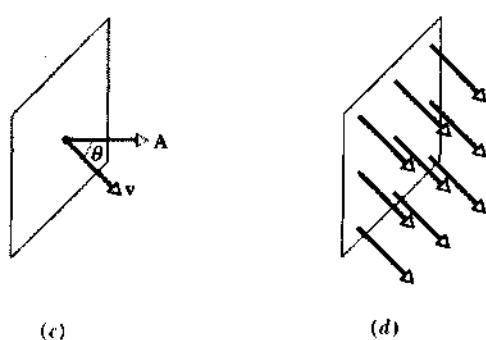
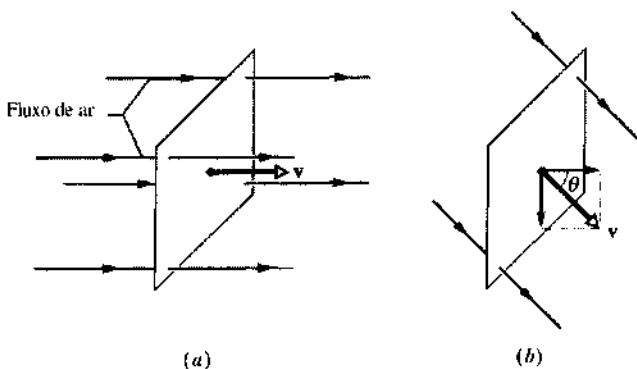


Fig. 25-2 (a) Uma corrente uniforme de ar de velocidade v é perpendicular ao plano de uma malha quadrada de área A . (b) O componente de v perpendicular ao plano da malha é $v \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre v e a normal ao plano. (c) O vetor área A é perpendicular ao plano da malha e faz um ângulo θ com v . (d) O campo de velocidade interceptado pela área da malha.

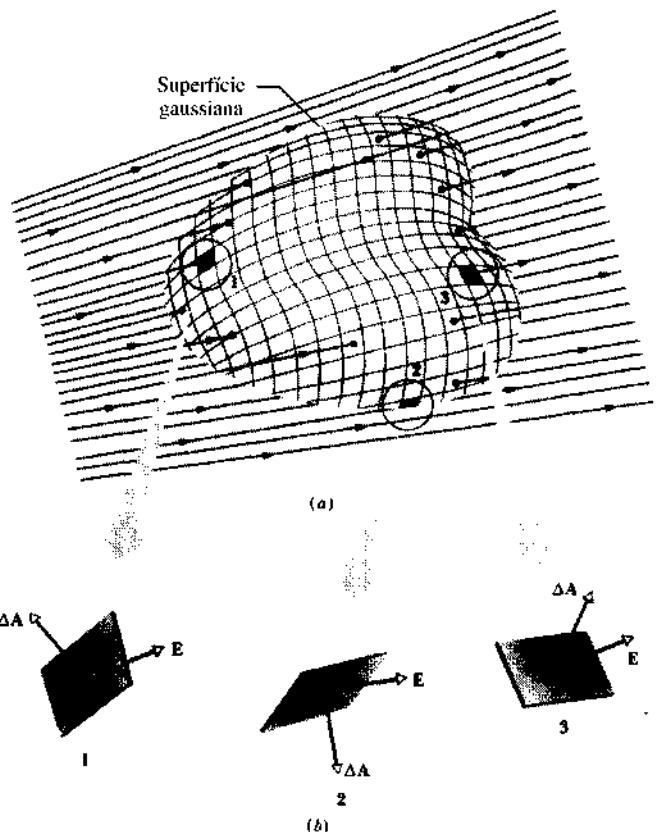


Fig. 25-3 (a) Uma superfície gaussiana imersa de forma arbitrária num campo elétrico. Sua superfície está dividida em pequenos quadrados de área ΔA . (b) Os vetores campos elétricos E e os vetores áreas ΔA para três quadrados representativos, identificados por 1, 2 e 3.

vetores é um *campo de velocidade*. Podemos, então, interpretar a Eq. 25-3 como dando o *fluxo do campo velocidade através da malha*. Com essa interpretação, o fluxo não mais significa o escoamento real de alguma coisa através de uma área. Em vez disso, ele significa a quantidade de um campo que uma área intercepta.

Essa interpretação de fluxo pode ser aplicada a qualquer campo vetorial, incluindo o campo elétrico. Na seqüência constataremos que o fluxo do campo elétrico se assemelha ao fluxo de velocidade da Eq. 25-3.

25-4 Fluxo do Campo Elétrico

Para definirmos o fluxo do campo elétrico, consideremos a Fig. 25-3a, que mostra uma superfície gaussiana arbitrária (assimétrica) imersa num campo elétrico não-uniforme. Dividimos a superfície em pequenos quadrados de área ΔA , cada quadrado pequeno o bastante para que possamos desprezar qualquer curvatura e considerá-lo plano. Representamos cada um desses elementos de área por um vetor área ΔA , cujo módulo é a área ΔA . O vetor ΔA é perpendicular à superfície e orientado para fora dela.

Pelo fato de termos tomado os quadrados arbitrariamente pequenos, o campo elétrico E pode ser considerado cons-

tante em todos os pontos de um determinado quadrado. Os vetores ΔA e E para cada quadrado fazem entre si um ângulo θ . A Fig. 25-3b mostra uma vista ampliada de três quadrados (1, 2 e 3) sobre a superfície gaussiana, e o ângulo θ , para cada uma.

Uma definição provisória para o fluxo do campo elétrico através da superfície gaussiana da Fig. 25-3 é

$$\Phi = \sum E \cdot \Delta A. \quad (25-4)$$

A Eq. 25-4 nos informa que devemos percorrer os quadrados sobre a superfície gaussiana, calculando os produtos escalares $E \cdot \Delta A$ dos vetores E e ΔA associados a cada um deles, e somar os resultados algebricamente (isto é, com os sinais incluídos) de todos os quadrados que constituem a superfície. O sinal que resulta de cada produto escalar determina se o fluxo através do quadrado correspondente é positivo, negativo ou nulo. Como mostra a Tabela 25-1, quadrados do tipo 1, em que E aponta para dentro, dão uma contribuição negativa à soma da Eq. 25-4. Quadrados do tipo 2, em que E tangencia a superfície, não dão qualquer contribuição e quadrados do tipo 3, em que E aponta para fora, dão uma contribuição positiva.

A definição exata do fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada é obtida tomando-se quadrados cada

Tabela 25-1
Três Quadrados Sobre uma Superfície Gaussiana

Quadrado	θ	Direção e Sentido de E	Sinal de $E \cdot dA$
1	$> 90^\circ$	Para dentro da superfície	Negativo
2	$= 90^\circ$	Paralelo à superfície	Zero
3	$< 90^\circ$	Para fora da superfície	Positivo

vez menores, aproximando-os de um limite diferencial dA . O vetor área se aproxima, então, de um limite diferencial dA e a soma da Eq. 25-4 se transforma numa integral. Segue que, por definição, o fluxo elétrico se escreve,

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana}) \quad (25-5)$$

O círculo sobre o sinal de integral indica que a integração deve ser feita sobre toda a superfície (fechada). O fluxo do campo elétrico é um escalar e sua unidade SI é o newton-metro quadrado por coulomb ($N \cdot m^2/C$).

EXEMPLO 25-1 A Fig. 25-4 mostra uma superfície gaussiana na forma de um cilindro de raio R imerso num campo elétrico uniforme E , com o eixo do cilindro paralelo ao campo. Qual é o fluxo Φ do campo elétrico através dessa superfície fechada?

Solução Podemos escrever o fluxo como a soma de três termos: as integrais sobre a base esquerda do cilindro a , a superfície lateral b e a base direita do cilindro c . Da Eq. 25-5, vem

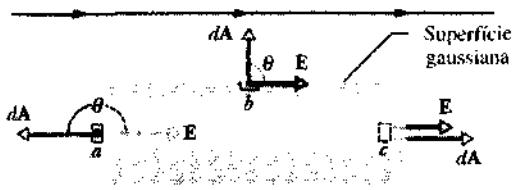
$$\begin{aligned} \Phi &= \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \int_a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}. \end{aligned} \quad (25-6)$$

Para todos os pontos sobre a base esquerda, o ângulo θ entre \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ é 180° e o módulo E do campo é constante. Assim,

$$\int_a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 180^\circ) dA = -E \int dA = -EA,$$

onde A dá a área da base, $A (= \pi R^2)$. De forma semelhante, para a base direita,

$$\int_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 0^\circ) dA = EA,$$



sendo $\theta = 0$ para todos os pontos desta base. Finalmente, para a superfície cilíndrica,

$$\int_b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 90^\circ) dA = 0,$$

sendo $\theta = 90^\circ$ para todos os pontos sobre a superfície cilíndrica. Substituindo-se estes resultados na Eq. 25-6, obtemos

$$\Phi = -EA + 0 + EA = 0. \quad (\text{Resposta})$$

Esse resultado não é surpreendente, pois as linhas do campo que representam o campo elétrico passam através da superfície gaussiana, entrando pela base esquerda e saindo pela base direita. Portanto, o fluxo total através da superfície fechada é zero.

25-5 Lei de Gauss

A lei de Gauss relaciona o fluxo (total) Φ de um campo elétrico através de uma superfície fechada (uma superfície gaussiana) e a carga líquida q que está envolvida por essa superfície. Ela nos diz que

$$\epsilon_0 \Phi = q \quad (\text{lei de Gauss}). \quad (25-7)$$

A grandeza ϵ_0 é a *constante de permissividade*, que vale $8,85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$. Usando-se a Eq. 25-5, a definição de fluxo, podemos também escrever a lei de Gauss como*

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q \quad (\text{lei de Gauss}). \quad (25-8)$$

Nas Eqs. 25-7 e 25-8, a carga líquida q é a soma algébrica de todas as cargas positivas e negativas *internas* à superfície, e ela pode ser positiva, negativa ou nula. Incluímos o sinal para a carga líquida no símbolo q , em vez de simplesmente usarmos o módulo da carga, pois o sinal nos diz se o fluxo líquido está saindo ou entrando através da superfície gaussiana, ou seja, quando q é positiva, o fluxo líquido é para *fora*; quando q é negativa, o fluxo líquido é para *dentro*.

As cargas fora da superfície, não importando quão grandes ou quão perto elas se encontram, não são incluídas no

*A lei de Gauss, conforme se apresentou aqui, está formulada para o importante caso especial em que as cargas se encontram no vácuo ou, para a maioria das finalidades práticas, no ar. Na Seção 27-8, estendemos a lei de Gauss para incluir situações em que outros materiais, entre eles mica, óleo ou vidro, estão presentes.

Fig. 25-4 Exemplo 25-1. Uma superfície gaussiana cilíndrica, fechada nas extremidades, está imersa num campo elétrico uniforme. O eixo do cilindro é paralelo à direção do campo.

termo q da lei de Gauss. A maneira como a carga está distribuída no interior da superfície gaussiana também não tem importância; as únicas coisas que importam, no lado direito da Eq. 25-8, são o módulo e o sinal da carga líquida interna. Entretanto, o vetor \mathbf{E} , no lado esquerdo da Eq. 25-8, é o campo elétrico resultante de *todas* as cargas, sejam elas internas ou externas à superfície gaussiana. Isso pode parecer inconsistente, mas não esqueça o que vimos no Exemplo 25-1: o campo elétrico criado por alguma carga fora da superfície não altera o fluxo líquido através da superfície, pois, na mesma quantidade, as linhas do campo, devido àquela carga, entram na superfície e dela saem.

Vamos aplicar essas idéias à Fig. 25-5, que mostra duas cargas iguais em módulo, mas de sinais opostos, e as linhas do campo que descrevem os campos elétricos que elas criam no espaço circundante. Também são mostradas as seções transversais de quatro superfícies gaussianas. Vamos analisar uma por uma.

SUPERFÍCIE S_1 . O campo elétrico aponta para fora em todos os pontos desta superfície. Assim sendo, o fluxo do campo elétrico através desta superfície é positivo e, como exige a lei de Gauss, a carga líquida no interior da superfí-

cie é positiva. (Isto é, na Eq. 25-7, quando Φ é positivo, o valor de q tem de ser positivo também.)

SUPERFÍCIE S_2 . O campo elétrico aponta para dentro em todos os pontos desta superfície. Assim, o fluxo do campo elétrico é negativo e, como exige a lei de Gauss, o sinal da carga líquida no interior da superfície também é negativo.

SUPERFÍCIE S_3 . Esta superfície não contém nenhuma carga. Então, $q = 0$ e a lei de Gauss (Eq. 25-7) exigem que o fluxo do campo elétrico seja zero para esta superfície. Isso é razoável porque observamos que todas as linhas do campo atravessam a superfície, entrando nela pelo extremo superior e dela saindo pelo extremo inferior.

SUPERFÍCIE S_4 . Esta superfície encerra uma carga líquida nula, pois as cargas positiva e negativa no seu interior têm o mesmo módulo. A lei de Gauss exige, pois, que o fluxo através desta superfície seja nulo. Isso é razoável porque são tantas as linhas do campo que saem da superfície S_4 como as que entram.

O que aconteceria se colocássemos uma grande carga Q nas proximidades da superfície S_4 na Fig. 25-5? A configuração das linhas do campo certamente mudaria, mas o fluxo

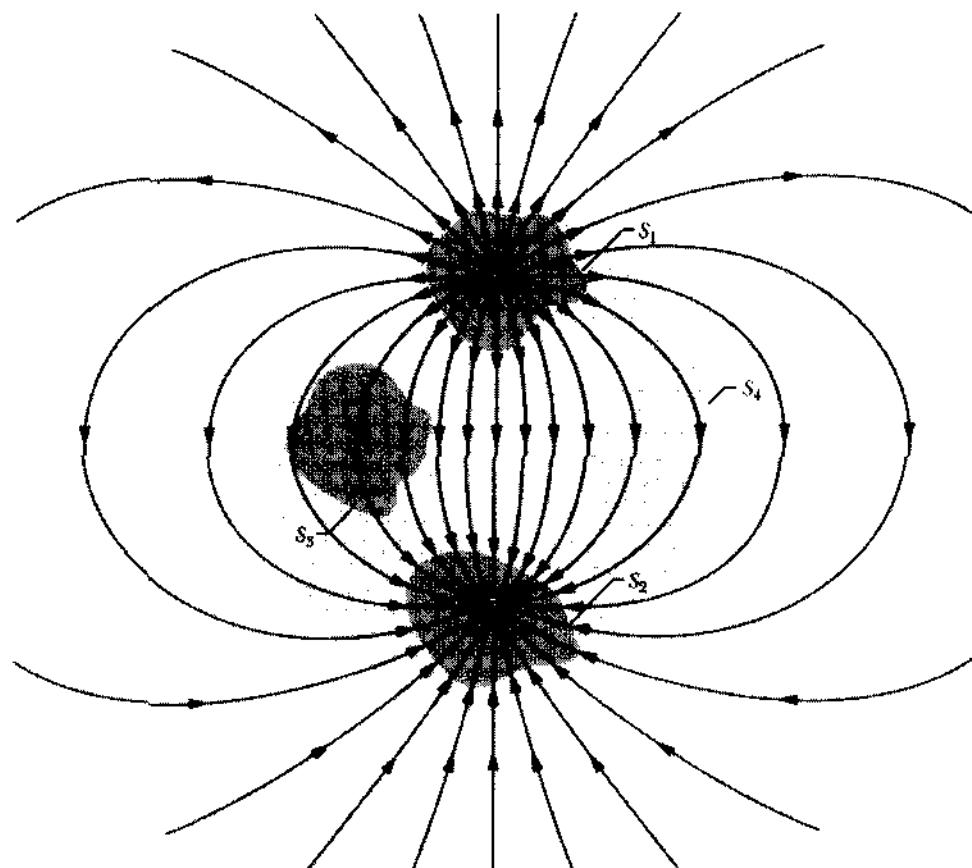


Fig. 25-5 Duas cargas puntiformes, de módulos iguais mas de sinais opostos, e as linhas do campo que representam seus campos elétricos. Quatro superfícies gaussianas são mostradas, em seção transversal. A superfície S_1 envolve a carga positiva. A superfície S_2 envolve a carga negativa. A superfície S_3 não envolve nenhuma carga. A superfície S_4 envolve as duas cargas, e, assim, nenhuma carga líquida.

líquido para as quatro superfícies gaussianas na Fig. 25-5 não seria alterado. Podemos compreender esse fato porque as linhas do campo associadas à carga Q sozinha passariam direto através de cada uma das quatro superfícies gaussianas, não dando qualquer contribuição ao fluxo total através de qualquer uma delas. De qualquer forma, o valor de Q não entraria na lei de Gauss, porque Q se situa do lado de fora de todas as quatro superfícies gaussianas que estamos considerando.

EXEMPLO 25-2 A Fig. 25-6 mostra três pedaços de plástico carregados e uma moeda eletricamente neutra. As seções transversais de duas superfícies gaussianas estão indicadas. Qual é o fluxo do campo elétrico através de cada uma dessas superfícies? Suponha, $q_1 = +3,1 \text{ nC}$, $q_2 = -5,9 \text{ nC}$ e $q_3 = -3,1 \text{ nC}$. (Não esqueça que estamos agora levando em conta os sinais algébricos das cargas.)

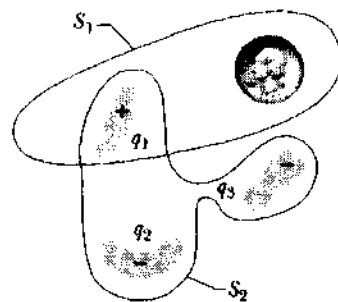


Fig. 25-6 Exemplo 25-2. Três objetos de plástico, cada um deles com uma carga elétrica e uma moeda sem carga. Os contornos de duas superfícies gaussianas possíveis são mostrados.

Solução Para a superfície S_1 , a carga líquida q encerrada é q_1 . A moeda neutra não dá qualquer contribuição mesmo que as cargas positivas e negativas que ela contém tenham sido separadas pela ação do campo em que a moeda está imersa. As cargas q_2 e q_3 estão fora da superfície S_1 , e, portanto, também não contribuem para q . Da Eq. 25-7, temos

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{q_1}{\epsilon_0} = \frac{+3,1 \times 10^{-9} \text{ C}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \\ = +350 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

O sinal positivo (+) indica que a carga líquida dentro da superfície é positiva e que o fluxo líquido através da superfície é para fora.

Para a superfície S_2 , a carga líquida q encerrada é $q_1 + q_2 + q_3$, de modo que

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0} \\ = \frac{+3,1 \times 10^{-9} \text{ C} - 5,9 \times 10^{-9} \text{ C} - 3,1 \times 10^{-9} \text{ C}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \\ = -670 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

O sinal negativo (-) mostra que a carga líquida dentro da superfície é negativa e que o fluxo líquido através da superfície é para dentro.

25-6 A Lei de Gauss e a Lei de Coulomb

Como a lei de Gauss e a de Coulomb são equivalentes, devemos ser capazes de deduzir uma a partir da outra. Neste ponto, vamos deduzir a lei de Coulomb a partir da lei de Gauss e de algumas considerações de simetria.*

A Fig. 25-7 mostra uma carga puntiforme positiva q , em torno da qual desenhamos uma superfície gaussiana esférica concêntrica de raio r . Imaginemos esta superfície dividida em áreas diferenciais dA . Por definição, o vetor área dA é perpendicular à superfície e orientado para fora dela. Da simetria da situação, sabemos que em qualquer ponto o campo elétrico E também é perpendicular à superfície e orientado para fora dela. Assim sendo, o ângulo θ entre E e dA é zero e a lei de Gauss (Eq. 25-8) se escreve

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q. \quad (25-9)$$

Embora E varie radialmente com a distância medida a partir de q , ele tem o mesmo valor sobre toda a superfície esférica. Como a integral na Eq. 25-9 é calculada sobre essa superfície, E é uma constante na integração e pode ser levada para fora do sinal de integral. Isto nos dá

$$\epsilon_0 E \oint dA = q. \quad (25-10)$$

Esta integral é simplesmente a soma de todas as áreas diferenciais dA sobre a esfera e assim, é justamente a área da superfície, $4\pi r^2$. Substituindo este valor, temos

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

*As duas leis são totalmente equivalentes quando — como nestes capítulos — se aplicam a problemas envolvendo cargas que estão em repouso ou se movendo com lentidão. A lei de Gauss é mais geral, uma vez que também satisfaz os casos de cargas que se movem rapidamente. Para tais cargas, as linhas do campo elétrico tornam-se comprimidas num plano perpendicular à direção do movimento, perdendo, assim, a simetria esférica.

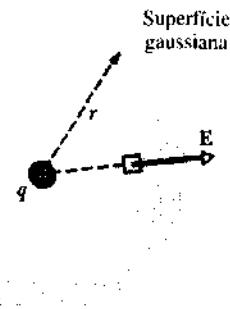


Fig. 25-7 Uma superfície gaussiana esférica centrada numa carga puntiforme q .

ou

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad (25-11)$$

Este é exatamente o campo elétrico criado por uma carga puntiforme, tal como encontramos (Eq. 24-3) usando a lei de Coulomb. Assim, a lei de Gauss é equivalente à lei de Coulomb.

TÁTICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: ESCOLHA DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA

Podemos considerar a dedução da Eq. 25-11, a partir da lei de Gauss, como um "exercício de treinamento" para as deduções dos campos elétricos produzidos por outras distribuições de carga. Por esse motivo, vamos repassar as etapas envolvidas naquela dedução. Iniciamos com uma determinada carga puntiforme positiva q , a partir da qual as linhas do campo elétrico se estendem radialmente para fora numa configuração esfericamente simétrica. O termo *esfericamente simétrica* significa aqui que a configuração das linhas do campo é independente da direção radial considerada. Além disso, ele significa que o módulo do campo elétrico a uma distância r da carga q é também independente da direção radial considerada.

Para determinarmos o módulo E do campo elétrico a uma distância r , usando a lei de Gauss (Eq. 25-8), imaginamos uma superfície gaussiana fechada ao redor de q , passando por um ponto que esteja distante r de q . O fluxo das linhas do campo elétrico através de uma área diferencial dA centrada naquele ponto é $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$. Mas a Eq. 25-8 exige que determinemos o fluxo elétrico total através de todas as áreas diferenciais da superfície gaussiana, de modo que precisamos somar via integração os valores de $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ sobre toda a superfície gaussiana.

Para tornar essa integração tão simples quanto possível, escolhemos uma superfície gaussiana esférica (para copiar a simetria esférica do campo elétrico). Essa escolha produz três fatores simplificadores. (1) O produto escalar $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ é simples, porque em todos os pontos sobre a superfície gaussiana, o ângulo entre \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ é exatamente zero e, assim, em todos os pontos temos $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E dA$. (2) O módulo E do campo elétrico é idêntico em todos os pontos da superfície gaussiana. Desse modo, E é uma constante na integração e pode ser levado para fora do sinal de integral. (3) A integral que fica é simplesmente a soma das áreas diferenciais da esfera, que podemos escrever $4\pi r^2$ sem precisarmos, de fato, fazer a integração. Com estes três fatores simplificadores, a aplicação da lei de Gauss facilmente nos dá o módulo E do campo elétrico sobre a superfície da superfície gaussiana e assim a uma distância r da carga q .

Observe que a lei de Gauss é válida qualquer que seja a forma da superfície gaussiana escolhida para envolver a carga q . Contudo, se tivéssemos escolhido, digamos, uma superfície gaussiana cúbica, não teríamos os três fatores simplificadores e a integração de $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ sobre a superfície cúbica seria muito difícil. A lição aqui é saber como escolher uma superfície gaussiana que simplifique o máximo possível a integração exigida na aplicação da lei de Gauss.

25-7 Um Condutor Carregado Isolado

A lei de Gauss nos permite demonstrar um importante teorema sobre condutores isolados:

Qualquer excesso de carga colocada em um condutor isolado se moverá inteiramente para a superfície do condutor. Nenhum excesso de carga será encontrado no interior do corpo do condutor.

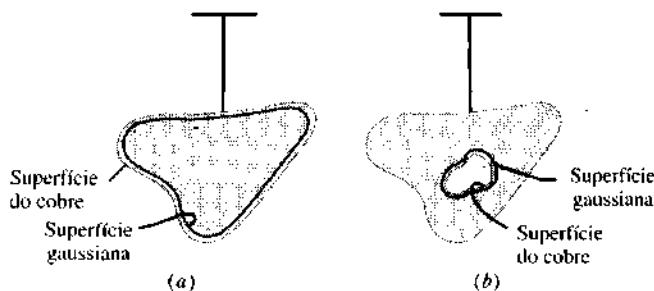


Fig. 25-8 (a) Um pedaço de cobre com uma carga q suspenso de um fio isolante. Uma superfície gaussiana é desenhada dentro do metal, imediatamente junto da superfície real. (b) O pedaço de cobre tem, agora, uma cavidade interna. Uma superfície gaussiana está dentro do metal, próxima à superfície da cavidade.

Isso parece razoável considerando que cargas iguais se repelemumas às outras. Podemos imaginar que, ao se moverem para a superfície, as cargas adicionais estejam procurando se afastar o máximo possível umas das outras. Voltemos à lei de Gauss para verificar tal hipótese.

A Fig. 25-8a mostra, em seção transversal, um pedaço isolado de cobre, suspenso por um fio isolante e tendo uma carga adicional q . Traçamos uma superfície gaussiana junto à face interna da superfície real do condutor. O campo elétrico no interior do condutor deve ser zero. Se isso não ocorresse, o campo exerceria forças sobre os elétrons (livres) de condução que estão sempre presentes no condutor, e surgiriam correntes internas. (Isto é, cargas fluiriam de um local para outro dentro do condutor.) Naturalmente, não existem tais correntes permanentes num condutor isolado, e assim o campo elétrico interno é zero.

Um campo elétrico interno *aparece* quando o condutor está sendo carregado. Entretanto, a carga adicional rapidamente se distribui de um modo tal que esse campo elétrico interno se anula. O movimento de cargas cessa, e a força resultante sobre cada carga é zero; as cargas ficam então em *equilíbrio eletrostático*.

Como \mathbf{E} é nulo por toda parte dentro do condutor, ele tem de ser nulo em todos os pontos da superfície gaussiana, pois esta, imaginada junto à superfície do condutor, sem dúvida está dentro dele, o que significa que o fluxo através da superfície gaussiana tem de ser zero. A lei de Gauss, então, nos diz que a carga dentro da superfície gaussiana também tem de ser nula. Se a carga adicional não está dentro da superfície gaussiana, só pode estar do lado de fora, isto é, tem de estar sobre a superfície real do condutor.

Um Condutor Isolado com uma Cavidade

A Fig. 25-8b mostra o mesmo condutor suspenso, mas agora com uma cavidade que está totalmente dentro do condutor. É razoável supor que, escavando o material electricamente neutro para formar a cavidade, não mudemos a distribuição de carga ou a configuração do campo elétrico que existe na Fig. 25-8a. Novamente, devemos voltar à lei de Gauss para verificarmos essa hipótese.

Desenharmos uma superfície gaussiana em torno da cavidade, próxima à sua superfície mas dentro do corpo condutor. Como $E = 0$ no interior do condutor, não pode haver fluxo através dessa nova superfície gaussiana. Portanto, de acordo com a lei de Gauss, essa superfície não pode encerrar nenhuma carga líquida. Concluímos que não existe carga sobre as paredes da cavidade; ela permanece sobre a superfície externa do condutor, como na Fig. 25-8a.

O Condutor Removido

Suponhamos que, por mágica, as cargas em excesso pudessem ser “congeladas” sobre a superfície do condutor, talvez cobrindo-as com uma fina camada de tinta plástica, e suponhamos que, a seguir, o condutor pudesse ser removido completamente. Isso é equivalente a aumentar a cavidade da Fig. 25-8b, até que ela consuma o condutor por inteiro, deixando somente as cargas. A configuração do campo elétrico não mudaria de modo algum; ela permaneceria zero interiormente à fina camada de carga e inalterada em todos os pontos externos. Isso nos mostra que o campo elétrico é criado pelas cargas e não pelo condutor. O condutor simplesmente proporciona um caminho inicial para as cargas ocuparem suas posições.

O Campo Elétrico Externo

Vimos que a carga em excesso sobre um condutor isolado se move totalmente para a superfície do condutor. Entretanto, a não ser que o condutor seja esférico, a carga não se distribui uniformemente sobre a superfície. Dito de outro modo, a densidade superficial de carga σ (carga por unidade de área) varia sobre a superfície do condutor. Geralmente, essa variação torna a determinação do campo elétrico criado pelas cargas da superfície muito difícil.

No entanto, o campo elétrico imediatamente fora da superfície de um condutor é fácil de determinar, usando-se a lei de Gauss. Para isso, consideremos uma seção da superfície que seja suficientemente pequena para que possamos desprezar qualquer curvatura e considerá-la plana. Imaginemos, então, uma superfície gaussiana cilíndrica diminuta, embutida na seção como mostra a Fig. 25-9: uma base está inteiramente dentro do condutor; a outra inteiramente fora e o cilindro é perpendicular à superfície do condutor.

O campo elétrico E imediatamente fora da superfície do condutor deve também ser perpendicular à superfície. Se não fosse assim, ele teria um componente ao longo da superfície do condutor que exerceria forças sobre as cargas da superfície, colocando-as em movimento. Mas tal movimento violaria a suposição básica de equilíbrio eletrostático. Assim sendo, E é perpendicular à superfície do condutor.

Vamos agora calcular o fluxo através da superfície gaussiana. Não há fluxo através da base interna porque o campo elétrico é zero no interior do condutor. Não há fluxo através da superfície curva do cilindro, porque internamente (no condutor) não há campo elétrico e externamen-

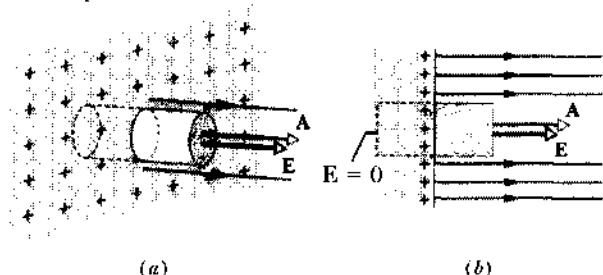


Fig. 25-9 Vistas em perspectiva (a) e de lado (b) de uma pequena parte de um condutor extenso e isolado, com carga positiva em excesso sobre sua superfície. Uma superfície gaussiana cilíndrica (fechada), embutida perpendicularmente no condutor, envolve uma parcela da carga. As linhas do campo elétrico atravessam a base externa do cilindro, mas não a base interna. A base externa tem área A e vetor área A .

te o campo elétrico é paralelo à superfície curva. Só há fluxo através da base externa, onde E é perpendicular ao plano da base. Suponhamos que a base tenha uma área A , suficientemente pequena, para que possamos considerar o módulo E constante em todos os seus pontos. Sendo assim, o fluxo através da base externa vale EA , que é o fluxo total Φ através da superfície gaussiana.

A carga q encerrada pela superfície gaussiana se encontra numa área A sobre a superfície do condutor. Sendo σ a carga por unidade de área, a carga q é igual a σA . Substituindo-se q por σA e Φ por EA , na lei de Gauss (Eq. 25-7) obtemos

$$\epsilon_0 EA = \sigma A,$$

de onde concluímos

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{superfície condutora}). \quad (25-12)$$

Assim, o módulo do campo elétrico num local imediatamente fora de um condutor é proporcional à densidade de carga do condutor naquele local. Quando a carga sobre o condutor é positiva, o campo elétrico aponta para fora do condutor como na Fig. 25-9. Ele aponta para dentro quando a carga é negativa.

As linhas do campo na Fig. 25-9 devem terminar sobre cargas negativas em algum lugar nas adjacências. Se trouxermos essas cargas para as proximidades do condutor, a densidade de carga num certo local variará e assim também o módulo do campo elétrico. Entretanto, a relação entre σ e E continuará sendo dada pela Eq. 25-12.

Sabemos que uma carga sempre cria um campo elétrico. Por que, então, a carga em excesso sobre a superfície de um condutor não cria um campo dentro do condutor? Porque a carga em excesso *cria* um campo interno, mas as cargas automaticamente se redistribuem sobre a superfície do condutor de tal modo que o campo *resultante* (a soma vetorial dos campos elétricos devido a cada uma das cargas) em qualquer ponto dentro do condutor se reduz a zero.

EXEMPLO 25-3 O campo elétrico normalmente presente na atmosfera terrestre, imediatamente acima da superfície da Terra, tem módulo aproximadamente igual a 150 N/C e aponta diretamente para baixo. Qual é a carga total líquida na superfície da Terra? Considere a Terra um condutor com densidade superficial de carga uniforme.

Solução Da Eq. 25-12, obtemos que o módulo da densidade superficial de carga da Terra, vale

$$\begin{aligned}\sigma &= \epsilon_0 E = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(150 \text{ N/C}) \\ &= 1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2.\end{aligned}$$

O módulo q da carga total da Terra é obtido multiplicando-se a densidade superficial de carga por $4\pi R^2$, a área da superfície (suposta esférica) da Terra. Assim,

$$\begin{aligned}q &= \sigma 4\pi R^2 \\ &= (1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2)(4\pi)(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2 \\ &= 6.8 \times 10^5 \text{ C} = 680 \text{ kC.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Como o campo elétrico da Terra aponta diretamente para a superfície, a carga na superfície da Terra é negativa e, assim, vale -680 kC .

EXEMPLO 25-4 A Fig. 25-10a mostra uma seção transversal de uma casca esférica metálica de raio interno R . Uma carga puntiforme de $-5.0 \mu\text{C}$ está localizada a uma distância $R/2$ do centro da casca. Sabendo-se que a casca está eletricamente neutra, quais são as cargas (induzidas) nas superfícies interna e externa da casca? Essas cargas estão uniformemente distribuídas? Qual é a configuração do campo dentro e fora da casca?

Solução A Fig. 25-10b mostra uma seção transversal de uma superfície gaussiana esférica dentro do metal, imediatamente fora da parede inter-

na da casca. Visto que o campo elétrico é nulo no interior do metal (e, desse modo, nulo em todos os pontos da superfície gaussiana que está completamente dentro do metal), o fluxo elétrico através da superfície gaussiana deve ser nulo. A lei de Gauss, então, nos diz que a carga *lígida* encerrada pela superfície gaussiana deve ser nula. (Essa superfície gaussiana é semelhante à superfície gaussiana S_4 da Fig. 25-5.) Assim sendo, já que existe uma carga puntiforme de $-5.0 \mu\text{C}$ dentro da casca, deve existir uma carga de $+5.0 \mu\text{C}$ na parede interna da casca.

Se a carga puntiforme estivesse centrada, essa carga positiva estaria uniformemente distribuída ao longo da parede interna. Entretanto, como a carga puntiforme está fora do centro, a distribuição de carga positiva não é uniforme, conforme sugere a Fig. 25-10b, pois a carga positiva tende a acumular-se na região da parede interna que está mais próxima da carga puntiforme.

Como a casca está eletricamente neutra, a carga de $+5.0 \mu\text{C}$ em sua parede interna só tem uma explicação: elétrons, totalizando uma carga de $-5.0 \mu\text{C}$, deslocaram-se da parede interna para a parede externa, deixando, assim, a primeira com a carga de $+5.0 \mu\text{C}$ e a segunda com a carga de $-5.0 \mu\text{C}$. Na parede externa, os elétrons se espalharam uniformemente, como também sugere a Fig. 25-10b. Essa distribuição de carga negativa é uniforme pelo fato de que a casca é esférica e a distribuição não-uniforme de carga positiva sobre a parede interna não pode produzir campo elétrico na casca. Por isso, não pode afetar a distribuição de carga sobre a parede externa.

As linhas do campo dentro e fora da casca estão mostradas aproximadamente na Fig. 25-10b. Todas as linhas do campo são perpendiculares à casca e à carga puntiforme. Dentro da casca, a configuração das linhas do campo é torcida porque a distribuição de carga positiva não é uniforme. Fora da casca a configuração é idêntica à que seria obtida se a carga puntiforme estivesse centrada e a casca ausente. De fato, isso seria verdade, não importando onde dentro da casca a carga puntiforme estivesse localizada.

25-8 Um Teste Sensível para a Lei de Coulomb

Se um excesso de carga sobre um condutor isolado *não* se movesse totalmente para a superfície do condutor — como mostramos teoricamente na seção anterior — a lei de Gauss não seria verdadeira, pois nossa prova foi baseada nela. Se a lei de Gauss não fosse verdadeira, então, a lei de Coulomb não poderia ser verdadeira. Em particular, o expoente 2 na lei do inverso do quadrado poderia não ser exatamente 2. Desse modo, essa lei poderia ser

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 \pm \delta}, \quad (25-13)$$

onde δ — se não fosse zero — seria um número pequeno.

A lei de Coulomb tem vital importância na física e se δ , na Eq. 25-13 não fosse zero, traria sérias consequências para nosso entendimento do eletromagnetismo e da física quântica. A melhor maneira de medirmos δ é determinar *por meio de uma experiência*, se um excesso de carga colocado sobre um condutor isolado, se move ou não, *inteiramente* para a sua superfície externa.

Parece ter sido Benjamin Franklin o primeiro a fazer experiências nessa linha de pesquisa. A Fig. 25-11 mostra o dispositivo simples que ele usou. Carregamos uma bola metálica e a introduzimos, por meio de um fio de seda, no interior de um recipiente metálico. Façamos a bola tocar a parede interna do recipiente. Quando a bola toca o recipiente, o conjunto passa a constituir “um condutor isolado”, sendo o

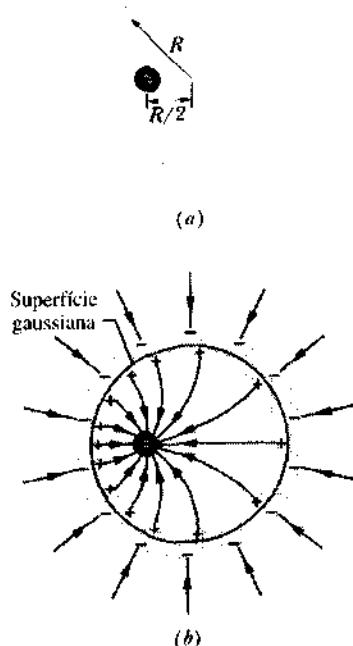


Fig. 25-10 Exemplo 25-4. (a) Uma carga puntiforme negativa é colocada no interior de uma casca esférica metálica que está neutra. (b) Em consequência, uma carga positiva, distribuída não-uniformemente, é induzida na superfície interna da casca, e uma quantidade igual de carga negativa, distribuída uniformemente, é induzida na parede externa. As linhas do campo elétrico estão mostradas aproximadamente.

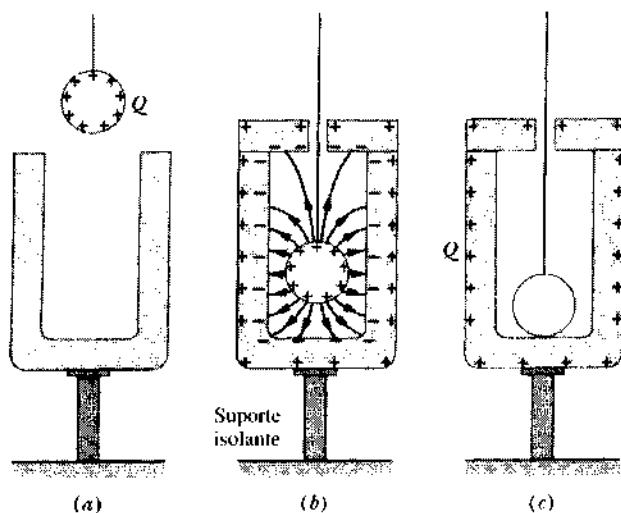


Fig. 25-11 Um dispositivo imaginado por Benjamin Franklin para mostrar que a carga colocada sobre um condutor se move para sua superfície. (a) Uma bola metálica carregada positivamente é introduzida, por meio de um fio isolante, no interior de um recipiente metálico descarregado. (b) A bola se encontra dentro do recipiente e uma tampa metálica é acrescentada, fechando-o. (c) A bola toca o recipiente. Quando a bola é retirada do recipiente, verifica-se que ela está completamente descarregada, mostrando que a carga foi transferida totalmente para o recipiente.

recipiente o exterior do condutor. Se, de fato, a carga fluir *totalmente* para o recipiente, a bola estará completamente descarregada quando for retirada do recipiente. Diante da precisão de suas experiências, Franklin comprovou esse fato.

Franklin submeteu esse “fato singular” à apreciação de Joseph Priestly, que confirmou as experiências de Franklin e constatou que a lei de Coulomb do inverso do quadrado podia ser obtida das mesmas. Muitos outros pesquisadores, incluindo Cavendish* e Maxwell, repetiram as experiências com maior precisão. Experiências mais modernas, realizadas com precisão notável, têm mostrado que se δ , na Eq. 25-13, não é zero, é certamente muito, muito pequeno. A Tabela 25-2 resume as mais importantes dessas experiências.

A Fig. 25-12 é um esboço do dispositivo usado por Plimpton e Lawton para medir δ na Eq. 25-13 e, assim,

*O mesmo Cavendish que “pesou a Terra” com uma balança de torção; veja a Seção 15-5.

investigar a lei de Coulomb. O dispositivo consiste em duas cascas metálicas concêntricas, A e B, a primeira com 1,5 m de diâmetro. As cascas são ligadas por um fio e um eletrômetro sensível E que está no interior da casca B. Desse modo, as cascas formam um único condutor e a casca A constitui o exterior. Qualquer carga que se mova entre as cascas (entre o exterior e o interior do condutor único) tem de passar através do eletrômetro, causando a deflexão do ponteiro, observável através de uma luneta, um espelho e duas pequenas janelas.

Quando a chave S é girada para a direita na Fig. 25-12, o terminal positivo da bateria é ligado ao conjunto das duas cascas, e a casca A torna-se positivamente carregada. Durante esse processo de carga, alguma carga se move entre as cascas e dessa forma passa através de E, causando deflexão do ponteiro? Quando, em seguida, S é girada para a esquerda, a esfera A é ligada à placa metálica abaixo dela e perde sua carga. Durante esse processo de descarga, alguma carga se move através de E, causando deflexão do ponteiro?

Plimpton e Lawton não observaram nenhuma deflexão em qualquer processo. Assim, nenhuma carga passou através de E, permanecendo sobre A toda a carga fornecida ao conjunto.

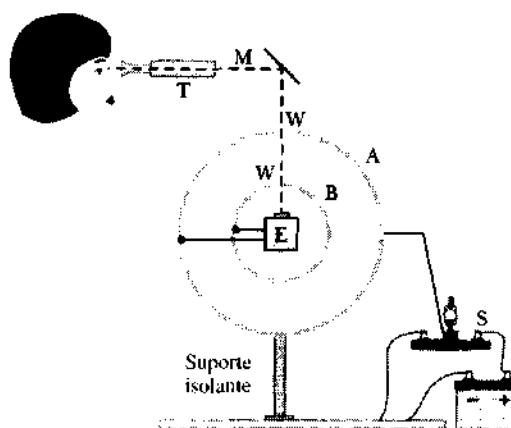


Fig. 25-12 Uma versão moderna e mais precisa do aparato da Fig. 25-11, também projetado para verificar que a carga em excesso num objeto metálico localiza-se em sua superfície externa. Ao se carregar positivamente a esfera A, girando-se a chave S para a direita, qualquer carga que se movesse entre as esferas A e B seria detectada pelo eletrômetro E. Nenhuma transferência de carga foi encontrada; a carga permaneceu sobre a superfície externa de A.

Tabela 25-2
Testes da Lei de Coulomb do Inverso do Quadrado

Pesquisadores	Ano	δ (Eq. 25-13)
Franklin	1755	... de acordo com os quadrados...
Priestley	1767	< 0.06
Robison	1769	< 0.02
Cavendish	1773	alguns por cento, no máximo
Coulomb	1785	$< 5 \times 10^{-5}$
Maxwell	1873	$< 2 \times 10^{-9}$
Plimpton e Lawton	1936	$< 1,3 \times 10^{-13}$
Bartlett, Goldhagen e Phillips	1970	$< 3,0 \times 10^{-16}$
Williams, Faller e Hill	1971	

Conhecendo a sensibilidade de seu eletrômetro, Plimpton e Lawton concluíram que, se δ na Eq. 25-13 não é zero, não é maior do que aproximadamente 0,000 000 002. Com certeza, um número muito pequeno. A lei do inverso do quadrado parece estar bem estabelecida.

25-9 Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica

A Fig. 25-13 mostra uma seção de uma barra fina de plástico, infinitamente longa, carregada uniformemente, com uma densidade linear de carga λ . Vamos determinar uma expressão para o módulo do campo elétrico E a uma distância r do eixo da barra.

A superfície gaussiana deve acompanhar a simetria do problema, que é cilíndrica. Escolhemos um cilindro circular de raio r e comprimento h , co-axial com a barra. Como a superfície gaussiana deve ser fechada, incluímos as duas bases na sua constituição.

Imaginemos agora que, enquanto não estávamos observando, alguém tivesse girado a barra de plástico em torno de seu eixo longitudinal e/ou a tivesse invertido. Quando voltarmos a observar a barra, não seremos capazes de detectar qualquer alteração. Concluímos que, por considerações de simetria, a única direção especificada neste problema está ao longo de uma linha radial. Portanto, em todos os pontos sobre a parte cilíndrica da superfície gaussiana, E tem módulo constante E e (para uma barra positivamente carregada) aponta radialmente para fora.

Como a circunferência do cilindro é $2\pi r$ e h é a sua altura, a área da superfície cilíndrica é $2\pi rh$. O fluxo de E através dessa superfície cilíndrica é então $EA \cos \theta = E(2\pi rh)$. Não há fluxo através das bases porque E , tendo direção radial, é tangente a essas superfícies em todos os seus pontos.

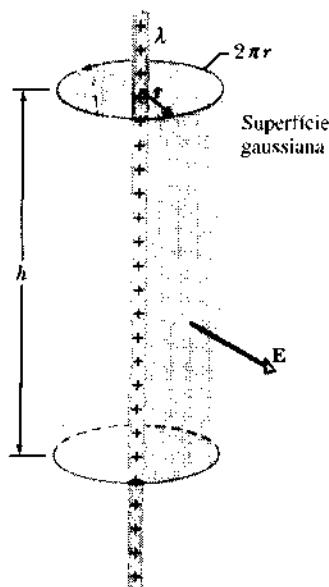


Fig. 25-13 Uma superfície gaussiana na forma de um cilindro fechado circunda uma seção de uma barra cilíndrica de plástico, muito longa, uniformemente carregada.

A carga encerrada pela superfície é λh de modo que a lei de Gauss (Eq. 25-7),

$$\epsilon_0 \Phi = q,$$

se reduz a

$$\epsilon_0 E (2\pi r h) = \lambda h,$$

dando

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \quad (\text{linha de carga}) \quad (25-14)$$

Este é o campo elétrico criado por uma linha reta de carga, infinitamente longa, num ponto que está a uma distância radial r da linha de carga. A direção de E será radialmente para fora se a linha de carga for positiva e radialmente para dentro se ela for negativa.

EXEMPLO 25-5 A parte visível de um relâmpago é precedida por um estágio invisível em que uma coluna de elétrons se estende de uma nuvem até a Terra. Estes elétrons vêm da nuvem e de moléculas de ar que estão ionizadas dentro da coluna. A densidade linear de carga λ ao longo da coluna tem um valor típico de -1×10^{-13} C/m. Assim que a colu-

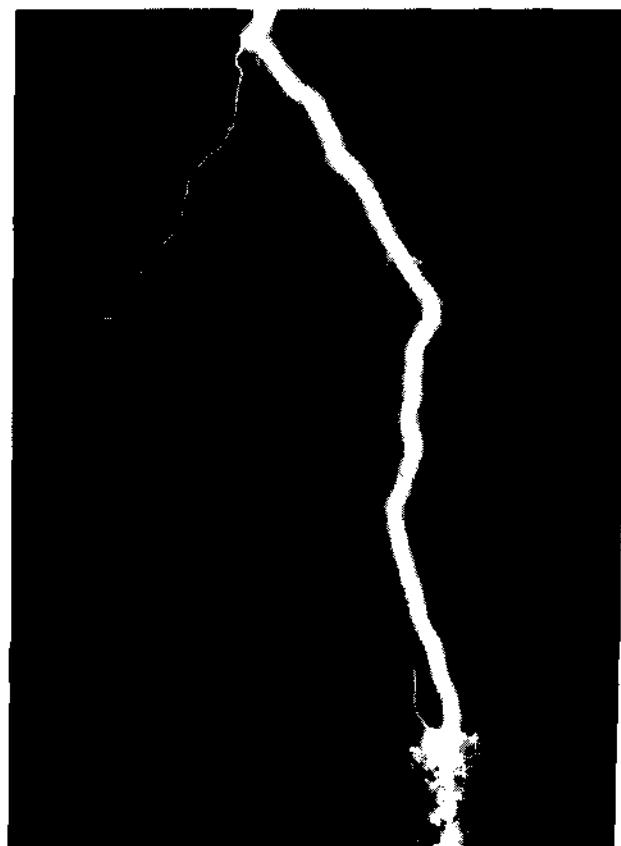


Fig. 25-14 Um relâmpago atingiu um sicômoro de 20 m de altura. Como a árvore estava molhada, a maior parte da corrente deslocou-se sobre a água, e a árvore ficou ilesa.



Fig. 25-15 Correntes terrestres geradas na descarga de um relâmpago, queimaram a grama deste campo de golfe, deixando o solo a descoberto.

na aliança a terra, os elétrons do seu interior são descarregados com rapidez para a Terra. Durante a descarga, as colisões entre os elétrons e o ar no interior da coluna resultam num clarão brilhante. Sabendo-se que as moléculas de ar sofrem ruptura (se ionizam) num campo elétrico aproximadamente igual a $3 \times 10^6 \text{ N/C}$, qual é o raio da coluna?

Solução Apesar de a coluna não ser retilínea ou infinitamente longa, podemos aproxima-la por uma linha de carga, como na Fig. 25-13. (Visto que ela contém uma carga líquida negativa, o campo elétrico \mathbf{E} aponta radialmente para dentro.) A superfície da coluna de carga deve estar num raio onde o módulo de \mathbf{E} vale $3 \times 10^6 \text{ N/C}$, porque as moléculas dentro deste raio se ionizam, enquanto que as que estão além dele, não. Resolvendo a Eq. 25-14 para r e substituindo os dados conhecidos, encontramos que o raio da coluna vale

$$\begin{aligned} r &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 E} \\ &= \frac{1 \times 10^{-3} \text{ C/m}}{(2\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(3 \times 10^6 \text{ N/C})} \\ &\approx 6 \text{ m.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(O raio da parte luminosa de um relâmpago é menor, talvez com apenas 0,5 m. Podemos ter uma idéia da largura com a ajuda da Fig. 25-14.) Embora o raio da coluna seja só de 6 m, não podemos ter certeza de que estaremos a salvo se nos encontrarmos a uma distância um pouco além desse ponto de descarga, porque os elétrons nele descarregados deslocam-se ao longo da Terra. Tais *correntes terrestres* são letais. A Fig. 25-15 evidencia as correntes terrestres.

25-10 Lei de Gauss: Simetria Plana

Chapa Não-Condutora

A Fig. 25-16 mostra uma parte de uma chapa fina, isolante e infinita, com uma densidade superficial de carga constante (carga por unidade de área) σ . Uma chapa fina de plástico, uniformemente carregada sobre um lado, pode

servir como modelo. Vamos determinar o campo elétrico \mathbf{E} a uma distância r da chapa.

Uma superfície gaussiana adequada é um cilindro fechado com bases de área A , disposto de modo a atravessar perpendicularmente a chapa, como é mostrado. Considerando simetria, concluímos que \mathbf{E} é perpendicular à chapa e consequentemente às bases. Além disso, porque a carga é positiva, \mathbf{E} aponta para fora da chapa, e assim, as linhas do campo atravessam a superfície gaussiana, dela saindo através das bases. Uma vez que as linhas do campo não atravessam as paredes do cilindro, não há fluxo através desta parte da superfície gaussiana. Assim sendo, $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ é simplesmente $E dA$; consequentemente, a lei de Gauss,

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A},$$

torna-se

$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A,$$

onde σA é a carga encerrada. Segue que

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{chapa [ou plano] de carga}) \quad (25-15)$$

Como estamos considerando uma chapa infinita (ou um plano infinito) com densidade de carga constante, este resultado é válido para qualquer ponto a uma distância finita da chapa. A Eq. 25-15 ratifica a Eq. 24-28, que foi obtida por integração dos componentes elétricos produzidos pelas cargas individuais. (Reveja os cálculos que foram feitos e note com que facilidade e rapidez obtivemos o resultado usando a lei de Gauss, justificando por que dedicamos todo um capítulo a essa lei: para certas distribuições simétricas).

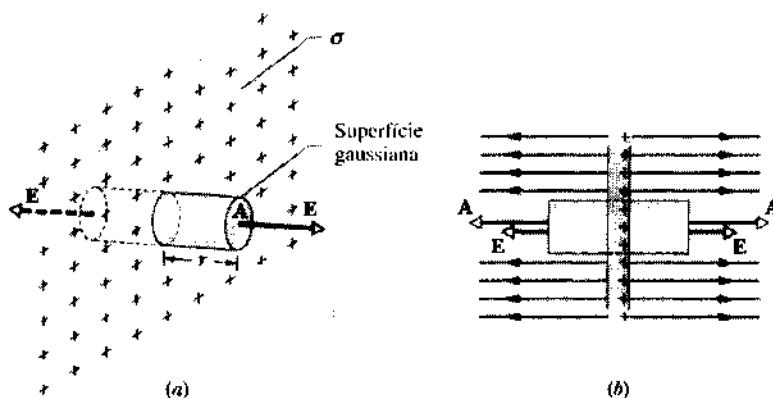


Fig. 25-16 Vistas em perspectiva (a) e de lado (b) de uma parte de uma chapa fina de plástico, muito grande, uniformemente carregada sobre um lado, com densidade superficial de carga σ . Uma superfície gaussiana cilíndrica atravessa a chapa e é perpendicular a ela.

tricas de carga, é muito mais fácil o uso da lei de Gauss que o método de integração dos componentes do campo.)

Placa Condutora

A Fig. 25-17a mostra uma seção transversal de uma placa fina, condutora e infinita com uma carga positiva em excesso. De acordo com a Seção 25-7 sabemos que o excesso de carga se encontra sobre a superfície da placa. Como

a placa é fina e muito grande, podemos supor que essencialmente toda a carga em excesso está sobre as duas faces da placa.

Se não houver nenhum campo elétrico externo que force a carga positiva a assumir alguma distribuição particular, ela se espalhará sobre as duas faces com uma densidade superficial de carga constante de módulo σ_1 . De acordo com a Eq. 25-12 sabemos que imediatamente fora da placa esta carga cria um campo elétrico de módulo $E = \sigma_1/\epsilon_0$. Como visto no Cap. 24, sabemos que o campo aponta para fora da placa.

A Fig. 25-17b mostra uma placa idêntica carregada negativamente, com uma densidade superficial de mesmo módulo σ_1 . A única diferença é que agora o campo elétrico aponta para o interior da placa.

Arrumemos, agora, as placas das Figs. 25-17a e 25-17b de modo que fiquem próximas e paralelas (Fig. 25-17c). Como as placas são condutoras, nesta disposição a carga em excesso sobre uma placa atrai a carga em excesso sobre a outra placa e toda a carga em excesso se move para as faces internas das placas, como mostra a Fig. 25-17c. Agora, a carga sobre cada uma das faces internas dobrou e, assim, a nova densidade superficial de carga (σ) sobre cada uma delas é o dobro de σ_1 . Segue que o módulo do campo elétrico em qualquer ponto entre as placas é

$$E = \frac{2\sigma_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (25-16)$$

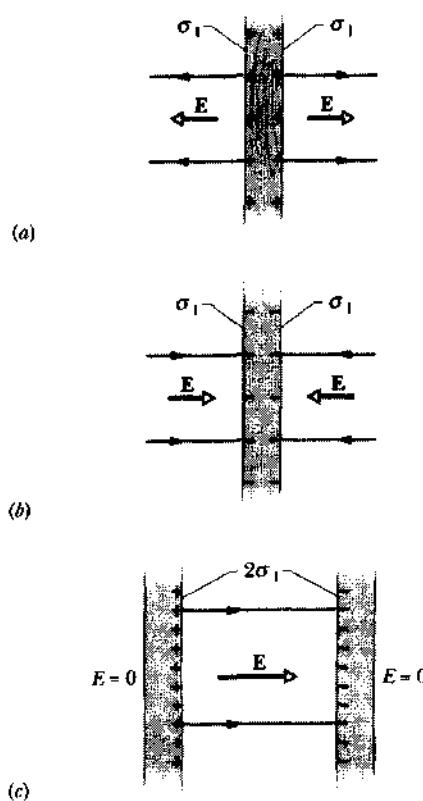


Fig. 25-17 (a) Uma placa condutora, fina e muito grande com uma carga positiva em excesso. (b) Uma placa idêntica com carga negativa em excesso. (c) As duas placas estão próximas e paralelas.

Este campo aponta da placa carregada positivamente para a placa carregada negativamente (Fig. 25-17c). Como não há carga em excesso sobre as faces externas, o campo elétrico à esquerda e à direita das placas é zero.

Uma vez que, as cargas sobre as placas se movem, quando as placas são colocadas próximas uma da outra, a Fig. 25-17c não é a superposição das Figs. 25-17a e 25-17b; isto é, a distribuição de carga do sistema das duas placas não é simplesmente a soma das distribuições de carga das placas individuais.

Você deve estar se perguntando por que motivo discutimos situações aparentemente irreais, tais como o campo criado por uma linha infinita de carga, uma chapa infinita de carga ou um par de placas infinitas de carga. Não basta dizer que elas foram introduzidas porque a lei de Gauss permite resolvê-las com facilidade, embora seja válido. A resposta correta é que as soluções para problemas que envolvem “infinito” se aplicam com muito boa aproximação a problemas físicos reais. Assim, a Eq. 25-15 vale bastante bem para uma chapa finita não-condutora, desde que se esteja muito próximo da chapa e longe de suas bordas. A Eq. 25-16 vale bastante bem para um par de placas condutoras finitas, desde que se considere um ponto longe de suas bordas.

A dificuldade com as bordas de uma chapa ou de uma placa é a razão de considerarmos pontos distantes delas decorrem de que, próximo a uma borda, não podemos mais usar a simetria plana para encontrar expressões para os campos. De fato, as linhas do campo nesses locais são curvas, o que dificulta obter expressões algébricas para os campos. Essa curvatura das linhas do campo é chamada de *efeito de borda* ou *distorção*.

EXEMPLO 25-6 A Fig. 25-18a mostra partes de duas chapas grandes, não-condutoras, cada uma delas com carga uniformemente distribuída sobre um lado. Os módulos das densidades superficiais de carga são $\sigma_{(+)} = 6.8 \mu\text{C}/\text{m}^2$ para a chapa carregada positivamente e $\sigma_{(-)} = 4.3 \mu\text{C}/\text{m}^2$ para a chapa carregada negativamente.

Determine o campo elétrico \mathbf{E} (a) à esquerda das chapas, (b) entre as chapas e (c) à direita das chapas.

Solução Como as cargas estão fixas, podemos determinar o campo elétrico das chapas na Fig. 25-18a da seguinte maneira: (1) determinando o campo de cada chapa como se estivesse isolada e (2) somando algebraicamente os campos das chapas isoladas através do princípio da superposição. De acordo com a Eq. 25-15, o módulo $E_{(+)}$ do campo elétrico criado pela chapa positiva em qualquer ponto é

$$E_{(+)} = \frac{\sigma_{(+)}}{2\epsilon_0} = \frac{6.8 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

Por analogia, o módulo $E_{(-)}$ do campo elétrico criado pela chapa negativa, em qualquer ponto é

$$E_{(-)} = \frac{\sigma_{(-)}}{2\epsilon_0} = \frac{4.3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ = 2.43 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

A Fig. 25-18b mostra os campos criados pelas chapas à esquerda das chapas (L), entre elas (B) e à direita (R) das chapas.

Os campos resultantes nestas três regiões são obtidos usando-se o princípio da superposição. À esquerda das chapas, o módulo do campo é

$$E_L = E_{(+)} - E_{(-)} \\ = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C} - 2.43 \times 10^5 \text{ N/C} \\ = 1.4 \times 10^5 \text{ N/C.} \quad (\text{Resposta})$$

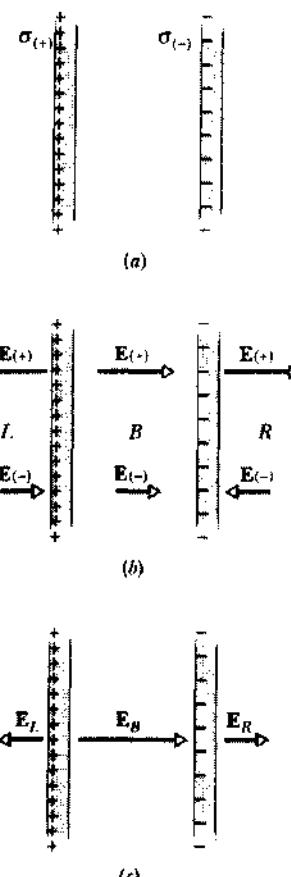


Fig. 25-18 Exemplo 25-6. (a) Duas chapas grandes e paralelas, uniformemente carregadas sobre um lado. (b) Os campos elétricos individuais criados pelas chapas carregadas. (c) O campo resultante devido às duas chapas carregadas, obtido por superposição.

Porque $E_{(+)}$ é maior que $E_{(-)}$, o campo elétrico resultante E_R nesta região aponta para a esquerda, como mostra a Fig. 25-18c. À direita das chapas, o campo elétrico E_R tem o mesmo módulo mas aponta para a direita, como mostra a Fig. 25-18c.

Entre as chapas, os dois campos se somam e temos

$$E_B = E_{(+)} + E_{(-)} \\ = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2.43 \times 10^5 \text{ N/C} \\ = 6.3 \times 10^5 \text{ N/C.} \quad (\text{Resposta})$$

O campo elétrico E_B aponta para a direita.

Note que fora da região entre as chapas, o campo elétrico é idêntico ao de uma única chapa cuja densidade superficial de carga é $\sigma_{(+)} - \sigma_{(-)}$, ou $+2.5 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$.

25-11 Lei de Gauss: Simetria Esférica

Nesta Seção, usamos a lei de Gauss para provar os dois teoremas das cascas apresentados sem prova na Seção 23-4:

Uma casca com carga uniforme atrai ou repele uma partícula carregada externa à casca, como se toda sua carga se concentrasse no seu centro.

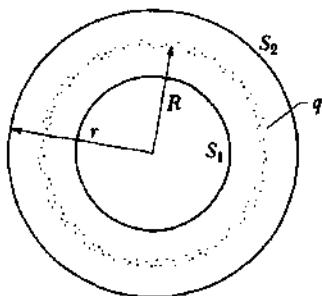


Fig. 25-19 Uma casca esférica fina, uniformemente carregada com carga total q (em seção transversal). Duas superfícies gaussianas S_1 e S_2 (também mostradas em seção transversal). A superfície S_2 envolve a casca e a superfície S_1 envolve somente o interior vazio da casca.

Uma casca com carga uniforme não exerce força eletrostática sobre uma partícula carregada que se localize no interior da casca.

A Fig. 25-19 mostra uma casca esférica de carga total q e raio R e duas superfícies esféricas gaussianas concêntricas: S_1 e S_2 . Seguindo o procedimento da Seção 25-6 e aplicando a lei de Gauss à superfície S_2 , para a qual $r \geq R$, encontramos

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{q}}{r^2} \quad (\text{casca esférica, campo em } r \geq R) \quad (25-17)$$

Este campo é idêntico ao que seria criado por uma carga puntiforme q no centro da casca. Assim, o módulo da força exercida pela casca sobre uma partícula carregada colocada fora da casca é igual ao módulo da força que seria exercida por uma carga puntiforme q colocada no centro da casca. Provamos, dessa forma, o primeiro teorema das cascas.

Aplicando a lei de Gauss à superfície S_1 , para a qual $r < R$, obtemos diretamente

$$\mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (\text{casca esférica, campo em } r < R) \quad (25-18)$$

uma vez que essa superfície gaussiana não encerra nenhuma carga. Portanto, se uma partícula carregada fosse colocada no interior da casca, esta não exerceria força eletrostática sobre ela. Provamos, assim, o segundo teorema das cascas.

Qualquer distribuição de carga esfericamente simétrica, tal como a da Fig. 25-20, pode ser construída pela juxtaposição de cascas esféricas. Para que se possa aplicar os teoremas das duas cascas, a densidade volumétrica de carga ρ deve ter um valor constante para cada uma das cascas, mas não precisa ser idêntico ao de uma casca para outra, isto é, para a distribuição de carga como um todo, ρ pode variar, mas somente com r , a distância radial ao centro. Podemos, então, examinar o efeito dessa distribuição de carga “casca por casca”.

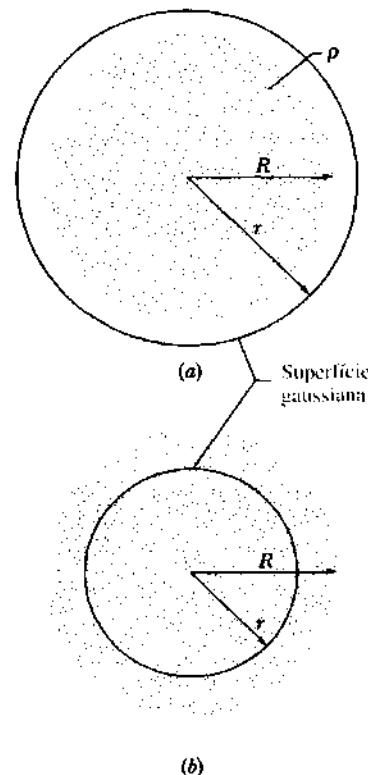


Fig. 25-20 Os pontos representam uma distribuição de carga esfericamente simétrica, de raio R sendo a densidade volumétrica de carga ρ uma função somente da distância ao centro. O objeto não é um condutor e supomos que as cargas estejam fixas em suas posições. (a) Uma superfície gaussiana esférica concêntrica com $r > R$. (b) Uma superfície gaussiana esférica concêntrica com $r < R$.

Na Fig. 25-20a, toda a carga está no interior de uma superfície gaussiana de raio r , com $r > R$. Nesse caso, a carga cria um campo elétrico como se fosse uma carga puntiforme, localizada no centro, e, assim, a Eq. 25-17 é válida.

A Fig. 25-20b mostra uma superfície gaussiana de raio r , com $r < R$. Para determinar o campo elétrico em pontos sobre a superfície gaussiana, consideraremos dois conjuntos de cascas carregadas: um conjunto dentro da superfície gaussiana e um conjunto fora. A Eq. 25-18 diz que a carga que está *fora* da superfície gaussiana não cria campo elétrico sobre ela. A Eq. 25-17 diz que a carga *encerrada* pela superfície cria um campo elétrico como se estivesse concentrada no centro. Chamando de q' a carga no interior daquela superfície, podemos reescrever a Eq. 25-17 como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{q'}{r^2} \quad (\text{distribuição esférica, campo em } r \leq R) \quad (25-19)$$

A Tabela 25-3 resume as relações entre carga e campo para as distribuições simétricas de carga que consideramos neste capítulo.

Tabela 25-3
Um Resumo de Fórmulas para Determinar o Campo Elétrico E

Situação	Fórmula para E	Observações	Equação
Condutor carregado	σ/ϵ_0 0	Sobre a superfície do condutor, densidade de carga local σ Dentro do condutor	25-12
Carga puntiforme	$q/4\pi\epsilon_0 r^2$		25-11
Casca esférica	$q/4\pi\epsilon_0 r^2$ 0	Fora da casca Dentro da casca	25-17 25-18
Linha infinita de carga	$\lambda/2\pi\epsilon_0 r$	Densidade de carga constante λ	25-14
Chapa infinita não-condutora	$\sigma/2\epsilon_0$	Densidade de carga constante σ	25-15
Placa infinita condutora	σ/ϵ_0	Fora da placa, densidade de carga constante σ	25-16

EXEMPLO 25-7 O núcleo de um átomo de ouro tem um raio $R = 6.2 \times 10^{-15} \text{ m}$ e uma carga positiva $q = Ze$, em que o número atômico Z do ouro é 79. Faça um gráfico do módulo do campo elétrico, a partir do centro do núcleo do ouro, até uma distância de aproximadamente duas vezes o seu raio. Suponha que o núcleo seja esférico e que a carga esteja uniformemente distribuída através do seu volume.

Solução A carga total do núcleo vale

$$q = Ze = (79)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 1.264 \times 10^{-17} \text{ C}.$$

Fora do núcleo, a situação está representada pela Fig. 25-20a e pela Eq. 25-17. Desta equação temos, para um ponto sobre a superfície do núcleo,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \\ &= \frac{1.264 \times 10^{-17} \text{ C}}{(4\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(6.2 \times 10^{-15} \text{ m})^2} \\ &= 3.0 \times 10^{21} \text{ N/C}. \end{aligned}$$

Dentro do núcleo, a Fig. 25-20b e a Eq. 25-19 se aplicam. Seja q' a carga encerrada pela esfera de raio $r \leq R$. Como a carga está distribuída uniformemente pelo volume do núcleo, a carga encerrada pela esfera é proporcional ao volume da esfera. Segue que

$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \quad (25-20)$$

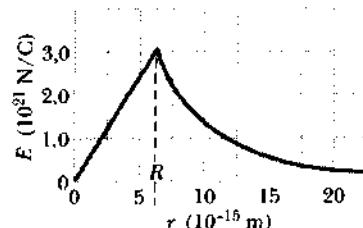


Fig. 25-21 A variação do campo elétrico com a distância ao centro para o núcleo de um átomo de ouro. Supomos que a carga positiva esteja uniformemente distribuída através do volume do núcleo.

de onde tiramos

$$q' = q \frac{r^3}{R^3}.$$

Substituindo-se este resultado na Eq. 25-19, encontramos

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r. \quad (25-21)$$

A grandeza entre parênteses, portanto, é uma constante dentro do núcleo. E é diretamente proporcional a r , sendo zero no centro do núcleo. Comparando-se as Eqs. 25-21 e 25-17, vemos que elas dão o mesmo resultado — calculado acima — para $r = R$. Tal resultado significa que as equações para “dentro” e para “fora” (Eqs. 25-19 e 25-17) são compatíveis onde ambas se aplicam. A Fig. 25-21 mostra esses resultados graficamente.

RESUMO

Lei de Gauss

A lei de Gauss e a lei de Coulomb, embora expressas de formas diferentes, constituem modos equivalentes de descrever a relação entre a carga e o campo elétrico em situações estáticas. A lei de Gauss é

$$\epsilon_0 \Phi = q \quad (\text{lei de Gauss}), \quad (25-7)$$

onde q é a carga líquida dentro de uma superfície imaginária fechada (uma **superfície gaussiana**) e Φ é o fluxo líquido do campo elétrico através da superfície:

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana}). \quad (25-5)$$

A Lei de Gauss e a Lei de Coulomb

A lei de Coulomb pode ser facilmente deduzida da lei de Gauss. A verificação experimental da lei de Gauss — e, assim, da lei de Coulomb — mostra que o expoente de r na lei de Coulomb é exatamente 2 com uma incerteza experimental menor que 1×10^{-16} .

Usando a lei de Gauss e, em alguns casos, argumentos de simetria, podemos deduzir vários resultados importantes em situações eletrostáticas:

1. Uma carga em excesso sobre um *condutor isolado* está totalmente localizada sobre a superfície externa do condutor.
2. O campo elétrico próximo à *superfície de um condutor carregado* é perpendicular à superfície e tem módulo

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{superfície condutora}). \quad (25-12)$$

3. O campo elétrico, num ponto, criado por uma *linha infinita de carga*, com densidade linear de carga constante λ , está numa direção perpendicular à linha de carga e tem módulo

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ (linha de carga).} \quad (25-14)$$

onde r é a distância perpendicular da linha de carga ao ponto.

4. O campo elétrico criado por uma *chapa infinita* (ou plano infinito) de carga com densidade superficial de carga constante σ é perpendicular ao plano da chapa e tem módulo

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ (chapa, ou plano, de carga).} \quad (25-15)$$

5. O campo elétrico fora de uma *casca esférica de carga*, de raio R e carga total q , tem direção radial e módulo

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ (casca esférica, para } r \geq R\text{).} \quad (25-17)$$

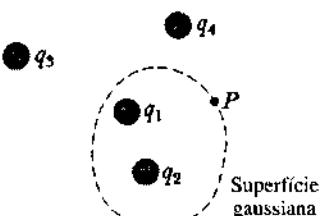
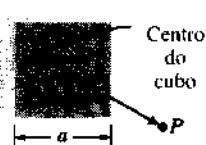
A carga se comporta para pontos externos como se estivesse concentrada no centro da casca. O campo *dentro* de uma casca esférica uniformemente carregada é exatamente zero:

$$E = 0 \text{ (casca esférica, para } r < R\text{).} \quad (25-18)$$

6. O campo elétrico *dentro* de uma *esfera uniformemente carregada* tem direção radial e módulo

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r. \quad (25-21)$$

QUESTIONÁRIO

1. Em que se baseia a afirmação de que as linhas do campo elétrico começam e terminam sobre cargas elétricas?
2. As cargas positivas são, algumas vezes, chamadas "fontes" e as cargas negativas "sorvedouros" do campo elétrico. Como você justificaria essa terminologia? Existem fontes e/ou sorvedouros do campo gravitacional?
3. A lei de Gauss pode ser reescrita de modo que seja válida para o fluxo de água? Considere várias superfícies gaussianas interceptando ou envolvendo um jato d'água ou uma queda d'água, de diversas maneiras. O que corresponderia às cargas positivas e negativas nesse caso?
4. Considere uma superfície gaussiana envolvendo parte da distribuição de cargas positivas mostrada na Fig. 25-22. (a) Quais são as cargas que contribuem para o campo elétrico no ponto P ? (b) O valor obtido para o fluxo através da superfície, calculado, usando-se somente os campos elétricos devidos a q_1 e q_2 , seria maior, igual ou menor que o valor obtido usando-se o campo total?
- 
- Fig. 25-22 Questão 4.
5. Uma carga puntiforme é colocada no centro de uma superfície gaussiana esférica. O valor do fluxo Φ mudará se (a) a esfera for substituída por um cubo de mesmo volume; (b) a esfera for substituída por um cubo de volume dez vezes menor; (c) a carga for afastada do centro da esfera, permanecendo, entretanto, no seu interior; (d) a carga for deslocada para imediatamente fora da esfera; (e) uma segunda carga for colocada próximo, e fora, da esfera; (f) uma segunda for colocada dentro da esfera?
6. Uma superfície envolve um dipolo elétrico. O que você pode dizer sobre o fluxo elétrico líquido através dessa superfície?
7. Suponha que a carga líquida contida numa superfície gaussiana seja nula. Podemos concluir da lei de Gauss que E é igual a zero em todos os pontos sobre a superfície? A recíproca é verdadeira, ou seja, se o campo elétrico E for nulo em todos os pontos sobre a superfície, a lei de Gauss exige que a carga líquida dentro da superfície seja nula?
8. A lei de Gauss seria útil no cálculo do campo devido a três cargas puntiformes iguais localizadas nos vértices de um triângulo equilátero? Explique.
9. Uma carga total Q está distribuída uniformemente através de um cubo cuja aresta mede a . Podemos dizer que o módulo do campo elétrico resultante, num ponto externo P , a uma distância r do centro do cubo, é dado por $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$? Veja a Fig. 25-23. Caso contrário, podemos determinar E construindo uma superfície gaussiana cúbica "concêntrica"? Se a resposta for "não", justifique. Podemos dizer alguma coisa sobre E no caso de $r \gg a$?
- 
- Fig. 25-23 Questão 9.
10. Será E necessariamente nulo, no interior de um balão de borracha (isolante) carregado, se o balão for (a) esférico ou (b) do formato de uma salsicha? Para cada forma, suponha que a carga esteja uniformemente distribuída sobre a superfície. De que modo a situação mudaria, se o balão tivesse uma fina camada de tinta condutora sobre a sua superfície externa?
11. Um balão esférico de borracha tem uma carga uniformemente distribuída sobre a sua superfície. Enquanto o balão é inflado, de que modo E varia para pontos (a) dentro do balão, (b) na superfície do balão e (c) fora do balão?
12. Na Seção 25-6 vimos que a lei de Coulomb pode ser deduzida da lei de Gauss. Isso significa que necessariamente a lei de Gauss pode ser deduzida da lei de Coulomb?

13. Um condutor grande, oco e isolado está carregado positivamente. Uma pequena bola metálica com carga negativa de mesmo módulo, suspensa por um fio, é introduzida no condutor através de uma pequena abertura existente no seu topo. A bola é conduzida a tocar na superfície interna do condutor, sendo, a seguir, retirada. Qual é, na sequência, a carga sobre (a) a superfície interna do condutor, (b) a superfície externa do condutor e (c) a bola?

14. Podemos deduzir, a partir dos argumentos apresentados na Seção 25-7, que os elétrons da fração elétrica de uma casa se deslocam ao longo das superfícies dos fios quando a corrente está passando? Caso contrário, por que não?

15. De acordo com a lei de Gauss, como se aplicou na Seção 25-7, é necessário que todos os elétrons de condução num condutor isolado estejam sobre sua superfície?

16. Suponha que se tenha uma superfície gaussiana na forma de uma rosca e que ela envolva uma única carga puntiforme. A lei de Gauss é válida? Se não for, explique o porquê. Se a resposta for afirmativa, existe simetria suficiente para aplicarmos a lei de Gauss com sucesso?

17. Uma carga puntiforme positiva q é colocada no centro de uma esfera metálica oca. Que cargas aparecem sobre (a) a superfície interna e

(b) a superfície externa da esfera? (c) Se aproximarmos da esfera um objeto metálico (descarregado), suas respostas aos itens (a) e (b) serão alteradas? Tal aproximação vai alterar a distribuição da carga sobre a esfera?

18. Explique por que a simetria da Fig. 25-13 nos restringe à consideração de que \mathbf{E} só tem componentes radiais.

19. Na Seção 25-9, a carga *total* sobre uma barra infinita é infinita. Por que E também não é infinito? Afinal, de acordo com a lei de Gauss, se q for infinito, E também o será.

20. Explique por que a simetria da Fig. 25-16 nos restringe à consideração de que \mathbf{E} só tem componentes perpendiculares à chapa? Por que, por exemplo, \mathbf{E} não poderia ter componentes paralelos à chapa?

21. O campo criado por uma chapa infinita uniformemente carregada tem a mesma intensidade em todos os pontos, não importando quão distantes eles estejam da chapa. Explique como isto pode ocorrer contrariando a lei de Coulomb do inverso do quadrado.

22. Explique por que a simetria esférica da Fig. 25-7 nos restringe à consideração de que \mathbf{E} só tem componentes radiais.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 25-3 Fluxo

1E. Num canal de irrigação, de largura $w = 3,22\text{ m}$ e profundidade $d = 1,04\text{ m}$, a água flui com uma velocidade escalar de $0,207\text{ m/s}$. O *fluxo de massa* da água escorrendo através de uma superfície imaginária é o produto entre a densidade da água (1.000 kg/m^3) e seu fluxo de volume através daquela superfície. Determine o fluxo de massa através das seguintes superfícies imaginárias: (a) uma superfície de área wd , inteiramente na água, perpendicular ao fluxo; (b) uma superfície com área $3wd/2$, da qual wd está na água, perpendicular ao fluxo; (c) uma superfície de área $wd/2$, inteiramente na água, perpendicular ao fluxo; (d) uma superfície de área wd , metade na água e metade fora, perpendicular ao fluxo; (e) uma superfície de área wd , inteiramente na água, com sua normal fazendo um ângulo de 34° com a direção do fluxo.

Seção 25-4 Fluxo do Campo Elétrico

2E. A superfície quadrada na Fig. 25-24 tem 3.2 mm de lado. Ela está imersa num campo elétrico uniforme com $E = 1.800\text{ N/C}$. As linhas do campo fazem um ângulo de 35° com a normal “apontando para fora”, como é mostrado. Calcular o fluxo através da superfície.

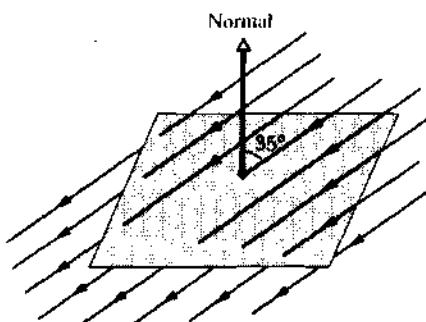


Fig. 25-24 Exercício 2.

3E. Um cubo com $1,40\text{ m}$ de aresta está orientado, como é mostrado na Fig. 25-25, numa região de campo elétrico uniforme. Determine o fluxo elétrico através da face direita se o campo elétrico, em newtons por

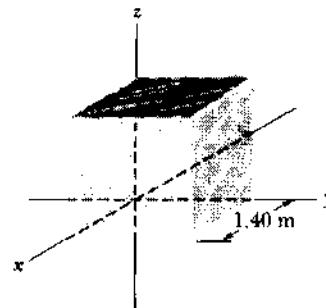


Fig. 25-25 Exercício 3 e Problema 12.

coulomb, for dado por (a) $6,00\mathbf{i}$, (b) $-2,00\mathbf{j}$ e (c) $-3,00\mathbf{i} + 4,00\mathbf{k}$, (d) 0 . Qual é o fluxo total através do cubo para cada um dos campos?

4P. Calcule Φ através (a) da base plana e (b) da superfície curvada de um hemisfério de raio R . O campo \mathbf{E} é uniforme e perpendicular à base plana do hemisfério e as linhas do campo entram através da base plana.

Seção 25-5 Lei de Gauss

5E. Quatro cargas, $2q$, q , $-q$ e $-2q$, estão dispostas nos vértices de um quadrado, como mostra a Fig. 25-26. Descreva, se possível, uma superfície fechada que envolva a carga $2q$ e através da qual o fluxo líquido seja (a) 0 , (b) $+3q/\epsilon_0$ e (c) $-2q/\epsilon_0$.

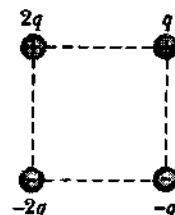


Fig. 25-26 Exercício 5.

6E. A carga de um condutor neutro é separada pela aproximação de uma barra carregada positivamente, como mostra a Fig. 25-27. Qual é o fluxo através de cada uma das cinco superfícies gaussianas mostradas em seção transversal? Suponha que as cargas envolvidas por S_1 , S_2 e S_3 , sejam iguais em módulo.

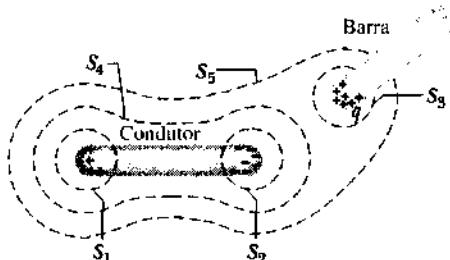


Fig. 25-27 Exercício 6.

7E. Uma carga puntiforme de $1.8 \mu\text{C}$ está no centro de uma superfície gaussiana cúbica com 55 cm de aresta. Qual é o fluxo elétrico líquido através da superfície?

8E. O fluxo elétrico líquido através de cada face de um dado tem um módulo em unidades de $10^1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$ que é exatamente igual ao número de pontos sobre a face (1 até 6). O fluxo é para dentro em relação às faces de numeração ímpar e para fora em relação às de numeração par. Qual é a carga líquida dentro do dado?

9E. Na Fig. 25-28, uma carga puntiforme $+q$ está a uma distância $d/2$ diretamente acima do centro de um quadrado de lado d . Qual é o fluxo elétrico através do quadrado? (Sugestão: Pense no quadrado como uma das faces de um cubo de aresta d .)

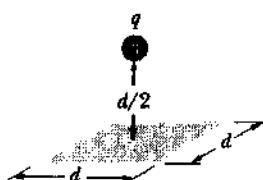


Fig. 25-28 Exercício 9.

10E. Uma rede de caçar borboletas está num campo elétrico uniforme, como mostra a Fig. 25-29. A borda da rede, um círculo de raio a , está colocada perpendicularmente ao campo. Determine o fluxo elétrico através da rede.

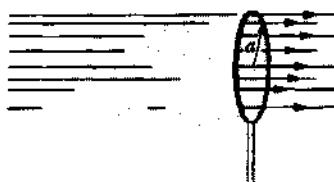


Fig. 25-29 Exercício 10.

11P. Determinou-se, experimentalmente, que o campo elétrico numa certa região da atmosfera terrestre, está dirigido verticalmente para baixo. Numa altitude de 300 m, o campo tem módulo de $60,0 \text{ N/C}$; e numa altitude de 200 m, 100 N/C . Determine a carga líquida contida num cubo

de 100 m de aresta, com as faces horizontais nas altitudes de 200 e 300 m. Despreze a curvatura da Terra.

12P. Determine o fluxo líquido através do cubo do Exercício 3 e Fig. 25-25 se o campo elétrico for dado por (a) $\mathbf{E} = 3,00 \mathbf{\hat{y}}$ e (b) $\mathbf{E} = -4,00\mathbf{i} + (6,00 + 3,00\mathbf{\hat{y}})\mathbf{\hat{j}}$. E é dado em newtons por coulomb, e y em metros. (c) Em cada caso, qual é a quantidade de carga dentro do cubo?

13P. Uma carga puntiforme q está colocada num dos vértices de um cubo de aresta a . Qual é o fluxo através de cada uma das faces do cubo? (Sugestão: Use a lei de Gauss e argumentos de simetria.)

14P. “A lei de Gauss para a gravitação” é

$$\frac{1}{4\pi G} \Phi_g = \frac{1}{4\pi G} \oint \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A} = -m,$$

na qual Φ_g é o fluxo do campo gravitacional \mathbf{g} através de uma superfície gaussiana que envolve a massa m . O campo \mathbf{g} é definido como a aceleração de partícula teste sobre a qual a massa m exerce uma força gravitacional. Deduza a lei da gravitação de Newton a partir dela. Qual é o significado do sinal “menos”?

Seção 25-7 Um Condutor Carregado Isolado

15E. O campo elétrico imediatamente acima da superfície de um tambor carregado de uma máquina de fotocópias, tem um módulo E de $2,3 \times 10^5 \text{ N/C}$. Qual é a densidade superficial de carga sobre o tambor, sendo ele um condutor?

16E. Uma esfera condutora uniformemente carregada, de 1,2 m de diâmetro, possui uma densidade superficial de carga de $8,1 \mu\text{C/m}^2$. (a) Determine a carga sobre a esfera. (b) Qual é o fluxo elétrico total que está saindo da superfície da esfera?

17E. Veículos espaciais, viajando através dos “cinturões de radiação” da Terra, podem interceptar um número significativo de elétrons. A carga resultante acumulada pode danificar componentes eletrônicos e interromper operações. Suponha que um satélite metálico de forma esférica com 1,3 m de diâmetro acumule $2,4 \mu\text{C}$ de carga numa rotação orbital. (a) Determine a densidade superficial de carga resultante. (b) Calcule o módulo do campo elétrico resultante, imediatamente fora da superfície do satélite, devido à carga superficial.

18E. Uma esfera condutora com carga Q é envolvida por uma casca esférica condutora. (a) Qual é a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (b) Uma outra carga q é colocada fora da casca. Qual é então a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (c) Se a carga q for deslocada para uma posição entre a casca e a esfera, qual será a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (d) Suas respostas seriam válidas se a esfera e a casca não fossem concêntricas?

19P. Um condutor isolado de forma arbitrária tem uma carga líquida de $+10 \times 10^{-6} \text{ C}$. Dentro do condutor existe uma cavidade, no interior da qual está uma carga puntiforme $q = +3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$. Qual é a carga (a) sobre a parede da cavidade e (b) sobre a superfície externa do condutor?

20P. Um condutor de forma irregular possui em seu interior uma cavidade também irregular. Uma carga q é colocada sobre o condutor, mas não há carga dentro da cavidade. Mostre que não há carga líquida sobre a parede da cavidade.

Seção 25-9 Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica

21E. Uma linha infinita de carga produz um campo de $4,5 \times 10^4 \text{ N/C}$ a uma distância de 2,0 m. Calcule a densidade linear de carga.

22E. (a) O tambor da máquina de fotocópias do Exercício 15 tem um comprimento de 42 cm e um diâmetro de 12 cm. Qual é a carga total

sobre o tambor? (b) O fabricante da máquina deseja produzir um modelo menor. Tal fato requer a redução do tamanho do tambor para 28 cm de comprimento e 8,0 cm de diâmetro. O campo elétrico na superfície do tambor deve permanecer inalterado. Qual deve ser a carga sobre este novo tambor?

23P. A Fig. 25-30 mostra uma seção através de um tubo longo metálico, cujas paredes são finas. O tubo tem um raio R e uma carga por unidade de comprimento λ sobre a sua superfície. Obtenha expressões para E em função da distância r ao eixo do tubo, considerando: (a) $r > R$ e (b) $r < R$. Faça um gráfico de seus resultados na faixa de $r = 0$ até $r = 5,0$ cm, supondo que $\lambda = 2,0 \times 10^{-8}$ C/m e $R = 3,0$ cm. (Sugestão: Use superfícies gaussianas cilíndricas, coaxiais com o tubo metálico.)

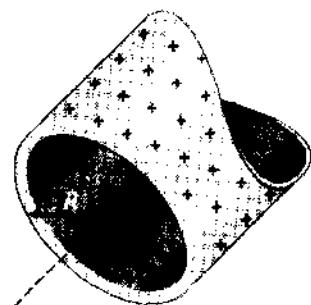


Fig. 25-30 Problema 23.

24P. A Fig. 25-31 mostra uma seção através de dois longos e finos cilindros concêntricos de raios a e b com $a < b$. Os cilindros possuem cargas iguais e opostas por unidade de comprimento λ . Usando a lei de Gauss, prove que (a) $E = 0$ para $r < a$ e (b) entre os cilindros, isto é, para $a < r < b$.

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

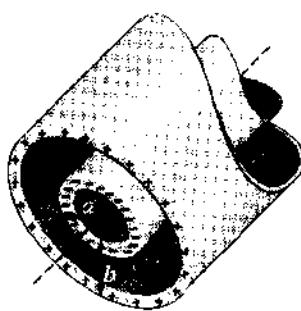


Fig. 25-31 Problema 24.

25P. Um fio reto longo tem uma carga negativa fixa com uma densidade linear de carga de módulo $3,6 \text{ nC/m}$. O fio é envolvido por um cilindro não-condutor, fino, de raio externo 1,5 cm, co-axial com o fio. O cilindro carregado positivamente sobre sua superfície externa deve ter uma densidade superficial de carga σ de um valor tal que o campo elétrico resultante fora do cilindro seja zero. Determine o valor necessário de σ .

26P. A Fig. 25-32 mostra um contador Geiger, dispositivo usado para detectar radiação ionizante (radiação que causa a ionização de átomos). O contador consiste em um fio central, fino, carregado positivamente, circundado por um cilindro condutor circular concêntrico, com uma carga igual negativa. Desse modo, um forte campo elétrico radial é criado no interior do cilindro. O cilindro contém um gás inerte a baixa pressão.

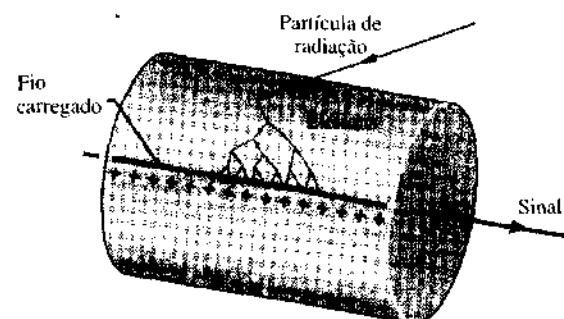


Fig. 25-32 Problema 26.

Quando uma partícula de radiação entra no dispositivo através da parede do cilindro, ioniza alguns átomos do gás. Os elétrons livres resultantes são atraídos para o fio positivo. Entretanto, o campo elétrico é tão intenso que, entre as colisões com outros átomos do gás, os elétrons livres ganham energia suficiente para ionizá-los também. Criam-se, assim, mais elétrons livres, processo que se repete até os elétrons alcançarem o fio. A "avalanche" de elétrons é coletada pelo fio, gerando um sinal usado para registrar a passagem da partícula de radiação. Suponha que o raio do fio central seja de $25 \mu\text{m}$; o raio do cilindro, 1,4 cm; o comprimento do tubo, 16 cm. Se o campo elétrico na parede interna do cilindro for de $2,9 \times 10^3$ N/C, qual será a carga total positiva sobre o fio central?

27P. Uma barra cilíndrica condutora, muito longa, de comprimento L , com uma carga total $+q$, é circundada por uma casca cilíndrica condutora (também de comprimento L), com carga total $-2q$, como é mostrado em seção transversal na Fig. 25-33. Use a lei de Gauss para determinar (a) o campo elétrico em pontos fora da casca condutora, (b) a distribuição de carga sobre a casca condutora e (c) o campo elétrico na região entre a casca e a barra.

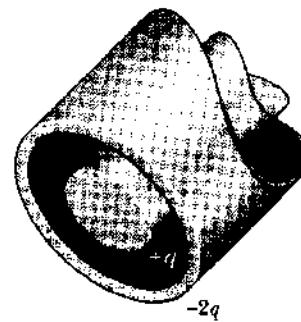


Fig. 25-33 Problema 27.

28P. Dois cilindros carregados, longos e concêntricos, têm raios de 3,0 cm e 6,0 cm. A carga por unidade de comprimento sobre o cilindro interno é $5,0 \times 10^{-6}$ C/m, e sobre o cilindro externo é de $-7,0 \times 10^{-6}$ C/m. Determine o campo elétrico em (a) $r = 4,0$ cm e (b) $r = 8,0$ cm, onde r é a distância radial ao eixo central dos cilindros.

29P. Um pósitron, de carga $1,60 \times 10^{-19}$ C, descreve uma trajetória circular de raio r , entre os dois cilindros concêntricos do Problema 24. Qual deve ser a sua energia cinética K em elétrons-volts? Suponha que $a = 2,0$ cm, $b = 3,0$ cm, e $\lambda = 30 \text{ nC/m}$.

30P. Uma carga está uniformemente distribuída através do volume de um cilindro infinitamente longo de raio R . (a) Mostre que E a uma distância r do eixo do cilindro ($r < R$) é dado por

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0},$$

onde ρ é a densidade volumétrica de carga. (b) Escreva uma expressão para E a uma distância $r > R$.

Seção 25-10 Lei de Gauss: Simetria Plana

31E. A Fig. 25-34 mostra duas chapas não-condutoras, grandes e paralelas, com distribuições idênticas de carga positiva. Qual é o valor de E para pontos (a) à esquerda das chapas, (b) entre elas e (c) à direita delas?

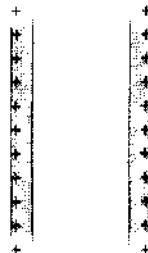


Fig. 25-34 Exercício 31.

32E. Uma placa metálica quadrada de 8,0 cm de lado e espessura desprezível tem uma carga total de $6,0 \times 10^{-6}$ C. (a) Estime o módulo E do campo elétrico imediatamente fora do centro da placa (a uma distância, digamos, de 0,50 mm), supondo que a carga esteja uniformemente distribuída sobre as duas faces da placa. (b) Estime E a uma distância de 30 m (relativamente grande, comparada ao tamanho da placa), supondo que a placa seja uma carga puntiforme.

33E. Uma superfície plana grande, não-condutora, tem uma densidade de carga uniforme σ . Um pequeno furo circular de raio R está situado bem no meio da chapa, como mostra a Fig. 25-35. Despreze a distorção das linhas do campo ao redor das bordas, e calcule o campo elétrico no ponto P , a uma distância z do centro do furo, ao longo de seu eixo. (Sugestão: Veja a Eq. 24-27 e use o princípio da superposição.)

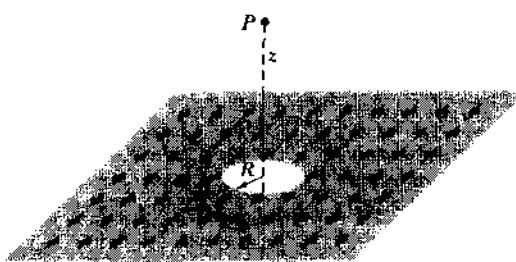


Fig. 25-35 Exercício 33.

34P. Na Fig. 25-36, uma pequena bola, não-condutora, de massa $m = 1,0 \text{ mg}$ e carga $q = 2,0 \times 10^{-8}$ C uniformemente distribuída, está suspensa de um fio isolante que faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ com uma chapa não-condutora, vertical, uniformemente carregada. Considerando o peso da bola e supondo a chapa extensa, calcule a densidade superficial de carga σ da chapa.

35P. Um elétron é projetado diretamente sobre o centro de uma grande placa metálica, carregada negativamente com uma densidade superficial de carga de módulo $2,0 \times 10^{-6}$ C/m². Sabendo-se que a energia cinética inicial do elétron é de 100 eV e que ele pára (devido à repulsão eletrostática) imediatamente antes de alcançar a placa, a que distância da placa ele foi lançado?

36P. Duas extensas placas metálicas, estão paralelas e próximas uma da outra, como mostra a Fig. 25-37. Sobre suas faces internas, as placas

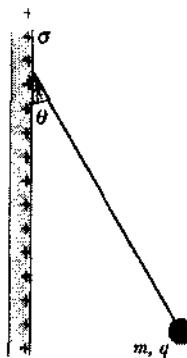


Fig. 25-36 Problema 34.

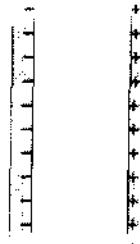


Fig. 25-37 Problema 36.

têm densidades superficiais de carga de sinais opostos e de módulo $7,0 \times 10^{-22}$ C/m². Qual é o valor de E para pontos (a) à esquerda das placas, (b) à direita delas e (c) entre as mesmas?

37P. Duas extensas placas metálicas de área 1,0 m² estão dispostas paralelamente uma à outra. Elas estão separadas pela distância de 5,0 cm e possuem cargas iguais, mas de sinais opostos sobre suas faces internas. Sabendo-se que E entre as placas é de 55 N/C, qual o módulo das cargas sobre as placas? Despreze o efeito de bordas.

38P. Numa experiência de laboratório, o peso de um elétron é equilibrado pela força exercida sobre ele por um campo elétrico. Sabendo-se que o campo elétrico é criado por duas placas não-condutoras, extensas e paralelas, carregadas com cargas de mesmo módulo e sinais opostos, e separadas pela distância de 2,3 cm, (a) qual é o módulo da densidade superficial de carga, suposta constante sobre as placas, e (b) em que direção aponta o campo?

39P.* Uma chapa plana, de espessura d , tem uma densidade volumétrica de carga constante ρ . Determine o módulo do campo elétrico em todos os pontos do espaço, tanto (a) dentro como (b) fora da chapa, em termos de λ , a distância medida a partir do plano central da chapa.

Seção 25-11 Lei de Gauss: Simetria Esférica

40E. Uma esfera condutora de 10 cm de raio possui uma carga de valor desconhecido. Sabendo-se que o campo elétrico a distância de 15 cm do centro da esfera tem módulo igual a $3,0 \times 10^3$ N/C e aponta radialmente para dentro, qual é a carga líquida sobre a esfera?

41E. Uma carga puntiforme produz um fluxo elétrico de $-750 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$ através de uma superfície gaussiana esférica de 10 cm de raio centrada na carga. (a) Se o raio da superfície gaussiana fosse dobrado, qual seria o fluxo através da superfície? (b) Qual é o valor da carga puntiforme?

42E. Uma esfera metálica de parede fina tem um raio de 25 cm e uma carga de $2,0 \times 10^{-7}$ C. Determine E para um ponto (a) dentro da esfera, (b) imediatamente fora da esfera e (c) a 3,0 m do centro da esfera.

43E. Duas esferas concêntricas carregadas têm raios de 10,0 cm e 15,0 cm. A carga sobre a esfera interna é de $4,00 \times 10^{-8}$ C e sobre a esfera externa é de $2,00 \times 10^{-8}$ C. Determine o campo elétrico (a) em $r = 12,0$ cm e (b) em $r = 20,0$ cm.

44E. Uma casca fina esférica metálica de raio a tem uma carga q_a . Concêntrica com ela está uma outra casca fina, esférica, metálica de raio b (onde $b > a$) e carga q_b . Determine o campo elétrico em pontos radiais r onde (a) $r < a$, (b) $a < r < b$ e (c) $r > b$. (d) Discuta o critério que poderia ser usado para determinar a forma como as cargas estão distribuídas pelas superfícies interna e externa das cascas.

45E. Num trabalho escrito em 1911, Ernest Rutherford disse: "Para se ter alguma idéia das forças necessárias para desviar uma partícula α através de um grande ângulo, considere um átomo contendo uma carga puntiforme positiva Ze no seu centro e circundada por uma distribuição de eletricidade negativa, $-Ze$, uniformemente distribuída dentro de uma esfera de raio R . O campo elétrico E_{ext} a uma distância r do centro para um ponto dentro do átomo é

$$E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right).$$

Verifique esta equação.

46E. A Eq. 25-12 ($E = \sigma/\epsilon_0$) nos dá o campo elétrico para pontos próximos de uma superfície condutora carregada. Aplique-a a uma esfera condutora de raio r e carga q , e mostre que o campo elétrico fora da esfera é idêntico ao campo de uma carga puntiforme situada no centro da esfera.

47P. Uma casca esférica, fina e descarregada, tem uma carga puntiforme q em seu centro. Deduza expressões para o campo elétrico (a) no interior da casca e (b) fora da casca, usando a lei de Gauss. (c) A casca tem alguma influência sobre o campo criado por q ? (d) A presença da carga q tem alguma influência sobre a distribuição de carga da casca? (e) Se uma segunda carga puntiforme for colocada do lado de fora da casca, ela sofrerá a ação de alguma força? (f) A carga interna sofre ação de alguma força? (g) Existe alguma contradição com a terceira lei de Newton? Justifique sua resposta.

48P. A Fig. 25-38 mostra uma esfera, de raio a e carga $+q$ uniformemente distribuída através de seu volume, concêntrica com uma casca esférica condutora de raio interno b e raio externo c . A casca tem uma carga líquida de $-q$. Determine expressões para o campo elétrico em função do raio r (a) dentro da esfera ($r < a$); (b) entre a esfera e a casca ($a < r < b$); (c) no interior da casca ($b < r < c$); e (d) fora da casca ($r > c$). (e) Quais são as cargas sobre as superfícies interna e externa da casca?

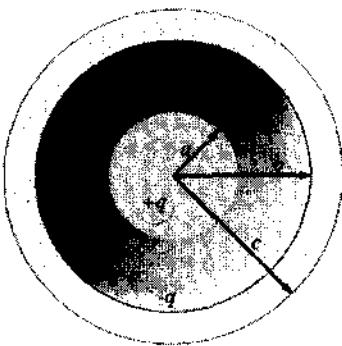


Fig. 25-38 Problema 48.

49P. A Fig. 25-39 mostra uma casca esférica com densidade volumétrica de carga constante ρ . Faça um gráfico mostrando a variação de E com

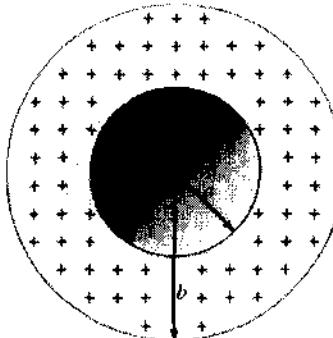


Fig. 25-39 Problema 49.

a distância r ao centro da casca desde zero até 30 cm. Suponha que $\rho = 1,0 \times 10^{-6}$ C/m³, $a = 10$ cm e $b = 20$ cm.

50P. A Fig. 25-40 mostra uma carga puntiforme $q = 1,0 \times 10^{-7}$ C, no centro de uma cavidade esférica de raio 3,0 cm existente numa peça de metal. Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico (a) no ponto P_1 , a meia distância entre o centro e a superfície da cavidade e (b) no ponto P_2 .

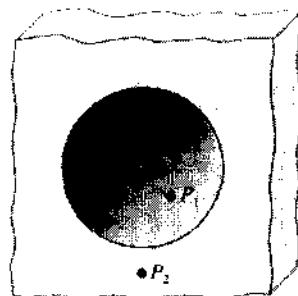


Fig. 25-40 Problema 50.

51P. Um próton descreve um movimento circular com velocidade escalar $v = 3,00 \times 10^6$ m/s ao redor e imediatamente fora de uma esfera carregada de raio $r = 1,00$ cm. Qual é a carga sobre a esfera?

52P. Uma esfera maciça, não-condutora, de raio R , tem uma distribuição de carga não-uniforme de densidade volumétrica dada por $\rho = \rho_0 r/R$, onde ρ_0 é uma constante e r é a distância ao centro da esfera. Mostre que (a) a carga total da esfera é $Q = \pi\rho_0 R^3$ e (b) o campo elétrico dentro da esfera tem módulo dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^4} r^2.$$

53P. Na Fig. 25-41, uma casca esférica não-condutora, com raio interno a e raio externo b , tem uma densidade volumétrica de carga $\rho = A/r$, onde A é uma constante e r é a distância ao centro da casca. Além disso, uma carga puntiforme q está localizada no centro. Qual deve ser o valor de A para que o campo elétrico na casca ($a \leq r \leq b$) tenha módulo constante? (Sugestão: A depende de a mas não de b .)

54P*. Uma esfera não-condutora tem uma densidade volumétrica de carga ρ . Seja \mathbf{r} o vetor que vai do centro da esfera até um ponto genérico P dentro da esfera. (a) Mostre que o campo elétrico em P é dado por $\mathbf{E} = \rho\mathbf{r}/3\epsilon_0$. (Note que o resultado é independente do raio da esfera.) (b) Uma cavidade esférica é aberta na esfera como nos mostra a Fig. 25-42.

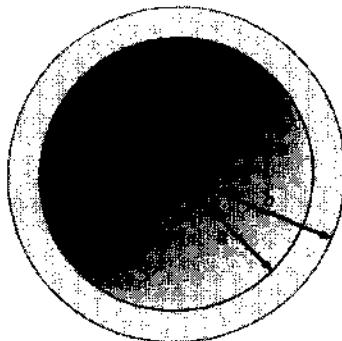


Fig. 25-41 Problema 53.

Usando conceitos de superposição, mostre que o campo elétrico em todos os pontos dentro da cavidade é $E = \rho a / 3\epsilon_0$ (campo uniforme), onde \mathbf{a} é o vetor posição apontando do centro da esfera para o centro da cavidade. (Note que o resultado é independente dos raios da esfera e da cavidade.)



Fig. 25-42 Problema 54.

55P*. Mostre que o equilíbrio estável é impossível se as únicas forças atuantes forem forças eletrostáticas. (Sugestão) Suponha que uma carga $+q$ fique em equilíbrio estável ao ser colocada num certo ponto P num campo elétrico \mathbf{E} . Desenhe uma superfície gaussiana esférica em torno de P , imagine como \mathbf{E} deve estar apontando sobre esta superfície, e aplique a lei de Gauss para mostrar que a suposição leva a uma contradição.) Esse resultado é conhecido como teorema de Earnshaw.

PROBLEMAS ADICIONAIS

56. Uma distribuição de carga esfericamente simétrica, não-uniforme, produz um campo elétrico de módulo $E = Kr^4$, orientado radialmente para fora da esfera. Na expressão, r é a distância ao centro da esfera. Qual é a densidade volumétrica de carga da distribuição?

57. Um átomo de hidrogênio pode ser considerado possuidor de um próton central de carga (puntiforme) positiva e e um elétron de carga negativa $-e$, distribuída ao redor do próton de acordo com a densidade volumétrica de carga $\rho = A \exp(-2r/a_0)$. Nesta expressão, A é uma constante, $a_0 = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ é o *raio de Bohr* e r é a distância ao centro do átomo. (a) Usando o fato de que o hidrogênio é eletricamente neutro, determine A . (b) A seguir, determine o campo elétrico produzido pelo átomo a uma distância igual ao raio de Bohr.

58. Num modelo antigo do átomo de hidrogênio, a carga $+e$ do próton está uniformemente distribuída sobre uma esfera de raio a_p , tendo em seu centro o elétron de carga $-e$ e massa m . (a) Se o elétron fosse deslocado do centro até uma distância $r \leq a_p$, qual seria a força eletrostática sobre ele nessa posição? (b) Qual seria a frequência angular de oscilação do elétron, em torno do centro do átomo, ao ser liberado naquela posição?

59. Quando uma esfera metálica, eletricamente neutra, de raio a , está imersa num campo elétrico uniforme de módulo E , encontra-se que a densidade superficial de carga induzida sobre a esfera é $\sigma = 3\epsilon_0 E \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre a direção de \mathbf{E} e o raio até P (Fig. 25-43). Mostre, integrando σ na superfície da esfera, que o fluxo elétrico total originando e terminando sobre a esfera é nulo.

60. Uma carga $+q$ colocada a uma distância a de um plano condutor infinito, induz carga sobre o plano com uma densidade superficial $\sigma = -q a / (2\pi r^3)$, onde r é a distância da carga $+q$ até um ponto sobre o plano (veja a Fig. 25-44). Quais são (a) o módulo E do campo elétrico normal ao plano, tendo em vista carga induzida e (b) a carga total induzida sobre o plano?

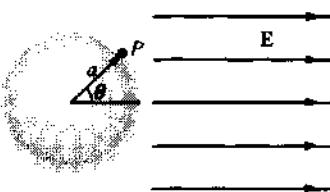


Fig. 25-43 Problema 59.

61. (a) Para a situação do Problema 60, qual é a força eletrostática entre a carga $+q$ e a carga induzida sobre o plano condutor? Ela é atrativa ou repulsiva? (b) Que carga, colocada na posição simétrica à da carga $+q$, em relação ao plano, proporcionará a mesma força?

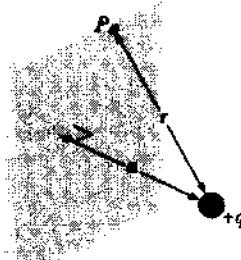
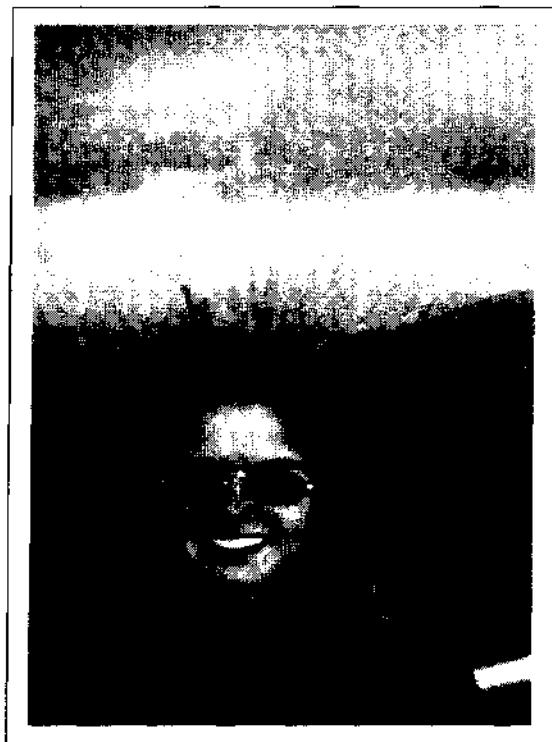


Fig. 25-44 Problema 60.

POTENCIAL ELÉTRICO

26



Enquanto apreciava a paisagem, do alto de uma plataforma, no Sequoia National Park, os cabelos da jovem se arrepiaram. Em virtude do fato inusitado, seu irmão registrou-o numa fotografia. Cinco minutos depois da saída deles, um raio atingiu a plataforma, matando uma pessoa e ferindo outras sete. O que provocou o eriçamento do cabelo da jovem? A expressão de seu rosto não revela o medo que ela certamente deveria estar sentindo.

26-1 Gravitação, Eletrostática e Energia Potencial

Não há grande interesse em resolver pela segunda vez um problema que já se tenha resolvido. É por isso que os físicos estão sempre atentos às áreas da física que, mesmo sendo diferentes, tenham em seus princípios básicos semelhanças bastantes que lhes permitam escrevê-los nos mesmos termos matemáticos. Como foi mencionado na Seção 23-4, a lei da gravitação de Newton e a lei da eletrostática de Coulomb — leis do quadrado da distância — são matematicamente idênticas.* Assim sendo, qualquer dedução que se faça sobre a gravitação, através da análise de sua lei

básica, pode ser transportada, com absoluta confiança para a eletrostática e vice-versa. Tudo o que se precisa fazer é trocar os símbolos.

A Fig. 26-1a mostra uma partícula teste de massa m_0 — talvez uma bola — em queda livre nas proximidades da Terra. Podemos analisar o seu movimento sob o ponto de vista da energia e dizer que, enquanto a bola cai, sua energia potencial é transformada em energia cinética.

A Fig. 26-1b mostra o análogo eletrostático, uma carga teste q_0 , talvez um próton, em “queda livre” num campo elétrico. Tendo em vista a identidade matemática das leis básicas, podemos afirmar com confiança que também somos capazes de analisar o movimento da carga teste em termos de transferência de energia. Em particular, devemos ser capazes de determinar para a carga teste uma **energia potencial elétrica** U , cujo valor dependa somente da posição dessa carga no campo elétrico.

*Realmente, a força gravitacional é sempre atrativa e a força eletrostática tanto pode ser atrativa como repulsiva. Entretanto, a diferença pode ser facilmente observada em nossos cálculos.

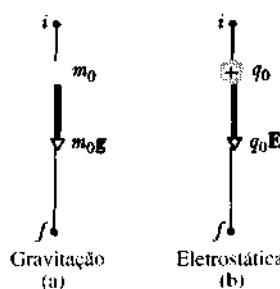


Fig. 26-1 (a) Uma força gravitacional m_0g atua sobre uma partícula teste de massa m_0 , em queda livre. (b) Uma força eletrostática q_0E atua sobre uma carga teste q_0 , em “queda livre”.

Vamos rever o caso gravitacional. Quando o corpo teste na Fig. 26-1a se move do ponto inicial i para o ponto final f , definimos sua diferença de energia potencial gravitacional (ver a Seção 8-3) como

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_f \quad (26-1)$$

Nesta expressão W_f é o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o corpo teste quando ele se move entre esses pontos. Outras forças podem atuar sobre o corpo teste em movimento, podendo, ou não, realizar trabalho sobre ele. Entretanto, W_f na Eq. 26-1, inclui somente o trabalho realizado pela força gravitacional.

Provamos, nas Seções 8-4 e 15-7, que a diferença de energia potencial gravitacional de uma partícula teste, quando ela se move entre dois pontos quaisquer, é independente da trajetória percorrida entre aqueles pontos. Resumimos essa conclusão, classificando a força gravitacional como uma força *conservativa*. Se a força gravitacional não fosse conservativa, todo o conceito de energia potencial gravitacional desapareceria.

Podemos também usar a Eq. 26-1 como uma definição da diferença de *energia potencial elétrica* de uma carga teste q_0 quando ela se move de um ponto inicial i para um ponto final f num campo elétrico:

Desloquemos uma carga teste de um ponto para outro num campo elétrico. A diferença de energia potencial elétrica da carga teste entre esses pontos é o negativo do trabalho realizado *pela* força eletrostática, através do campo elétrico, *sobre* esta carga, durante seu movimento.

Como a força eletrostática realiza trabalho sobre a carga, por meio do campo elétrico, costuma-se dizer que o campo propriamente dito realiza trabalho sobre a carga.

A diferença de energia potencial elétrica da carga teste entre dois pontos é independente da trajetória seguida entre esses pontos. Isto é, a força eletrostática, assim como a gravitacional, é uma força *conservativa*.

Agora vamos passar da definição da diferença de energia potencial elétrica, de uma carga teste, entre dois pon-

tos para a definição de energia potencial elétrica de uma carga teste num único ponto. Para fazer isso, tomamos duas decisões, ambas arbitrárias e independentes uma da outra: (1) consideramos o ponto inicial i como ponto padrão de referência cuja localização especificamos, e (2) atribuímos um valor arbitrário para a energia potencial da carga teste naquele ponto. Especificamente, escolhemos localizar o ponto i a uma distância infinitamente grande de todas as cargas pertinentes, e atribuímos o valor zero para a energia potencial da carga teste naquele ponto. Fazendo-se $U_i = 0$ e $U_f = U$ na Eq. 26-1, obtemos

$$U = -W_f \quad (26-2)$$

Em palavras,

A energia potencial U de uma carga teste q_0 , em qualquer ponto, é igual ao negativo do trabalho W_f , realizado *sobre* a carga teste *pelo* campo elétrico, quando a carga se move do infinito até o ponto em questão.

Tenha em mente que as *diferenças de energia potencial* são fundamentais e que a *energia potencial*, definida pela Eq. 26-2, depende da escolha de um ponto de referência e da atribuição de uma energia potencial arbitrária para ele. Em vez de escolhermos $U_i = 0$, poderíamos ter escolhido $U_i = -137$ J. A escolha não teria mudado o valor da *diferença* de energia potencial de uma determinada carga teste entre qualquer par de pontos num campo elétrico.

Já adquirimos alguma experiência ao definir arbitrariamente certas configurações supondo ter energia potencial zero. Lembremo-nos que, no estudo do movimento de queda livre de objetos, tais como bolas de beisebol, nas proximidades da Terra, escolhemos a superfície da Terra como o nível zero de energia potencial. Entretanto, no estudo dos movimentos dos satélites, achamos mais conveniente escolher a configuração de energia potencial zero, aquela para que a distância entre o satélite e a Terra fosse infinita.

EXEMPLO 26-1 Um balão de brinquedo cheio de gás hélio, possuindo uma carga $q = -5.5 \times 10^{-8}$ C, sobe verticalmente no ar por uma distância $d = 520$ m, a partir de uma posição inicial i até uma posição final f . O campo elétrico que normalmente existe na atmosfera próxima à superfície da Terra tem módulo $E = 150$ N/C e está direcionado para baixo. Qual é a diferença de energia potencial elétrica do balão entre as posições i e f ?

Solução Do Cap. 7, sabemos que, no caso de uma força constante \mathbf{F} , atuante sobre uma partícula que se move numa só dimensão, o trabalho W realizado por ela sobre a partícula, durante o deslocamento \mathbf{d} da partícula, é dado por

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \quad (26-3)$$

A força que nos interessa aqui é a eletrostática que atua sobre o balão. Supondo que o balão seja esférico e uniformemente carregado, podemos tratá-lo como uma partícula. De acordo com a Eq. 24-29 a força

eletrostática é dada por $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Nesta equação vetorial, o sinal de q determina o sentido da força \mathbf{F} em relação ao sentido do campo \mathbf{E} . Como o balão está carregado negativamente e \mathbf{E} aponta para baixo, \mathbf{F} aponta para cima; o ângulo entre \mathbf{F} e \mathbf{E} é, então, de 180° . Uma vez que a força \mathbf{F} aponta no sentido do movimento do balão, o trabalho W_{if} realizado pela força eletrostática sobre o balão, durante o deslocamento de i até f , é positivo.

Podemos agora usar a Eq. 26-3 para calcular o trabalho realizado pelo campo elétrico:

$$\begin{aligned} W_{if} &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = q\mathbf{E} \cdot \mathbf{d} = qEd \cos 180^\circ = -qEd \\ &= -(-5,5 \times 10^{-8} \text{ C})(150 \text{ N/C})(520 \text{ m}) \\ &= 4,3 \times 10^{-5} \text{ J} = 4,3 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

De fato, o trabalho realizado pela força eletrostática sobre o balão é positivo.

A diferença de energia potencial elétrica do balão é obtida da Eq. 26-1:

$$U_f - U_i = -W_{if} = -4,3 \text{ mJ}. \quad (\text{Resposta})$$

O sinal de subtração na resposta mostra que a energia potencial elétrica do balão decresce quando o balão com carga negativa sobe, movendo-se no sentido oposto ao do campo elétrico.

26-2 O Potencial Elétrico

Como vimos, a energia potencial de uma carga puntiforme num campo elétrico depende não só do campo como também do módulo da carga. Entretanto, a energia potencial *por unidade de carga* tem um único valor em qualquer ponto num campo elétrico.

Por exemplo, suponhamos que se coloque uma carga teste de $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ num ponto num campo elétrico em que a energia potencial da carga seja de $2,40 \times 10^{-17} \text{ J}$. Nesse caso, a energia potencial por unidade de carga seria

$$\frac{2,40 \times 10^{-17} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 150 \text{ J/C}.$$

A seguir, suponhamos que se substitua essa carga teste por uma outra de $3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, o dobro da primeira. Encontraríamos para ela uma energia potencial duas vezes maior que a da primeira, ou seja, de $4,80 \times 10^{-17} \text{ J}$. Entretanto, a energia potencial por unidade de carga seria a mesma: 150 J/C .

Assim sendo, a energia potencial por unidade de carga, que pode ser simbolizada por U/q_0 , é independente do módulo q_0 da carga teste, constituindo uma característica exclusiva do campo elétrico em estudo. A energia potencial por unidade de carga em um ponto num campo elétrico é chamada de **potencial elétrico** V (ou simplesmente de **potencial**) no ponto em questão. Em outras palavras, em, qualquer ponto

$$V = \frac{U}{q_0}.$$

A diferença de potencial ΔV entre dois pontos quaisquer i e f num campo elétrico é igual à diferença de energia potencial por unidade de carga $\Delta U/q_0$ entre os dois pontos:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q_0} - \frac{U_i}{q_0} = \frac{\Delta U}{q_0}.$$

Usando-se a Eq. 26-1 para substituir ΔU por $-W_{if}$, podemos definir a diferença de potencial entre os pontos i e f como

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0} \quad (26-4)$$

(definição de diferença de potencial).

O trabalho W_{if} , realizado pelo campo elétrico sobre a carga teste positiva durante seu movimento do ponto i até o ponto f pode ser positivo, negativo ou nulo. Em correspondência, por causa do sinal negativo na Eq. 26-4, o potencial em f terá, então, um valor menor, maior ou igual ao do potencial em i .

Podemos também considerar a Eq. 26-4 sob outro ponto de vista. Conhecendo-se a diferença de potencial ΔV entre dois pontos quaisquer, o trabalho que devemos realizar para deslocar a carga q_0 , com velocidade constante, do ponto i para o ponto f , é igual a $q_0 \Delta V$, ou seja, igual e contrário ao trabalho realizado pelo campo durante o movimento.

Tomando-se a energia potencial igual a zero no infinito, o potencial também deve ser zero no infinito. Podemos, então, definir o potencial em qualquer ponto num campo elétrico como

$$V = -\frac{W_{if}}{q_0} \quad (\text{definição de potencial}) \quad (26-5)$$

onde W_{if} é o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga teste durante o seu movimento desde o infinito até o ponto em questão. Devemos ter em consideração que essa definição de potencial decorre do fato de termos atribuído o valor zero ao potencial no infinito.

A Eq. 26-5 nos diz que o potencial V em um ponto, no campo elétrico criado por uma carga positiva isolada, é positivo. Para vermos isso, imaginemos que se desloque uma pequena carga teste positiva desde o infinito até um ponto próximo da carga positiva isolada. A força eletrostática que atua sobre a carga teste aponta para fora da carga positiva isolada, a fim de repelir a carga teste. Assim sendo, o trabalho que devemos realizar sobre a carga teste é positivo, ao passo que o trabalho realizado sobre ela pelo campo elétrico é *negativo*. O sinal negativo na Eq. 26-5 então, nos diz que o potencial no ponto é positivo. Por analogia, o potencial em qualquer ponto próximo de uma carga negativa isolada será negativo.

A unidade SI para o potencial decorrente da Eq. 26-5 é o joule por coulomb. Esta combinação ocorre com tanta freqüência, que uma unidade especial, o *volt* (abreviação V), é usada para representá-la. Isto é,

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule por coulomb.} \quad (26-6)$$

A palavra “volt” é familiar, quando associada a lâmpadas, instrumentos elétricos, tomadas elétricas e baterias. Tocando-se com os sensores de um voltímetro em dois pontos de um circuito elétrico, medimos a diferença de potencial entre esses pontos. Potencial e energia potencial são grandezas completamente diferentes e não devem ser confundidas.

A *energia potencial elétrica* é uma energia de um objeto carregado num campo elétrico externo e é medida em *joules*.

O *potencial elétrico* é uma propriedade do campo propriamente dito, estando ou não presente um objeto carregado. Mede-se, em *joules por coulomb* ou *volts*.

Essa nova unidade, o volt, nos leva a adotar uma outra mais convencional para o campo elétrico \mathbf{E} , que até agora tem sido medido em newtons por coulomb. Segue que

$$\begin{aligned} 1 \text{ N/C} &= \left(1 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \left(\frac{1 \text{ V}\cdot\text{C}}{1 \text{ J}}\right) \left(\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ N}\cdot\text{m}}\right) \\ &= 1 \text{ V/m.} \end{aligned} \quad (26-7)$$

O fator de conversão no segundo conjunto de parênteses vem da Eq. 26-6; aquele no terceiro conjunto de parênteses é obtido da definição de joule. De agora em diante, expressaremos os valores do campo em volts por metro e não mais em newtons por coulomb.

Finalmente, estamos em condição de definir o elétron-volt, a unidade de energia que foi introduzida na Seção 7-2, como a unidade conveniente para medidas de energia nos domínios atômico e subatômico.

Um *elétron-volt* (abreviação eV) é uma energia igual ao trabalho necessário para deslocar uma única carga elemental e , tal como a carga do elétron ou do próton, através de uma diferença de potencial de exatamente um volt.

A Eq. 26-4 nos diz que tal quantidade de trabalho é $q_0 \Delta V$, de modo que

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= e(1 \text{ V}) \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J.} \end{aligned}$$

Como vimos anteriormente, múltiplos dessa unidade, tais como keV, MeV e GeV, são comumente usados.

26-3 Superfícies Equipotenciais

O lugar geométrico dos pontos que possuem o mesmo potencial é chamado de **superfície equipotencial**. Uma família de superfícies equipotenciais, cada uma delas correspondendo a um valor diferente do potencial, pode ser usada para representar o campo elétrico numa certa região. Vemos que as linhas do campo elétrico podem também ser usadas com tal objetivo. Em seções posteriores, examinaremos a conexão íntima entre esses dois modos equivalentes de descrever o campo elétrico.

Nenhum trabalho se realiza sobre uma carga pelo campo elétrico quando ela se move entre dois pontos sobre uma mesma superfície equipotencial, como se conclui da Eq. 26-4 ($V_f - V_i = -W_u/q_0$), pois W_u deve ser zero no caso de $V_i = V_f$. Uma vez que a diferença de energia potencial (e, consequentemente a diferença de potencial), é independente da trajetória, temos $W_u = 0$ para qualquer trajetória ligando os pontos i e f , quer ela esteja ou não, inteiramente contida na superfície equipotencial.

A Fig. 26-2 mostra uma família de superfícies equipotenciais, associada a uma certa distribuição de carga. O trabalho realizado pelo campo elétrico sobre uma carga teste quando ela se move ao longo das trajetórias I e II é zero, porque cada uma delas começa e termina na mesma superfície equipotencial. O trabalho realizado quando uma carga teste se move ao longo das trajetórias III e IV não é zero, mas tem o mesmo valor para ambas, pois os potenciais inicial e final são idênticos para as duas trajetórias. Dito de outro modo, as trajetórias III e IV ligam o mesmo par de superfícies equipotenciais.

Por simetria, as superfícies equipotenciais para uma carga puntiforme ou uma distribuição de carga esfericamente simétrica constituem uma família de esferas concêntricas. Para um campo uniforme, as superfícies equipotenciais constituem uma família de planos perpendiculares às linhas do campo. De fato, as superfícies equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas do campo elétrico e, portanto, à \mathbf{E} , que é sempre tangente a essas linhas. Se \mathbf{E} não fosse perpendicular a uma superfície equipotencial, teria um componente nele contido. Ele realizaria trabalho sobre uma carga teste durante seu movimento ao longo da superfície. De acordo com a Eq. 26-4, nenhum trabalho poderá ser

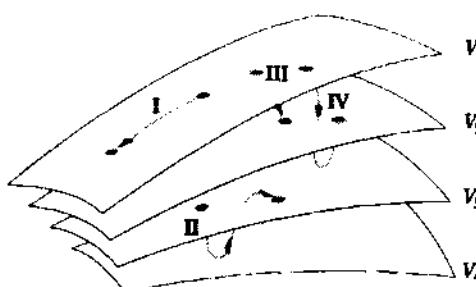


Fig. 26-2 Partes de quatro superfícies equipotenciais. Quatro trajetórias, ao longo das quais a carga teste pode deslocar-se, também são mostradas.

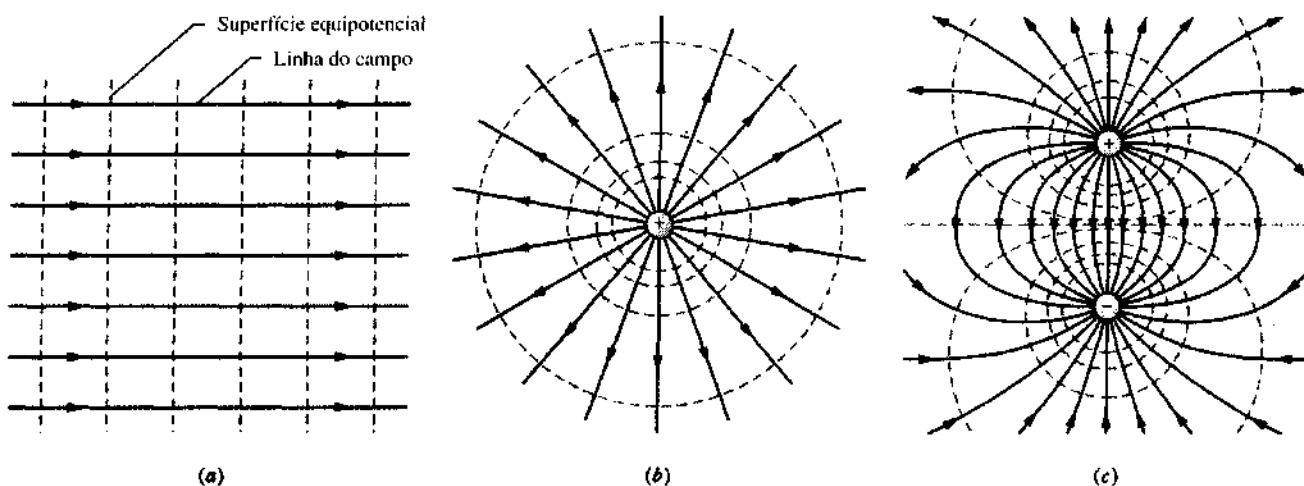


Fig. 26-3 As linhas do campo elétrico (linhas cheias) e as seções transversais das superfícies equipotenciais (linhas tracejadas) para (a) um campo uniforme, (b) o campo de uma carga puntiforme e (c) o campo de um dipolo elétrico.

realizado se a superfície for, de fato, equipotencial. A única conclusão possível é que \mathbf{E} deve ser perpendicular à superfície. A Fig. 26-3 mostra as linhas do campo elétrico e as seções transversais das superfícies equipotenciais para um campo elétrico uniforme e para os campos associados a uma carga puntiforme e com um dipolo elétrico.

Voltemos agora ao caso da jovem mostrada na fotografia de abertura deste capítulo. Visto que estava em pé sobre uma plataforma ligada a um dos lados íngremes de uma montanha, mantinha proximidade com o mesmo potencial daquele lado da montanha. Um grupo de nuvens densas acima dela criou um forte campo elétrico ao seu redor, com \mathbf{E} apontando para fora da montanha e da jovem. Em virtude disso, as forças eletrostáticas empurraram para baixo, através de seu corpo, alguns de seus elétrons de condução, deixando os fios de seu cabelo com carga positiva. O módulo de \mathbf{E} foi evidentemente maior, porém menor que o valor de $3 \times 10^6 \text{ V/m}$, possível causador da ruptura elétrica das moléculas do ar. (Tal valor foi alcançado quando o relâmpago caiu.)

As superfícies equipotenciais ao redor dela podem ser deduzidas a partir de seu cabelo: os fios se estendem ao longo da direção de \mathbf{E} e, assim, são perpendiculares às superfícies equipotenciais, como mostra a Fig. 26-4. O módulo de \mathbf{E} foi evidentemente maior (as superfícies equipotenciais foram traçadas com espaços mais estreitos) imediatamente acima de sua cabeça, porque nesse ponto o cabelo estava mais esticado que na lateral de sua cabeça.

A lição aqui é simples. Se um campo elétrico causar o eriçamento de seus cabelos, o que deve fazer é correr para um abrigo, e não posar para uma foto.

26-4 Cálculo do Potencial a Partir do Campo

Podemos calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer i e f num campo elétrico, a partir do conhecimento do vetor campo elétrico \mathbf{E} em todos os pontos ao

longo de alguma trajetória ligando os pontos. Para isso, determinamos o trabalho realizado pelo campo sobre uma carga teste positiva, quando ela se move de i até f , e a seguir usamos a Eq. 26-4.

Consideremos um campo elétrico arbitrário, representado pelas linhas do campo na Fig. 26-5, e uma carga teste q_0 que se move ao longo da trajetória mostrada desde o ponto i até o ponto f . Em qualquer ponto sobre a trajetória,

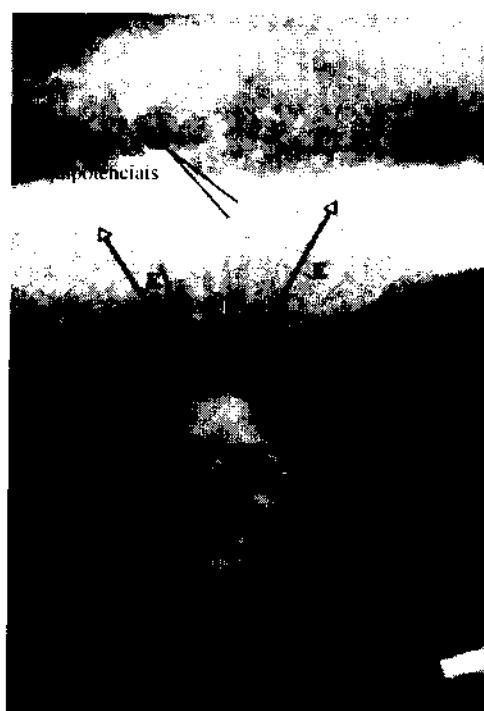


Fig. 26-4 A fotografia de abertura deste capítulo mostra um grupo de nuvens carregadas e o efeito do intenso campo elétrico \mathbf{E} , criado por elas, nas proximidades da cabeça de uma jovem. Muitos fios de seu cabelo se estenderam ao longo do campo \mathbf{E} , e assim, perpendicularmente às superfícies equipotenciais que foram traçadas com espaços mais estreitos no alto de sua cabeça, onde o campo foi mais intenso.

uma força eletrostática $q_0\mathbf{E}$ atua sobre a carga quando ela sofre um deslocamento diferencial ds . Desde o Cap. 7 (Vol. I), sabemos que o trabalho diferencial dW realizado sobre uma partícula, por uma força \mathbf{F} durante um deslocamento ds , é

$$dW = \mathbf{F} \cdot ds. \quad (26-8)$$

Para a situação da Fig. 26-5, $\mathbf{F} = q_0\mathbf{E}$ e a Eq. 26-8 obtemos

$$dW = q_0\mathbf{E} \cdot ds. \quad (26-9)$$

Para determinar o trabalho total W_{if} realizado pelo campo sobre a partícula quando ela se move desde o ponto i até o ponto f , somamos — via integração — o trabalho diferencial realizado sobre a carga em todos os deslocamentos diferenciais ds ao longo da trajetória:

$$W_{if} = q_0 \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds. \quad (26-10)$$

Substituindo-se o trabalho total W_{if} dado pela Eq. 26-10 na Eq. 26-4, obtemos

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds. \quad (26-11)$$

Assim, a diferença de potencial $V_f - V_i$ entre dois pontos quaisquer i e f num campo elétrico é igual ao negativo da integral de linha de $\mathbf{E} \cdot ds$, desde i até f . Note que o resultado é independente do valor de q_0 que usamos para obtê-lo.

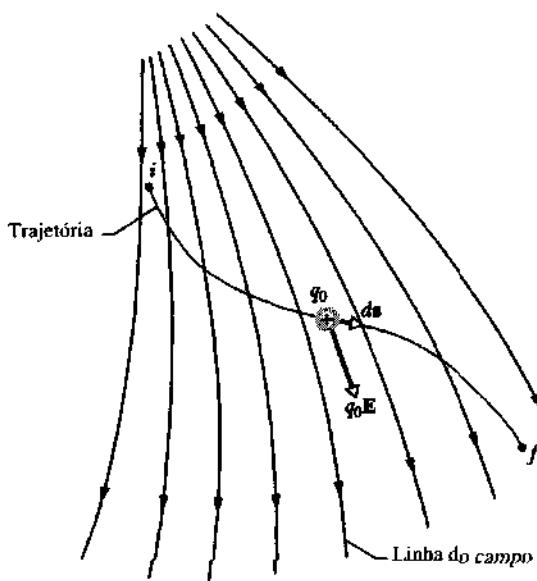


Fig. 26-5 Uma carga teste q_0 se move de um ponto i para um ponto f ao longo da trajetória mostrada, num campo elétrico não-uniforme. Durante um deslocamento ds , uma força eletrostática $q_0\mathbf{E}$ atua sobre a carga teste. Tal força aponta no mesmo sentido das linhas do campo no local da carga teste.

Conhecendo-se o campo elétrico em todos os pontos de uma determinada região, a Eq. 26-11 nos permite calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer do campo. Uma vez que a força elétrica é conservativa, todas as trajetórias conduzem ao mesmo resultado. Algumas trajetórias, é claro, podem ser mais fáceis de usar que outras.

Tomando-se o potencial V_i no ponto i como zero, da Eq. 26-11 obtemos

$$V_f = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds \quad (26-12)$$

em que abandonamos o subscrito f de V_f . A Eq. 26-12 nos dá o potencial V em qualquer ponto f no campo elétrico, relativo ao potencial zero no ponto i . Tomando-se o ponto i no infinito, a Eq. 26-12 nos dá o potencial V em qualquer ponto f no campo elétrico, relativo ao potencial zero no infinito.

EXEMPLO 26-2 a. A Fig. 26-6a mostra dois pontos i e f num campo elétrico uniforme \mathbf{E} . Os pontos estão sobre uma mesma linha do campo elétrico (não-mostrada) e separados por uma distância d . Determine a diferença de potencial $V_f - V_i$, deslocando uma carga teste positiva q_0 , desde i até f , ao longo de uma trajetória paralela à direção do campo.

Solução Como a carga teste se move de i até f na Fig. 26-6a, seu deslocamento diferencial ds , que está sempre na direção do movimento, aponta no mesmo sentido do campo elétrico \mathbf{E} . O ângulo entre os dois vetores é, pois, zero, e a Eq. 26-11 torna-se

$$\begin{aligned} V_f - V_i &= - \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds = - \int_i^f \mathbf{E}(\cos 0^\circ) ds \\ &= - \int_i^f \mathbf{E} ds. \end{aligned}$$

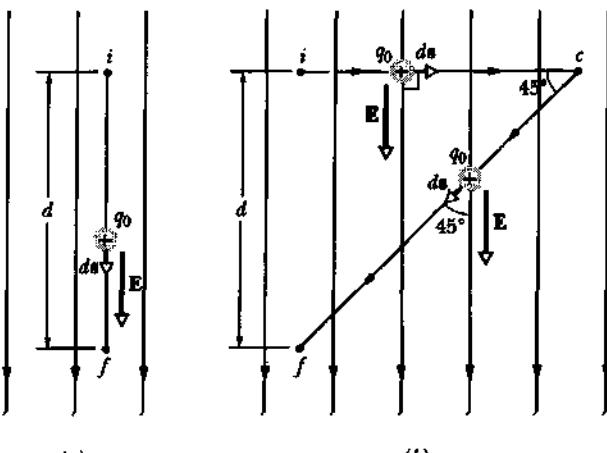


Fig. 26-6 Exemplo 26-2. (a) Uma carga teste q_0 se move em linha reta do ponto i até o ponto f , paralelamente à direção de um campo elétrico uniforme. (b) A carga q_0 se move ao longo da trajetória icf no mesmo campo elétrico.

Uma vez que o campo é uniforme, E é constante em todos os pontos da trajetória e pode ser tirado para fora da integral, dando-nos

$$V_f - V_i = -E \int_i^f ds = -Ed, \quad (\text{Resposta})$$

na qual a integral é simplesmente o comprimento d da trajetória. O sinal negativo no resultado mostra que o potencial no ponto f na Fig. 26-6a é menor que o potencial no ponto i . Tal resultado é geral: o potencial sempre decresce ao longo de uma trajetória que se estende na direção em que apontam as linhas do campo elétrico.

b. Determine, agora, a diferença de potencial $V_f - V_i$, deslocando a carga teste positiva q_0 desde i até f ao longo da trajetória icf mostrada na Fig. 26-6b.

Solução Em todos os pontos da linha ic , \mathbf{E} e ds são perpendiculares entre si. Assim sendo, $\mathbf{E} \cdot ds = 0$ em todos os pontos ao longo desta parte da trajetória. A Eq. 26-11 nos diz que os pontos i e c estão no mesmo potencial. Em outras palavras, i e c se encontram sobre a mesma superfície equipotencial.

Para a trajetória cf , temos $\theta = 45^\circ$ e, da Eq. 26-11,

$$\begin{aligned} V_f - V_i &= - \int_c^f \mathbf{E} \cdot ds = - \int_c^f E(\cos 45^\circ) ds \\ &= -\frac{E}{\sqrt{2}} \int_c^f ds. \end{aligned}$$

A integral nesta equação é o comprimento da linha cf , que é $d \sin 45^\circ = \sqrt{2} d$. Assim,

$$V_f - V_i = -\frac{E}{\sqrt{2}} \sqrt{2} d = -Ed. \quad (\text{Resposta})$$

Trata-se do mesmo resultado obtido no item (a), como deve ser, pois a diferença de potencial entre dois pontos não depende da trajetória que os une. Conclusão: No cálculo da diferença de potencial entre dois pontos, deslocando-se uma carga teste entre eles, podemos economizar tempo e trabalho escolhendo uma trajetória que simplifique o uso da Eq. 26-11.

26-5 Potencial Criado por uma Carga Puntiforme

A Fig. 26-7 mostra uma carga puntiforme positiva isolada de módulo q . Queremos determinar o potencial V criado por q num ponto P , a uma distância radial r daquela carga. Vamos determinar esse potencial relativo ao potencial zero no infinito.

Orientados pela Eq. 26-12, vamos imaginar que uma carga teste q_0 se move do infinito até o ponto P . Como a trajetória seguida pela carga teste não importa, escolhemos a mais simples: uma linha radial indo do infinito até q , passando por P .

Para determinar V a uma distância r , usando a Eq. 26-12, precisamos calcular o produto escalar $\mathbf{E} \cdot ds$ ao longo da trajetória seguida pela carga teste. Consideremos um ponto arbitrário a uma distância r' de q , como mostra a Fig. 26-7. Como q é positiva, o campo elétrico \mathbf{E} nesta posição aponta no sentido crescente de r' . Tal sentido é oposto ao do deslocamento diferencial ds da carga que vem do infi-

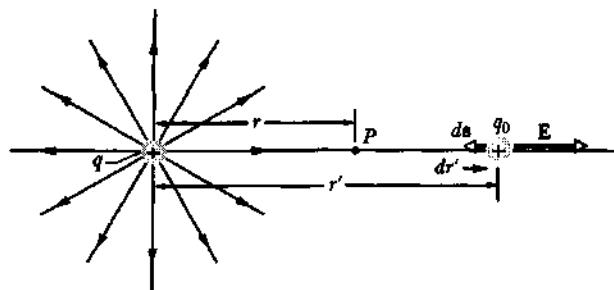


Fig. 26-7 Uma carga teste q_0 se move a partir do infinito, ao longo de uma linha radial, em direção ao ponto P , no campo criado pela carga puntiforme positiva q .

nito. Assim, o ângulo entre \mathbf{E} e ds é 180° . Além disso, como cada deslocamento ds decresce r' por uma quantidade dr' , podemos escrever ds como $-dr'$. Assim sendo, o produto escalar da Eq. 26-12 pode ser escrito como

$$\mathbf{E} \cdot ds = (E)(\cos 180^\circ)(-dr') = E dr'. \quad (26-13)$$

Substituindo este resultado na Eq. 26-12 obtemos

$$V = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds = - \int_{\infty}^r E dr'. \quad (26-14)$$

O módulo do campo elétrico na posição da carga teste é dado pela Eq. 24-3 como

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r'^2}. \quad (26-15)$$

A substituição deste resultado na Eq. 26-14 nos leva a

$$V = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{1}{r'^2} dr' = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r, \quad (26-16)$$

ou

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (\text{carga puntiforme } q \text{ positiva}) \quad (26-17)$$

Assim, o potencial V em qualquer ponto ao redor de uma carga puntiforme positiva é positivo, referente ao potencial zero no infinito.

Se a carga puntiforme for negativa (mas ainda de módulo q), o campo elétrico em P apontará para q e o ângulo entre ds e \mathbf{E} em r' será zero. A integração na Eq. 26-16 nos dará

$$V = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (\text{carga puntiforme } q \text{ negativa}). \quad (26-18)$$

Dessa forma, o potencial V em qualquer ponto ao redor de uma carga puntiforme negativa é **negativo**, referente ao potencial zero no infinito.

Permitindo-se que o símbolo q seja positivo ou negativo, em vez de representar o módulo da carga, podemos generalizar as Eqs. 26-17 e 26-18, como

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (\text{carga puntiforme } q, \text{ positiva ou negativa}) \quad (26-19)$$

Agora V tem o mesmo sinal de q . A Fig. 26-8 mostra os gráficos da Eq. 26-19, gerados por computador, para uma carga puntiforme positiva e para uma outra negativa.

Para determinar a diferença de potencial ΔV entre dois pontos quaisquer próximos a uma carga puntiforme isolada, basta aplicarmos a Eq. 26-19 a cada um dos pontos e subtrairmos um potencial do outro. (Essa subtração dá o valor correto de ΔV independente de onde se tenha definido o potencial zero.)

EXEMPLO 26-3 Qual é o potencial na superfície de um núcleo de ouro? O raio R do núcleo é 6.2 fm, e o número atômico Z do ouro é 79.

Solução O núcleo, suposto esférico, comporta-se para pontos externos como se fosse uma carga puntiforme no centro nuclear. A carga q do núcleo é positiva e de módulo Ze , onde e é a carga elementar. Da Eq. 26-19 temos, então,

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(79)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})}{6.2 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 1.8 \times 10^7 \text{ V} = 18 \text{ MV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esse grande potencial positivo não pode ser detectado fora de um objeto de ouro, tal como uma moeda, porque é compensado por um potencial negativo com as mesmas proporções devido aos elétrons presentes em cada átomo de ouro na moeda.

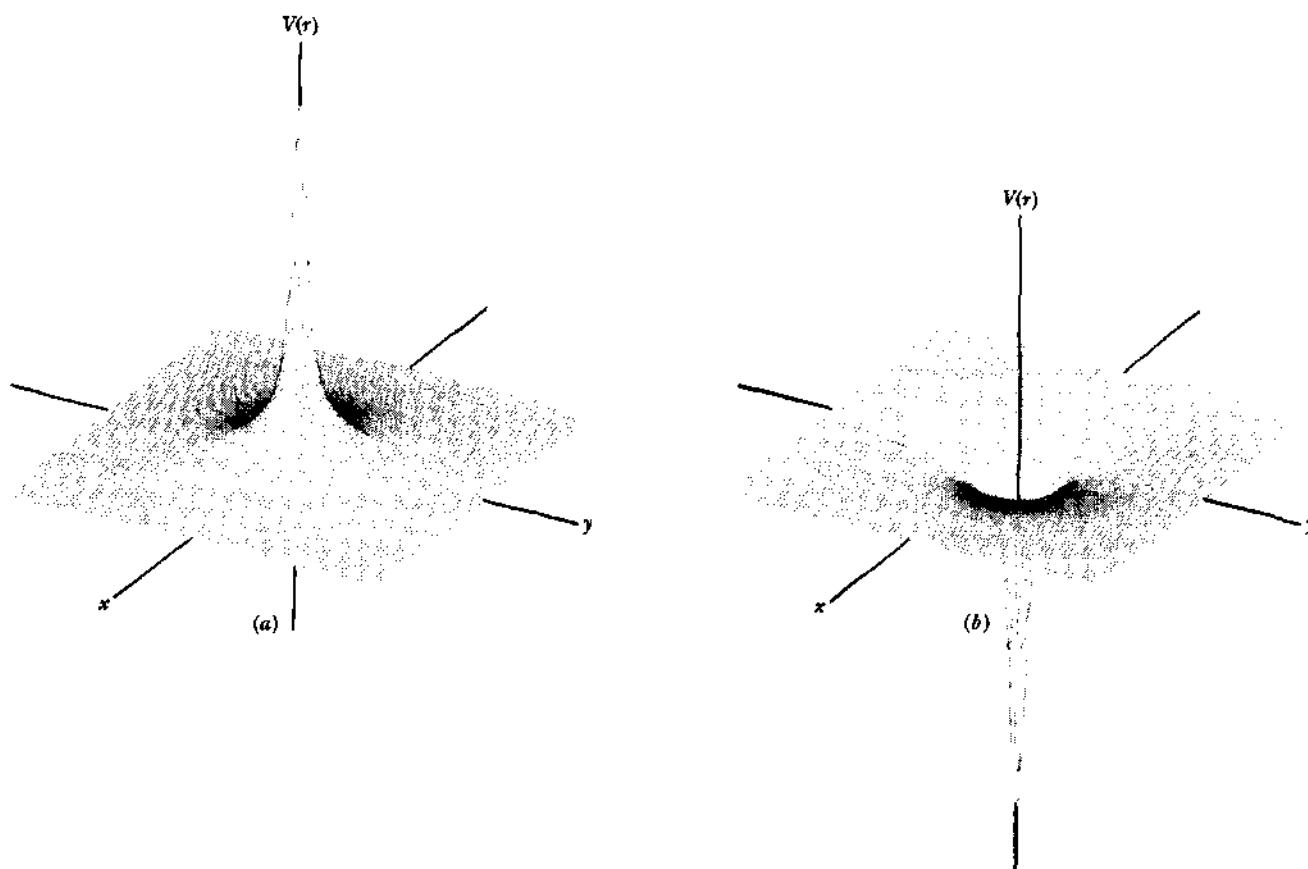


Fig. 26-8 Gráficos do potencial $V(r)$ gerados por computador para (a) uma carga puntiforme positiva e (b) uma carga puntiforme negativa. Em cada gráfico, a carga puntiforme está na origem de um plano xy . $V(r)$ é calculado para pontos nesse plano e tais valores são plotados verticalmente. Curvas de nível foram acrescentadas para ajudar na visualização dos gráficos. O gráfico resultante em (a) pode ser chamado uma "barreira de potencial" e aquele em (b) um "poço de potencial".

26-6 Potencial Criado por um Grupo de Cargas Puntiformes

Podemos determinar o potencial líquido criado por um grupo de cargas puntiformes num ponto qualquer com a ajuda do princípio da superposição. Calculamos o potencial resultante de cada uma das cargas num dado ponto, separadamente, usando a Eq. 26-19 com o sinal da carga incluído. A seguir, somamos os potenciais. Para n cargas, o potencial líquido é

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (\text{n cargas puntiformes}) \quad (26-20)$$

Aqui, q_i é o valor da i -ésima carga e r_i é a distância radial desta carga ao ponto em questão. A soma na Eq. 26-20 é algébrica e não uma soma vetorial, como a que usariam para calcular o campo elétrico resultante de um grupo de cargas puntiformes. Esta é uma vantagem importante, do ponto de vista de cálculos a favor do potencial no lugar do campo elétrico: é muito mais fácil somar várias grandezas escalares do que várias grandezas vetoriais, cujas direções e sentidos devem ser considerados.

EXEMPLO 26-4 Qual é o potencial no ponto P , localizado no centro do quadrado de cargas puntiformes mostrado na Fig. 26-9a? Suponha que $d = 1,3$ m e que as cargas são

$$\begin{aligned} q_1 &= +12 \text{ nC}, & q_3 &= +31 \text{ nC}, \\ q_2 &= -24 \text{ nC}, & q_4 &= +17 \text{ nC}. \end{aligned}$$

Solução Uma vez que cada carga está a mesma distância r de P , a Eq. 26-20 nos dá

$$V = \sum_{i=1}^4 V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{r}.$$

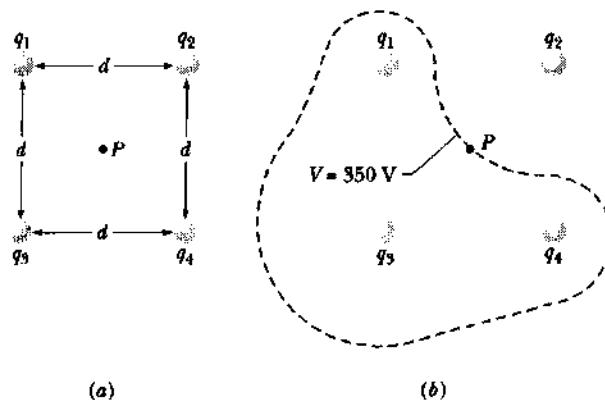


Fig. 26-9 Exemplo 26-4. (a) Quatro cargas puntiformes estão fixas nos vértices de um quadrado. Qual é o potencial em P , o centro do quadrado? (b) A curva é uma seção transversal, no plano da figura, da superfície equipotencial que contém o ponto P .

A distância r é $d/\sqrt{2}$, ou seja, 0,919 m, e a soma das cargas é

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 + q_3 + q_4 &= (12 - 24 + 31 + 17) \times 10^{-9} \text{ C} \\ &= 36 \times 10^{-9} \text{ C}. \end{aligned}$$

Segue que

$$V = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(36 \times 10^{-9} \text{ C})}{0.919 \text{ m}}$$

$$\approx 350 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

Próximo às três cargas positivas na Fig. 26-9a, o potencial tem valores positivos muito grandes. Próximo à única carga negativa, o potencial tem valores negativos muito grandes. Assim sendo, deve haver pontos dentro dos limites do quadrado que têm o mesmo potencial que o ponto P . A curva na Fig. 26-9b mostra a interseção do plano da figura com a superfície equipotencial que contém o ponto P . Qualquer ponto sobre aquela curva tem o mesmo potencial que o ponto P .

EXEMPLO 26-5 a. Na Fig. 26-10a, 12 elétrons (de carga $-e$) estão igualmente espaçados e fixos ao redor de um círculo de raio R . Relativo a $V = 0$ no infinito, quais são o potencial elétrico e o campo elétrico criados pelos elétrons no centro C do círculo?

Solução Desde que elétrons têm todos a mesma carga negativa e que todos os elétrons do exemplo estão a mesma distância R de C , o potencial em C , de acordo com a Eq. 26-20, vale,

$$V = -12 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{R}. \quad (\text{Resposta}) \quad (26-21)$$

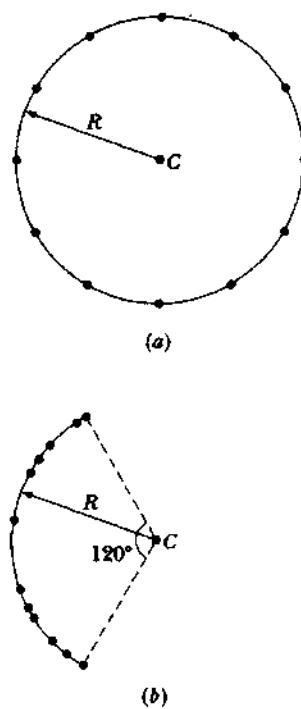


Fig. 26-10 Exemplo 26-5. (a) Doze elétrons uniformemente espaçados ao redor de um círculo. (b) Esses elétrons estão, agora, espaçados sem uniformidade ao longo de um arco do círculo inicial.

Como o potencial elétrico é um escalar, a orientação de qualquer carga em relação a C é irrelevante para o potencial V . Entretanto, porque o campo elétrico é um vetor, tal orientação é importante para \mathbf{E} . De fato, nesse caso, por causa da simetria do arranjo, o vetor campo elétrico criado por qualquer um dos elétrons é cancelado pelo vetor campo criado pelo elétron em situação diametralmente oposta ao elétron considerado. Segue que, em C ,

$$\mathbf{E} = 0. \quad (\text{Resposta})$$

b. Se os elétrons forem movidos ao longo do círculo até ficarem não-uniformemente espaçados sobre um arco de 120° (Fig. 26-10 b), qual será, então, o potencial em C ? Qual será a mudança no campo elétrico em C ?

Solução O potencial continuará sendo dado pela Eq. 26-21, porque a distância entre C e cada elétron não será alterada. O campo elétrico não será mais nulo, porquanto o arranjo deixará de ser simétrico. Haverá um campo resultante apontando para a distribuição de carga.

26-7 Potencial Criado por um Dipolo Elétrico

Agora, vamos aplicar a Eq. 26-20 a um dipolo elétrico para determinar o potencial no ponto arbitrário P na Fig. 26-11a. Em P , a carga positiva (na distância $r_{(+)}$) cria o potencial $V_{(+)}$, dado pela Eq. 26-17, e a carga negativa (na distância $r_{(-)}$) cria o potencial $V_{(-)}$, dado pela Eq. 26-18. Desse modo, o potencial líquido em P é dado pela Eq. 26-20 como

$$V = \sum_{i=1}^2 V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}} \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}. \quad (26-22)$$

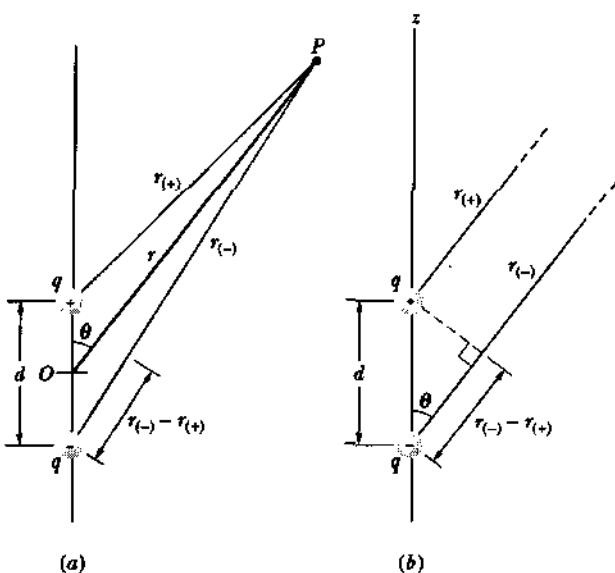


Fig. 26-11 (a) Um ponto P está a uma distância r do ponto médio O de um dipolo. A linha OP faz um ângulo θ com o eixo do dipolo. (b) Para P longe do dipolo, $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$ são aproximadamente paralelos a r , e a linha tracejada que demarca o segmento $r_{(-)} - r_{(+)}$ é aproximadamente perpendicular a r .

Uma vez que os dipolos que se encontram naturalmente — como os existentes em muitas moléculas — são pequenos, em geral consideraremos somente pontos distantes do dipolo, ou seja, pontos tais que $r \gg d$, onde d é a distância entre as cargas. Sob essas condições, as aproximações que decorrem do estudo da Fig. 26-11b são

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d \cos \theta \quad \text{e} \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2.$$

Substituindo-se esses valores na Eq. 26-22, podemos aproximar V para

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2},$$

ou

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cos \theta}{r^2} \quad (\text{dipolo elétrico}), \quad (26-23)$$

onde $p (= qd)$ é o módulo do momento de dipolo elétrico \mathbf{p} definido na Seção 24-5. O vetor \mathbf{p} está ao longo do eixo do dipolo, apontando da carga negativa para a carga positiva.

Por questões de simetria, o potencial no ponto P não variará se girarmos P em torno do eixo z , mantendo-se r e θ constantes. Assim, da Eq. 26-23 podemos ver que $V = 0$ em todos os pontos do plano equatorial do dipolo, definido por $\theta = 90^\circ$. O que reflete o fato de que uma carga teste situada nesse plano está sempre equidistante das cargas positiva e negativa que constituem o dipolo, de modo que os potenciais (escalares) criados pelas duas cargas se cancelam um ao outro. Para uma dada distância, V atinge seu maior valor positivo para $\theta = 0$ e o seu maior valor negativo para $\theta = 180^\circ$. Note que o potencial não depende se-paradamente de q e d , mas somente do seu produto.

Como vimos na Seção 24-5, muitas moléculas como, por exemplo, a de água, têm momentos de dipolo elétrico permanentes. Em outras moléculas (*moléculas não-polares*) e em cada átomo, os centros de cargas positiva e negativa coincidem (Fig. 26-12a) e, por isso, nenhum momento de dipolo está presente. Contudo, colocando-se um átomo ou uma molécula não-polar num campo elétrico externo, é possível induzir a formação de um momento de dipolo. A ação do campo consiste em deformar a nuvem eletrônica e separar os centros de cargas positiva e negativa (Fig. 26-12b.) Como os elétrons possuem carga negativa, deslocam-se no sentido oposto ao do campo elétrico. Tal deslocamento cria um momento de dipolo \mathbf{p} que aponta no mesmo sentido do campo. Dizemos que esse momento de dipolo foi *induzido* pelo campo, e que o átomo ou a molécula foi *polarizada* pelo campo. Quando o campo é removido, o momento de dipolo induzido e a polarização desaparecem.

Os dipolos elétricos são importantes, em situações outras, que não as atômicas ou moleculares. As antenas de rádio e TV são, muitas vezes, construídas na forma de fios

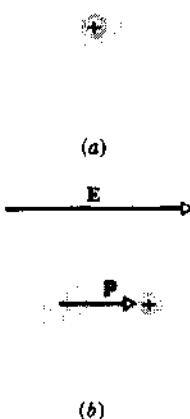


Fig. 26-12 (a) Um átomo, mostrando o núcleo com carga positiva e a nuvem eletrônica ao seu redor. Os centros de carga positiva e negativa coincidem. (b) Quando um átomo é colocado num campo elétrico externo, as órbitas eletrônicas se deformam de modo que os centros de carga positiva e negativa não mais coincidem. Aparece, então, um momento de dipolo induzido. A distorção está grandemente exagerada.

metálicos, nos quais os elétrons oscilam de um lado para o outro. Num certo instante, um extremo do fio será negativo e o outro extremo, positivo. Meio ciclo mais tarde, a polaridade dos extremos estará invertida. Tal antena é chamada uma antena de dipolo elétrico oscilante, pois seu momento de dipolo elétrico é uma função periódica do tempo.

26-8 Potencial Criado por Uma Distribuição Contínua de Carga

Quando uma distribuição de carga é contínua (como uma barra fina ou um disco fino, uniformemente carregados), em vez de consistir em cargas puntiformes separadas, não podemos mais usar a soma da Eq. 26-20. Para determinar o potencial V em algum ponto P , devemos escolher um elemento diferencial de carga dq , determinar o potencial dV criado por dq , em P , e, então, integrar sobre toda a distribuição contínua de carga.

Vamos tomar o zero do potencial no infinito. Tratando-se o elemento de carga dq como uma carga puntiforme, podemos usar a Eq. 26-19 para expressar o potencial dV no ponto P criado por dq :

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad (dq \text{ positiva ou negativa}). \quad (26-24)$$

Aqui, r é a distância entre P e dq . Para determinar o potencial V em P , integramos para somar os potenciais em virtude de todos os elementos de carga:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}. \quad (26-25)$$

A integral deve ser feita sobre toda a distribuição de carga.

Vamos examinar, agora, duas distribuições contínuas de carga: uma linha de carga e um disco carregado.

Linha de Carga

Na Fig. 26-13a, uma barra fina de plástico (não-condutora) de comprimento L , tem uma carga positiva de densidade linear uniforme λ . Tomando o zero do potencial a uma distância infinitamente grande da barra, vamos determinar o potencial elétrico V criado pela barra no ponto P , a uma distância perpendicular d da extremidade esquerda da barra.

Consideremos um elemento diferencial dx da barra como mostra a Fig. 26-13b. Este (ou qualquer outro) elemento da barra tem uma carga diferencial de

$$dq = \lambda dx. \quad (26-26)$$

Esse elemento produz um potencial dV no ponto P , que está a uma distância $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$ do elemento. Tratando o elemento como uma carga puntiforme, podemos usar a Eq. 26-24 para escrever o potencial dV como

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}. \quad (26-27)$$

Uma vez que a carga é positiva e como tomamos $V = 0$ no infinito, sabemos da Seção 26-5 que dV é positivo.

Determinamos o potencial total V produzido pela barra no ponto P , integrando a Eq. 26-27 ao longo do comprimento da barra, desde $x = 0$ até $x = L$. (Esta integração não é especialmente fácil, mas o resultado

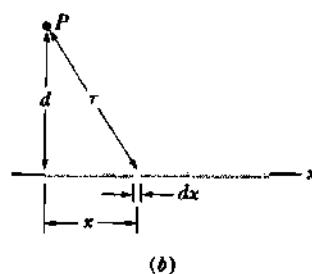
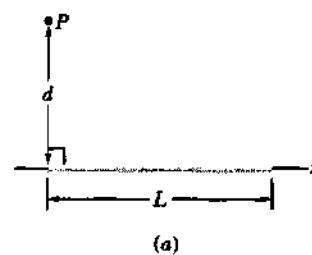


Fig. 26-13 (a) Uma barra fina uniformemente carregada produz um potencial elétrico V no ponto P . (b) Um elemento de carga produz um potencial diferencial dV em P .

é dado na maioria dos livros de cálculo.) Encontramos

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \int_0^L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{(x^2 + d^2)^{1/2}} dx \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[x + (x^2 + d^2)^{1/2} \right]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln [L + (L^2 + d^2)^{1/2}] - \ln d \right). \end{aligned}$$

Podemos simplificar este resultado usando a relação geral $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$. Achamos, então

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d} \right]. \quad (26-28)$$

Porque V é a soma de valores positivos de dV , tem de ser positivo. Mas, a Eq. 26-28 dá um V positivo? Tendo em vista que o argumento do logaritmo é maior que um, o logaritmo é um número positivo e V é de fato positivo.

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: AS DÚVIDAS COM OS SINAIS

No cálculo do potencial V , em algum ponto P , devido a uma linha de carga ou qualquer outra distribuição contínua de carga, surgem, muitas vezes, dúvidas quanto aos sinais. Aqui está um guia geral para a escolha dos sinais.

Quando a carga é negativa, os símbolos dq e λ devem representar quantidades negativas? Ou devemos mostrar explicitamente os sinais, usando $-dq$ e $-\lambda$? Podemos usar qualquer uma das duas notações, contanto que, uma vez escolhida, a levemos até o final do problema para que se possa interpretar corretamente o sinal de V .

Uma outra notação, que pode ser usada quando toda a distribuição de carga tem um só sinal, é deixar que os símbolos dq e λ representem somente módulos. O resultado do cálculo nos dá o módulo de V em P . A seguir, tendo em vista o sinal da carga, acrescentamos um sinal para V . (Com o zero do potencial no infinito, uma carga positiva dá um potencial positivo e uma carga negativa dá um potencial negativo.)

Se houver uma troca dos limites na integral usada para calcular um potencial, o valor obtido para V será negativo. O módulo estará correto, bastando somente abandonar o sinal de subtração. A seguir, o sinal correto para V é obtido do sinal da carga.

Exemplificando, teríamos obtido um sinal de subtração na Eq. 26-28 se tivéssemos invertido os limites na integral usada para determiná-la. Teríamos abandonado o sinal de subtração e notado que o potencial é positivo porque a carga é positiva.

Disco Carregado

Na Seção 24-7, calculamos o módulo do campo elétrico em pontos sobre o eixo de um disco de plástico de raio R que

tem uma densidade de carga uniforme σ sobre sua face superior. Agora, vamos deduzir uma expressão para $V(z)$, o potencial em qualquer ponto sobre o eixo.

Na Fig. 26-14, consideremos um elemento de carga dq consistindo num anel de raio R' e largura radial dR' . Temos

$$dq = \sigma(2\pi R')(dR'),$$

na qual $(2\pi R')(dR')$ é a área do anel. Todos os pontos deste elemento de carga estão situados a uma mesma distância r do ponto P sobre o eixo do disco. Com a ajuda da Fig. 26-14, podemos agora usar a Eq. 26-24 para escrever a contribuição desse anel ao potencial elétrico em P como

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2 + R'^2}}. \quad (26-29)$$

Determinaremos o potencial líquido em P , somando (via integração) as contribuições de todos os anéis desde $R' = 0$ até $R' = R$:

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + R'^2)^{-1/2} R' dR' \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z). \end{aligned} \quad (26-30)$$

Note que a variável na integral da Eq. 26-30 é R' e não z , que permanece constante enquanto a integração sobre a superfície do disco está sendo realizada. (Note também que, no cálculo da integral, foi suposto que $z \geq 0$).

A Tabela 26-1 resume as expressões para o campo elétrico e o potencial elétrico que foram deduzidas neste capítulo e em capítulos anteriores para várias configurações de carga.

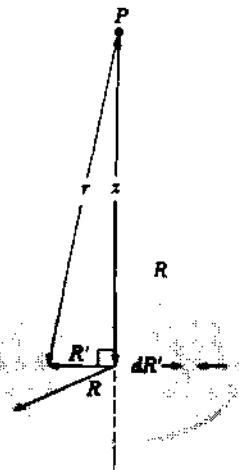


Fig. 26-14 Um disco de plástico de raio R está carregado sobre sua face superior com uma densidade superficial de carga σ . Queremos determinar o potencial V no ponto P sobre o eixo central do disco.

Tabela 26-1
Campos e Potenciais para Algumas Configurações de Carga

Configuração	Campo E	Equação	Potencial V	Equação
Carga puntiforme	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	(24-3)	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$	(26-19)
Dipolo ^a	$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$	(24-12)	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$	(26-23)
Disco carregado ^b	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$	(24-27)	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{z^2 + R^2} - z \right)$	(26-30)
Chapa infinita	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	(25-15)	$V_0 - \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) z$	Exercício 26-6
Condutor isolado	$E = 0$, dentro $E = \sigma/\epsilon_0$, na superfície	Seção 25-7	$V = \text{uma constante dentro}$ $\text{e sobre a superfície}$	Seção 26-11

^aA equação do campo é para pontos *axiais* distantes. A equação do potencial é para *todos* os pontos distantes.

^bSomente para pontos axiais. Note também que supomos $z \geq 0$ para ambas as equações.

EXEMPLO 26-6 O potencial no centro de um disco circular, uniformemente carregado, de raio $R = 3,5$ cm, é $V_0 = 550$ V.

a. Qual é a carga total q do disco?

Solução No centro do disco, z na Eq. 26-30 é zero, de modo que a equação se reduz a

$$V_0 = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0},$$

do qual

$$\sigma = \frac{2\epsilon_0 V_0}{R}. \quad (26-31)$$

Uma vez que σ é a densidade superficial de carga, a carga total sobre o disco é $\sigma(\pi R^2)$. Usando a Eq. 26-31, podemos escrever

$$\begin{aligned} q &= \sigma(\pi R^2) = 2\pi\epsilon_0 R V_0 \\ &\approx (2\pi)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,035 \text{ m})(550 \text{ V}) \end{aligned}$$

$$\approx 1,1 \times 10^{-8} \text{ C} = 1,1 \text{ nC}, \quad (\text{Resposta})$$

na qual usamos a Eq. 26-6 para escrever 1 V = 1 J/C = 1 N·m/C.

b. Qual é o potencial num ponto sobre o eixo do disco a uma distância $z = 5,0R$ do centro do disco?

Solução Da Eq. 26-30, determinamos

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [\sqrt{(5,0R)^2 + R^2} - 5,0R].$$

Substituindo σ da Eq. 26-31 obtemos

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_0}{R} (\sqrt{26R^2} - 5,0R) = V_0(\sqrt{26} - 5,0) \\ &= (550 \text{ V})(0,099) = 54 \text{ V}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

26-9 Cálculo do Campo a Partir do Potencial

Na Seção 26-4, vimos como determinar o potencial num ponto se o campo elétrico for conhecido. Nesta seção, vamos mostrar como calcular o campo elétrico quando conhecemos o potencial. Como mostra a Fig. 26-3, esse problema já foi resolvido graficamente. Caso se conheça o potencial V em todos os pontos próximos de um conjunto de cargas, podemos desenhar uma família de superfícies equipotenciais. As linhas do campo elétrico, traçadas perpendicularmente àquelas superfícies, traduzem a variação de E . O que nós estamos procurando determinar aqui é o equivalente matemático deste procedimento gráfico.

A Fig. 26-15 mostra as seções transversais de uma família de superfícies equipotenciais estreitamente espaçadas, sendo a diferença de potencial entre cada par de su-

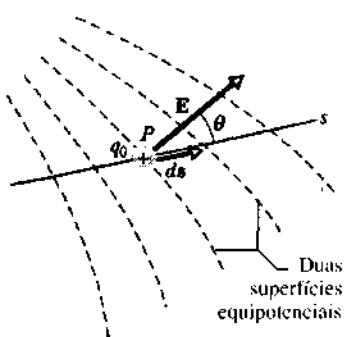


Fig. 26-15 Uma carga teste q_0 se move de uma distância ds , indo de uma superfície equipotencial para outra. (Para melhor entendimento a separação entre as superfícies foi exagerada.) o deslocamento ds faz um ângulo θ com a direção do campo elétrico E .

perfícies adjacentes igual a dV . Como a figura indica, o campo \mathbf{E} em qualquer ponto P é perpendicular à superfície equipotencial que passa por P .

Suponhamos que uma carga teste positiva q_0 sofra um deslocamento ds indo de uma superfície equipotencial para a superfície adjacente. De acordo com a Eq. 26-4, vemos que o trabalho que o campo elétrico realiza sobre a carga teste durante o movimento é $-q_0 dV$. Da Eq. 26-9 e da Fig. 26-15, vemos que o trabalho realizado pelo campo elétrico é $(q_0 \mathbf{E}) \cdot ds$, ou $q_0 \mathbf{E}(\cos \theta) ds$. Igualando estas duas expressões para o trabalho, obtemos

$$-q_0 dV = q_0 \mathbf{E}(\cos \theta) ds$$

ou

$$\mathbf{E} \cos \theta = -\frac{dV}{ds}. \quad (26-32)$$

Desde que $E \cos \theta$ é o componente de \mathbf{E} ao longo de um eixo s que se estende através de ds , a Eq. 26-32 torna-se

$$\mathbf{E}_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (26-33)$$

Acrescentamos um subscrito a E e mudamos para o símbolo de derivada parcial para salientar que a Eq. 26-33 envolve somente a variação de V ao longo de um eixo especificado (aqui o eixo s) e somente o componente de \mathbf{E} ao longo deste eixo. Em palavras, a Eq. 26-33 (que é essencialmente o inverso da Eq. 26-11) diz:

O componente de \mathbf{E} em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância naquela direção.

Se tomarmos o eixo s , sucessivamente, como os eixos x , y e z , determinamos que os componentes x , y e z de \mathbf{E} em qualquer ponto são

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= -\frac{\partial V}{\partial x}; & \mathbf{E}_y &= -\frac{\partial V}{\partial y}; \\ \mathbf{E}_z &= -\frac{\partial V}{\partial z}. \end{aligned} \quad (26-34)$$

Assim, conhecendo-se V em todos os pontos de uma região ao redor de uma distribuição de carga, isto é, conhecendo-se a função $V(x, y, z)$, podemos determinar os componentes de \mathbf{E} — e assim, o próprio \mathbf{E} — em qualquer ponto, através de derivadas parciais.

EXEMPLO 26-7 O potencial em qualquer ponto sobre o eixo de um disco carregado é dado pela Eq. 26-30, que podemos escrever como

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [(z^2 + R^2)^{1/2} - z].$$

A partir desta expressão, deduza uma expressão para o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo do disco.

Solução Devido à simetria, \mathbf{E} deve estar ao longo do eixo do disco. Fazendo-se o eixo s coincidir com o eixo z , a Eq. 26-33 nos dá

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{d}{dz} [(z^2 + R^2)^{1/2} - z] \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right). \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esta é a mesma expressão que deduzimos na Seção 24-7 por integração, usando a lei de Coulomb. (Outras expressões para E listadas na Tabela 26-1 podem ser obtidas das expressões correspondentes para V .)

26-10 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Puntiformes

Na Seção 26-1, discutimos a energia potencial elétrica de uma carga teste como uma função de sua posição num campo elétrico externo. Naquela seção, consideramos que as cargas que produziram o campo estavam fixas, de modo que o campo não podia ser influenciado pela presença da carga teste. Nesta seção, ampliamos essa discussão para determinar a energia potencial elétrica de um *sistema* de cargas devido ao campo elétrico produzido *por* essas cargas.

Por exemplo, para aproximarmos dois corpos que possuem cargas de mesmo sinal elétrico, é preciso que realizemos trabalho. A energia correspondente a esse trabalho fica armazenada sob a forma de energia potencial elétrica no sistema das duas cargas. Se, posteriormente, liberarmos as cargas, poderemos recuperar essa energia armazenada, por inteiro ou em parte, como energia cinética dos corpos carregados quando eles estiverem se afastando um do outro.

Definimos a energia potencial elétrica de um sistema de cargas puntiformes, mantidas em posições fixas por forças não especificadas, como segue:

A energia potencial elétrica de um sistema de cargas puntiformes fixas é igual ao trabalho que deve ser realizado por um agente externo para reunir o sistema, trazendo cada uma das cargas de uma distância infinita.

Supomos que as cargas estão em repouso em suas posições iniciais, infinitamente distantes, e também na sua configuração final.

A Fig. 26-16 mostra duas cargas puntiformes, separadas por uma distância r . (Os símbolos q_1 e q_2 representam

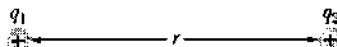


Fig. 26-16 Duas cargas fixas a uma distância r uma da outra. Qual é a energia potencial elétrica da configuração?

cargas positivas ou negativas em vez dos módulos das cargas.) Para determinar a energia potencial elétrica desse sistema de duas cargas, construímos mentalmente o sistema, começando com ambas as cargas infinitamente distantes e em repouso. Quando trazemos q_1 do infinito e a colocamos no lugar, nenhum trabalho é realizado por nós, porque não há força eletrostática atuando sobre q_1 . Mas, quando, a seguir, trazemos q_2 do infinito e a colocamos no lugar, realizamos trabalho, porque q_1 exerce uma força eletrostática sobre q_2 durante o movimento.

Podemos calcular tal trabalho com a Eq. 26-5, eliminando-se o sinal negativo (de modo que a equação dê o trabalho que *nós* realizamos e não o trabalho do campo) e substituindo-se a carga teste geral q_0 por q_2 . O nosso trabalho é, então, igual a $q_2 V$, onde V é o potencial criado por q_1 no ponto em que colocamos q_2 . De acordo com a Eq. 26-19, esse potencial é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

Desse modo, a partir da nossa definição, a energia potencial elétrica do par de cargas puntiformes da Fig. 26-16 é

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (26-35)$$

Se as cargas tiverem o mesmo sinal, teremos de realizar um trabalho positivo para aproximá-las, contrariando a repulsão mútua entre elas. Portanto, como mostra a Eq. 26-35, a energia potencial do sistema será positiva. Se as cargas tiverem sinais opostos, teremos de realizar um trabalho negativo para aproximá-las, contrariando a atração mútua entre elas. A energia potencial do sistema será, então, negativa. O Exemplo 26-8 mostra como estender o processo para mais de duas cargas.

EXEMPLO 26-8 A Fig. 26-17 mostra três cargas mantidas em posições fixas por forças que não são mostradas. Qual é a energia potencial elétrica deste sistema de cargas? Suponha $d = 12$ cm e

$$q_1 = +q, \quad q_2 = -4q, \quad q_3 = +2q,$$

onde $q = 150$ nC.

Solução Para responder, construímos mentalmente o sistema da Fig. 26-17, começando com uma das cargas, digamos q_1 , no lugar e as outras no infinito. A seguir, trazemos uma outra, digamos q_2 , do infinito e a colo-

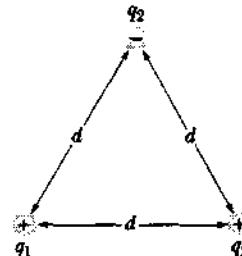


Fig. 26-17 Exemplo 26-8. Três cargas estão fixas nos vértices de um triângulo equilátero. Qual é a energia potencial elétrica da configuração?

camos no lugar. De acordo com a Eq. 26-35, substituindo-se r por d , a energia potencial U_{12} associada ao par de cargas q_1 e q_2 é

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d}$$

Trazemos, então, a última carga q_3 do infinito e a colocamos no lugar. O trabalho que de vemos realizar nessa última etapa é igual ao produto de q_3 pelo potencial existente no ponto onde colocamos q_3 . Naquele ponto, q_1 cria um potencial V_1 e q_2 cria um potencial V_2 . Assim, o potencial lá existente é $V_1 + V_2$, e o trabalho que fazemos nesta última etapa é $q_3(V_1 + V_2)$, ou $q_3 V_1 + q_3 V_2$.

O trabalho $q_3 V_1$ é igual à energia potencial elétrica U_{13} associada ao par de cargas q_1 e q_3 . E o trabalho $q_3 V_2$ é igual à energia potencial elétrica U_{23} associada ao par de cargas q_2 e q_3 . Da Eq. 26-35, substituindo-se r por d e usando os símbolos apropriados para as cargas, temos

$$U_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{d} \quad \text{e} \quad U_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d}$$

A energia potencial total U do sistema de três cargas é a soma das energias potenciais associadas aos três pares de cargas. Tal soma, independente da ordem em que as cargas são reunidas, é

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d} \right) \\ &= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \\ &= -\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(10)(150 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{0.12 \text{ m}} \\ &= -1.7 \times 10^{-2} \text{ J} = -17 \text{ mJ}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

O fato de que a energia potencial é negativa significa que trabalho negativo deve ser feito para formar essa estrutura, começando com as três cargas infinitamente separadas e em repouso. Por outro lado, um agente externo teria de realizar um trabalho de 17 mJ para desfazer a estrutura completamente, terminando com as três cargas infinitamente afastadas.

EXEMPLO 26-9 Uma partícula alfa (que consiste em dois prótons e dois neutrons) passa através da região das órbitas eletrônicas num átomo de ouro, movendo-se diretamente na direção do núcleo de ouro, constituído de 79 prótons e 118 neutrons. A partícula alfa diminui de velocidade, atingindo momentaneamente o repouso, quando sua distân-

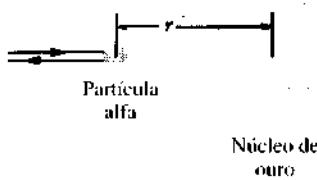


Fig. 26-18 Exemplo 26-9. Uma partícula alfa, movendo-se na direção do centro de um núcleo de ouro, atinge momentaneamente o repouso; no final de tal processo sua energia cinética foi totalmente transferida para a energia potencial elétrica do sistema.

cia r ao centro do núcleo é de 9,23 fm, antes de começar a mover-se para trás ao longo de sua trajetória inicial (Fig. 26-18). Qual era a energia cinética K da partícula alfa quando ela estava inicialmente distante (e, assim, externa ao átomo de ouro)? Despreze o efeito da força nuclear forte.

Solução Durante todo o processo, a energia mecânica do sistema *partícula alfa + átomo de ouro* é conservada. Quando a partícula alfa está fora do átomo, a energia potencial elétrica do sistema é zero, porque o átomo com um número igual de elétrons e de prótons, está eletricamente neutro e, desse modo, não produz um campo elétrico externo. Entretanto, assim que a partícula alfa passa através da região das órbitas eletrônicas no seu caminho em direção ao núcleo, fica atuado por uma força eletrostática repulsiva devida aos seus prótons e aos do núcleo. (Os nêutrons, sendo eletricamente neutros, não participam da produção dessa força. Os elétrons estando, agora, fora da localização da partícula, atuam como uma casca esférica carregada e não produzem força interna.)

Enquanto a partícula alfa diminui de velocidade por causa dessa força repulsiva, sua energia cinética é transferida para a energia potencial elétrica do sistema. A transferência está completa quando a partícula alfa pára momentaneamente. Usando o princípio da conservação da energia mecânica, podemos igualar a energia cinética inicial da partícula alfa à energia potencial elétrica U do sistema no instante que a partícula pára:

$$K = U. \quad (26-36)$$

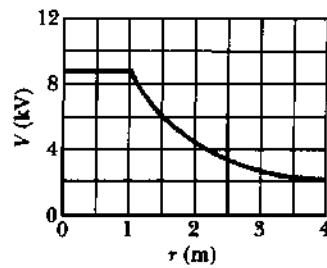
Usando-se a Eq. 26-35 com $q_1 = 2e$, $q_2 = 79e$ (onde e é a carga elementar, 1.6×10^{-19} C), e $r = 9.23$ fm, podemos reescrever a Eq. 26-36 como

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(79e)}{9.23 \text{ fm}} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(158)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{9.23 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 3.94 \times 10^{-12} \text{ J} = 24.6 \text{ MeV}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

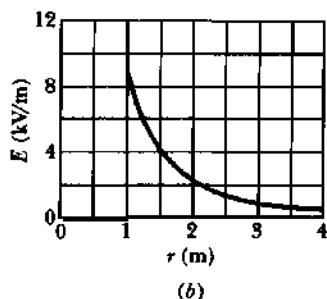
26-11 Um Condutor Isolado

Na Seção 25-7, concluímos que $\mathbf{E} = 0$ para todos os pontos no interior de um condutor isolado e, então, usamos a lei de Gauss para provar o seguinte:

Ao ser atingido o estado de equilíbrio, qualquer excesso de carga colocado num condutor isolado será encon-



(a)



(b)

Fig. 26-19 (a) Um gráfico de $V(r)$ para uma casca esférica carregada. (b) Um gráfico de $E(r)$ para a mesma casca.

trado inteiramente sobre sua superfície. Isso é verdade mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna vazia.*

Agora, vamos usar o fato de que $\mathbf{E} = 0$ para todos os pontos no interior de um condutor isolado para provar um outro fato relativo a tais condutores:

Um excesso de carga colocado num condutor isolado se distribuirá por sua superfície até que todos os pontos do condutor — no interior e na superfície — atinjam o mesmo potencial. Isso é verdade, independentemente do condutor possuir ou não uma cavidade interna.

Nossa prova decorre diretamente da Eq. 26-11, que é

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}.$$

Desde que $\mathbf{E} = 0$ em todos os pontos dentro de um condutor, segue diretamente que $V_f = V_i$ para todos os pares possíveis de pontos no condutor.

A Fig. 26-19a é um gráfico do potencial contra a distância radial r ao centro de uma casca esférica condutora isolada, de raio 1,0 m, tendo uma carga de $1,0 \mu\text{C}$. Para pontos no exterior da casca, podemos calcular $V(r)$ da Eq. 26-19 porque a carga q se comporta para tais pontos exter-

*Se a cavidade encerra uma carga isolada, uma parte da carga do condutor será encontrada sobre sua superfície interna, assim como sobre sua superfície externa.

nos como se estivesse concentrada no centro da casca. Tal equação é válida até a superfície da casca. Agora, vamos empurrar uma pequena carga teste através da casca — supondo a existência de um pequeno buraco — até o seu centro. Para isso, não será necessária a realização de trabalho algum, porque não há força elétrica resultante atuando sobre a carga teste no interior da casca. Sendo assim, o potencial em todos os pontos no interior da casca é igual ao da superfície, como mostra a Fig. 26-19a.

A Fig. 26-19b mostra a variação do campo elétrico com a distância radial para a mesma casca. Note que $E = 0$ em todos os pontos do seu interior. A curva da Fig. 26-19b pode ser deduzida da curva da Fig. 26-19a por derivação em relação a r , usando a Eq. 26-33 (a derivada de uma constante, é zero). A curva da Fig. 26-19a pode ser deduzida da curva da Fig. 26-19b por integração em relação a r , usando a Eq. 26-12. O negativo da integral de $1/r^2$, por exemplo, é $1/r$.

Excluindo os condutores esféricos, a carga de um condutor não se distribui uniformemente sobre a sua superfície. Em pontas agudas ou quinas, a densidade superficial de carga — e, assim, o campo elétrico externo, que é proporcional a ela — pode alcançar valores muito altos. O ar ao redor de tais pontas agudas pode tornar-se ionizado, produzindo a descarga em corona, bastante conhecida dos golfistas e alpinistas. A descarga em corona, assim como, o eriçamento do cabelo, são, freqüentemente os precursores de um relâmpago. Em tais circunstâncias, é prudente o abrigo numa cavidade do interior de uma casca condutora, onde o campo elétrico é garantidamente nulo. Um carro é um lugar seguro, quase ideal (Fig. 26-20).

Quando um condutor isolado é colocado num *campo elétrico externo*, como na Fig. 26-21, todos os pontos do condutor, ainda assim, ficam com o mesmo potencial, mesmo que o condutor tenha ou não carga em excesso. Os elétrons



Fig. 26-20 Uma forte descarga elétrica atinge um carro e sai através do pneu, isolante, dianteiro esquerdo (observe o clarão saindo dele); o motorista, por isso, escapa ileso.

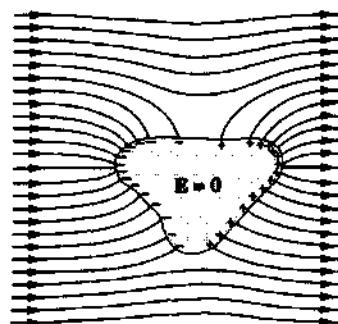


Fig. 26-21 Um condutor sem carga está suspenso num campo elétrico externo. Os elétrons livres no condutor se distribuem sobre a superfície, como é mostrado, reduzindo a zero o campo elétrico resultante dentro do condutor e tornando o campo resultante na superfície, perpendicular a ela.

livres no condutor se distribuem sobre a superfície de tal maneira que o campo elétrico produzido por eles nos pontos interiores cancela o campo elétrico externo que, de outro modo, estaria presente naquela região. Além disso, a distribuição dos elétrons faz com que o campo elétrico resultante em todos os pontos sobre a superfície seja perpendicular à superfície. Se o condutor na Fig. 26-21 pudesse de algum modo ser removido, deixando as cargas da superfície congeladas em seus lugares, a configuração do campo elétrico permaneceria absolutamente inalterada para os pontos exteriores e interiores.

26-12 O Acelerador de Van de Graaff

A parte principal de um acelerador de Van de Graaff* está adaptada para produzir diferenças de potencial da ordem de muitos milhões de volts. Um feixe de partículas energéticas pode ser produzido, permitindo-se que partículas com carga, tais como elétrons ou prótons, "caiam" através dessa diferença de potencial. Na medicina, tais feixes são largamente usados no tratamento de certos tipos de câncer. Na física, feixes de partículas aceleradas podem ser usadas numa variedade de experiências de "fragmentação de átomos".

A Fig. 26-22 sugere como um acelerador Van de Graaff produz potenciais tão elevados. Uma pequena casca esférica condutora de raio r está localizada dentro de outra casca esférica maior, de raio R . As duas cascas possuem cargas q e Q , respectivamente. Ligando-se as duas cascas com um caminho condutor, tal qual um fio, as duas cascas passam a formar um condutor único isolado. A carga q , a seguir, se move *inteiramente* para a superfície externa da casca grande, não importando a quantidade de carga Q que ela possa ter.

*Assim denominado em homenagem a Robert J. Van de Graaff, que foi o primeiro a realizar com sucesso, na prática, uma sugestão de Lord Kelvin. Ver "The Biggest Van de Graaff Machine", de Joe Watson, *The New Scientist*, março de 1974. A máquina original de Van de Graaff, usada como "gerador de centelhas", está em exibição no Museu de Ciência, em Boston.

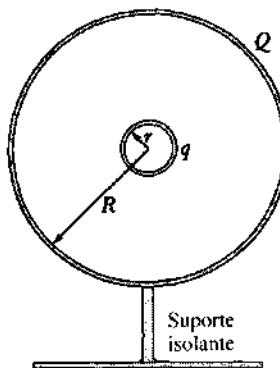


Fig. 26-22 O princípio de operação de um acelerador de Van de Graaff. Quando as duas cascas condutoras concêntricas não estão eletricamente ligadas, elas podem ter cargas, como se mostra. Mas, se elas forem ligadas eletricamente, qualquer carga colocada na casca interna fluirá para a casca externa.

Na prática, a carga é levada para a casca interna por meio de uma correia carregada que se move com grande rapidez (Fig. 26-23). A carga é “borrifada” na correia, do lado de fora da máquina, por um pente de “pontas coronas” e reti-

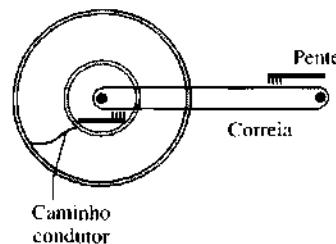


Fig. 26-23 Elementos essenciais de um acelerador de Van de Graaff.

rada da correia, no interior da máquina, do mesmo modo. À medida que a carga é retirada do pente externo pela correia móvel, seu potencial elétrico aumenta. O motor que faz mover a correia fornece a energia necessária para o aumento do potencial da carga sobre a correia e, assim, das cascas dentro da máquina. O potencial máximo, que pode ser conseguido com um dado gerador, ocorre quando a taxa em que a carga está sendo conduzida para a casca interna é igual à taxa em que a carga deixa a casca externa, por escoamento ao longo dos suportes e por descarga em corona.

RESUMO

Energia Potencial Elétrica

A variação ΔU na energia potencial elétrica U de uma carga puntiforme quando ela se move de um ponto inicial i para um ponto final f num campo elétrico é

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{if}, \quad (26-1)$$

onde W_{if} é o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga puntiforme. Definindo-se o zero da energia potencial no infinito, a **energia potencial elétrica** U da carga puntiforme num ponto particular é

$$U = -W_{if} \text{ (definição de energia potencial).} \quad (26-2)$$

Aqui, W_{if} é o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga puntiforme quando ela se move do infinito até o ponto.

Diferença de Potencial Elétrico e Potencial Elétrico

Definimos a **diferença de potencial** ΔV entre dois pontos num campo elétrico como

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0} \text{ (definição de diferença de potencial).} \quad (26-4)$$

sendo q_0 uma carga teste positiva sobre a qual o campo realiza trabalho. O **potencial** num ponto é

$$V = -\frac{W_{if}}{q_0} \text{ (definição de potencial).} \quad (26-5)$$

A unidade SI de potencial é o **volt**: 1 volt = 1 joule por coulomb.

Superfícies Equipotenciais

Os pontos sobre uma **superfície equipotencial** têm todos o mesmo potencial. O trabalho realizado sobre uma carga teste, movendo-a de uma determinada superfície para outra, é independente das localizações dos pontos inicial e final sobre elas e da trajetória que une os pontos. O campo elétrico E é sempre perpendicular às superfícies equipotenciais.

Determinação de V a partir de E

A diferença de potencial entre dois pontos quaisquer é

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, \quad (26-11)$$

onde a integral é feita sobre qualquer caminho ligando os pontos. Tomando-se i no infinito e $V_i = 0$ temos, para o potencial num ponto particular,

$$V = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (26-12)$$

Potencial Criado por Cargas Puntiformes

O potencial criado por uma única carga puntiforme a uma distância r da carga é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (26-19)$$

na qual q pode ser positiva ou negativa. O potencial criado por um conjunto de cargas puntiformes é

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}, \quad (26-20)$$

Potencial Criado por um Dipolo Elétrico

O potencial criado por um dipolo elétrico com momento de dipolo $p = qd$ é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (26-23)$$

para $r \gg d$; a distância r e o ângulo θ estão definidos na Fig. 26-11.

Potencial Criado por uma Distribuição Contínua de Carga

Para uma distribuição contínua de carga, a Eq. 26-20 torna-se

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}, \quad (26-25)$$

em que a integral é feita sobre toda a distribuição.

Cálculo de E a partir de V

O componente de E em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial com a distância naquela direção:

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (26-33)$$

Os componentes x , y e z de E podem ser determinados a partir de

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (26-34)$$

Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Puntiformes

A energia potencial elétrica de um sistema de cargas puntiformes é igual ao trabalho necessário para reunir o sistema com as cargas inicialmente em repouso e infinitamente distantesumas das outras. Para duas cargas a uma distância r uma da outra,

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}, \quad (26-35)$$

na qual q_1 e q_2 podem ser positivas ou negativas.

Um Condutor Carregado

Uma carga em excesso colocada sobre um condutor estará, no equilíbrio, localizada sobre a superfície externa do condutor. A carga leva todo o condutor, incluindo a superfície e os pontos internos, a um potencial uniforme.

QUESTIONÁRIO

1. Engenheiros e cientistas freqüentemente definem o potencial da superfície da Terra ("terra") como zero. Se, em vez disso, eles o definissem como +100 V, que efeito teria essa escolha nos valores medidos dos (a) potenciais e (b) diferenças de potencial?
2. O que aconteceria a uma pessoa, de pé sobre uma plataforma isolada, se o seu potencial fosse aumentado em 10 kV no que diz respeito à Terra?
3. Por que o elétron-volt é freqüentemente uma unidade mais conveniente para energia do que o joule?
4. Como poderíamos comparar um próton-volt a um elétron-volt? A massa de um próton é 1.840 vezes a massa de um elétron.
5. Os elétrons tendem a se deslocar para regiões de maior ou menor potencial?
6. Por que é possível blindar uma sala contra forças elétricas mas não contra forças gravitacionais?
7. Suponha que a superfície da Terra tivesse uma carga líquida que não fosse zero. Por que seria ainda possível adotar a Terra como ponto referencial padrão de potencial e atribuir-lhe o potencial $V = 0$?
8. O potencial de um condutor isolado, com carga positiva, tem de ser positivo? Dê um exemplo que justifique seu ponto de vista.
9. Podem duas superfícies equipotenciais diferentes interceptar-se?
10. Um eletricista foi eletrocutado por acidente e numa reportagem jornalística afirmou-se que: "Ele tocou accidentalmente num cabo de alta tensão e 20.000 V de eletricidade atravessaram seu corpo." Critique tal afirmação.
11. Os conselhos dados a alpinistas apanhados em tempestades acompanhadas de trovões e raios são: (a) abandonar rapidamente os picos e (b) juntar os pés e agachar-se num descampado, somente os pés tocando o solo. Em que se baseia tal orientação?
12. Se E for nulo num ponto, deverá V também ser nulo em tal ponto? Dê alguns exemplos que justifiquem sua resposta.
13. Conhecendo-se o campo E em um só ponto, podemos calcular V no mesmo ponto? Se não, que informações a mais são necessárias?
14. Na Fig. 26-2, o campo elétrico E é maior do lado esquerdo ou do lado direito da figura?
15. O disco não-condutor, com carga uniforme, da Seção 26-8 é uma superfície equipotencial? Explique.
16. Vimos que no interior de um condutor oco estamos protegidos dos campos das cargas externas. Se estivermos do lado de fora de um condutor oco que contenha cargas, estaremos protegidos dos campos criados por elas? Justifique sua resposta.
17. Faça a distinção entre diferença de potencial e diferença de energia potencial. Dê exemplos usando cada termo com adequação.
18. Dado que a superfície de um condutor com carga é equipotencial, isso significa que a carga está uniformemente distribuída?
19. Na Seção 26-11, vimos que qualquer carga colocada no interior de um condutor isolado é transferida *totalmente* para a superfície externa do condutor, não importando que quantidade de carga já exista lá. Isso é válido indefinidamente? Se não, explique.
20. Íons e elétrons livres atuam como centros condensadores: gotículas de água formam-se em torno deles, no ar. Explique por quê.
21. Se V for uma constante numa certa região do espaço, o que podemos dizer sobre E nessa região?
22. Como se pode garantir que o potencial, numa certa região do espaço, tenha valor constante?
23. Descubra uma maneira de dispor três cargas puntiformes, separadas por distâncias finitas, de modo que a energia potencial elétrica seja nula.

24. Vimos na Seção 26-11 que o potencial no interior de um condutor é o mesmo que o de sua superfície. (a) É no caso de um condutor de formato irregular, com uma cavidade irregular no seu interior? (b) É no caso da cavidade ter uma pequena "brecha" ligando-a com o exterior? (c) É no caso de a cavidade estar fechada, mas possuir uma carga puntiforme suspensa no seu interior? Para cada situação, discuta o potencial dentro do material condutor e em diferentes pontos dentro da cavidade.

25. Uma casca estérica condutora isolada tem uma carga negativa. O que acontecerá se um objeto metálico, com carga positiva, for colocado em contato com o interior da casca? Discuta os três casos em que o módulo da carga positiva, comparado ao da negativa, é (a) menor, (b) igual e (c) maior?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 26-2 O Potencial Elétrico

1E. A diferença de potencial elétrico entre a terra e uma nuvem numa determinada tempestade é 1.2×10^9 V. Qual é o módulo da variação da energia potencial elétrica (em múltiplos de elétron-volt) de um elétron que se move entre esses pontos?

2E. Uma bateria de carro de 12 V pode enviar uma carga total de 84 A·h (ampère-horas) através de um circuito, de um terminal ao outro. (a) Quantos coulombs de carga isso representa? (b) Se toda essa carga for submetida a uma diferença de potencial de 12 V, que energia estará envolvida?

3P. Em um relâmpago típico, a diferença de potencial entre uma nuvem e a terra é de 1.0×10^9 V e a quantidade de carga transferida é de 30 C. (a) Qual é a variação de energia da carga transferida? (b) Se toda a energia liberada pudesse ser usada para acelerar um carro de 1.000 kg a partir do repouso, qual seria sua velocidade escalar final? (c) Que quantidade de gelo, a 0°C, derreteria se toda a energia liberada pudesse ser usada para tal fim? O calor de fusão do gelo é 3.3×10^5 J/kg.

Seção 26-4 Cálculo do Potencial a Partir do Campo

4E. Duas linhas infinitas de carga estão paralelas ao eixo z. Uma, de carga por unidade de comprimento $+\lambda$, está a uma distância a à direita desse eixo. A outra, de carga por unidade de comprimento $-\lambda$, está a uma distância a à esquerda do eixo (as linhas e o eixo z estão no mesmo plano). Esboce algumas das superfícies equipotenciais decorrentes do arranjo.

5E. Quando um elétron se move de A até B ao longo da linha de campo elétrico mostrada na Fig. 26-24, o campo elétrico realiza um trabalho de 3.94×10^{-19} J sobre ele. Quais são as diferenças de potencial elétrico (a) $V_B - V_A$, (b) $V_C - V_A$ e (c) $V_C - V_B$?

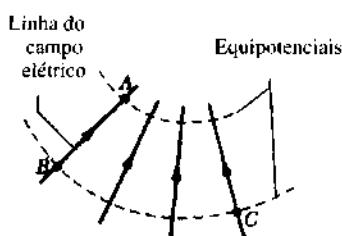


Fig. 26-24 Exercício 5.

6E. A Fig. 26-25 mostra, uma chapa não-condutora, infinita, com densidade superficial de carga positiva σ sobre um lado. (a) Qual é o trabalho realizado pelo campo elétrico da chapa, quando uma pequena carga teste positiva q_0 é deslocada de uma posição inicial sobre a chapa até uma posição final localizada a distância perpendicular z da chapa? (b)

Use a Eq. 26-11 e o resultado de (a) para mostrar que o potencial elétrico de uma chapa infinita de carga pode ser escrita como

$$V = V_0 - (\sigma/2\epsilon_0)z,$$

onde V_0 é o potencial na superfície da chapa.

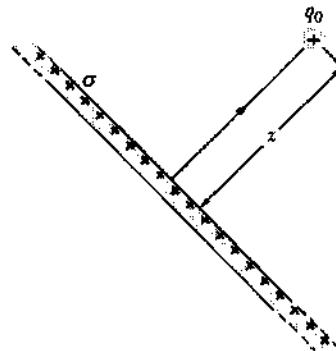


Fig. 26-25 Exercício 6.

7E. Na experiência da gota de óleo, de Millikan, (ver a Seção 24-8) mantém-se um campo elétrico uniforme de 1.92×10^5 N/C na região entre duas placas separadas de 1.5 cm. Determine a diferença de potencial entre as placas.

8E. Duas grandes placas condutoras, paralelas entre si e afastadas por uma distância de 12 cm, têm cargas iguais e de sinais opostos nas faces que se defrontam. Um elétron colocado em qualquer lugar entre as placas experimenta uma força eletrostática de 3.9×10^{-17} N. (a) Determine o campo elétrico na posição do elétron. (b) Qual é a diferença de potencial entre as placas?

9E. Uma chapa não-condutora infinita tem uma densidade superficial de carga $\sigma = 0.10 \mu\text{C}/\text{m}^2$ sobre um lado. Qual é a distância entre as superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem de 50 V?

10P. Na Fig. 26-26, três longas linhas paralelas de carga, com as densidades lineares indicadas, estendem-se perpendicularmente ao plano da

-21

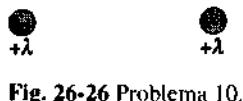


Fig. 26-26 Problema 10.

O
ado
e o
(b)

página. Esboce algumas linhas de campo elétrico e as seções transversais no plano da página de algumas superfícies equipotenciais.

11P. O campo elétrico dentro de uma esfera não-condutora de raio R , com carga espalhada com uniformidade por todo o seu volume, está radialmente direcionado e tem módulo dado por

$$E(r) = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}.$$

Nesta expressão, q (positiva ou negativa) é a carga total da esfera e r é a distância ao centro da esfera. (a) Tomando $V = 0$ no centro da esfera, determine o potencial $V(r)$ dentro da esfera. (b) Qual é a diferença de potencial elétrico entre um ponto da superfície e o centro da esfera? (c) Sendo q positivo, qual desses dois pontos tem maior potencial?

12P. Um contador Geiger possui um cilindro metálico com 2,00 cm de diâmetro e ao longo do eixo está estendido um fio de $1,3 \times 10^{-4}$ cm de diâmetro. Se a diferença de potencial entre eles for de 850 V, qual será o campo elétrico na superfície (a) do fio e (b) do cilindro? (Sugestão: Use o resultado do Problema 26, Cap. 25.)

13P*. Uma carga q está uniformemente distribuída através de um volume esférico de raio R . (a) Fazendo $V = 0$ no infinito, mostre que o potencial a uma distância r do centro, onde $r < R$, é dado por

$$V = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3}.$$

(Sugestão: Ver o Exemplo 25-7) (b) Por que este resultado difere daquele do item (a) do Problema 11? (c) Qual é a diferença de potencial entre um ponto da superfície e o centro da esfera? (d) Por que esse resultado não difere daquele do item (b) do Problema 11?

14P*. Uma casca esférica espessa de carga Q e densidade volumétrica de carga uniforme ρ , está limitada pelos raios r_1 e r_2 , onde $r_2 > r_1$. Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico V em função da distância r ao centro da distribuição, considerando as regiões (a) $r > r_2$, (b) $r_2 > r > r_1$ e (c) $r < r_1$. (d) Estas soluções concordam em $r = r_2$ e $r = r_1$? (Sugestão: Ver o Exemplo 25-7.)

Seção 26-5 Potencial Criado por uma Carga Puntiforme

15E. Considere uma carga puntiforme $q = +1.0 \mu\text{C}$ e dois pontos A e B que distam, respectivamente, 2,0 m e 1,0 m da carga. (a) Tomando tais pontos diametralmente opostos, como mostra a Fig. 26-27a, qual é a diferença de potencial $V_A - V_B$? (b) Repita o item (a) considerando os pontos A e B localizados como mostra a Fig. 26-27b.

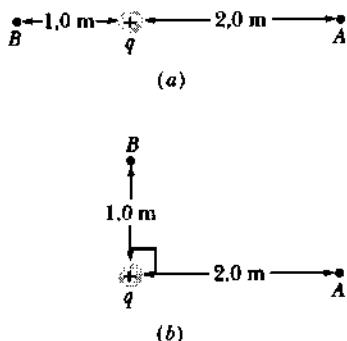


Fig. 26-27 Exercício 15.

16E. Considere uma carga puntiforme $q = 1.5 \times 10^{-8}\text{C}$, e tome $V = 0$ no infinito. (a) Quais são a forma e as dimensões de uma superfície

equipotencial que tem um potencial de 30 V graças somente a q ? (b) Estão igualmente espaçadas as superfícies cujos potenciais diferem de uma quantidade constante, digamos, 1,0 V?

17E. A que potencial uma carga de $1,5 \times 10^{-8}\text{C}$ elevaria uma esfera condutora isolada, de raio igual a 16,0 cm?

18E. Enquanto uma nave espacial se move através do gás ionizado e diluído da ionosfera da Terra, seu potencial sofre uma variação típica de $-1,0\text{ V}$, durante uma rotação. Supondo que a nave seja uma esfera de raio igual a 10 m, estime a quantidade de carga que ela coleta.

19E. Uma grande quantidade do material que compõe os anéis de Saturno (veja a Fig. 26-28) está na forma de minúsculos grãos de poeira, cujos raios são da ordem de 10^{-6} m . Tais grãos estão localizados numa região contendo um gás ionizado e diluído, e adquirem elétrons em excesso. Como uma aproximação, suponha que um grão seja esférico, com um raio $R = 1,0 \times 10^{-6}\text{ m}$. Quantos elétrons em excesso ele teria de adquirir para que o potencial em sua superfície atingisse -400 V (tendo $V = 0$ no infinito)?

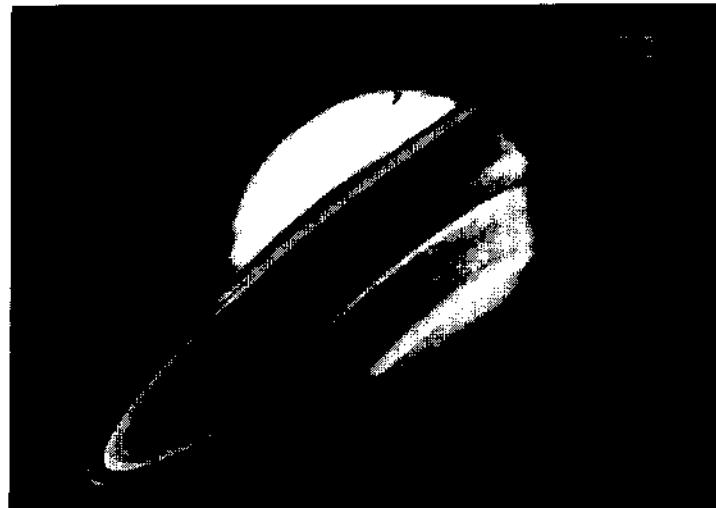


Fig. 26-28 Exercício 19.

20E. Para a situação da Fig. 26-29, esboce qualitativamente (a) as linhas do campo elétrico e (b) as seções transversais das superfícies equipotenciais no plano da figura.

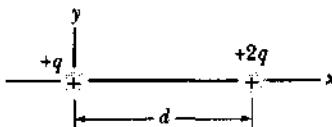


Fig. 26-29 Exercício 20 e Problema 31.

21E. Repita o Exercício 20 para a situação da Fig. 26-30.

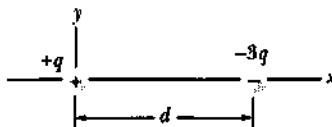


Fig. 26-30 Exercícios 21 e 28.

22E. (a) Sabendo-se que uma esfera condutora isolada de 10 cm de raio tem uma carga de $4,0 \mu\text{C}$ e, considerando-se $V = 0$ no infinito, qual é o potencial sobre a superfície da esfera? (b) Tal situação, pode realmente ocorrer, dado que o ar em torno da esfera sofre ruptura elétrica quando o campo excede a $3,0 \text{ MV/m}$?

23P. Quais são (a) a carga e (b) a densidade de carga sobre a superfície de uma esfera condutora de raio 0,15 m, cujo potencial é de 200 V (com $V = 0$ no infinito)?

24P. Frequentemente podemos observar um campo elétrico de aproximadamente 100 V/m, próximo à superfície da Terra. Se este fosse o valor do campo sobre toda a superfície, qual seria o potencial elétrico de um ponto sobre a superfície? (Faça $V = 0$ no infinito.)

25P. Suponha que a carga negativa de uma moeda, de um centavo, de cobre, fosse levada para uma distância muito grande da Terra — talvez uma galáxia distante — e que a carga positiva fosse uniformemente distribuída sobre a superfície da Terra. De quanto variaria o potencial elétrico na superfície da Terra? (Veja o Exemplo 23-3.)

26P. Uma gota esférica de água transportando uma carga de 30 pC tem um potencial de 500 V em sua superfície (com $V = 0$ no infinito). (a) Qual é o raio da gota? (b) Se duas gotas iguais a esta, com a mesma carga e o mesmo raio, se juntarem para constituir uma única gota esférica, qual será o potencial na superfície da nova gota?

27P. Uma esfera de cobre, de raio igual a 1,0 cm, possui um revestimento muito fino de níquel em sua superfície. Alguns átomos de níquel são radioativos, cada átomo emitindo um elétron quando ele decai. A metade destes elétrons entra na esfera de cobre, cada um deles depositando 100 keV de energia na esfera. A outra metade dos elétrons escapa, cada um levando para longe uma carga $-e$. O revestimento de níquel tem uma atividade de 10 mCi ($= 10 \text{ milicuries} = 3,70 \times 10^8 \text{ decaimentos radioativos por segundo}$). A esfera está suspensa por um longo fio não-condutor e isolada de sua vizinhança. (a) Quanto tempo levará para que o potencial da esfera aumente de 1.000 V? (b) Quanto tempo levará para que a temperatura da esfera aumente de $5,0^\circ\text{C}$? A capacidade calorífica da esfera é de $14,3 \text{ J}/^\circ\text{C}$.

Seção 26-7 Potencial Criado por um Dipolo Elétrico

28E. Na Fig. 26-30, considerando $V = 0$ no infinito, localize (em termos de d) um ponto sobre o eixo x (que não esteja no infinito) onde o potencial devido às duas cargas seja nulo.

29E. Duas cargas isoladas de módulos Q_1 e Q_2 , estão separadas por uma distância d . Num ponto intermediário $d/4$ de Q_1 , o campo elétrico resultante é zero. Fazendo $V = 0$ no infinito, localize um ponto (que não seja no infinito) onde o potencial em virtude delas seja zero.

30E. A molécula de amônia NH_3 tem um momento de dipolo elétrico permanente igual a $1,47\text{D}$, onde $\text{D} = \text{unidade debye} = 3,34 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$. Calcular o potencial elétrico devido à molécula de amônia, num ponto distante 52,0 nm ao longo do eixo do dipolo. (Faça $V = 0$ no infinito.)

31P. Na Fig. 26-29, considerando $V = 0$ no infinito, localize os pontos (outros que não estejam no infinito), (a) onde $V = 0$ e (b) onde $\mathbf{E} = 0$. Considere somente pontos sobre o eixo x , e seja $d = 1,0 \text{ m}$.

32P. Uma carga puntiforme $q_1 = +6,0e$ está fixa na origem de um sistema de coordenadas retangulares, e uma segunda carga puntiforme $q_2 = -10e$ está fixa em $x = 8,6 \text{ nm}, y = 0$. O lugar geométrico de todos os pontos, no plano xy com $V = 0$, é um círculo centrado sobre o eixo x , como mostra a Fig. 26-31. Determine (a) a posição x_c do centro do círculo e (b) o raio R do círculo. (c) A seção transversal no plano xy da superfície equipotencial de 5 V também é um círculo?

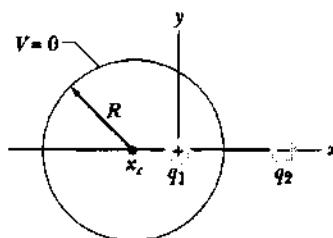


Fig. 26-31 Problema 32.

33P. Para a configuração de carga da Fig. 26-32, mostre que $V(r)$ para pontos sobre o eixo vertical, supondo $r \gg d$, é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \left(1 + \frac{2d}{r} \right).$$

(Sugestão: A configuração de carga pode ser vista como a soma de uma carga isolada e um dipolo.)

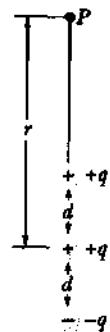


Fig. 26-32 Problema 33.

34P. Na Fig. 26-33, qual é o potencial resultante no ponto P devido às quatro cargas puntiformes, tomando-se $V = 0$ no infinito?

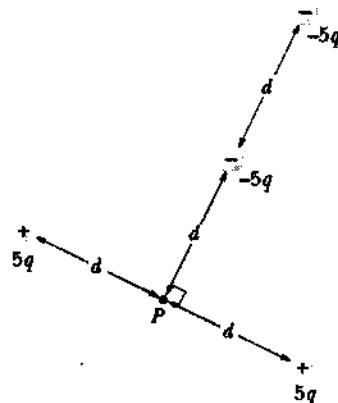


Fig. 26-33 Problema 34.

35P. Na Fig. 26-34, o ponto P está no centro do retângulo. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial resultante em P por causa das seis cargas puntiformes?

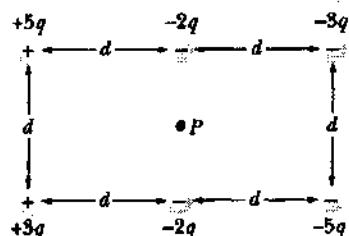
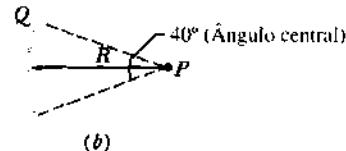
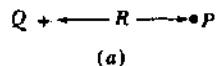


Fig. 26-34 Problema 35.

Ordene as três situações de acordo com o módulo do campo elétrico que é criado em P , do maior para o menor.



Seção 26-8 Potencial Criado por uma Distribuição Contínua de Carga

36E. (a) A Fig. 26-35a, mostra uma barra fina de plástico com carga positiva, de comprimento L e densidade linear de carga uniforme λ . Fazendo $V = 0$ no infinito e considerando a Fig. 26-13 e a Eq. 26-28, determine o potencial elétrico no ponto P sem fazer cálculo. (b) A Fig. 26-35b mostra uma barra idêntica, exceto que ela está dividida ao meio e a metade direita está com carga negativa; as metades direita e esquerda têm o mesmo módulo λ para a densidade linear de carga uniforme. Qual é o potencial elétrico no ponto P na Fig. 26-35b?

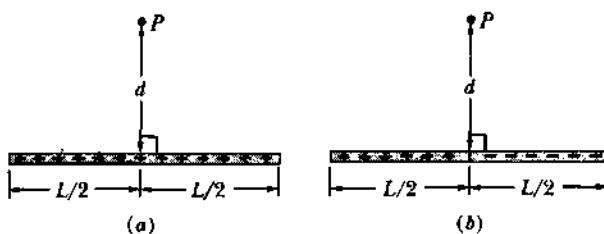


Fig. 26-35 Exercício 36.

37E. (a) Na Fig. 26-36, uma barra fina de plástico tendo uma carga $-Q$ uniformemente distribuída, foi curvada num arco de círculo de raio R e ângulo central de 120° . Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico em P , o centro de curvatura da barra?

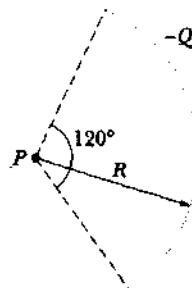


Fig. 26-36 Exercício 37.

38P. (a) Na Fig. 26-37a, qual é o potencial no ponto P devido à carga Q a uma distância R de P ? Faça $V = 0$ no infinito. (b) Na Fig. 26-37b, a mesma carga Q foi espalhada sobre um arco de círculo de raio R e ângulo central 40° . Qual é o potencial no ponto P , o centro de curvatura do arco? (c) Na Fig. 26-37c, a mesma carga Q foi espalhada sobre um círculo de raio R . Qual é o potencial no ponto P , o centro do círculo? (d)

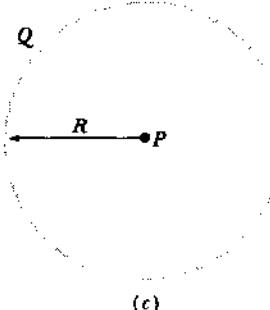


Fig. 26-37 Problema 38.

39P. Uma barra fina de plástico, circular, de raio R , tem uma carga positiva $+Q$ uniformemente distribuída ao longo de um quarto de sua circunferência e uma carga negativa de $-6Q$ uniformemente distribuída ao longo do remanescente da circunferência (Fig. 26-38). Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico (a) no centro C do círculo e (b) no ponto P , que está sobre o eixo do círculo a uma distância z de seu centro?

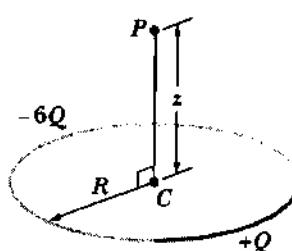


Fig. 26-38 Problema 39.

40P. Um disco de plástico é carregado sobre um lado com uma densidade superficial de carga σ e, a seguir, três quadrantes do disco são retirados. O quadrante que resta, é mostrado na Fig. 26-39. Com $V = 0$ no

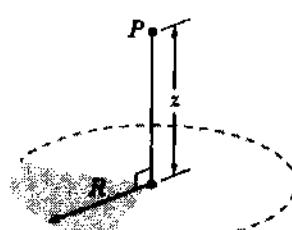


Fig. 26-39 Problema 40.

infinito, qual é o potencial criado por esse quadrante no ponto P , que está sobre o eixo central do disco original a uma distância z do centro original?

- 41P.** Qual é o potencial no ponto P na Fig. 26-40, a uma distância d da extremidade direita de uma barra fina de plástico de comprimento L e carga total $-Q$? A carga está distribuída uniformemente e $V = 0$ no infinito.

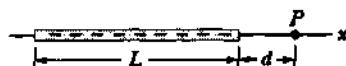
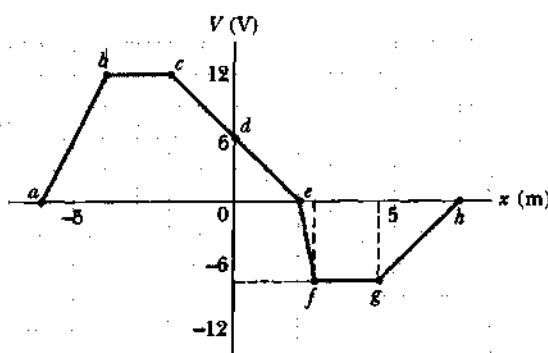


Fig. 26-40 Problema 41.

Seção 26-9 Cálculo do Campo a Partir do Potencial

- 42E.** Duas grandes placas metálicas, paralelas entre si e separadas por uma distância de 1,5 cm, possuem cargas iguais e de sinais opostos sobre as faces que se defrontam. Tome o potencial da placa negativa como zero. Se o potencial a meia distância entre as placas for igual a +5,0 V, qual será o campo elétrico na região entre as placas?

- 43E.** Numa certa situação, o potencial elétrico varia ao longo do eixo x conforme se mostra no gráfico da Fig. 26-41. Para cada um dos intervalos ab , bc , cd , de , ef , fg , e gh , determine o componente x do campo elétrico e, a seguir, faça o gráfico de E_x versus x . (Ignore o comportamento nas extremidades dos intervalos.)



- 44E.** Partindo da Eq. 26-23, determine o campo elétrico devido a um dipolo num ponto P sobre o eixo do dipolo.

- 45E.** Mostramos, na Seção 26-8, que o potencial num ponto sobre o eixo central de um disco carregado é dado por

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z).$$

Use a Eq. 26-34 e a simetria para mostrar que E para tal ponto é dado por

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right).$$

- 46E.** O potencial elétrico V no espaço entre as placas de um particular, e agora obsoleto, tubo de vácuo é dado por $V = 1.500 x^2$, onde V está em volts quando x , a distância a partir de uma das placas, está em metros. Calcule o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico em $x = 1,3$ cm.

- 47E.** O Exercício 45 do Cap. 25 trata do cálculo de Rutherford do campo elétrico a uma distância r do centro de um átomo e no seu interior. Rutherford também deu o potencial elétrico como

$$V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right).$$

- (a) Mostre como a expressão para o campo elétrico dada no Exercício 45 do Cap. 25 pode ser obtida da expressão acima para V . (b) Por que essa expressão para V não tende para zero quando $r \rightarrow \infty$?

- 48P.** (a) Mostre que o potencial elétrico num ponto sobre o eixo de um anel de carga de raio R , calculado diretamente da Eq. 26-25, é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}.$$

- (b) A partir desse resultado, deduza uma expressão para E em pontos axiais; compare seu resultado com o cálculo de E feito na Seção 24-6.

- 49P.** A barra fina com carga positiva da Fig. 26-42 tem uma densidade linear de carga uniforme λ e se encontra ao longo de um eixo x como é mostrado. (a) Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial devido à barra no ponto P sobre o eixo x . (b) Use o resultado do item (a) para calcular o componente do campo elétrico em P ao longo do eixo x . (c) Use a simetria para determinar o componente do campo elétrico em P numa direção perpendicular ao eixo x .



Fig. 26-42 Problema 49.

- 50P.** Na Fig. 26-43, uma barra fina com carga positiva, de comprimento L , que está ao longo do eixo x com uma extremidade na origem ($x = 0$), tem uma densidade linear de carga dada por $\lambda = kx$, onde k é uma constante. (a) Fazendo $V = 0$ no infinito, determine V no ponto P sobre o eixo y . (b) Determine o componente vertical E_y da intensidade do campo elétrico em P a partir do resultado da parte (a) e também por integração dos campos diferenciais em razão dos elementos de carga diferenciais. (c) Por que o componente horizontal E_x do campo elétrico em P , não pode ser obtido, usando-se o resultado da parte (a)?

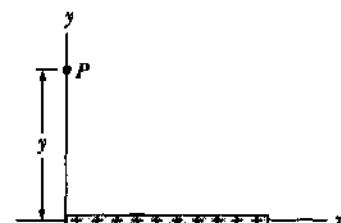


Fig. 26-43 Problema 50.

Seção 26-10 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Puntiformes

- 51E.** (a) Deduza uma expressão para $V_A - V_B$, a diferença de potencial entre os pontos A e B na Fig. 26-44. (b) O resultado obtido se reduz aos valores esperados quando $d = 0$? Quando $a = 0$? Quando $q = 0$?

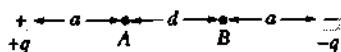


Fig. 26-44 Exercício 51.

52E. Duas cargas $q = +2,0 \mu\text{C}$ estão fixas no espaço e separadas pela distância $d = 2,0 \text{ cm}$, como mostra a Fig. 26-45. (a) Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico em C ? (b) Uma terceira carga $q = +2,0 \mu\text{C}$ é trazida do infinito até o ponto C . Quanto trabalho foi realizado? (c) Qual é a energia potencial U da configuração das três cargas quando a terceira delas está no lugar?

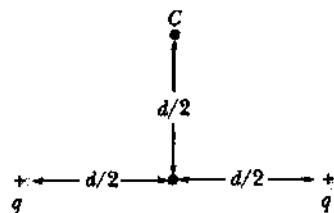


Fig. 26-45 Exercício 52.

53E. As cargas e as coordenadas de duas cargas puntiformes localizadas no plano xy são: $q_1 = +3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $x = 3,5 \text{ cm}$, $y = +0,50 \text{ cm}$; e $q_2 = -4,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $x = -2,0 \text{ cm}$, $y = +1,5 \text{ cm}$. Que trabalho deve ser realizado para colocar essas cargas nas posições dadas, começando de uma separação infinita?

54E. Uma década antes de Einstein ter publicado sua teoria da relatividade, J.J. Thomson sugeriu que o elétron podia ser constituído de partes pequenas e que sua massa decorria da interação elétrica entre as partes. Sugeriu também que a energia era igual a mc^2 . Faça uma estimativa grosseira da massa do elétron, do seguinte modo: suponha que o elétron é composto de três partes idênticas que são trazidas do infinito e colocadas nos vértices de um triângulo equilátero, cujos lados são iguais ao raio clássico do elétron, $2,82 \times 10^{-15} \text{ m}$. (a) Determine a energia potencial elétrica desse arranjo. (b) Divida por c^2 e compare o seu resultado com a massa adotada para o elétron ($9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$). (O resultado melhora se mais partes forem consideradas.)

55E. No modelo quark das partículas fundamentais, um próton é composto de três quarks: dois quarks "up", cada um deles tendo carga de $+2e/3$, e um quark "down", tendo carga $-e/3$. Suponha que os três quarks estejam equidistantes um do outro. Considere que a distância seja $1,32 \times 10^{-15} \text{ m}$ e calcule (a) a energia potencial do subsistema formado pelos dois quarks "up" e (b) a energia potencial elétrica total do sistema formado pelas três partículas.

56E. Deduza uma expressão para o trabalho necessário para formarmos a configuração das quatro cargas da Fig. 26-46, supondo que as cargas estão, de início, infinitamente afastadas.

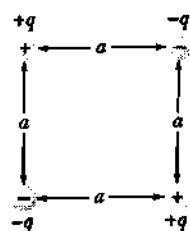


Fig. 26-46 Exercício 56

57E. Qual é a energia potencial elétrica da configuração de carga da Fig. 26-9a? Use os valores numéricos do Exemplo 26-4.

58P. Três cargas, cada uma de $+0,12 \text{ C}$, são colocadas nos vértices de um triângulo equilátero de $1,7 \text{ m}$ de lado. Fornecendo-se energia a uma taxa de $0,83 \text{ kW}$, quantos dias seriam necessários para se deslocar uma das cargas até o ponto médio do segmento de reta que une as outras duas cargas?

59P. No retângulo da Fig. 26-47, os lados têm comprimentos de $5,0 \text{ cm}$ e 15 cm , $q_1 = -5,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = +2,0 \mu\text{C}$. Com $V = 0$ no infinito, quais são os potenciais elétricos (a) no vértice A e (b) no vértice B ? (c) Que trabalho é necessário para mover uma terceira carga $q_3 = +3,0 \mu\text{C}$ do ponto B até o ponto A ao longo da diagonal do retângulo? (d) Este trabalho aumenta ou diminui a energia elétrica do sistema das três cargas? Ele é maior, menor ou igual ao trabalho necessário para movermos q_3 ao longo de uma trajetória que está (e) dentro do retângulo mas não sobre uma diagonal e (f) fora do retângulo?

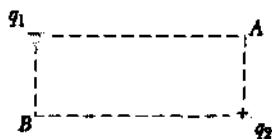


Fig. 26-47 Problema 59.

60P. Na Fig. 26-48, que trabalho é necessário para trazer a carga de $+5q$ a partir do infinito, ao longo da linha tracejada e colocá-la, como é mostrado, próxima das duas cargas fixas $+4q$ e $-2q$? Considere $d = 1,40 \text{ cm}$ e $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

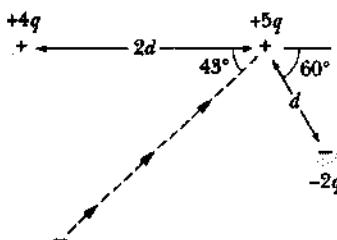


Fig. 26-48 Problema 60.

61P. Uma partícula de carga positiva Q está fixa no ponto P . Uma segunda partícula de massa m e carga negativa $-q$ se move com velocidade escalar constante num círculo de raio r_1 , centrado em P . Obtenha uma expressão para o trabalho W que deve ser realizado por um agente externo sobre a segunda partícula para aumentar o raio do círculo do movimento para r_2 .

62P. Calcule: (a) o potencial elétrico criado pelo núcleo de um átomo de hidrogênio na distância média de circulação do elétron ($r = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$), (b) a energia potencial elétrica do átomo, quando o elétron está nesse raio e (c) a energia cinética do elétron, supondo que ele se move numa órbita circular com esse raio e centrada no núcleo. (d) Quanta energia é necessária para ionizar o átomo de hidrogênio (isso é, afastar o elétron do núcleo de modo que a separação seja efetivamente infinita)? Expressse todas as energias em elétron-volts.

63P. Uma carga de $-9,0 \text{ nC}$ está uniformemente distribuída ao redor de um anel de raio $1,5 \text{ m}$ que está no plano yz com seu centro na origem. Uma carga puntiforme de $-6,0 \text{ pC}$ está localizada sobre o eixo x em x

= 3,0 m. Calcule o trabalho realizado para deslocar a carga puntiforme até a origem.

64P. Uma partícula de carga q é mantida fixa num ponto P e uma segunda partícula de massa m e de carga igual, q , está inicialmente em repouso a uma distância r_1 de P . A segunda partícula é, então, liberada. Determine sua velocidade escalar quando ela está a uma distância r_2 de P . Considere $q = 3,1 \mu\text{C}$, $m = 20 \text{ mg}$, $r_1 = 0,90 \text{ mm}$ e $r_2 = 2,5 \text{ mm}$.

65P. Duas pequenas esferas metálicas A e B de massas $m_A = 5,00 \text{ g}$ e $m_B = 10,0 \text{ g}$ têm cargas positivas iguais, $q = 5,0 \mu\text{C}$. As esferas são ligadas por um fio não-condutor, de massa desprezível e comprimento $d = 1,0 \text{ m}$, que é muito maior que os raios das esferas. (a) Qual é a energia potencial elétrica do sistema? (b) Suponha que se corte o fio. Neste instante, qual é a aceleração de cada esfera? (c) Muito tempo depois de se ter cortado o fio, qual é a velocidade escalar de cada esfera?

66P. Duas superfícies condutoras planas, carregadas, paralelas entre si, estão separadas por uma distância $d = 1,00 \text{ cm}$. A diferença de potencial entre elas é $\Delta V = 625 \text{ V}$. Um elétron é projetado diretamente de uma superfície para a outra. Qual deve ser a velocidade escalar inicial do elétron para que ele atinja o repouso junto à segunda superfície?

67P. (a) Um próton de energia cinética 4,80 MeV se move exatamente na direção de um núcleo de chumbo. Supondo que o próton não penetre no núcleo e considerando apenas interações eleostáticas, calcular a menor distância entre os centros do próton e do núcleo no instante que o próton atingir momentaneamente o repouso. (b) Se o próton fosse substituído por uma partícula alfa (dois prótons e dois nêutrons) com a mesma energia cinética inicial, qual seria a menor distância entre os centros da partícula alfa e do núcleo, em comparação com a obtida no item (a)?

68P. Uma partícula de massa m , carga positiva q e energia cinética inicial K é projetada (a partir do infinito) na direção de um núcleo pesado de carga Q que está fixo. Supondo que a partícula se aproxime frontalmente, a que distância estará ela do núcleo, no instante em que atingir momentaneamente o repouso?

69P. Uma fina casca esférica, condutora, de raio R , está montada sobre um suporte isolante e carregada a um potencial $-V$. Um elétron é lançado de um ponto P a uma distância r do centro da casca esférica ($r \gg R$), com uma velocidade escalar inicial v_0 , dirigida radialmente para o centro. Qual deve ser o valor de v_0 para que o elétron consiga chegar até a casca, antes de inverter o sentido do movimento?

70P. Dois elétrons estão fixos a uma distância de 2,0 cm um do outro. Um outro elétron é lançado do infinito e atinge o repouso à meia distância entre os dois. Qual é a velocidade escalar inicial desse elétron?

71P. Considere um elétron sobre uma esfera uniformemente carregada de raio 1,0 cm e carga total de $1,6 \times 10^{-15} \text{ C}$. Qual é a sua velocidade de escape, isso é, que velocidade inicial ele deve ter para alcançar uma distância infinita da esfera e ter, assim, energia cinética zero? (Definimos a velocidade de escape semelhantemente ao que foi feito, no Cap. 15, no caso do escape da força gravitacional; no caso presente, estamos desprezando tal força.)

72P. Um elétron é lançado com velocidade escalar inicial de $3,2 \times 10^5 \text{ m/s}$ exatamente na direção de um próton que está fixo. Se o elétron estiver inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância do próton sua velocidade escalar será o dobro da inicial?

Seção 26-11 Um Condutor Isolado

73E. Uma esfera metálica oca possui uma carga de $5,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ e seu potencial, em relação à terra, é de + 400 V. Determine o potencial elétrico no centro da esfera.

74E. Uma casca esférica fina, condutora, de raio externo 20 cm, tem uma carga de + 3,0 μC . Esboce: (a) o módulo do campo elétrico E e (b) o potencial V , em função da distância r ao centro da casca. (Faça $V = 0$ no infinito.)

75E. Qual é a carga sobre uma esfera condutora de raio $r = 0,15 \text{ m}$, sabendo-se que o seu potencial é 1.500 V e que $V = 0$ no infinito?

76E. Considere duas esferas condutoras, 1 e 2, separadas por uma distância muito grande, a segunda tendo o dobro do diâmetro da primeira. Inicialmente, a esfera menor tem uma carga positiva q e a esfera maior está sem carga. Ligamos as esferas por um fio fino. (a) Qual é a relação entre os potenciais finais V_1 e V_2 das esferas? (b) Determine as cargas finais q_1 e q_2 das esferas em termos de q . (c) Qual é a razão entre as densidades superficiais de carga, finais, das esferas 1 e 2?

77P. O objeto metálico mostrado na Fig. 26-49 é uma figura de revolução em torno do eixo horizontal. Supondo que esteja com carga negativa, esboce algumas superfícies equipotenciais e as linhas do campo elétrico. Use argumentos físicos em vez da análise matemática.

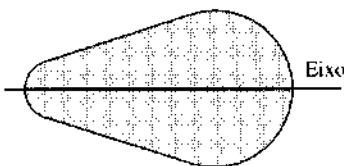


Fig. 26-49 Problema 77.

78P. (a) Se a Terra tivesse uma densidade superficial de carga líquida de $1,0 \text{ elétron/m}^2$ (uma suposição bastante artificial), qual seria o potencial da Terra? (Faça $V = 0$ no infinito.) (b) Qual seria o campo elétrico devido à Terra, imediatamente fora de sua superfície?

79P. Duas esferas metálicas, cada uma de raio 3,0 cm, estão separadas, centro a centro, por uma distância de 2,0 m. A carga de uma delas é de $+1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ e a da outra é de $-3,0 \times 10^{-8} \text{ C}$. Suponha que a separação entre as esferas seja suficientemente grande, comparada com os seus tamanhos, de modo que a carga sobre cada uma delas possa ser considerada uniformemente distribuída (as esferas estão eletricamente isoladas uma da outra). Com $V = 0$ no infinito, calcule (a) o potencial num ponto situado à meia distância entre seus centros e (b) o potencial de cada esfera.

80P. Uma esfera metálica carregada, de raio 15 cm, tem uma carga líquida de $3,0 \times 10^{-8} \text{ C}$. (a) Qual é o campo elétrico na superfície da esfera? (b) Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico na superfície da esfera? (c) A que distância da superfície da esfera o potencial elétrico decrece de 500 V?

81P. Duas esferas condutoras concêntricas, finas e isoladas, de raios R_1 e R_2 , possuem cargas q_1 e q_2 . Com $V = 0$ no infinito, deduza expressões para $E(r)$ e $V(r)$, onde r é a distância ao centro das esferas. Faça os gráficos de $E(r)$ e $V(r)$ desde $r = 0$ até $r = 4,0 \text{ m}$ para $R_1 = 0,50 \text{ m}$, $R_2 = 1,0 \text{ m}$, $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = +1,0 \mu\text{C}$.

Seção 26-12 O Acelerador de Van de Graaff

82E. (a) Que quantidade de carga é necessária para elevar uma esfera metálica isolada, de 1,0 m de raio, ao potencial de 1,0 MV? (Faça $V = 0$ no infinito.) (b) Repita o item (a) para uma esfera de 1,0 cm de raio. (c) Qual é a razão para o uso de uma esfera maior no acelerador eletrostático, quando o mesmo potencial pode ser obtido com menor quantidade de carga usando-se uma esfera menor?

83E. Suponha que a diferença de potencial entre a casca interna de um acelerador de Van de Graaff e o ponto em que as cargas são borrifadas na correia móvel seja de 3,40 MV. Se a correia transportar carga para a casca na taxa de 2,80 mC/s, qual deverá ser a potência mínima necessária para acionar a correia?

84E. Uma partícula alfa (que consiste em dois prótons e dois nêutrons) é acelerada, num acelerador de Van de Graaff, através de uma diferença de potencial de 1,0 MV. (a) Que energia cinética ela adquire? (b) Que energia cinética adquiriria um próton nas mesmas circunstâncias? (c) Qual das duas partículas atinge maior velocidade, partindo do repouso?

85P. (a) Mostre que a diferença de potencial entre a esfera pequena e a esfera grande na Fig. 26-22 é

$$V_r - V_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

Observe que a diferença de potencial é independente da carga Q sobre a esfera externa. (b) Suponha que q seja positiva. Mostre que, se as esferas forem ligadas por um fio fino, a carga q irá deslocar-se totalmente para a esfera externa, não importando qual carga Q esteja presente sobre a esfera externa.

86P. A parte de alta voltagem de um acelerador eletrostático é uma casca esférica metálica, com carga, e potencial $V = +9,0$ MV. (a) O gás que preenche essa máquina sofre ruptura elétrica num campo $E = 100$ MV/m. Para evitar tal ruptura, que restrição deve ser feita sobre o raio r da casca? (b) Uma longa correia de borracha transporta carga para a casca a 300 $\mu\text{C}/\text{s}$, o potencial da casca permanecendo constante em face do escoamento. Qual é a potência mínima necessária para transportar a carga? (c) A correia tem uma largura $w = 0,50$ m e se move com velocidade de escalar $v = 30$ m/s. Qual é a densidade superficial de carga sobre a correia?

PROBLEMAS ADICIONAIS

87. Na Fig. 26-50, dois pares de telas metálicas estão paralelas entre si. Uma diferença de potencial ΔV é estabelecida entre cada par de telas, deixando a tela interna no potencial mais alto, como se mostra. Em cada par, a separação a entre as telas é muito menor que a distância d entre os pares. (a) Faça o gráfico do potencial elétrico indo da esquerda para a direita. (b) Para $\Delta V = 100$ V, qual é a energia mínima que um próton deve ter para mover-se da esquerda para a direita? (c) O que acontece a um elétron que se aproximasse das telas vindo da esquerda?

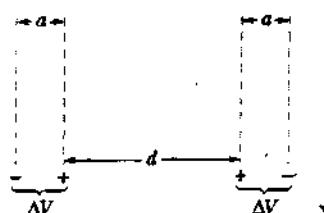


Fig. 26-50 Problema 87.

88. Considere uma distribuição de carga esfericamente simétrica, de raio r , contendo uma carga total $Q(r)$. Mostre que o potencial elétrico em virtude de tal distribuição de carga, com $V = 0$ no infinito é

$$V(r) = \int_r^{\infty} \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr.$$

89. Duas cargas iguais $+q$ estão fixas nas extremidades de uma linha de comprimento $2a$. Uma carga $+Q$, de massa m , é colocada no centro da linha e pode mover-se livremente. (a) Mostre que o movimento de Q é instável para pequenos deslocamentos perpendiculares à linha, e estável para pequenos deslocamentos ao longo da linha. (b) Se a carga Q for deslocada, ao longo da linha, por uma distância $x < a$, qual será o potencial elétrico no local de Q , devido às duas cargas $+q$? (c) Aplique a expansão binomial à expressão desse potencial e retenha somente o termo de mais baixa ordem em x . A seguir, determine o módulo da força eletrostática que atua sobre Q na posição x . (d) Se a carga Q for abandonada nesta posição x , qual será a frequência angular da oscilação resultante de Q em torno do centro da linha?

90. Quando uma carga $+q$ é colocada a uma distância d em frente de um plano condutor infinito, neutro e isolado, uma carga induzida se acumula sobre a superfície do plano condutor. O campo elétrico criado pela carga superficial induzida e pela carga $+q$, pode ser calculado por meio do engenhoso método das *imagens elétricas*, graças a Lord Kelvin: a distribuição superficial de carga desconhecida é substituída por uma distribuição de carga mais simples que, junto com a carga $+q$, torna o plano condutor uma superfície equipotencial. (a) Mostre que uma carga $-q$ colocada a uma distância d atrás do plano na Fig. 26-51, dá esse resultado. (b) Determine o módulo da força eletrostática sobre a carga $+q$ exercida pelo plano condutor.

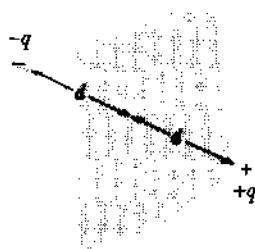


Fig. 26-51 Problema 90.

91. Uma carga total Q está distribuída por duas esferas metálicas, de raios pequenos, R_1 e R_2 , que estão ligadas por um longo fio fino de comprimento L (Fig. 26-52). Determine (a) a carga sobre cada esfera e (b) a tensão no fio.

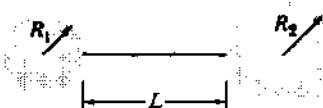


Fig. 26-52 Problema 91.

CAPACITÂNCIA



Durante uma fibrilação ventricular, um tipo comum de ataque do coração, as cavidades do coração não conseguem bombear o sangue porque seus músculos se contraem e descontraem aleatoriamente. Para salvar uma vítima de fibrilação ventricular, o coração deve ser objeto de um choque para que seu ritmo normal possa ser restabelecido. Para tal, uma corrente de 20 A tem que perpassar a cavidade torácica para transferir 200 J de energia elétrica em aproximadamente 2,0 ms. Fato que requer cerca de 100 kW de potência elétrica. Essa exigência pode ser facilmente satisfeita num hospital, mas o que poderia produzir tal potência, digamos, numa estrada distante?

Certamente, mesmo que disponível, não poderia ser o sistema elétrico de um carro ou de uma ambulância.

27-1 A Utilização dos Capacitores

Pode-se armazenar energia, na forma de energia potencial, esticando a corda de um arco, distendendo uma mola, comprimindo um gás ou levantando um livro. Pode-se também fazê-lo num campo elétrico; e **um capacitor** é um dispositivo apropriado para tal fim.

Durante o processo de carga, o capacitor de uma bateria portátil numa máquina fotográfica, por exemplo, acumula carga com lentidão, criando assim um campo elétrico nesse período de tempo. A manutenção do campo e de sua energia ocorre até o momento em que acontece a rápida liberação da energia durante a curta duração do *flash*.

Os capacitores, nesta época da eletrônica e da micro-eletrônica, têm muitas aplicações, além de servirem como armazenadores de energia potencial. Por exemplo, eles constituem elementos vitais nos circuitos com os quais sintonizamos os transmissores e os receptores de rádio e tele-

visão. Outro exemplo, os capacitores microscópicos formam os bancos de memória dos computadores. Os campos elétricos nestes minúsculos dispositivos são significativos não só pela energia armazenada, mas também pela informação LIGA-DESLIGA que a presença ou a ausência deles proporciona.

27-2 Capacitância

Os capacitores se apresentam numa grande variedade de tamanhos e formas (Fig. 27-1). Entretanto, como mostra a Fig. 27-2, os elementos básicos de qualquer *capacitor* são dois condutores isolados de formato arbitrário. Chamamos tais condutores de *placas*, qualquer que seja sua geometria.

A Fig. 27-3a mostra um arranjo menos geral, porém mais convencional, chamado de *capacitor de placas paralelas*, que consiste em duas placas condutoras paralelas de área A , separadas por uma distância d . O símbolo que usamos

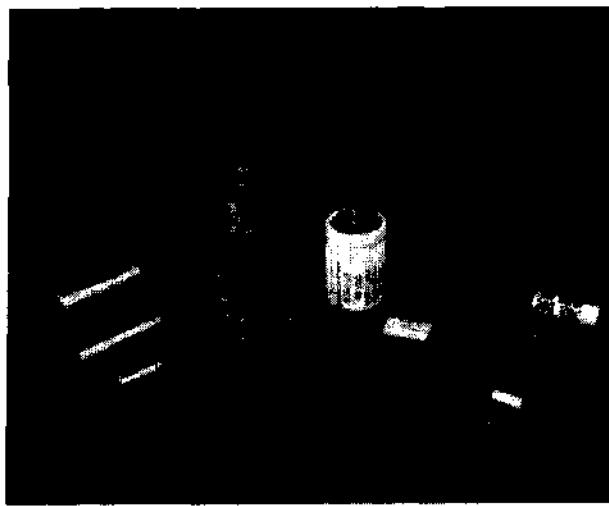


Fig. 27-1 Os capacitores são fabricados em diversas formas.

para representar um capacitor ($\begin{array}{c} + \\ - \end{array}$) é baseado na estrutura de um capacitor de placas paralelas; entretanto, é usado para capacitores de todas as geometrias. Supomos, por enquanto, que nenhum meio material, como vidro ou plástico, esteja presente na região entre as placas. Na Seção 27-6, eliminaremos tal restrição.

Quando um capacitor é *carregado*, suas placas adquirem cargas iguais, mas de sinais opostos, $+q$ e $-q$. Entretanto, referimo-nos à *carga de um capacitor* como sendo q , o valor absoluto dessas cargas sobre as placas. (Note que q não é a carga líquida do capacitor, que é zero.)

Uma vez que as placas são condutoras, elas constituem **superfícies equipotenciais**: todos os pontos sobre uma placa têm o mesmo potencial elétrico. Além disso, existe uma diferença de potencial entre as duas placas. Por motivos históricos, representamos o valor absoluto da diferença de potencial por V e não por ΔV como representaríamos de acordo com a notação dos capítulos anteriores.

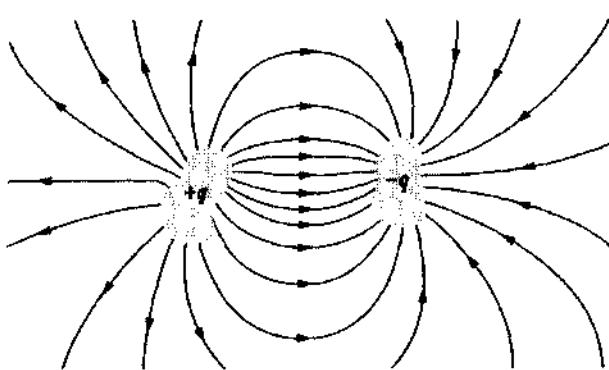


Fig. 27-2 Dois condutores, isolados um do outro e de suas vizinhanças, formam um capacitor. Quando o capacitor é carregado, os condutores, ou placas como eles são chamados, ficam com cargas de mesmo módulo q e sinais contrários.

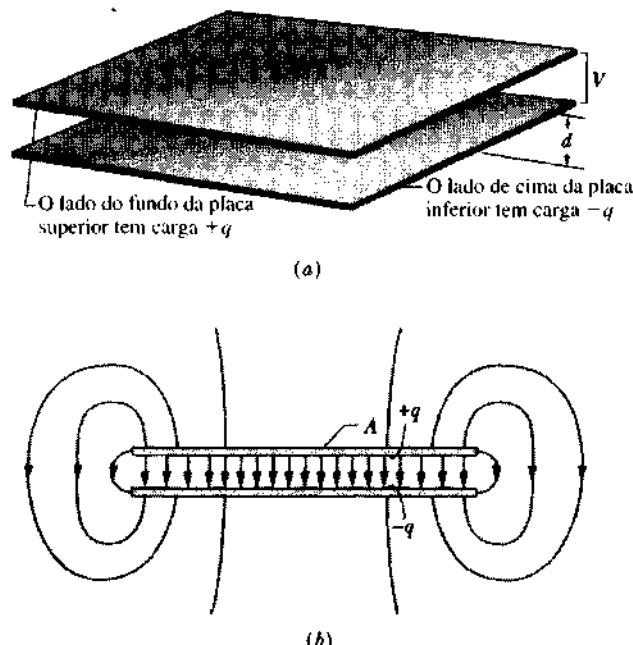


Fig. 27-3 (a) Um capacitor de placas paralelas, feito de duas placas de área A separadas por uma distância d . As placas têm cargas iguais e opostas de módulo q sobre as superfícies que se defrontam. (b) Como mostram as linhas de campo, o campo elétrico é uniforme na região central entre as placas. As linhas de campo se deformam nas bordas das placas, evidenciando que naquela região o campo não é uniforme.

A carga q e a diferença de potencial V para um capacitor são proporcionais uma à outra. Isto é,

$$q = CV. \quad (27-1)$$

A constante de proporcionalidade C , cujo valor depende da geometria das placas, é chamada de **capacitância** do capacitor.

A unidade SI de capacitância que segue da Eq. 27-1 é o coulomb por volt. Esta unidade ocorre tantas vezes que damos a ela um nome especial, o *farad* (F):

$$\begin{aligned} 1 \text{ farad} &= 1 \text{ F} = 1 \text{ coulomb por volt} \\ &= 1 \text{ C/V}. \end{aligned} \quad (27-2)$$

Como veremos, o farad é uma unidade muito grande. Os submúltiplos do farad, tais como o microfarad ($1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{ F}$) e o picofarad ($1\text{ pF} = 10^{-12}\text{ F}$) são unidades mais convenientes na prática.

Carregando um Capacitor

Um meio de carregar um capacitor é colocá-lo num *circuito elétrico* com uma *bateria*. Um circuito elétrico é um caminho através do qual uma corrente pode fluir. Uma bateria é um dispositivo que mantém uma certa diferença de potencial entre os seus *terminais* (pontos nos quais a corrente pode entrar na bateria ou sair dela) por causa de reações eletroquímicas internas.

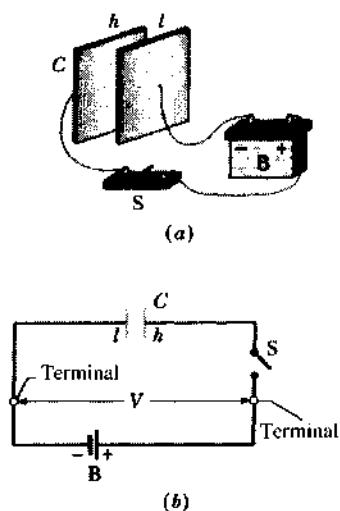


Fig. 27-4 (a) Quando a chave S é fechada, o circuito fica completo e a bateria B carrega o capacitor C. (b) Um diagrama esquemático com os elementos do circuito representados por seus símbolos.

Na Fig. 27-4a, uma bateria B, uma chave S, um capacitor C , e fios de ligação formam um circuito. O mesmo circuito é mostrado no *diagrama esquemático* da Fig. 27-4b, no qual os símbolos de capacitor e de bateria representam tais dispositivos. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre os seus terminais. O terminal de potencial mais alto é denotado por $+$, e o terminal de potencial mais baixo é denotado por $-$.

O capacitor, inicialmente descarregado, permanece assim até que a chave S seja fechada. Isto completa o circuito, permitindo a corrente fluir do terminal de potencial mais alto da bateria para a placa h do capacitor, e da placa l do capacitor para o terminal de potencial mais baixo da bateria. Num pequeno intervalo de tempo, o fluxo de carga origina uma carga $+q$ sobre a placa h , uma carga $-q$ sobre a placa l e uma diferença de potencial V entre as duas placas.

Esta é a *mesma* diferença de potencial V que existe entre os terminais da bateria. Além disso, a placa de potencial mais alto do capacitor é a placa h , que está ligada diretamente ao terminal de potencial mais alto da bateria, e a placa de potencial mais baixo é a placa l , ligada ao terminal de potencial mais baixo. Assim que V é estabelecida entre as placas, a corrente cessa e o capacitor fica *completamente carregado*, com uma carga q e uma diferença de potencial V .

TÁTICA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: O SÍMBOLO V E A DIFERENÇA DE POTENCIAL
Nos capítulos anteriores, o símbolo V representa um potencial elétrico num ponto ou ao longo de uma superfície equipotencial. Entretanto, na matéria referente a dispositivos elétricos, o símbolo V freqüentemente representa uma diferença de potencial entre dois pontos ou duas superfícies equipotenciais. A Eq. 27-1 é um exemplo desse uso do símbolo. Na Seção 27-3, veremos uma mistura dos dois significados do

símbolo V . Lá e nos capítulos posteriores precisamos ficar atentos quanto ao seu propósito.

Neste livro e em outros textos, aparecem várias citações a respeito da diferença de potencial. Uma diferença de potencial ou um “potencial” ou uma “voltagem” pode ser *aplicada* a um dispositivo ou *estabelecida através* de um dispositivo. Um capacitor pode estar carregado sob uma diferença de potencial como na citação “um capacitor carregado a 12 V”. E uma bateria pode estar caracterizada pela diferença de potencial através dela, como no enunciado “uma bateria de 12V”. Tenha sempre em mente que tudo isso configura a existência de uma diferença de potencial entre dois pontos, tais como dois pontos num circuito ou entre os terminais de um dispositivo, como uma bateria.

27-3 Cálculo da Capacitância

Nesta seção, o nosso objetivo é calcular a capacidade de um capacitor, desde que se conheça a sua geometria. Desenvolveremos um plano geral a fim de simplificar o trabalho, já que vamos considerar diferentes geometrias. Em resumo, nosso plano é o seguinte: (1) supor uma carga q sobre as placas; (2) calcular o campo elétrico E entre as placas em termos dessa carga, usando a lei de Gauss; (3) conhecendo E , calcular a diferença de potencial V entre as placas usando a Eq. 26-11; (4) calcular C usando a Eq. 27-1.

Antes de começar, podemos simplificar o cálculo tanto do campo elétrico como da diferença de potencial fazendo certas suposições. Vamos discutir uma de cada vez.

Cálculo do Campo Elétrico

O campo elétrico E entre as placas está relacionado à carga q sobre uma placa pela lei de Gauss:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q. \quad (27-3)$$

Nesta expressão, q é a carga contida dentro de uma superfície gaussiana e a integral é calculada sobre ela. Em todos os casos que iremos considerar, a superfície gaussiana será tal que, quando o fluxo elétrico passar através dela, \mathbf{E} terá um módulo constante E e os vetores \mathbf{E} e $d\mathbf{A}$ serão paralelos. A Eq. 27-3, então, se reduz a

$$q = \epsilon_0 EA \quad (\text{caso especial da Eq. 27-3}), \quad (27-4)$$

onde A é a área da parte da superfície gaussiana através da qual o fluxo passa. Por conveniência, traçaremos a superfície gaussiana de modo que ela englobe a carga sobre a placa positiva; veja a Fig. 27-5 como exemplo.

Cálculo da Diferença de Potencial

Na notação do Cap. 26 (Eq. 26-11), a diferença de potencial entre as placas está relacionada ao campo elétrico E por

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot ds, \quad (27-5)$$

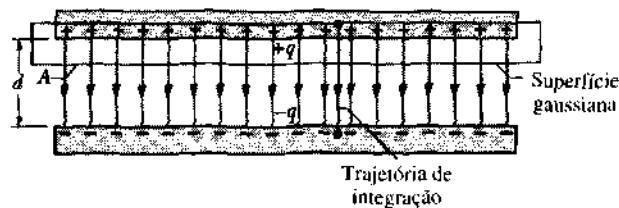


Fig. 27-5 Um capacitor de placas paralelas carregado. Uma superfície gaussiana envolve a carga sobre a placa positiva. A integração da Eq. 27-6 é feita ao longo da trajetória que vai diretamente da placa positiva para a placa negativa.

onde a integral é calculada ao longo de qualquer trajetória que comece sobre uma placa e termine sobre a outra. Escolheremos sempre uma trajetória que acompanhe uma linha do campo elétrico indo da placa positiva para a placa negativa. Nessa trajetória em que os vetores \mathbf{E} e ds sempre apontarão na mesma direção, de modo que o produto escalar $\mathbf{E} \cdot ds$ será igual à grandeza positiva $E ds$. A Eq. 27-5 nos diz que a grandeza $V_f - V_i$ será sempre negativa. Como estamos interessados em V , o valor absoluto da diferença de potencial entre as placas, podemos escrever $V_f - V_i = -V$. Assim sendo, podemos reescrever a Eq. 27-5 como

$$V = \int_{+}^{-} E \, ds \quad (\text{caso especial da Eq. 27-5}), \quad (27-6)$$

onde os sinais + e - nos lembram de que a trajetória de integração começa na placa positiva e termina na placa negativa.

Agora, estamos prontos para aplicar as Eqs. 27-4 e 27-6 em alguns casos particulares.

Um Capacitor de Placas Paralelas

Supomos, como sugere a Fig. 27-5, que as placas desse capacitor sejam tão grandes e estejam tão próximas uma da outra, que podemos ignorar a “distorção” do campo elétrico nas suas bordas, tomando \mathbf{E} como constante através do volume entre as placas.

Vamos traçar uma superfície gaussiana que englobe a carga q da placa positiva, como mostra a Fig. 27-5. A partir da Eq. 27-4, podemos escrever

$$q = \epsilon_0 E A \quad (27-7)$$

onde A é a área da placa.

A Eq. 27-6 nos dá

$$V = \int_{+}^{-} E \, ds = E \int_0^d ds = Ed. \quad (27-8)$$

Na Eq. 27-8, E é uma constante e pode, assim, ser colocado para fora do sinal de integral; a segunda integral acima nada mais é que a separação d entre as placas.

Substituindo-se q da Eq. 27-7 e V da Eq. 27-8 na relação $q = CV$ (Eq. 27-1), encontramos

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (\text{capacitor de placas paralelas}) \quad (27-9)$$

Assim, a capacidade só depende, realmente, dos fatores geométricos, isto é, da área A e da separação d entre as placas.

A Eq. 27-9 sugere uma razão por que escrevemos a constante eletrostática na lei de Coulomb sob a forma $1/4 \pi \epsilon_0$. Se não tivéssemos feito assim, a Eq. 27-9 — que é mais freqüentemente usada na prática da engenharia que a lei de Coulomb — teria uma forma menos simples. Além disso, notamos que a Eq. 27-9 nos permite expressar a constante de permissividade, ϵ_0 , em unidades mais apropriadas para uso em problemas que envolvam capacitores, a saber,

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m} = 8,85 \text{ pF/m}. \quad (27-10)$$

Expressamos esta constante, anteriormente, como

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2, \quad (27-11)$$

usando unidades que são úteis em problemas envolvendo a lei de Coulomb (veja a Seção 23-4). Os dois conjuntos de unidades são equivalentes.

Um Capacitor Cilíndrico

A Fig. 27-6 mostra, em seção transversal, um capacitor cilíndrico de comprimento L , formado por dois cilindros coaxiais de raios a e b . Supomos que $L \gg b$, de modo que podemos desprezar a “distorção” do campo elétrico que ocorre nas extremidades dos cilindros. Cada placa contém uma carga de módulo q .

Como superfície gaussiana, escolhemos um cilindro de comprimento L e raio r , fechado nas bases e colocado como mostra a Fig. 27-6. A Eq. 27-4 nos dá, então,

$$q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 E (2\pi r L),$$

onde $2\pi r L$ é a área da parte curva da superfície gaussiana. Resolvendo para E obtemos

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r L}. \quad (27-12)$$

A substituição deste resultado na Eq. 27-6 nos dá

$$\begin{aligned} V &= \int_{+}^{-} E \, ds = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \left(\frac{b}{a} \right), \end{aligned} \quad (27-13)$$

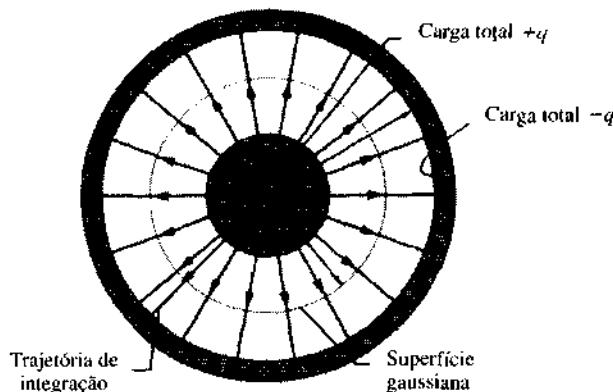


Fig. 27-6 Uma seção transversal de um longo capacitor cilíndrico, mostrando uma superfície gaussiana cilíndrica e a trajetória radial de integração ao longo da qual a Eq. 27-6 é aplicada. Essa figura também serve para ilustrar a seção transversal central de um capacitor esférico.

onde usamos o fato de que $ds = dr$. Da relação $C = q/V$, temos, então,

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (\text{capacitor cilíndrico}) \quad (27-14)$$

Vemos que a capacidade de um capacitor cilíndrico, assim como a de um capacitor de placas paralelas, depende somente de fatores geométricos, neste caso L , b e a .

Um Capacitor Esférico

A Fig. 27-6 também pode servir como seção transversal de um capacitor que consiste em duas cascas esféricas concêntricas, de raios a e b . Como superfície gaussiana, desenhamos uma esfera de raio r concêntrica às duas cascas. Aplicando-lhe a Eq. 27-4 obtemos

$$q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 E (4\pi r^2)$$

onde $4\pi r^2$ é a área da superfície gaussiana esférica. Resolvendo esta equação para E , obtemos

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad (27-15)$$

que reconhecemos ser a expressão do campo elétrico criado por superfície esférica uniformemente carregada (Eq. 25-17).

Substituindo-a na Eq. 27-6, encontramos

$$\begin{aligned} V &= \int_{+}^{-} E \, ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab}. \end{aligned} \quad (27-16)$$

Tabela 27-1
Algumas Capacitâncias

Tipo de Capacitor	Capacitância	Equação
Placas paralelas	$\epsilon_0 \frac{A}{d}$	27-9
Cilíndrico	$2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}$	27-14
Esférico	$4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$	27-17
Esfera isolada	$4\pi\epsilon_0 R$	27-18

Substituindo-se a Eq. 27-16 na Eq. 27-1 e resolvendo para C , temos

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (\text{capacitor esférico}) \quad (27-17)$$

Uma Esfera Isolada

Podemos atribuir uma capacidade a um único condutor esférico isolado, de raio R , supondo que a “placa que falta” é uma esfera condutora de raio infinito. Afinal de contas, as linhas do campo que partem da superfície de um condutor isolado carregado devem terminar em algum lugar; as paredes da sala em que o condutor está localizado podem efetivamente servir como nossa esfera de raio infinito.

Para determinar a capacidade de um condutor isolado, em primeiro lugar, reescrevemos a Eq. 27-17 como

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1-a/b}.$$

A seguir, fazendo $b \rightarrow \infty$ e substituindo a por R , encontramos

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{esfera isolada}) \quad (27-18)$$

A Tabela 27-1 resume as várias capacidades que foram deduzidas nesta seção. Note que cada fórmula envolve a constante ϵ_0 multiplicada por uma grandeza que tem dimensão de um comprimento.

EXEMPLO 27-1 As placas de um capacitor de placas paralelas estão separadas por uma distância $d = 1,0 \text{ mm}$. Qual deve ser a área da placa para que a capacidade seja de $1,0 \text{ F}$?

Solução Da Eq. 27-9 temos

$$\begin{aligned} A &= \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1,0 \text{ F})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} \\ &= 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esta é a área de um quadrado cujo lado mede mais de 10 km. O farad é de fato uma unidade grande. Contudo, a tecnologia moderna tem permitido a construção de capacitores de 1-F de tamanhos muito modestos. Estes "supercapacitores" são utilizados como fontes de voltagem secundárias para computadores; eles podem manter a memória do computador por mais de 30 dias no caso de queda de potência.

EXEMPLO 27-2 Os condutores cilíndricos interno e externo de um longo cabo coaxial, usado para transmitir sinais de TV, têm diâmetros $a = 0,15\text{ mm}$ e $b = 2,1\text{ mm}$. Qual é a capacidade por unidade de comprimento deste cabo?

Solução Das Eqs. 27-14 e 27-10,

$$\begin{aligned} \frac{C}{L} &= \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{(2\pi)(8.85\text{ pF/m})}{\ln(2.1\text{ mm}/0.15\text{ mm})} \\ &= 21\text{ pF/m.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

EXEMPLO 27-3 Um capacitor sobre um chip RAM (com acesso aleatório de memória) tem uma capacidade de 55 fF. Estando ele carregado a 5,3 V, quantos elétrons em excesso existem sobre sua placa negativa?

Solução O número n de elétrons em excesso é dado por q/e , onde e é a carga fundamental. Então, usando a Eq. 27-1, temos

$$\begin{aligned} n &= \frac{q}{e} = \frac{CV}{e} = \frac{(55 \times 10^{-15}\text{ F})(5.3\text{ V})}{1.60 \times 10^{-19}\text{ C}} \\ &= 1.8 \times 10^6 \text{ elétrons} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Trata-se de um número muito pequeno no que diz respeito a elétrons. Uma partícula de poeira, tão diminuta que essencialmente nunca se deposita, contém cerca de 10^{17} elétrons (e o mesmo número de prótons).

EXEMPLO 27-4 Qual é a capacidade da Terra, vista como uma esfera condutora isolada de raio 6.370 km?

Solução Da Eq. 27-18 temos

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\epsilon_0 R = (4\pi)(8.85 \times 10^{-12}\text{ F/m})(6.37 \times 10^6\text{ m}) \\ &= 7.1 \times 10^{-4}\text{ F} = 710\text{ }\mu\text{F.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Um supercapacitor pequeno tem uma capacidade aproximadamente 1.400 vezes maior que a da Terra.

27-4 Capacitores em Paralelo e em Série

Quando existe uma combinação de capacitores num circuito, podemos, algumas vezes, substituí-la por um **capacitor equivalente**, isto é, por um único capacitor que tenha a mesma capacidade que a combinação real dos capacitores. Com tal substituição, podemos simplificar o circuito e, assim, determinar, mais facilmente, as grandezas desconhecidas do circuito. Nesta seção, vamos discutir duas combinações básicas de capacitores que permitem tal substituição.

Capacitores em Paralelo

A Fig. 27-7a mostra três capacitores ligados em paralelo a uma bateria B. Os terminais da bateria estão ligados por fios

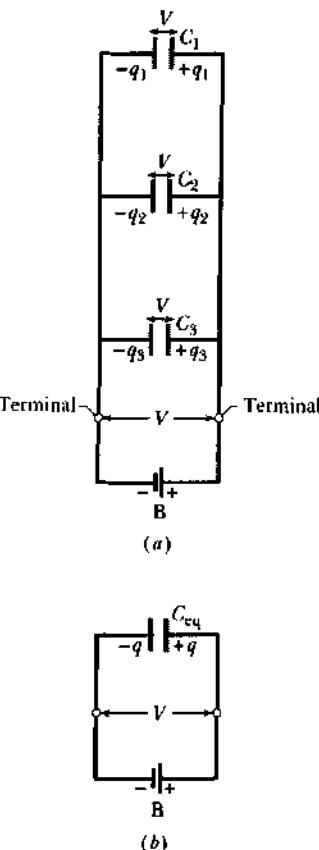


Fig. 27-7 (a) Três capacitores ligados em paralelo com a bateria B. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre seus terminais e, assim através de cada um dos capacitores da combinação em paralelo. (b) A capacidade equivalente C_{eq} substitui a combinação em paralelo. A carga q sobre C_{eq} é igual à soma das cargas q_1 , q_2 e q_3 sobre os capacitores de (a).

condutores diretamente às placas dos três capacitores. Como a bateria mantém uma diferença de potencial V entre seus terminais, ela aplica a mesma diferença de potencial V através de cada um deles.

Dizemos que capacitores combinados estão ligados em paralelo quando uma diferença de potencial da aplicada através da combinação resulta na mesma diferença de potencial através de cada capacitor.

Procuramos a capacidade única C_{eq} que seja equivalente à combinação em paralelo e, assim, possa substituí-la (como na Fig. 27-7b) sem variação da carga total q armazenada na combinação ou da diferença de potencial V aplicada através da combinação.

De acordo com a Eq. 27-1, podemos escrever para cada capacitor

$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V, \quad \text{e} \quad q_3 = C_3 V.$$

A carga total da combinação em paralelo vale

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

A capacidade equivalente, com a mesma carga total q e a diferença de potencial V aplicada à combinação é, então,

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

um resultado que pode ser facilmente estendido para qualquer número n de capacitores, como

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (\text{n capacitores em paralelo}). \quad (27-19)$$

Desse modo, para determinarmos a capacidade equivalente de uma combinação em paralelo, simplesmente somamos as capacidades individuais.

Capacitores em Série

A Fig. 27-8a mostra três capacitores ligados em série a uma bateria B , que mantém uma diferença de potencial V através dos terminais esquerdo e direito da combinação em série. O que produz diferenças de potencial V_1 , V_2 e V_3 através dos capacitores C_1 , C_2 e C_3 , respectivamente, tais que $V_1 + V_2 + V_3 = V$.

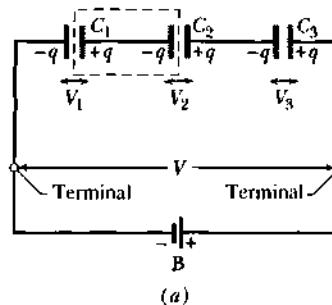
Dizemos que capacitores combinados estão ligados em série, quando uma diferença de potencial aplicada através da combinação é a soma das diferenças de potencial resultantes através de cada capacitor.

Procuramos a capacidade única C_{eq} que seja equivalente à combinação em série e, assim, possa substituí-la (como na Fig. 27-8b) sem variação da carga total q armazenada na combinação ou da diferença de potencial V aplicada através da combinação.

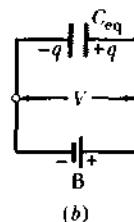
Quando a bateria está ligada, cada capacitor na Fig. 27-8a tem a mesma carga q . Isso é válido, mesmo que os três capacitores sejam de tipos diferentes e possam ter capacidades diferentes. Para compreender, notemos que o elemento do circuito englobado pelas linhas tracejadas na Fig. 27-8a está “flutuando”; isto é, está eletricamente isolado do resto do circuito. Inicialmente, não há carga líquida neste elemento e — exceto a ruptura elétrica dos capacitores — não existe modo algum de haver movimento de carga para dentro dele. A ligação da bateria produz simplesmente uma separação de carga nesse elemento, com uma carga $+q$ se movendo para a placa esquerda e uma carga $-q$ se movendo para a placa direita; a carga líquida dentro da linha tracejada na Fig. 27-8a permanece zero.

A aplicação da Eq. 27-1 a cada capacitor nos dá

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \text{e} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$



(a)



(b)

Fig. 27-8 (a) Três capacitores ligados em série com a bateria B . A bateria mantém uma diferença de potencial V entre os lados esquerdo e direito da combinação em série. (b) A capacidade equivalente C_{eq} substitui a combinação em série. A diferença de potencial V através de C_{eq} é igual à soma das diferenças de potencial V_1 , V_2 e V_3 através dos capacitores de (a).

A diferença de potencial para a combinação em série é, então,

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ &= q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right). \end{aligned}$$

A capacidade equivalente vale

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}},$$

ou

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Podemos facilmente estender este resultado para qualquer número n de capacitores como

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (\text{n capacitores em séries}). \quad (27-20)$$

Da Eq. 27-20, podemos concluir que a capacidade equivalente da ligação em série é sempre inferior à menor das capacidades na série de capacitores.

Como veremos no Exemplo 27-5, algumas combinações complicadas de capacitores podem ser subdivididas em combinações em série e em paralelo, que podem então ser

substituídas por capacitores equivalentes. Tal fato simplifica a combinação original.

EXEMPLO 27-5 a. Determine a capacidade equivalente da combinação mostrada na Fig. 27-9a. Suponha que

$$C_1 = 12,0 \mu\text{F}, \quad C_2 = 5,30 \mu\text{F}, \quad C_3 = 4,50 \mu\text{F}.$$

Solução Os capacitores C_1 e C_2 estão em paralelo. Da Eq. 27-19, a capacidade equivalente desta combinação é

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12,0 \mu\text{F} + 5,30 \mu\text{F} = 17,3 \mu\text{F}.$$

Como mostra a Fig. 27-9b, a combinação C_{12} e C_3 está em série. Da Eq. 27-20, a capacidade equivalente final (mostrada na Fig. 27-9c) é dada por

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{17,3 \mu\text{F}} + \frac{1}{4,50 \mu\text{F}} = 0,280 \mu\text{F}^{-1},$$

da qual

$$C_{123} = \frac{1}{0,280 \mu\text{F}^{-1}} = 3,57 \mu\text{F} \quad (\text{Resposta})$$

b. Uma diferença de potencial $V = 12,5 \text{ V}$ é aplicada aos terminais de entrada na Fig. 27-9a. Qual é a carga sobre C_1 ?

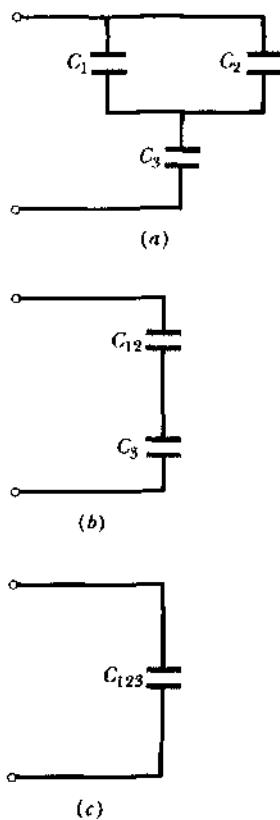


Fig. 27-9 Exemplo 27-5. (a) Três capacitores. Qual é a capacidade equivalente da combinação? (b) C_1 e C_2 , uma combinação em paralelo, são substituídos por C_{12} . (c) C_{12} e C_3 , uma combinação em série, são substituídos pelo capacitor equivalente C_{123} .

Solução Tratamos os capacitores equivalentes C_{12} e C_{123} exatamente como faríamos com capacitores reais de mesma capacidade. Para a carga sobre C_{123} na Fig. 27-9c, temos, então

$$q_{123} = C_{123}V = (3,57 \mu\text{F})(12,5 \text{ V}) = 44,6 \mu\text{C}.$$

Esta mesma carga existe sobre cada capacitor na combinação em série da Fig. 27-9b. Representemos por q_{12} ($= q_{123}$) a carga sobre C_{12} naquela figura. A diferença de potencial através de C_{12} é, então

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44,6 \mu\text{C}}{17,3 \mu\text{F}} = 2,58 \text{ V}.$$

Esta mesma diferença de potencial aparece através de C_1 na Fig. 27-9a. Representemos por V_1 ($= V_{12}$) a diferença de potencial através de C_1 . Temos, então

$$q_1 = C_1 V_1 = (12,0 \mu\text{F})(2,58 \text{ V}) \\ = 31,0 \mu\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

EXEMPLO 27-6 Um capacitor C_1 de $3,55 \mu\text{F}$ é carregado sob uma diferença de potencial $V_0 = 6,30 \text{ V}$, usando-se uma bateria de $6,30 \text{ V}$. A bateria é, então, retirada e o capacitor, ligado, como mostra a Fig. 27-10, a um capacitor descarregado C_2 de $8,95 \mu\text{F}$. Quando a chave S é fechada, flui carga de C_1 para C_2 até que os capacitores tenham a mesma diferença de potencial V . Qual é o valor desta diferença de potencial comum?

Solução A carga original q_0 está agora distribuída pelos dois capacitores, assim

$$q_0 = q_1 + q_2.$$

Aplicando a relação $q = CV$ a cada termo da equação obtemos

$$C_1 V_0 = C_1 V + C_2 V,$$

da qual

$$V = V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{(6,30 \text{ V})(3,55 \mu\text{F})}{3,55 \mu\text{F} + 8,95 \mu\text{F}} \\ = 1,79 \text{ V}. \quad (\text{Resposta})$$

TÁTICA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 2: BATERIAS E CAPACITORES

Uma bateria mantém uma certa diferença de potencial através de seus terminais. Assim, quando o capacitor C_1 do Exemplo 27-6 é ligado à bateria de $6,30 \text{ V}$, flui carga entre o capacitor e a bateria até que o capacitor tenha a mesma diferença de potencial que a bateria.

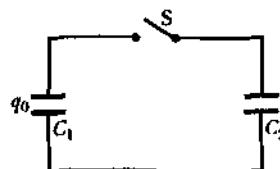


Fig. 27-10 Exemplos 27-6 e 27-7. Uma diferença de potencial V_0 é aplicada a C_1 e a bateria que o carregou é retirada. A chave S é, a seguir, fechada de modo que a carga sobre C_1 seja dividida com C_2 . Que diferença de potencial aparece através da combinação?

Um capacitor difere de uma bateria, porque nele não há reações eletróquímicas internas para produzir carga. Assim, quando o capacitor carregado C_1 do Exemplo 27-6 é desligado da bateria e, a seguir, ligado ao capacitor descarregado C_2 com a chave S fechada, a diferença de potencial através de C_1 não é mantida. A grandeza que é mantida é a carga total q_0 do sistema formado pelos dois capacitores.

Vejamos o que acontece com aquela carga. Quando a chave S está aberta, como mostra a Fig. 27-10, a carga q_0 está inteiramente sobre C_1 . Não pode haver transferência de carga entre os capacitores até que se estabeleça um circuito completo através do qual a carga possa fluir. Quando a chave S é fechada tal circuito completo é estabelecido e uma parcela de q_0 flui de C_1 para C_2 , aumentando a diferença de potencial de C_2 e diminuindo a de C_1 , até que os dois capacitores tenham a mesma diferença de potencial V . As placas superiores dos capacitores estão, então, num mesmo potencial, e as placas inferiores na mesma condição; assim, não há mais fluxo de carga.

27-5 Armazenamento de Energia num Campo Elétrico

Um agente externo deve realizar trabalho para carregar um capacitor. Começando com um capacitor descarregado, imaginemos que — usando “pinças mágicas” — o agente externo retire elétrons de uma placa e os transfira, um de cada vez, para a outra placa. O campo elétrico que se estabelece no espaço entre as placas tem direção que fende a se opor a uma transferência adicional. Desse modo, enquanto a carga se acumula sobre as placas do capacitor, o agente externo terá que, cada vez mais, aumentar a quantidade de trabalho para transferir elétrons adicionais. Na prática, esse trabalho não é realizado por “pinças mágicas”, mas sim por uma bateria, à custa de sua reserva de energia química.

Visualizamos o trabalho necessário para carregar um capacitor, como armazenado sob a forma de **energia potencial elétrica** U no campo elétrico entre as placas. Podemos recuperar tal energia quando quisermos, permitindo a descarga do capacitor num circuito, do mesmo modo que podemos recuperar a energia potencial armazenada num arco, pela liberação da corda do arco.

Suponhamos que, num dado instante, uma carga q' já tenha sido transferida de uma placa para outra. A diferença de potencial V entre as placas, naquele instante, será q'/C . Se transferirmos, a seguir, uma carga extra dq' , de acordo com a Eq. 26-4, a quantidade adicional de trabalho necessário será

$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'.$$

O trabalho necessário para carregar plenamente o capacitor até um valor final q é

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}.$$

Tal trabalho é armazenado sob a forma de energia potencial U no capacitor, de modo que

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad (\text{energia potencial}). \quad (27-21)$$

A partir da Eq. 27-1, podemos também escrever

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (\text{energia potencial}). \quad (27-22)$$

As Eqs. 27-21 e 27-22 são válidas qualquer que seja a geometria do capacitor.

Para obtermos algum discernimento físico sobre energia armazenada, consideremos dois capacitores de placas paralelas C_1 e C_2 que são idênticos, exceto na separação entre as placas, sendo a de C_1 o dobro da de C_2 . Então, o volume entre as placas de C_1 é duas vezes o de C_2 e, também, da Eq. 27-9, a capacidade de C_1 é a metade da capacidade de C_2 . A Eq. 27-4 nos diz que, para capacitores com a mesma carga q e a mesma área A , os campos elétricos entre suas placas são idênticos. Da Eq. 27-21 vemos que a energia potencial armazenada em C_1 é o dobro da armazenada em C_2 . Sendo assim, dentre os dois capacitores, dotados da mesma carga e do mesmo campo elétrico, aquele cujo volume entre as placas é o dobro do volume do outro tem duas vezes mais energia potencial armazenada. Argumentos semelhantes nos levam à seguinte conclusão:

A energia potencial de um capacitor carregado pode ser considerada armazenada no campo elétrico entre suas placas.

O Desfibrilador Clínico

A eficácia de um capacitor para armazenar energia potencial é a base do *desfibrilador*, aparelho usado por uma equipe médica de emergência para conter a fibrilação de um coração vitimado por um ataque. Na versão portátil, uma bateria carrega um capacitor a uma diferença de potencial elevada, armazenando uma grande quantidade de energia em menos de um minuto. A bateria mantém somente uma diferença de potencial modesta; um circuito eletrônico usa-a repetidamente para aumentar intensamente a diferença de potencial do capacitor. A potência, ou taxa de transferência de energia, durante esse processo de carga é também modesta.

Terminais condutores (*paddles* ou condutos) são colocados sobre o peito da vítima. Quando uma chave de controle é fechada, o capacitor envia uma parcela de sua energia armazenada de um terminal a outro através do corpo da vítima. Por exemplo, quando um capacitor de $70 \mu\text{F}$ num desfibrilador está com carga de 5.000 V , a Eq. 27-22, indica-nos que a energia armazenada no capacitor é

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2}(70 \times 10^{-6} \text{ F})(5.000 \text{ V})^2 = 875 \text{ J}.$$

Aproximadamente 200 J dessa energia são enviados através da vítima durante um pulso de cerca de 2.0 ms . A potência do pulso é

$$P = \frac{U}{t} = \frac{200 \text{ J}}{2.0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 100 \text{ kW},$$

muito maior que a potência da própria bateria.

Densidade de Energia

Num capacitor de placas paralelas, desprezando-se a distorção, o campo elétrico tem o mesmo valor em todos os pontos entre as placas. Assim sendo, a **densidade de energia** u , isto é, a energia potencial por unidade de volume entre as placas, também é constante. Podemos determinar u dividindo a energia potencial total pelo volume Ad do espaço entre as placas. Usando a Eq. 27-22, obtemos

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad}.$$

De acordo com a Eq. 27-9 ($C = \epsilon_0 A/d$), resultado que nos dá

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2.$$

Mas V/d é o campo elétrico E , assim

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (\text{densidade de energia}). \quad (27-23)$$

Embora tenhamos deduzido este resultado para o caso especial de um capacitor de placas paralelas, ele é válido, em geral, qualquer que seja a fonte do campo elétrico. Existindo um campo elétrico E em qualquer ponto do espaço, podemos considerá-lo como sede de energia potencial cuja quantidade por unidade de volume é dada pela Eq. 27-23.

EXEMPLO 27-7 No Exemplo 27-6, qual é a energia potencial do sistema formado pelos dois capacitores antes e depois de ser fechada a chave S na Fig. 27-10?

Solução Inicialmente, somente o capacitor C_1 está carregado e tem uma energia potencial; sua diferença de potencial é $V_0 = 6,30$ V. Assim, de acordo com a Eq. 27-22, a energia potencial inicial é

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{2}C_1 V_0^2 = \frac{1}{2}(3.55 \times 10^{-6} \text{ F})(6.30 \text{ V})^2 \\ &= 7.04 \times 10^{-5} \text{ J} = 70.4 \mu\text{J}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Depois que a chave é fechada, os capacitores atingem a mesma diferença de potencial final $V = 1,79$ V. A energia potencial final é, então

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{1}{2}C_1 V^2 + \frac{1}{2}C_2 V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2 \\ &= \frac{1}{2}(3.55 \times 10^{-6} \text{ F} + 8.95 \times 10^{-6} \text{ F})(1.79 \text{ V})^2 \\ &= 2.00 \times 10^{-5} \text{ J} = 20.0 \mu\text{J}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, $U_f < U_i$, por aproximadamente 72%.

Isso não constitui uma violação do princípio da conservação da energia. A energia que "falta" aparece sob a forma de energia térmica nos fios de ligação.*

EXEMPLO 27-8 Uma esfera condutora isolada cujo raio R é de 6,85 cm tem uma carga $q = 1,25$ nC.

a. Que quantidade de energia potencial está armazenada no campo elétrico deste condutor carregado?

Solução Das Eqs. 27-21 e 27-18, temos

$$\begin{aligned} U &= \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \\ &= \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(8\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0.0685 \text{ m})} \\ &= 1.03 \times 10^{-7} \text{ J} = 103 \text{ nJ}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é a densidade de energia na superfície da esfera?

Solução Da Eq. 27-23,

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2,$$

de modo que, inicialmente, precisamos determinar E na superfície da esfera. Este campo é dado pela Eq. 25-17:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}.$$

A densidade de energia procurada é, então

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{\frac{1}{2}q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(32\pi^2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.0685 \text{ m})^4} \\ &= 2.54 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3 = 25.4 \mu\text{J/m}^3. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

c. Qual é o raio R_0 de uma superfície esférica imaginária, concêntrica à esfera condutora, de modo que metade da energia U do item (a) esteja acumulada no seu interior?

Solução Esta situação exige que

$$\int_R^{R_0} dU = \frac{1}{2} \int_R^\infty dU. \quad (27-24)$$

O limite inferior de cada uma das integrais acima é R e não 0, porque dentro da esfera condutora de raio R não há campo elétrico e consequentemente nenhuma energia armazenada. A energia contida numa casca esférica limitada pelos raios r e $r + dr$ é

$$dU = (u)(4\pi r^2)(dr), \quad (27-25)$$

onde $(4\pi r^2)(dr)$ é o volume da casca esférica. A densidade de energia u na Eq. 27-25 é dada por

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2. \quad (27-26)$$

Para qualquer raio r , o campo elétrico é

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (27-27)$$

Substituindo a Eq. 27-27 na Eq. 27-26 e, a seguir, a Eq. 27-26 na Eq. 27-25, temos

$$dU = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}. \quad (27-28)$$

* Uma quantidade insignificante de energia também é irradiada para fora. Para conhecer uma discussão mais crítica, veja "Two-Capacitor Problem: A More Realistic View", de R. A. Powell, *American Journal of Physics*, maio, 1979.

Substituindo a Eq. 27-28 na Eq. 27-24 e simplificando, obtemos

$$\int_R^{R_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2},$$

que, após integração, nos dá

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R}$$

Resolvendo para R_0 , obtemos

$$R_0 = 2R = (2)(6.85 \text{ cm}) = 13.7 \text{ cm}. \quad (\text{Resposta})$$

Assim, metade da energia armazenada no campo elétrico da esfera condutora, está contida no interior de uma superfície esférica cujo raio é o dobro do raio da esfera.

27-6 Capacitor com um Dielétrico

Preenchendo-se o espaço entre as placas de um capacitor com um *dieselétrico*, que é um material isolante tal como óleo mineral ou plástico, o que acontece com a capacitância? Michael Faraday — a quem se deve todo o conceito de capacitância e, por isso, teve seu nome escolhido como unidade SI de capacitância — foi o primeiro a investigar o assunto em 1837. Usando aparelhos simples, como os que são mostrados na Fig. 27-11, percebeu que a capacitância aumentava por um fator numérico κ , que denominou de **constante dielétrica** do material introduzido. A Tabela 27-2 mostra alguns materiais dielétricos e suas constantes dielétricas. A constante dielétrica do vácuo, por definição, é igual a um. Porque o ar é na maior parte um espaço vazio, a medida de sua constante dielétrica dá um valor ligeiramente maior que um; a diferença é geralmente insignificante.

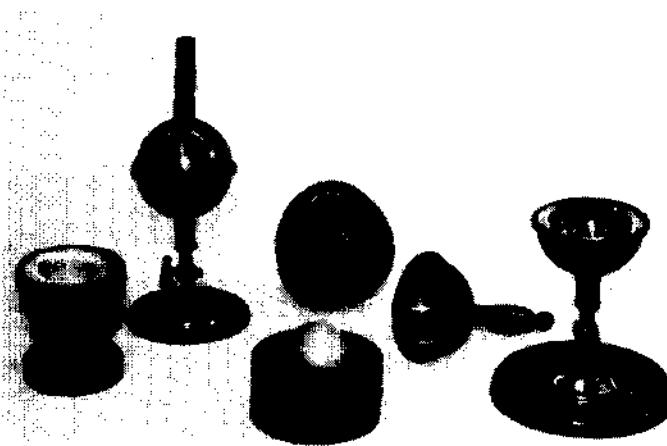


Fig. 27-11 Os aparelhos simples usados por Faraday. Um aparelho montado (o segundo a partir da esquerda) forma um capacitor esférico, com uma bola central de bronze e uma casca de bronze concêntrica. Faraday colocou materiais dielétricos no espaço entre a esfera e a casca.

Outro efeito da introdução de um dielétrico é limitar a diferença de potencial que pode ser aplicada entre as placas a um certo valor V_{\max} . Se este valor for substancialmente excedido, o material dielétrico se romperá originando um caminho condutor entre as placas. Todo material dielétrico possui uma *rigidez dielétrica* característica, que é a intensidade máxima do campo elétrico que ele pode suportar sem sofrer ruptura. Alguns desses valores estão listados na Tabela 27-2.

Como a Tabela 27-1 sugere, a capacitância de qualquer capacitor pode ser escrita na forma

$$C = \epsilon_0 \mathcal{L}, \quad (27-29)$$

em que \mathcal{L} tem dimensão de comprimento. A Tabela 27-1 mostra, por exemplo, que $\mathcal{L} = A/d$ para um capacitor de placas paralelas e que $\mathcal{L} = 4\pi ab/(b-a)$ para um capacitor esférico. De acordo com a descoberta de Faraday, para um capacitor com um dielétrico preenchendo completamente o espaço entre as placas, a Eq. 27-29 se escreve

$$C = \kappa \epsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{\text{ar}}, \quad (27-30)$$

onde C_{ar} é o valor da capacitância com o ar entre as placas.

A Fig. 27-12 nos permite conhecer distintamente as experiências de Faraday. Na Fig. 27-12a a bateria garante que a diferença de potencial V entre as placas permanecerá constante. Quando uma lâmina dielétrica é inserida entre as placas, a carga q aumenta por um fator κ , a carga adicional sendo liberada às placas do capacitor pela bateria. Na Fig. 27-12b, não há bateria e consequentemente a carga q deve permanecer constante quando a lâmina dielétrica é inserida entre as placas; caso em que a diferença de potencial V entre as placas decresce por um fator igual a κ . As duas observações são consistentes (através da relação $q =$

Tabela 27-2
Algumas Propriedades dos Dielétricos^a

Material	Constante Dielétrica κ	Rigidez Dielétrica (kV/mm)
Ar (1 atm)	1.00054	3
Poliestireno	2.6	24
Papel	3.5	16
Óleo de transformador	4.5	
Pirex	4.7	14
Mica	5.4	
Porcelana	6.5	
Silício	12	
Germânio	16	
Etanol	25	
Água (20°C)	80.4	
Água (25°C)	78.5	
Cerâmica	130	
Titanato de estrônio	310	8

Para o vácuo, $\kappa = \text{unidade}$

^a Medida à temperatura ambiente, exceto para a água.

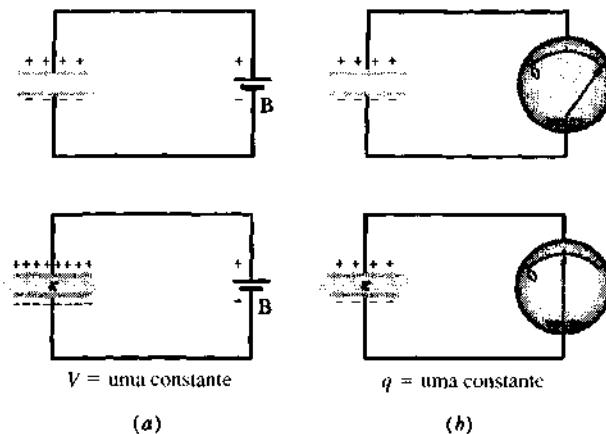


Fig. 27-12 (a) Quando a diferença de potencial entre as placas de um capacitor é mantida, por meio de uma bateria B, o efeito de um dielétrico é aumentar a carga sobre as placas. (b) Quando a carga sobre as placas de um capacitor é mantida, como, nesse caso, o efeito de um dielétrico é reduzir a diferença de potencial entre as placas. A escala mostrada é a de um *potenciómetro*, um dispositivo usado para medir diferença de potencial (no caso, entre as placas). O capacitor não descarrega através desse dispositivo.

CV) com o aumento da capacidade causado pelo dielétrico.

A comparação das Eqs. 27-29 e 27-30 sugere que o efeito de um dielétrico pode ser resumido em termos mais gerais:

Numa região completamente ocupada por um dielétrico, todas as equações eletrostáticas que contêm a constante de permissividade ϵ_0 devem ser modificadas, substituindo-se aquela constante por $\kappa\epsilon_0$.

Assim sendo, uma carga puntiforme no interior de um dielétrico produz um campo elétrico que, pela lei de Coulomb, tem módulo

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (27-31)$$

Da mesma forma, a expressão para o campo elétrico, imediatamente fora de um condutor isolado imerso num dielétrico, torna-se

$$E = \frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0}. \quad (27-32)$$

Ambas as expressões mostram que, para uma distribuição fixa de cargas, o efeito do dielétrico é enfraquecer o campo elétrico que de outro modo estaria presente.

EXEMPLO 27-9 Um capacitor de placas paralelas, cuja capacidade é de $13,5 \text{ pF}$, tem uma diferença de potencial $V = 12,5 \text{ V}$ entre suas placas. A bateria que o carregou é, agora, retirada e uma lâmina de porcelana ($\kappa = 6,50$) é introduzida entre as placas. Qual é a energia potencial do dispositivo, antes e depois da introdução da lâmina?

Solução A energia potencial inicial é dada pela Eq. 27-22 como

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{2} CV^2 = (\frac{1}{2})(13,5 \times 10^{-12} \text{ F})(12,5 \text{ V})^2 \\ &= 1,055 \times 10^{-9} \text{ J} = 1,055 \text{ pJ} \approx 1,100 \text{ pJ}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Podemos também escrever a energia potencial inicial, de acordo com a Eq. 27-21, na forma

$$U_i = \frac{q^2}{2C}.$$

Escolhemos fazer assim porque, a partir das condições do enunciado do problema, q (mas não V) permanece constante, quando a lâmina é introduzida. Depois que a lâmina está no lugar, C aumenta para κC , de modo que

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{U_i}{\kappa} = \frac{1,055 \text{ pJ}}{6,50} \\ &= 162 \text{ pJ} \approx 160 \text{ pJ}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Após a introdução da lâmina, a energia é menor por um fator igual a $1/\kappa$.

A energia “desaparecida”, em princípio, seria perceptível para a pessoa que introduziu a lâmina. O capacitor exerceria um pequeno puxão sobre a lâmina e realizaria sobre ela um trabalho igual a

$$W = U_i - U_f = (1,055 - 162) \text{ pJ} = 893 \text{ pJ}.$$

Se a lâmina fosse introduzida sem freio e se não houvesse atrito, oscilaria para frente e para trás entre as placas com uma energia mecânica (constante) de 893 pJ , a energia do sistema sendo transportada para frente e para trás entre as formas de energia cinética do movimento da lâmina e de energia potencial armazenada no campo elétrico.

27-7 Dielétricos: Uma Visão Atômica

O que acontece, em termos atômicos e moleculares, quando colocamos um dielétrico num campo elétrico? Existem duas possibilidades.

1. Dielétricos polares. As moléculas de alguns dielétricos, como a água, têm momentos de dipolo elétrico permanentes. Em tais materiais (chamados *dielétricos polares*), os dipolos elétricos tendem a se alinhar com um campo elétrico externo, como na Fig. 27-13. Pelo fato de as moléculas estarem em constante agitação térmica, o alinhamento não é completo, mas aumenta quando a intensidade do campo aplicado é aumentada ou quando a temperatura é diminuída.

2. Dielétricos não-polares. Quer as moléculas tenham ou não momentos de dipolo elétrico permanentes, elas os adquirem por indução quando colocadas num campo elétrico externo. Vimos na Seção 26-7 (veja a Fig. 26-12) que este campo externo tende a “esticar” a molécula, separando ligeiramente os centros de carga positiva e de carga negativa.

A Fig. 27-14a mostra uma lâmina dielétrica sem aplicação de nenhum campo elétrico externo. Na Fig. 27-14b, um campo elétrico E_0 é aplicado; seu efeito é separar ligeiramente os centros das distribuições de carga positiva e de

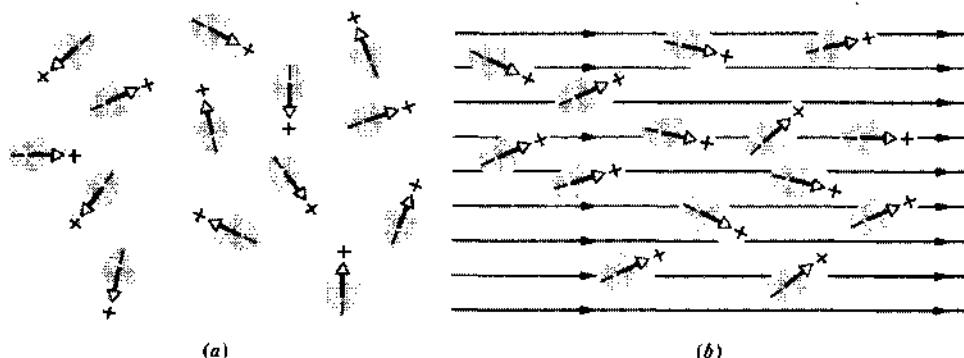


Fig. 27-13 (a) Moléculas dotadas de um momento de dipolo elétrico permanente, mostrando a orientação aleatória dos mesmos na ausência de um campo elétrico externo. (b) Um campo elétrico é aplicado, produzindo alinhamento parcial dos dipolos. A agitação térmica impede o alinhamento completo.

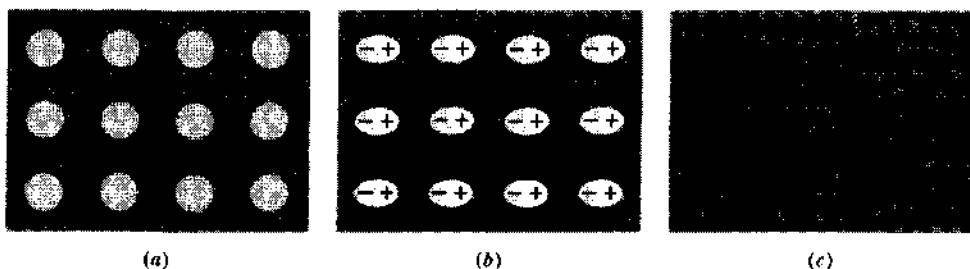


Fig. 27-14 (a) Uma lâmina dielétrica, sugerindo-se, por meio dos círculos, os átomos neutros no interior da lâmina. (b) Um campo elétrico é aplicado, "esticando" os átomos e separando os centros de carga positiva e negativa. (c) O efeito resultante é a produção de cargas superficiais, conforme é mostrado. Tais cargas criam um campo E' , que se opõe ao campo aplicado E_0 . O campo resultante no interior do dielétrico é E , o vetor soma de E_0 e E' .

carga negativa. O efeito total é uma acumulação de carga positiva sobre a face direita da lâmina e de carga negativa sobre a face esquerda. A lâmina como um todo permanece eletricamente neutra e — dentro da lâmina — não há excesso de carga em qualquer elemento de volume.

A Fig. 27-14c mostra que as cargas superficiais induzidas aparecem de tal maneira que o campo elétrico E' , criado por elas, se opõe ao campo elétrico aplicado E_0 . O campo resultante E no interior do dielétrico, que é a soma vetorial de E_0 e E' , aponta na mesma direção e no mesmo sentido de E_0 , mas tem módulo menor. Assim sendo, o efeito do dielétrico é enfraquecer o campo aplicado no interior do dielétrico.

Esta carga superficial induzida é a explicação do fato de que uma barra com carga atrairá pequenos pedaços de materiais não-condutores sem carga, como o papel. Na Fig.

27-15, vemos como cargas superficiais são induzidas sobre um pedaço de papel colocado próximo a uma barra carregada. A atração das cargas induzidas negativas pela barra excede a repulsão das cargas induzidas positivas que estão mais distantes, de modo que o efeito líquido é uma atração. Se o pedacinho de papel fosse colocado num campo elétrico uniforme, as cargas superficiais induzidas apareceriam, mas as forças sobre elas seriam iguais e opostas, de modo que não haveria nenhuma atração líquida.

27-8 Os Dielétricos e a Lei de Gauss (Opcional)

Ao discutirmos a lei de Gauss no Cap. 25, consideramos que as cargas existiam no vácuo. Nesta Seção veremos como modificar e generalizar essa lei, se materiais dielétricos, tais como aqueles listados na Tabela 27-2, estiverem presentes. A Fig. 27-16 mostra um capacitor de placas paralelas, de área A , com e sem dielétrico. Supomos que a carga q sobre as placas seja a mesma nas duas situações. Para a situação da Fig. 27-16a, a lei de Gauss nos dá



Fig. 27-15 Uma barra carregada induz cargas superficiais sobre um pedacinho de papel descarregado, e as forças resultantes não-contrabalançadas fazem com que o papel seja atraído pela barra.

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E_0 A = q,$$

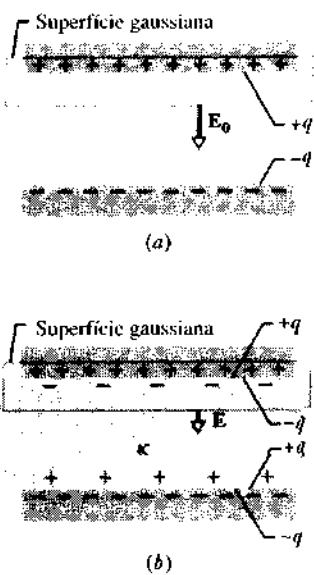


Fig. 27-16 (a) Um capacitor de placas paralelas. (b) O mesmo capacitor contendo uma lâmina dielétrica. Supomos que a carga q sobre as placas seja a mesma nos dois casos.

em que E_0 é o módulo do campo elétrico no espaço vazio entre as placas. Desta expressão obtemos

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}. \quad (27-33)$$

Com um dielétrico presente, como na Fig. 27-16b, a lei de Gauss nos dá

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 EA = q - q' \quad (27-34)$$

ou

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}, \quad (27-35)$$

em que devemos distinguir a carga superficial induzida (ligada) $-q'$ da carga q , a *carga livre* das placas. Estas duas cargas estão contidas dentro da superfície gaussiana da Fig. 27-16b, de modo que a carga líquida dentro dessa superfície é $q - q'$.

O efeito do dielétrico é enfraquecer o campo original E_0 por um fator κ . Assim, podemos escrever

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}. \quad (27-36)$$

A comparação das Eqs. 27-35 e 27-36 mostra que

$$q - q' = \frac{q}{\kappa} \quad (27-37)$$

é a carga *líquida* no interior da superfície gaussiana. A Eq. 27-37 mostra corretamente que o módulo q' da carga su-

perficial induzida é menor que aquele da carga livre q e é igual a zero se nenhum dielétrico estiver presente, isto é, se $\kappa = 1$ na Eq. 27-37.

Substituindo-se $q - q'$ dado pela Eq. 27-37 na Eq. 27-34, podemos escrever a lei de Gauss na forma

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q \quad (\text{lei de Gauss com dielétrico}) \quad (27-38)$$

Esta importante equação, embora tenha sido deduzida para um capacitor de placas paralelas, em geral é válida, constituindo a forma generalizada com que a lei de Gauss pode ser demonstrada. Note o seguinte:

1. A integral do fluxo agora contém o fator $\kappa \mathbf{E}$ e não \mathbf{E} .*
2. Apenas a *carga livre* q envolvida pela superfície gaussiana é agora considerada. A carga superficial induzida é deliberadamente ignorada no lado direito dessa equação, tendo sido já considerada pela introdução, no lado esquerdo, da constante dielétrica, κ .
3. A Eq. 27-38 difere da Eq. 25-8, a forma original da lei de Gauss, apenas pelo fato de ϵ_0 na última equação ter sido substituído por $\kappa \epsilon_0$ e κ ter sido colocado dentro da integral para considerar os casos em que κ não seja constante sobre toda a superfície gaussiana. Este fato que está de pleno acordo com a afirmação feita na Seção 27-6 a respeito das consequências para a eletrostática do preenchimento de uma região do espaço com um dielétrico.

EXEMPLO 27-10 A Fig. 27-17 mostra um capacitor de placas paralelas, de área A e separação d . Uma diferença de potencial V_0 é aplicada entre as placas. A bateria é, então, desligada e uma lâmina dielétrica de espessura b e constante dielétrica κ é colocada entre as placas conforme é mostrado. Suponha

$$A = 115 \text{ cm}^2, \quad d = 1,24 \text{ cm},$$

$$b = 0,780 \text{ cm}, \quad \kappa = 2,61,$$

$$V_0 = 85,5 \text{ V}.$$

a. Qual é a capacidade C_0 antes da introdução da lâmina dielétrica?

Solução Da Eq. 27-9 temos

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1,24 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ = 8,21 \times 10^{-12} \text{ F} = 8,21 \text{ pF.} \quad (\text{Resposta})$$

b. Que carga livre aparece sobre as placas?

Solução De acordo com a Eq. 27-1,

$$q = C_0 V_0 = (8,21 \times 10^{-12} \text{ F})(85,5 \text{ V}) \\ = 7,02 \times 10^{-10} \text{ C} = 702 \text{ pC.} \quad (\text{Resposta})$$

* O vetor $\epsilon_0 \kappa \mathbf{E}$ é chamado de *deslocamento elétrico* \mathbf{D} , que nos permite escrever a Eq. 27-38 na forma simplificada $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q$.

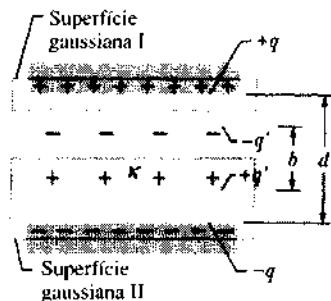


Fig. 27-17 Exemplo 27-10. Um capacitor de placas paralelas contendo uma lâmina dielétrica que preenche parcialmente o espaço entre as placas.

Como a bateria que carregou o capacitor foi desligada antes da introdução da lâmina dielétrica, a carga livre não se altera quando a lâmina é colocada no lugar.

c. Qual é o campo elétrico E_0 nas lacunas entre as placas e a lâmina dielétrica?

Solução Vamos aplicar a lei de Gauss na forma dada pela Eq. 27-38 à superfície gaussiana I da Fig. 27-17, que envolve somente a carga livre da placa superior do capacitor. Temos

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = (1) \epsilon_0 E_0 A = q$$

ou

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} \\ = 6.900 \text{ V/m} = 6.90 \text{ kV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

Tabela 27-3
Exemplo 27-10 Um Resumo dos Resultados

Quantidade	Unidade	Sem Lâmina	Lâmina Parcial	Lâmina Total
C	pF	8.21	13.4	21.4
q	pC	702	702	702
q'	pC	—	433	433
V	V	85.5	52.3	32.8
E_0	kV/m	6.90	6.90	6.90 ^a
E	kV/m	—	2.64	2.64

^a Suponha que exista uma lacuna muito estreita.

Note que fizemos $\kappa = 1$ nesta equação, porque a superfície gaussiana sobre a qual calculamos a integral não atravessa o dielétrico. Note também que o valor de E_0 não se altera quando a lâmina é introduzida. Ele depende somente da carga livre sobre as placas.

d. Calcular o campo elétrico E_1 na lâmina dielétrica.

Solução Aplicando a Eq. 27-38, desta vez à superfície gaussiana II da Fig. 27-17, encontramos

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{A} = -\kappa \epsilon_0 E_1 A = -q$$

ou

$$E_1 = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{6.90 \text{ kV/m}}{2.61} \\ = 2.64 \text{ kV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

e. Qual é a diferença de potencial entre as placas depois da introdução da lâmina dielétrica?

Solução Aplicamos a Eq. 27-6, integrando ao longo de uma trajetória que vai diretamente da placa superior para a placa inferior. Dentro do dielétrico, o comprimento da trajetória é b e o campo elétrico é E_1 . Dentro das duas lacunas acima e abaixo do dielétrico, o comprimento total da trajetória é $d - b$ e o campo elétrico é E_0 . A Eq. 27-6, então, nos dá

$$V = \int_{+}^{-} E \, ds = E_0(d - b) + E_1 b \\ = (6.900 \text{ V/m})(0.0124 \text{ m} - 0.00780 \text{ m}) \\ + (2.640 \text{ V/m})(0.00780 \text{ m}) \\ = 52.3 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

Observe a diferença em relação ao valor da diferença de potencial inicial que era de 85,5 V.

f. Qual é a capacidade com a lâmina no lugar?

Solução Da Eq. 27-1,

$$C = \frac{q}{V} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{52.3 \text{ V}} \\ = 1.34 \times 10^{-11} \text{ F} = 13.4 \text{ pF.} \quad (\text{Resposta})$$

A Tabela 27-3 resume os resultados deste exemplo e também inclui os resultados que teriam sido obtidos se a lâmina dielétrica tivesse preenchido, totalmente, o espaço entre as placas do capacitor.

RESUMO

Capacitor; Capacitância

Um capacitor consiste em dois condutores isolados (placas), que possuem cargas iguais, mas de sinais opostos, $+q$ e $-q$. A **capacitância** C é definida por

$$q = CV, \quad (27-1)$$

onde V é a diferença de potencial entre as placas. A unidade SI de capacidade é o farad (1 farad = 1 F = 1 coulomb por volt).

Cálculo da Capacitância

Geralmente, determinamos a capacidade de um particular capacitor da seguinte maneira: (1) supomos que uma carga q tenha sido colocada sobre as placas, (2) determinamos o campo elétrico E criado por esta carga, (3) calculamos a diferença de potencial V , (4) calculamos C usando a Eq. 27-1. A Seção 27-3 mostra vários exemplos importantes detalhadamente. Os resultados resumidos na Tabela 27-1, são os seguintes:

Capacitor de Placas Paralelas

Um capacitor de placas paralelas com placas planas e paralelas, de área A e separação d , tem capacidade

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{capacitor de placas paralelas}). \quad (27-9)$$

Capacitor Cilíndrico

Um capacitor cilíndrico consiste em dois longos cilindros coaxiais, de comprimento L . Os raios interno e externo são a e b , e a capacidade é

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (\text{capacitor cilíndrico}). \quad (27-14)$$

Capacitor Esférico

Um capacitor esférico com placas esféricas concêntricas de raios interno e externo a e b tem capacidade

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (\text{capacitor esférico}). \quad (27-17)$$

Esfera Isolada

Fazendo $b \rightarrow \infty$ e $a = R$ na Eq. 27-17, obtemos a capacidade de uma esfera isolada:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{esfera isolada}). \quad (27-18)$$

Capacitores em Paralelo e em Série

As capacidades equivalentes C_{eq} das combinações de capacitores individuais dispostos em paralelo e em série são

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (n \text{ capacitores em paralelo}) \quad (27-19)$$

e

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ capacitores em série}). \quad (27-20)$$

Estas capacidades equivalentes podem ser combinadas para calcular a capacidade de combinações série-paralelo mais complicadas.

Energia Potencial e Densidade de Energia

A energia potencial elétrica U de um capacitor carregado, dada por

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 \quad (\text{energia potencial}). \quad (27-1, 27-22)$$

é o trabalho necessário para carregá-lo. Esta energia pode ser considerada como armazenada no campo elétrico \mathbf{E} associado com o capacitor. Geralmente, por extensão, podemos associar a energia armazenada a um campo elétrico, não importando qual seja a sua origem. A densidade de energia u , ou energia potencial por unidade de volume, é dada por

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (\text{densidade de energia}). \quad (27-23)$$

na qual supomos que o campo elétrico \mathbf{E} existe no vácuo.

Capacitância com um Dielétrico

Quando o espaço entre as placas de um capacitor está completamente preenchido com um material dielétrico, a capacidade fica aumentada por um fator κ , chamado de constante dielétrica, que é característica do material (veja a Tabela 27-2). Numa região completamente preenchida por um dielétrico, todas as equações eletrostáticas contendo ϵ_0 devem ser modificadas substituindo-se ϵ_0 por $\kappa\epsilon_0$.

Os efeitos da adição de um dielétrico ao capacitor podem ser entendidos fisicamente em termos da ação de um campo elétrico sobre dipolos elétricos permanentes ou induzidos na lâmina dielétrica. Como mostra a Fig. 27-14, o resultado é a formação de cargas superficiais induzidas cuja presença resulta no enfraquecimento do campo no interior do dielétrico.

Lei de Gauss com um Dielétrico

Quando um dielétrico está presente, a lei de Gauss pode ser generalizada para

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q \quad (\text{lei de Gauss com dielétrico}). \quad (27-38)$$

Nesta expressão, q inclui somente a carga livre, a carga superficial induzida é considerada mediante a inclusão da constante dielétrica κ dentro da integral.

QUESTIONÁRIO

1. Um capacitor está ligado aos terminais de uma bateria. (a) Por que cada placa recebe uma carga de exatamente o mesmo módulo? (b) Será isso ainda válido, se as placas forem de tamanhos diferentes?
2. Pode haver uma diferença de potencial entre dois condutores vizinhos que possuam a mesma quantidade de carga positiva em excesso?
3. Uma folha de alumínio de espessura desprezível é colocada entre as placas de um capacitor, como mostra a Fig. 27-18. Que efeito ela produzirá sobre a capacidade se (a) a folha estiver eletricamente isolada e (b) a folha estiver ligada à placa superior?

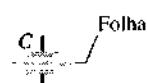


Fig. 27-18 Questão 3.

4. Sejam dois capacitores, C_1 e C_2 , com $C_1 > C_2$. O que poderia ser feito para que C_2 pudesse conter mais cargas que C_1 ?

5. Na Fig. 27-2, suponha que os dois corpos sejam não-condutores e que a carga esteja distribuída arbitrariamente sobre suas superfícies. (a) A Eq. 27-1 ($q = CV$) seria válida, com C independente dos arranjos das cargas? (b) Como você definiria V , nesse caso?

6. Considere um capacitor de placas paralelas, com placas quadradas de área A e separação d , no vácuo. Qual é o efeito qualitativo sobre sua capacidade, de cada uma das seguintes operações? (a) Reduzir d . (b) Introduzir uma placa de cobre entre as placas, sem tocá-las. (c) Duplicar a área de ambas as placas. (d) Duplicar a área de apenas uma das placas. (e) Deslizar as placas paralelamente uma à outra, de modo que a área da superposição seja, digamos, 50% de seu valor original. (f) Duplicar a diferença de potencial entre as placas. (g) Inclinar uma das placas de modo que a separação permaneça d numa das extremidades, mas passe a $d/2$ na outra.

7. A Fig. 27-19 mostra dois condutores isolados, cada um deles com uma certa capacidade. Suponhamos que se ligue estes condutores por um fio elétrico fino. De que modo se pode calcular a capacidade da combinação? Ao uni-los com o fio, podemos dizer que os condutores estão em paralelo ou em série?

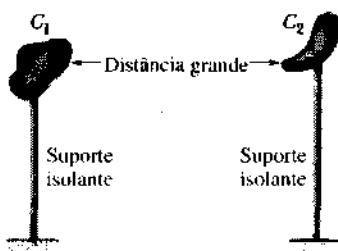


Fig. 27-19 Questão 7.

8. Os capacitores são, freqüentemente, abastecidos com um fio elétrico ligado através de seus terminais. Por que se faz assim?

9. Se a distorção das linhas do campo elétrico num capacitor de placas paralelas não fosse desprezada, a capacidade seria maior ou menor?

10. Dois discos circulares de cobre estão defronte um do outro separados por uma determinada distância. De que modo poderíamos reduzir a capacidade dessa combinação?

11. É de se esperar que a constante dielétrica de um material varie com a temperatura? Em caso afirmativo, como? Importa, ou não, que as moléculas tenham momentos de dipolo permanentes?

12. Discuta as analogias e diferenças quando: (a) uma lâmina dielétrica e (b) uma lâmina condutora são inseridas entre as placas de um capacitor de placas paralelas. Suponha que a espessura de cada lâmina seja igual à metade da separação entre as placas.

13. Um capacitor de placas paralelas contendo óleo foi projetado para ter uma capacidade C e para funcionar com segurança até uma certa diferença de potencial máxima V_m sem sofrer ruptura. Contudo, o projetista não foi feliz e o capacitor, às vezes, apresenta centelhamento. O que pode ser feito para recuperar o capacitor, mantendo-se C e V_m inalterados e usando o mesmo dielétrico?

14. Um objeto dielétrico experimenta uma força líquida quando é submetido a um campo elétrico não-uniforme. Por que não há força líquida quando o campo é uniforme?

15. Um jato de água que sai de uma torneira pode ser desviado se uma barra com carga for colocada próxima a ele. Explique por quê.

16. A água possui uma constante dielétrica de valor alto. Por que não é comum o seu uso como material dielétrico nos capacitores?

17. Um capacitor de placas paralelas é carregado por meio de uma bateria, sendo, a seguir, retirado. Uma lâmina dielétrica é, então, introduzida entre as placas do capacitor. Descreva qualitativamente o que acontece com a carga, a capacidade, a diferença de potencial, o campo elétrico, a energia armazenada e a lâmina.

18. Enquanto um capacitor permanece ligado a uma bateria, uma lâmina dielétrica é introduzida entre as placas. Descreva qualitativamente o que acontece com a carga, a capacidade, a diferença de potencial, o campo elétrico, e a energia armazenada. É necessário a realização de trabalho para introduzir-se a lâmina?

19. Dois capacitores idênticos estão ligados como mostra a Fig. 27-20. Uma lâmina dielétrica é introduzida entre as placas de um dos capacitores, a bateria permanecendo ligada. Descreva qualitativamente o que acontece com a carga, a capacidade, a diferença de potencial, o campo elétrico e a energia armazenada de cada um dos capacitores.

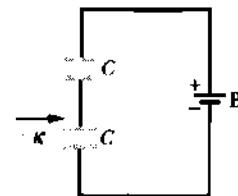


Fig. 27-20 Questão 19.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 27-2 Capacitância

1E. Um eletrômetro é um instrumento usado para medir carga estática; uma carga desconhecida é colocada sobre as placas do capacitor do medidor e a diferença de potencial é medida. Que carga mínima pode ser medida por um eletrômetro com uma capacidade de 50 pF e uma sensibilidade à voltagem de $0,15 \text{ V}$?

2E. Os dois objetos metálicos da Fig. 27-21 têm cargas líquidas de $+70 \text{ pC}$ e -70 pC , o que resulta numa diferença de potencial de 20 V entre eles. (a) Qual é a capacidade do sistema? (b) Se as cargas mudarem para $+200 \text{ pC}$ e -200 pC , qual será o valor da capacidade? (c) Qual será o valor da diferença de potencial?



Fig. 27-21 Exercício 2.

3E. O capacitor na Fig. 27-22 tem uma capacidade de $25 \text{ } \mu\text{F}$ e está inicialmente sem carga. A bateria fornece uma diferença de potencial

de 120 V . Após a chave S ter ficado fechada por um longo tempo, qual a carga terá passado através da bateria?

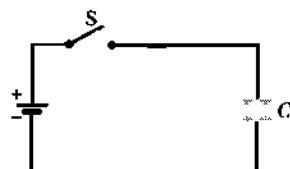


Fig. 27-22 Exercício 3.

Seção 27-3 Cálculo da Capacitância

4E. Resolvendo-se a Eq. 27-9 para ϵ_0 , vemos que sua unidade SI é o farad por metro. Mostre que esta unidade é equivalente àquela obtida anteriormente para ϵ_0 , ou seja, coulomb² por newton-metro².

5E. Um capacitor de placas paralelas possui placas circulares de raio $8,2 \text{ cm}$ e separação $1,3 \text{ mm}$. (a) Calcule a capacidade. (b) Que carga aparecerá sobre as placas se a diferença de potencial aplicada for de 120 V ?

6E. Sejam duas placas metálicas planas, cada uma de área 1,00 m², com as quais desejamos construir um capacitor de placas paralelas. Para obtermos uma capacitância de 1,00 F, qual deverá ser a separação entre as placas? Será possível construirmos tal capacitor?

7E. A placa e o catodo de um diodo a vácuo têm a forma de dois cilindros concêntricos com o catodo sendo o cilindro central. O diâmetro do catodo é de 1,6 mm e o diâmetro da placa é de 18 mm; os dois elementos têm comprimento de 2,4 cm. Calcular a capacitância do diodo.

8E. As placas de um capacitor esférico têm raios de 38,0 mm e 40,0 mm. (a) Calcular a capacitância. (b) Qual deve ser a área de um capacitor de placas paralelas que tem a mesma separação entre as placas e a capacitância idêntica?

9E. Depois de andar sobre um carpete, num dia seco, uma pessoa toca com a mão na maçaneta metálica de uma porta, provocando uma centelha de 5 mm. Tal centelha significa que houve uma diferença de potencial de possivelmente 15 kV entre a pessoa e a maçaneta. Supondo esta diferença de potencial, qual foi a quantidade de carga que a pessoa acumulou andando sobre o carpete? Para este cálculo extremamente aproximado, considere o corpo da pessoa uma esfera condutora, uniformemente carregada, de 25 cm de raio, e eletricamente isolada de sua vizinhança.

10E. Duas placas de folha de alumínio têm uma separação de 1,0 mm, uma capacitância de 10 pF e estão carregadas a 12 V. (a) Calcule a área da placa. Mantendo-se a carga constante, diminuimos a separação entre as placas de 0,10 mm. (b) Qual é a nova capacitância? (c) De quanto varia a diferença de potencial? Explique, usando este princípio, como um microfone poderia ser construído.

11E. Uma gota esférica de mercúrio de raio R tem uma capacitância dada por $C = 4\pi\epsilon_0 R$. Se duas destas gotas se combinarem para formar uma única gota maior, qual será a sua capacitância?

12P. Calculamos, na Seção 27-3, a capacitância de um capacitor cilíndrico. Usando a aproximação $\ln(1+x) \approx x$, quando $x \ll 1$ (veja o Apêndice G), mostre que ela se aproxima da capacitância de um capacitor de placas paralelas quando o espaçamento entre os dois cilindros é pequeno.

13P. Suponha que as duas cascas esféricas de um capacitor esférico tenham aproximadamente raios iguais. Sob tais condições, tal dispositivo se aproxima de um capacitor de placas paralelas com $b-a=d$. Mostre que a Eq. 27-17 se reduz, de fato, à Eq. 27-9, nesse caso.

14P. Um capacitor foi construído para operar com uma capacitância constante, em meio a uma temperatura variável. Como se demonstra na Fig. 27-23, o capacitor é do tipo de placas paralelas com "separadores" de plástico para manter as placas alinhadas. (a) Mostre que a taxa de variação da capacitância C com a temperatura T é dada por

$$\frac{dC}{dT} = C \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dT} - \frac{1}{x} \frac{dx}{dT} \right),$$

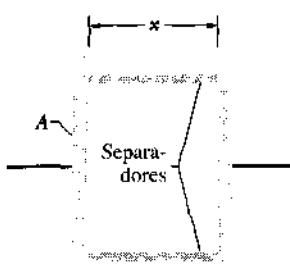


Fig. 27-23 Problema 14.

onde A é a área de cada placa e x a separação entre as placas. (b) Se as placas forem de alumínio, qual deverá ser o coeficiente de expansão térmica dos separadores a fim de que a capacitância não varie com a temperatura? (Ignore o efeito dos separadores sobre a capacitância.)

Seção 27-4 Capacitores em Paralelo e em Série

15E. Quantos capacitores de 1,00 μ F devem ser ligados em paralelo para acumularem uma carga de 1,00 C com um potencial de 110 V através dos capacitores?

16E. Na Fig. 27-24, determine a capacitância equivalente da combinação. Suponha que $C_1 = 10,0 \mu$ F, $C_2 = 5,00 \mu$ F e $C_3 = 4,00 \mu$ F.

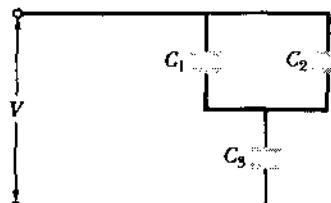


Fig. 27-24 Exercício 16 e Problemas 24 e 44.

17E. Na Fig. 27-25, determine a capacitância equivalente da combinação. Suponha que $C_1 = 10,0 \mu$ F, $C_2 = 5,00 \mu$ F e $C_3 = 4,00 \mu$ F.

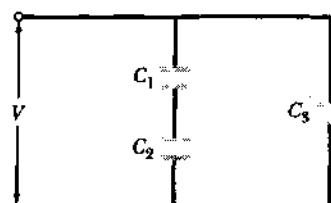


Fig. 27-25 Exercício 17 e Problema 45.

18E. Cada um dos capacitores descarregados na Fig. 27-26 tem uma capacitância de 25,0 μ F. Uma diferença de potencial de 4.200 V é estabelecida quando a chave é fechada. Quantos coulombs de carga passam, então, através do amperímetro A?

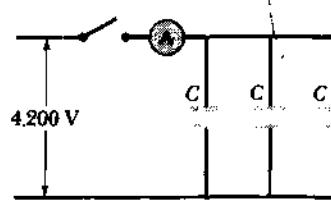


Fig. 27-26 Exercício 18.

19E. Uma capacitância $C_1 = 6,00 \mu$ F é ligada em série com uma capacitância $C_2 = 4,00 \mu$ F e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada através do par. (a) Calcule a capacitância equivalente. (b) Qual é a carga sobre cada capacitor? (c) Qual é a diferença de potencial através de cada capacitor?

20E. Resolva o Exercício 19 para os mesmos dois capacitores ligados em paralelo.

21P. (a) Três capacitores são ligados em paralelo. Cada um tem placas de área A e separação d entre as placas. Qual deve ser a separação entre as placas de um único capacitor com placas de área A , para que sua capacidade seja igual à da combinação em paralelo? (b) Qual deve ser a separação entre as placas no caso de os três capacitores estarem ligados em série?

22P. Uma diferença de potencial de 300 V é aplicada a uma ligação em série de dois capacitores, cujas capacidades são, $C_1 = 2,0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 8,0 \mu\text{F}$. (a) Quais são a carga e a diferença de potencial de cada capacitor? (b) Os capacitores carregados são desligados um do outro e da bateria. Eles são, então, ligados novamente, placa positiva com placa positiva e placa negativa com placa negativa, na ausência de qualquer diferença de potencial externa. Quais os novos valores da carga e da diferença de potencial de cada um deles? (c) Suponha que os capacitores carregados em (a) fossem montados com as placas de polaridade *opostas* ligadas entre si. Quais seriam, no estado estacionário, a carga e a diferença de potencial de cada capacitor?

23P. A Fig. 27-27 mostra um capacitor variável que usa o ar como dielétrico, do tipo empregado na sintonia dos aparelhos de rádio. As placas são ligadas alternadamente, um grupo de placas estando fixo e o outro podendo girar em torno de um eixo. Considere um conjunto de n placas de polaridade alternada, cada uma tendo uma área A e separadas por uma distância d . Mostre que este capacitor tem uma capacidade máxima de

$$C = \frac{(n-1)\epsilon_0 A}{d}.$$

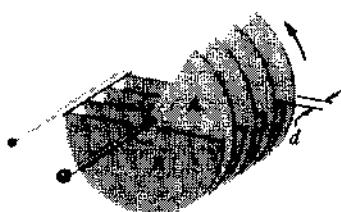


Fig. 27-27 Problema 23.

24P. Na Fig. 27-24, suponha que o capacitor C_3 teve seu isolamento rompido eletricamente, tornando-se equivalente a um caminho condutor. Que variações ocorrem (a) na carga e (b) na diferença de potencial do capacitor C_1 ? Suponha que $V = 100 \text{ V}$.

25P. Dispomos de vários capacitores de $2,0 \mu\text{F}$, capazes de suportar 200 V sem ruptura. Como poderíamos agrupar esses capacitores, de modo a obter uma combinação de capacidade equivalente de (a) $0,40 \mu\text{F}$ ou (b) $1,2 \mu\text{F}$, cada um capaz de suportar 1.000 V?

26P. A Fig. 27-28 mostra dois capacitores em série, cuja seção central, de comprimento b , pode ser deslocada verticalmente. Mostre que a ca-

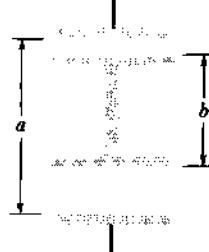


Fig. 27-28 Problema 26.

pacitância equivalente dessa combinação em série é independente da posição da seção central e é dada por

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{a - b}.$$

27P. Um capacitor de 100 pF é carregado sob uma diferença de potencial de 50 V e a bateria que o carrega é retirada. O capacitor é, então, ligado em paralelo com um segundo capacitor, inicialmente descarregado. Sabendo-se que a diferença de potencial cai para 35 V , qual é a capacidade deste segundo capacitor?

28P. Na Fig. 27-29, os capacitores $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$ são ambos carregados a um potencial $V = 100 \text{ V}$ mas com polaridades opostas, como é mostrado. As chaves S_1 e S_2 são, então, fechadas. (a) Qual é a diferença de potencial entre os pontos a e b ? (b) Qual é a carga sobre C_1 ? (c) Qual é a carga sobre C_2 ?

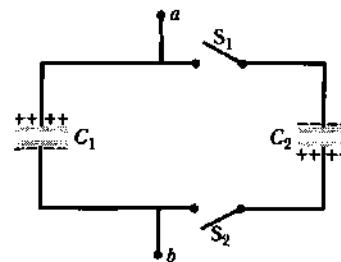


Fig. 27-29 Problema 28.

29P. Quando a chave S , na Fig. 27-30, é girada para a esquerda, as placas do capacitor C_1 adquirem uma diferença de potencial V_0 . Os capacitores C_2 e C_3 estão inicialmente descarregados. A chave é, agora, girada para a direita. Quais são as cargas finais q_1 , q_2 e q_3 sobre os capacitores correspondentes?

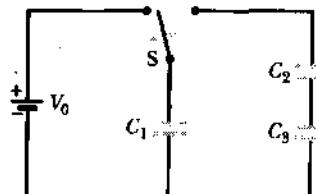


Fig. 27-30 Problema 29.

30P. Na Fig. 27-31, a bateria B fornece 12 V . (a) Determine a carga sobre cada capacitor quando a chave S_1 é fechada e (b) quando (mais tarde) a chave S_2 é também fechada. Considere $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$, $C_3 = 3,0 \mu\text{F}$ e $C_4 = 4,0 \mu\text{F}$.

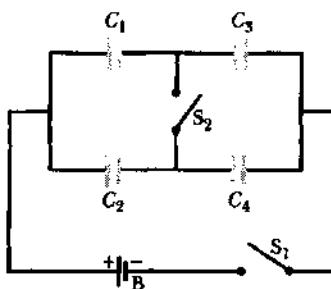


Fig. 27-31 Problema 30.

31P. A Fig. 27-32 mostra dois capacitores idênticos C num circuito com dois diodos (ideais) D . (Um diodo ideal tem a propriedade de o fluxo de carga positiva através dele se fazer somente no sentido da seta e o fluxo de carga negativa através dele somente no sentido oposto.) Uma bateria de 100 V é ligada aos terminais de entrada, primeiro com o terminal positivo em a e depois com o terminal positivo em b . Em cada caso, qual é a diferença de potencial através dos terminais de saída?

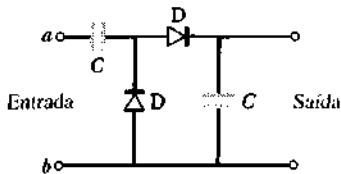


Fig. 27-32 Problema 31.

Seção 27-5 Armazenamento de Energia num Campo Elétrico

32E. Que quantidade de energia é armazenada num metro cúbico de ar, em virtude do campo elétrico de intensidade 150 V/m que existe na atmosfera terrestre?

33E. Experiências têm sido realizadas com o objetivo de construir um reator de fusão termonuclear controlada que, se concretizado, poderá vir a abastecer o mundo com um grande suprimento de energia proveniente do hidrogênio pesado extraído da água do mar. Estas experiências, usualmente, envolvem correntes imensas, por curtos períodos de tempo, nas bobinas geradoras de campos magnéticos. Por exemplo, o ZT-40, do Laboratório Científico de Los Alamos, possui compartimentos repletos de capacitores. Um dos bancos de capacitores fornece 61,0 mF a 10,0 kV. Calcular a energia armazenada em (a) em joules e (b) em kW·h.

34E. Que capacidade é necessária para armazenar uma energia de 10 kW·h sob uma diferença de potencial de 1.000 V?

35E. Um capacitor de placas paralelas (a ar) tem uma capacidade de 130 pF. (a) Qual é a energia armazenada quando a diferença de potencial aplicada é de 56,0 V? (b) Podemos calcular a densidade de energia para pontos entre as placas?

36E. Um capacitor de placas paralelas (a ar), com uma área de 40 cm² e separação entre as placas de 1,0 mm, é carregado sob uma diferença de potencial de 600 V. Determine (a) a capacidade, (b) o módulo da carga sobre cada placa, (c) a energia armazenada, (d) o campo elétrico entre as placas e (e) a densidade de energia entre as placas.

37E. Dois capacitores, de capacidades 2,0 μ F e 4,0 μ F, são ligados em paralelo através de uma diferença de potencial de 300 V. Calcular a energia total armazenada nos capacitores.

38E. (a) Calcular a densidade de energia do campo elétrico a uma distância r do centro de um elétron em repouso. (b) Supondo-se o elétron um ponto infinitesimal, o que este cálculo nos dá para a densidade de energia no limite de $r \rightarrow 0$?

39E. Um certo capacitor é carregado sob uma diferença de potencial V . Se desejarmos aumentar sua energia armazenada de 10%, em que percentagem teremos de aumentar V ?

40P. Uma esfera metálica isolada cujo diâmetro é de 10 cm tem um potencial de 8.000 V. Calcular a densidade de energia no campo elétrico próximo da superfície da esfera.

41P. Um banco de 2.000 capacitores de 5,00 μ F ligados em paralelo é usado para armazenar energia elétrica. Quanto custa carregá-lo a 50.000 V, supondo uma tarifa de 3,0 cents/kW·h?

42P. Para os capacitores do Problema 22, calcule a energia armazenada para as três ligações diferentes das partes (a), (b) e (c). Compare estas energias armazenadas e explique quaisquer diferenças.

43P. Um capacitor é carregado até que sua energia armazenada seja de 4,0 J. Um segundo capacitor descarregado é, então, ligado a ele em paralelo. (a) Sabendo-se que a carga se distribui igualmente, qual é, agora, a energia total armazenada nos campos elétricos? Para onde vai o excesso de energia?

44P. Na Fig. 27-24, determine (a) a carga, (b) a diferença de potencial e (c) a energia armazenada para cada capacitor. Suponha os valores numéricos do Exercício 16, com $V = 100$ V.

45P. Na Fig. 27-25, determine (a) a carga, (b) a diferença de potencial e (c) a energia armazenada para cada capacitor. Suponha os valores numéricos do Exercício 17, com $V = 100$ V.

46P. Um capacitor de placas paralelas tem placas de área A e separação d , e é carregado sob uma diferença de potencial V . A bateria que o carrega é, então, retirada e as placas são afastadas até que a separação entre elas seja de $2d$. Deduza expressões em termos de A , d e V para (a) a nova diferença de potencial, (b) as energias armazenadas inicial e final e (c) o trabalho necessário para separar as placas.

47P. Um capacitor cilíndrico tem raios a e b como na Fig. 27-6. Mostre que metade da energia potencial elétrica armazenada está dentro de um cilindro cujo raio é

$$r = \sqrt{ab}.$$

48P. Suponha que o elétron não seja um ponto, mas sim uma esfera de raio R , e que a carga eletrônica esteja distribuída uniformemente sobre essa superfície. (a) Determine a energia que está associada ao campo elétrico externo do elétron, no vácuo, como função de R . (b) Associando-se, agora, tal energia à massa do elétron, podemos usar $E = mc^2$, e estimar o valor de R . Calcule este raio numericamente; ele é freqüentemente chamado de *raio clássico* do elétron.

49P. Mostre que as placas de um capacitor de placas paralelas se atraem mutuamente com uma força dada por

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A}.$$

Obtenha o resultado calculando o trabalho necessário para aumentar a separação das placas de x para $x + dx$, com a carga q permanecendo constante.

50P. Usando o resultado do Problema 49, mostre que a força por unidade de área (a *tensão eletrostática*) atuando sobre cada placa é dada por $\epsilon_0 E^2/2$. (Na realidade, este resultado é geral, valendo para condutores de *qualquer* formato, com um campo elétrico \mathbf{E} na sua superfície).

51P*. Uma carga q é colocada lentamente na superfície de uma bolha de sabão, de raio R_0 . Devido à repulsão mútua existente entre as cargas superficiais, o raio aumenta ligeiramente para R . Por causa da expansão, a pressão do ar dentro da bolha cai para $p(V_0/V)$ onde p é a pressão atmosférica, V_0 é o volume inicial e V é o volume final. Mostre que

$$q^2 = 32\pi^2\epsilon_0 p R(R^3 - R_0^3)$$

(Sugestão: Considere as forças que atuam sobre uma pequena área da bolha carregada. Forças decorrentes de (i) a pressão do gás; (ii) a pressão atmosférica; (iii) a tensão eletrostática. Ver o Problema 50.)

Seção 27-6 Capacitor com um Dielétrico

52E. Um capacitor de placas paralelas cheio de ar tem uma capacidade de 1,3 pF. Dobra-se a separação das placas e insere-se parafina entre

elas. A nova capacitância é 2.6 pF. Determine a constante dielétrica da parafina.

53E. Dado um capacitor de 7.4 pF, cheio de ar, pedimos convertê-lo num capacitor que armazene $7.4 \mu\text{J}$ com uma diferença de potencial máxima de 652 V. Qual dos dielétricos listados na Tabela 27-2 poderia ser usado para preencher a lacuna de ar do capacitor?

54E. Para construirmos um capacitor de placas paralelas, temos disponíveis duas placas de cobre, uma lâmina de mica (espessura = 0,10 mm, $\kappa = 5,4$), uma lâmina de vidro (espessura = 2,0 mm, $\kappa = 7,0$), e uma lâmina de parafina (espessura = 1,0 cm, $\kappa = 2,0$). Para obtermos a maior capacitância possível, que lâmina deve ser colocada entre as placas de cobre?

55E. Um capacitor de placas paralelas cheio de ar tem uma capacitância de 50 pF. (a) Sabendo-se que suas placas têm uma área de $0,35 \text{ m}^2$, qual é a separação entre elas? (b) Se a região entre as placas for preenchida com um material de constante dielétrica igual a 5,6, qual será a nova capacitância?

56E. Um cabo coaxial usado numa linha de transmissão tem um raio interno de 0,10 mm e um raio externo de 0,60 mm. Calcular a capacitância por metro de cabo. Suponha que o espaço entre os condutores seja preenchido com poliestireno.

57P. Uma certa substância tem uma constante dielétrica de 2,8 e uma rigidez dielétrica de 18 MV/m . Se a usarmos como material dielétrico num capacitor de placas paralelas, qual deverá ser a área mínima das placas para que a capacitância seja de $7,0 \times 10^{-2} \mu\text{F}$ e para que o capacitor seja capaz de resistir a uma diferença de potencial de 4,0 kV?

58P. Deseja-se construir um capacitor cuja capacitância se aproxime de 1 nF e um potencial de ruptura acima de 10.000 V. Com esse objetivo, podemos usar os lados de um copo grande de pirex cobrindo as partes interna e externa com uma folha de alumínio. A altura do copo é de 15 cm e seus raios interno e externo medem 3,6 cm e 3,8 cm, respectivamente. Quais são (a) a capacitância e (b) o potencial de ruptura?

59P. Deseja-se construir um capacitor portátil capaz de armazenar 250 kJ de energia. O capacitor escolhido é do tipo de placas paralelas com dielétrico. (a) Escolhendo-se um dos dielétricos, na Tabela 27-2, cujo valor da rigidez dielétrica tenha sido dado, determine o volume mínimo factível do capacitor. (b) Alguns capacitores modernos, com ótimos desempenhos e que podem armazenar 250 kJ de energia, têm volumes de $0,0870 \text{ m}^3$. Supondo que o dielétrico usado tenha a mesma rigidez dielétrica que no item (a), qual deve ser sua constante dielétrica?

60P. Dois capacitores de placas paralelas têm a mesma área A e separação d, mas as constantes dielétricas dos materiais entre as placas são: $\kappa + \Delta\kappa$ em um deles e $\kappa - \Delta\kappa$ no outro. (a) Determine a capacitância equivalente quando eles são ligados em paralelo. (b) Sabendo-se que a carga total sobre a combinação em paralelo é Q, qual é a carga sobre o capacitor de capacitância maior?

61P. Uma lâmina de cobre de espessura b é introduzida exatamente no meio e entre as placas de um capacitor de placas paralelas, como é mostrado na Fig. 27-33. (a) Qual é a capacitância depois da introdução

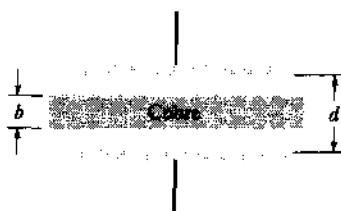


Fig. 27-33 Problemas 61 e 62.

da placa? (b) Mantendo-se a carga q sobre as placas, qual é a razão entre as energias armazenadas antes e depois da introdução da lâmina? (c) Que trabalho é realizado sobre a lâmina durante a sua introdução? A lâmina é puxada ou temos de empurrá-la para o interior do capacitor?

62P. Refazer o Problema 61 supondo que a diferença de potencial, e não a carga, seja mantida constante.

63P. Um capacitor de placas paralelas, de área A, é preenchido com dois dielétricos, como é mostrado na Fig. 27-34. Mostre que a capacitância é dada por

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right).$$

Verifique essa fórmula para todos os casos limites possíveis.

(Sugestão: Podemos considerar tal arranjo como dois capacitores em paralelo?)

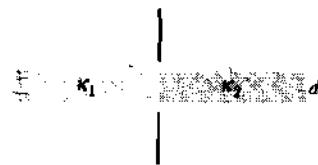


Fig. 27-34 Problema 63.

64P. Um capacitor de placas paralelas, de área A, é preenchido com dois dielétricos como mostra a Fig. 27-35. Mostre que a capacitância é dada por

$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \right).$$

Verifique essa fórmula para todos os casos limites possíveis.

(Sugestão: Podemos considerar tal arranjo como dois capacitores em série?)

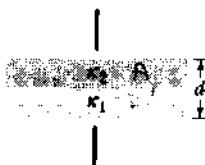


Fig. 27-35 Problema 64.

65P. Qual é a capacitância do capacitor, com placas de área A, mostrado na Fig. 27-36?

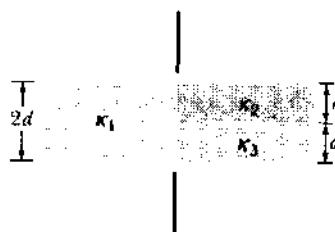


Fig. 27-36 Problema 65.

Seção 27-8 Os Dielétricos e a Lei de Gauss

66E. Um capacitor de placas paralelas tem uma capacidade de 100 pF , placas de área igual a 100 cm^2 e usa mica como dielétrico ($\kappa = 5,4$). Para uma diferença de potencial de 50 V , calcule (a) E na mica, (b) o módulo da carga livre sobre as placas, e (c) o módulo da carga superficial induzida.

67E. No Exemplo 27-10, suponha que a bateria permaneça ligada durante o tempo que a lâmina dielétrica está sendo introduzida. Calcule: (a) a capacidade; (b) a carga sobre as placas do capacitor; (c) o campo elétrico no espaço vazio; (d) o campo elétrico na lâmina, depois que ela é introduzida.

68P. Duas placas paralelas de área igual a 100 cm^2 possuem cargas iguais de sinais opostos e módulo igual a $8,9 \times 10^{-7} \text{ C}$. O campo elétrico no interior do material dielétrico que preenche o espaço entre as placas é de $1,4 \times 10^8 \text{ V/m}$. (a) Calcule a constante dielétrica do material. (b) Determine o módulo da carga induzida sobre cada superfície do dielétrico.

69P. Um capacitor de placas paralelas tem placas de área igual a $0,12 \text{ m}^2$ e uma separação de $1,2 \text{ cm}$. Uma bateria carrega as placas sob uma diferença de potencial de 120 V e é, então, retirada. Uma lâmina dielétrica com $4,0 \text{ mm}$ de espessura e constante dielétrica igual a $4,8$ é introduzida entre as placas.

duzida, simetricamente, entre as placas. (a) Determine a capacidade antes da introdução da lâmina. (b) Qual é a capacidade com a lâmina no lugar? (c) Qual é a carga livre q , antes e depois da introdução da lâmina? (d) Qual é o campo elétrico no espaço entre as placas e o dielétrico? (e) Qual é o campo elétrico no dielétrico? (f) Com a lâmina no lugar, qual é a diferença de potencial entre as placas do capacitor? (g) Que quantidade de trabalho externo está envolvida no processo de introdução da lâmina?

70P. No capacitor do Exemplo 27-10 (Fig. 27-17), (a) que fração da energia está armazenada nas lacunas de ar? (b) Que fração está armazenada na lâmina?

71P. Uma lâmina dielétrica de espessura b é introduzida entre as placas de um capacitor de placas paralelas de separação d . Mostre que a capacidade é dada por

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{\kappa d - b(\kappa - 1)}$$

(Sugestão: Deduza a fórmula seguindo o modelo do Exemplo 27-10.) Esta fórmula prevê o resultado numérico correto do Exemplo 27-10? Verifique que a fórmula está de acordo com os casos especiais de $b = 0$, $\kappa = 1$ e $b = d$.

PROBLEMAS ADICIONAIS

72. O capacitor de placas paralelas da Fig. 27-37 está ligeiramente desalinhado. A área de cada placa é A , e a quantidade de desalinhamento Δ é muito menor que a distância média d entre as placas. Suponha que as linhas do campo elétrico são aproximadamente verticais e que o capacitor possa ser dividido em "tiras" de larguras infinitesimais, ao longo do eixo x , que estão efetivamente ligadas em paralelo. (a) Qual a capacidade C do capacitor? (b) Mostre que a resposta de (a) se reduz à Eq. 27-9 quando $\Delta = 0$.

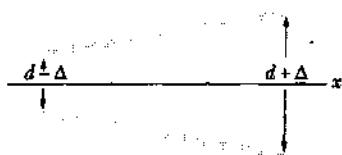


Fig. 27-37 Problema 72.

73. O espaço entre duas cascas esféricas condutoras concêntricas de raios b e a (onde $b > a$) é preenchido com uma substância de constante dielétrica κ . Existe uma diferença de potencial V entre as cascas interna e externa. Determine (a) a capacidade, (b) a carga livre q sobre a casca interna e (c) a carga induzida q' ao longo da superfície da casca interna.

74. Um condutor esférico de raio R tem uma carga Q sobre sua superfície. Qual é o campo elétrico (a) interior e (b) exterior ao condutor? (c) Que quantidade de energia eletrostática está armazenada numa casca esférica de raio $r > R$ e espessura dr ? (d) Determine por integração a energia armazenada no espaço que circunda o condutor. (e) Qual será a sua variação se o raio do condutor for aumentado para $R + \Delta R$? (f) O trabalho necessário para esta variação de energia é igual ao produto de uma pressão eletrostática externa e a variação resultante no volume do condutor. Mostre que tal pressão é igual à densidade de energia eletrostática externa ao condutor.

CORRENTE E RESISTÊNCIA



O orgulho da Alemanha e uma maravilha de sua época, o zepelim Hindenburg tinha um comprimento de quase três campos de futebol — a maior máquina voadora construída até então. Ainda que mantido no ar por 16 células de gás hidrogênio, perigosamente inflamável, fez muitas viagens através do Atlântico com absoluta segurança. Na realidade, os zepelins alemães, que dependiam totalmente do hidrogênio, nunca haviam sofrido um acidente por causa deste gás. Mas, às 19h e 21 min do dia 6 de maio de 1937, quando o Hindenburg estava pronto para aterrissar na base naval em Lakehurst, New Jersey, a nave ardeu em chamas. Sua tripulação, enquanto esperava que uma tempestade deixasse a área, arrumava os cabos que já tinham sido abaixados para a tripulação da base, quando ondulações foram vistas sobre a estrutura externa da nave a, aproximadamente, um terço da popa. Segundos depois uma chama irrompeu naquela região e um clarão vermelho iluminou o interior da nave. Ao cubo de 32 s a nave, já em chamas, caiu na terra, matando 36 pessoas e queimando muitas outras, algumas horrivelmente. Por que, depois de tantos vôos incólumes dos zepelins, com flutuadores de hidrogênio, o Hindenburg se incendiou?

28-1 Cargas em Movimento e Correntes Elétricas

Nos cinco capítulos anteriores, tratamos da *eletrostática*, isto é, de cargas em repouso. Neste capítulo, iniciamos o estudo de **correntes elétricas**, isto é, de cargas em movimento.

Exemplos de correntes elétricas existem em abundância, desde as grandes correntes, como as que constituem os relâmpagos, até as minúsculas correntes nervosas, que regulam nossa atividade muscular. As correntes na fiação elétrica doméstica, nas lâmpadas elétricas e aparelhos elétricos nos são bastante familiares. Um feixe de elétrons se move através do vácuo existente num tubo de imagem de um aparelho de televisão. Partículas carregadas de *ambos* os sinais fluem nos gases ionizados das lâmpadas fluorescentes, nas baterias de rádios transistores, e nas baterias de carros. Correntes elétricas em semicondutores são encontradas nas calculadoras de bolso e em chips que con-

trolam os fornos de microondas e em máquinas de lavar elétricas.

Em escala global, partículas carregadas, aprisionadas nos cinturões de radiação Van Allen, oscilam de um lado para o outro acima da atmosfera entre os pólos magnéticos norte e sul. Em escala do sistema solar, enormes correntes de prótons, elétrons e íons voam radialmente para fora do sol constituindo o *vento solar*. Em escala galáctica, os raios cósmicos, que são prótons altamente energéticos, fluem através da nossa galáxia, a Via Láctea.

Embora uma corrente elétrica seja um fluxo de cargas em movimento, nem todas as cargas em movimento constituem uma corrente elétrica. Quando dizemos que uma corrente elétrica passa através de uma determinada superfície, é porque deve existir um fluxo líquido de cargas através daquela superfície. Dois exemplos esclarecem nosso pensamento.

1. Os elétrons de condução num pedaço de fio de cobre isolado estão em movimento caótico com velocidades es-

calares da ordem de 10^6 m/s. Se passarmos um plano hipotético através do fio, os elétrons de condução passarão através dele em *ambos os sentidos* numa taxa de muitos bilhões por segundo. Contudo, não haverá transporte líquido de carga e, assim, não haverá corrente. Mas se ligarmos as extremidades do fio a uma bateria, conduziremos o fluxo — muito ligeiramente — num sentido, de modo que haverá, então, um transporte líquido de carga e, consequentemente, uma corrente elétrica.

2. O fluxo de água que passa através de uma mangueira de jardim representa o fluxo direto de carga positiva (os prótons nas moléculas de água) numa taxa de, talvez, vários milhões de coulombs por segundo. Entretanto, não existe um transporte líquido de carga, porque existe um fluxo paralelo de carga negativa (os elétrons nas moléculas de água) de exatamente a mesma quantidade, movendo-se no mesmo sentido.

Neste capítulo, limitamo-nos ao estudo — dentro da estrutura da física clássica — das correntes *constantes* de elétrons de condução que se movem através de condutores metálicos, como os fios de cobre.

28-2 Corrente Elétrica

A Fig. 28-1a nos faz lembrar que uma espira condutora isolada — estando ou não carregada — se encontra inteiramente sob o mesmo potencial. Nenhum campo elétrico pode existir dentro dela ou paralelo à sua superfície. Embora os elétrons de condução estejam disponíveis, nenhuma força líquida atua sobre eles e, assim, não há corrente.

Quando, como mostra a Fig. 28-1b, introduzimos uma bateria na espira condutora, ela não fica mais sob um mesmo potencial. Campos elétricos atuam no interior do ma-



(a)



(b)

Fig. 28-1 (a) Uma espira de cobre em equilíbrio eletrostático. Toda a espira está sob um único potencial e o campo elétrico é zero em todos os pontos no interior do cobre. (b) A adição de uma bateria impõe uma diferença de potencial entre as extremidades da espira que estão ligadas aos terminais da bateria. Tal fato produz um campo elétrico dentro da espira e o campo faz com que as cargas se movam ao redor dela. Esse movimento de cargas é uma corrente.

terial que constitui a espira, exercendo forças sobre os elétrons de condução e estabelecendo uma corrente. Depois de um curto espaço de tempo, o fluxo de elétrons alcança uma condição de estado estacionário. A situação é, então, completamente análoga à do fluxo líquido constante que discutimos no Cap. 16.

A Fig. 28-2 mostra uma seção de um condutor, parte de uma espira condutora, em que uma corrente foi estabelecida. Quando uma carga dq passa através de um plano hipotético (tal como aa') num tempo dt , definimos a corrente através desse plano como

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{definição de corrente}). \quad (28-1)$$

Podemos determinar a carga que passa através do plano num intervalo de tempo que se estende de 0 até t por integração:

$$q = \int dq = \int_0^t i dt, \quad (28-2)$$

na qual a corrente i pode, ou não, ser uma função do tempo.

Sob condições de estado estacionário (isto é, a corrente não é uma função do tempo), a corrente é a mesma para os planos bb' e cc' e, de fato, para todos os planos que passam completamente através do condutor, quaisquer que sejam suas posições e orientações. Isto decorre do fato de que a carga é conservada. Sob condições de estado estacionário, a cada elétron que entrar no condutor por uma extremidade, outro elétron deve sair pela outra extremidade. Da mesma forma, tendo-se um fluxo constante de água através de uma mangueira de jardim, a cada gota de água que sair pelo esguicho, outra gota deve entrar na mangueira pela outra extremidade. A quantidade de água na mangueira é uma grandeza conservada.

A unidade SI para corrente é o coulomb por segundo ou o ampère (A):

$$1 \text{ ampère} = 1 \text{ A} = 1 \text{ coulomb por segundo} = 1 \text{ C/s.}$$

O ampère é uma unidade básica do SI; o coulomb é definido em termos do ampère, como já discutimos no Cap. 23. A definição formal do ampère será apresentada no Cap. 31.

A corrente, definida pela Eq. 28-1, é um escalar, porque nessa equação, tanto a carga como o tempo são escalares.

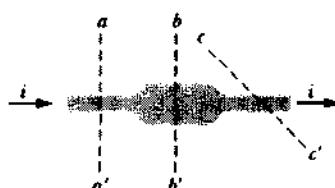


Fig. 28-2 A corrente i através do condutor tem o mesmo valor nos planos aa' , bb' e cc' .

Isto pode causar alguma dificuldade porque, freqüentemente, representamos uma corrente num fio por uma seta para indicar o sentido em que as cargas estão se movendo. Entretanto, tais setas não são vetores, pois não obedecem às leis da adição vetorial. A Fig. 28-3a mostra um condutor se dividindo numa junção em dois ramos. Porque a carga é conservada, as intensidades das correntes nos ramos devem se somar, dando a intensidade da corrente no condutor original, ou

$$i_0 = i_1 + i_2. \quad (28-3)$$

Como sugere a Fig. 28-3b, encurvar ou reorientar os fios no espaço não invalida a Eq. 28-3. As setas das correntes não são vetores; mostram somente o sentido do fluxo ao longo de um condutor e não uma direção e sentido no espaço.

Os Sentidos das Correntes

Na Fig. 28-1b, traçamos as setas das correntes no sentido que um portador de carga positiva — repelido pelo terminal positivo da bateria e atraído pelo terminal negativo — circularia pela espira. Com efeito, os portadores de carga na espira de cobre da Fig. 28-1b são elétrons detentores de carga negativa. Eles circulam no sentido oposto aos das setas da corrente. Lembremos também que, numa lâmpada fluorescente, estão presentes portadores de carga de ambos os sinais. Uma vez que os portadores de carga positiva e negativa se movem em sentidos opostos, devemos escolher que fluxo de carga é representado por uma seta de corrente.

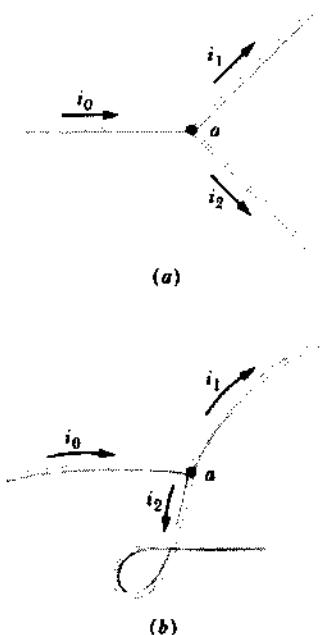


Fig. 28-3 A relação $i_0 = i_1 + i_2$ é válida na junção *a*, não importando qual seja a orientação dos três fios no espaço. As correntes são escalares e não vetores.

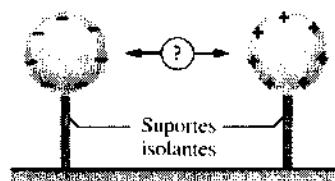


Fig. 28-4 As cargas das duas esferas, inicialmente descarregadas, surgiram pela transferência de carga de uma esfera para a outra. Não podemos dizer, depois do evento, se foi transferida carga positiva da esquerda para a direita ou carga negativa da direita para a esquerda; o resultado final é o mesmo.

Desenhamos as setas da corrente na Fig. 28-1b no sentido horário, obedecendo à seguinte convenção histórica:

A seta da corrente é desenhada no sentido em que se moveriam os portadores positivos, mesmo que os portadores reais não sejam positivos.

Apenas quando estamos interessados no mecanismo detalhado do transporte de carga, necessitamos prestar atenção aos sinais reais dos portadores de carga.

Essa observação só é possível porque um portador de carga positiva, que se move da esquerda para a direita, tem o mesmo efeito externo que um portador negativo se movendo da direita para a esquerda*. Na Fig. 28-4, por exemplo, as duas esferas inicialmente descarregadas podem ter sido carregadas, transportando-se cargas positivas da esquerda para a direita ou cargas negativas da direita para a esquerda. Ambos os processos levam ao mesmo resultado final.

EXEMPLO 28-1 Um fluxo de água atravessa uma mangueira de jardim numa taxa R de $450 \text{ cm}^3/\text{s}$. Qual é a corrente de carga negativa correspondente?

Solução A corrente de carga negativa é a taxa em que as moléculas passam através de um plano qualquer que corte transversalmente a mangueira multiplicada pela quantidade de carga negativa contida em cada molécula. Sendo ρ a densidade da água e M sua massa molar, a taxa (em moles por segundo) em que a água está fluindo através do plano é $R\rho/M$. Sendo N_A o número de Avogadro, a taxa dN/dt em que as moléculas passam através do plano é

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{R\rho N_A}{M} \\ &= (450 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}) (1000 \text{ kg/m}^3) \\ &\quad \times \frac{(6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol})}{0.018 \text{ kg/mol}} \\ &= 1.51 \times 10^{25} \text{ moléculas/s.} \end{aligned}$$

*Isso não é absolutamente correto. Na Seção 30-4, discutiremos o efeito Hall, que pode ser usado em casos bem simples para estabelecer o sinal real dos portadores de carga.

Cada molécula de água contém 10 elétrons, 8 do oxigénio e 1 de cada um dos dois hidrogênios. Cada elétron tem uma carga $-e$, de modo que a corrente correspondente ao movimento de carga negativa é

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{t} = 10e \frac{dN}{dt} = (10 \text{ elétrons / molécula}) \\ &\quad \times (1,60 \times 10^{-19} \text{ C/elétron}) \\ &\quad \times (1,51 \times 10^{25} \text{ moléculas / s}) \\ &= 2,42 \times 10^7 \text{ C/s} = 2,42 \times 10^7 \text{ A} \\ &= 24.2 \text{ MA.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Tal corrente é exatamente compensada por uma outra de carga positiva associada aos núcleos (positivamente carregados) dos três átomos que formam a molécula de água. Assim sendo, não há fluxo líquido de carga através da mangueira.

28-3 Densidade de Corrente

Algumas vezes, estamos interessados na corrente i de um condutor particular. Em outras ocasiões, nosso interesse se volta para o fluxo de carga em um ponto particular no interior de um condutor. Um portador de carga (positiva) num determinado ponto fluirá no sentido do campo elétrico E em aquele ponto. Para descrever esse fluxo, introduzimos a **densidade de corrente J** , uma grandeza vetorial que aponta na direção do campo elétrico.

A Fig. 28-5(a) mostra um caso simples, em que uma corrente i está distribuída uniformemente pela seção transversal de um condutor uniforme. A densidade de corrente J ,

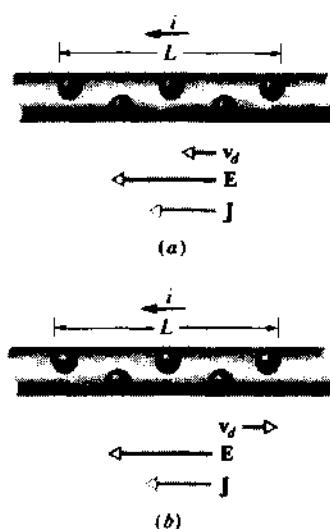


Fig. 28-5 (a) Portadores positivos se deslocam com velocidade escalar v_d no sentido do campo elétrico E . (b) Portadores negativos se movem no sentido oposto. Por convenção, a direção e o sentido da densidade de corrente J e o sentido da seta da corrente são desenhados como se os portadores de carga fossem positivos.

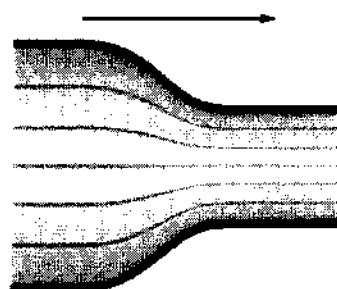


Fig. 28-6 Linhas de corrente representando os vetores densidade de corrente no fluxo de carga através de um condutor contraído.

no caso, é constante em todos os pontos dentro do condutor e está relacionada à corrente i por

$$J = i/A, \quad (28-4)$$

em que A é a área da seção transversal do condutor. A unidade SI para a densidade de corrente é o ampère por metro quadrado (A/m^2). A comparação das Figs. 28-5a e 28-5b mostra que a direção e o sentido da densidade de corrente J são idênticos aos do campo elétrico E , independente do sinal dos portadores de carga.

Para qualquer superfície — plana ou não — através da qual passa uma corrente i , a densidade de corrente J para pontos sobre a superfície está relacionada a i por

$$i = \int J \cdot dA, \quad (28-5)$$

em que o vetor área dA é perpendicular ao elemento diferencial de área dA .* (Veja a Fig. 25-2.) Para a seção transversal aa' na Fig. 28-2, J é constante em módulo, direção e sentido e é paralelo a dA ; então, a Eq. 28-5 se reduz facilmente à Eq. 28-4.

Na Seção 16-9, mostramos que no fluxo fluido o campo vetorial representado pelo arranjo dos vetores velocidade das partículas do fluido poderia ser representado por um sistema de linhas de corrente. O campo vetorial representado pelo arranjo dos vetores densidade de corrente dentro de um condutor pode ser representado da mesma maneira. A Fig. 28-6, que na verdade é a Fig. 16-19, pode representar o fluxo de um fluido através de um tubo contraído ou o fluxo de carga através de um condutor contraído.

Cálculo da Velocidade de Deriva

Os elétrons de condução num condutor de cobre têm velocidades orientadas aleatoriamente com módulos da ordem de 10^6 m/s. O fluxo direto ou **velocidade de deriva** dos elétrons de condução tem módulo muito menor. A corren-

*A Eq. 28-5 mostra que a corrente é o fluxo da densidade de corrente através de uma superfície. É aconselhável uma revisão da Seção 25-4, em que discutimos um fluxo diferente, isto é, o fluxo do campo elétrico através de uma superfície.

te na fiação elétrica de uma casa, por exemplo, é caracterizada por uma velocidade escalar média de deriva da ordem de 10^{-3} m/s.

Consideremos, como uma analogia apropriada, uma multidão de pessoas correndo em direções arbitrárias e empurrando-se umas contra as outras constantemente. Se essa multidão estiver sobre uma superfície que se inclina ligeiramente numa determinada direção, prosseguirá lentamente no seu caminho, segundo a direção da inclinação. Uma pequena mas direcionada "velocidade de deriva" será superposta ao movimento aleatório dos empurrações. Para os elétrons de condução, é essa velocidade de deriva que determina a corrente.

Vamos agora estimar a velocidade escalar de deriva das cargas que se movem através de um fio uniforme. A Fig. 28-5a, mostra os portadores de carga se movendo para a esquerda com uma velocidade escalar de deriva, suposta constante v_d . De acordo com a convenção, supomos que os portadores de carga são positivos, mesmo sabendo que, de fato, eles são elétrons de condução e, portanto, negativos. O número de portadores num comprimento L de fio é nAL , em que n é o número de portadores por unidade de volume e A é a área da seção transversal do fio. Uma carga de módulo

$$\Delta q = (nAL)e$$

passa através do volume num intervalo de tempo dado por

$$\Delta t = L/v_d.$$

De acordo com a Eq. 28-1, a corrente no fio é

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d. \quad (28-6)$$

Resolvendo para v_d e tendo em vista a Eq. 28-4 ($J = i/A$), obtemos

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

ou, escrevendo na forma vetorial,

$$\mathbf{J} = (ne)\mathbf{v}_d \quad (28-7)$$

Aqui, o produto ne , cuja unidade SI é o coulomb por metro cúbico (C/m^3), é a densidade de carga portadora. Para os portadores positivos, que são, por convenção, os que nos interessam, ne é positivo e a Eq. 28-7 nos diz que \mathbf{J} e \mathbf{v}_d apontam na mesma direção.

EXEMPLO 28-2 Uma extremidade de um fio de alumínio cujo diâmetro mede 2,5 mm está soldada a uma extremidade de um fio de cobre cujo diâmetro é de 1,8 mm. Por esse fio composto, passa uma corrente constante i de 1,3 A. Qual é a densidade de corrente em cada fio?

Solução Podemos considerar a densidade de corrente como constante dentro de cada fio (exceto próximo da junção, onde o diâmetro varia). A área A da seção transversal do fio de alumínio é

$$A_{Al} = \frac{1}{4}\pi d^2 = (\pi/4)(2.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ = 4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2,$$

e a densidade de corrente é dada pela Eq. 28-4:

$$J_{Al} = \frac{i}{A_{Al}} = \frac{1.3 \text{ A}}{4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2.6 \times 10^6 \text{ A/m}^2 \\ = 26 \text{ A/cm}^2. \quad (\text{Resposta})$$

Como podemos verificar a área da seção transversal do fio de cobre vale $2,54 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, de modo que

$$J_{Cu} = \frac{i}{A_{Cu}} = \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^6 \text{ A/m}^2 \\ = 51 \text{ A/cm}^2. \quad (\text{Resposta})$$

O fato de os fios serem de materiais diferentes não é relevante para a obtenção desses resultados.

EXEMPLO 28-3 Qual é a velocidade escalar de deriva dos elétrons de condução no fio de cobre do Exemplo 28-2?

Solução A velocidade escalar de deriva é dada pela Eq. 28-7 ($v_d = J/ne$).

No cobre, existe, em média, um elétron de condução por átomo. O número n de elétrons por unidade de volume é, portanto, igual ao número de átomos por unidade de volume e é encontrado a partir de

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{M} \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\text{átomos/m}^3}{\text{átomos/mol}} = \frac{\text{massa/m}^3}{\text{massa/mol}} \right).$$

Aqui, ρ é a densidade do cobre, N_A é o número de Avogadro e M é a massa molar do cobre. Segue que

$$n = \frac{N_A \rho}{M} \\ = \frac{(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})(9.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)}{64 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ = 8.47 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3.$$

Temos, então,

$$v_d = \frac{5.1 \times 10^6 \text{ A/m}^2}{\left(8.47 \times 10^{28} \frac{\text{elétrons}}{\text{m}^3} \right) \left(1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{elétron}} \right)} \\ = 3.8 \times 10^{-5} \text{ m/s} = 14 \text{ cm/h}. \quad (\text{Resposta})$$

Dante de tal resultado surge, muitas vezes, a pergunta: "Sendo a velocidade escalar de deriva dos elétrons tão pequena, por que a luz do quarto acende rapidamente após ligarmos a chave?" Não se deve, entretanto, confundir a velocidade escalar de deriva dos elétrons e a velocidade escalar com a qual se propaga a mudança de configuração do campo elétrico ao longo do fio, velocidade esta que se aproxima da velocidade escalar da luz. Da mesma forma, quando abrimos a válvula de uma mangueira de jardim, com a mangueira cheia de água, uma onda de pressão se propaga ao longo da mangueira com a velocidade escalar do som na água. A velocidade escalar com que a água se move através da mangueira — medida, talvez, com um marcador a tinta — é muito menor.

EXEMPLO 28-4 Uma tira de silício tem uma largura w de 3,2 mm, uma espessura t de 250 μm e transporta uma corrente i de 5,2 mA. O silício é um *semicondutor do tipo n*, tendo sido “dopado” com uma impureza controlada de fósforo. A dopagem tem o efeito de aumentar grandemente n , o número de portadores de carga por unidade de volume, quando comparado ao valor para o silício puro. Neste caso, $n = 1,5 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$.

a. Qual é a densidade de corrente na tira?

Solução Da Eq. 28-4.

$$\begin{aligned} J &= \frac{i}{wt} = \frac{5.2 \times 10^{-3} \text{ A}}{(3.2 \times 10^{-3} \text{ m})(250 \times 10^{-6} \text{ m})} \\ &= 6.500 \text{ A/m}^2. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é a velocidade escalar de deriva?

Solução Da Eq. 28-7.

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{J}{ne} = \frac{6500 \text{ A/m}^2}{(1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &= 0.27 \text{ m/s} = 27 \text{ cm/s}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A velocidade escalar de deriva (0,27 m/s) dos elétrons nesse semicondutor de silício é muito maior que a velocidade escalar de deriva ($3,8 \times 10^{-4}$ m/s) dos elétrons de condução no condutor de cobre do Exemplo 28-3.

28-4 Resistência e Resistividade

Quando aplicamos a mesma diferença de potencial entre os extremos de duas barras geometricamente iguais, uma de cobre e a outra de vidro, vemos que as correntes resultantes são muito diferentes. A característica do condutor, relevante na situação, é a sua **resistência**. Determinamos a resistência de um condutor entre dois pontos quaisquer, aplicando uma diferença de potencial V entre esses pontos e medindo a corrente i resultante. A resistência R é, então,

$$R = V/i \quad (\text{definição de } R) \quad (28-8)$$

A unidade SI para a resistência que segue da Eq. 28-8 é o volt por ampère. Esta combinação que ocorre tão freqüentemente que lhe damos um nome especial, o **ohm** (símbolo Ω). Isto é,

$$\begin{aligned} 1 \text{ ohm} &= 1 \Omega = 1 \text{ volt por ampère} \\ &= 1 \text{ V/A}. \end{aligned} \quad (28-9)$$

Um condutor cuja função num circuito é fornecer uma resistência específica é chamado de **resistor**; veja a Fig. 28-7. Representamos um resistor num diagrama do circuito com o símbolo W . Escrevendo-se a Eq. 28-8 como

$$i = \frac{V}{R},$$

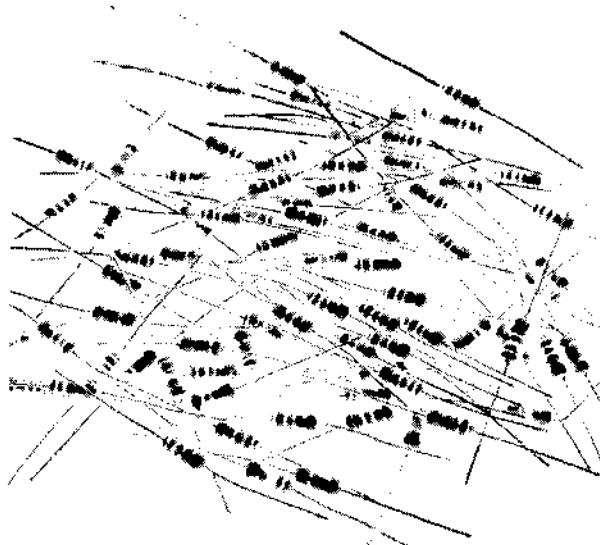


Fig. 28-7 Um sortimento de resistores. As faixas circulares são marcas de codificação coloridas que identificam o valor da resistência.

vemos que “resistência” é um nome bastante adequado. Para uma dada diferença de potencial, quanto maior for a resistência ao fluxo de carga, menor será a corrente.

A resistência de um condutor depende do modo como a diferença de potencial é aplicada a ele. A Fig. 28-8, por exemplo, mostra uma determinada diferença de potencial aplicada de dois modos diferentes ao mesmo condutor. Como as linhas de corrente da densidade de corrente sugerem, as correntes nos dois casos — e consequentemente, as resistências medidas — serão bem diferentes.

Como já fizemos várias vezes em outras conexões, freqüentemente, desejamos ter uma visão geral e tratar não com um objeto em particular, e sim com uma substância. Fazemos isso focalizando não a diferença de potencial V através de um determinado resistor, e sim o campo elétrico E num ponto do material resistivo. Em vez de tratarmos da corrente i através do resistor, tratamos da densidade de corrente J no ponto em questão. Em vez da resistência R , tratamos da **resistividade** ρ do material, definida como

$$\rho = E/J \quad (\text{definição de } \rho) \quad (28-10)$$



(a)



(b)

Fig. 28-8 Duas formas de aplicação da diferença de potencial a uma barra condutora. Supomos que as ligações, em cinza escuro, têm resistência desprezível. Para as ligações mostradas acima, a resistência em (a) é maior que em (b).

Tabela 28.1
Resistividade de Alguns Materiais à Temperatura Ambiente (20°C)

Material	Resistividade ρ ($\Omega \cdot m$)	Coeficiente de Temperatura da Resistividade $\alpha (K^{-1})$
<i>Metais Típicos</i>		
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
Manganina ^a	$48,2 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
<i>Semicondutores Típicos</i>		
Silício puro	$2,5 \times 10^3$	-70×10^{-11}
Silício tipo n^b	$8,7 \times 10^4$	
Silício tipo p^c	$2,8 \times 10^3$	
<i>Isolantes Típicos</i>		
Vidro	$10^{10} \times 10^{14}$	
Quartzo fundido	$\sim 10^{16}$	

^aLiga especificamente designada para ter um pequeno valor de α .

^bSilício puro "dopado" com impurezas de lítio para uma densidade de portadores de carga de $10^{17} m^{-3}$.

^cSilício puro "dopado" com impurezas de alumínio para uma densidade de portadores de carga de $10^{17} m^{-3}$.

As unidades SI de E e J são, respectivamente, V/m e A/m². A unidade SI para ρ , como podemos verificar, é o $\Omega \cdot m$, pronunciada "ohm-metro":

$$\frac{V/m}{A/m^2} = \frac{V}{m} \frac{m^2}{A} = \frac{V}{A} m = \Omega \cdot m.$$

Podemos escrever a Eq. 28-10 na forma vetorial como

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \quad (28-11)$$

As Eqs. 28-10 e 28-11 são válidas somente para materiais *isotrópicos* — materiais cujas propriedades elétricas são as mesmas em todas as direções.

Frequentemente falamos da **condutividade** σ de um material. A condutividade é simplesmente o inverso da resistividade do material, de modo que*

$$\sigma = 1/\rho \quad (\text{definição de } \sigma). \quad (28-12)$$

*Já usamos ρ para representar a densidade de massa e a densidade de carga. O símbolo σ também já foi usado para representar a densidade superficial de carga. Usamos aqui estes símbolos com significados totalmente diferentes. Não há bons símbolos em número suficiente.



Fig. 28-9 Uma diferença de potencial V é aplicada entre as extremidades de um fio de comprimento L e seção transversal A , estabelecendo uma corrente i .

A unidade SI de σ é o $(\Omega \cdot m)^{-1}$, pronunciada "inverso de ohm-metro". A unidade *mhos* por metro é muitas vezes usada. A Tabela 28-1 lista as resistividades de alguns materiais.

Cálculo da Resistência

Conhecendo-se a resistividade de uma substância, por exemplo, o cobre, podemos calcular a resistência de um fio, de comprimento e diâmetro conhecidos, feito daquela substância. Seja A (veja a Fig. 28-9) a área da seção transversal do fio, L o seu comprimento e V a diferença de potencial existente entre suas extremidades. Se as linhas de corrente, que representam a densidade de corrente, forem uniformes por todo o fio, o campo elétrico e a densidade de corrente serão constantes em todos os pontos dentro do fio e terão os valores

$$E = V/L \quad \text{e} \quad J = i/A. \quad (28-13)$$

Podemos, então, combinar as Eqs. 28-10 e 28-13 para escrever

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A}. \quad (28-14)$$

Mas V/i é a resistência R , que nos permite reescrever a Eq. 28-14 como

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (28-15)$$

A Eq. 28-15 só pode ser usada para condutores isotrópicos homogêneos de seção transversal uniforme, com a diferença de potencial aplicada conforme mostra a Fig. 28-9.

As grandezas macroscópicas V , i e R são de grande interesse quando estamos fazendo medições elétricas em condutores específicos. Elas são as grandezas que se leem diretamente nos medidores. Recorremos às grandezas microscópicas E , J e ρ quando estamos interessados no comportamento elétrico fundamental da matéria, como costuma ser o caso das pesquisas na área da física dos sólidos e materiais líquidos.

Variação com a Temperatura

Os valores da maioria das propriedades físicas variam com a temperatura, e a resistividade não é exceção. A Fig. 28-10,

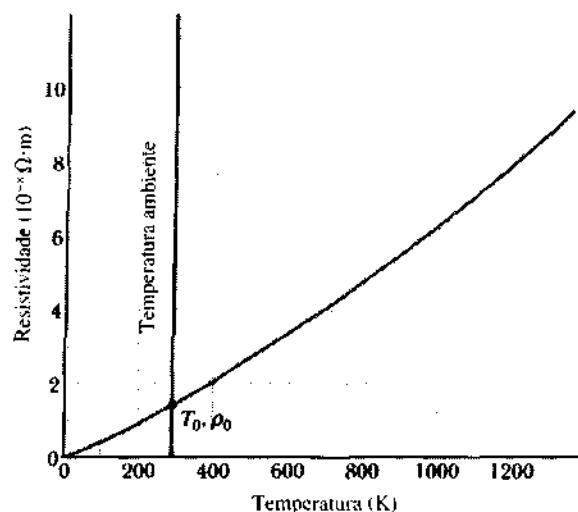


Fig. 28-10 A resistividade do cobre em função da temperatura. O ponto ($T_0 = 293\text{ K}$, $\rho_0 = 1.69 \times 10^{-8}\text{ }\Omega\cdot\text{m}$) assinalado em negrito foi escolhido como ponto de referência.

por exemplo, mostra a variação dessa propriedade para o cobre sobre uma larga faixa de temperaturas. A relação entre a temperatura e a resistividade para o cobre — e para os metais em geral — é razoavelmente linear sobre uma faixa bastante extensa de temperaturas. Para tais relações lineares, podemos escrever, como uma aproximação empírica, que é bastante satisfatória para essencialmente todos os fins técnicos,

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 \alpha (T - T_0) \quad (28-16)$$

Aqui, T_0 é uma temperatura de referência que é escolhida e ρ_0 é a resistividade nessa temperatura. Com freqüência, escolhemos $T_0 = 293\text{ K}$ (temperatura ambiente), para a qual $\rho_0 = 1,69\text{ }\mu\Omega\cdot\text{cm}$.

Pelo fato de a temperatura entrar na Eq. 28-16 somente como uma diferença, não importa se usamos a escala Celsius ou a escala Kelvin nessa equação pois os intervalos de um grau nestas escalas são idênticos. A grandeza α na Eq. 28-16, chamada *coeficiente de temperatura da resistividade*, é escolhida de modo que a equação forneça a melhor concordância com a experiência, para temperaturas numa faixa escolhida. Alguns valores de α para diferentes metais são listados na Tabela 28-1.

A variação da resistividade com a temperatura é bastante precisa. De fato, ela é tão reproduzível que um *termômetro de resistência de platina*, tem sido adotado como padrão termométrico secundário para a medição de temperaturas na faixa de 14-900 K na Escala Internacional de Temperaturas (veja a Seção 19-5). Quando usamos este dispositivo para medir temperaturas, termos proporcionais a $(T - T_0)^2$ e $(T - T_0)^3$ são somados ao lado direito da Eq. 28-16, para obtermos uma equação mais precisa.

O Hindenburg

Enquanto o zepelim *Hindenburg* estava sendo preparado para aterrissar, os cabos de manobra, que já tinham sido

abaixados para a tripulação da terra, ficaram molhados (e, dessa forma, aptos à condução de uma corrente) por causa da chuva. Os cabos fizeram a “ligação terra” do suporte metálico a que eles estavam presos; isto é, eles formaram um caminho condutor entre o suporte e a Terra, tornando o potencial elétrico do suporte igual ao da Terra. Desse modo, a estrutura externa do zepelim estaria também ligada à terra, exceto que o *Hindenburg* foi o primeiro zepelim a ter uma estrutura revestida por material de alta resistividade elétrica. Nessas condições, a estrutura externa permaneceu no potencial elétrico da atmosfera na altitude do zepelim que era de aproximadamente 43 m. Por causa da tempestade tal potencial tornou-se grande relativamente à Terra.

Não há dúvida de que a manobra dos cabos causou a ruptura de uma das células de hidrogênio, havendo liberação de hidrogênio entre essa célula e a estrutura externa do zepelim, ocorrendo a mencionada ondulação da estrutura. Foi criada uma situação perigosa: a estrutura estava molhada com a água condutora da chuva e num potencial muito diferente ao do suporte do zepelim. Evidentemente, houve um fluxo de carga ao longo da estrutura molhada e, então, a produção de faíscas através do hidrogênio liberado até alcançar o suporte metálico do zepelim, queimando o hidrogênio no processo. A seguir, o fogo queimou rapidamente as células de hidrogênio no zepelim e derrubou a nave. Se a estrutura externa do *Hindenburg* tivesse sido revestida com um material de menor resistividade (como o que foi usado nos primeiros e nos últimos zepelins), o desastre de *Hindenburg* provavelmente não teria ocorrido.

EXEMPLO 28-5 a. Qual é a intensidade do campo elétrico presente no condutor de cobre do Exemplo 28-2?

Solução No Exemplo 28-2, encontramos que a densidade de corrente J era de $5,1 \times 10^6\text{ A/m}^2$; da Tabela 28-1, vemos que a resistividade ρ do cobre é $1,69 \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}$. Assim sendo, da Eq. 28-11

$$E = \rho J = (1.69 \times 10^{-8}\text{ }\Omega\cdot\text{m})(5.1 \times 10^6\text{ A/m}^2)$$

$$= 8.6 \times 10^{-3}\text{ V/m (cobre).} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é o módulo do campo elétrico no semicondutor de silício do tipo n no Exemplo 28-4?

Solução Neste exemplo, encontramos que $J = 6.500\text{ A/m}^2$, e da Tabela 28-1 vemos que $\rho = 8,7 \times 10^{-4}\text{ }\Omega\cdot\text{m}$. Assim, da Eq. 28-11

$$E = \rho J = (8.7 \times 10^{-4}\text{ }\Omega\cdot\text{m})(6.500\text{ A/m}^2)$$

$$= 5.7\text{ V/m (silício tipo }n\text{).} \quad (\text{Resposta})$$

O campo elétrico no semicondutor de silício ($5,7\text{ V/m}$) é consideravelmente maior que no condutor de cobre ($8,7 \times 10^{-3}\text{ V/m}$). O que pode ser compreendido em termos da concentração de portadores de carga que no silício é muito menor que no cobre. De acordo com a relação $J = nev_j$ (Eq. 28-7), vemos que para uma dada densidade de corrente, os portadores de carga no silício (já que existem tão poucos deles) devem deslocar-se mais rápido, o que significa que o campo elétrico atuando sobre eles deve ser mais intenso.

EXEMPLO 28-6 Uma barra retangular de ferro tem dimensões $1.2 \times 1.2 \times 15$ cm.

a. Qual é a resistência da barra medida entre as duas extremidades quadradas?

Solução A resistividade do ferro na temperatura ambiente é $9.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ (Tabela 28-1).

A área de uma extremidade quadrada é $(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})^2$ ou $1.44 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. Da Eq. 28-15,

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0.15 \text{ m})}{1.44 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$= 1.0 \times 10^{-4} \Omega = 100 \mu\Omega. \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é a resistência entre duas faces retangulares opostas?

Solução A área de uma face retangular é $(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})(0.15 \text{ m})$ ou $1.80 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Da Eq. 28-15,

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})}{1.80 \times 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$= 6.5 \times 10^{-7} \Omega = 0.65 \mu\Omega. \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado é muito menor que o resultado anterior, porque a distância L é menor e a área A é maior. Supomos, em cada item, que a diferença de potencial é aplicada à barra de tal modo que as superfícies, entre as quais a resistência é pedida, são superfícies equipotenciais (como na Fig. 28-8b). Do contrário, a Eq. 28-15 não seria válida.

28-5 Lei de Ohm

Como acabamos de discutir na Seção 28-4, um resistor é um condutor com uma resistência específica. Tal fato significa que ele tem a mesma resistência, ainda que o valor e a

polaridade da diferença de potencial aplicada variem. Outros dispositivos condutores podem ter resistências que dependam da diferença de potencial aplicada.

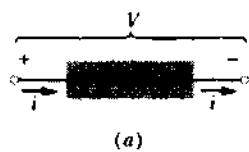
A Fig. 28-11a, mostra como distinguir tais dispositivos. Uma diferença de potencial V é aplicada através de um dispositivo que está sendo testado e a corrente resultante i através dele é medida enquanto variamos o valor e a polaridade de V . A polaridade de V é arbitrariamente considerada positiva quando o terminal do lado esquerdo do dispositivo está num potencial mais alto que o terminal do lado direito. O sentido da corrente resultante (da esquerda para a direita) é arbitrariamente denotado por um sinal de positivo. A polaridade inversa de V (com o terminal da direita num potencial mais alto) é, então, negativo; a corrente correspondente é denotada por um sinal negativo.

A Fig. 28-11b é um gráfico de i versus V para um dispositivo. Ele é uma linhareta passando pela origem, de modo que a razão i/V (que é a inclinação da linhareta) é a mesma para todos os valores de V . Isso significa que a resistência $R = V/i$ do dispositivo é independente do valor e da polaridade da diferença de potencial aplicada V .

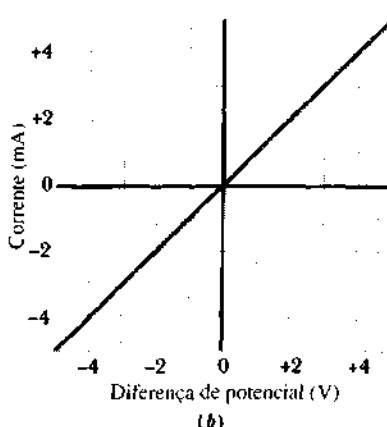
A Fig. 28-11c é um gráfico para um outro dispositivo condutor. A corrente flui através deste dispositivo somente quando a polaridade de V é positiva e a diferença de potencial aplicada é superior, aproximadamente, a 1,5 V. Neste caso, a relação entre i e V não é linear; ela depende do valor da diferença de potencial aplicada V .

Podemos, agora, enunciar o seguinte:

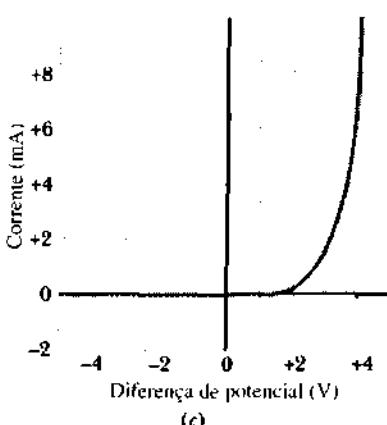
A Lei de Ohm afirma que a corrente fluindo através de um dispositivo é diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo.



(a)



(b)



(c)

Fig. 28-11 (a) Uma diferença de potencial V é aplicada aos terminais de um dispositivo, estabelecendo uma corrente i . (b) Um gráfico da corrente i versus diferença de potencial aplicada V quando o dispositivo é um resistor de 1.000Ω . (c) Um gráfico quando o dispositivo é um diodo semicondutor de junção pn.

Dizemos que o dispositivo da Fig. 28-11b — que vem a ser um resistor de $1.000\ \Omega$ — obedece à lei de Ohm. O dispositivo da Fig. 28-11c — que vem a ser um diodo de junção *pn* — não obedece à lei de Ohm.

Um dispositivo condutor obedece à lei de Ohm quando sua resistência é independente do valor e da polaridade da diferença de potencial aplicada.

A microeletrônica moderna — e, portanto, muitas das características da nossa civilização tecnológica — depende quase que totalmente de muitos dispositivos que *não* obedecem à lei de Ohm. Sua calculadora, por exemplo, está repleta deles.

É um erro comum dizer-se que a Eq. 28-8 ($V = Ri$) é uma expressão da lei de Ohm. Não é verdade! Ela é simplesmente a equação de definição para a resistência e se aplica a todos os dispositivos condutores, quer eles obedeçam ou não à lei de Ohm. A característica mais importante da lei de Ohm é que um gráfico de i versus V é linear; isto é, o valor de R é independente do valor de V .

Podemos também expressar a lei de Ohm numa forma mais geral, concentrando nossa atenção sobre os *materiais condutores* e não sobre os *dispositivos condutores*. A relação relevante é a Eq. 28-11 ($E = \rho J$), que é o análogo da Eq. 28-8 ($V = Ri$).

Um material condutor obedece à lei de Ohm quando a sua resistividade é independente do módulo, da direção e do sentido do campo elétrico aplicado.

Todos os materiais homogêneos, sejam eles condutores, como o cobre, ou semicondutores, como o silício (dopado ou puro), obedecem à lei de Ohm em algumas faixas de valores do campo elétrico. Contudo, quando o campo elétrico é muito forte, existem, em todos os casos, desvios da lei de Ohm.

28-6 Uma Visão Microscópica da Lei de Ohm

Para descobrirmos *por que* determinados materiais obedecem à lei de Ohm, devemos examinar os detalhes do processo de condução no nível atômico. Vamos considerar apenas a condução nos metais, como o cobre. Nossa análise baseia-se no *modelo do elétron livre*, onde supomos que os elétrons de condução no metal podem mover-se livremente através do volume da amostra, como as moléculas de um gás confinado num recipiente. Supomos também que os elétrons não colidem uns com os outros, mas somente com os átomos do metal.

De acordo com a física clássica, os elétrons deveriam ter uma distribuição de velocidades maxwelliana, algo semelhante àquela das moléculas num gás. Em tal tipo de distribuição (veja a Seção 21-7), a velocidade escalar média do elétron seria proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta. Contudo, os movimentos dos elétrons não são governados pelas leis da física clássica e sim pelas leis da

física quântica. Considerando-se esse fato, fazemos a suposição, muito próxima da realidade quântica, de que os elétrons se movem com uma velocidade escalar efetiva única v_{el} , essencialmente independente da temperatura. Para o cobre $v_{el} \approx 1,6 \times 10^6$ m/s.

Quando um campo elétrico é aplicado a um metal, os elétrons alteram ligeiramente seus movimentos caóticos, deslocando-se lentamente — no sentido oposto ao do campo — com uma velocidade escalar média de deriva v_d . Como vimos no Exemplo 28-3, a velocidade escalar de deriva (aproximadamente 4×10^{-5} m/s) num condutor metálico típico é menor do que a velocidade escalar efetiva ($1,6 \times 10^6$ m/s) por muitas ordens de grandeza. A Fig. 28-12 dá uma idéia da relação entre as duas velocidades. As linhas mais escuras mostram uma possível trajetória caótica para um elétron na ausência de um campo aplicado; o elétron vai de A para B , sofrendo seis colisões ao longo do percurso. As linhas mais claras mostram como o mesmo evento *poderia* ocorrer se fosse aplicado num campo elétrico E . Vemos que o elétron tende a deslocar-se para a direita continuamente, terminando a trajetória em B' em vez de fazê-lo em B . A Fig. 28-12 foi desenhada supondo-se que $v_d \approx 0,02 v_{el}$; na realidade temos que $v_d \approx 10^{-9} v_{el}$ de modo que o “deslocamento” mostrado na figura, acha-se consideravelmente exagerado.

O movimento dos elétrons num campo elétrico E é, assim, uma combinação do movimento devido às colisões caóticas e do movimento devido ao campo E . Quando consideramos todos os elétrons livres, seus movimentos caóticos produzem, em média, um resultado nulo e, assim, não contribuem para a velocidade de deriva. Dessa forma, a velocidade de deriva decorre apenas do efeito do campo elétrico sobre os elétrons.

Se um elétron de massa m for colocado num campo elétrico E , experimentará uma aceleração dada pela segunda lei de Newton:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}. \quad (28-17)$$

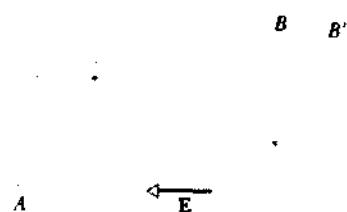


Fig. 28-12 As linhas mais escuras mostram um elétron se movendo de A para B , sofrendo seis colisões ao longo do percurso. As linhas mais claras mostram qual poderia ser a sua trajetória na presença de um campo elétrico aplicado E . Note a tendência de arrastamento na direção de $-E$. (Na verdade, as linhas mais claras deveriam ser ligeiramente curvas, para representar as trajetórias parabólicas seguidas pelos elétrons entre as colisões, sob a influência de um campo elétrico.)

A natureza das colisões experimentadas pelos elétrons é tal que, depois de uma colisão típica, o elétron esquecerá completamente por assim dizer — sua velocidade de deriva anterior. Portanto, após cada colisão, o elétron começará de novo a mover-se caoticamente. No tempo médio τ entre colisões, o elétron adquirirá uma velocidade escalar de deriva $v_d = a\tau$. Além disso, se medirmos as velocidades escalares de deriva de todos os elétrons, em qualquer instante, perceberemos que a velocidade escalar média também é $a\tau$. Assim, em qualquer instante, os elétrons terão, em média, a velocidade escalar de deriva $v_d = a\tau$. Nesse caso, a Eq. 28-17 nos dá

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}. \quad (28-18)$$

Combinando este resultado com a Eq. 28-7, obtemos

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m},$$

que podemos escrever como

$$E = \left(\frac{m}{e^2 n \tau} \right) J.$$

A comparação deste resultado com a Eq. 28-11 ($E = \rho J$) nos leva a

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}. \quad (28-19)$$

A Eq. 28-19 pode ser considerada uma afirmação de que os metais obedecem à lei de Ohm desde que possamos mostrar que ρ é uma constante, independente da intensidade do campo elétrico aplicado E . O fato de n , m e e serem constantes propicia-nos a convicção de que τ , o tempo médio (ou *tempo livre médio*) entre colisões, é uma constante, independente da intensidade do campo elétrico aplicado. De fato, τ pode ser considerado constante porque a velocidade escalar de deriva v_d causada pelo campo é aproximadamente um bilhão de vezes menor que a velocidade escalar efetiva v_{ef} .

EXEMPLO 28-7 a. Qual é o tempo livre médio τ entre colisões para os elétrons de condução do cobre?

Solução Da Eq. 28-19 temos

$$\tau = \frac{m}{ne^2 \rho}.$$

Obtemos o valor de n , o número de elétrons de condução por unidade de volume no cobre, do Exemplo 28-3, e o valor de ρ da Tabela 28-1. Assim sendo, o denominador da equação acima vale

$$(8.47 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2(1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \\ = 3.66 \times 10^{-17} \text{ C}^2 \cdot \Omega / \text{m}^2 = 3.66 \times 10^{17} \text{ kg/s},$$

em que convertemos as unidades, do seguinte modo,

$$\frac{\text{C}^2 \cdot \Omega}{\text{m}^2} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{A}} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{J/C}}{\text{m}^2 \cdot \text{C/s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}^2/\text{s}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

Temos, então, para o tempo livre médio

$$\tau = \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{3.66 \times 10^{-17} \text{ kg/s}} \\ = 2.5 \times 10^{-14} \text{ s.} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é o livre caminho médio λ para estas colisões? Suponha uma velocidade escalar efetiva v_{ef} de $1.6 \times 10^6 \text{ m/s}$.

Solução Como na Seção 21-6, definimos o livre caminho médio por

$$\lambda = \tau v_{ef} = (2.5 \times 10^{-14} \text{ s})(1.6 \times 10^6 \text{ m/s}) \\ = 4.0 \times 10^{-8} \text{ m} = 40 \text{ nm.} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é cerca de 150 vezes a distância entre íons vizinhos numa rede de cobre.

28-7 Energia e Potência em Circuitos Elétricos

A Fig. 28-13 mostra um circuito constituído de uma bateria B que está ligada por fios de resistência desprezível a um dispositivo condutor não-especificado. O dispositivo pode ser um resistor, um acumulador (uma bateria recarregável), um motor ou algum outro dispositivo elétrico. A bateria mantém uma diferença de potencial de módulo V através de seus terminais e assim (por causa dos fios) através dos terminais do dispositivo não-especificado, ficando o terminal a do dispositivo a um potencial maior que o terminal b .

Visto que existe um caminho condutor entre os dois terminais da bateria e que as diferenças de potencial estabelecidas pela bateria são mantidas, uma corrente constante i flui ao redor do circuito e do terminal a para o terminal b . A quantidade de carga dq que se move entre esses terminais no intervalo de tempo dt é igual a $i dt$. A carga dq passa por um decréscimo de potencial de módulo V e, assim,

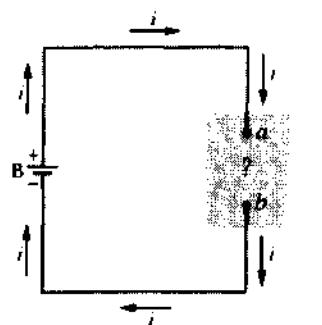


Fig. 28-13 Uma bateria B produz uma corrente i num circuito contendo um dispositivo condutor não-especificado.

sua energia potencial elétrica diminui, em módulo, da quantidade

$$dU = dq V = i dt V$$

O princípio da conservação da energia nos diz que o decréscimo na energia potencial elétrica é acompanhado pela transferência dessa energia para alguma outra forma. A potência P associada com essa transferência é a taxa de transferência dU/dt , que é

$$P = iV \quad (\text{taxa de transferência de energia elétrica}) \quad (28-20)$$

Além disso, esta potência P é a taxa de transferência de energia da bateria para o dispositivo não-especificado. Se o dispositivo for um motor ligado a uma carga mecânica, a energia é transferida como trabalho realizado sobre a carga. Se o dispositivo for um acumulador que está sendo carregado, a energia é transferida sob a forma de energia química armazenada no acumulador. Se o dispositivo for um resistor, a energia é transferida sob a forma de energia térmica interna, revelando-se com um aumento da temperatura do resistor.

A unidade de potência obtida da Eq. 28-20 é o volt-ampère. Podemos escrevê-la assim

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} = \left(1 \frac{\text{J}}{\text{C}} \right) \left(1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \right) = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}.$$

O movimento de um elétron, através de um resistor, com velocidade escalar de deriva constante, é muito parecido com o de uma pedra caindo através da água com velocidade escalar limite constante. A energia cinética média do elétron, durante o seu movimento, permanece constante e a energia potencial elétrica perdida por ele aparece como energia térmica no resistor. Em escala microscópica, essa transferência de energia é consequência das colisões entre o elétron e a rede cristalina do resistor, que acarreta um aumento da temperatura da rede. Referimo-nos à energia mecânica assim transferida em energia térmica, registrando que ela é dissipada (na acepção de perdida), porque essa transferência é irreversível.

Para um resistor, podemos combinar as Eqs. 28-8 ($R = V/i$) e 28-20 e obter, para a taxa de dissipação de energia elétrica num resistor,

$$P = i^2 R \quad (\text{dissipação resistiva}) \quad (28-21)$$

ou

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (\text{dissipação resistiva}) \quad (28-22)$$

Embora a Eq. 28-20 se aplique a todas as espécies de transferência de energia elétrica, as Eqs. 28-21 e 28-22 se apli-

cam apenas à transferência de energia potencial elétrica em energia térmica num resistor.

EXEMPLO 28-8 Dispõe-se de um certo comprimento de um fio de aquecimento feito de uma liga níquel-cromo-ferro chamada Nieromo; ele tem uma resistividade R de 72Ω . Qual é a potência dissipada em cada uma das seguintes situações? (1) Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada através do comprimento total do fio. (2) O fio é cortado ao meio, e uma diferença de potencial de 120 V é aplicada através do comprimento de cada metade.

Solução Da Eq. 28-22, a potência dissipada na situação 1 é

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120 \text{ V})^2}{72 \Omega} = 200 \text{ W} \quad (\text{Resposta})$$

Na situação 2, a resistividade de cada metade do fio vale $(72 \Omega)/2$, ou 36Ω . Assim, a potência dissipada em cada metade é

$$P' = \frac{(120 \text{ V})^2}{36 \Omega} = 400 \text{ W}. \quad (\text{Resposta})$$

Desse modo, a potência total das duas metades é 800 W , ou seja, quatro vezes a potência do fio inteiro. Tal resultado parece sugerir que, comprando-se uma bobina de aquecimento, cortando-a ao meio e religando as duas metades, obter-se-ia uma potência quatro vezes maior. Por que tal idéia é impraticável?

EXEMPLO 28-9 Um fio, de comprimento L igual a 2.35 m e diâmetro d de 1.63 mm , transporta uma corrente i de 1.24 A . O fio dissipava energia térmica na taxa P de 48.5 mW . De que material esse fio é feito?

Solução Podemos identificar o material por sua resistividade. Das Eqs. 28-15 e 28-21 temos

$$P = i^2 R = \frac{i^2 \rho L}{A} = \frac{4i^2 \rho L}{\pi d^2},$$

em que $A (= \pi d^2/4)$ é a área da seção transversal do fio. Resolvendo para ρ , a resistividade do material de que o fio é feito, obtemos

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\pi P d^2}{4i^2 L} = \frac{(\pi)(48.5 \times 10^{-3} \text{ W})(1.63 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{(4)(1.24 \text{ A})^2(2.35 \text{ m})} \\ &= 2.80 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A Tabela 28-1 nos diz que o material é o alumínio.

28-8 Semicondutores (Opcional)

Os dispositivos semicondutores são considerados a peça mais importante na revolução havida na microeletrônica e que tanto tem influenciado as nossas vidas. A Tabela 28-2 compara as propriedades do silício — um semicondutor típico — com as do cobre — um condutor metálico típico. Vemos que, comparado ao cobre, o silício tem (1) muito menos portadores de carga; (2) uma resistividade muito mais alta e (3) um coeficiente de temperatura da resistividade que é grande e negativo. Isto é, embora a resistividade do cobre aumente com a temperatura, a resistividade do silício puro diminui.

Tabela 28.2
Algumas Propriedades Elétricas do Cobre e do Silício^a

Propriedade	Unidade	Cobre	Silício
Tipo de material	—	Metal	Semicondutores
Densidade dos portadores de carga	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}
Resistividade	$\Omega \cdot m$	2×10^{-8}	3×10^3
Coeficiente de temperatura da resistividade	K^{-1}	$+4 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}

^aDados arredondados com um algarismo significativo para facilitar a comparação.

A resistividade do silício puro é tão alta que ele é virtualmente um isolante e, assim, não é muito usado diretamente nos circuitos microeletrônicos. A propriedade que o torna útil é que — como mostra a Tabela 28-1 — sua resistividade pode ser reduzida de modo controlado adicionando-se uma diminuta quantidade de certa “impureza”, processo chamado de *dopagem*.

Podemos concluir que, pelo fato de suas propriedades elétricas serem bem diferentes, o processo fundamental de condução no silício deve ser bastante diferente daquele no cobre. Exploramos essas diferenças com alguns detalhes no Cap. 46, mas aqui nos restringimos a um amplo resumo.

Vimos na Seção 8-9 (veja a Fig. 8-17) que os elétrons em átomos isolados ocupam níveis de energia quantizados, cada nível contendo um único elétron. Os elétrons nos sólidos também ocupam níveis quantizados, como se mostra na Fig. 28-14. Tais níveis, em número muito grande, estão cerradamente comprimidos em *bandas* permitidas de níveis muito próximos. As bandas estão separadas por *lacunas*, que representam faixas de energia que os elétrons nos sólidos não podem ocupar.

Num condutor metálico, como o cobre (Fig. 28-14a), a banda mais alta, que contém alguns elétrons — chamada de *banda de valência* — está parcialmente preenchida. Quando aplicamos um campo elétrico para estabelecer uma corrente, as energias dos elétrons de condução aumentam. Num metal como o cobre, isto não causa problema, pois existem muitos níveis de energia vazios, logo acima dos ocupados, dentro da banda de valência.

Num isolante (Fig. 28-14b), a banda de valência está completamente preenchida. Os níveis mais altos vagos se encontram numa banda vazia (chamada *banda de condução*) separada da banda de valência por uma lacuna de energia considerável. Quando aplicamos um campo elétrico, não ocorre nenhuma corrente, porque não existe nenhum mecanismo pelo qual um elétron possa aumentar sua energia; o salto de energia para o nível vago mais próximo é simplesmente muito grande.

Um semicondutor (Fig. 28-14c) é como um isolante, exceto que a lacuna de energia entre a banda de condução e a banda de valência é suficientemente pequena de modo que a probabilidade de os elétrons poderem “pular sobre a lacuna” por agitação térmica não é nula. Mais importante que isso é o fato de que impurezas controladas — deliberadamente adicionadas — podem contribuir com portado-

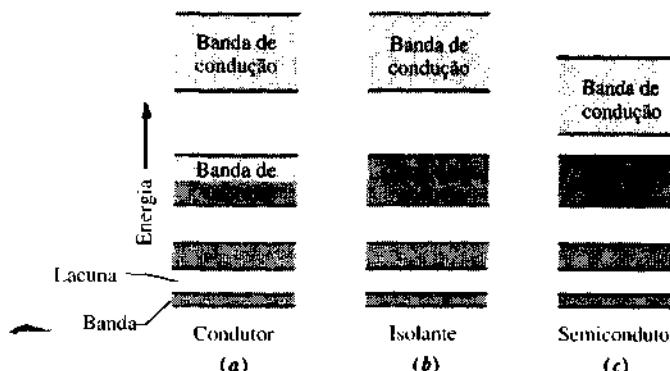


Fig. 28-14 Os níveis de energia permitidos para os elétrons num sólido formam uma configuração de bandas permitidas e lacunas proibidas. O cinza escuro denota uma banda parcial ou completamente preenchida. (a) Num condutor metálico, a banda de valência está apenas parcialmente preenchida. (b) Num isolante, a banda de valência está completamente preenchida e a lacuna entre a banda de valência e a banda de condução é relativamente grande. (c) Um semicondutor lembra um isolante, exceto pelo fato de que a lacuna entre a banda de valência e a banda de condução é relativamente pequena.

res de carga para a banda de condução.* A maioria dos dispositivos semicondutores, tais como os transistores e diodos de junção, são fabricados pela dopagem seletiva de diferentes regiões do silício com diferentes espécies de átomos de impureza.

Vamos, agora, examinar a Eq. 28-19, a expressão para a resistividade de um condutor, com o quadro banda-lacuna em mente:

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}. \quad (28-23)$$

Consideremos de que modo n o número de portadores de carga por unidade de volume e τ o tempo médio entre as colisões dos portadores de carga, variam quando a temperatura é aumentada.

Num condutor, n é grande mas praticamente constante; isto é, seu valor não varia apreciavelmente com a temperatura. Para os metais, o aumento da resistividade com a temperatura (Fig. 28-10) é causado por um aumento da taxa de colisão dos portadores de carga, que é indicado na Eq. 28-23 pelo decrescimento de τ , o tempo médio entre colisões.

Num semicondutor, n é pequeno mas aumenta rapidamente com a temperatura, quando o aumento da agitação térmica coloca mais portadores de carga disponíveis. Tal fato causa o *decréscimo* da resistividade com o aumento da temperatura, como indicado, na Tabela 28-2, pelo coeficiente de temperatura, negativo, da resistividade dos semicondutores. O mesmo aumento na taxa de colisão que observamos para os metais, também ocorre para os semicondutores, mas seu efeito é encoberto pelo rápido aumento do número de portadores de carga.

*Espaços vazios (chamados de *buracos*) na banda de valência podem também servir como portadores de carga. Detalhes são dados no Cap. 46.

Começamos a perceber como o quadro banda-lacuna — que está solidamente baseado na física quântica — pode explicar as propriedades dos semicondutores. Como uma aplicação específica da física quântica aos materiais sólidos, três físicos (William Shockley, John Bardeen e Walter Brattain) inventaram o transistor, trabalho pelo qual lhes foi conferido o Prêmio Nobel em 1956.

28-9 Supercondutores (Opcional)

Em 1911, o físico holandês Kammerlingh Onnes descobriu que a resistividade do mercúrio desaparecia completamente em temperaturas abaixo de aproximadamente 4 K; veja a Fig. 28-16. Este fenômeno chamado de **supercondutividade** é de uma importância muito grande para a tecnologia, porque significa que as cargas podem fluir através de um supercondutor sem haver perdas por calor. As correntes induzidas num anel supercondutor, por exemplo, persistem por muitos anos sem diminuírem, mesmo sem haver nenhuma bateria presente no circuito. Um grande anel supercondutor está sendo usado em Tacoma, Washington, para armazenar energia elétrica. Ele recebe 5 MW durante os picos de fornecimento e libera a energia durante os picos de demanda.

O problema com o desenvolvimento tecnológico da supercondutividade tem sido sempre as baixas temperaturas necessárias para mantê-la. Os ímãs do grande acelerador Fermilab, por exemplo, são energizados por meio de correntes em bobinas supercondutoras, que devem ser mantidas sob temperaturas de aproximadamente 4 K, que é a temperatura do hélio líquido.

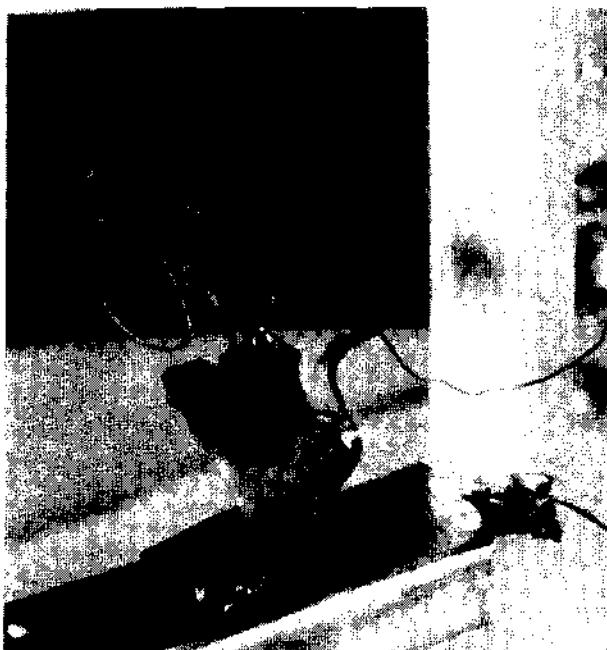


Fig. 28-15 Um modelo do primeiro transistor. Atualmente, milhares destes dispositivos podem ser colocados sobre um wafer fino com dimensões de poucos milímetros.

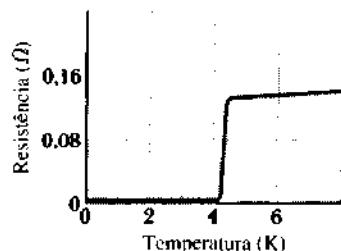


Fig. 28-16 A resistividade do mercúrio cai a zero na temperatura de aproximadamente 4 K. O mercúrio é sólido nessa baixa temperatura.

Em 1986, contudo, foram descobertos novos materiais de cerâmica, que se tornam supercondutores a temperaturas consideravelmente mais altas. Temperaturas supercondutoras de aproximadamente 125 K têm sido noticiadas e confirmadas. Quando você estiver lendo este texto, temperaturas mais altas ainda, já terão sido noticiadas, e a possibilidade da supercondutividade na temperatura ambiente estará cada vez mais próxima. A temperatura normal de ebulição do nitrogênio líquido é 77 K de modo que esse econômico líquido de refrigeração — mais barato que a água engarrafada — pode ser usado no lugar do hélio líquido, que é muito mais caro. Várias aplicações que vão desde trens que levitam magneticamente, computadores de grande porte para escrivaninha, até motores potentes do tamanho de uma noz.

A supercondutividade não deve ser vista simplesmente como um aperfeiçoamento no processo normal da condutividade que descrevemos na Seção 28-6. Os dois processos são completamente diferentes. De fato, os melhores condutores normais, como a prata ou o cobre, não se tornam supercondutores; por outro lado, alguns dos “supersupercondutores”, recentemente descobertos, são materiais cerâmicos, que — quanto ao que diz respeito à condução normal — são isolantes.

O mecanismo da supercondutividade permaneceu inexplicado durante 60 anos após a descoberta do fenômeno. Então, John Bardeen,* Leon Cooper e Robert Schrieffer apresentaram uma explicação teórica, razão porque receberam o Prêmio Nobel, em 1972. A parte básica da teoria BCS — como foi chamada em razão das iniciais dos seus criadores — é a suposição de que os portadores de carga não são elétrons individuais, mas sim pares de elétrons. Estes *pares de Cooper* comportam-se como partículas individuais, com propriedades completamente diferentes das de um simples elétron.

Os elétrons, normalmente, repelem-se uns aos outros, de modo que algum mecanismo especial é necessário para induzi-los a formar de um par. Uma descrição semiciclística que ajuda na compreensão desse fenômeno quântico BCS é a seguinte: um elétron, avançando a custo através de uma

*Trata-se do mesmo John Bardeen que dividiu o Prêmio Nobel de 1956 pela descoberta do transistor (veja a Seção 28-8). O Professor Bardeen é a única pessoa que recebeu duas vezes o Prêmio Nobel no mesmo campo.

rede atômica, distorce ligeiramente a rede que, por sua vez, cria uma concentração, de curta duração, de acentuada carga positiva. Se um segundo elétron estiver próximo no momento certo, ele poderá ser atraído para esta região pela carga positiva, formando, assim, um par com o primeiro

elétron. É de nosso conhecimento que os supercondutores recentemente descobertos operam por meio de pares de Cooper mas, até agora, não existe uma concordância universal sobre o mecanismo pelo qual esses pares são formados.

RESUMO

Corrente

Uma corrente elétrica i num condutor é definida por

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (28-1)$$

Nesta expressão, dq é a quantidade de carga (positiva) que passa num tempo dt através de uma superfície imaginária que corta o condutor transversalmente. O sentido da corrente elétrica é o sentido em que os portadores de carga positiva se moveriam. A unidade SI de corrente elétrica é o **ampère** (A): $1\text{ A} = 1\text{ C/s}$.

Densidade de Corrente

A corrente (um escalar) está relacionada à **densidade de corrente J** (um vetor) por

$$i = \int J \cdot dA, \quad (28-5)$$

em que dA é um vetor perpendicular a um elemento de área dA , e a integral é tomada sobre qualquer superfície que corta o condutor transversalmente. O vetor J , num ponto qualquer, aponta na mesma direção que um portador de carga positiva se moveria quando colocado naquele ponto.

Velocidade Escalar Média de Deriva dos Portadores de Carga

Quando um campo elétrico E é estabelecido num condutor, os portadores de carga (considerados positivos) adquirem uma **velocidade escalar média de deriva v_d** na mesma direção e no mesmo sentido de E : a velocidade v_d está relacionada à densidade de corrente por

$$J = (ne)v_d, \quad (28-7)$$

em que ne é a densidade de carga.

A Resistência de um Condutor

A **resistência R** entre duas superfícies equipotenciais quaisquer de um condutor é definida como

$$R = V/i \quad (\text{definição de } R), \quad (28-8)$$

em que V é a diferença de potencial entre aquelas superfícies e i é a corrente. A unidade SI de resistência é o **ohm** (Ω): $1\Omega = 1\text{ V/A}$. Equações semelhantes definem a **resistividade ρ** e a **condutividade σ** de um material:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (\text{definições de } \rho \text{ e } \sigma). \quad (28-10, 28-12)$$

em que E é o campo elétrico aplicado. A unidade SI de resistividade é o ohm-metro ($\Omega \cdot m$); veja a Tabela 28-1. A Eq. 28-10 corresponde à equação vetorial

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}. \quad (28-11)$$

A resistência R de um fio condutor de comprimento L e seção transversal uniforme é

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (28-15)$$

em que A é a área da seção transversal.

A Variação de ρ com a Temperatura

A resistividade ρ para a maioria dos materiais varia com a temperatura. Para muitos materiais, incluindo os metais, a relação linear empírica é

$$\rho \sim \rho_0 = \rho_0\alpha(T - T_0). \quad (28-16)$$

Aqui, T_0 é uma temperatura de referência, ρ_0 é a resistividade em T_0 e α é o coeficiente de temperatura média da resistividade; veja a Tabela 28-1.

Lei de Ohm

Um determinado condutor obedece à **lei de Ohm** se sua resistência R , definida pela Eq. 28-8, for independente da diferença de potencial aplicada V . Um determinado material obedece à lei de Ohm se sua resistividade, definida pela Eq. 28-10, for independente do módulo, da direção e do sentido do campo elétrico aplicado E .

Resistividade de um Metal

Supondo que os elétrons de condução num metal são livres para moverem-se do mesmo modo que as moléculas de um gás, é possível deduzir-se uma expressão para a resistividade de um metal:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau} \quad (28-19)$$

Aqui, n é o número de elétrons por unidade de volume e τ é o tempo médio entre as colisões de um elétron com os íons da rede metálica. O fato de τ ser essencialmente independente de E justifica o fato de que os metais obedecem à lei de Ohm.

Potência

A potência P ou taxa de transferência de energia num dispositivo elétrico através do qual uma diferença de potencial é mantida é

$$P = iV \quad (\text{taxa de transferência de energia elétrica}). \quad (28-20)$$

Dissipação Resistiva

Se o dispositivo for um resistor, podemos escrever

$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{dissipação resistiva}). \quad (28-21, 28-22)$$

Num resistor, a energia potencial elétrica é transferida aos íons da rede através do movimento dos portadores de carga e aparece como energia térmica interna.

Semicondutores

Semicondutores são materiais com poucos elétrons de condução, mas com níveis de condução disponíveis próximos, em energia, às suas bandas de valência. Tornam-se condutores pela agitação térmica dos elétrons ou, mais importante ainda, pela dopagem do material com outros átomos que contribuem com elétrons para a banda de condução.

Supercondutores

Os supercondutores perdem totalmente a resistência elétrica em baixas temperaturas. Pesquisas recentes levaram à descoberta de materiais que são supercondutores em temperaturas surpreendentemente altas, surgindo a possibilidade de dispositivos supercondutores na temperatura ambiente (ou, na pior das hipóteses, na temperatura do nitrogênio líquido).

QUESTIONÁRIO

- Que conclusões podem ser tiradas, aplicando-se a Eq. 28-5 a uma superfície fechada, através da qual passam diversos fios de direções arbitrárias, transportando correntes constantes de intensidades diferentes?
- Na nossa convenção para o sentido das setas de corrente, teria sido mais conveniente, ou mesmo possível: (a) ter suposto serem negativos todos os portadores de carga? (b) ter convencionado o elétron como positivo e o próton como negativo?
- Liste na forma de tabela as semelhanças e as diferenças entre o fluxo de carga ao longo de um condutor, o fluxo de água através de um tubo horizontal e a condução de calor através de uma barra. Leve em consideração conceitos tais como, o que causa o fluxo, o que se opõe ao fluxo, que partículas (caso existam) participam e as unidades que podem medir o fluxo.
- Explique, com suas próprias palavras, por que podemos ter $\mathbf{E} \neq 0$ no interior de um condutor, neste capítulo, ao passo que tomamos $\mathbf{E} = 0$ na Seção 25-7.
- Seja uma bateria ligada aos dois vértices de um cubo de cobre definidores de uma das diagonais. Considere um plano imaginário atravessando completamente o cubo, inclinado de um ângulo qualquer. (a) A corrente i que atravessa o plano independe da posição e da orientação do plano? (b) Existe alguma posição e orientação do plano, tal que \mathbf{J} seja constante em módulo e/ou direção? (c) A Eq. 28-5 é válida para todas as orientações do plano? (d) A Eq. 28-5 é válida para uma superfície fechada, de formato arbitrário, que pode estar ou não inteiramente contida dentro do cubo?
- Uma diferença de potencial V é aplicada a um fio de cobre de diâmetro d e comprimento L . Qual será o efeito sobre a velocidade escalar de deriva dos elétrons se (a) duplicarmos V , (b) duplicarmos L e (c) duplicarmos d ?
- Por que não é possível medirmos a velocidade escalar de deriva dos elétrons calculando a duração de seus percursos ao longo de um condutor?
- Uma diferença de potencial V é aplicada a um cilindro circular de carbono, encaixado entre dois eletrodos circulares de cobre, como na Fig. 28-17. Discutir a dificuldade de calcular a resistência do cilindro de carbono, usando a relação $R = \rho L/A$.
- QUESTIONÁRIO**
- Como se pode medir a resistência de um condutor de forma irregular? Apresente detalhes específicos que sirvam para esclarecer os conceitos envolvidos.
- Deslizar no assento de um automóvel pode gerar potenciais de muitos milhares de volts. Por que a pessoa que desliza não é electrocutada?
- Discuta a dificuldade de se testar se o filamento de uma lâmpada obedece à lei de Ohm.
- De que modo podemos aplicar a relação $V = iR$ a resistores que não obedecem à lei de Ohm?
- Um fusível num circuito elétrico é um fio projetado para fundir e, consequentemente, abrir o circuito, se a corrente exceder um valor pré-determinado. Quais são algumas das características de um fio fusível ideal?
- Por que uma lâmpada incandescente torna-se obscurecida pelo uso?
- "O caráter e a qualidade de nossas vidas diárias são grandemente influenciadas por dispositivos que não obedecem à lei de Ohm". O que podemos dizer em favor desta afirmativa?
- Das anotações de um estudante: "A relação $R = V/i$ nos diz que a resistência de um condutor é diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada a ele". O que se pode pensar desta proposição?
- O carbono tem um coeficiente de temperatura de resistividade negativo. Isso significa que a sua resistividade cai quando sua temperatura aumenta. Sua resistividade desapareceria completamente para alguma temperatura suficientemente elevada?
- Que características especiais devem ter os fios de aquecimento?
- A Eq. 28-21 ($P = i^2 R$) parece sugerir que a taxa de aumento da energia térmica num resistor é reduzida quando a resistência é reduzida. A Eq. 28-22 ($P = V^2/R$) parece sugerir justamente o contrário. Como resolver o aparente paradoxo?
- Por que as companhias de energia elétrica reduzem a voltagem nos períodos de muita demanda? O que elas economizam com essa medida?
- Qual dos dois filamentos tem uma resistência maior: o de uma lâmpada de 500 W ou o de uma outra de 100 W? Ambas as lâmpadas foram projetadas para operar sob 120 V.
- Cinco fios de mesmo comprimento e mesmo diâmetro são ligados, um de cada vez, entre dois pontos mantidos a uma diferença de potencial constante. A taxa de produção de energia térmica será maior no fio de (a) menor ou (b) maior resistência?

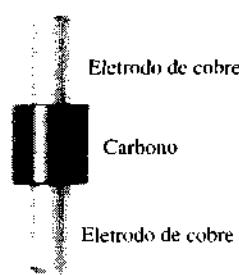


Fig. 28-17 Questão 8.

EXERCÍCIOS & PROBLEMAS

Seção 28-2 Corrente Elétrica

1E. Uma corrente de 5,0 A percorre um resistor de $10\ \Omega$ durante 4,0 min. Quantos (a) coulombs e (b) elétrons passam através da seção transversal do resistor nesse intervalo de tempo?

2E. A corrente num feixe de elétrons de um terminal de vídeo é de $200\ \mu\text{A}$. Quantos elétrons golpeiam a tela a cada segundo?

3P. Uma esfera condutora isolada tem um raio de 10 cm. Um fio transporta para dentro dela uma corrente de $1,0000020\ \text{A}$. Um outro fio transporta para fora dela uma corrente de $1,000000\ \text{A}$. Quanto tempo levaria para que o potencial da esfera sofresse um aumento de 1.000 V?

4P. A correia de um acelerador Van de Graaff tem 50 cm de largura e se move a 30 m/s. A correia transporta cargas para a esfera numa taxa correspondente a $100\ \mu\text{A}$. Calcule a densidade superficial de carga na correia. (Veja a Seção 26-12.)

Seção 28-3 Densidade de Corrente

5E. Um feixe contém $2,0 \times 10^8$ íons positivos duplamente carregados por centímetro cúbico, todos movendo-se para o norte com velocidade escalar de $1,0 \times 10^5\ \text{m/s}$. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido da densidade de corrente \mathbf{J} ? (b) Podemos calcular a corrente total i nesse feixe de íons? Em caso negativo, que informações adicionais são necessárias?

6E. Uma corrente pequena, porém mensurável, de $1,2 \times 10^{-10}\ \text{A}$ percorre um fio de cobre cujo diâmetro é de 2,5 mm. Calcular (a) a densidade de corrente e (b) a velocidade escalar de deriva dos elétrons. (Veja o Exemplo 28-3.)

7E. Um fusível num circuito elétrico é um fio projetado para fundir e, desse modo, abrir o circuito, se a corrente exceder um valor predeterminado. Suponha que o material que compõe o fusível derreta assim que a densidade de corrente atinge $440\ \text{A/cm}^2$. Qual deve ser o diâmetro do fio cilíndrico a ser usado para limitar a corrente a $0,50\ \text{A}$?

8E. O Código Elétrico Nacional (dos Estados Unidos), que estabeleceu valores das correntes de segurança máxima para fios de cobre, de diversos diâmetros, com isolamento de borracha, é dado (em parte) logo abaixo. Faça o gráfico da densidade de corrente de segurança em função do diâmetro. Qual é o número do fio cuja densidade de corrente é máxima?

Número indicador ^a	4	6	8	10	12	14	16	18
Diâmetro (mils) ^b	204	162	129	102	81	64	51	40
Corrente de segurança (A)	70	50	35	25	20	15	6	3

^a Um meio de identificar o diâmetro do fio.

^b 1 mil = $10^{-3}\ \text{in.}$

9E. Uma corrente é estabelecida num tubo de descarga a gás quando uma diferença de potencial suficientemente alta é aplicada entre os dois

eletrodos no tubo. O gás se ioniza; os elétrons se movem em direção ao terminal positivo e os íons monovalentes positivos em direção ao terminal negativo. Quais são o módulo e o sentido da corrente num tubo de descarga de hidrogênio em que $3,1 \times 10^{18}$ elétrons e $1,1 \times 10^{18}$ prótons passam através da seção transversal do tubo a cada segundo?

10E. Uma junção *pn* é formada a partir de dois materiais semicondutores diferentes na forma de cilindros idênticos com raios de 0,165 mm, como mostrado na Fig. 28-18. Numa aplicação, $3,50 \times 10^{15}$ elétrons por segundo fluem através da junção do lado *n* para o lado *p*, enquanto que $2,25 \times 10^{15}$ buracos por segundo fluem do lado *p* para o lado *n*. (Um buraco atua como uma partícula de carga $+1,60 \times 10^{-19}\ \text{C}$.) Quais são (a) a corrente total e (b) a densidade de corrente?

11P. Próximo à Terra, a densidade de prótons no vento solar é $8,70\ \text{cm}^{-3}$ e a velocidade escalar deles é de 470 km/s. (a) Determine a densidade de corrente desses prótons. (b) Se os prótons não fossem desviados pelo campo magnético da Terra, colidiriam com ela. Nesse caso, que corrente total receberia a Terra?

12P. Num hipotético laboratório de pesquisa de fusão, o gás hélio é totalmente ionizado sob alta temperatura, cada átomo de hélio sendo separado em dois elétrons livres e no núcleo remanescente, carregado positivamente (partícula alfa). A aplicação de um campo elétrico faz com que as partículas alfa se movam para o leste a 25 m/s e os elétrons se movam para o oeste a 88 m/s. A densidade de partículas alfas é $2,8 \times 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$. Calcular a densidade líquida de corrente e especificar o seu sentido.

13P. Quanto tempo levam os elétrons para passar da bateria de um carro para o motor de arranque? Suponha que a corrente seja de 300 A e que os elétrons se desloquem através de um fio de cobre cuja área da seção transversal é $0,21\ \text{cm}^2$ e cujo comprimento é de 0,85 m. (Veja o Exemplo 28-3.)

14P. Um feixe estacionário de partículas alfas ($q = 2e$), deslocando-se com energia cinética constante de 20 MeV, transporta uma corrente de $0,25\ \mu\text{A}$. (a) Se o feixe for dirigido perpendicularmente contra uma superfície plana, quantas partículas alfas atingirão a superfície em 3,0 s? (b) Num instante qualquer, quantas partículas alfas existem em 20 cm de comprimento do feixe? (c) Qual foi a diferença de potencial necessária para acelerar cada partícula alfa, a partir do repouso, levando-a a uma energia de 20 MeV?

15P. (a) A densidade de corrente através de um condutor cilíndrico, de raio R , varia de acordo com a equação

$$J = J_0(1 - r/R),$$

em que r é a distância ao eixo central. Assim, a densidade de corrente tem um máximo J_0 no eixo, $r = 0$ e decresce linearmente até zero na superfície, $r = R$. Calcular a corrente em termos de J_0 e da área $A = \pi R^2$ da seção transversal do condutor. (b) Suponha que, pelo contrário, a densidade de corrente tenha um máximo J_0 na superfície do cilindro e decresça linearmente até zero no eixo, de modo que

$$J = J_0r/R.$$

Calcular a corrente. Por que o resultado é diferente do obtido em (a)?

Seção 28-4 Resistência e Resistividade

16E. A área da seção transversal do trilho de aço de um bonde elétrico é de $56,0\ \text{cm}^2$. Qual é a resistência de 10 km de trilho? A resistividade do aço é $3,00 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot \text{m}$.

17E. Um fio condutor tem um diâmetro de 1,0 mm, um comprimento de 2,0 m e uma resistência de $50\ \text{m}\Omega$. Qual é a resistividade do material?

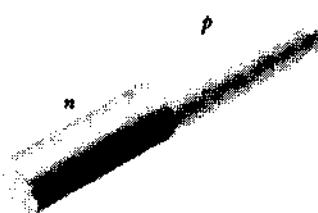


Fig. 28-18 Exercício 10.

18E. Uma pessoa pode ser eletrocutada se uma corrente tão pequena quanto 50 mA passar perto de seu coração. Um eletricista que trabalha com as mãos suadas faz um bom contato com os dois condutores que está seguendo. Se sua resistência fosse de $2.000\ \Omega$, qual seria a voltagem final?

19E. Uma bobina é formada por 250 voltas de um fio de cobre nº 16 (diâmetro = 1,3 mm) isolado numa única camada de forma cilíndrica cujo raio mede 12 cm. Qual é a resistência da bobina? Depreze a espessura do material isolante. (Use a Tabela 28-1.)

20E. Um fio de comprimento 4,00 m e diâmetro de 6,00 mm tem uma resistência de $15,0\ m\Omega$. Aplicando-se uma diferença de potencial de 23,0 V entre as suas extremidades, (a) qual é a corrente no fio? (b) qual é a densidade de corrente? (c) calcular a resistividade do material do fio. Identifique o material. (Use a Tabela 28-1.)

21E. Um fio de Nicromo (uma liga de níquel, cromo e ferro comumente usada em elementos de aquecimento) tem um comprimento de 1,0 m e área da seção transversal de $1,0\ mm^2$. Ele transporta uma corrente de 4,0 A quando uma diferença de potencial de 2,0 V é aplicada entre os seus extremos. Calcular a condutividade σ do Nicromo.

22E. (a) A que temperatura a resistência de um fio de cobre seria o dobro de sua resistência a $20,0^\circ\text{C}$? (Use $20,0^\circ\text{C}$ como ponto de referência na Eq. 28-16; compare sua resposta com a Fig. 28-10.) (b) Tal temperatura é válida para todos os condutores de cobre, sem considerar forma ou tamanho?

23E. A resistência do enrolamento de cobre de um motor é igual a 50Ω a 20°C quando o motor está parado. Após várias horas de funcionamento, a resistência aumenta para $58\ \Omega$. Qual é a temperatura do enrolamento? Depreze as alterações nas dimensões do enrolamento. (Use a Tabela 28-1.)

24E. Usando os dados da Fig. 28-11c, faça o gráfico da resistência da junção pn em função da diferença de potencial aplicada.

25E. Uma lagarta de 4,0 cm de comprimento rasteja no sentido de deriva dos elétrons sobre um fio de cobre desencapado de 5,2 mm de diâmetro que transporta uma corrente de 12 A. (a) Qual é a diferença de potencial entre as duas extremidades da lagarta? (b) Sua cauda é positiva ou negativa comparada à sua cabeça? (c) Sabendo-se que a lagarta rasteja com a velocidade escalar de deriva dos elétrons no fio, quanto tempo ela leva para rastejar 1,0 cm?

26E. Uma barra cilíndrica de cobre, de comprimento L e seção transversal de área A , é reformada para duas vezes seu comprimento inicial sem que haja alteração no volume. (a) Determine a nova área da seção transversal. (b) Se a resistência entre suas extremidades era R antes da alteração, qual é o seu valor depois da alteração?

27E. Um fio com uma resistência de $6,0\ \Omega$ é esticado de tal modo que seu novo comprimento é três vezes seu comprimento inicial. Supondo que a resistividade e a densidade do material não variem durante o processo de esticamento, determine a resistência do fio esticado.

28E. Um determinado fio tem uma resistência R . Qual é a resistência de um segundo fio, feito do mesmo material mas que tenha metade do comprimento e metade do diâmetro?

29P. Dois fios, um de cobre e outro de ferro têm a mesma resistência. O diâmetro do fio de cobre é de 1,2 mm. Qual deve ser o diâmetro do fio de ferro, se ambos os fios têm o mesmo comprimento?

30P. Dois condutores são feitos do mesmo material e têm o mesmo comprimento. O condutor A é um fio sólido de diâmetro 1,0 mm. O condutor B é um tubo oco de diâmetro externo de 2,0 mm e diâmetro interno de 1,0 mm. Qual a razão entre as resistências R_A/R_B , medida entre as suas extremidades?

31P. Um fio de cobre e um fio de ferro têm comprimentos iguais e estão sujeitos à mesma diferença de potencial. (a) Qual deve ser a razão

entre seus raios para que a corrente seja a mesma nos dois? (b) Pode a densidade de corrente ser a mesma nos dois fios, para raios convenientemente escolhidos?

32P. Uma barra de alumínio de 1,3 m de comprimento tem uma seção reta quadrada de 5,2 mm de lado. (a) Qual é a resistência entre as suas extremidades? (b) Qual deve ser o diâmetro de uma barra de cobre de mesmo comprimento e seção circular, para que sua resistência seja igual à da barra de alumínio?

33P. Uma barra metálica cilíndrica tem 1,60 m de comprimento e 5,50 mm de diâmetro. A resistência entre suas extremidades (20°C) é $1,09 \times 10^{-1}\ \Omega$. (a) Qual é o material? (b) Um disco de diâmetro 2,00 cm e espessura 1,00 mm é feito do mesmo material. Qual é a resistência entre as faces do disco, supondo que cada face seja uma superfície equipotencial?

34P. Um cabo elétrico consiste de 125 cordões de um fio delgado, sendo de $2,65\ \mu\Omega$ a resistência de cada um. A mesma diferença de potencial é aplicada entre as extremidades de cada cordão, resultando numa corrente total de 0,750 A. (a) Qual é a corrente em cada cordão? (b) Qual é a diferença de potencial aplicada? (c) Qual é a resistividade do cabo?

35P. Uma lâmpada comum de lanterna é regulada para 0,30 A e 2,9 V (os valores da corrente e voltagem sob condições operacionais). Se a resistência do filamento da lâmpada na temperatura ambiente (20°C) for de $1,1\ \Omega$, qual será a temperatura do filamento quando a lâmpada estiver acesa? O filamento é feito de tungstênio.

36P. Quando aplicamos 115 V através de um fio, de comprimento 10 m e raio 0,30 mm, a densidade de corrente é igual a $1,4 \times 10^4\ \text{A/m}^2$. Determine a resistividade do fio.

37P. Um bloco na forma de um sólido retangular tem seção transversal de área $3,50\ cm^2$, um comprimento de 15,8 e uma resistência de $935\ \Omega$. O bloco é feito de um material que tem $5,33 \times 10^{22}$ elétrons de condução/ m^3 . Uma diferença de potencial de 35,8 V é mantida entre suas extremidades. (a) Qual é a corrente no bloco? (b) Sabendo-se que a densidade de corrente é uniforme, qual é o seu valor? (c) Qual é a velocidade de derivados elétrons de condução? (d) Qual é o campo elétrico no bloco?

38P. O cobre e o alumínio estão sendo considerados para uma linha de transmissão de alta voltagem que deve transportar uma corrente de 60,0 A. A resistência por unidade de comprimento deve ser de $0,150\ \Omega/\text{km}$. Calcule para cada opção de material para o cabo (a) a densidade de corrente e (b) a massa por metro de cabo. As densidades do cobre e do alumínio são 8.960 e $2.700\ kg/m^3$, respectivamente.

39P. Na atmosfera inferior da Terra existem íons negativos e positivos, criados por elementos radioativos no solo e pelos raios cósmicos do espaço. Numa determinada região, a intensidade do campo elétrico at-

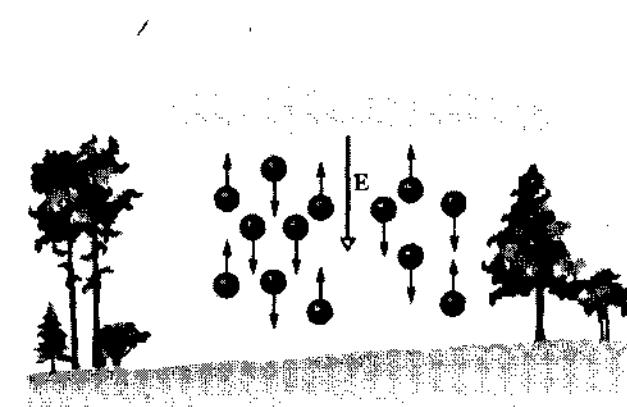


Fig. 28-19 Problema 39.

mosférico é de 120 V/m , dirigido verticalmente para baixo. Em virtude disso, 620 ions positivos/ cm^3 deslocam-se para baixo e 550 ions negativos/ cm^3 deslocam-se para cima. (Veja a Fig. 28-19.) A condutividade medida é de $2.70 \times 10^{-14} \Omega \cdot \text{m}$. Calcular (a) a velocidade escalar de deriva dos ions, supondo que seja a mesma para os ions positivos e negativos e (b) a densidade de corrente.

40P. Quando o número indicador de um fio é aumentado de 6 , o diâmetro fica reduzido à metade; quando o número indicador é aumentado de 1 , o diâmetro decresce pelo fator $2^{1/6}$ (veja a tabela do Exercício 8.) Sabendo-se disso e também que 300 m de um fio de cobre n.º 10 tem uma resistência de aproximadamente $1,00 \Omega$, estimar a resistência de $7,5 \text{ m}$ de um fio de cobre n.º 22 .

41P. Quando uma barra metálica é aquecida, varia não só sua resistência, mas também seu comprimento e a área de sua seção transversal. A relação $R = \rho L/A$ sugere que todos os três fatores devem ser levados em conta na medida de ρ em temperaturas diferentes. (a) Quais são, para um condutor de cobre, as variações percentuais em R , L e A quando a temperatura varia de $1,0^\circ\text{C}$. (b) Que conclusões podemos tirar daí? O coeficiente de dilatação linear do cobre é $1,7 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$.

42P. Um resistor tem a forma de um tronco circular reto (Fig. 28-20). Os raios da base são a e b , e a altura é L . Para uma inclinação suficientemente pequena, podemos supor que a densidade de corrente é uniforme através de qualquer seção transversal. (a) Calcular a resistência desse objeto. (b) Mostre que sua resposta se reduz a $\rho(L/A)$ para o caso especial em que $a = b$.

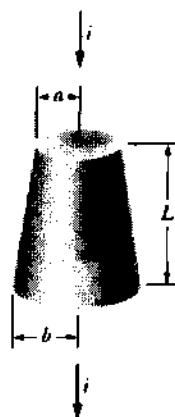


Fig. 28-20 Problema 42.

Seção 28-6 Uma Visão Microscópica da Lei de Ohm

43P. Mostre que, de acordo com o modelo do elétron livre da condução elétrica nos metais e com a física clássica, a resistividade dos metais deveria ser proporcional a \sqrt{T} , onde T é a temperatura em Kelvins. (Veja a Eq. 21-23.)

Seção 28-7 Energia e Potência em Circuitos Elétricos

44E. Um estudante deixou seu rádio portátil de $9,0 \text{ V}$ e $7,0 \text{ W}$ ligado das 9 h às 14 h . Que quantidade de carga passou através dele?

45E. Um determinado tubo de raios X opera na corrente de $7,0 \text{ mA}$ e na diferença de potencial de 80 kV . Que potência em watts é dissipada?

46E. A taxa de dissipação de energia térmica num resistor é igual a 100 W quando a corrente é de $3,00 \text{ A}$. Qual é a resistência?

47E. Os faróis de um carro em movimento puxam cerca de 10 A do alternador de 12 V , que é acionado pelo motor. Suponha que o alternador

tenha eficiência de 80% (a potência elétrica de saída corresponde a 80% da potência mecânica de entrada) e calcule o suprimento de potência, em watts, necessário para que as luzes acendam.

48E. Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor cuja resistência é de 14Ω , quando quente. (a) A que taxa a energia elétrica é transformada em calor? (b) A $5,0$ cents/ $\text{kW} \cdot \text{h}$, quanto custa para operar esse dispositivo durante $5,0 \text{ h}$?

49E. Um determinado resistor é ligado entre os terminais de uma bateria de $3,00 \text{ V}$. A potência dissipada no resistor é $0,540 \text{ W}$. O mesmo resistor é, então, ligado entre os terminais de uma bateria de $1,50 \text{ V}$. Que potência é dissipada neste caso?

50E. Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor que dissipava 500 W enquanto está operando. (a) Qual é a sua resistência durante a operação? (b) A que taxa os elétrons fluem através de uma seção transversal qualquer do elemento de aquecimento?

51E. O Conselho Nacional de Seguro Contra Incêndio fixou os limites de segurança para os valores da corrente em conformidade com os tamanhos e tipos de fios. Para o fio de cobre n.º 10 , com isolamento de borracha (diâmetro = $0,25 \text{ cm}$), a corrente admissível é de 25 A . Para essa corrente, determine (a) a densidade de corrente, (b) o campo elétrico, (c) a diferença de potencial através de 305 m de fio e (d) a taxa em que a energia térmica é dissipada nos 305 m de fio.

52E. Uma diferença de potencial de $1,20 \text{ V}$ é aplicada a um fio de cobre n.º 18 (diâmetro = $0,10 \text{ cm}$) com $33,0 \text{ m}$ de comprimento. Calcular (a) a corrente, (b) a densidade de corrente, (c) o campo elétrico e (d) a taxa em que a energia térmica é dissipada no fio.

53P. Uma diferença de potencial V está aplicada a um fio de seção transversal A , comprimento L e resistividade ρ . Deseja-se mudar a diferença de potencial aplicada e alongar o fio de modo a aumentar a potência dissipada por um fator exatamente igual a 30 e a corrente por um fator exatamente igual a 4 . Quais devem ser os novos valores de L e de A ?

54P. Um resistor cilíndrico de raio $5,0 \text{ mm}$ e comprimento $2,0 \text{ cm}$ é feito de um material cuja resistividade é de $3,5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$. Quais são (a) a densidade de corrente e (b) a diferença de potencial quando a potência dissipada no resistor é $1,0 \text{ W}$?

55P. Um elemento calefator é feito mantendo-se um fio de Nicromo, com seção transversal de $2,60 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e resistividade de $5,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, sob uma diferença de potencial de $75,0 \text{ V}$. (a) Sabendo-se que o elemento dissipava 5.000 W , qual é o seu comprimento? (b) Para obtermos a mesma potência usando uma diferença de potencial de 100 V , qual deveria ser o comprimento do fio?

56P. Um aquecedor de 1.250 W é construído para operar sob uma tensão de 115 V . (a) Qual será a corrente no aquecedor? (b) Qual é a resistência da bobina de aquecimento? (c) Que quantidade de energia térmica é gerada pelo aquecedor em $1,0 \text{ h}$?

57P. Uma lâmpada de 100 W é ligada a uma tomada padrão de 120 V . (a) Quanto custa para deixar a lâmpada acesa durante um mês? Suponha que a energia elétrica custe 6 cents/ $\text{kW} \cdot \text{h}$. (b) Qual é a resistência da lâmpada? (c) Qual é a corrente na lâmpada? (d) A resistência é diferente quando a lâmpada está desligada?

58P. Um aquecedor de Nicromo dissipava 500 W quando a diferença de potencial aplicada é de 110 V e a temperatura do fio é 800°C . Qual será o valor da potência dissipada se a temperatura do fio for mantida em 200°C pela imersão num banho de óleo? A diferença de potencial permanece a mesma e o valor de α para o Nicromo a 800°C é $4,0 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$.

59P. Um feixe de dêuterons de 16 MeV provenientes de um ciclotron cai sobre um bloco de cobre. O feixe é equivalente a uma corrente de 15

μA . (a) A que taxa os dêuteronos colidem com o bloco? (b) A que taxa a energia térmica é produzida no bloco?

60P. Um acelerador linear produz um feixe pulsado de elétrons. A corrente do pulso é 0.50 A e a sua duração é $0.10 \mu\text{s}$. (a) Quantos elétrons são acelerados por pulso? (b) Qual é a corrente média de uma máquina operando a 500 pulsos/s? (c) Se os elétrons forem acelerados até uma energia de 50 MeV , quais serão as potências média e de pico desse acelerador?

61P. Uma bobina de fio Nicromo transportando corrente está imersa num líquido contido num calorímetro. Quando a diferença de potencial através da bobina é de 12 V e a corrente que a percorre é de 5.2 A , o líquido ferve a uma taxa constante, evaporando-se na taxa de 21 mg/s . Calcular o calor de vaporização do líquido, em cal/g .

62P. Na Fig. 28-21, uma bobina de resistência, ligada por um fio a uma bateria externa, está colocada dentro de um cilindro isolado termicamente, ajustado com um pistão sem atrito e contendo um gás ideal. Uma corrente $i = 240 \text{ mA}$ flui através da bobina, que tem uma resistência $R = 550 \Omega$. Com que velocidade escalar v o pistão, de massa $m = 12 \text{ kg}$, deverá mover-se para cima a fim de que a temperatura do gás permaneça inalterada?

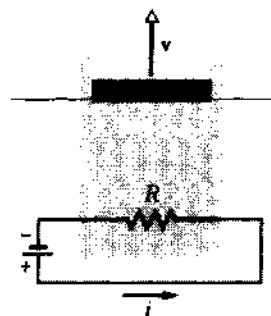


Fig. 28-21 Problema 62.

63P. Uma unidade de calefação de 500 W é projetada para operar numa linha de 115 V . (a) Em que percentagem diminuirá sua produção de calor, se a tensão cair para 110 V ? Suponha que não haja variação na resistência. (b) Levando-se em conta a variação da resistência com a temperatura, o calor dissipado seria maior ou menor do que o calculado em (a)?



A enguia elétrica (*Electrophorus*) que se move furtivamente nos rios da América do Sul, mata o peixe sobre o qual se lança como ave de rapina, com pulsos de corrente de aproximadamente 1 A. Ela faz isso produzindo uma diferença de potencial de várias centenas de volts ao longo de seu comprimento; por conseguinte, uma corrente flui, através da água circundante, a partir das proximidades de sua cabeça em direção ao rabo. Se algum dia, você estiver nadando num rio e roçar numa dessas enguias, ficará surpreso (depois de refazer-se de um atordoamento muito grande) com o fato de a enguia produzir uma corrente tão grande sem que ela própria sofra choque algum.

29-1 Bombeamento de Cargas

Desejando-se que os portadores de carga fluam através de um resistor, devemos estabelecer uma diferença de potencial entre suas extremidades. Um modo de fazê-lo seria ligar cada extremidade do resistor a uma esfera condutora independente, uma esfera carregada negativamente e a outra positivamente, como na Fig. 29-1. O problema com esse arranjo é o fato de que o fluxo de carga atua no sentido de descarregar as esferas, levando-as rapidamente ao mesmo potencial. Quando isso acontece, o fluxo de carga cessa.

Para mantermos um fluxo constante de refrigeração no sistema refrigerador de um carro, necessitamos de uma bomba d'água, um dispositivo que — realizando trabalho sobre o fluido — mantém uma diferença de pressão entre suas extremidades de entrada e de saída. No caso elétrico, necessitamos de uma *bomba de carga*, um dispositivo que — realizando trabalho sobre os portadores de carga — mantém uma diferença de potencial entre seus terminais. Chamamos tal dispositivo um **dispositivo de fem** e dese-

mos que ele fornece uma **fem** & significando que trabalha sobre os portadores de carga.

Um dispositivo de fem é às vezes chamado de *sede de fem*. O termo *fem* vem da antiga denominação *força eletromotriz*, adotada antes que os cientistas entendessem claramente a função de um dispositivo de fem.

Um dispositivo comum de fem é a *bateria*, usada para prover de energia mecanismos desde os de relógios de pulso até submarinos. Entretanto, o dispositivo de fem que mais influencia nossas vidas diárias é o *gerador elétrico*, cuja produção de diferença de potencial é trazida geralmente de usinas distantes até as nossas casas e locais de trabalho. Os dispositivos de fem conhecidos como *células solares*, muito usadas em painéis de veículos espaciais, também proporcionam aplicações domésticas no meio rural. Os dispositivos de fem menos familiares são as *células de combustível* que provêm de energia as espaçonaves e as *termopilhas*, que fornecem energia elétrica a bordo de algumas espaçonaves e estações remotas na Antártica e outras regiões. Outro exemplo, é o gerador de Van de Graaff da Se-

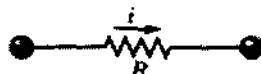


Fig. 29-1 Uma corrente constante não pode existir neste dispositivo porque não há um mecanismo capaz de manter uma diferença de potencial constante através do resistor. Quando o fluxo de carga tiver descarregado as esferas inicialmente carregadas, a corrente cessa.

ção 26-12, em que a diferença de potencial é mantida pelo movimento mecânico da carga sobre uma correia isolante. Um dispositivo de fem não precisa ser um instrumento: sistemas vivos, abrangendo desde enguias elétricas e seres humanos até plantas, possuem dispositivos fisiológicos de fem.

Embora os dispositivos que citamos difiram amplamente no modo de operação, todos eles desempenham a mesma função básica: realizam trabalho sobre os portadores de carga e, assim, mantêm uma diferença de potencial entre seus terminais.

29-2 Trabalho, Energia e Fem

A Fig. 29-2(a) mostra um dispositivo de fem (vamos considerá-lo uma bateria) que é parte de um circuito simples. O dispositivo mantém seu terminal superior carregado positivamente (“terminal positivo”) e seu terminal inferior carregado negativamente (“terminal negativo”) como é mostrado pelos sinais + e -. Representamos sua fem por uma seta que aponta do terminal negativo para o terminal positivo. É neste sentido que o dispositivo faz com que os

portadores de carga positiva se movam através dele. O dispositivo também faz com que esta corrente se move ao redor do circuito no mesmo sentido (horário na Fig. 29-2a). A seta da fem inclui um pequeno círculo para distingui-la das setas que indicam o sentido da corrente.

Dentro do dispositivo de fem, os portadores de carga positiva se movem de uma região de baixo potencial elétrico e assim de baixa energia potencial elétrica (no terminal negativo) para uma região de potencial elétrico mais alto e energia potencial elétrica mais alta (no terminal positivo). Este movimento é justamente oposto àquele que os portadores de carga teriam, entre os terminais, sob ação do campo elétrico (que aponta do terminal positivo para o terminal negativo).

Desse modo, deve haver alguma fonte de energia dentro do dispositivo que lhe permita realizar trabalho sobre as cargas e assim forçá-las a se moverem no sentido da seta da fem. A fonte de energia pode ser química, como numa bateria ou numa célula de combustível. Ela pode envolver forças mecânicas, como num gerador convencional ou um gerador de Van de Graaff. Diferenças de temperatura podem suprir a energia, como numa termopilha; ou a energia solar pode supri-la, como numa célula solar.

Vamos analisar o circuito da Fig. 29-2a do ponto de vista de trabalho e transferência de energia. Em qualquer intervalo de tempo *dt*, uma carga *dq* passa através de qualquer seção transversal deste circuito, tal como *aa'* na Fig. 29-2a. Esta mesma quantidade de carga deve entrar no dispositivo de fem pela extremidade de baixo potencial e deve sair dele pela extremidade de alto potencial. O dispositivo deve realizar uma quantidade de trabalho *dW* sobre o elemento de carga *dq* para forçá-lo a mover-se deste modo. Definimos a fem de um dispositivo de fem em termos desse trabalho:

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}) \quad (29-1)$$

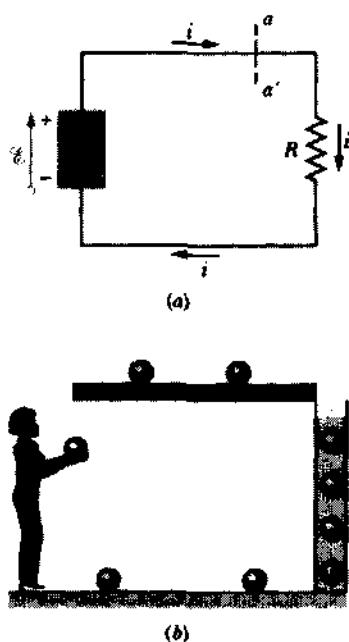


Fig. 29-2 (a) Um circuito elétrico simples, em que um dispositivo de fem \mathcal{E} trabalha sobre os portadores de carga e mantém uma corrente constante através do resistor. (b) Seu análogo gravitacional. O trabalho realizado pela pessoa mantém um fluxo constante de bolas de boliche através de um meio viscoso.

Resumindo, a fem de um dispositivo de fem é o trabalho por unidade de carga que o dispositivo realiza ao mover a carga de seu terminal de baixo potencial para o seu terminal de alto potencial. A unidade SI para a fem é o joule por coulomb; no Cap. 26, a definimos como sendo o volt.

Um dispositivo ideal de fem é aquele que não oferece qualquer resistência interna ao movimento da carga de um terminal para o outro. A diferença de potencial entre os terminais de um dispositivo ideal de fem é igual à fem do dispositivo. Por exemplo, uma bateria ideal com uma fem de 12,0 V tem uma diferença de potencial de 12,0 V entre seus terminais.

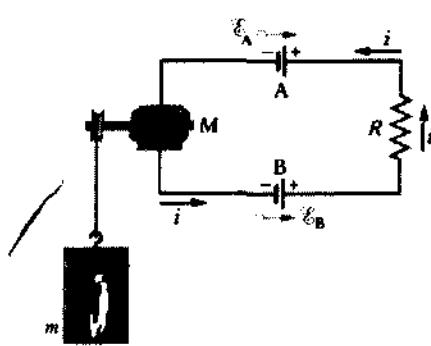
Um dispositivo real de fem, tal como uma bateria real, oferece resistência interna ao movimento da carga. Quando um dispositivo real de fem não está ligado num circuito, e assim não há corrente através dele, a diferença de potencial entre seus terminais é igual a sua fem. Entretanto, quando há corrente através deste dispositivo, a diferen-

ça de potencial entre seus terminais difere de sua fem. Discutiremos as baterias reais e suas resistências internas na Seção 29-4.

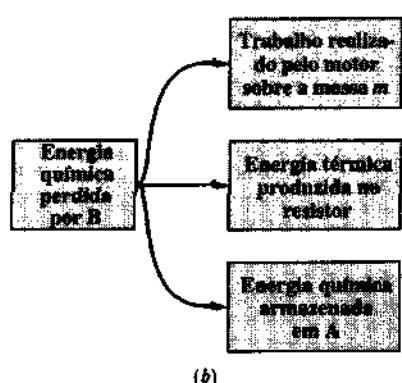
A Fig. 29-2b mostra um análogo gravitacional do circuito da Fig. 29-2a. Na Fig. 29-2a, o dispositivo de fem — que podemos considerar uma bateria — realiza trabalho sobre os portadores de carga, diminuindo seu estoque de energia química. Tal energia aparece como energia térmica no resistor, que esquenta enquanto a carga flui através dele. Na Fig. 29-2b, a pessoa, ao levantar as bolas do chão até a prateleira, realiza trabalho sobre esses “portadores de massa”. As bolas rolam lentamente ao longo da prateleira, caindo na sua extremidade direita dentro de um cilindro cheio de óleo viscoso. Elas atingem o fundo com velocidade escalar essencialmente constante, são retiradas por um mecanismo de alçapão, não mostrado na figura, e rolam de volta ao longo do piso para suas posições iniciais. O trabalho realizado pela pessoa, à custa da sua energia bioquímica armazenada, aparece como energia térmica no fluido viscoso, cuja temperatura aumenta ligeiramente.

A circulação de cargas na Fig. 29-2a cessará finalmente se não for reabastecido o estoque de energia química da bateria, ou seja, se a bateria não for recarregada. A circulação das bolas no circuito da Fig. 29-2b também cessará se a pessoa não reabastecer seu estoque de energia bioquímica, alimentando-se.

A Fig. 29-3a mostra um circuito contendo duas baterias (ideais), A e B, um resistor R e um motor elétrico (ideal)



(a)



(b)

Fig. 29-3 (a) $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$ de modo que a bateria B determina o sentido da corrente neste circuito de malha única. (b) As transferências de energia neste circuito.

M empregado para levantar um peso. As baterias são ligadas de modo que tendam a enviar cargas ao longo do circuito em sentidos opostos. O sentido efetivo da corrente no circuito é determinado pela bateria de maior fem, que é a bateria B. Uma vez que tal corrente vai do terminal positivo para o terminal negativo *no interior* da bateria A, a bateria B está carregando a bateria A. A energia química de B está sendo exaurida e aparece em três formas, mostradas na Fig. 29-3b.

29-3 O Cálculo da Corrente

Apresentamos aqui dois modos equivalentes para calcular a corrente no circuito simples da Fig. 29-4; um método é baseado na conservação da energia e o outro, no conceito de potencial. O circuito consiste em uma bateria ideal B com uma fem \mathcal{E} , um resistor de resistência R e dois fios de ligação. (Supomos que as resistências dos fios em circuitos sejam desprezíveis; as exceções serão indicadas.)

Método da Energia

A Eq. 28-21, $P = i^2 R$, nos diz que num intervalo de tempo dt uma quantidade de energia dada por $i^2 R dt$ aparecerá no resistor da Fig. 29-4 como energia térmica. (Uma vez que estamos supondo fios com resistências desprezíveis, nenhuma energia térmica aparecerá neles.) Nesse mesmo intervalo de tempo, uma carga $dq = i dt$ terá se deslocado através da bateria B e, de acordo com a Eq. 29-1, a bateria terá realizado sobre ela um trabalho igual a

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt.$$

De acordo com o princípio da conservação da energia, o trabalho realizado pela bateria deve ser igual à energia térmica que aparece no resistor:

$$\mathcal{E} i dt = i^2 R dt.$$

O que nos dá

$$\mathcal{E} = iR,$$

que em palavras significa o seguinte: a fem \mathcal{E} é a energia por unidade de carga transferida pela bateria às cargas em movimento. A grandeza iR é a energia por unidade de carga transferida pelas cargas em movimento ao resistor sob

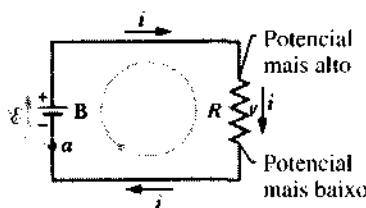


Fig. 29-4 Um circuito de malha única em que $i = \mathcal{E} / R$.

a forma de energia térmica. A energia por unidade de carga transferida às cargas em movimento é igual à energia por unidade de carga transferida por elas. Resolvendo para i , obtemos:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (29-2)$$

Método do Potencial

Suponhamos que partimos de um ponto qualquer no circuito da Fig. 29-4 e, mentalmente, façamos o seu percurso, em qualquer sentido, somando algebricamente as diferenças de potencial que encontrarmos. Quando retornarmos ao ponto de partida, deveremos encontrar o mesmo valor do potencial. Antes de fazê-lo, formalizaremos tal idéia numa afirmação que é válida não somente para circuitos de uma *única malha*, como o da Fig. 29-4, mas também para qualquer malha fechada num circuito de *muitas malhas*, como veremos na Seção 29-6:

REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de uma malha fechada de qualquer circuito deve ser nula.

Esta afirmação é muitas vezes citada como a *regra das malhas de Kirchhoff*, em homenagem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff. Tal regra equivale a dizer que qualquer ponto sobre a encosta de uma montanha deve ter uma única elevação acima do nível do mar. Se partirmos de um ponto qualquer e retornarmos a ele depois de andarmos ao redor da montanha, a soma algébrica das variações de elevação que encontrarmos deve ser nula.

Na Fig. 29-4, vamos partir do ponto a , cujo potencial é V_a , e percorrer o circuito no sentido horário até voltarmos ao ponto a , anotando as variações de potencial que encontrarmos. Nossa ponto de partida está no terminal de baixo potencial da bateria. Como a bateria é ideal, a diferença de potencial entre seus terminais é igual a \mathcal{E} . Assim sendo, quando passamos através da bateria para o terminal de alto potencial, a variação no potencial é $+\mathcal{E}$.

Quando percorremos o fio de cima até a extremidade superior do resistor, não há variação de potencial porque o fio tem resistência desprezível: ele está no mesmo potencial que o terminal de alto potencial da bateria. Assim também está a extremidade superior do resistor. Entretanto, quando passamos através do resistor a variação no potencial é de $-iR$.

Retornamos ao ponto a ao longo do fio de baixo. Como este fio também tem resistência desprezível, nos deparamos, novamente, com nenhuma variação de potencial. Como fizemos um percurso completo, adicionando-se a soma algébrica das diferenças de potencial encontradas no

caminho ao potencial inicial V_a , vamos encontrar valor idêntico a V_a , ou seja,

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a.$$

Cancelando-se V_a nesta equação, obtemos

$$\mathcal{E} - iR = 0.$$

Esta equação é a que obteríamos aplicando a regra das malhas: a soma algébrica das *variações* de potencial encontradas percorrendo-se a malha fechada do circuito é nula. Resolvendo-se equação para i obtemos o mesmo resultado, $i = \mathcal{E}/R$, encontrado pelo método da energia.

Teríamos encontrado o mesmo resultado se tivéssemos percorrido a malha fechada no sentido anti-horário. A regra das malhas nos daria

$$-\mathcal{E} + iR = 0.$$

Assim, podemos aplicar a regra das malhas percorrendo uma malha fechada em qualquer sentido.

A fim de nos prepararmos para o estudo de circuitos mais complexos que os da Fig. 29-4, enunciamos abaixo duas "regras" para a determinação de diferenças de potencial:

REGRA DA RESISTÊNCIA: Percorrendo-se um resistor no sentido da corrente, a variação no potencial é $-iR$; no sentido oposto é $+iR$. Num análogo gravitacional: andando-se corrente abaixo num riacho, nossa elevação diminui; andando-se corrente acima ela aumenta.

REGRA DA FEM: Percorrendo-se um dispositivo ideal de fem no sentido da seta da fem, a variação no potencial é $+\mathcal{E}$; no sentido oposto é $-\mathcal{E}$.

29-4 Outros Circuitos de uma Única Malha

Nesta seção, ampliamos o circuito simples da Fig. 29-4 de duas maneiras.

Resistência Interna

A Fig. 29-5a mostra uma bateria real, com uma resistência interna r , ligada por um fio a um resistor externo de resistência R . A resistência interna da bateria é a resistência elétrica do material condutor da bateria e, assim, uma característica não-removível da bateria. Na Fig. 29-5a, a bateria é desenhada como se pudesse ser separada numa bateria ideal de fem \mathcal{E} e num resistor de resistência r . A ordem em que desenhamos os símbolos dessas partes separadas não importa.

Aplicando-se a regra das malhas, no sentido horário, e começando no ponto a , obtemos

$$\mathcal{E} - ir - iR = 0. \quad (29-3)$$

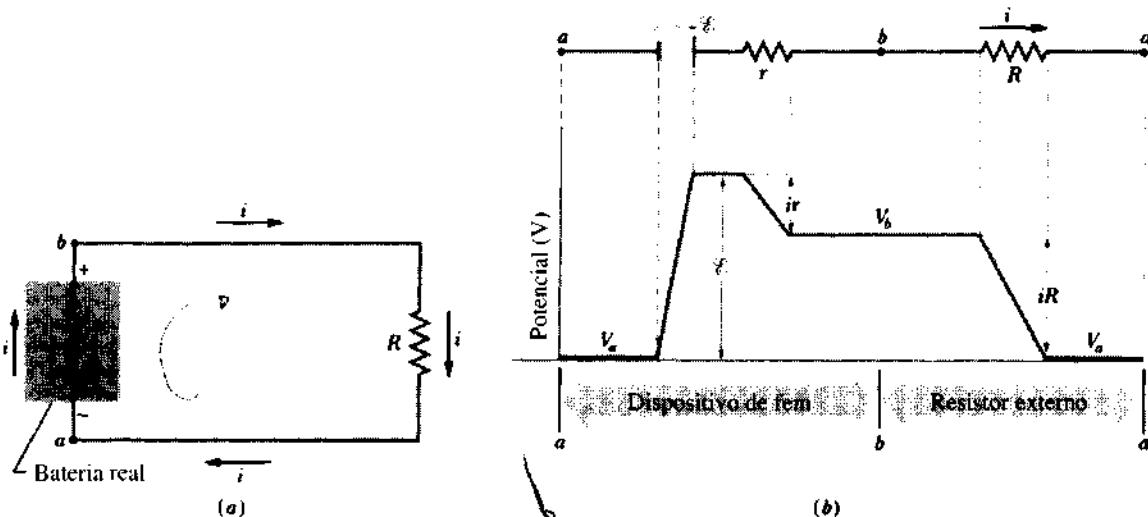


Fig. 29-5 (a) Um circuito de malha única, consistindo numa bateria real provida de uma resistência interna r e de uma fem \mathcal{E} . **(b)** No alto, o circuito é mostrado em linha reta. Os potenciais encontrados ao percortermos o circuito no sentido horário a partir de a são mostrados no gráfico. Fixamos, arbitrariamente, o valor zero para o potencial V_a e os outros potenciais no circuito são lançados no gráfico relativamente a V_a .

Compare a Eq. 29-3 com a Fig. 29-5b, que mostra graficamente as variações no potencial. É útil imaginar a Fig. 29-5b dobrada num cilindro, juntando-se os pontos denotados por a , para sugerir a continuidade da malha fechada.

Resolvendo a Eq. 29-3 para a corrente, encontramos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (29-4)$$

Note que esta equação se reduz à Eq. 29-2 quando a bateria é ideal, isto é, para $r = 0$.

Neste livro, quando não descrevermos uma bateria como real ou se não indicarmos nenhuma resistência interna, poderemos, em geral, supor que a bateria é ideal. Mas, naturalmente, no mundo real, as baterias são sempre reais e sempre têm resistência interna.

Resistências em Série

A Fig. 29-6a mostra três resistências ligadas em série a uma bateria ideal de fem \mathcal{E} . A bateria aplica uma diferença de potencial $V = \mathcal{E}$ mediante a combinação das três resistências.

Dizemos que uma combinação de resistências está em série quando a diferença de potencial aplicada através da combinação é a soma das diferenças de potencial resultantes através de cada uma das resistências.

De acordo com a Fig. 29-6a, equivale a dizer que as correntes através das resistências são iguais.

Procuramos a resistência única R_{eq} que seja equivalente à combinação em série das três resistências da Fig. 29-6a.

Por *equivalente*, queremos dizer que R_{eq} pode substituir a combinação sem variação da corrente i através da combinação ou da diferença de potencial entre a e b . Vamos aplicar a regra das malhas, partindo do terminal a e percorrendo o circuito no sentido horário. Encontramos

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0,$$

ou

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (29-5)$$

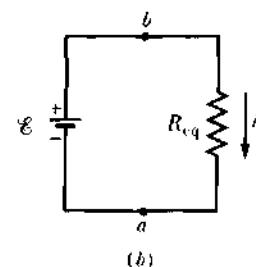
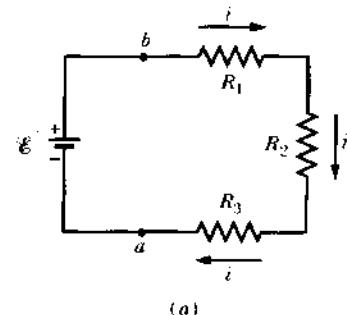


Fig. 29-6 (a) Três resistores são ligados em série entre os pontos a e b . **(b)** Procuramos a resistência equivalente R_{eq} desta combinação.

Para uma resistência única equivalente R_{eq} teríamos (Fig. 29-6b)

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}. \quad (29-6)$$

A comparação das Eqs. 29-5 e 29-6 mostra que

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3.$$

A extensão para n resistências é imediata e vale

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (\text{resistências em série}) \quad (29-7)$$

A comparação com a Eq. 27-19 mostra que as resistências em série seguem a mesma regra que os capacitores em paralelo; para determinarmos o valor equivalente, tanto da capacidade quanto da resistência, para esses arranjos, devemos simplesmente somar os valores individuais.

29-5 Diferenças de Potencial

Muitas vezes, estamos interessados em calcular a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito. Por exemplo, na Fig. 29-5a, qual é a diferença de potencial entre os pontos b e a ? Para determiná-la, vamos partir do ponto b e percorrer o circuito no sentido horário até o ponto a , passando através do resistor R . Sendo V_a e V_b os potenciais em a e b , respectivamente, temos

$$V_b - iR = V_a$$

porque (de acordo com a regra da resistência) verificamos um decréscimo no potencial percorrendo uma resistência no sentido da corrente. Reescrevemos essa equação como

$$V_b - V_a = +iR, \quad (29-8)$$

que nos diz que o ponto b está num potencial maior que o ponto a . Combinando a Eq. 29-8 com a Eq. 29-4, temos

$$V_b - V_a = \mathcal{E} \frac{R}{R+r}, \quad (29-9)$$

onde r é a resistência interna do dispositivo de fem.

Para determinar a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer num circuito, partimos de um ponto e percorremos o circuito até o outro ponto, seguindo qualquer caminho, somando algebricamente as variações de potencial que encontramos.

Vamos calcular novamente $V_b - V_a$, partindo outra vez do ponto b , mas agora seguindo no sentido anti-horário até o ponto a , passando através da bateria. Temos

$$V_b + ir - \mathcal{E} = V_a$$

ou

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - ir.$$

Combinando esta relação com a Eq. 29-4 obtemos novamente a Eq. 29-9.

A grandeza $V_b - V_a$ na Fig. 29-5 é a diferença de potencial entre os terminais da bateria. Vemos da Eq. 29-9 que, como observado anteriormente, $V_b - V_a$ será igual à fem \mathcal{E} da bateria somente se a bateria não tiver resistência interna ($r = 0$) ou se o circuito estiver aberto ($i = 0$).

Suponhamos que na Fig. 29-5, $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$ e $r = 2.0 \Omega$. Nesse caso, vale o potencial entre os terminais da bateria

$$V_b - V_a = 12 \text{ V} \frac{10 \Omega}{10 \Omega + 2.0 \Omega} = 10 \text{ V}.$$

Ao “bombar” carga através dela mesma, a bateria (por meio de reações eletroquímicas) realiza um trabalho por unidade de carga de 12 J/C ou 12 V . Entretanto, por causa da resistência interna da bateria, a variação na energia potencial por unidade de carga é somente de 10 J/C , ou 10 V .

EXEMPLO 29-1 Qual é a corrente no circuito da Fig. 29-7a? As fms e as resistências têm os seguintes valores:

$$\mathcal{E}_1 = 2.1 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 4.4 \text{ V},$$

$$r_1 = 1.8 \Omega, \quad r_2 = 2.3 \Omega, \quad R = 5.5 \Omega.$$

Solução As duas baterias estão ligadas de tal modo que elas se opõem uma à outra, mas \mathcal{E}_2 , como é maior que \mathcal{E}_1 , controla o sentido da corrente no circuito, que é anti-horário. A regra das malhas, aplicada no sentido horário, a partir de a , nos dá

$$-\mathcal{E}_2 + ir_2 + iR + ir_1 + \mathcal{E}_1 = 0. \quad (29-10)$$

Podemos verificar que o mesmo resultado é obtido aplicando-se a regra das malhas no sentido anti-horário ou partindo-se de outro ponto que não a . Devemos também comparar esta equação, termo por termo, com a Fig. 29-7b, que mostra graficamente as variações de potencial.

Resolvendo a Eq. 29-10 para a corrente i , obtemos

$$\begin{aligned} i &= \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2} \\ &= \frac{4.4 \text{ V} - 2.1 \text{ V}}{5.5 \Omega + 1.8 \Omega + 2.3 \Omega} \\ &= 0.2396 \text{ A} \approx 240 \text{ mA}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Não é necessário conhecermos de antemão o sentido da corrente. Para mostrarmos isso, vamos supor que a corrente na Fig. 29-7a tenha senti-

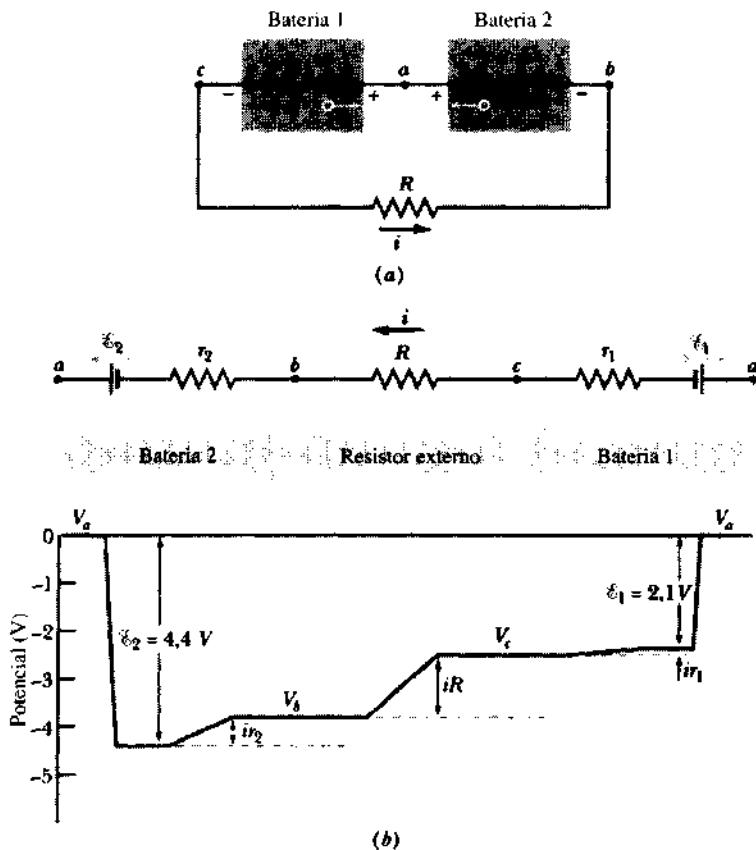


Fig. 29-7 Exemplos 29-1 e 29-2. (a) Um circuito de malha única contendo duas baterias reais e um resistor. As baterias se opõem uma a outra; isto é, elas tendem a enviar a corrente através do resistor em sentidos opostos. O sentido efetivo da corrente é anti-horário. (b) Um gráfico dos potenciais encontrados ao percorrer este circuito no sentido horário a partir do ponto *a*, tomando-se, arbitrariamente, o potencial em *a* igual a zero. Como a bateria 2 é percorrida a partir do terminal de maior potencial para o terminal de menor potencial, contra a corrente, o potencial diminui de \mathcal{E}_2 e aumenta de iR_2 . Como o resistor *R* é percorrido contra a corrente, o potencial aumenta de iR . Como a bateria 1 é percorrida a partir do terminal de menor potencial para o terminal de maior potencial, contra a corrente, o potencial aumenta de ir_1 e de \mathcal{E}_1 .

do horário, ou seja, contrário ao sentido da seta de corrente na Fig. 29-7a. A regra das malhas nos daria, então (partindo de *a* no sentido horário),

$$-\mathcal{E}_2 - ir_2 - iR - ir_1 + \mathcal{E}_1 = 0$$

ou

$$i = -\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2}.$$

Substituindo-se os valores numéricos (dados acima) obtemos $i = -240$ mA para a corrente. O sinal de subtração nos indica que o sentido da corrente é oposto ao que foi considerado inicialmente.

Em circuitos mais complexos, contendo muitas malhas e ramos, é muitas vezes impossível sabermos, de antemão, os sentidos corretos das correntes em todas as partes do circuito. O que fazemos, então, é escolher arbitrariamente os sentidos das correntes em cada ramo. Se o valor obtido para uma certa corrente for positivo, o sentido escolhido estará correto; se o valor obtido for negativo, o sentido correto da corrente será oposto ao escolhido. Em todos os casos, o valor absoluto encontrado para a corrente estará correto.

EXEMPLO 29-2 a. Qual é a diferença de potencial entre os terminais da bateria 2 na Fig. 29-7a?

Solução Vamos partir do ponto *b* (efetivamente o terminal negativo da bateria 2) e atravessar a bateria 2 até o ponto *a* (efetivamente o

terminal positivo), anotando as variações de potencial. Encontramos que

$$V_b - ir_2 + \mathcal{E}_2 = V_a,$$

que nos dá

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= -ir_2 + \mathcal{E}_2 \\ &= -(0.2396 \text{ A})(2.3 \Omega) + 4.4 \text{ V} \\ &= +3.84 \text{ V} \approx 3.8 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a diferença de potencial (3.8 V) entre os terminais da bateria 2 é menor que a fem (4.4 V) desta bateria. Quando a corrente dentro de uma bateria real vai do terminal negativo para o terminal positivo, como na bateria 2, a diferença de potencial entre os terminais é menor do que a fem da bateria.

Podemos verificar esse resultado partindo do ponto *b* na Fig. 29-7a e percorrendo o circuito no sentido horário até o ponto *a*. Para este caminho diferente encontramos

$$V_b + iR + ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

ou

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= i(R + r_1) + \mathcal{E}_1 \\ &= (0.2396 \text{ A})(5.5 \Omega + 1.8 \Omega) + 2.1 \text{ V} \\ &= +3.84 \text{ V} \approx 3.8 \text{ V}, \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

exatamente como antes. A diferença de potencial entre dois pontos tem o mesmo valor para todos os caminhos que ligam esses pontos.

b. Qual é a diferença de potencial entre os terminais da bateria 1 na Fig. 29-7a?

Solução Vamos partir do ponto *c* (o terminal negativo da bateria 1) e atravessá-la até o ponto *a* (o terminal positivo), anotando as variações de potencial. Encontramos

$$V_c + i r_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

ou

$$\begin{aligned} V_a - V_c &= i r_1 + \mathcal{E}_1 \\ &= (0.2396 \text{ A})(1.8 \Omega) + 2.1 \text{ V} \\ &= +2.5 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a diferença de potencial (2,5 V) entre os terminais da bateria 1 é maior do que a fém (2,1 V) desta bateria. Quando a corrente dentro de uma bateria real vai do terminal positivo para o terminal negativo, como na bateria 1, a diferença de potencial entre os terminais é maior do que a fém da bateria.

A carga está sendo forçada através da bateria 1 no sentido oposto àquele em que seria enviada se a bateria estivesse atuando sozinha. Se a bateria 1 fosse uma bateria recarregável, ela estaria sendo carregada à expensas da bateria 2.

29-6 Circuitos de Malhas Múltiplas

A Fig. 29-8 mostra um circuito contendo duas malhas. Para simplificar, desprezamos as resistências internas das baterias, isto é, vamos supô-las ideais. Neste circuito existem dois nós, *b* e *d*, e três ramos que os ligam — o da esquerda (*bad*), o da direita (*bcd*) e o central (*bd*). Quais são as correntes nos três ramos?

Denotemos essas correntes por i_1 , i_2 e i_3 , como é mostrado na figura. A corrente i_1 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo *bad*. Analogamente, i_2 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo da direita e i_3 é a corrente através do ramo central. Os sentidos das correntes foram escolhidos arbitrariamente. Estudando os sinais das fems na Fig. 29-8, concluiremos que a corrente no ramo central deveria apontar para cima e não para baixo, conforme foi traçado. Escolhemos deliberadamente o sentido incorreto para mostrar como a álgebra corrigirá automaticamente tais suposições erradas.

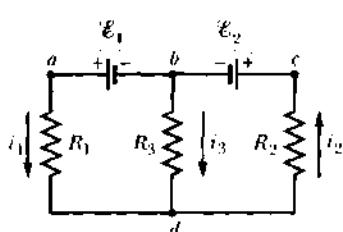


Fig. 29.8 Um circuito de duas malhas. Procuramos as correntes nos três ramos.

Consideremos o nó *d*. Como a carga é levada para o nó pelas correntes que chegam i_1 e i_3 e é retirada do nó pela corrente que sai i_2 , não há aumento nem diminuição de carga no nó. Tal condição significa que

$$i_1 + i_3 = i_2. \quad (29-11)$$

Pode-se facilmente verificar que a aplicação dela ao nó *b* leva exatamente à mesma equação.⁷ A Eq. 29-11 sugere um princípio geral:

REGRA DOS NÓS: A soma das correntes que chegam a qualquer nó deve ser igual à soma das correntes que saem daquele nó.

Esta regra, bastante conhecida como *regra dos nós de Kirchhoff*, é simplesmente uma declaração da conservação da carga. Assim sendo, nossas ferramentas básicas para resolver circuitos complexos são a *regra das malhas*, que se fundamenta na conservação da energia, e a *regra dos nós*, baseada na conservação da carga.

A Eq. 29-11 nos dará qualquer uma das correntes se conhecermos as outras duas. Para resolvêrmos o problema, precisamos de mais informações e para isso aplicamos a regra das malhas. Percorrendo-se a malha da esquerda da Fig. 29-8 no sentido anti-horário, partindo do ponto *b*, ela nos dá

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0. \quad (29-12)$$

Analogamente, para a malha da direita, partindo também do ponto *b*, obtemos

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0. \quad (29-13)$$

As Eqs. 29-11, 29-12 e 29-13 envolvem as três correntes como variáveis. Resolvendo para as três incógnitas, após um pouco de álgebra, encontramos

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1(R_2 + R_3) - \mathcal{E}_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad (\text{ramo esquerdo}). \quad (29-14)$$

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 R_3 - \mathcal{E}_2(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad (\text{ramo central}). \quad (29-15)$$

$$i_3 = -\frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad (\text{ramo direito}) \quad (29-16)$$

(Não se esqueça das demais etapas algébricas.)

A Eq. 29-16 mostra que a corrente i_3 terá um sinal de negativo, não importando quais sejam os valores numéri-

⁷ Podemos mostrar que, para um circuito com n nós, existem somente $n - 1$ equações independentes de nós. Neste caso, $n = 2$, de modo que só existe uma equação independente, a Eq. 29-11.

cos das resistências e das fems. Assim — como já sabíamos — o sentido correto desta corrente é oposto ao mostrado na Fig. 29-8. As correntes i_1 e i_2 podem ter qualquer sentido, dependendo dos valores numéricos das resistências e das fems.

TÁTICAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: ERROS ALGÉBRICOS

Quando deduzimos um conjunto complexo de equações tais como as Eqs. 29-14, 29-15 e 29-16, existe a possibilidade de termos cometido erros de álgebra. Podemos testar as equações verificando se elas conduzem a resultados esperados em casos especiais simples. Um desses casos aparece fazendo-se $R_1 = \infty$, o que corresponde a retirar o resistor central do circuito. O circuito torna-se, então, um circuito de malha única e as Eqs. 29-14, 29-15 e 29-16, predizem que

$$i_1 = i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} \quad \text{e} \quad i_3 = 0.$$

Estes resultados são os que esperávamos. Quantos outros casos especiais simples podem ser identificados?

TÁTICA 2: VARIÁVEIS E EQUAÇÕES INDEPENDENTES

Podemos, também, aplicar a regra das malhas a uma malha maior consistindo no circuito inteiro *abcd*a da Fig. 29-8. Para essa malha, a regra nos dá

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - i_2 R_2 - i_1 R_1 = 0,$$

que nada mais é que a soma das Eqs. 29-12 e 29-13. Portanto, a malha maior não dá origem a uma nova equação independente. Resolvendo-se circuitos de malhas múltiplas, jamais encontraremos equações independentes em um número maior que o de variáveis, não importando quantas vezes seja aplicada a regra das malhas e a regra dos nós.

Resistências em Paralelo

A Fig. 29-9a mostra três resistências ligadas em paralelo a uma bateria ideal de fem \mathcal{E} . A bateria aplica uma diferença de potencial $V = \mathcal{E}$ através de cada resistor nessa combinação em paralelo.

Dizemos que uma combinação de resistências está em paralelo quando a diferença de potencial resultante através de cada uma das resistências é igual à diferença de potencial aplicada através da combinação.

Procuramos a resistência única R_{eq} que seja equivalente a esta combinação em paralelo; R_{eq} será, então, a resistência que pode substituir a combinação sem variação da corrente i através da combinação ou da diferença de potencial V aplicada através da combinação.

As correntes nos três ramos da Fig. 29-9a são

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}, \quad \text{e} \quad i_3 = \frac{V}{R_3},$$

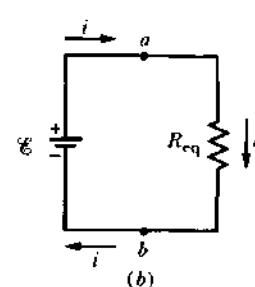
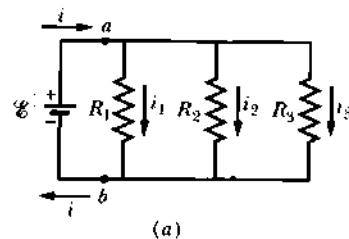


Fig. 29-9 (a) Três resistores ligados em paralelo através dos pontos *a* e *b*. (b) Procuramos a resistência equivalente R_{eq} desta combinação.

onde V é a diferença de potencial entre *a* e *b*. Aplicando-se a regra dos nós no ponto *a*, encontramos

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (29-17)$$

Substituindo-se a combinação em paralelo pela resistência equivalente R_{eq} (Fig. 29-9b), temos

$$i = \frac{V}{R_{eq}}. \quad (29-18)$$

A comparação das Eqs. 29-17 e 29-18 nos dá

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (29-19)$$

Estendendo este resultado para o caso de n resistências, temos

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (\text{n resistências em paralelo}). \quad (29-20)$$

Para o caso de duas resistências, a resistência equivalente é o produto delas dividido pela sua própria soma. Isto é,

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) R_1 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) R_2.$$

Tabela 29-1
Resistores e Capacitores em Série e em Paralelo

	Série	Paralelo
Resistores	$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$ Eq. 29-7 A mesma corrente percorre todos os resistores	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$ Eq. 29-20 A mesma diferença de potencial através de todos os resistores
Capacitores	$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j$ Eq. 27-20 A mesma carga em todos os capacitores	$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j$ Eq. 27-19 A mesma diferença de potencial através de todos os capacitores

Se accidentalmente a resistência equivalente for calculada como sendo a soma dividida pelo produto, imediatamente será notado um resultado dimensionalmente incorreto.

Note que, em virtude de as frações nos parênteses acima serem menores do que a unidade, a resistência equivalente é menor do que qualquer uma das duas resistências da combinação. Não é difícil concluir que tal situação é válida para qualquer número de resistências ligadas em paralelo. Note também que a fórmula para resistências em paralelo tem forma idêntica à da fórmula para capacitores em série (Eq. 27-20). A Tabela 29-1 resume as relações para resistências e capacitores em série e em paralelo.

EXEMPLO 29-3 A Fig. 29-10 mostra um circuito cujos elementos têm os seguintes valores:

$$\mathcal{E}_1 = 2.1 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 6.3 \text{ V},$$

$$R_1 = 1.7 \Omega, \quad R_2 = 3.5 \Omega.$$

As três baterias são ideais.

a. Determine a corrente em cada um dos ramos do circuito.

Solução Os sentidos das correntes na figura foram escolhidos arbitrariamente. Aplicando-se a regra dos nós no ponto *a*, encontramos

$$i_3 = i_1 + i_2. \quad (29-21)$$

Agora, partindo do ponto *a* e percorrendo a malha da esquerda no sentido anti-horário, encontramos

$$-i_1 R_1 - \mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + \mathcal{E}_2 + i_2 R_2 = 0,$$

que nos dá

$$2i_1 R_1 - i_2 R_2 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1. \quad (29-22)$$

Percorrendo-se a malha da direita no sentido horário, a partir de *a*, encontramos

$$+i_3 R_1 - \mathcal{E}_2 + i_3 R_1 + \mathcal{E}_2 + i_2 R_2 = 0,$$

que nos dá

$$i_2 R_2 + 2i_3 R_1 = 0. \quad (29-23)$$

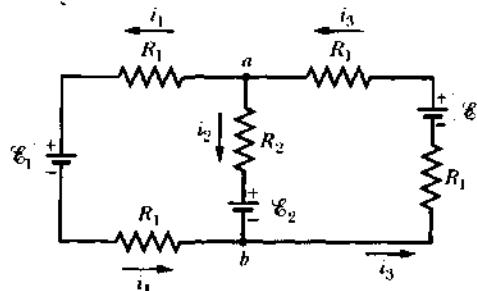


Fig. 29-10 Exemplo 29-3. Um circuito de duas malhas. Quais são as correntes nos três ramos? Qual é a diferença de potencial entre os pontos *a* e *b*?

As Eqs. 29-21, 29-22 e 29-23 são três equações independentes envolvendo as três variáveis i_1 , i_2 e i_3 . Resolvendo-as para estas variáveis, obtemos, fazendo uso da álgebra,

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)(2R_1 + R_2)}{4R_1(R_1 + R_2)} \\ &= \frac{(6.3 \text{ V} - 2.1 \text{ V})(2 \times 1.7 \Omega + 3.5 \Omega)}{(4)(1.7 \Omega)(1.7 \Omega + 3.5 \Omega)} \\ &= 0.82 \text{ A.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

$$\begin{aligned} i_2 &= -\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{2(R_1 + R_2)} \\ &= -\frac{6.3 \text{ V} - 2.1 \text{ V}}{(2)(1.7 \Omega + 3.5 \Omega)} = -0.40 \text{ A,} \quad (\text{Resposta}) \\ i_3 &= \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)(R_2)}{4R_1(R_1 + R_2)} \\ &= \frac{(6.3 \text{ V} - 2.1 \text{ V})(3.5 \Omega)}{(4)(1.7 \Omega)(1.7 \Omega + 3.5 \Omega)} = 0.42 \text{ A (Resposta)} \end{aligned}$$

Os sinais das correntes nos dizem que arbitramos corretamente os sentidos de i_1 e i_3 , mas que erramos quanto ao sentido de i_2 ; ela deverá apontar para cima e não para baixo no ramo central do circuito da Fig. 29-10.

b. Qual é a diferença de potencial entre os pontos *a* e *b* no circuito da Fig. 29-10?

Solução Temos, usando o sentido (errado) para i_2 , mostrado na figura,

$$V_a - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = V_b.$$

Reescrevendo a equação acima e substituindo o valor negativo errado (-0.40 A) para i_2 , encontramos

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= \mathcal{E}_2 + i_2 R_2 \\ &= 6.3 \text{ V} + (-0.40 \text{ A})(3.5 \Omega) \\ &= +4.9 \text{ V.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Se tivéssemos usado o sentido correto (para cima) e o valor positivo (0.40 A) para i_2 , obteríamos exatamente o mesmo resultado. (Verifique-o!) O resultado positivo nos diz que o potencial de *a* é maior do que o de *b*. A partir do estudo do circuito, isto é o que deveríamos esperar porque to-

das as três baterias têm seus terminais positivos voltados para o topo da figura.

EXEMPLO 29-4 A Fig. 29-11a mostra um cubo feito de 12 resistores, cada um deles de resistência R . Determine a resistência equivalente R_{12} desta combinação quando os terminais de um dispositivo de fem são ligados aos pontos 1 e 2.

Solução Embora este problema possa ser abordado por métodos de “força bruta” usando as regras das malhas e dos nós, a simetria das ligações sugere que deve haver um método mais simples. A chave para isto é que, partindo apenas de considerações de simetria, os pontos 3 e 6 devem ter o mesmo potencial, assim como os pontos 4 e 5.

Quando num circuito dois pontos têm o mesmo potencial, as correntes no circuito não mudarão se os ligarmos por um fio. Não existirá corrente no fio porque não existe diferença de potencial entre os seus

extremos. Então, do ponto de vista da eletricidade, os pontos 3 e 6 formam um único ponto, assim como os pontos 4 e 5.

Tal fato nos permite redesenhar o cubo, como na Fig. 29-11b. A partir deste ponto, é simplesmente uma questão de reduzirmos o circuito entre os terminais de entrada a um único resistor, usando para isso as regras para resistores em série e em paralelo. Na Fig. 29-11c, começamos trocando cinco combinações de resistores em paralelo por seus equivalentes, cada um deles de resistência $R/2$.

Na Fig. 29-11d, somamos os três resistores que estão em série na malha da direita, obtendo-se uma única resistência equivalente de $2R$. Na Fig. 29-11e, substituímos os dois resistores que agora formam a malha da direita por um único resistor equivalente:

$$R_{eq} = \frac{(\frac{1}{2}R)(2R)}{\frac{1}{2}R + 2R} = \frac{1}{3}R$$

Na Fig. 29-11f, somamos os três resistores em série da Fig. 29-11e, obtendo-se $7R/5$; e na Fig. 29-11g, reduzimos esta combinação em paralelo à resistência única que procurávamos, ou seja,

$$R_{12} = \frac{(R)(\frac{7}{5}R)}{R + \frac{7}{5}R} = \frac{7}{12}R. \quad (\text{Resposta})$$

Pode-se também usar este método para determinar a resistência equivalente R_{13} do cubo quando os terminais do dispositivo de fem são ligados aos pontos 1 e 3 da diagonal de uma face, e a resistência equivalente R_{17} quando os terminais são ligados aos pontos 1 e 7 da diagonal do cubo.

EXEMPLO 29-5 O peixe elétrico gera corrente por meio de células biológicas chamadas de *eletroplacas*, que são dispositivos fisiológicos de fem. As eletroplacas na enguia sul-americana, mostrada na fotografia de abertura deste capítulo, estão dispostas em 140 fileiras, estendidas horizontalmente ao longo do corpo. Cada uma delas contém 5.000 eletroplacas. O arranjo é sugerido na Fig. 29-12a; cada eletroplaça tem uma fem \mathcal{E} de 0,15 V e uma resistência interna r de 0,25 Ω.

a. Sabendo-se que a resistência da água é $R_a = 800 \Omega$, que corrente a enguia pode enviar através da água, desde as proximidades de sua cabeça até sua cauda?

Solução Para responder, simplificamos o circuito da Fig. 29-12a, inicialmente considerando uma única fileira. A fem total \mathcal{E}_f ao longo de uma fileira de 5.000 eletroplacas é a soma das fems:

$$\mathcal{E}_f = 5.000\mathcal{E} = (5.000)(0.15 \text{ V}) = 750 \text{ V.}$$

A resistência total R_f ao longo de uma fileira é a soma das resistências internas:

$$R_f = 5.000r = (5.000)(0.25 \Omega) = 1.250 \Omega.$$

Podemos, agora, representar cada uma das 140 fileiras idênticas como tendo uma única fem \mathcal{E}_f e uma única resistência R_f (Fig. 29-12b).

Na Fig. 29-12b, a fem entre o ponto a e o ponto b sobre qualquer fileira é $\mathcal{E}_f = 750 \text{ V}$. Porque as fileiras são idênticas e porque todas elas estão ligadas ao ponto b no lado esquerdo da Fig. 29-12b, todos os pontos b nesta figura estão no mesmo potencial elétrico. Desse modo, podemos considerá-las ligadas como se existisse um único ponto b . A fem entre o ponto a e este único ponto b é $\mathcal{E}_f = 750 \text{ V}$, assim podemos desenhar o circuito como mostrado na Fig. 29-12c.

Entre os pontos b e c na Fig. 29-12c, 140 resistências de $R_f = 1.250 \Omega$ estão em paralelo. A resistência equivalente R_{eq} desta combinação é dada pela Eq. 29-20 como

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{140} \frac{1}{R_j} = 140 \frac{1}{R_f},$$

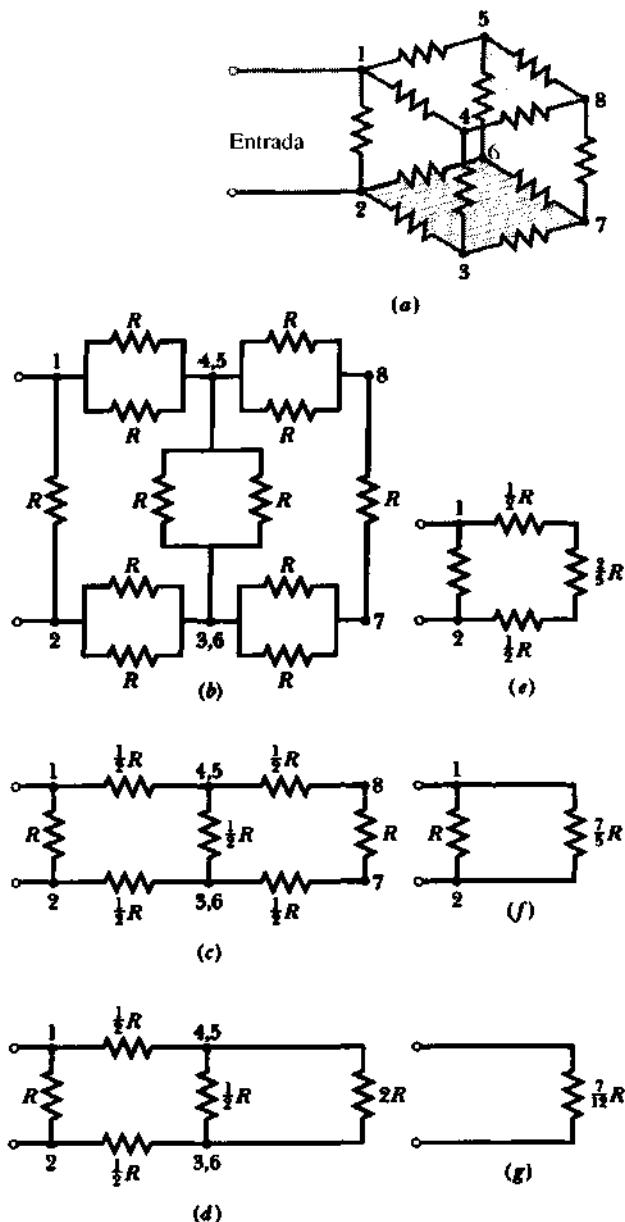


Fig. 29-11 Exemplo 29-4. (a) Um cubo feito de 12 resistores idênticos. As outras figuras mostram como reduzi-los a uma única resistência equivalente.

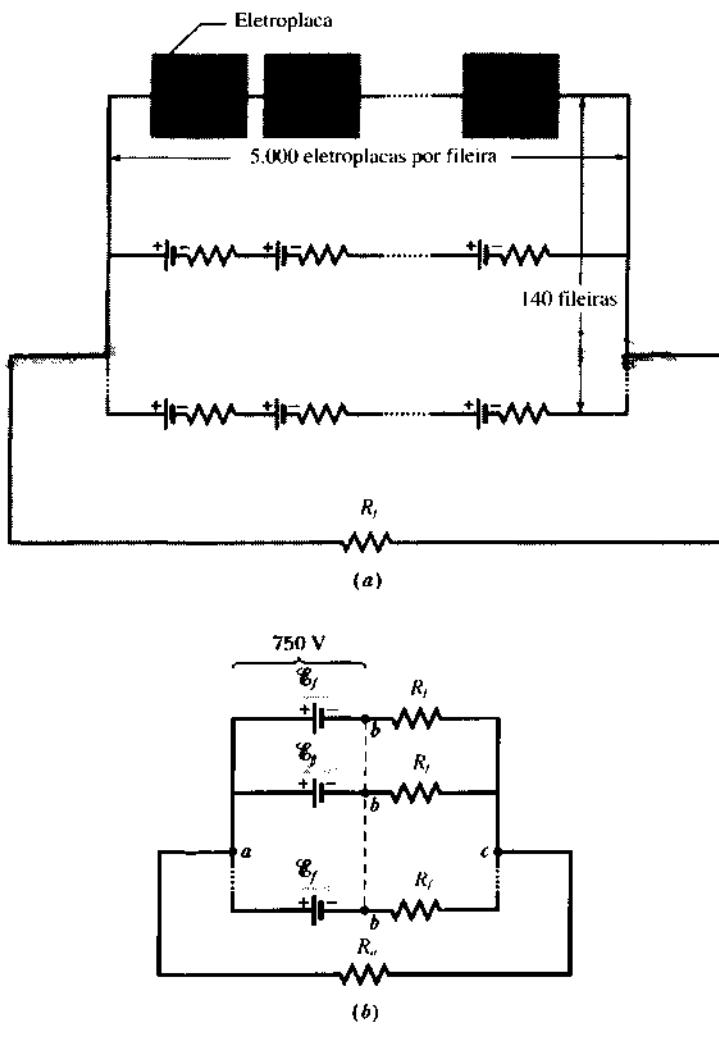


Fig. 29-12 (a) Um modelo do circuito elétrico de uma enguia na água. Cada eletroplaca da enguia tem uma fem \mathcal{E}_f e uma resistência interna R_f . Ao longo de cada uma das 140 fileiras que se estendem da cabeça até o rabo da enguia, existem 5.000 eletroplacas. (b) A fem total \mathcal{E}_f e a resistência R_f de cada fileira. (c) A fem entre os pontos a e b é \mathcal{E}_f . Entre os pontos b e c estão 140 resistências R_f em paralelo. (d) O circuito simplificado, com R_{eq} substituindo a combinação em paralelo.

ou

$$R_{eq} = \frac{R_f}{140} = \frac{1.250 \Omega}{140} = 8.93 \Omega.$$

Substituindo a combinação em paralelo por R_{eq} , obtemos o circuito simplificado da Fig. 29-12d. Aplicando a regra das malhas a este circuito, temos

$$\mathcal{E}_f - iR_a - iR_{eq} = 0.$$

Resolvendo para i e substituindo os dados conhecidos, encontramos

$$i = \frac{\mathcal{E}_f}{R_a + R_{eq}} = \frac{750 \text{ V}}{800 \Omega + 8.93 \Omega} = 0.927 \text{ A} \approx 0.93 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

b. Que corrente i percorre cada fileira da Fig. 29-12a?

Solução Uma vez que as fileiras são idênticas, a corrente i , calculada antes, se divide entre elas:

$$i_f = \frac{i}{140} = \frac{0.927 \text{ A}}{140} = 6.6 \times 10^{-5} \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a corrente através de cada fileira é pequena, cerca de duas ordens de grandeza menor do que a corrente através da água. Isso significa que a enguia não sofre atordoamento ou morre quando atordoa ou mata um peixe.

29-7 Instrumentos de Medidas Elétricas

Vários instrumentos de medidas elétricas envolvem circuitos que podem ser analisados pelos métodos apresentados neste capítulo. Vamos discutir três deles.

1. O amperímetro. Um instrumento usado para medir correntes é chamado de *amperímetro*. Para medir a corrente

num fio, usualmente é necessário cortar o fio e inserir o amperímetro para que a corrente a ser medida passe através do medidor. Veja a Fig. 29-13.

É necessário que a resistência R_A do amperímetro seja muito pequena em comparação com as outras resistências do circuito. De outro modo, a simples presença do medidor mudará a corrente a ser medida. No circuito da Fig. 29-13, a condição imposta, supondo que o voltímetro não esteja ligado, é

$$R_A \ll (r + R_1 + R_2).$$

2. O voltímetro. Um instrumento usado para medir diferenças de potencial é chamado de *voltímetro*. Para determinarmos a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer de um circuito, ligamos os terminais do voltímetro entre esses pontos, sem interromper o circuito (Fig. 29-13).

É necessário que a resistência R_V do voltímetro seja muito grande em comparação com a resistência do elemento do circuito a que o voltímetro esteja ligado. De outro modo, o medidor por si mesmo constituirá um importante elemento do circuito, que alterará a diferença de potencial a ser medida. Na Fig. 29-13, a condição imposta é

$$R_V \gg R_1$$

Freqüentemente, um único medidor é formado de tal modo que, por meio de uma chave, ele pode servir tanto como amperímetro como voltímetro — e usualmente também como um *ohmímetro*, destinado a medir a resistência de qualquer elemento ligado entre seus terminais. Tal unidade versátil é chamada de *multímetro*.

3. O potenciômetro. Um *potenciômetro* é um dispositivo usado para medir uma fem \mathcal{E}_x , desconhecida, comparando-a com uma fem \mathcal{E} , padrão.

A Fig. 29-14 mostra seus rudimentos. A resistência que se estende desde a até e é um resistor de alta precisão, com um contato deslizante mostrado na posição d . A resistência R na figura é a resistência entre os pontos a e d .

Quando o instrumento é usado, um dispositivo de fem produzindo \mathcal{E}_x é inicialmente colocado na posição \mathcal{E} e o contato deslizante é ajustado até que a corrente i seja nula.

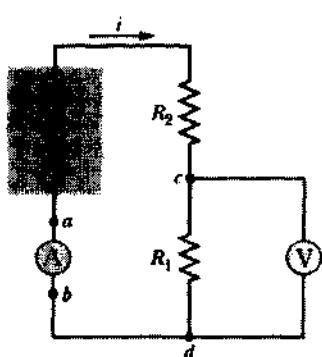


Fig. 29-13 Um circuito de malha única, mostrando como ligar um amperímetro (A) e um voltímetro (V).

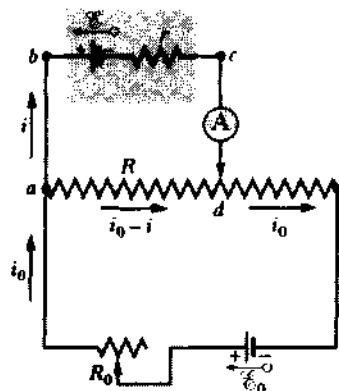


Fig. 29-14 Os rudimentos de um potenciômetro, usado para comparar fems.

conforme é observado no amperímetro sensível A. Dizemos, então, que o potenciômetro está *equilibrado*, o valor de R no equilíbrio sendo R_x . Em tal condição de equilíbrio, temos, considerando a malha *abcd*

$$\mathcal{E}_x = i_0 R_x. \quad (29-24)$$

Como $i = 0$ no ramo *abcd*, a resistência interna r da fonte padrão de fem não entra na Eq. 29-24.

O dispositivo produzindo \mathcal{E}_x é colocado no lugar de \mathcal{E} , e o potenciômetro é novamente equilibrado, agora na resistência R_x . A corrente i_0 permanece inalterada e a nova condição de equilíbrio é

$$\mathcal{E}_x = i_0 R_x \quad (29-25)$$

Das Eqs. 29-24 e 29-25 temos, então

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}, \frac{R_x}{R_s}. \quad (29-26)$$

Assim, podemos encontrar a fem desconhecida em termos da fem conhecida fazendo dois ajustamentos do resistor de precisão. Na prática, os potenciômetros são unidades convenientemente montadas, contendo uma *célula padrão* que, depois de calibrada no “National Institute of Standards and Technology” ou em outro lugar, serve como *padrão de referência* \mathcal{E} , conveniente. Dispositivos para fazer a troca entre as fms padrão e as desconhecidas também são incorporados. O contato deslizante usualmente se move sobre uma escala em que podemos ler diretamente o valor da fem desconhecida, sem precisarmos fazer o cálculo exigido pela Eq. 29-26.

29-8 Circuitos RC

Nas seções anteriores tratamos somente de circuitos em que as correntes não variavam com o tempo. Nesta seção começamos uma discussão de correntes variáveis no tempo.

Carregando um Capacitor

O capacitor de capacidade C na Fig. 29-15 está inicialmente descarregado. Para carregá-lo, giramos a chave S de modo que ela faça contato no ponto a , colocando uma bateria ideal de fem \mathcal{E} num circuito série RC com o capacitor e uma resistência R . De que modo a corrente i no circuito varia com o tempo enquanto o capacitor está sendo carregado?

Para responder, vamos aplicar a regra das malhas ao circuito, percorrendo-o no sentido horário a partir da bateria. Temos

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0.$$

onde q/C é a diferença de potencial entre as placas do capacitor (veja a Eq. 27-1), a placa superior estando no potencial mais alto. Tanto q como i variarão com o tempo. Rearranjamos esta equação como

$$iR + \frac{q}{C} = \mathcal{E}. \quad (29-27)$$

Não podemos resolver imediatamente a Eq. 29-27 porque ela contém duas variáveis, a corrente i e a carga q . Entretanto, essas variáveis não são independentes, mas estão relacionadas por

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Substituindo tal relação na Eq. 29-27, encontramos

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \quad (\text{equação de carga}) \quad (29-28)$$

Esta é a equação diferencial que descreve a variação com o tempo da carga q do capacitor na Fig. 29-15. Nossa tarefa é determinar a função $q(t)$ que satisfaça, não somente a esta equação como também a exigência de que o capacitor esteja inicialmente descarregado. Tal exigência, a saber, que $q = 0$ em $t = 0$, é típica das *condições iniciais* que geralmente impomos em equações diferenciais.

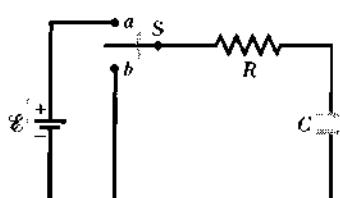


Fig. 29-15 Quando a chave S é fechada em a , o capacitor C é carregado através do resistor R . Quando a chave é posteriormente fechada em b , o capacitor descarrega através de R .

Embora não seja difícil resolver a Eq. 29-28, apresentaremos, aqui, simplesmente a solução, que é

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{capacitor carregando}), \quad (29-29)$$

Note que a Eq. 29-29 satisfaz a condição inicial $q = 0$ para $t = 0$. A derivada de $q(t)$ é

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right) e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor carregando}). \quad (29-30)$$

Substituindo q (Eq. 29-29) e i (Eq. 29-30) na Eq. 29-28, a equação diferencial se reduz a uma identidade, como o estudante pode verificar. Assim sendo, fica provado que a Eq. 29-29 é uma solução da Eq. 29-28.

Podemos medir $q(t)$ experimentalmente medindo uma grandeza proporcional a ela, a saber, V_C , a diferença de potencial através do capacitor. Da Eq. 29-29 temos

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (29-31)$$

Analogamente, podemos medir $i(t)$ medindo V_R , a diferença de potencial através do resistor. Da Eq. 29-30 temos

$$V_R = iR = \mathcal{E}e^{-t/RC}. \quad (29-32)$$

A Fig. 29-16 mostra os gráficos de V_C e de V_R . Note que em qualquer instante a soma de V_C e V_R é igual a \mathcal{E} , como exige a Eq. 29-27.

A Constante de Tempo

O produto RC que aparece nas Eqs. 29-29 e 29-30 tem dimensão de tempo (porque o expoente naquelas equações deve ser adimensional). RC é chamado de **constante de tempo capacitiva** do circuito e é representada pelo símbolo τ . Ela é igual ao tempo necessário para que a carga do

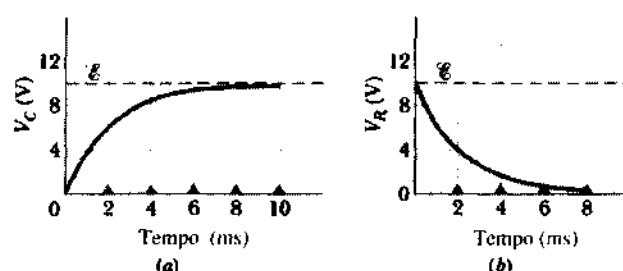


Fig. 29-16 (a) Um gráfico da Eq. 29-31 que reflete o crescimento da carga do capacitor da Fig. 29-15. (b) Um gráfico da Eq. 29-32 que reflete o decréscimo da corrente de carga no circuito da Fig. 29-15. As curvas são traçadas para $R = 2.000 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$ e $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$; os triângulos em negrito representam intervalos sucessivos de uma constante de tempo.

capacitor atinja uma fração ($1 - e^{-1}$) ou aproximadamente 63% de seu valor final (de *equilíbrio*). Para mostrarmos isto, substituimos $t = RC$ na Eq. 29-29. Encontramos

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0.63 C\mathcal{E}.$$

Como $C\mathcal{E}$ é a carga de equilíbrio do capacitor, correspondente a $t \rightarrow \infty$ na Eq. 29-29, provamos a asserção feita.

O Processo de Carga

É bastante fácil obterem-se equações, como as Eqs. 29-29 e 29-30, mesmo sem um entendimento físico real do que está acontecendo. Por esse motivo, vamos examinar o processo de carga num circuito *RC* qualitativa e fisicamente, tendo em mente que o circuito sempre obedece à regra das malhas.

Quando a chave S na Fig. 29-15 é inicialmente fechada em *a*, não há carga no capacitor e, consequentemente, não existe nenhuma diferença de potencial entre suas placas. Assim sendo, a aplicação da regra das malhas mostra que a diferença de potencial através do resistor é igual à fem \mathcal{E} da bateria e a corrente que percorre o resistor é \mathcal{E}/R .

Tais resultados estão corretos *somente* no instante do estabelecimento da corrente, porque depois começam a aparecer cargas sobre as placas do capacitor e uma diferença de potencial q/C passa a existir entre suas placas. De acordo com a regra das malhas, sabemos que, durante esse processo de carga, a diferença de potencial no resistor deve diminuir, porque a soma das diferenças de potencial através do resistor e do capacitor é uma constante igual à fem \mathcal{E} da bateria. À medida que a diferença de potencial através do resistor vai diminuindo, a corrente que o percorre vai desaparecendo.

Essas variações no resistor, o crescimento de carga e da diferença de potencial no capacitor, continuam até que o capacitor esteja plenamente carregado. Com “plenamente carregado” queremos dizer que a diferença de potencial através do capacitor torna-se igual à fem \mathcal{E} da bateria que o carrega. Não há, então, nenhuma corrente no circuito.

Descarga do Capacitor

Suponha agora que o capacitor da Fig. 29-15 está plenamente carregado sob a diferença de potencial da bateria. Num novo instante $t = 0$ a chave S é girada de *a* para *b* de modo que o capacitor C possa *descarregar* através do resistor R . Como a corrente de descarga, nesse circuito de malha única, varia com o tempo?

A Eq. 29-28 continua válida, exceto que, agora, não existe mais um dispositivo de fem no circuito. Fazendo $\mathcal{E} = 0$ nesta equação, encontramos

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{equação de descarga}). \quad (29-33)$$

A solução desta equação diferencial é

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor descarregando}), \quad (29-34)$$

onde q_0 (= $C\mathcal{E}$, no nosso caso) é a carga inicial do capacitor. Pode-se verificar por substituição que a Eq. 29-34 é de fato a solução da Eq. 29-33.

A constante de tempo capacitiva RC governa o processo de descarga bem como o processo de carga. No instante $t = RC$ a carga do capacitor está reduzida a $C\mathcal{E}e^{-1}$, equivalente a 37% de sua carga inicial.

A corrente durante a descarga é obtida derivando-se a Eq. 29-34 e vale

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = -i_0 e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor descarregando}), \quad (29-35)$$

Aqui, $i_0 = q_0/RC$ é a intensidade da corrente inicial i_0 , correspondente a $t = 0$. Este é um resultado razoável porque a diferença de potencial através do capacitor plenamente carregado é igual a \mathcal{E} . O sinal negativo mostra que a corrente de descarga tem o sentido oposto ao da corrente de carga, como era de se esperar.

EXEMPLO 29-6 Um capacitor de capacidade C está descarregando através de uma resistência R .

- a. Em termos da constante de tempo $\tau = RC$, em que instante sua carga será a metade de seu valor inicial?

Solução A carga do capacitor varia de acordo com a Eq. 29-34

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

onde q_0 é a carga inicial. Queremos determinar o instante t em que $q = q_0/2$, ou seja,

$$\frac{1}{2}q_0 = q_0 e^{-t/RC}.$$

Cancelando q_0 e tomando o logaritmo de cada lado, encontramos

$$\ln \frac{1}{2} = -\frac{t}{RC}$$

ou

$$t = (-\ln \frac{1}{2})RC = 0.69RC = 0.69\tau. \quad (\text{Resposta})$$

- b. Em que instante a energia armazenada no capacitor será a metade de seu valor inicial?

Solução A energia armazenada no capacitor, de acordo com a Eq. 27-21, vale

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/RC} = U_0 e^{-2t/RC},$$

onde U_0 é a energia inicial armazenada. Queremos determinar o instante em que $U = U_0/2$, ou seja,

$$\frac{1}{2}U_0 = U_0 e^{-2t/RC}.$$

Cancelando U_0 e tomando o logaritmo de cada lado, obtemos

$$\ln \frac{1}{2} = -2t/RC$$

ou

$$t = -RC \frac{\ln \frac{1}{2}}{2} = 0.35RC = 0.35\tau \quad (\text{Resposta})$$

Leva mais tempo (0.69τ versus 0.35τ) para a carga cair à metade de seu valor inicial do que para a energia armazenada cair à metade de seu valor inicial. Tal resultado é surpreendente?

EXEMPLO 29-7 A constante de tempo τ do circuito mostrado na Fig. 29-17a é claramente RC .

a. Qual é a constante de tempo do circuito mostrado na Fig. 29-17b?

Solução A resistência equivalente é $2R$ e a capacitância equivalente é $C/2$ de modo que

$$\tau = (2R)(\frac{1}{2}C) = RC, \quad (\text{Resposta})$$

exatamente como no circuito da Fig. 29-17a.

b. Qual é a constante de tempo do circuito mostrado na Fig. 29-17c?

Solução A resistência equivalente é $R/2$ e a capacitância equivalente é $2C$ de modo que, outra vez,

$$\tau = (\frac{1}{2}R)(2C) = RC. \quad (\text{Resposta})$$

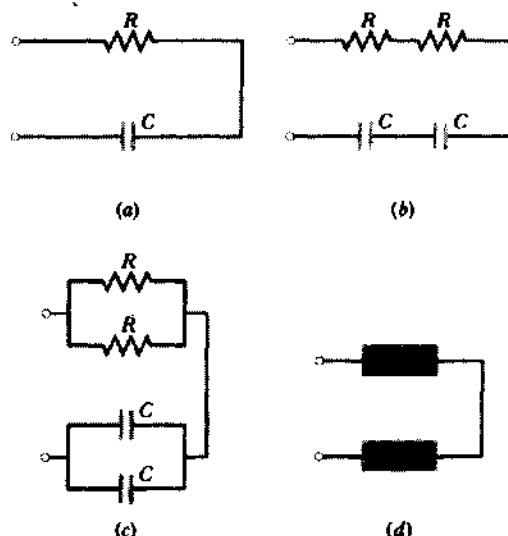


Fig. 29-17 Exemplo 29-7. A constante de tempo capacitiva de todos os circuitos é RC .

Estes resultados evidenciam a natureza recíproca das fórmulas para a combinação de resistores e capacitores em série e em paralelo; veja a Tabela 29-1. A constante de tempo do circuito generalizado da Fig. 29-17d também será RC , desde que a caixa marcada com R tenha qualquer configuração que seja de resistores idênticos e a caixa marcada com C tenha a mesma configuração de capacitores idênticos.

¹ Esta generalização nos foi mostrada pelo Professor Andrew L. Gardner.

RESUMO

Fem

Um dispositivo de fem realiza trabalho sobre as cargas para manter uma diferença de potencial entre seus terminais de saída. Sendo dW o trabalho realizado pelo dispositivo para forçar a carga positiva dq a se mover do terminal negativo para o terminal positivo, então, a fem (trabalho por unidade de carga) do dispositivo é

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}). \quad (29-1)$$

O volt é a unidade SI da fem bem como da diferença de potencial. Um dispositivo ideal de fem é aquele que não possui resistência interna. A diferença de potencial entre seus terminais é igual à fem. Um dispositivo real de fem tem resistência interna. A diferença de potencial entre seus terminais será igual à fem somente no caso em que não houver corrente através do dispositivo.

Seguem dois métodos, empregados na análise de circuitos, que são suficientemente gerais de modo que podem ser usados não só em circuitos deste capítulo, mas também em situações mais complexas que surgirão posteriormente:

Método da Energia A energia líquida total fornecida por um dispositivo de fem deve ser equilibrada pela energia dissipada pelo circuito ou pela energia armazenada no circuito.

Método do Potencial A diferença de potencial entre dois pontos quaisquer de um circuito é a soma algébrica das variações de potencial en-

contradas ao percorrermos o circuito de um ponto ao outro, ao longo de qualquer caminho.

A variação de potencial ao percorrermos um resistor no sentido da corrente é $-iR$; no sentido oposto é $+iR$. A variação de potencial ao percorrermos um dispositivo de fem no sentido da seta da fem é \mathcal{E} ; no sentido oposto é $-\mathcal{E}$.

O método do potencial nos leva à regra das malhas:

Regra das Malhas A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de uma malha fechada de qualquer circuito deve ser nula.

A conservação de carga nos dá a regra dos nós:

Regra dos Nós A soma das correntes que chegam a qualquer nó deve ser igual à soma das correntes que saem daquele nó.

A corrente em um circuito de malha única contendo uma única resistência R e um dispositivo de fem cuja fem é \mathcal{E} e a resistência interna é r é dada por

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (29-4)$$

que se reduz a $i = \mathcal{E}/R$ para um dispositivo ideal de fem com $r = 0$.

Elementos em Série

Resistências estão em **série** quando a soma de suas diferenças de potencial individuais é igual à diferença de potencial aplicada através da combinação. A resistência equivalente da combinação em série é

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (\text{n resistências em série}). \quad (29-7)$$

Outros elementos do circuito podem estar também ligados em série.

Elementos em Paralelo

Resistências estão em **paralelo** quando suas diferenças de potencial individuais são iguais à diferença de potencial aplicada. A resistência equivalente da combinação em paralelo é

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (\text{n resistências em paralelo}). \quad (29-20)$$

Outros elementos do circuito podem estar também ligados em paralelo.

Circuitos RC

Quando uma fem \mathcal{E} é aplicada a uma resistência R e uma capacitância C em série, como na Fig. 29-15 com a chave em *a*, a carga do capacitor aumenta de acordo com

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{capacitor carregando}), \quad (29-29)$$

onde $C\mathcal{E} = q_0$ é a carga de equilíbrio e $RC = \tau$ é a **constante de tempo capacitiva** do circuito. Durante o processo de carga a corrente é

$$i = \frac{dq}{dt} = (\mathcal{E}/R)e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor carregando}). \quad (29-30)$$

Quando um capacitor descarrega através de uma resistência R , a carga do capacitor decai de acordo com

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor descarregando}) \quad (29-34)$$

Durante a descarga, a corrente é

$$i = \frac{dq}{dt} = -(q_0/RC)e^{-t/RC} \quad (\text{capacitor descarregando}). \quad (29-35)$$

QUESTIONÁRIO

1. Na Fig. 29-3, discuta que mudanças ocorreriam se aumentássemos a massa m de uma quantidade tal que o "motor" invertesse seu sentido e se tornasse um "gerador", isto é, uma sede de fem.
2. Descubra um método para medir a fem e a resistência interna de uma bateria.
3. Como poderíamos calcular $V_b - V_a$ na Fig. 29-5a, seguindo um caminho de *a* até *b* que não pertencesse ao circuito condutor?
4. Uma lâmpada de 120 V que opera a 25 W acende normalmente quando ligada através de um conjunto de baterias. Uma lâmpada de 120 V que opera a 500 W quando ligada através do mesmo conjunto, acende fracamente. Explique por quê.
5. Em que circunstâncias a diferença de potencial entre os terminais de uma bateria pode exceder à fem da bateria?
6. A regra das malhas é baseada no princípio da conservação da energia e a regra dos nós no princípio de conservação da carga. Explique exatamente como tais regras estão baseadas nesses princípios.
7. Em que circunstâncias será necessário ligarmos resistores em paralelo? E em série?
8. Em que circunstâncias será necessário ligarmos baterias em paralelo? E em série?
9. Qual é a diferença entre uma fem e uma diferença de potencial?
10. As regras dos nós e das malhas podem ser aplicadas a um circuito contendo um capacitor?
11. Mostre que o produto RC nas Eqs. 29-29 e 29-30 tem dimensão de tempo, isto é, que 1 segundo = 1 ohm \times 1 farad.
12. Quando um capacitor, um resistor e uma bateria são ligados em série, a carga que o capacitor armazena não é afetada pela resistência do resistor. A que propósito, então, o resistor satisfaz?
13. Explique por que, no Exemplo 29-6, a energia cai à metade de seu valor inicial mais rapidamente do que a carga.
14. O tempo necessário para que a carga de um capacitor, num circuito RC , cresça até uma certa fração de seu valor de equilíbrio depende do valor da fem aplicada?
15. Um capacitor está ligado aos terminais de uma bateria. As cargas que consequentemente aparecem nas placas do capacitor dependem da resistência interna da bateria?
16. Descubra uma maneira de utilizar um circuito RC para a medida de resistências muito altas.
17. Na Fig. 29-15, suponha que a chave *S* esteja fechada em *a*. Explique, tendo em vista o fato de o terminal negativo da bateria não estar ligado à resistência R , por que a corrente inicial em R deverá ser \mathcal{E}/R , como previsto pela Eq. 29-30.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 29-2 Trabalho, Energia e Fem

- 1E.** (a) Que quantidade de trabalho uma bateria ideal, com uma fem de 12,0 V, realiza sobre um elétron que atravessa do terminal positivo para o terminal negativo? (b) Sabendo-se que $3,4 \times$

10^{18} elétrons atravessam a bateria por segundo, qual é a sua potência?

- 2E.** Uma corrente de 5,0 A é mantida num circuito por uma bateria recarregável cuja fem é de 6,0 V, durante 6,0 min. De que quantidade diminui a energia química da bateria?

3E. Uma bateria comum de lanterna pode fornecer cerca de 2,0 W·h de energia antes que ela se esgote. (a) Sabendo-se que uma bateria custa 80 centavos de dólar, qual será o custo de operação de uma lâmpada de 100 W durante 8,0 h, usando baterias? (b) Qual será o custo se a energia for fornecida pela companhia elétrica a 12 centavos de dólar por kW·h?

4P. Uma determinada bateria de automóvel cuja fem é de 12 V tem uma carga inicial de 120 A·h. Supondo que a diferença de potencial entre seus terminais permaneça constante até que a bateria esteja completamente descarregada, por quantas horas ela poderá fornecer energia na taxa de 100 W?

Seção 29-5 Diferenças de Potencial

5E. Na Fig. 29-18, $\mathcal{E}_1 = 12\text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 8\text{ V}$. (a) Qual é o sentido da corrente no resistor? (b) Que bateria está realizando trabalho positivo? (c) Que ponto, *A* ou *B*, está no potencial mais alto?

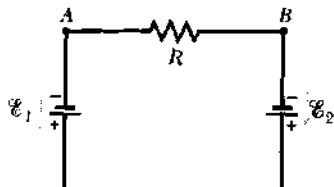


Fig. 29-18 Exercício 5.

6E. Um fio de resistência $5,0\ \Omega$ está ligado a uma bateria cuja fem \mathcal{E} é de $2,0\text{ V}$ e a resistência interna é de $1,0\ \Omega$. Em $2,0\text{ min}$ (a) que quantidade de energia é transferida da forma química para a forma elétrica? (b) Que quantidade de energia aparece no fio como energia térmica? (c) Explique a diferença encontrada nas respostas dos itens (a) e (b).

7E. Na Fig. 29-5a considere $\mathcal{E} = 2,0\text{ V}$ e $r = 100\ \Omega$. Faça os gráficos (a) da corrente e (b) da diferença de potencial através de R , como funções de R na faixa de 0 até $500\ \Omega$. Marque os valores de R para os dois gráficos sobre um mesmo eixo. (c) Faça um terceiro gráfico multiplicando as ordenadas dos dois primeiros para os mesmos valores de R . Qual é o significado físico desse gráfico?

8E. Suponha que as baterias na Fig. 29-19 tenham resistências internas desprezíveis. Determine (a) a corrente no circuito, (b) a potência dissipada em cada resistor e (c) a potência de cada bateria e se a energia é fornecida ou absorvida por ela.

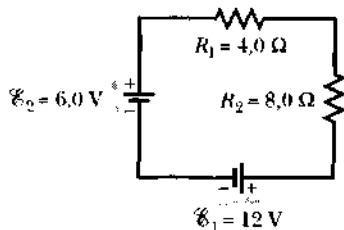


Fig. 29-19 Exercício 8.

9E. Uma bateria de automóvel com uma fem de 12 V e uma resistência interna de $0,040\ \Omega$ está sendo carregada com uma corrente de 50 A . (a) Qual é a diferença de potencial entre seus terminais? (b) A que taxa a energia está sendo dissipada como calor na bateria? (c) A que taxa a

energia elétrica está sendo convertida em energia química? (d) Quais são as respostas dos itens (a) e (b) quando a bateria é usada para suprir 50 A para o motor de arranque?

10E. Na Fig. 29-20, quando o potencial no ponto *P* é de 100 V , qual é o potencial no ponto *Q*?

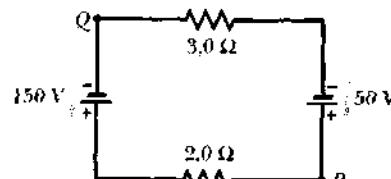


Fig. 29-20 Exercício 10.

11E. Na Fig. 29-21, o trecho de circuito *AB* absorve 50 W de potência quando é percorrido por uma corrente $i = 1,0\text{ A}$ no sentido indicado. (a) Qual é a diferença de potencial entre *A* e *B*? (b) O elemento *C* não tem resistência interna. Qual é a sua fem? (c) Qual é a sua polaridade?

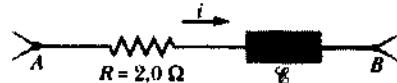


Fig. 29-21 Exercício 11.

12E. Na Fig. 29-6a calcule a diferença de potencial através de R_2 , supondo $\mathcal{E} = 12\text{ V}$, $R_1 = 3,0\ \Omega$, $R_2 = 4,0\ \Omega$ e $R_3 = 5,0\ \Omega$.

13E. Na figura 29-7a calcule a diferença de potencial entre *a* e *c* considerando um caminho que contenha R , r_2 e \mathcal{E}_2 . (Veja o Exemplo 29-2).

14E. O indicador de gasolina de um automóvel é mostrado esquematicamente na Fig. 29-22. O indicador (do painel) tem uma resistência de $10\ \Omega$. O tanque é simplesmente um flutuador ligado a um resistor variável que tem uma resistência de $140\ \Omega$ quando o tanque está vazio, $20\ \Omega$ quando ele está cheio e varia linearmente com o volume de gasolina. Determine a corrente no circuito quando o tanque está (a) vazio; (b) metade cheio; (c) cheio.

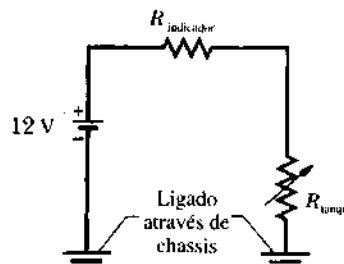


Fig. 29-22 Exercício 14.

15P. (a) Na Fig. 29-23, que valor deve ter R para que a corrente no circuito seja de $1,0\text{ mA}$? Considere $\mathcal{E}_1 = 2,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 3,0\text{ V}$ e $r_1 = r_2 = 3,0\ \Omega$. (b) Com que taxa a energia térmica aparece em R ?

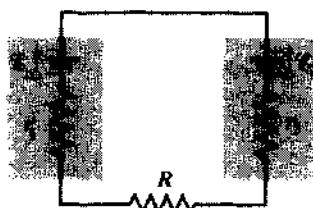


Fig. 29-23 Problema 15.

16P. Deseja-se produzir calor na taxa de 10 W ligando-se um resistor de $0,10\ \Omega$ a uma bateria cuja fem é de 1,5 V. (a) Que diferença de potencial deve existir através do resistor? (b) Qual deve ser a resistência interna da bateria?

17P. A corrente num circuito de malha única com uma resistência R é de 5,0 A. Quando uma nova resistência de $2,0\ \Omega$ é introduzida em série no circuito, a corrente cai para 4,0 A. Qual é o valor de R ?

18P. Um dispositivo de fem \mathcal{E} fornece potência a uma linha de transmissão cuja resistência é R . Determine a razão entre a potência dissipada na linha para $\mathcal{E} = 110.000\text{ V}$ e a potência dissipada para $\mathcal{E} = 110\text{ V}$, considerando que a potência fornecida seja a mesma nos dois casos.

19P. O motor de arranque de um automóvel está virando lentamente e o mecânico terá de decidir se troca o motor, o cabo ou a bateria. O manual do fabricante diz que a bateria de 12 V não pode ter mais que $0,020\ \Omega$ de resistência interna, o motor não mais que $0,200\ \Omega$ de resistência e o cabo não mais que $0,040\ \Omega$ de resistência. O mecânico liga o motor e mede 11,4 V através da bateria, 3,0 V através do cabo e uma corrente de 50 A. Qual é a parte defeituosa?

20P. Duas baterias tendo a mesma fem \mathcal{E} nas diferentes resistências internas r_1 e r_2 ($r_1 > r_2$) estão ligadas em série a uma resistência externa R . (a) Determine o valor de R que produz uma diferença de potencial igual a zero entre os terminais de uma das baterias. (b) Que bateria é essa?

21P. Uma célula solar gera uma diferença de potencial de 0,10 V quando um resistor de $500\ \Omega$ está ligado a ela, e uma diferença de potencial de 0,15 V quando o resistor for de $1.000\ \Omega$. Quais são (a) a resistência interna e (b) a fem da célula solar? (c) A área da célula é de $5,0\text{ cm}^2$ e a taxa por unidade de área em que ela recebe energia luminosa é $2,0\text{ mW/cm}^2$. Qual é a eficiência da célula para converter a energia luminosa em energia térmica no resistor externo de $1.000\ \Omega$?

22P. (a) Na Fig. 29-5a, mostre que a taxa na qual a energia é dissipada em R como energia térmica é um máximo quando $R = r$. (b) Mostre que esta potência máxima vale $P = \mathcal{E}^2 / 4r$.

23P. Os condutores A e B , tendo comprimentos iguais de $40,0\text{ m}$ e diâmetros iguais de $2,60\text{ mm}$, estão ligados em série. Uma diferença de potencial de $60,0\text{ V}$ é aplicada entre as extremidades do fio composto. As resistências dos fios valem $0,127$ e $0,729\ \Omega$, respectivamente. Determine (a) a densidade de corrente em cada fio e (b) a diferença de potencial através de cada fio. (c) Identifique os materiais dos fios. Veja a Tabela 28-1.

24P. Uma bateria de fem $\mathcal{E} = 2,00\text{ V}$ e resistência interna $r = 0,500\ \Omega$ está movendo um motor. O motor está levantando um peso de $2,00\text{ N}$ à velocidade escalar constante $v = 0,500\text{ m/s}$. Supondo que não haja perda de energia, determine (a) a corrente i no circuito e (b) a diferença de potencial V entre os terminais do motor. (c) Discuta o fato de existirem duas soluções para este problema.

25P. Um resistor de temperatura estável é construído ligando-se um resistor feito de silício em série a um outro feito de ferro. Se a resistên-

cia total necessária fosse de $1.000\ \Omega$ para uma larga faixa de temperaturas em torno de 20°C , quais seriam as resistências dos dois resistores? Veja a Tabela 28-1.

Seção 29-6 Circuitos de Múltiplas Malhas

26E. Quatro resistores de $18,0\ \Omega$ estão ligados em paralelo através de uma bateria ideal cuja fem é de $25,0\text{ V}$. Qual é a corrente que percorre a bateria?

27E. Deseja-se produzir uma resistência total de $3,00\ \Omega$ ligando-se uma resistência desconhecida a uma resistência de $12,0\ \Omega$. Qual deve ser o valor da resistência desconhecida e como deve ser ela ligada?

28E. Usando somente dois resistores, separadamente, em série ou em paralelo, desejamos obter resistências de $3,0$, $4,0$, 12 e $16\ \Omega$. Quais são os valores das duas resistências?

29E. Na Fig. 29-24 determine a corrente em cada resistor e a diferença de potencial entre a e b . Considere $\mathcal{E}_1 = 6,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 5,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_3 = 4,0\text{ V}$, $R_1 = 100\ \Omega$ e $R_2 = 50\ \Omega$.

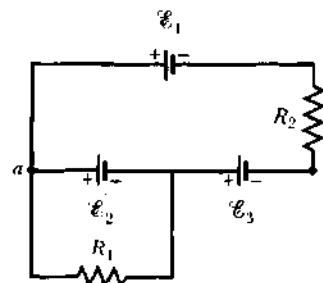


Fig. 29-24 Exercício 29.

30E. A Fig. 29-25 mostra um circuito contendo três chaves, indicadas por S_1 , S_2 e S_3 . Determine a corrente que passa por a para todas as combinações possíveis das chaves. Considere $\mathcal{E} = 120\text{ V}$, $R_1 = 20,0\ \Omega$ e $R_2 = 10,0\ \Omega$. Suponha que a bateria não tenha resistência.

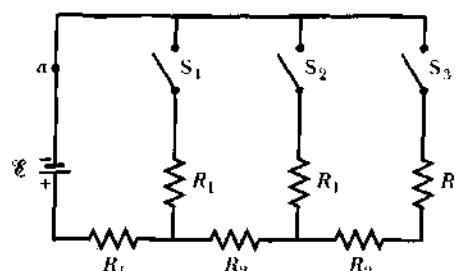


Fig. 29-25 Exercício 30.

31E. Na Fig. 29-26, determine a resistência equivalente entre os pontos (a) A e B , (b) A e C e (c) B e C .

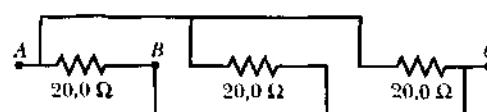


Fig. 29-26 Exercício 31.

32E. Na Fig. 29-27, determine a resistência equivalente entre os pontos D e E.

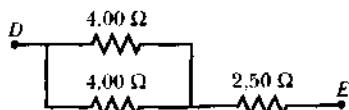


Fig. 29-27 Exercício 32.

33E. Duas lâmpadas, uma de resistência R_1 e a outra de resistência R_2 , $R_1 > R_2$, estão ligadas a uma bateria (a) em paralelo e (b) em série. Que lâmpada brilha mais (dissipa mais energia) em cada caso?

34E. Na Fig. 29-8, calcule a diferença de potencial entre os pontos c e d por todos os caminhos possíveis. Suponha que $\mathcal{E}_1 = 4.0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1.0\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$ e $R_3 = 5.0\ \Omega$.

35E. Nove fios de cobre de comprimento l e diâmetro d estão ligados em paralelo formando um único condutor composto de resistência R . Qual deverá ser o diâmetro D de um único fio de cobre de comprimento l , para que ele tenha a mesma resistância?

36E. Uma linha de força de 120 V é protegida por um fusível de 15 A . Qual é o número máximo de lâmpadas de 500 W que podem operar, simultaneamente, em paralelo, nessa linha sem “queimar” o fusível?

37E. Um circuito contém cinco resistores ligados a uma bateria cuja fem é de 12 V , conforme é mostrado na Fig. 29-28. Qual é a diferença de potencial através do resistor de $5.0\ \Omega$?

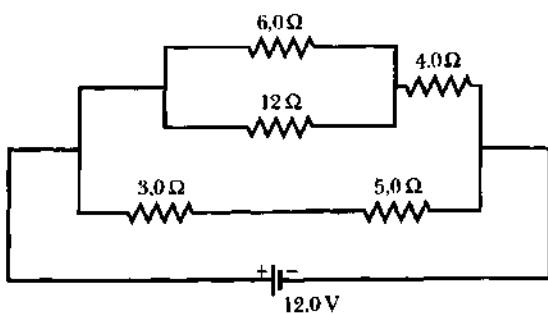


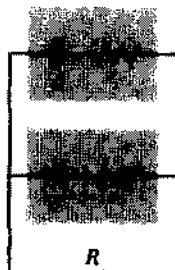
Fig. 29-28 Exercício 37.

38P. Dois resistores, R_1 e R_2 , podem ser ligados tanto em série quanto em paralelo por meio de uma bateria ideal cuja fem é \mathcal{E} . Desejamos que a taxa de dissipação de energia elétrica da combinação em paralelo seja cinco vezes a da combinação em série. Sendo $R_1 = 100\ \Omega$, qual deve ser o valor de R_2 ? (Sugestão: Existem duas respostas.)

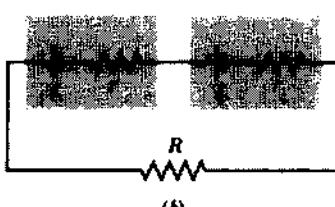
39P. Dispõe-se de um certo número de resistores de $10\ \Omega$, cada um deles sendo capaz de dissipar somente 1.0 W . Que número mínimo de tais resistores precisamos dispor numa combinação série-paralelo, a fim de obtermos um resistor de $10\ \Omega$ capaz de dissipar pelo menos 5.0 W ?

40P. Duas baterias de fem \mathcal{E} e resistência interna r estão ligadas em paralelo através de um resistor R , como na Fig. 29-29a. (a) Para que valor de R a taxa de dissipação de energia elétrica pelo resistor é máxima? (b) Qual é a taxa máxima de dissipação de energia?

41P. Dispõe-se de duas baterias de fem \mathcal{E} e resistência interna r . Elas podem ser ligadas em paralelo (Fig. 29-29a) ou em série (Fig. 29-29b) e são usadas para estabelecer uma corrente num resistor R . (a) Obtenha as expressões da corrente em R para ambos os tipos de ligação. Qual das ligações produz a maior corrente (b) quando $R > r$ e (c) quando $R < r$?



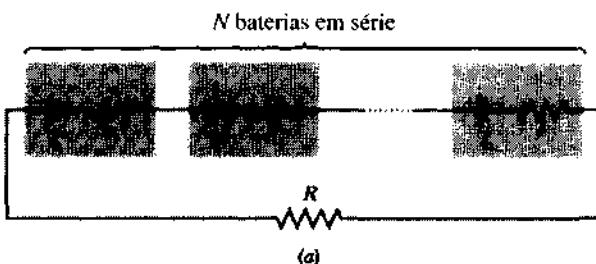
(a)



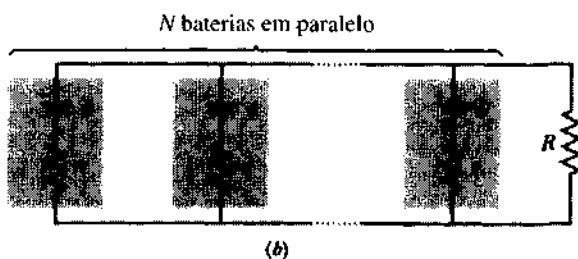
(b)

Fig. 29-29 Problemas 40 e 41.

42P. Um grupo de N baterias idênticas de fem \mathcal{E} e resistência interna r podem ser todas ligadas em série (Fig. 29-30a) ou todas em paralelo (Fig. 29-30b) com um resistor R . Mostre que, para $R = r$, as duas montagens darão a mesma corrente em R .



(a)



(b)

Fig. 29-30 Problema 42.

43P. (a) Calcule a corrente que atravessa cada uma das baterias ideais da Fig. 29-31. Suponha que $R_1 = 1.0\ \Omega$, $R_2 = 2.0\ \Omega$, $\mathcal{E}_1 = 2.0\text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = 4.0\text{ V}$. (b) Calcule $V_a - V_b$.

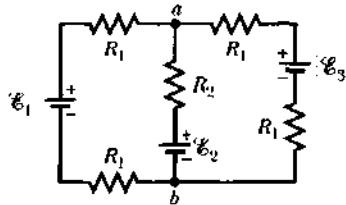


Fig. 29-31 Problema 43.

44P. Numa lâmpada de três vias de 120 V regulada para 100, 200 e 300 W, um dos filamentos se queima. Depois disso, a lâmpada opera sem alterar as intensidades correspondentes às posições mais baixa e mais alta da chave, porém não opera na posição do meio. (a) De que modo os filamentos estão ligados às três posições da chave? (b) Calcular as resistências dos filamentos.

45P. (a) Na Fig. 29-32, qual é a resistência equivalente do circuito elétrico mostrado? (b) Qual é a corrente em cada resistor? Faça $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 50\ \Omega$, $R_4 = 75\ \Omega$ e $E = 6,0\ \text{V}$; suponha que a bateria é ideal.

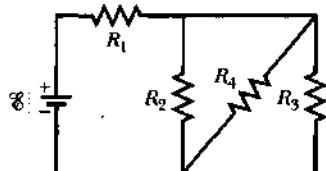


Fig. 29-32 Problema 45.

46P. Na Fig. 29-33, $E_1 = 3,00\ \text{V}$, $E_2 = 1,00\ \text{V}$, $R_1 = 5,00\ \Omega$, $R_2 = 2,00\ \Omega$, $R_3 = 4,00\ \Omega$ e as duas baterias são ideais. (a) Qual é a taxa de dissipação de energia em R_1 ? Em R_2 ? Em R_3 ? (b) Qual é a potência da bateria 1? E da bateria 2?

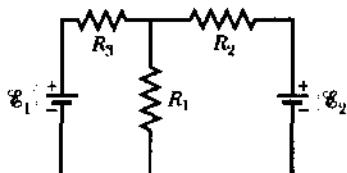


Fig. 29-33 Problema 46.

47P. No circuito da Fig. 29-34, para que valor de R a bateria ideal transferirá energia aos resistores (a) na taxa de 60,0 W, (b) na taxa máxima possível e (c) na taxa mínima possível? (d) Para os itens (b) e (c), quais são os valores das taxas?

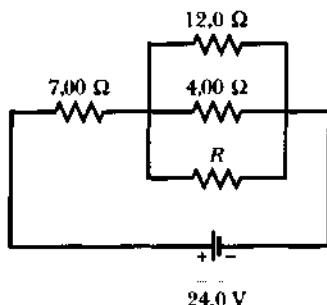


Fig. 29-34 Problema 47.

48P. No circuito da Fig. 29-35, E tem um valor constante mas R pode variar. Determine o valor de R que resulta no aquecimento máximo daquele resistor. A bateria é ideal.

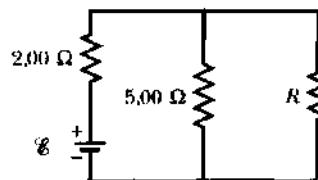


Fig. 29-35 Problema 48.

49P. Na Fig. 29-36, determine a resistência equivalente entre os pontos (a) F e H e (b) F e G.

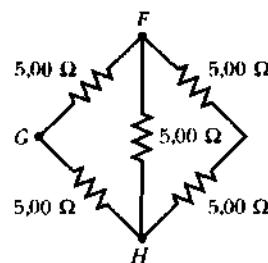


Fig. 29-36 Problema 49.

50P. Um fio de cobre de raio $a = 0,250\ \text{mm}$ tem uma capa de alumínio de raio externo $b = 0,380\ \text{mm}$. (a) O fio composto é percorrido por uma corrente $i = 2,00\ \text{A}$. Usando a Tabela 28-1, calcular a corrente em cada material. (b) Sabendo-se que uma diferença de potencial $V = 12,0\ \text{V}$, entre as extremidades, mantém a corrente, qual é o comprimento do fio composto?

51P. A Fig. 29-37 mostra uma bateria ligada a um resistor uniforme R . Um contato deslizante pode percorrer o resistor desde $x = 0$, à esquerda, até $x = 10\ \text{cm}$, à direita. Determine uma expressão para a potência dissipada no resistor R como função de x . Faça o gráfico da função para $E = 50\ \text{V}$, $R = 2.000\ \Omega$ e $R_0 = 100\ \Omega$.

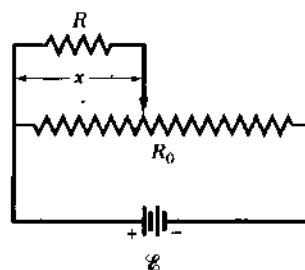


Fig. 29-37 Problema 51.

52P. A Fig. 29-11a mostra 12 resistores, cada um de resistência R , formando um cubo. (a) Determine R_{12} , a resistência equivalente entre as extremidades da diagonal de uma face. (b) Determine R_{17} , a resistência equivalente entre as extremidades da diagonal do cubo. (Veja o Exemplo 29-4.)

Seção 29-7 Instrumentos de Medidas Elétricas

53E. Um simples ohmímetro é feito ligando-se uma bateria de lanterna de 1,50 V em série com uma resistência R e um amperímetro que lê desde 0 até 1,00 mA, como é mostrado na Fig. 29-39. R é ajustado de modo que, ao fazer-se contato direto entre os “clips”, o ponteiro sofra deflexão sobre a escala completa (de 1,00 mA). Que resistência externa ligada entre os clips resultaria na deflexão de (a) 10%, (b) 50% e (c) 90% da escala completa? (d) Sabendo-se que a resistência do amperímetro vale 20.0Ω e que a resistência interna da bateria é desprezível, qual é o valor de R ?

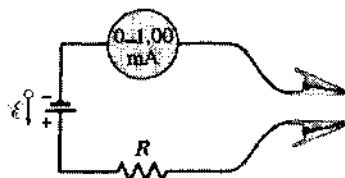


Fig. 29-38 Exercício 53.

54E. Para o controle manual, sensível, da corrente num circuito, podemos usar uma combinação em paralelo de resistores variáveis, do tipo contato deslizante, como mostra a Fig. 29-39. Suponhamos que a resistência total R_A do resistor A seja 20 vezes a resistência total R_B do resistor B . (a) Que procedimento deveríamos usar para ajustar a corrente ao valor desejado? (b) Por que a combinação em paralelo é melhor que um único resistor variável?

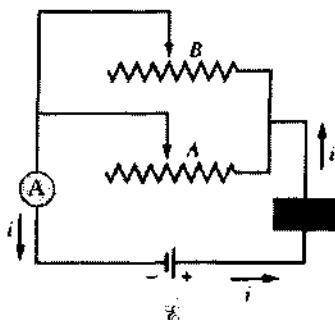


Fig. 29-39 Exercício 54.

55P. (a) Na Fig. 29-40, determine qual será a leitura do amperímetro, supondo $\epsilon = 5,0$ V (para a bateria ideal), $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 4,0 \Omega$ e $R_3 = 6,0 \Omega$. (b) O amperímetro e a fonte de fem são agora permutados. Mostre que a leitura do amperímetro permanece inalterada.

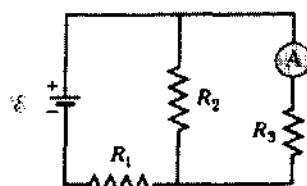


Fig. 29-40 Problema 55.

56P. Qual é a corrente, em termos de ϵ e R , indicada pelo amperímetro da Fig. 29-41? Suponha que a resistência do amperímetro seja nula e que a bateria seja ideal.

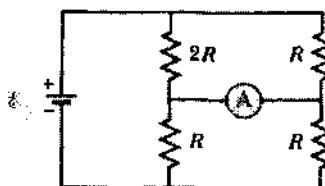


Fig. 29-41 Problema 56.

57P. Quando as luzes de um automóvel são ligadas, um amperímetro em série com elas indica 10 A e um voltímetro ligado através delas indica 12 V. Veja a Fig. 29-42. Quando o motor de arranque é ligado, a indicação do amperímetro cai para 8,0 A e as luzes se ofusciam um pouco. Sabendo-se que a resistência interna da bateria é de $0,050 \Omega$ e que a do amperímetro é desprezível, quais são (a) a fem da bateria e (b) a corrente que percorre o motor de arranque quando as luzes estão acendidas?

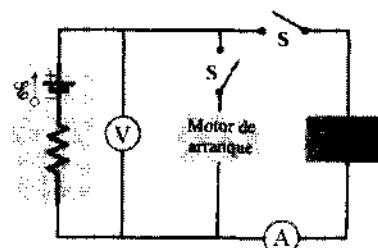


Fig. 29-42 Problema 57.

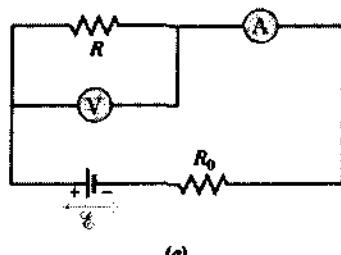
58P. Na Fig. 29-13, suponha que $\epsilon = 3,0$ V, $r = 100 \Omega$, $R_1 = 250 \Omega$ e $R_2 = 300 \Omega$. Sabendo-se que a resistência do voltímetro é $R_V = 5,0 \text{ k}\Omega$, que erro percentual é cometido na leitura da diferença de potencial através de R_1 ? Ignore a presença do amperímetro.

59P. Na Fig. 29-13, suponha que $\epsilon = 5,0$ V, $r = 2,0 \Omega$, $R_1 = 5,0 \Omega$ e $R_2 = 4,0 \Omega$. Sabendo-se que a resistência do amperímetro é $R_A = 0,10 \Omega$, que erro percentual é cometido na leitura da corrente? Suponha que o voltímetro não esteja presente.

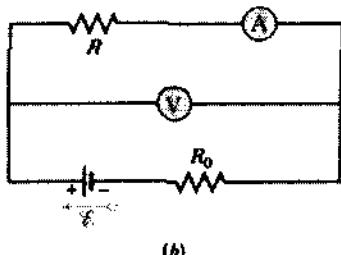
60P. Um voltímetro (resistência R_V) e um amperímetro (resistência R_A) são ligados para medir uma resistência R , como mostra a Fig. 29-43a. A resistência é dada por $R = Vi$, onde V é a leitura do voltímetro e i é a corrente no resistor R . Parte da corrente (i') registrada pelo amperímetro passa através do voltímetro, de modo que a razão das leituras dos medidores ($= V/i'$) dá somente um valor aparente R' para a resistência. Mostre que R e R' estão relacionados por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} - \frac{1}{R_V}.$$

Note que para $R_V \rightarrow \infty$, $R' \rightarrow R$.



(a)



(b)

Fig. 29-43 Problemas 60, 61 e 62.

61P. (Veja o Problema 60). Para medir uma resistência, os medidores podem também ser ligados como mostra a Fig. 29-43b. Novamente, a razão das leituras dos medidores dá apenas um valor aparente R' para a resistência. Mostre que agora R' está relacionado a R por

$$R = R' - R_A,$$

onde R_A é a resistência do amperímetro. Note que para $R_A \rightarrow 0$, $R' \rightarrow R$.

62P. (Veja os Problemas 60 e 61.) Na Fig. 29-43 as resistências do amperímetro e do voltímetro valem $3,00\ \Omega$ e $300\ \Omega$, respectivamente. Faça $E = 12,0\ V$ para a bateria ideal e $R_0 = 100\ \Omega$. Sendo $R = 85,0\ \Omega$, (a) quais serão as leituras dos medidores para as duas ligações diferentes? (b) Que resistência aparente R' será calculada em cada caso?

63P. Na Fig. 29-44 ajustamos o valor de R_s até que os pontos a e b fiquem exatamente com o mesmo potencial. (Verificamos esta condição ligando momentaneamente um amperímetro sensível entre a e b ; se estes pontos estiverem no mesmo potencial, o amperímetro não defletirá.) Mostre que, após essa ajustagem, a seguinte relação é válida:

$$R_x = R_s(R_2/R_1).$$

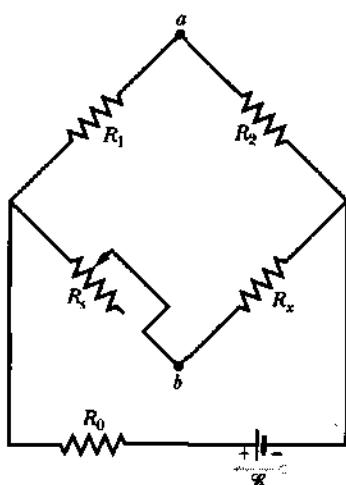


Fig. 29-44 Problemas 63 e 64.

Um resistor desconhecido (R_x) pode ser medido em termos de um padrão (R_s) usando este dispositivo, que é chamado de ponte de Wheatstone.

64P. Se os pontos a e b na Fig. 29-44 forem ligados por um fio de resistência r , mostre que a corrente no fio será

$$i = \frac{E(R_s - R_x)}{(R + 2r)(R_s + R_x) + 2R_s R_x},$$

onde E é a fem da bateria ideal. Suponha que $R_1 = R_2 = R$ e que R_0 é igual a zero. Esta fórmula é consistente com o resultado do Problema 63?

Seção 29-8 Circuitos RC

65E. Em um circuito RC em série $E = 12,0\ V$, $R = 1,40\ M\Omega$ e $C = 1,80\ \mu F$. (a) Calcular a constante de tempo. (b) Determine a carga máxima que aparecerá no capacitor durante o processo de carga. (c) Quanto tempo levará para a carga aumentar até $16,0\ \mu C$?

66E. Quantas constantes de tempo devem decorrer até que um capacitor em um circuito RC em série esteja carregado com menos de 1,0% de sua carga de equilíbrio?

67E. Um capacitor com uma carga inicial q_0 é descarregado através de um resistor. Em termos da constante de tempo τ , em quanto tempo o capacitor perderá (a) a primeira terça parte de sua carga e (b) dois terços de sua carga?

68E. Um resistor de $15,0\ k\Omega$ e um capacitor são ligados em série e, a seguir, uma diferença de potencial de $12,0\ V$ é aplicada através deles. A diferença de potencial através do capacitor sobe para $5,00\ V$ em $1,30\ \mu s$. (a) Calcular a constante de tempo do circuito. (b) Determine a capacidade do capacitor.

69P. Um capacitor com uma diferença de potencial inicial de $100\ V$ é descarregado através de um resistor quando uma chave entre eles é fechada no instante $t = 0$. No instante $t = 10,0\ s$ a diferença de potencial através do capacitor é $1,00\ V$. (a) Qual é a constante de tempo do circuito? (b) Qual é a diferença de potencial através do capacitor no instante $t = 17,0\ s$?

70P. A Fig. 29-45 mostra o circuito de uma lanterna do tipo usado nos canteiros de obras das rodovias. A lâmpada fluorescente L (de capacidade desprezível) está ligada em paralelo ao capacitor C de um circuito RC . A corrente só passa através da lâmpada quando a diferença de potencial através dela alcança a voltagem de ruptura V_L ; neste evento, o capacitor descarrega através da lâmpada e a lâmpada pisca por um período curto de tempo. Suponha que dois "flashes" por segundo sejam necessários. Para uma lâmpada com voltagem de ruptura $V_L = 72,0\ V$, uma bateria ideal de $95,0\ V$ e um capacitor de $0,150\ \mu F$, qual será a resistência R do resistor?

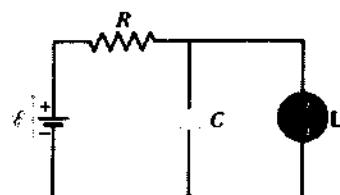


Fig. 29-45 Problema 70.

71P. Um capacitor de $1,0\ \mu F$ com uma energia inicial armazenada de $0,50\ J$ é descarregado através de um resistor de $1,0\ M\Omega$. (a) Qual é a carga inicial do capacitor? (b) Qual é a corrente através do resistor no instante em que a descarga se inicia? (c) Determine V_c , a diferença de

potencial através do capacitor e, V_R , a diferença de potencial através do resistor, como funções do tempo. (d) Expressse a taxa de produção de energia térmica no resistor em função do tempo.

72P. Um resistor de $3,00 \text{ M}\Omega$ e um capacitor de $1,00 \mu\text{F}$ são ligados em série a uma bateria ideal de $\mathcal{E} = 4,00 \text{ V}$. Exatamente $1,00 \text{ s}$ após ter sido feita a ligação, quais são as taxas em que (a) a carga do capacitor está aumentando, (b) a energia está sendo armazenada no capacitor, (c) a energia térmica está aparecendo no resistor e (d) a energia está sendo fornecida pela bateria?

73P. Em um capacitor de $2,0 \mu\text{F}$ com vazamento (significando que passa carga de uma placa para a outra), a diferença de potencial entre as placas cai a um quarto de seu valor inicial em $2,0 \text{ s}$. Qual é a resistência equivalente entre as placas do capacitor?

74P. Prove que, quando a chave S na Fig. 29-15 é movida de *a* para *b*, toda a energia armazenada no capacitor é transformada em energia térmica no resistor. Suponha que o capacitor esteja totalmente carregado antes de a chave ser movida.

75P. Um capacitor C inicialmente descarregado é plenamente carregado por um dispositivo de fem constante \mathcal{E} em série com um resistor R . (a) Mostre que a energia final armazenada no capacitor é metade da energia fornecida pelo dispositivo de fem. (b) Por integração direta de $\int R$ sobre o tempo de carga, mostre que a energia térmica dissipada pelo resistor é também metade da energia fornecida pelo dispositivo de fem.

76P. O aparelho regulador de um jogo eletrônico consiste em um resistor variável ligado às placas de um capacitor de $0,220 \mu\text{F}$. O capacitor é carregado a $5,0 \text{ V}$ e, a seguir, descarregado através do resistor. O tempo necessário para que a diferença de potencial entre as placas decresça para $0,800 \text{ V}$ é medido por um relógio interno. Se os tempos de descarga que podem efetivamente ser usados variarem na faixa de $10,0 \mu\text{s}$ até $6,00 \text{ ms}$, qual será a faixa de variação da resistência do resistor?

77P. O circuito da Fig. 29-46 mostra um capacitor C , duas baterias ideais, dois resistores e uma chave S. Inicialmente, S ficou aberta por um longo período de tempo. Se ela for, então, fechada, permanecendo assim outro longo período de tempo, de quanto variará a carga do capacitor? Suponha $C = 10 \mu\text{F}$, $\mathcal{E}_1 = 1,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 3,0 \text{ V}$, $R_1 = 0,20 \Omega$ e $R_2 = 0,40 \Omega$.

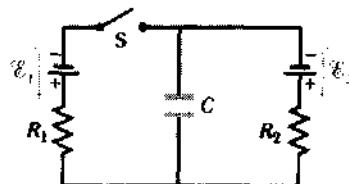


Fig. 29-46 Problema 77.

78P. No circuito da Fig. 29-47, $\mathcal{E} = 1,2 \text{ kV}$, $C = 6,57 \text{ F}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 0,03 \text{ M}\Omega$. Com C completamente sem carga, a chave S é subitamente fechada (no instante $t = 0$). (a) Determine a corrente que percorre cada resistor para $t = 0$ e $t = \infty$. (b) Trace um gráfico que descreva, qualitativamente, a diferença de potencial V_2 através de R_2 desde $t = 0$ até $t = \infty$. (c) Quais são os valores numéricos de V_2 para $t = 0$ e $t = \infty$? (d) Dê o significado físico de " $t = \infty$ " neste caso.

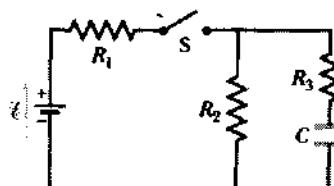


Fig. 29-47 Problema 78.

PROBLEMA ADICIONAL

79. Um longo cabo subterrâneo de 10 km , se estende de leste para oeste e consiste em dois fios paralelos cuja resistência é $13 \Omega/\text{km}$. Um curto-circuito se forma a uma distância x medida a partir da extremidade oeste quando um caminho condutor de resistência R faz a ligação entre os fios (Fig. 29-48). A resistência dos fios e o caminho condutor são de 100Ω quando a medida é feita a partir da extremidade leste e 200Ω quando ela é feita a partir da extremidade oeste. Quais são os valores de (a) x e (b) R ?

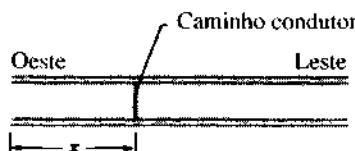


Fig. 29-48 Problema 79.

O CAMPO MAGNÉTICO



Se você estiver ao ar livre, numa noite escura, em uma região de alta latitude, poderá ter a chance de presenciar uma aurora: fantástica "cortina" de luz que pende do céu. Não constitui necessariamente fenômeno local: ela pode pender de uma altitude de algumas centenas de quilômetros e possuir um comprimento de alguns milhares de quilômetros, estendendo-se em arco ao redor da Terra. Entretanto, ela tem menos de 1 km de espessura. O que produz este imenso espetáculo e por que é tão delgada?

30-1 O Campo Magnético

Já estudamos como uma barra de plástico carregada produz um campo vetorial — o campo elétrico **E** — em todos os pontos do espaço ao seu redor. Semelhantemente, um ímã produz um campo vetorial — **o campo magnético B** — em todos os pontos do espaço ao seu redor. Obtemos uma indicação deste campo magnético todas as vezes que prendemos, com um pequeno ímã, uma nota na porta da geladeira, ou quando, acidentalmente, apagamos um disco de computador colocando-o próximo de um ímã.

Num tipo familiar de ímã, uma bobina é enrolada em volta de um núcleo de ferro e uma corrente é estabelecida na bobina; a intensidade do campo magnético é determinada pela grandeza da corrente. Na indústria, tais **eletroímãs** são usados, entre muitas outras coisas, para separar apara de ferro (Fig. 30-1). Um outro tipo de eletroímã, encontrado em laboratórios de pesquisa, é mostrado na Fig. 30-2. Os ímãs mais usuais são os **ímãs permanentes** — ímãs que não precisam da aplicação de uma corrente para produzirem um campo magnético. A Fig. 30-3

sugere, por meio de limalha de ferro, a forma do campo magnético no espaço ao redor de um pequeno ímã permanente.

No Cap. 24 representamos a relação entre o campo elétrico **E** e a carga elétrica como

$$\text{carga elétrica} \leftrightarrow \mathbf{E} \leftrightarrow \text{carga elétrica}. \quad (30-1)$$

Isto é, cargas elétricas criam um campo elétrico e este campo por sua vez, exerce uma força (elétrica) sobre uma outra carga colocada no campo.

A simetria — uma poderosa ferramenta que já usamos diversas vezes — sugere que estabeleçamos uma relação similar para o magnetismo, a saber,

$$\text{carga magnética} \leftrightarrow \mathbf{B} \leftrightarrow \text{carga magnética}. \quad (30-2)$$

em que **B** é o campo magnético. O único problema com este conceito é que, ao que tudo indica, não existem cargas magnéticas, pois não há objetos puntiformes isolados dos quais emergem linhas de campo magnético. Certas teorias pre-



Fig. 30-1 Aparas metálicas separadas por um eletroímã numa usina siderúrgica.



Fig. 30-2 Eletroímãs usados num acelerador de partículas para curvar e focalizar um feixe de partículas carregadas.

dizem que tais monopólos magnéticos deveriam existir e muitos físicos procuram por eles, mas até agora a sua existência não foi confirmada.

De onde, então, vem o campo magnético? A experiência mostra que ele vem de cargas elétricas *em movimento*. Uma carga cria um campo elétrico quer esteja em repouso, quer em movimento. Entretanto, uma carga cria um campo magnético só se estiver em movimento. Onde estão estas cargas elétricas em movimento? No ímã permanente da Fig. 30-3, elas são os elétrons nos átomos de ferro que constituem o ímã. Nos eletroímãs das Figs. 30-1 e 30-2, elas são os elétrons que se movem através das bobinas que circundam estes ímãs.

Em magnetismo, portanto, pensamos em termos de

$$\text{carga em movimento} \leftrightarrow \mathbf{B} \leftrightarrow \text{carga em movimento.} \quad (30-3)$$

Como uma corrente elétrica num fio é um fluxo de cargas em movimento, podemos escrever a Eq. 30-3 como

$$\text{corrente elétrica} \leftrightarrow \mathbf{B} \leftrightarrow \text{corrente elétrica.} \quad (30-4)$$

As Eqs. 30-3 e 30-4 nos dizem que (1) uma carga em movimento ou uma corrente cria um campo magnético e (2) se colocarmos uma carga em movimento ou um fio trans-



Fig. 30-3 A limalha de ferro revela o campo magnético tridimensional em torno de um "ímã para vaca", projetado para ser introduzido no rúmen de bovinos. Lá, o ímã impediria que pedacinhos de apara de ferro, ingeridos acidentalmente, chegassem ao intestino do animal, onde poderiam causar sérios danos.

portando uma corrente num campo magnético, uma força magnética atuará sobre eles. Foi o físico dinamarquês Hans Christian Oersted quem (em 1820) primeiro ligou as, até então, separadas ciências da eletricidade e do magnetismo, mostrando que uma corrente elétrica num fio fazia defletir a agulha magnética de uma bússola.

Neste capítulo, tratamos apenas de uma metade das declarações resumidas nas Eqs. 30-3 e 30-4. Isto é, supomos que existe um campo magnético — como aquele no espaço entre as faces polares de um eletroímã — e perguntamos que força este campo exerce sobre cargas que se movam através dele. No próximo capítulo, trataremos da outra metade das declarações, ou seja, das origens do campo magnético.

30-2 A Definição de \mathbf{B}

Definimos o campo elétrico \mathbf{E} em um ponto colocando uma carga-teste q em repouso nesse ponto e medindo a força elétrica \mathbf{F}_E que atua sobre ela. Definimos \mathbf{E} a partir da relação

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}. \quad (30-5)$$

Se dispuséssemos de um monopólo magnético, poderíamos definir \mathbf{B} de modo semelhante. Como tais partículas não foram encontradas na natureza, temos de definir \mathbf{B} de outro modo, em termos da força magnética exercida sobre uma carga elétrica em movimento, como sugere a Eq. 30-3.

Fazemos isso lançando uma carga-teste através do ponto onde vamos definir \mathbf{B} ; repetimos essa experiência várias vezes variando a direção e a velocidade escalar da carga-teste e determinando, em cada caso, a força (se existir) que atua sobre ela no ponto considerado. Analisando os resultados encontrados nessas experiências, concluímos que a força \mathbf{F}_B atuando sobre uma carga-teste de velocidade \mathbf{v} e carga q pode ser escrita como o produto vetorial de \mathbf{v} e uma

grandeza vetorial \mathbf{B} que definimos como sendo o campo magnético:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (30-6)$$

onde q pode ser positiva ou negativa. Esta equação de definição para o campo magnético \mathbf{B} inclui o módulo, a direção e o sentido do campo. Como veremos mais adiante, a direção e o sentido de \mathbf{B} , encontrados da análise da força sobre uma carga em movimento, são idênticos aos que seriam indicados por uma agulha magnética naquele campo.

Listamos, a seguir, alguns resultados que podem ser verificados no uso da Eq. 30-6 e da Fig. 30-4 que a representa.

1. A força magnética \mathbf{F}_B sempre atua perpendicularmente ao vetor velocidade. Isso significa que um campo magnético constante e uniforme não pode nem aumentar nem diminuir a velocidade escalar da partícula em movimento, mas pode somente desviar a sua trajetória; isto é, a força só pode variar a direção da velocidade \mathbf{v} da partícula mas não pode variar o módulo de \mathbf{v} . (Este resultado pode parecer violar a segunda lei de Newton, mas lembre-se de que ela, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, diz respeito a vetores: quando existe uma variação no vetor velocidade \mathbf{v} , mesmo que seja apenas em direção, existe uma aceleração). Como o módulo de \mathbf{v} não varia, a força magnética não varia a energia cinética da partícula. A Fig. 30-5 mostra como um feixe de elétrons num tubo de raios catódicos pode ser defletido por um campo magnético.

2. Um campo magnético não exerce nenhuma força sobre uma carga que se move paralelamente (ou antiparalelamente) ao campo. Da Eq. 30-6, concluímos que o módulo da força deflectora magnética é dado por

$$F_B = qvB \sin \phi. \quad (30-7)$$

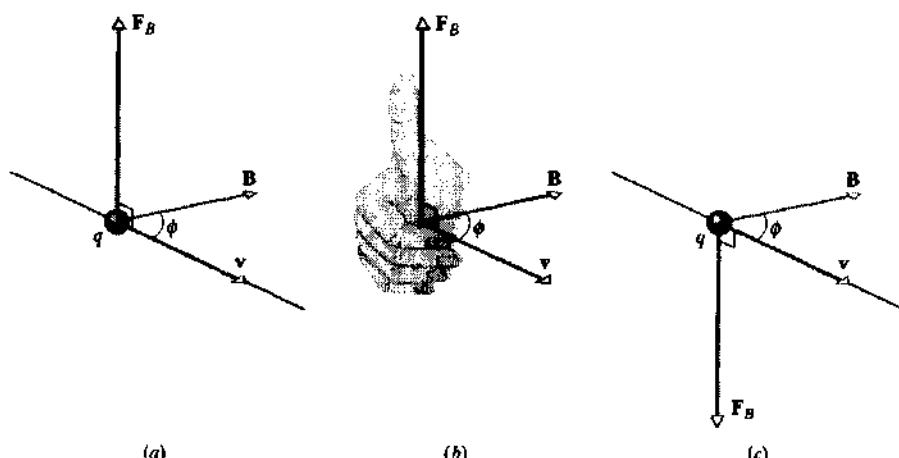


Fig. 30-4 (a) Uma partícula de carga positiva q que se move com velocidade \mathbf{v} num campo magnético \mathbf{B} , experimenta uma força magnética \mathbf{F}_B . Veja a Eq. 30-6. (b) A regra da mão direita (na qual \mathbf{v} é “varrido” para \mathbf{B}) dá a direção e o sentido de \mathbf{F}_B para uma partícula com carga positiva. (c) Para uma partícula com carga negativa, o sentido de \mathbf{F}_B é oposto ao dado pelo polegar.

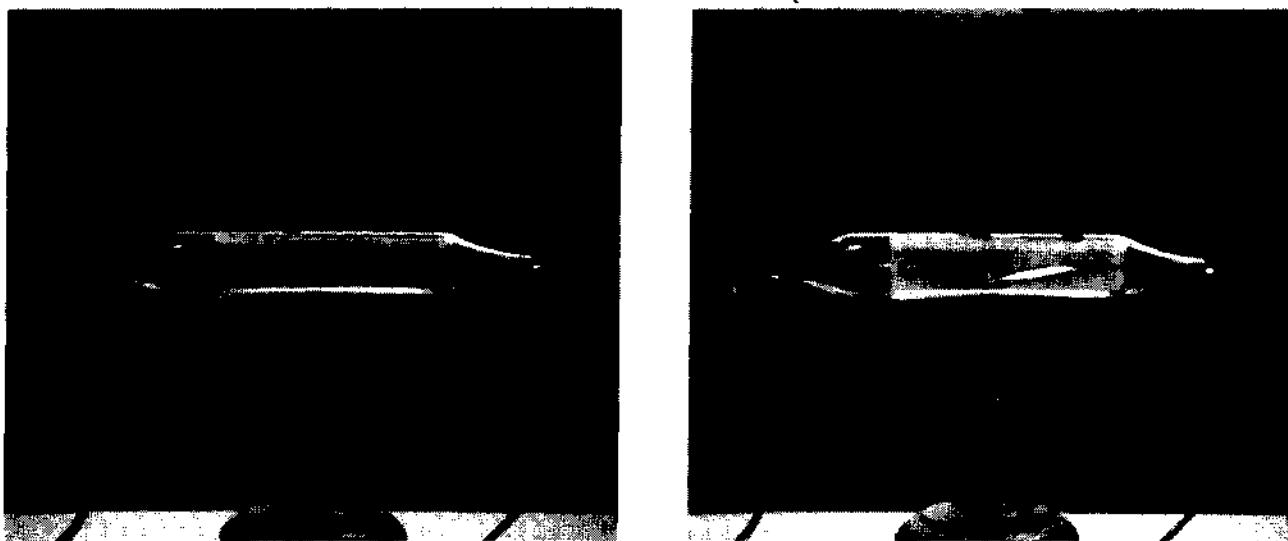


Fig. 30-5 A trajetória de um feixe de elétrons pode ser vista num tubo de raios catódicos. O feixe é retílineo na fotografia da esquerda, mas é curvo na presença de um ímã permanente.

onde q , agora, representa o valor absoluto da carga. A Eq. 30-7 nos diz que, quando \mathbf{v} é paralelo ou antiparalelo a \mathbf{B} — o que corresponde a $\phi = 0$ ou 180° —, a força deflectora magnética é de fato zero.

3. O valor *máximo* da força deflectora ($= qvB$) ocorre quando a carga-teste está se movendo perpendicularmente ao campo magnético ($\phi = 90^\circ$).

4. O módulo da força deflectora é diretamente proporcional a q e a v . Quanto maior for a carga da partícula e quanto mais rápido ela estiver se movendo, maior será a força deflectora magnética. E ainda, se a partícula estiver em repouso ou se ela for eletricamente neutra, não haverá nenhuma força atuando sobre ela.

5. O sentido da força deflectora magnética depende do sinal de q ; uma carga-teste positiva e outra negativa, com velocida-

dades na mesma direção, são defletidas em sentidos opostos. A Fig. 30-4a mostra a direção e o sentido de uma força atuando sobre uma partícula *positiva* que está se movendo num campo magnético. A Fig. 30-4b mostra como determinar a direção e o sentido dessa força usando a regra da mão direita para produtos vetoriais. A Fig. 30-4c mostra a direção e o sentido da força deflectora magnética atuando sobre uma partícula *negativa*. Observe que a força atuando sobre uma partícula negativa tem sempre o sentido *oposto* ao dado pelo polegar na aplicação da regra da mão direita.

É notável que todas essas informações possam estar resumidas numa equação de forma tão simples como a Eq. 30-6. Expressões compactas, como essa, mostram o quanto a linguagem dos vetores é útil na física.



Fig. 30-6 Os traços de dois elétrons (e^-) e um pósitron (e^+) numa câmara de bolha que está imersa num campo magnético que aponta para fora do plano da figura.

Para desenvolvermos uma melhor compreensão da Eq. 30-6, consideremos a Fig. 30-6, que mostra alguns traços deixados por partículas carregadas que se movem rapidamente numa *câmara de bolha*, no Lawrence Berkeley Laboratory. A câmara, cheia com hidrogênio líquido, está imersa num forte campo magnético uniforme que aponta para fora do plano da figura. No lado esquerdo da Fig. 30-6, um raio gama incidente — que não deixa traço pois não tem carga — transforma-se num elétron (traço em espiral denotado por e^-) e num pósitron (traço denotado por e^+), enquanto arranca um elétron de um átomo de hidrogênio (traço longo denotado por e^-). Verifique, usando a Eq. 30-6, que os três traços deixados pelas partículas, duas negativas e uma positiva, se curvam para os lados previstos.

A unidade SI para \mathbf{B} que decorre das Eqs. 30-6 e 30-7 é o newton por coulomb-metro por segundo. Por conveniência, esta unidade é denominada de **tesla** (T), de modo que

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb})(\text{metro}/\text{segundo})}$$

Lembrando que um coulomb por segundo é um ampère, temos

$$\begin{aligned} 1 \text{ T} &= 1 \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb}/\text{segundo})(\text{metro})} \\ &= 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}. \end{aligned} \quad (30-8)$$

Uma outra unidade para \mathbf{B} , mais antiga (não SI), ainda em uso corrente, é o **gauss** (G), e

$$1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gauss}. \quad (30-9)$$

A Tabela 30-1 mostra os campos magnéticos que ocorrem em algumas situações. Note que o campo magnético da Terra nas proximidades da sua superfície vale aproximadamente 10^{-4} T ($= 100 \mu\text{T}$ ou 1 gauss).

Linhas de Campo Magnético

Podemos representar um campo magnético por meio de linhas de campo, tal como fizemos para o campo elétrico. As mesmas regras se aplicam: (1) a direção da tangente a uma linha de campo magnético, em qualquer ponto, nos dá a direção de \mathbf{B} naquele ponto, e (2) o espaçamento das linhas é uma medida do módulo de \mathbf{B} . Portanto, o campo

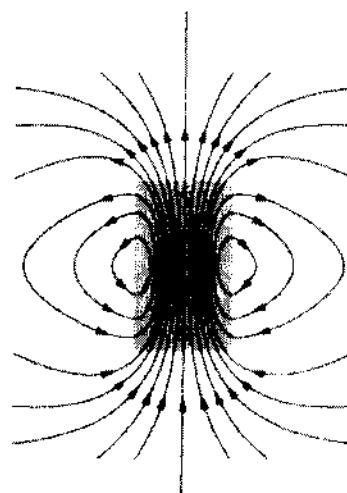


Fig. 30-7 As linhas de campo magnético para uma barra imantada. As linhas formam curvas fechadas, saindo do ímã pelo pólo norte e entrando nele pelo pólo sul.

magnético é forte onde as linhas estão mais próximasumas das outras e inversamente.

A Fig. 30-7 mostra como o campo magnético próximo a uma barra imantada pode ser representado pelas linhas de campo magnético. Note que as linhas atravessam o ímã, formando curvas fechadas. Os efeitos magnéticos externos de uma barra imantada são mais fortes próximos às suas extremidades. A extremidade da qual as linhas de campo emergem é chamada de *pólo norte*, a outra extremidade sendo o *pólo sul*.

Experimentalmente, descobrimos que pólos magnéticos opostos se atraem mutuamente. A partir desse fato e da constatação de que o pólo norte da agulha de uma bússola (que é, realmente, uma pequena barra imantada), aponta para o norte, concluímos que o *pólo geomagnético* da Terra no Hemisfério Norte é um pólo sul magnético. Isto é, na região Ártica, as linhas do campo magnético da Terra em geral apontam para baixo, para dentro da superfície da Terra. O pólo geomagnético da Terra na Antártica é um pólo norte magnético. Isto é, as linhas de campo magnético da Terra nesta região apontam geralmente para cima, para fora da superfície da Terra.

EXEMPLO 30-1 Um campo magnético uniforme \mathbf{B} , de módulo 1.2 mT , aponta verticalmente para cima por todo o volume de uma câmara de laboratório. Um próton com uma energia cinética de 5.3 MeV entra na câmara, movendo-se horizontalmente do sul para o norte. Que força deflectora magnética atua sobre o próton quando ele entra na câmara? A massa do próton é $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Solução A força deflectora magnética depende da velocidade escalar do próton, que pode ser determinada da relação $K = mv/2$. Resolvendo para v , encontramos

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5.3 \text{ MeV})(1.60 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 3.2 \times 10^7 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Tabela 30-1
Alguns Campos Magnéticos^a

Na superfície de uma estrela de nêutrons (calculada)	10^8 T
Um eletroímã	1.5 T
Próximo a uma pequena barra imantada	10^{-2} T
Na superfície da Terra	10^{-4} T
No espaço interestelar	10^{-16} T
O menor valor numa sala magneticamente blindada	10^{-14} T

^aValores aproximados.

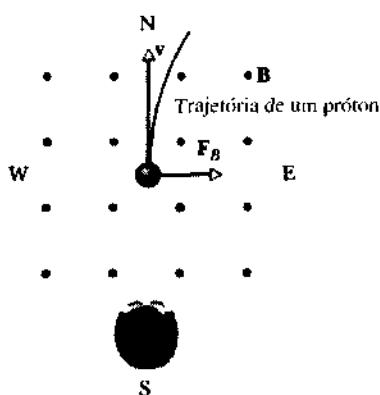


Fig. 30-8 Exemplo 30-1. Uma vista de cima de um estudante numa câmara onde existe um campo magnético, observando um próton em movimento ser desviado para o leste. O campo magnético aponta verticalmente para cima na sala.

A Eq. 30-7, então, nos dá

$$\begin{aligned} F_B &= qvB \sin \phi \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,2 \times 10^7 \text{ m/s}) \\ &\quad \times (1,2 \times 10^{-3} \text{ T}) (\operatorname{sen} 90^\circ) \\ &= 6,1 \times 10^{-15} \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Tal força, que nos parece tão diminuta, atua, entretanto, sobre uma partícula de massa muito pequena, produzindo uma grande aceleração, a saber,

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6,1 \times 10^{-15} \text{ N}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 3,7 \times 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

Resta-nos determinar direção e o sentido de \mathbf{F}_B . Sabemos que \mathbf{v} aponta horizontalmente do sul para o norte e \mathbf{B} aponta verticalmente para cima. A regra da mão direita (veja a Fig. 30-4b) indica que a força deflectora \mathbf{F}_B deve apontar horizontalmente do oeste para o leste, como mostra a Fig. 30-8.

Se a carga da partícula fosse negativa, a força deflectora magnética apontaria na mesma direção mas em sentido oposto, ou seja, horizontalmente de leste para oeste. O que é previsto, automaticamente, pela Eq. 30-6, substituindo-se q por $-e$.

Nesse cálculo, usamos a expressão clássica (aproximada) $K = mv^2/2$ para a energia cinética do próton, e não a expressão relativística (exata) (veja a Eq. 7-34). A condição para que possamos usar com segurança a expressão clássica é que $K \ll mc^2$, onde mc^2 é a energia de repouso da partícula. Neste caso, $K = 5,3 \text{ MeV}$ e a energia de repouso do próton é 938 MeV . Este próton passa no teste e podemos, justificadamente, tratá-lo como “lento” usando a fórmula clássica $K = mv^2/2$ para a energia cinética. Lidando com partículas altamente energéticas, devemos ficar sempre atentos para este ponto.

30-3 A Descoberta do Elétron

Um feixe de elétrons pode ser desviado por um campo magnético. Fato muito mais familiar do que se possa imaginar. Os desvios possibilitam as imagens nas telas das televisões e traçam as letras nas telas dos processadores de texto. Nem sempre foi assim.

No fim do século passado, o tubo de raios catódicos, longe de ser encontrado em cada lar, era a última palavra em laboratório de pesquisas avançadas em instrumentação. Em 1897, J.J. Thomson, na Universidade de Cambridge, mostrou que os “raios” que faziam cintilar a parede de vidro desses tubos eram feixes de partículas com cargas negativas, as quais ele chamou de *corpúsculos*. Nós, agora, os chamamos de *elétrons*.

O que Thomson fez foi medir a razão entre a massa m e a carga q das partículas dos raios catódicos. A Fig. 30-9 mostra uma versão moderna do aparato usado por Thomson: num tubo onde é feito um vácuo, elétrons são emitidos por um filamento aquecido e acelerados por uma diferença de potencial aplicada V . Passando através de uma fenda na tela C, eles entram numa região onde se movem perpendicularmente a um campo elétrico E e a um campo magnético B ; os dois campos são perpendiculares entre si, num arranjo conhecido como *campos cruzados*. O feixe, atingindo a tela fluorescente S, produz um ponto luminoso.

O estudo da Fig. 30-9 mostra que, não importando o sinal da carga da partícula, o campo elétrico e o campo magnético irão desviá-la sempre em sentidos opostos. Em particular, se a partícula estiver com carga negativa, o campo elétrico irá desviá-la para cima e o campo magnético irá desviá-la para baixo.

O procedimento de Thomson foi equivalente ao seguinte: (1) Estabelecer $E = 0$ e $B = 0$ e notar a posição do ponto luminoso resultante do feixe não defletido. (2) Aplicar o campo elétrico E , medindo na tela fluorescente o desvio que ele causa no feixe. (3) Mantendo o campo elétrico E , aplicar um campo magnético B , ajustando seu valor até que o desvio do feixe volte a ser zero.

A deflexão de um elétron sob ação apenas de um campo elétrico (etapa 2 acima), medida na extremidade final das placas defletoras, é analisada no Exemplo 24-8. Vimos que a deflexão é dada por

$$y = \frac{qEL^2}{2mv^2}, \quad (30-10)$$

onde v é a velocidade escalar de elétron e L é o comprimento das placas. A deflexão y não pode ser medida diretamente, mas pode ser calculada a partir do deslocamento do ponto luminoso observado sobre a tela fluorescente. O sentido do desvio nos indica corretamente o sinal da carga da partícula.

Quando os dois campos na Fig. 30-9 são ajustados de modo que as duas forças defletoras se cancelem (etapa 3, acima), das Eqs. 30-5 e 30-7 (com o ângulo $\phi = 90^\circ$ e assim $\operatorname{sen} \phi = 1$) temos

$$qE = qvB,$$

que nos dá

$$v = \frac{E}{B}. \quad (30-11)$$

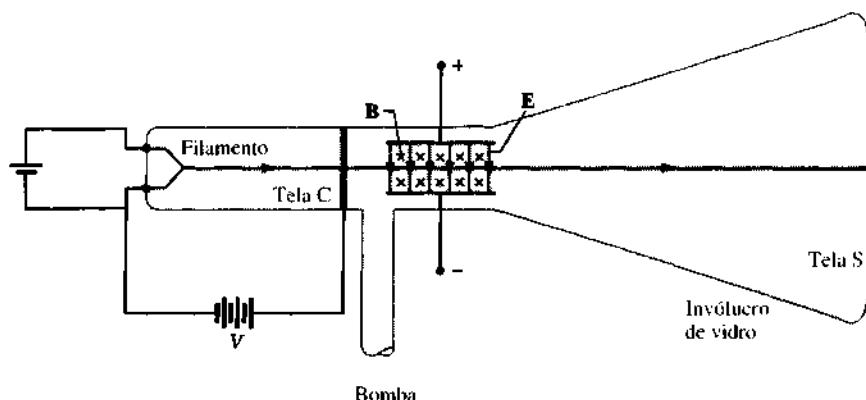


Fig. 30-9 Uma versão moderna do aparato usado por J. J. Thomson para medir a razão entre a massa e a carga de um elétron. O campo elétrico **E** é estabelecido ligando-se uma bateria aos terminais das placas deflectoras. O campo magnético **B** é estabelecido por meio de uma corrente num sistema de bobinas (não-mostrado).

Assim, os campos cruzados também nos permitem medir a velocidade escalar das partículas que passam através deles.

Eliminando v entre as Eqs. 30-10 e 30-11 temos

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 L^2}{2yE}, \quad (30-12)$$

em que todas as grandezas da direita podem ser medidas.

Thomson formulou a ousada e importante assertiva — mais tarde revelada correta — de que os corpúsculos de sua experiência eram um dos constituintes de toda a matéria. Além disso, concluiu que tais corpúsculos eram mais leves do que o átomo mais leve conhecido (o hidrogênio) por um fator maior que 1.000. (Mais tarde demonstrou-se que o valor exato desta razão é 1836,15.) Foi a sua medição da razão m/q , associada com a ousadia e a precisão destas duas assertivas, que constituiu a “descoberta do elétron”, que lhe é geralmente creditada. Logo a seguir, foram feitas medições diretas da carga eletrônica e, em poucos anos, a aceitação do elétron como uma partícula da natureza estava firmemente estabelecida.

30-4 O Efeito Hall

Um feixe de elétrons num vácuo pode ser desviado por um campo magnético. Será possível que os elétrons de condução se movendo num fio de cobre possam também ser desviados por um campo magnético? Em 1879, Edwin H. Hall, um jovem de 24 anos, aluno de Henry A. Rowland, na Universidade Johns Hopkins, mostrou que sim. O **efeito Hall** nos permite descobrir se os portadores de carga num condutor transportam carga positiva ou negativa. Além disso, permite-nos medir o número de tais portadores por unidade de volume do condutor.

A Fig. 30-10a mostra uma tira de cobre de largura d , transportando uma corrente i cujo sentido convencional é de cima para baixo. Os portadores de carga são elétrons e, como sabemos, eles movem-se (com velocidade escalar de

deriva v_0) no sentido oposto, de baixo para cima. No instante mostrado na Fig. 30-10a, um campo magnético externo **B**, apontando para dentro do plano da página, acaba de ser ligado. Da Eq. 30-6 vemos que uma força deflectora magnética **F_b** atuará sobre cada elétron em movimento, empurrando-o para a borda direita da tira.

Com o passar do tempo, elétrons continuarão a se mover para a direita, acumulando-se sobre a borda direita da tira, deixando a borda esquerda desta com um excesso de carga positiva. A separação das cargas positivas e negativas produz um campo elétrico **E** no interior da tira, apon-

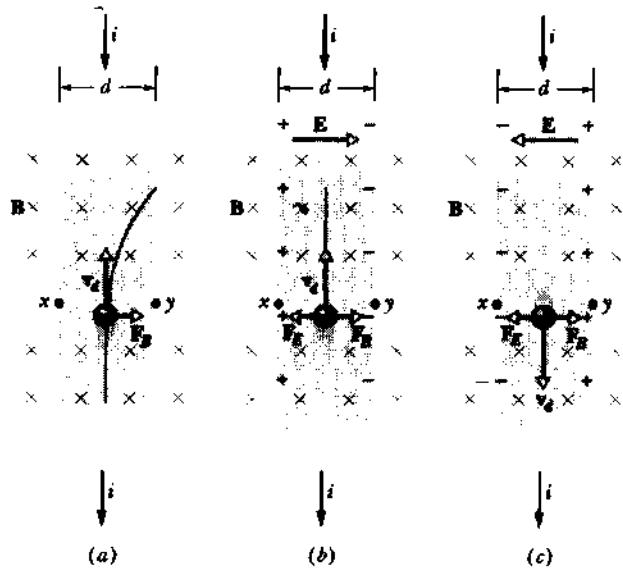


Fig. 30-10 Uma tira de cobre transportando uma corrente i está imersa num campo magnético **B**. (a) A situação imediatamente após o campo magnético ter sido ligado. A trajetória curva que um elétron seguirá é mostrada. (b) A situação de equilíbrio, o que rapidamente é atingida. Note que as cargas negativas se acumulam do lado direito da tira, deixando cargas positivas não-compensadas à esquerda. O ponto x está a um potencial mais alto do que o ponto y . (c) Para o mesmo sentido da corrente, se os portadores de carga fossem positivamente carregados, eles se acumulariam no lado direito, e o ponto y estaria no potencial mais alto.

tando da esquerda para a direita, como se mostra na Fig. 30-10b. Ele exercerá uma força elétrica \mathbf{F}_E sobre cada elétron, tendendo a empurrá-lo para a esquerda.

Uma situação de equilíbrio rapidamente vai se estabelecendo à medida que a força elétrica sobre cada elétron aumenta até cancelar exatamente a força magnética. Quando tal fato acontece, como mostra a Fig. 30-10b, a força devida a \mathbf{B} e a força devida a \mathbf{E} estão em equilíbrio. Os elétrons se movem, então, em direção ao topo da página, sem se desviarem nem para a direita nem para a esquerda.

O campo elétrico \mathbf{E} que se estabelece está associado à diferença de potencial Hall V , onde $E = V/d$. Podemos medir V , ligando os terminais de um voltímetro entre os pontos x e y na Fig. 30-10b. A partir da polaridade de V , podemos determinar o sinal dos portadores de carga. Vejamos de que forma.

Na Fig. 30-10b consideramos que os portadores de carga eram elétrons e , portanto, negativamente carregadas. Se os portadores de carga fossem positivos, os sentidos dos vetores v_d e \mathbf{E} seriam invertidos, mas os sentidos dos vetores \mathbf{F}_E e \mathbf{F}_B permaneceriam inalterados, como mostra a Fig. 30-10c. Assim, cargas positivas em movimento seriam empurradas para a direita, deixando um excesso de carga negativa na esquerda. A polaridade da diferença de potencial Hall V seria oposta àquela no caso dos portadores de carga negativa.

No Cap. 28, consideramos, muitas vezes, que os portadores de carga eram positivos, mesmo sabendo que eles eram negativos. A justificativa baseou-se no fato de que o sinal dos portadores de carga não fazia nenhuma diferença nas medidas da corrente e da diferença de potencial. O efeito Hall, no entanto, é um caso em que o sinal faz diferença.

Agora, vejamos a parte quantitativa. Quando as forças elétricas e magnética estão em equilíbrio (Fig. 30-10b), as Eqs. 30-5 e 30-7 nos dão

$$(-e)\mathbf{E} = (-e)\mathbf{v}_d\mathbf{B}. \quad (30-13)$$

De acordo com a Eq. 28-7, a velocidade escalar de deriva v_d é

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA}, \quad (30-14)$$

na qual $J (= i/A)$ é a densidade de corrente na tira, e A é a área da seção transversal da tira.

Na Eq. 30-13, substituindo E por V/d (veja o Exemplo 26-2) e v_d por sua expressão dada na Eq. 30-14, obtemos

$$n = \frac{Bi}{Vle} \quad (30-15)$$

em que $l (= A/d)$ é a espessura da tira. Assim, podemos determinar n , a densidade de portadores de carga, em termos de grandezas que podemos medir.

É possível também usarmos o efeito Hall para medir diretamente a velocidade escalar de deriva v_d dos portado-

res de carga, que, como sabemos, é da ordem de centímetros por hora. Na experiência, a tira metálica é movida mecanicamente através do campo magnético em sentido oposto ao da velocidade de deriva dos portadores de carga. A velocidade escalar da tira é depois ajustada até que a diferença de potencial Hall se anule. Nesta condição, a velocidade da tira é igual em módulo mais de sentido oposto à velocidade dos portadores de carga; a velocidade dos portadores de carga *em relação ao campo magnético* é, assim, nula e não há efeito Hall.

O efeito Hall tem sido, e continua a ser, muito útil. Ajuda-nos a entender a condução elétrica nos metais e nos semicondutores. Entretanto, para interpretá-lo integralmente, precisamos substituir o ponto de vista clássico, que acabamos de usar, por um outro com base na física quântica. Em 1985, o Prêmio Nobel de Física foi concedido ao autor de uma descoberta fundamental acerca da natureza quantizada da resistência, com base em medidas do efeito Hall.

EXEMPLO 30-2 Uma tira de cobre de $150 \mu\text{m}$ de espessura é colocada num campo magnético \mathbf{B} de módulo 0.65 T e uma corrente $i = 23 \text{ A}$ é estabelecida na tira. Que diferença de potencial Hall V aparecerá através da largura da tira?

Solução No Exemplo 28-3, calculamos o número de portadores de carga por unidade de volume para o cobre, encontrando

$$n = 8.47 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3.$$

De acordo com a Eq. 30-15 temos, então,

$$\begin{aligned} V &= \frac{Bi}{ne} = \frac{(0.65 \text{ T})(23 \text{ A})}{(8.47 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &\quad \times \frac{1}{(150 \times 10^{-6} \text{ m})} \\ &= 7.4 \times 10^{-6} \text{ V} = 7.4 \mu\text{V}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esta diferença de potencial é facilmente medida.

30-5 Movimento Circular de uma Carga

Quando uma partícula se move num círculo com velocidade escalar constante, temos certeza de que a força resultante sobre a partícula tem módulo constante e aponta para o centro do círculo, mantendo-se perpendicular à velocidade da partícula. Isso nos lembra a situação de uma pedra presa à extremidade de uma corda, descrevendo uma trajetória circular sobre uma superfície horizontal lisa ou a de um satélite movendo-se numa órbita circular em torno da Terra. No primeiro caso, a tensão na corda fornece a aceleração centrípeta necessária. No segundo caso, é a atração gravitacional da Terra que o faz.

A Fig. 30-11 mostra um outro exemplo: um feixe de elétrons é projetado numa câmara por uma *pistola elétrô-*

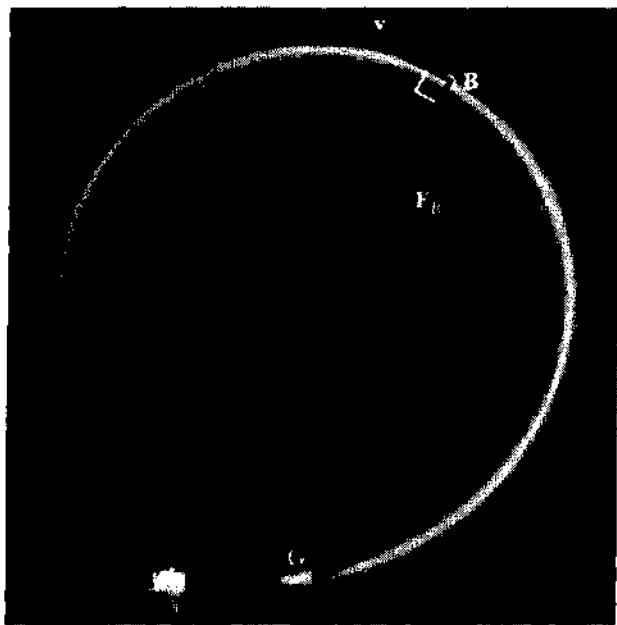


Fig. 30-11 Elétrons circulando numa câmara contendo gás a baixa pressão. Um campo magnético uniforme \mathbf{B} , apontando para fora do plano da figura, preenche a câmara. Note a força magnética \mathbf{F}_B dirigida radialmente; ela deve apontar para o centro do círculo para existir o movimento circular. Use a regra da mão direita para o produto vetorial e confirme que $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ dá o sentido correto de \mathbf{F}_B .

nica G. Os elétrons entram no plano da figura com velocidade \mathbf{v} e se movem numa região de campo magnético uniforme \mathbf{B} apontando para fora do plano da figura. Em consequência, uma força magnética $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ deflete continuamente os elétrons e porque \mathbf{v} e \mathbf{B} são perpendiculares entre si, a deflexão faz com que os elétrons sigam uma trajetória circular. A trajetória está visível na foto porque os átomos do gás na câmara emitem luz quando alguns dos elétrons circulantes colidem com eles.

Vamos determinar os parâmetros que caracterizam o movimento circular desses elétrons, ou de qualquer outra partícula de carga q e massa m que se move perpendicularmente a um campo magnético uniforme \mathbf{B} com velocidade escalar v . Da Eq. 30-7, a força atuando sobre a partícula tem módulo igual a qvB . Assim, da segunda lei de Newton, aplicada ao movimento circular uniforme temos

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad (30-16)$$

Resolvendo para r , encontramos o raio da trajetória circular

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (\text{raio}). \quad (30-17)$$

O período T (o tempo necessário para uma volta completa) é igual ao comprimento da circunferência dividido pela velocidade escalar:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (\text{período}). \quad (30-18)$$

A freqüência f é

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (\text{freqüência}). \quad (30-19)$$

A freqüência angular ω do movimento é

$$\omega = 2\pi f = \frac{qB}{m} \quad (\text{freqüência angular}). \quad (30-20)$$

Note que T , f e ω não dependem da velocidade escalar da partícula.* As partículas mais rápidas se movem em círculos maiores e as mais lentas em círculos menores, mas todas as partículas que têm a mesma razão carga-massa (q/m) levam o mesmo tempo T (período) para dar uma volta completa.

Se a velocidade de uma partícula carregada tiver um componente paralelo ao campo magnético (uniforme), a partícula se moverá em torno da direção do campo numa trajetória helicoidal. A Fig. 30-12a, por exemplo, mostra o vetor velocidade \mathbf{v} dessa partícula decomposto em dois componentes, paralelos e perpendicular a \mathbf{B} :

$$v_{||} = v \cos \phi \quad \text{e} \quad v_{\perp} = v \sin \phi \quad (30-21)$$

O componente paralelo determina o *passo* da hélice, isto é, a distância entre elos adjacentes (veja p na Fig. 30-12b). Olhando-se na direção de \mathbf{B} , o sentido de rotação de uma partícula positiva é sempre anti-horário e o de uma partícula negativa é sempre horário.

A Fig. 30-12c mostra uma partícula carregada movendo-se em espiral num campo magnético não-uniforme. O estreitamento das linhas do campo nos lados esquerdo e direito indica que o campo magnético é mais intenso nestas regiões. Quando o campo numa extremidade é suficientemente intenso, a partícula é “refletida” dessa extremidade. Quando a partícula é refletida de ambas as extremidades, dizemos que ela está aprisionada numa *garrafa magnética*.

Elétrons e prótons estão aprisionados desse modo pelo campo magnético da Terra, formando os *cinturões de radiação de Van Allen*, que espiralam bem acima da atmosfera da Terra, entre os seus pólos geomagnéticos norte e sul. As partículas oscilam para diante e para trás, de uma extremidade para a outra da garrafa magnética, em poucos segundos.

Quando uma grande erupção solar lança elétrons e prótons altamente energéticos nos cinturões de radiação, produz-se um campo elétrico na região onde os elétrons normalmente seriam refletidos. Este campo elimina a reflexão

*Válido desde que a velocidade escalar da partícula seja muito menor do que a da luz.

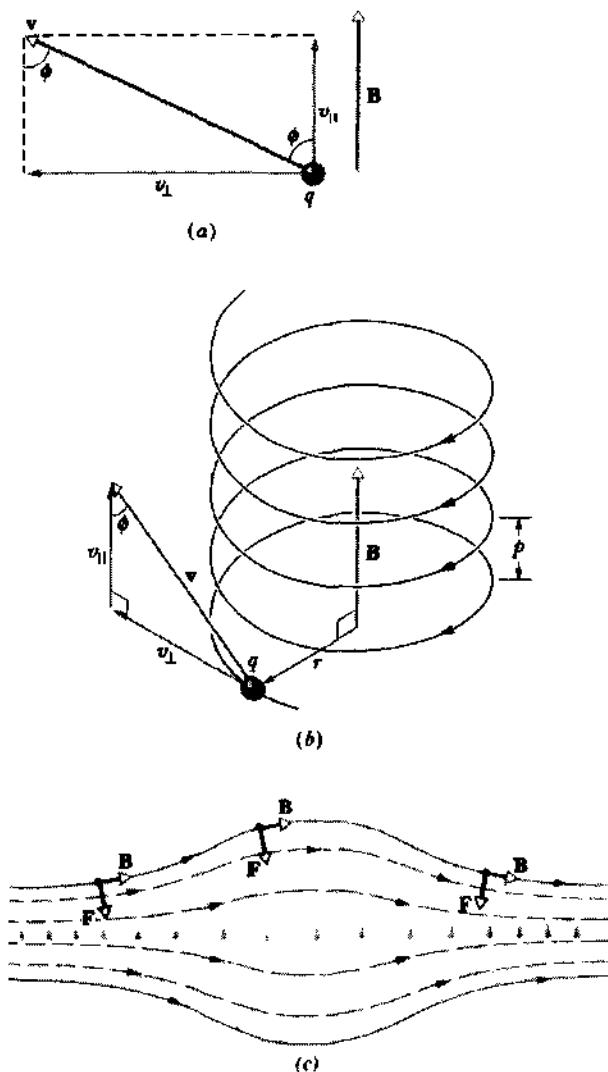


Fig. 30-12 (a) Uma partícula se move num campo magnético, sua velocidade fazendo um ângulo ϕ com a direção do campo. (b) A partícula segue uma trajetória helicoidal, de raio r e passo p . (c) Utua partícula carregada espiralando num campo magnético não-homogêneo. (A partícula pode ficar aprisionada, espiralando para diante e para trás entre as regiões de campo forte em ambas as extremidades.) Note que o vetor força magnética tem um componente apontando para o centro da garrafa magnética em cada extremidade da garrafa magnética.

e faz com que elétrons se desloquem para a atmosfera, onde colidem com átomos e moléculas forçando-os a emitirem luz. Esta luz forma a aurora — uma cortina de luz que pende de uma altitude de aproximadamente 100 km. Uma luz verde é emitida pelos átomos de oxigênio e uma luz rosa é emitida pelas moléculas de nitrogênio, mas seguidamente a luz é tão esmaecida que observamos somente luz branca.

A aurora que se apresenta sob a forma de um arco, nas regiões polares, denomina-se *aurora oval* (Figs. 30-13 e 30-14). Como as trajetórias dos elétrons que produzem a aurora oval convergem à medida que os elétrons descem espiralando ao longo das linhas do cam-

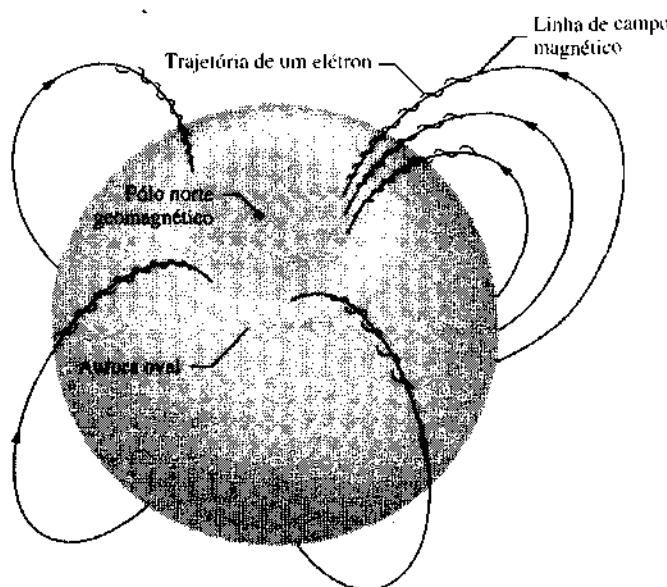


Fig. 30-13 A aurora oval circundando o polo norte geomagnético da Terra (no noroeste da Groenlândia). O polo norte geomagnético é um polo sul magnético; as linhas de campo magnético convergem para ele, como é mostrado à direita. Os elétrons que se movem para a Terra são “aprisionados” e espiralam em torno destas linhas de campo, entrando na atmosfera da Terra em altas latitudes e produzindo a aurora oval.

po magnético, a espessura do arco mede menos de 1 km (Fig. 30-13).

EXEMPLO 30-3 Os elétrons em movimento circular na Fig. 30-11 têm energia cinética de 22,5 eV. O campo magnético uniforme emergindo do plano da figura tem um módulo de $4,55 \times 10^{-4}$ T.

a. Qual é o raio da trajetória de cada elétron?

Solução Calculando a velocidade escalar a partir da energia cinética (exatamente como fizemos no Exemplo 30-1) encontramos $v = 2,81 \times 10^6$ m/s*. Segue da Eq. 30-17 que

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,81 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,55 \times 10^{-4} \text{ T})} \\ = 3,52 \text{ cm.}$$

(Resposta)

b. Qual é a frequência f dos elétrons circulantes?

Solução Da Eq. 30-19,

$$f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,55 \times 10^{-4} \text{ T})}{2\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} \\ = 1,27 \times 10^7 \text{ Hz} = 12,7 \text{ MHz.}$$

(Resposta)

*A energia cinética do elétron (= 22,5 eV) é uma fração tão diminuta da sua energia de repouso (= 0,511 MeV ou $5,11 \times 10^6$ eV) que podemos facilmente justificar o uso da fórmula clássica (isto é, não-relativística) para a energia cinética.

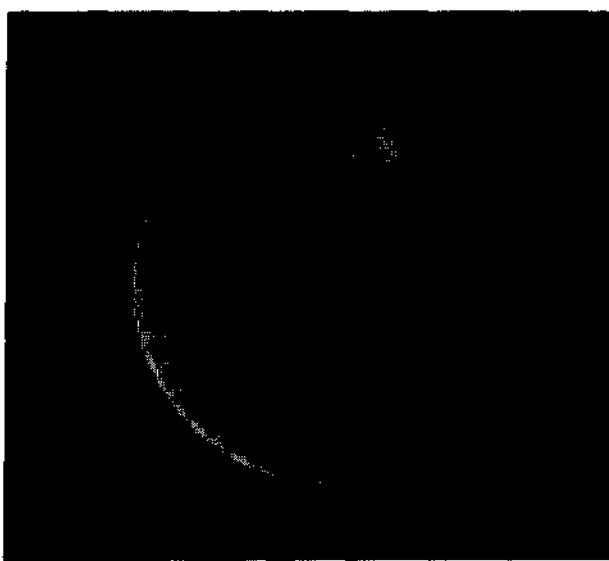


Fig. 30-14 Uma imagem da aurora oval registrada pelo satélite *Dynamic Explorer*, usando luz ultravioleta emitida pelos átomos de oxigênio excitados na aurora. A parte da Terra iluminada pelo sol está à esquerda.

Note que este resultado não depende da velocidade escalar da partícula mas somente da natureza da partícula (isto é, da razão q/m) e da intensidade B do campo magnético.

c. Qual é o período de revolução T ?

Solução

$$T = \frac{1}{f} = \frac{l}{1.27 \times 10^7 \text{ Hz}} = 7.86 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$= 78.6 \text{ ns.} \quad (\text{Resposta})$$

Verifique, usando a regra da mão direita para o produto vetorial, que a Eq. 30-6 dá o sentido de rotação correto para os elétrons circulantes da Fig. 30-11, isto é, o sentido anti-horário.

EXEMPLO 30-4 Suponha que o vetor velocidade de um elétron no Exemplo 30-3 faz um ângulo ϕ de 65.5° com a direção do campo magnético, como mostra a Fig. 30-12a.

a. Qual é o raio de sua trajetória helicoidal?

Solução Da Eq. 30-17 o raio da hélice é

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{m(v \sin \phi)}{qB}$$

$$= \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2.81 \times 10^6 \text{ m/s}) (\sin 65.5^\circ)}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(4.55 \times 10^{-4} \text{ T})}$$

$$= 3.20 \text{ cm.} \quad (\text{Resposta})$$

Note que este raio é menor do que o calculado no Exemplo 30-3 (3.52 cm), porque aqui usamos somente uma componente de v , em vez de v .

b. Qual é o passo p da hélice?

Solução Notamos, inicialmente, que o período T de rotação da partícula, sendo independente de sua velocidade escalar, é o mesmo do Exemplo 30-3. A Fig. 30-12b nos mostra que o passo p é a distância percorrida pela partícula na direção de \mathbf{B} durante um período T . Assim sendo, usando a Eq. 30-21, escrevemos

$$p = v_{\parallel} T = (v \cos \phi) T$$

$$= (2.81 \times 10^6 \text{ m/s}) (\cos 65.5^\circ) (7.86 \times 10^{-8} \text{ s})$$

$$= 9.16 \times 10^{-2} \text{ m} = 9.16 \text{ cm.} \quad (\text{Resposta})$$

30-6 Ciclotrons e Sincrotrons

Qual é a estrutura definitiva da matéria? Esta questão tem sido sempre objeto de discussões na física. Uma das formas de estudá-la é permitir que uma partícula carregada altamente energética (um próton, por exemplo) se choque com um alvo sólido. Uma forma melhor ainda é fazer com que dois desses prótons colidam frontalmente. A análise dos fragmentos que surgem dessas colisões é o meio mais utilizado para aprendermos sobre a natureza das partículas subatômicas da matéria. O Prêmio Nobel de Física de 1976 e 1984 foi concedido justamente aos autores desses estudos.

De que modo podemos dar a um próton energia cinética suficiente para uma experiência desse tipo? O método direto é deixar o próton “cair” através de uma diferença de potencial V , aumentando, assim, sua energia cinética de eV . No entanto, à medida que precisamos de energias cada vez mais altas, tornar-se mais e mais difícil estabelecermos a diferença de potencial necessária.

Uma forma melhor é fazer com que o próton circule num campo magnético e dar a ele um desprevensoso “empurrão” elétrico uma vez por rotação. Por exemplo, se um próton circular 100 vezes num campo magnético e receber um reforço de energia de 100 keV toda vez que completar uma órbita, terminará com uma energia cinética de (100)(100 keV) ou 10 MeV. Descrevemos a seguir dois dispositivos muito úteis baseados neste princípio.

O Ciclotron

A Fig. 30-15 mostra a vista superior da região de um ciclotron em que as partículas (prótons, por exemplo) circulam. Os dois objetos escavados em forma de D (abertos em suas bordas retas) são feitos de lâminas de cobre. Estes *dés*, como eles são chamados, fazem parte de um oscilador elétrico que estabelece uma diferença de potencial alternada através do espaço existente entre eles. Estão imersos num campo magnético ($B = 1.5 \text{ T}$) cujo sentido é para fora do plano da figura e que é criado por um grande eletroímã. A Fig. 30-16 mostra o interior de um ciclotron com *dés* de formatos diferentes.

Suponhamos que um próton, injetado no centro do ciclotron na Fig. 30-15, se move inicialmente na direção de um *dé* com carga negativa. Será acelerado para ele e irá penetrá-lo. No interior do *dé*, ele está blindado da ação de

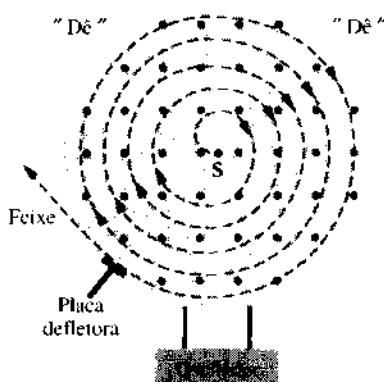


Fig. 30-15 Os elementos de um ciclotrôn, mostrando a fonte de partículas S e os dês. Um campo magnético uniforme emerge do plano da figura. Os prótons circulantes espiralam ao sair das cavidades dos dês, ganhando energia todas as vezes que atravessam o espaço existente entre eles.

campos elétricos pelas suas paredes de cobre, ou seja, o campo elétrico não entra no dê. O campo magnético, entretanto, não é blindado pelos dês de cobre (não-magnético), de modo que o próton se move numa trajetória circular cujo raio, que depende de sua velocidade escalar, é dado pela Eq. 30-17, $r = mv/qB$.

Vamos supor que, no instante em que o próton emerge do primeiro dê, a diferença de potencial aceleradora tenha trocado de sinal. Deste modo, o próton defronta-se *novamente* com um dê negativo, sendo *novamente* acelerado. Este processo continua, o próton circulante estando sempre em fase com as oscilações da diferença de potencial entre os dês, até que o próton espirale para fora na borda de um dos dês do sistema.

A chave para a operação do ciclotrôn é que a freqüência f com que o próton circula no campo deve ser igual à freqüência f_{osc} do oscilador elétrico, ou

$$f = f_{osc} \quad (\text{condição de ressonância}) \quad (30-22)$$

Esta *condição de ressonância* diz que, para aumentarmos a energia do próton circulante, devemos ceder-lhe energia com uma freqüência f_{osc} que é igual à freqüência f natural com a qual o próton circula no campo magnético.

A combinação das Eqs. 30-19 e 30-22 nos permite escrever a condição de ressonância sob a forma

$$qB = 2\pi mf_{osc}. \quad (30-23)$$

Para o próton, q e m são fixos. O oscilador é projetado para operar numa única freqüência fixa f_{osc} . Então, “sintonizamos” o ciclotrôn variando B até que a Eq. 30-23 seja satisfeita e apareça um feixe de prótons altamente energético.

O Sincrotron de Prótons

Para prótons de energias acima de 50 MeV, o ciclotrôn convencional começa a falhar porque uma das condições

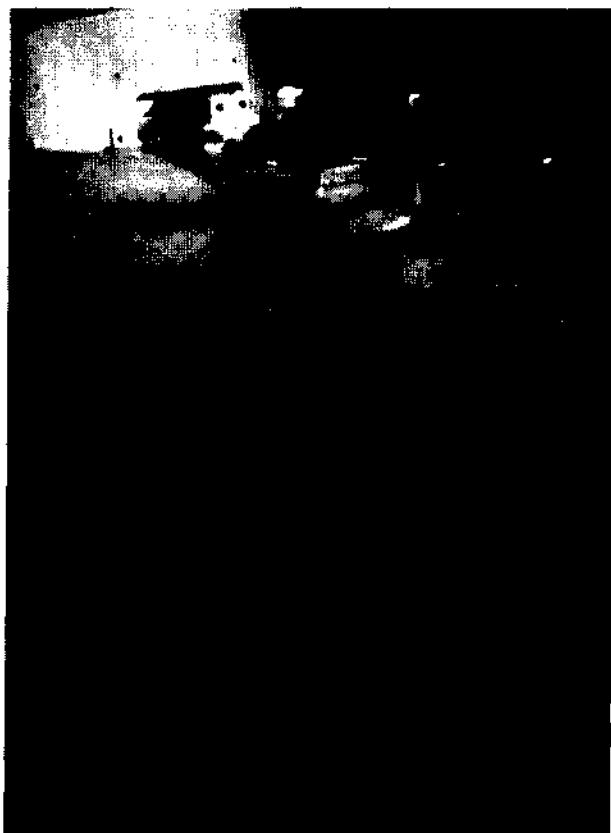


Fig. 30-16 O interior de um ciclotrôn. Fons negativos são liberados de uma pequena caixa no centro.

de seu projeto — que a freqüência de rotação de uma partícula carregada circulando num campo magnético seja independente de sua velocidade escalar — somente é válida para velocidades escalares que sejam muito menores do que a da luz. À medida que a velocidade escalar do próton aumenta, devemos resolver o problema usando as leis relativísticas.

De acordo com a teoria da relatividade, à medida que a velocidade escalar de um próton circulante torna-se próxima à da luz, ele consome um tempo cada vez maior para percorrer sua órbita. Significa, pois, que a freqüência de revolução do próton circulante decresce constantemente. Desse modo, os prótons ficam fora de fase com o oscilador do ciclotrôn — cuja freqüência permanece fixa em f_{osc} — e finalmente a energia do próton circulante pára de aumentar.

Existe um outro problema. Para um próton de 500 GeV num campo magnético de 1,5 T, o raio da trajetória seria de 1,1 km. O custo de um eletroimã para um ciclotrôn convencional de tal dimensão seria proibitivo, porque a área de suas faces polares tem aproximadamente 4 km².

O *sincrotron de prótons* é projetado para enfrentar essas duas dificuldades. O campo magnético B e a freqüência do oscilador f_{osc} , em vez de terem valores constantes como no ciclotrôn convencional, são forçados a variar com o tempo durante o ciclo de aceleração. Fazendo-se isto de maneira



Fig. 30-17 Uma foto do túnel do sincrotron de prótons no Fermilab. A circunferência do túnel tem 6,3 km.

apropriada: (1) a freqüência dos prótons circulantes permanece constantemente em fase com a do oscilador e (2) os prótons seguem uma trajetória circular e não em espiral. Assim, o ímã necessita apenas se estender ao longo dessa trajetória circular e não sobre cerca de 4 km². Contudo, o anel deve ser grande para que altas energias sejam alcançadas. De fato, a área englobada pelo anel do sincrotron de prótons, no Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab), é grande o suficiente para ser utilizada como uma área de teste para o “rejuvenescimento” da primitiva planície do meio-oeste.

A Fig. 30-17 é um flagrante do interior do túnel acelerador no Fermilab. Prótons acelerados atravessam o interior de um tubo totalmente evacuado, com aproximadamente 5 cm de diâmetro, que se curva suavemente envolvendo

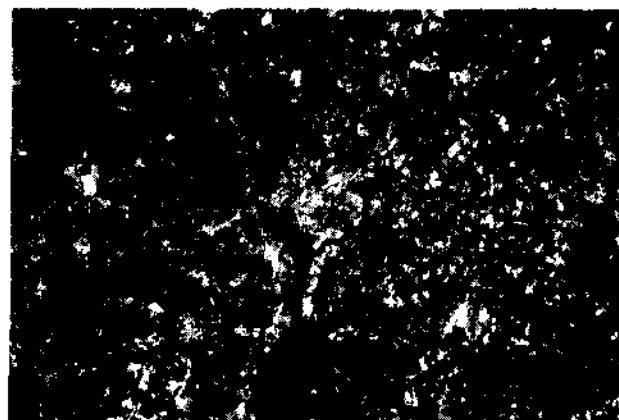


Fig. 30-19 O círculo maior mostra o planejado Supercondutor Super Collider (SSC), superposto (para fins de escala) a uma foto, tirada de satélite, da cidade de Washington, DC. O círculo intermediário é o acelerador europeu do CERN, na Suíça, e o círculo menor é o acelerador Fermilab. Todos os círculos foram traçados correspondendo a um mesmo campo magnético.

o ímã anular cuja circunferência mede 6,4 km. Os prótons fazem cerca de 400.000 viagens circulares para a obtenção da energia final de 1 TeV ($= 10^{12}$ eV). A Fig. 30-18 mostra uma vista aérea do anel e dos laboratórios associados.

Contudo, os cientistas precisam de prótons com energias bem mais elevadas. A Fig. 30-19 mostra o anel Fermilab (círculo menor) e o anel acelerador no Centro Europeu para Física de Partículas (CERN) (círculo intermediário). O círculo maior representa o Supercondutor Super-Collider (SSC) a ser construído no Texas e que gerará energias de 20 TeV por meio de colisões próton-antiproton. O anel — com aproximadamente 84 km de circunferência — é mostrado em superposição com a foto tirada de satélite, da cidade de Washington, DC, para destacar a escala. O anel SSC terá aproximadamente o tamanho do sistema de cinturões de rodovias que circundam esta cidade.

EXEMPLO 30-5 Considere um ciclotrôn que opere com a freqüência oscilante de 12 MHz e que seus deós tenham raio $R = 53$ cm.

a. Qual é o módulo do campo magnético necessário para acelerar déuterons no ciclotrôn?

Solução Um déuteron tem carga igual ao do próton, mas aproximadamente o dobro da massa ($m = 3,34 \times 10^{-27}$ kg). Da Eq. 30-23,

$$B = \frac{2\pi m f_{osc}}{q} = \frac{(2\pi)(3,34 \times 10^{-27} \text{ kg})(12 \times 10^6 \text{ s}^{-1})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$= 1,57 \text{ T} \approx 1,6 \text{ T.} \quad (\text{Resposta})$$

Note que, para acelerar prótons, o módulo do campo magnético teria de ser reduzido à metade, supondo que a freqüência do oscilador permaneça fixa em 12 MHz.

b. Qual é a energia cinética resultante dos déuterons?



Fig. 30-18 Uma vista aérea do Fermilab.

Solução Da Eq. 30-17, a velocidade escalar de um dêuteron que circula com um raio igual ao raio R de um $d\bar{e}$ é dada por

$$v = \frac{RqB}{m} = \frac{(0.53 \text{ m})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1.57 \text{ T})}{3.34 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ = 3.99 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

Esta velocidade escalar corresponde a uma energia cinética de

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \\ = \frac{1}{2}(3.34 \times 10^{-27} \text{ kg})(3.99 \times 10^7 \text{ m/s})^2 \\ \times (1 \text{ MeV}/1.60 \times 10^{-19} \text{ J}) \\ = 16.6 \text{ MeV} \approx 17 \text{ MeV.} \quad (\text{Resposta})$$

30-7 Força Magnética sobre um Fio Transportando Corrente

Já vimos (em conexão com o efeito Hall) que um campo magnético exerce uma força lateral sobre os elétrons de condução num fio. Esta força deve ser transmitida integralmente ao fio propriamente dito, porque os elétrons de condução não podem escapar lateralmente dele.

Na Fig. 30-20a, um fio vertical, fixado por suas extremidades e, que não está transportando corrente, passa através da região entre as faces polares de um eletroímã. O campo magnético aponta para fora da página. Na Fig. 30-20b, uma corrente orientada para cima é estabelecida no fio; o fio deflete para a direita. Na Fig. 30-20c, invertemos o sentido da corrente e o fio é defletido para a esquerda. Observe que o fio é desviado lateralmente em relação à corrente, exatamente como esperávamos.

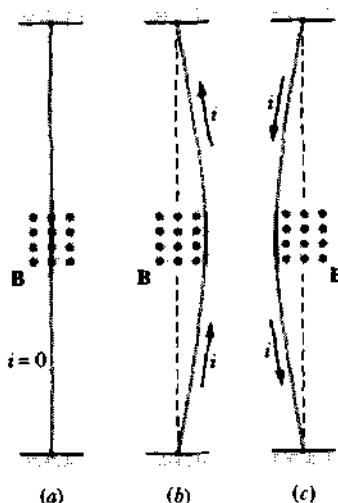


Fig. 30-20 Um fio flexível passa entre as faces polares de um eletroímã (somente a face polar mais afastada é mostrada). (a) Não há corrente no fio. (b) Uma corrente é estabelecida. (c) O mesmo que no item (b) exceto que o sentido da corrente está invertido. As ligações para a entrada da corrente no fio por uma das extremidades e sua saída pela outra não são mostradas.

Vamos examinar cuidadosamente a deflexão magnética de um fio e relacioná-la com as forças magnéticas que agem sobre os portadores de carga individuais. A Fig. 30-21 mostra uma vista ampliada de um fio transportando uma corrente i ; o eixo longitudinal do fio é perpendicular a um campo magnético \mathbf{B} que emerge da página. Vemos um dos elétrons de condução deslocando-se para baixo com a velocidade escalar de deriva v_d . A Eq. 30-7, em que devemos fazer $\phi = 90^\circ$, nos diz que uma força dada por $(-e)v_d B$ atua sobre cada elétron. Da Eq. 30-6, vemos que esta força aponta para a direita. Esperamos, então, que o fio como um todo experimente uma força para a direita, concordando com a Fig. 30-20b.

Se, na Fig. 30-21, invertéssemos o sentido do campo magnético ou o sentido da corrente, a força sobre o fio mudaria de sentido, apontando agora para a esquerda. Note também que não importa se considerarmos cargas negativas se movendo para baixo no fio (o caso presente) ou cargas positivas se movendo para cima. O sentido da força deflectora sobre o fio seria o mesmo. Segue que, seguramente, podemos trabalhar com o sentido convencional da corrente que supomos ser constituída por portadores de carga positiva.

Consideremos um comprimento L do fio na Fig. 30-21. Os elétrons, nesta seção do fio, irão deslocar-se passando pelo plano xy num tempo L/v_d , transportando uma carga dada por

$$q = i \left(\frac{L}{v_d} \right)$$

através daquele plano. Substituindo este valor na Eq. 30-7, temos

$$F_B = qv_d B \sin \phi \\ = (iL/v_d)(v_d)B \sin 90^\circ$$

$$F_B = iLB. \quad (30-24)$$



Fig. 30-21 Um “close” de uma seção do fio da Fig. 30-20b. O sentido da corrente é para cima, o que significa que os elétrons se deslocam para baixo. Um campo magnético emerge do plano da figura de modo que o fio é desviado para a direita.

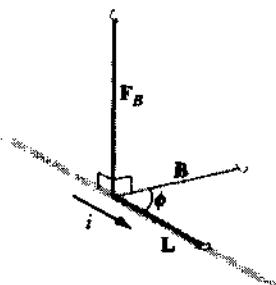


Fig. 30-22 Um fio transportando uma corrente i faz um ângulo ϕ com o campo magnético \mathbf{B} . O fio tem um comprimento L no campo e um vetor comprimento \mathbf{L} (no sentido da corrente). Uma força magnética $\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ atua sobre o fio.

Esta equação dá a força que atua sobre um segmento de fio retilíneo, de comprimento L , transportando uma corrente i imerso num campo magnético \mathbf{B} que é perpendicular ao fio.

Quando o campo magnético *não* é perpendicular ao fio, como na Fig. 30-22, a força magnética é dada por uma generalização da Eq. 30-24:

$$\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (\text{força sobre uma corrente}) \quad (30-25)$$

onde \mathbf{L} é um vetor dirigido ao longo do segmento de fio no sentido da corrente (convencional).

A Eq. 30-25 é equivalente à Eq. 30-6, de modo que uma ou outra podem ser tomadas como a equação de definição para \mathbf{B} . Na prática, definimos \mathbf{B} a partir da Eq. 30-25. É muito mais fácil medirmos a força magnética atuando sobre um fio do que sobre uma única carga em movimento.

Quando o fio não é retilíneo, podemos imaginá-lo dividido em pequenos segmentos retos e, então, aplicar a Eq. 30-25 a cada segmento. A força que atua sobre o fio como um todo será dada pela soma vetorial de todas as forças que agem sobre os segmentos que o constituem. No limite diferencial, podemos escrever

$$d\mathbf{F}_B = i d\mathbf{L} \times \mathbf{B}, \quad (30-26)$$

e determinar a força resultante sobre qualquer distribuição de correntes pela integração da Eq. 30-26 por toda essa distribuição.

No uso da Eq. 30-26, devemos ter em mente que não existe um segmento isolado de fio, de comprimento dL , transportando corrente. Deve haver sempre um caminho para a introdução da corrente no segmento por uma das extremidades e para a sua saída pela outra.

EXEMPLO 30-6 Um fio retilíneo de cobre, perpendicular ao plano da página, transporta uma corrente $i = 28$ A. Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo magnético \mathbf{B} necessário para fazer flutuar o fio, isto é, para equilibrar seu peso? A densidade do fio é 46,6 g/m.

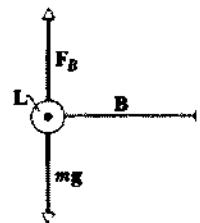


Fig. 30-23 Exemplo 30-6. Um fio (mostrado em seção transversal) pode ser posto para “flutuar” num campo magnético. A corrente no fio emerge da figura e o campo magnético aponta para a direita.

Solução A Fig. 30-23 mostra o arranjo. Para um comprimento L de fio, temos (veja a Eq. 30-24)

$$mg = LiB,$$

$$B = \frac{(m/L)g}{i} = \frac{(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(9.8 \text{ m/s}^2)}{28 \text{ A}} \\ = 1.6 \times 10^{-2} \text{ T.} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é aproximadamente 160 vezes a intensidade do campo magnético da Terra.

EXEMPLO 30-7 A Fig. 30-24 mostra um comprimento de fio com um arco central, colocado num campo magnético uniforme \mathbf{B} que aponta para fora do plano da figura. Sabendo-se que o fio transporta uma corrente i , que força magnética resultante \mathbf{F} atua sobre ele?

Solução De acordo com a Eq. 30-24, a força que atua sobre cada trecho reto tem módulo igual a

$$F_1 = F_3 = iLB$$

e aponta para baixo, mostrado por \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_3 na figura.

Um segmento do arco central de comprimento dL tem uma força $d\mathbf{F}$ atuando sobre ele, cujo módulo é dado por

$$dF = iB dL = iB(R d\theta)$$

e cuja direção é radial, apontando para o ponto O , o centro do arco. Note que somente o componente para baixo $dF \sin \theta$ deste elemento de força é efetivo. O componente horizontal é cancelado pelo componente horizontal de sentido contrário associado a um segmento simetricamente localizado no lado oposto do arco.

Assim sendo, a força total sobre o arco central aponta para baixo e é dada por

$$F_2 = \int_0^\pi dF \sin \theta = \int_0^\pi (iBR d\theta) \sin \theta \\ = iBR \int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2iBR.$$

A força resultante sobre o fio todo é, então,

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = iLB + 2iBR + iLB \\ = 2iB(L + R). \quad (\text{Resposta})$$

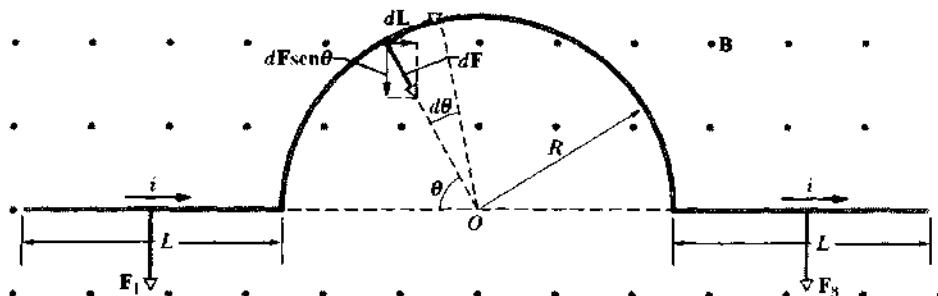


Fig. 30-24 Exemplo 30-7. Um segmento de fio transportando uma corrente i está imerso num campo magnético. A força resultante sobre o fio está orientada para baixo.

Note que esta força é exatamente a mesma que atuaria sobre um fio retíneo de comprimento $2(L + R)$. Tal fato seria válido independente de qual fosse o formato do segmento central, um semicírculo na Fig. 30-24. Convença-se disso.

30-8 Torque sobre uma Bobina de Corrente

A maior parte do trabalho no mundo é feita pelos motores elétricos. As forças que o realizam são as forças magnéticas que estudamos na seção anterior, isto é, as forças que um campo magnético exerce sobre um fio, percorrido por uma corrente.

A Fig. 30-25 mostra um motor simples, consistindo em uma bobina transportando corrente imersa num campo magnético \mathbf{B} . As duas forças magnéticas \mathbf{F} e $-\mathbf{F}$ se combinam para exercer um torque sobre a bobina, com a tendência de girá-la em torno de seu eixo central. Embora muitos detalhes essenciais tenham sido omitidos, a figura sugere como a ação de um campo magnético, exercendo um torque sobre uma bobina de corrente, constitui a parte essencial do motor elétrico.

A Fig. 30-26a mostra uma bobina retangular de lados a e b , transportando uma corrente i e imersa num campo magnético uniforme \mathbf{B} . Nós a colocamos no campo de modo que seus lados maiores, 1 e 3, fiquem sempre perpendiculares à direção do campo (que aponta para dentro

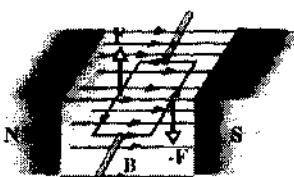


Fig. 30-25 Os rudimentos de um motor elétrico. Uma bobina retangular, transportando uma corrente i e podendo girar livremente em torno de um eixo fixo, é colocada num campo magnético. Um comutador (não-mostrado) inverte o sentido da corrente a cada meia revolução de modo que o torque magnético atue sempre no mesmo sentido.

da página), mas seus lados menores, 2 e 4, não. Para permitir a circulação da corrente é preciso que existam fios ligados na bobina a fim de que a corrente tenha por onde entrar e sair; contudo, para simplificar, eles não são mostrados.

Para definir a orientação da bobina no campo magnético, usamos um vetor normal \mathbf{n} que é perpendicular ao plano da bobina. A Fig. 30-26b, mostra a regra da mão direita para determinar o sentido de \mathbf{n} . Aponte ou curve os dedos da sua mão direita, em qualquer ponto da bobina, no sentido da corrente. Seu polegar estendido apontará, então, no sentido do vetor normal \mathbf{n} .

O vetor normal da bobina na Fig. 30-26a forma um ângulo θ com a direção do campo magnético \mathbf{B} , como se mostra na Fig. 30-26c. Vamos determinar a força resultante e o torque resultante que atuam sobre a bobina nesta posição.

A força resultante é a soma vetorial das forças que atuam sobre cada um dos quatro lados da bobina. Para o lado 2, o vetor \mathbf{L} na Eq. 30-25 aponta no sentido da corrente e tem módulo b . O ângulo entre \mathbf{L} e \mathbf{B} para o lado 2 (veja a Fig. 30-26c) é $90^\circ - \theta$. Assim, o módulo da força atuando sobre este lado é

$$F_2 = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta. \quad (30-27)$$

Podemos mostrar que a força F_4 , que atua sobre o lado 4, tem o mesmo módulo que F_2 mas aponta no sentido oposto. Assim, as forças F_2 e F_4 , tomadas juntas, não podem ocasionar qualquer movimento da bobina. A força que resulta delas é zero e, como elas têm a mesma linha de ação, o torque resultante também é zero.

A situação é diferente para os lados 1 e 3. Aqui, o módulo comum de \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_3 é iaB e elas apontam em sentidos opostos de modo que elas não tendem a mover a bobina nem para cima nem para baixo. Entretanto, como mostra a Fig. 30-26c, estas duas forças *não* possuem a mesma linha de ação de modo que elas tendem a girar a bobina. O torque resultante tende a girar a bobina de modo a alinhar seu vetor normal \mathbf{n} com a direção do campo magnético \mathbf{B} . O braço de alavanca deste torque é $(b/2)\sin \theta$.

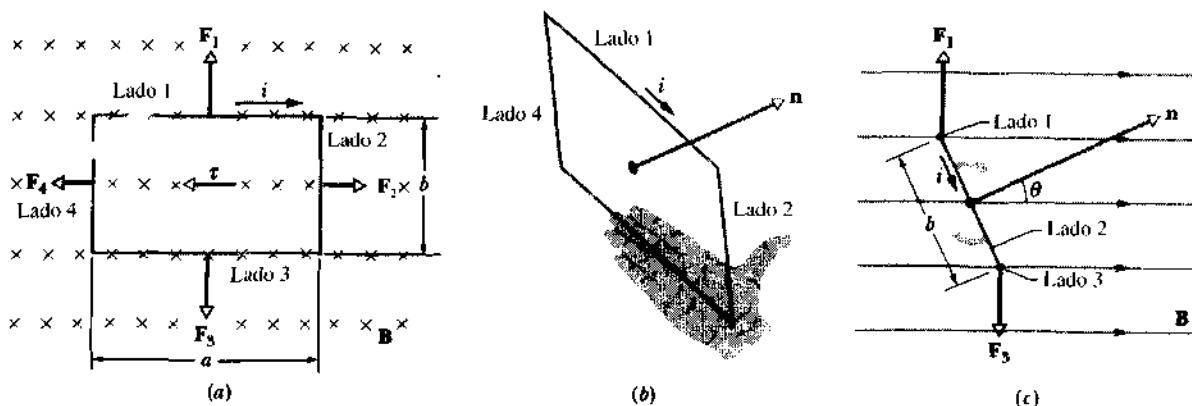


Fig. 30-26 Uma bobina retangular, de comprimento a e largura b , transportando uma corrente i é colocada num campo magnético uniforme. Um torque atua para alinhar o vetor normal \mathbf{n} com a direção do campo. (a) A bobina vista no sentido do campo magnético. (b) Uma perspectiva da bobina mostrando como a regra da mão direita dá o sentido de \mathbf{n} , que é perpendicular ao plano da bobina. (c) Uma vista lateral da bobina, a partir do lado 2.

O módulo τ' do torque devido às forças \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_3 é (veja a Fig. 30-26c)

$$\begin{aligned}\tau' &= (iaB)(b/2)(\operatorname{sen} \theta) + (iaB)(b/2)(\operatorname{sen} \theta) \\ &= iabB \operatorname{sen} \theta.\end{aligned}$$

Este torque atua sobre cada volta da bobina. Havendo N voltas, o torque total é

$$\tau = N\tau' = NiabB \operatorname{sen} \theta = (NiA)B \operatorname{sen} \theta \quad (30-28)$$

onde $A (= ab)$ é a área delimitada pela bobina. As grandezas entre parênteses (NiA) estão assim agrupadas pois todas constituem propriedades da bobina: seu número de voltas, sua área e a corrente que ela transporta. Esta equação é válida para todas as bobinas planas, independente de suas formas.

Em vez de observarmos o movimento da bobina, é mais simples observarmos o vetor \mathbf{n} , que é normal ao plano da bobina. A Eq. 30-28 nos diz que uma bobina transportando uma corrente colocada num campo magnético tende a girar de modo que este vetor normal aponte na direção do campo. Este é justamente o comportamento da agulha de uma bússola.

EXEMPLO 30-8 Nos voltímetros e amperímetros analógicos, a leitura é mostrada por meio da deflexão de um ponteiro sobre uma escala. Eles funcionam por causa do torque exercido por um campo magnético sobre uma bobina de corrente. A Fig. 30-27 mostra o galvanômetro básico, no qual os amperímetros analógicos e os voltímetros analógicos se baseiam. A bobina mede 2,1 cm de altura e 1,2 cm de largura; ela tem 250 voltas e está montada de modo que possa girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da página num campo magnético uniforme radial, com $B = 0.23$ T. Para qualquer orientação da bobina, o campo magnético resultante através dela é perpendicular ao seu vetor normal. Uma mola S_p proporciona um torque contrário que equilibra o torque magnético, daí resultando numa deflexão angular constante ϕ correspondente a uma determinada corrente i na bobina. Se uma corrente de $100 \mu\text{A}$ produzir uma deflexão angular de 28° , qual será a constante de torção κ da mola (veja a Eq. 14-24)?

Solução Igualando o torque magnético ao torque produzido pela mola (veja a Eq. 30-28), obtemos

$$\tau = NiAB \operatorname{sen} \theta = \kappa\phi, \quad (30-29)$$

onde ϕ é a deflexão angular da bobina e do ponteiro e $A (= 2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$ é a área da bobina. Como o campo magnético resultante através da bobina é sempre perpendicular ao vetor normal da bobina, $\theta = 90^\circ$ para qualquer orientação do ponteiro.

Resolvendo a Eq. 30-29 para κ , encontramos

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{NiAB \operatorname{sen} \theta}{\phi} \\ &= (250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &\quad \times \frac{(0.23 \text{ T}) (\operatorname{sen} 90^\circ)}{28^\circ} \\ &= 5.2 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m/grau.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

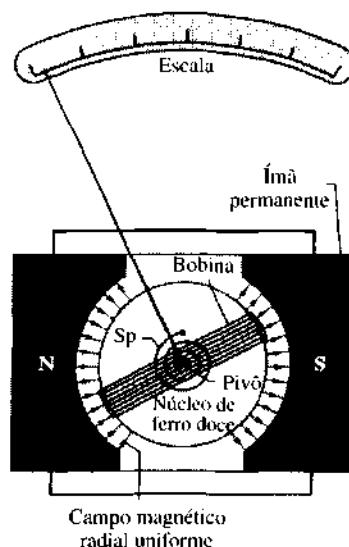


Fig. 30-27 Exemplo 30-8. Os rudimentos de um galvanômetro. Dependendo do circuito externo, este dispositivo também pode servir como um voltímetro ou um amperímetro.

Muitos amperímetros e voltímetros modernos são de leitura direta, digital e operam de modo a não envolver uma bobina em movimento.

30-9 O Dipolo Magnético

Na física, gostamos de identificar os principais aspectos de um problema, ignorando detalhes que não importam. Com esse intuito, vamos descrever a bobina de corrente da seção anterior por um único vetor μ , seu **momento de dipolo magnético**. Consideraremos a direção e o sentido de μ idênticos àqueles do vetor normal n ao plano da bobina, como na Fig. 30-26c. Definimos o módulo de μ como

$$\mu = NiA \quad (\text{momento magnético}). \quad (30-30)$$

Assim, podemos reescrever a Eq. 30-28 como

$$\tau = \mu B \sin \theta, \quad (30-31)$$

onde θ é o ângulo entre os vetores μ e B .

Podemos generalizar este resultado, escrevendo-o na forma vetorial

$$\tau = \mu \times B, \quad (30-32)$$

que nos lembra muito a equação correspondente para o torque exercido por um campo elétrico sobre um dipolo elétrico (veja a Eq. 24-35),

$$\tau = p \times E.$$

Em cada caso, o torque exercido por um campo externo — seja ele magnético ou elétrico — é igual ao produto vetorial do correspondente vetor momento de dipolo e do vetor campo.

Enquanto um campo magnético externo está exercendo um torque sobre um dipolo magnético — tal com uma bobina de corrente — trabalho deve ser realizado para mudar a orientação do dipolo. O dipolo magnético deve ter, então, uma **energia potencial magnética** que dependa da orientação do dipolo no campo. Para dipolos elétricos mostramos (veja a Eq. 24-39) que

$$U(\theta) = -p \cdot E.$$

Analogamente, podemos escrever para o caso magnético

$$U(\theta) = -\mu \cdot B. \quad (30-33)$$

Tabela 30-2
Alguns Momentos de Dipolo Magnético

A bobina do Exemplo 30-9	$6.3 \times 10^{-6} \text{ J/T}$
Uma pequena barra imantada	5 J/T
A Terra	$8.0 \times 10^{-2} \text{ J/T}$
Um próton	$1.4 \times 10^{-30} \text{ J/T}$
Um elétron	$9.3 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

Assim, um dipolo magnético tem sua energia mais baixa ($= -\mu B \cos 0^\circ = -\mu B$) quando seu momento de dipolo está alinhado com o campo magnético. Ele tem sua energia mais alta ($= -\mu B \cos 180^\circ = +\mu B$) quando o momento de dipolo aponta no sentido oposto ao do campo. A diferença de energia entre as duas orientações é

$$\begin{aligned} \Delta U &= U(180^\circ) - U(0^\circ) \\ &= (-\mu B \cos 180^\circ) - (-\mu B \cos 0^\circ) \\ &= (+\mu B) - (-\mu B) = 2\mu B. \end{aligned} \quad (30-34)$$

Este é o trabalho que deve ser realizado por um agente externo para girar um dipolo magnético de 180° , a partir de sua posição alinhada com o campo.

Por enquanto, identificamos um dipolo magnético como uma bobina de corrente. Entretanto, um simples ímã em forma de barra também é um dipolo magnético. O mesmo podemos dizer de uma esfera de carga em rotação. A própria Terra é um dipolo magnético. Finalmente, a maioria das partículas subatômicas, incluindo o elétron, o próton e o nêutron, tem momentos de dipolo magnético. Como veremos, todas essas grandezas podem ser vistas — num sentido ou outro — como bobinas de corrente. Para comparação, alguns momentos de dipolo magnético são mostrados na Tabela 30-2.

EXEMPLO 30-9 a. Qual é o momento de dipolo magnético da bobina do Exemplo 30-8, supondo que ela transporte uma corrente de $100 \mu\text{A}$?

Solução O módulo do momento de dipolo magnético da bobina, cuja área A é $2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, é

$$\begin{aligned} \mu &= NiA \\ &= (250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= 6.3 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 6.3 \times 10^{-6} \text{ J/T}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

É fácil mostrar que os dois conjuntos de unidades são idênticos. O segundo deduz-se logicamente da Eq. 30-33.

A direção e o sentido μ , como mostra a inspeção da Fig. 30-27, são idênticos àqueles do ponteiro. Podemos verificar tal fato mostrando que, se considerarmos μ na direção do ponteiro, o torque previsto pela Eq. 30-32 é tal que, de fato, ele moveria o ponteiro no sentido horário através da escala.

b. O momento de dipolo magnético da bobina está alinhado com um campo magnético externo cujo módulo vale 0.85 T . Quanto trabalho é necessário para inverter a bobina?

Solução O trabalho necessário é igual ao aumento da energia potencial, que é

$$\begin{aligned} W &= \Delta U = 2\mu B = 2(6.3 \times 10^{-6} \text{ J/T})(0.85 \text{ T}) \\ &= 10.7 \times 10^{-6} \text{ J} = 11 \mu\text{J}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é aproximadamente igual ao trabalho necessário para elevar um comprimido de aspirina a uma altura de cerca de 3 mm.

RESUMO

Campo Magnético B

Um campo magnético \mathbf{B} é definido em termos da força \mathbf{F}_B atuando sobre uma carga-teste com carga q e movendo-se através do campo com velocidade \mathbf{v} :

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (30-6)$$

A unidade SI para \mathbf{B} é o tesla (T): 1 T = 1 N/(A·m) = 10⁴ gauss.

O Efeito Hall

Quando uma tira condutora de espessura l transportando uma corrente i é colocada num campo magnético \mathbf{B} , alguns portadores de carga (com carga e) se acumulam sobre os lados do condutor, como está ilustrado na Fig. 30-10. Uma diferença de potencial V se estabelece através da tira. A polaridade de V dá o sinal dos portadores de carga: a densidade de portadores de carga pode ser calculada de

$$n = \frac{Bi}{Vle}. \quad (30-15)$$

Uma Partícula Carregada Circulando num Campo Magnético

Uma partícula carregada com massa m e carga q movendo-se com velocidade \mathbf{v} perpendicularmente a um campo magnético \mathbf{B} percorrerá um círculo de raio

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (\text{raio}). \quad (30-17)$$

Sua frequência de revolução f , sua frequência angular ω e seu período T estão relacionados por

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (\text{frequência, período}), \quad (30-20, 30-19, 30-18)$$

Ciclotrons e Sincrotrons

Um ciclotron é um acelerador de partículas que usa um campo magnético para manter uma partícula carregada em órbita circular de modo que um modesto potencial acelerador possa agir sobre ela repetidamente, resultando daí altas energias. Pelo fato de a partícula em movimento sair

de fase com o oscilador quando sua velocidade se aproxima da velocidade da luz, existe um limite superior para a energia atingível com um ciclotron. Um sincrotron elimina esta dificuldade. O campo B e a frequência do oscilador f_{osc} são programados para mudarem ciclicamente de modo que a partícula possa alcançar energia bastante elevada e manter o raio da órbita constante.

Força Magnética sobre uma Corrente

Um fio retilíneo transportando uma corrente i num campo magnético uniforme experimenta uma força lateral

$$\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (30-25)$$

A força atuando sobre um elemento de corrente $i dL$ num campo magnético é

$$d\mathbf{F}_B = i d\mathbf{L} \times \mathbf{B}. \quad (30-26)$$

O sentido do elemento de comprimento dL é o mesmo da corrente i .

Torque sobre uma Bobina de Corrente

Uma bobina de corrente (de área A e corrente i , com N voltas) num campo magnético uniforme \mathbf{B} experimentará um torque τ dado por

$$\tau = \mu \times \mathbf{B}. \quad (30-32)$$

Aqui μ é o **momento de dipolo magnético** da bobina de corrente, com módulo $\mu = NiA$, perpendicular ao plano da bobina, na direção dada pela regra da mão direita. Esse torque constitui o princípio básico de operação dos motores elétricos e dos voltímetros e amperímetros analógicos. Ímãs em forma de barra, moléculas, átomos, partículas fundamentais (elétrons, prótons, e assim por diante), todos têm propriedades de dipolo magnético.

Energia de Orientação de um Dipolo Magnético

A **energia potencial magnética** de um dipolo magnético num campo magnético é

$$U(\theta) = -\mu \cdot \mathbf{B}. \quad (30-33)$$

QUESTIONÁRIO

- Dos três vetores na equação $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, quais são sempre perpendiculares? Que pares podem formar algum ângulo entre eles?
- Por que, simplesmente, não definimos a direção e o sentido do campo magnético \mathbf{B} como sendo idênticos aos da força magnética que atua sobre uma carga em movimento?
- Imagine que você esteja sentado numa sala com as costas voltadas para uma parede e que um feixe de elétrons, se movendo horizontalmente, a partir dessa parede para a parede em frente, seja defletido para a sua direita. Quais serão a direção e o sentido do campo magnético uniforme existente na sala?
- Como poderíamos mostrar que as forças entre dois ímãs não são forças eletrostáticas?
- Se um elétron não for defletido ao passar através de uma certa região do espaço, podemos afirmar que não há campo magnético nesta região?
- Se uma carga em movimento for defletida ao passar através de uma certa região do espaço, podemos afirmar que existe campo magnético nesta região?
- Um feixe de elétrons pode ser defletido tanto por um campo elétrico como por um campo magnético. Um método é melhor do que o outro? Um dos métodos é, em algum sentido, mais fácil que o outro?
- Uma partícula com carga passa através de um campo magnético e é defletida. Tal fato significa que uma força agiu sobre ela e mudou seu momento. Desde que existe uma força, deve existir uma força de reação. Sobre que objeto ela atua?
- Imagine que na sala em que você está sentado exista um campo magnético uniforme \mathbf{B} apontando verticalmente para baixo. No centro da sala, dois elétrons são projetados, de repente, com a mesma velocidade escalar inicial mas em sentidos opostos. (a) Descreva seus movimentos. (b) Descreva seus movimentos no caso em que uma das partículas é um elétron e a outra um pósitron, isto é, um elétron com carga positiva. (As

partículas diminuem gradualmente de velocidade à medida que colidem com moléculas de ar existentes na sala.)

10. Na Fig. 30-6 por que o elétron e o pósitron deixam traços espirais? Isto é, por que o raio de curvatura varia no campo magnético constante onde a câmara está imersa?

11. Quais são as funções fundamentais (a) do campo elétrico e (b) do campo magnético no ciclotrôn?

12. Qual é o fato central que possibilita a operação de um ciclotrôn convencional? Ignore considerações relativísticas.

13. Um fio de cobre sem isolante emerge de uma das paredes de uma sala, atravessa a sala e desaparece para dentro da parede oposta. Sabemos que há uma corrente constante no fio. De que modo podemos determinar o seu sentido? Discuta as várias maneiras possíveis. Pode-se usar qualquer equipamento condizente, mas não se pode cortar o fio.

14. Na Seção 30-7 vimos que um campo magnético \mathbf{B} exerce uma força sobre os elétrons de condução existentes, digamos, num fio de cobre transportando uma corrente i . Supomos, tacitamente, que essa mesma força atuava sobre o próprio condutor. Esse faltando algumas passagens nesse argumento? Caso a resposta seja afirmativa, descreva-as.

15. Uma corrente experimenta uma força num campo magnético. Portanto, é possível bombear um líquido condutor enviando uma corrente através do líquido (num sentido apropriado) e deixando o líquido passar através de um campo magnético. Projete uma bomba desse tipo. Tal princípio é usado para bombear sódio líquido (um condutor, mas altamente corrosivo) em alguns reatores nucleares, onde ele é utilizado como refrigerante. Que vantagens teria uma bomba assim?

16. Um avião voa na direção oeste num vôo nivelado acima de Massachusetts, onde o campo magnético da Terra está direcionado verticalmente para baixo da linha do horizonte, apontando para o norte. Como resultado da força magnética exercida sobre os elétrons nas suas asas, a ponta de uma das asas terá mais elétrons do que a outra. Qual delas (a da direita ou a da esquerda) terá mais elétrons? A resposta será diferente se o avião estiver voando para o leste?

17. Um condutor, mesmo transportando uma corrente, tem carga líquida zero. Por que, então, um campo magnético exerce uma força sobre ele?

18. Desejamos modificar um galvanômetro (veja o Exemplo 30-8), a fim de que ele constitua (a) um amperímetro e (b) um voltímetro. O que é necessário fazer em cada caso?

19. Uma bobina retangular de corrente tem uma orientação arbitrária num campo magnético externo. Que trabalho é necessário para girar a bobina completamente em torno de um eixo perpendicular ao seu plano?

20. A Eq. 30-32 ($\tau = \mu \times \mathbf{B}$) mostra que não existe torque atuando sobre uma bobina de corrente num campo magnético quando o ângulo entre o eixo da bobina e o campo é (a) 0° ou (b) 180° . Discuta a natureza do equilíbrio (isto é, se ele é estável, neutro ou instável) para as duas posições.

21. No Exemplo 30-9 mostramos que o trabalho necessário para inverter uma bobina de corrente num campo magnético externo é $2\mu B$. Este resultado é válido qualquer que seja a orientação inicial da bobina?

22. Imagine que na sala em que você se encontra exista um campo magnético uniforme \mathbf{B} apontando verticalmente para cima. Uma bobina circular tem seu plano horizontal. Para que sentido da corrente (visto de cima) a bobina estará em equilíbrio estável em relação às forças e torques de origem magnética?

23. O torque exercido por um campo magnético sobre um dipolo magnético pode ser usado para medir a intensidade desse campo magnético. Para fazermos uma medida precisa, importa ou não que o momento de dipolo seja pequeno? Lembre-se de que, no caso da medida de um campo elétrico, a carga-teste era tão pequena quanto possível para que não perturbasse a fonte do campo.

24. Dada uma esfera lisa do tamanho de uma bola de pingue-pongue, que contém um dipolo magnético, que experiências podem ser feitas para determinar o módulo, a direção e o sentido do seu momento de dipolo magnético?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 30-2 A Definição de \mathbf{B}

1E. Expresse a unidade de um campo magnético B em termos das dimensões M, L, T e Q (massa, comprimento, tempo e carga).

2E. Quatro partículas seguem as trajetórias mostradas na Fig. 30-28 quando elas passam através de um campo magnético. O que se pode concluir sobre a carga de cada partícula?

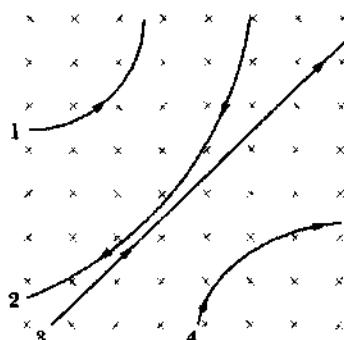


Fig. 30-28 Exercício 2.

3E. Um elétron num tubo de TV está se movendo a $7.20 \times 10^6 \text{ m/s}$ num campo magnético de intensidade 83.0 mT . (a) Sem conhecermos a direção do campo, quais são o maior e o menor módulo da força que o elétron pode sentir devido a este campo? (b) Num certo ponto a aceleração do elétron é $4.90 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$. Qual é o ângulo entre a velocidade do elétron e o campo magnético?

4E. Um próton que se move num ângulo de 23° em relação a um campo magnético de intensidade 2.60 mT experimenta uma força magnética de $6.50 \times 10^{-17} \text{ N}$. Calcular (a) a velocidade escalar e (b) a energia cinética em elétron-volts do próton.

5P. Um elétron que tem velocidade $\mathbf{v} = (2.0 \times 10^6 \text{ m/s}) \mathbf{i} + (3.0 \times 10^6 \text{ m/s}) \mathbf{j}$ penetra num campo magnético $\mathbf{B} = (0.030 \text{ T}) \mathbf{i} - (0.15 \text{ T}) \mathbf{j}$. (a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força sobre o elétron. (b) Repita o cálculo para um próton tendo a mesma velocidade.

6P. Um elétron num campo magnético uniforme tem uma velocidade $\mathbf{v} = (40 \text{ km/s}) \mathbf{i} + (35 \text{ km/s}) \mathbf{j}$. Ele experimenta uma força $\mathbf{F} = -(4.2 \text{ fN}) \mathbf{i} + (4.8 \text{ fN}) \mathbf{j}$. Sabendo-se que $B_z = 0$, calcular o campo magnético.

7P. Os elétrons no feixe de um tubo de televisão têm uma energia cinética de 12.0 keV . O tubo está orientado de modo que os elétrons se

movam horizontalmente do sul magnético para o norte magnético. O componente vertical do campo magnético da Terra aponta para baixo e tem módulo de $55.0 \mu\text{T}$. (a) Em que direção o feixe será desviado? (b) Qual é a aceleração de um elétron devido ao campo magnético? (c) Qual será o desvio sofrido pelo feixe após ter percorrido 20.0 cm através do tubo de televisão?

8P.* Um elétron tem uma velocidade inicial $(12.0 \text{ km/s})\hat{\mathbf{j}} + (15.0 \text{ km/s})\hat{\mathbf{k}}$ e uma aceleração constante de $(2.00 \times 10^{12} \text{ m/s}^2)\hat{\mathbf{i}}$ numa região em que estão presentes um campo elétrico e um campo magnético uniformes. Sabendo-se que $\mathbf{B} = (400 \mu\text{T})\hat{\mathbf{i}}$, determine o campo elétrico \mathbf{E} .

Seção 30-3 A Descoberta do Elétron

9E. Um típico osciloscópio de raios catódicos emprega um tubo de raios catódicos em que, por meio de campos elétricos, o feixe de elétrons pode ser defletido não só vertical como também horizontalmente. Quanto ao mais, este tubo é idêntico àquele mostrado na Fig. 30-9. A Fig. 30-29 mostra a frente de um tubo como esse. A linha reta cheia aparece quando o feixe é repetidamente varrido da esquerda para a direita por um campo elétrico variável no tempo. Se um campo magnético uniforme for aplicado perpendicularmente e para dentro de tubo, devemos esperar que a linha horizontal seja deslocada ou inclinada. Qual das quatro linhas tracejadas na figura será a linha resultante?

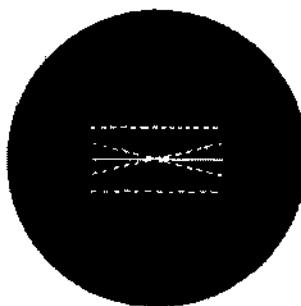


Fig. 30-29 Exercício 9.

10E. Um elétron com energia cinética de 2.5 keV se move horizontalmente para dentro de uma região do espaço onde existe um campo elétrico direcionado para baixo e cujo módulo é igual a 10 kV/m . (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido do (menor) campo magnético capaz de fazer com que os elétrons continuem a se mover horizontalmente? Ignore a força gravitacional, que é bastante pequena. (b) Será possível, para um próton, atravessar esta combinação de campos sem ser desviado? Se for, em que circunstâncias?

11P. Um campo elétrico de 1.50 kV/m e um campo magnético de 0.400 T atuam sobre um elétron em movimento de modo a produzir uma força resultante nula. (a) Calcule a velocidade escalar mínima v do elétron. (b) Desenhe os vetores \mathbf{E} , \mathbf{B} e \mathbf{v} .

12P. Um elétron é acelerado através de uma diferença de potencial de 1.0 kV e dirigido para dentro de uma região entre duas placas paralelas separadas por 20 mm, entre as quais existe uma diferença de potencial de 100 V . O elétron está se movendo perpendicularmente ao campo elétrico quando entra na região entre as placas. Que campo magnético, perpendicular tanto à trajetória do elétron quanto ao campo elétrico, é necessário para que o elétron se desloque em linha reta?

13P. Uma fonte de íons está produzindo íons de ${}^6\text{Li}$ (massa = 6.0 u), cada um com uma carga $+e$. Os íons são acelerados por uma diferença de potencial de 10 kV e entram numa região onde existe um campo magnético uniforme $B = 1.2 \text{ T}$. Calcule a intensidade do menor campo elétrico, a ser estabelecido na mesma região que permitirá aos íons de ${}^6\text{Li}$ a passagem sem desvios.

Seção 30-4 O Efeito Hall

14E. A Fig. 30-30 mostra a seção transversal de um condutor transportando uma corrente perpendicular à página. (a) Entre os quatro terminais (a , b , c , d), que par seria usado para medir a voltagem Hall se o campo magnético estivesse na direção $+x$, os portadores de carga fossem negativos e se movessem para fora da página? Neste par, que terminal está no potencial mais alto? (b) Responda as mesmas perguntas para um campo magnético na direção $-y$ e portadores de carga positiva se movendo para fora da página. (c) Discuta a situação se o campo magnético estivesse na direção $+z$.

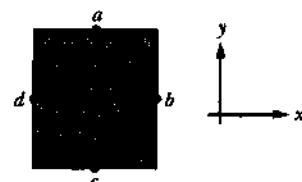


Fig. 30-30 Exercício 14.

15E. Mostre que, em termos do campo elétrico Hall E_H e da densidade de corrente J , o número de portadores de carga por unidade de volume é dado por

$$n = \frac{JB}{eE}$$

16P. Numa experiência sobre o efeito Hall, uma corrente de 3.0 A percorre longitudinalmente uma tira condutora com 1.0 cm de largura, 4.0 cm de comprimento e $10 \mu\text{m}$ de espessura, produzindo uma voltagem Hall transversal (através da largura) de $10 \mu\text{V}$, quando um campo magnético de 1.5 T é estabelecido perpendicularmente à tira. A partir de tais dados, determine (a) a velocidade de deriva dos portadores de carga e (b) a densidade de portadores de carga. (c) Mostre num diagrama os sentidos escolhidos para a corrente e o campo magnético e a consequente polaridade da voltagem Hall, supondo que os portadores de carga sejam elétrons.

17P. (a) Na Fig. 30-10, mostre que a razão entre o campo elétrico Hall E_H e o campo elétrico E_C responsável pelo movimento das cargas (a corrente) ao longo do comprimento da tira é

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{nep},$$

onde p é a resistividade do material. (b) Determine o valor numérico desta razão para o Exemplo 30-2. (Veja a Tabela 28-1.)

18P. Uma tira metálica, com 6.50 cm de comprimento, 0.850 cm de largura e 0.760 mm de espessura, se move com velocidade constante

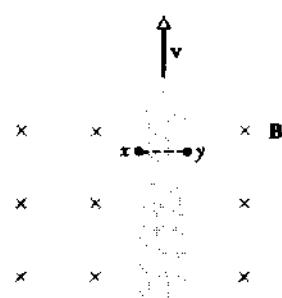


Fig. 30-31 Problema 18.

v através de um campo magnético $B = 1,20 \text{ mT}$ perpendicular à tira, como mostra a Fig. 30-31. Uma diferença de potencial de $3,90 \mu\text{V}$ é medida entre os pontos x e y através da tira. Calcule a velocidade escalar v .

Seção 30-5 Movimento Circular de uma Carga

19E. Campos magnéticos são freqüentemente usados para curvar um feixe de elétrons em experiências de física. Que campo magnético uniforme, aplicado perpendicularmente a um feixe de elétrons que se move a $1,3 \times 10^6 \text{ m/s}$, é necessário para fazer com que os elétrons percorram uma trajetória circular de raio $0,35 \text{ m}$?

20E. (a) Num campo magnético com $B = 0,50 \text{ T}$, qual é o raio da trajetória circular percorrida por um elétron a 10% da velocidade escalar da luz? (b) Qual é a sua energia cinética em elétron-volts? Ignore os efeitos relativísticos.

21E. Que campo magnético uniforme deve ser estabelecido no espaço de modo a fazer um próton, de velocidade escalar $1,0 \times 10^7 \text{ m/s}$, mover-se numa circunferência do tamanho do equador terrestre?

22E. Um elétron com energia cinética de $1,20 \text{ keV}$ está circulando num plano perpendicular a um campo magnético uniforme. O raio da órbita é $25,0 \text{ cm}$. Calcular (a) a velocidade escalar do elétron, (b) o campo magnético, (c) a freqüência de revolução e (d) o período do movimento.

23E. Um elétron é acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial de 350 V . Ele penetra, a seguir, num campo magnético uniforme de módulo 200 mT com sua velocidade perpendicular ao campo. Calcular (a) a velocidade escalar do elétron e (b) o raio de sua trajetória no campo magnético.

24E. O físico S. A. Goudsmit criou um método para medir com precisão as massas dos íons pesados pela cronometragem de seus períodos de revolução num campo magnético conhecido. Um íon monovalente de iodo faz $7,00$ rev num campo de $45,0 \text{ mT}$ em $1,29 \text{ ms}$. Calcule sua massa, em unidades de massa atômica. Na realidade, as medidas de massa são feitas com uma precisão muito maior do que a sugerida por estes dados aproximados.

25E. Uma partícula alfa ($q = +2e, m = 4,00 \text{ u}$) percorre uma trajetória circular de raio $4,50 \text{ cm}$ num campo magnético com $B = 1,20 \text{ T}$. Calcular (a) sua velocidade escalar, (b) seu período de revolução, (c) sua energia cinética em elétron-volts e (d) a diferença de potencial através da qual ela teria de ser acelerada para alcançar tal energia.

26E. (a) Determine a freqüência de rotação de um elétron com uma energia de 100 eV num campo magnético de $35,0 \text{ }\mu\text{T}$. (b) Calcule o raio da sua trajetória quando a velocidade dele é perpendicular ao campo magnético.

27E. Um feixe de elétrons cuja energia cinética é K emerge da "janela" de saída na extremidade de um tubo acelerador. Existe uma placa metálica a uma distância d dessa janela e perpendicular à direção do feixe emergente. Veja a Fig. 30-32. Mostre que podemos evitar que

o feixe colidá com a placa se aplicarmos um campo magnético B tal que

$$B \geq \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d^2}},$$

onde m e e são, respectivamente, a massa e a carga do elétron. Qual deve ser a orientação de \mathbf{B} ?

28P. Numa experiência de física nuclear, um próton com energia cinética de $1,0 \text{ MeV}$ se move numa trajetória circular num campo magnético uniforme. Qual deve ser a energia (a) de uma partícula alfa e (b) de um déuteron para que percorram a mesma órbita? (Lembre-se de que para uma partícula alfa $q = +2e, m = 4,0 \text{ u}$.)

29P. Um próton, um déuteron e uma partícula alfa, acelerados através da mesma diferença de potencial, entram numa região de campo magnético uniforme B , movendo-se perpendicularmente a \mathbf{B} . (a) Compare suas energias cinéticas. Sabendo-se que o raio da trajetória circular do próton é 10 cm , quais são os raios das trajetórias (b) do déuteron e (c) da partícula alfa?

30P. Um próton, um déuteron e uma partícula alfa, com a mesma energia cinética, entram numa região de campo magnético uniforme B , movendo-se perpendicularmente a \mathbf{B} . Compare os raios de suas trajetórias circulares.

31P. A Fig. 30-33 mostra os aspectos mais importantes de um espectrômetro de massa, que é usado para medir as massas dos íons. Um íon de massa m e carga $+q$ é produzido numa fonte S , uma câmara onde ocorre uma descarga gasosa. O íon, praticamente em repouso, deixa S , é acelerado por uma diferença de potencial V e, então, entra numa câmara onde existe um campo magnético B . No campo ele se move num semicírculo, incidindo numa chapa fotográfica a uma distância x da abertura de entrada. Mostre que a massa m do íon é dada por

$$m = \frac{B^2 q}{8V} x^2$$

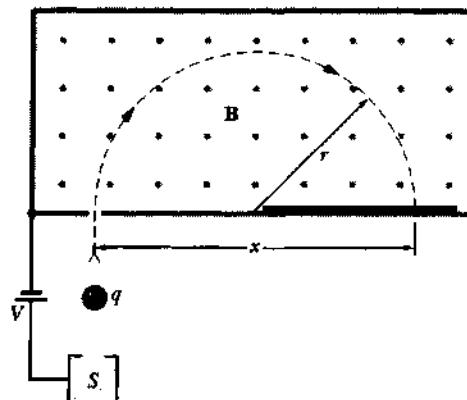


Fig. 30-33 Problema 31.

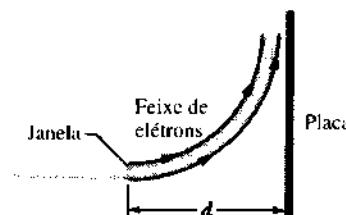


Fig. 30-32 Exercício 27.

32P. Duas espécies de átomos uma vez ionizados, de mesma carga q e cujas massas diferem por uma pequena quantidade Δm , são introduzidos no espectrômetro de massa descrito no Problema 31. (a) Calcule a diferença de massa em termos de V, q, m (de qualquer um deles), B , e da distância Δx entre as manchas na chapa fotográfica. (b) Calcule Δx para um feixe de átomos de cloro uma vez ionizados, com massas de 35 e 37 u, no caso em que $V = 7,3 \text{ kV}$ e $B = 0,50 \text{ T}$.

33P. Um espectrômetro de massa (veja o Problema 31) usado para fins comerciais separa íons de urânio de massa igual a $3,92 \times 10^{-25} \text{ kg}$ e carga

de $3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$. Inicialmente, os íons são acelerados através de uma diferença de potencial de 100 kV e, então, penetram num campo magnético onde são curvados numa trajetória de raio igual a 1,0 m. Depois de percorrerem 180°, eles são coletados numa taça após a passagem por uma fenda de largura 1,0 mm e altura de 1,0 cm. (a) Qual é o módulo do campo magnético (perpendicular) no separador? Sabendo-se que a máquina foi projetada para separar 100 mg de material por hora, calcule (b) a corrente de íons na máquina e (c) a energia térmica dissipada na taça durante 1,00 h.

34P. O espectrômetro de massa de Bainbridge, mostrado na Fig. 30-34, separa íons que têm a mesma velocidade. Depois de terem penetrado através das fendas S_1 e S_2 , os íons passam por um seletor de velocidade composto de um campo elétrico produzido pelas placas carregadas P e P' , e de um campo magnético B perpendicular ao campo elétrico e à trajetória dos íons. Os íons que passam sem serem desviados pelos campos cruzados, E e B , penetram numa região onde existe um segundo campo magnético B' , e são curvados em trajetórias circulares. Uma chapa fotográfica registra a chegada deles. Mostre que, para os íons, $q/m = E/(rBB')$, onde r é o raio da órbita circular.

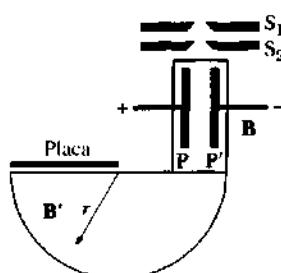


Fig. 30-34 Problema 34.

35P. Um pósitron com energia cinética de 2,0 keV é projetado para dentro de um campo magnético uniforme B de 0,10 T com o seu vetor velocidade fazendo um ângulo de 89° com \mathbf{B} . Determine (a) o período, (b) o passo p e (c) o raio r de sua trajetória helicoidal. (Veja a Fig. 30-12b.)

36P. Uma partícula neutra está em repouso num campo magnético uniforme de módulo B . No instante $t = 0$ ela decai em duas partículas carregadas de massa m . (a) Sabendo-se que a carga de uma das partículas é $+q$, qual é a carga da outra? (b) As duas partículas se afastam em trajetórias distintas contidas no plano perpendicular a \mathbf{B} . Num certo instante posterior, as partículas colidem. Expressse o intervalo de tempo desde o decaimento até a colisão em termos de m , B e q .

37P. (a) Que velocidade escalar deveria ter um próton para que ele pudesse circular a Terra no equador, considerando-se que, em todos os pontos do equador, o campo magnético da Terra seja horizontal e direcionado ao longo das linhas longitudinais? Os efeitos relativísticos devem ser levados em conta. Suponha que, no Equador, o módulo do campo magnético da Terra seja $41 \mu\text{T}$. (Sugestão: Substitua o momento mv na Eq. 30-17 pelo momento relativístico dado na Eq. 9-24.) (b) Desenhe os vetores velocidade e campo magnético correspondentes a esta situação.

Seção 30-6 Ciclotrons e Sincrotrons

38E. Num certo ciclotron um próton se move num círculo de raio 0,50 m. O módulo do campo magnético é 1,2 T. (a) Qual é a frequência do ciclotron? (b) Qual é a energia cinética do próton, em elétron-volts?

39E. Um físico está projetando um ciclotron para acelerar prótons a um décimo da velocidade da luz. O ímã usado produzirá um campo de 1,4 T. Calcular (a) o raio do ciclotron e (b) a frequência de oscilação correspondente. Os efeitos relativísticos não são significativos.

40P. O ciclotron do Exemplo 30-5 foi ajustado para acelerar déuterons. (a) Usando-o para acelerar prótons, com a mesma frequência de oscilação empregada para os déuterons, que energia seria atingida pelos prótons? (b) Que campo magnético seria necessário? (c) Que energia atingiriam os prótons se usássemos o mesmo valor do campo magnético empregado para os déuterons? (d) Que frequência de oscilação seria, então, necessária? (e) Responda às mesmas perguntas para partículas alfa, em vez de prótons. (Para uma partícula alfa, $q = +2e$, $m = 4,0 \text{ u}$.)

41P. Um déuteron num ciclotron está se movendo num campo magnético com $B = 1,5 \text{ T}$ e num raio orbital de 50 cm. Devido a uma colisão rasante com o alvo, o déuteron se decompõe, com uma perda desprezível de energia cinética, em um próton e um nêutron. Discuta o movimento subsequente dessas duas partículas. Suponha que a energia do déuteron seja repartida igualmente entre o próton e o nêutron.

42P. Faça uma estimativa da distância percorrida por um déuteron no ciclotron do Exemplo 30-5 durante o processo de aceleração. Suponha um potencial acelerador entre os dêus de 80 kV.

Seção 30-7 Força Magnética sobre um Fio Transportando Corrente

43E. A Fig. 30-35 mostra quatro posições de um ímã e um fio retilíneo pelo qual elétrons estão fluindo para fora da página, perpendicular ao plano do ímã. Em que caso a força sobre o fio aponta para o topo da página?



Fig. 30-35 Exercício 43.

44E. Um condutor horizontal numa linha de força transporta uma corrente de 5,000 A do sul para o norte. O campo magnético da Terra ($60,0 \mu\text{T}$) está direcionado para o norte e inclinado para baixo de um ângulo de 70° com a linha horizontal. Determine o módulo, a direção e o sentido da força magnética devida ao campo da Terra sobre 100 m do condutor.

45E. Um fio de 1,80 m de comprimento transporta uma corrente de 13,0 A e faz um ângulo de 35,0° com um campo magnético uniforme $B = 1,50 \text{ T}$. Calcular a força magnética sobre o fio.

46P. Um fio de 62,0 cm de comprimento e 13,0 g de massa está suspenso por um par de condutores flexíveis num campo magnético de 0,440 T (Fig. 30-36). Quais são a intensidade e o sentido da corrente necessários para anular a tensão nos fios de suporte?

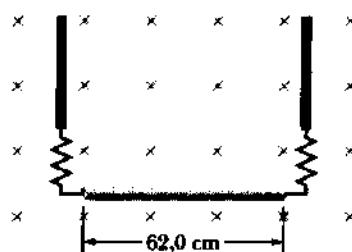


Fig. 30-36 Problema 46.

47P. Um fio de 50 cm de comprimento, situado ao longo do eixo x , é percorrido por uma corrente de 0,50 A, no sentido dos x positivos. O fio está imerso num campo magnético dado por $\mathbf{B} = (0,0030 \text{ T})\mathbf{j} + (0,010 \text{ T})\mathbf{k}$. Determine a força sobre o fio.

48P. Um fio de metal de massa m desliza sem atrito sobre dois trilhos horizontais separados por uma distância d , como na Fig. 30-37. Os trilhos estão colocados num campo magnético uniforme \mathbf{B} . Uma corrente constante i flui de um gerador G ao longo de um trilho, através do fio e retorna pelo outro trilho. Determine a velocidade (módulo, direção e sentido) do fio em função do tempo, supondo que ele esteja em repouso no instante $t = 0$.

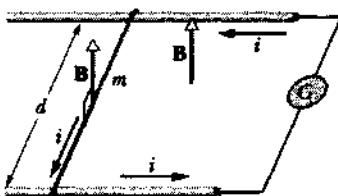


Fig. 30-37 Problema 48.

49P. A Fig. 30-38 mostra um fio de formato arbitrário transportando uma corrente i entre os pontos a e b . O fio está situado num plano perpendicular a um campo magnético uniforme \mathbf{B} . (a) Prove que a força sobre o fio é a mesma que agiria sobre um fio retilíneo percorrido por uma corrente i diretamente de a para b . (Sugestão: Substitua o fio por uma série de "degraus" paralelos e perpendiculares à linha reta que liga a e b .) (b) Prove que a força sobre o fio se anula quando os pontos a e b são unidos de modo que o fio passa a constituir uma malha fechada cujo plano é perpendicular a \mathbf{B} .

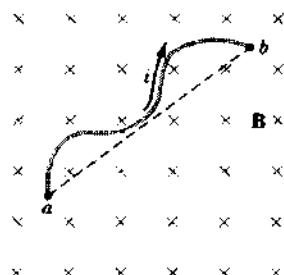


Fig. 30-38 Problema 49.

50P. Um condutor rígido e comprido, colocado ao longo do eixo x , é percorrido por uma corrente de 5,0 A no sentido $-x$. Um campo magnético \mathbf{B} está presente e é dado por $\mathbf{B} = 3,0 \mathbf{i} + 8,0 x^2 \mathbf{j}$, com x em metros e \mathbf{B} em militeslas. Calcule a força sobre um segmento de 2,0 m de condutor que está situado entre $x = 1,0$ e $x = 3,0$ m.

51P. Considere a possibilidade de um novo projeto para um trem elétrico. O motor é acionado pela força devida ao componente vertical do campo magnético da Terra sobre um eixo de condução. Uma corrente passa debaixo de um dos trilhos, através de uma roda condutora, do eixo, da outra roda condutora e, então, volta à fonte pelo outro trilho. (a) Que corrente é necessária para fornecer uma força modesta de 10 kN? Suponha que o componente vertical do campo da Terra seja igual a $10 \mu\text{T}$ e que o comprimento do eixo seja 3,0 m. (b) Quanta energia será perdida para cada ohm de resistência nos trilhos? (c) Um trem como este é totalmente irreal ou limitadamente irreal?

52P. Uma barra de cobre de 1,0 kg está em repouso sobre dois trilhos horizontais que distam 1,0 m um do outro e permite a passagem de uma

corrente de 50 A de um trilho para o outro. O coeficiente de atrito estático é 0,60. Qual é o menor campo magnético (não necessariamente vertical) que daria início ao movimento da barra?

Seção 30-8 Torque sobre uma Bobina de Corrente

53E. Uma bobina de corrente de uma só volta, transportando uma corrente de 4,00 A, tem a forma de um triângulo retângulo de lados 50 cm, 120 cm e 130 cm. A bobina é colocada num campo magnético uniforme de módulo 75 mT e de direção paralela à corrente no lado de 130 cm da bobina. (a) Determine o módulo da força magnética que atua sobre cada um dos três lados da bobina. (b) Mostre que a força magnética total sobre a bobina é nula.

54E. A Fig. 30-39 mostra uma bobina retangular, com 20 voltas de fio, de dimensões 10 cm por 5,0 cm. Ela transporta uma corrente de 0,10 A e pode girar em torno de um lado longo. Ela está montada com seu plano fazendo um ângulo de 30° com a direção de um campo magnético uniforme de 0,50 T. Calcular o torque que atua sobre a bobina em torno do eixo que passa pelo lado longo.

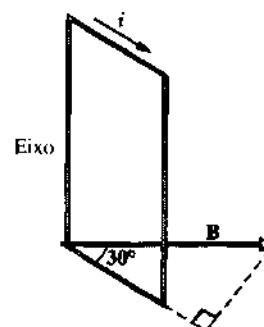


Fig. 30-39 Exercício 54.

55E. A face de um relógio de parede, circular e fixo, tem um raio de 15 cm. Enrola-se seis voltas de arame em torno de seu perímetro e mantém-se uma corrente de 2,0 A percorrendo o arame no sentido horário. No local em que se encontra o relógio existe um campo magnético externo uniforme, constante de 70 mT (o relógio ainda assim marca a hora perfeitamente). Exatamente às 13h, o ponteiro das horas do relógio aponta na direção do campo magnético externo. (a) Depois de quantos minutos o ponteiro dos minutos apontará na direção do torque, sobre o enrolamento, devido ao campo magnético? (b) Qual é o módulo deste torque?

56P. Um fio de comprimento L transporta uma corrente i . Mostre que, se o fio for enrolado na forma de uma bobina circular e colocado num campo magnético, o torque máximo será obtido quando a bobina tiver uma única volta e que o módulo máximo do torque vale

$$\tau = \frac{1}{4\pi} L^2 i B$$

57P. Prove que a relação $\tau = NiAB \sin \theta$ é válida para bobinas fechadas de forma arbitrária e não apenas para bobinas retangulares como na Fig. 30-26. (Sugestão: Substitua a bobina de forma arbitrária por um conjunto de bobinas longas e delgadas, aproximadamente retangulares, que sejam quase equivalentes à inicial no que diz respeito à distribuição da corrente.)

58P. Uma bobina fechada de arame é percorrida por uma corrente i . A bobina está imersa num campo magnético uniforme \mathbf{B} , com o seu plano fazendo um ângulo θ com a direção de \mathbf{B} . Mostre que a força magnética resultante sobre a bobina é zero. Sua verificação também é válida para um campo magnético não-uniforme?

59P. A Fig. 30-40 mostra um anel de arame de raio a perpendicular à direção geral de um campo magnético divergente, radialmente simétrico. O campo magnético no anel tem em todos os seus pontos o mesmo módulo B e faz um ângulo θ com a normal ao plano do anel. Os fios de ligação, entrelaçados, não têm efeito algum sobre o problema. Determine o módulo, a direção e o sentido da força que o campo exerce sobre o anel se este for percorrido por uma corrente i como mostra a figura.

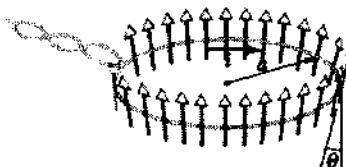


Fig. 30-40 Problema 59.

60P. Um certo galvanômetro tem uma resistência de $75,3 \Omega$; seu ponteiro sofre a deflexão máxima da escala quando sua bobina é percorrida por uma corrente de $1,62 \text{ mA}$. (a) Determine o valor da resistência auxiliar necessária para converter o galvanômetro em voltímetro, cuja deflexão máxima da escala corresponda a $1,00 \text{ V}$. Como a resistência deverá ser ligada? (b) Determine o valor da resistência auxiliar necessária para converter o galvanômetro em amperímetro cuja deflexão máxima da escala corresponda a $50,0 \text{ mA}$. Como ela deverá ser ligada?

61P. A Fig. 30-41 mostra um cilindro de madeira com massa $m = 0,250 \text{ kg}$ e comprimento $L = 0,100 \text{ m}$, com $N = 10,0$ voltas de fio enrolado em torno dele longitudinalmente, de modo que o plano da bobina, assim formada, contenha o eixo do cilindro. Qual é a corrente mínima através da bobina capaz de impedir o cilindro de rolar para baixo no plano inclinado de θ em relação à horizontal, na presença de um campo magnético uniforme vertical de $0,500 \text{ T}$, se o plano dos enrolamentos for paralelo ao plano inclinado?

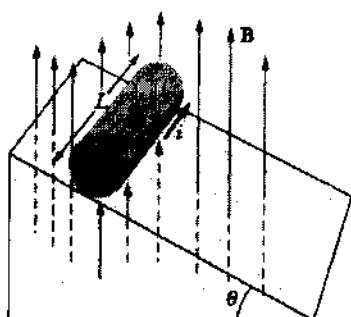


Fig. 30-41 Problema 61.

Seção 30-9 O Dipolo Magnético

62E. Uma bobina circular de 160 voltas tem um raio de $1,90 \text{ cm}$. (a) Calcular a corrente que origina um momento magnético de $2,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2$. (b) Determine o torque máximo que a bobina, transportando esta corrente, pode experimentar num campo magnético uniforme de $35,0 \text{ mT}$.

63E. O momento de dipolo magnético da Terra vale $8,00 \times 10^{22} \text{ J/T}$. Suponha que ele seja produzido por cargas fluindo no núcleo derretido

da Terra. Calcular a corrente gerada por estas cargas, supondo que o raio da trajetória descrita por elas seja 3.500 km .

64E. Uma bobina circular, de uma só volta, cujo raio mede $15,0 \text{ cm}$ transporta uma corrente de $2,60 \text{ A}$. Ela está localizada de modo que a normal ao seu plano faz um ângulo de $41,0^\circ$ com um campo magnético uniforme de $12,0 \text{ T}$. (a) Calcular o momento de dipolo magnético da bobina. (b) Que torque atua sobre a bobina?

65E. Uma bobina, de uma só volta, transportando uma corrente de $5,0 \text{ A}$, tem a forma de um triângulo retângulo cujos lados medem $30, 40$ e 50 cm . A bobina está imersa num campo magnético uniforme de módulo 80 mT e direção paralela à corrente no lado da bobina que mede 50 cm . Determine o módulo (a) do momento de dipolo magnético da bobina e (b) do torque sobre a bobina.

66E. Duas espiras circulares concêntricas de raios $20,0 \text{ cm}$ e $30,0 \text{ cm}$ no plano xy são percorridas por uma corrente de $7,00 \text{ A}$ no sentido horário, como mostra a Fig. 30-42. (a) Determine o momento de dipolo magnético resultante deste sistema. (b) Responda a mesma pergunta se a corrente na espira de menor raio for invertida.

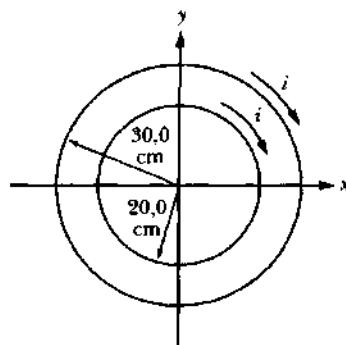


Fig. 30-42 Exercício 66.

67P. Uma espira circular de arame, de raio $8,0 \text{ cm}$, transporta uma corrente de $0,20 \text{ A}$. Um vetor unitário, paralelo ao momento de dipolo μ da espira, é dado por $0,60 \mathbf{i} - 0,80 \mathbf{j}$. A espira está imersa num campo magnético dado por $\mathbf{B} = (0,25 \text{ T}) \mathbf{i} + (0,30 \text{ T}) \mathbf{k}$. Determine (a) o torque sobre a espira (usando notação vetorial) e (b) a energia potencial magnética da espira.

68P. A Fig. 30-43 mostra uma espira de corrente $ABCDEF$ transportando uma corrente $i = 5,00 \text{ A}$. Os lados da espira são paralelos aos eixos coordenados, com $AB = 20,0 \text{ cm}$, $BC = 30,0 \text{ cm}$ e $FA = 10,0 \text{ cm}$. Calcular o módulo, a direção e o sentido do momento de dipolo magnético desta espira. (Sugestão: Imagine correntes iguais e opostas no segmento linear AD ; a seguir, considere as duas espiras retangulares $ABCDA$ e $ADEFA$.)

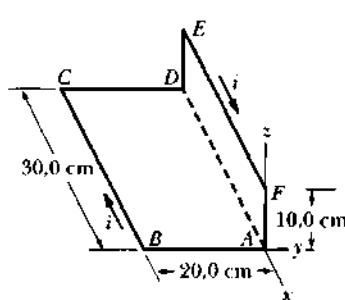
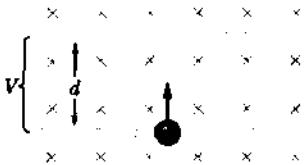
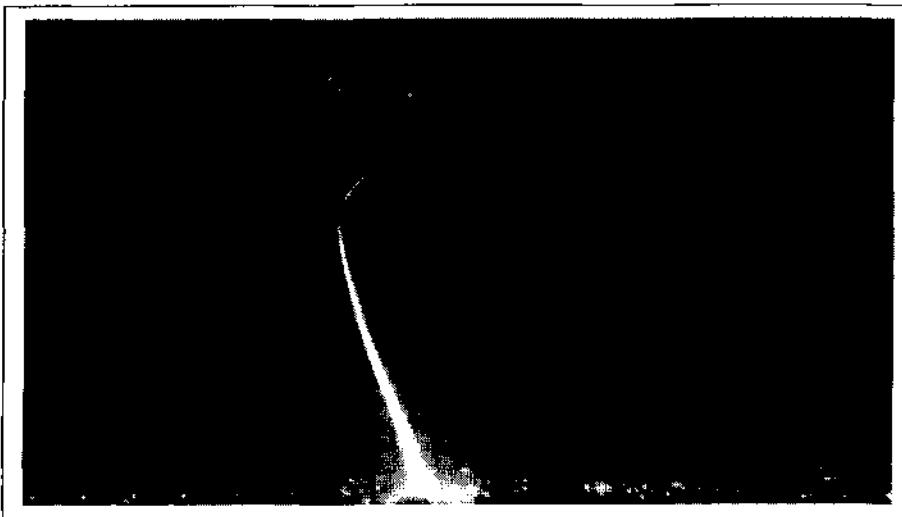


Fig. 30-43 Problema 68.

PROBLEMAS ADICIONAIS

- 69.** Uma fonte lança um elétron de velocidade escalar $v = 1,5 \times 10^7 \text{ m/s}$ num campo magnético uniforme de módulo $B = 1,0 \times 10^{-1} \text{ T}$. A velocidade do elétron faz um ângulo $\theta = 10^\circ$ com a direção do campo magnético. A que distância d , a partir do ponto de lançamento, o elétron logo depois cruza a linha de campo que passa por esse ponto?
- 70.** Na Fig. 30-44, um elétron de massa m , carga e e velocidade escalar muito pequena (desprezível) penetra na região entre as duas placas dis-
- 
- Fig. 30-44** Problema 70.
- pcionado para a placa superior. As placas estão separadas por uma distância d e entre elas existe uma diferença de potencial V . Um campo magnético uniforme de módulo B é perpendicular ao plano da figura. Determine qual deve ser o valor mínimo de B de modo que o elétron não colida com a placa superior.
- 71.** Uma partícula de carga q se move num círculo de raio a com velocidade escalar v . Tratando a trajetória circular como uma espira de corrente com uma corrente média, determine o torque máximo exercido sobre a espira por um campo magnético uniforme de módulo B .
- 72.** Um próton de carga e e massa m entra num campo magnético uniforme $\mathbf{B} = Bi$ com uma velocidade inicial $v_0, \mathbf{i} + v_0, \mathbf{j}$. Determine uma expressão vetorial (em termos dos vetores unitários) para a sua velocidade \mathbf{v} num instante t posterior qualquer.

LEI DE AMPÈRE



Um míssil de defesa Patriot procura por um Scud sobre Tel Aviv. Assim que o Patriot, guiado por radar, chega junto de seu alvo, explode, despedaçando o alvo com cubos de aço de 2,5 cm. Um sistema de rastreamento por radar é necessário porque um Patriot, como qualquer outro míssil, é acelerado por combustão química e, deste modo, "demora" para desenvolver a velocidade máxima. Assim, durante o voo do Patriot, o alvo se move e sua perseguição se faz necessária. Um canhão eletromagnético sobre trilhos pode se tornar um sistema defensivo mais efetivo. Assim que um radar localizar o míssil que se aproxima, o canhão sobre trilhos lançará um cubo em sua direção, acelerando-o tão rapidamente que ele alcançará sua velocidade máxima de 10 km/s (2.000 milh) em 1 ms. Nestas condições, não será necessária uma caçada e menor chance terá o míssil, que se aproxima, de escapar. De que modo uma aceleração tão rápida como esta pode ser obtida?

31-1 Corrente e Campo Magnético

Um fato básico da *eletrostática* é a constatação de que duas cargas exercem forças uma sobre a outra. No Cap. 24 e, depois, outra vez no Cap. 30, escrevemos

$$\text{carga} \leftrightarrow \text{campo elétrico} \leftrightarrow \text{carga}, \quad (31-1)$$

em que enunciamos o campo elétrico \mathbf{E} atuando como um intermediário. A Eq. 31-1 sugere que (1) cargas geram campos elétricos e (2) campos elétricos exercem forças sobre cargas.

Um fato básico do *magnetismo* é a constatação de que dois fios paralelos transportando correntes também exercem forças um sobre o outro. Por analogia com a Eq. 31-1, escrevemos no Cap. 30

$$\text{corrente} \leftrightarrow \text{campo magnético} \leftrightarrow \text{corrente}, \quad (31-2)$$

em que introduzimos o campo magnético \mathbf{B} como um intermediário. A Eq. 31-2 sugere que (1) correntes geram campos magnéticos e (2) campos magnéticos exercem forças sobre correntes. Tratamos a segunda parte desta interação no Cap. 30 e trataremos a primeira parte neste capítulo.

31-2 Cálculo do Campo Magnético

A questão central deste capítulo é

De que modo podemos calcular o campo magnético que uma dada distribuição de correntes cria no espaço circunjacente?

Vamos recordar a questão central equivalente que foi colocada na eletrostática:

De que modo podemos calcular o campo elétrico que uma dada distribuição de cargas cria no espaço circunjacente?

Vimos como fazê-lo no Cap. 24, para distribuições estáticas uniformemente carregadas como esferas, linhas, anéis e discos. Nossa método foi dividir a distribuição de carga em elementos de carga dq , como mostramos na Fig. 31-1a para uma distribuição de carga de forma arbitrária. Calculamos, a seguir, o campo dE criado por um elemento de carga típico em algum ponto P do campo. Finalmente, calculamos E no ponto P integrando dE sobre toda a distribuição de carga.

O módulo de dE em tais cálculos é dado por

$$dE = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{dq}{r^2}, \quad (31-3)$$

onde r é a distância do elemento de carga ao ponto P . Para um elemento de carga positiva, a direção e o sentido de dE são idênticos aos de \mathbf{r} , o vetor apontando do elemento de carga dq para o ponto P do campo.

Podemos expressar o módulo, a direção e o sentido de dE escrevendo a Eq. 31-3 na forma vetorial, como

$$d\mathbf{E} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{dq}{r^3} \mathbf{r}, \quad (31-4)$$

que mostra formalmente que, para um elemento de carga positiva a direção e o sentido de $d\mathbf{E}$ são os mesmos de \mathbf{r} . Pode parecer que, inesperadamente, nossa expressão para $d\mathbf{E}$ tornou-se uma lei do inverso do cubo — ao invés de uma lei do inverso do quadrado — mas esse não é o caso. O expoente 3 no denominador é necessário porque acrescentamos um fator de módulo r no numerador; a Eq. 31-4 é ainda uma lei do inverso do quadrado.

Procedamos por analogia no caso magnético. A Fig. 31-1b mostra um fio de forma arbitrária transportando uma

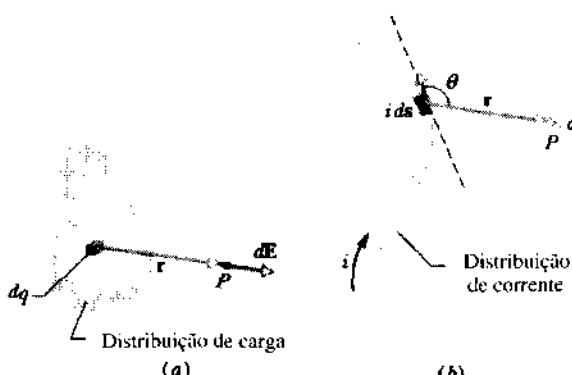


Fig. 31-1 (a) Um elemento de carga dq cria um campo elétrico diferencial dE no ponto P . (b) Um elemento de corrente $i ds$ cria um campo magnético diferencial dB no ponto P . O símbolo \otimes (a extremidade de uma seta) indica que dB aponta para dentro da página.

corrente i . Qual é o campo magnético \mathbf{B} num ponto P do campo próximo a este fio? Inicialmente, dividimos o fio em elementos diferenciais de corrente $i ds$, correspondentes aos elementos de carga dq da Fig. 31-1a. Entretanto, aqui um elemento diferencial envolve o vetor ds , cujo módulo é o comprimento diferencial ds e que aponta ao longo da tangente ao fio no sentido da corrente. Encontramos uma outra dificuldade na nossa analogia com o caso eletrostático: o elemento diferencial de carga dq é um escalar, mas o elemento diferencial de corrente $i ds$ é um vetor.

O módulo do campo magnético criado no ponto P pelo elemento de corrente $i ds$ vem a ser

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin \theta}{r^2}. \quad (31-5)$$

Aqui μ_0 é uma constante, denominada *constante de permeabilidade*, cujo valor exato, por definição, é

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \quad (31-6)$$

$$\approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

Esta constante desempenha um papel, em problemas magnéticos, semelhante ao que a constante de permissividade ϵ_0 desempenha em problemas de eletrostática.

A direção e o sentido de $d\mathbf{B}$ são idênticos ao do vetor que resulta do produto vetorial $ds \times \mathbf{r}$, em que \mathbf{r} é um vetor que aponta do elemento de corrente ao ponto P onde desejamos conhecer o campo. Na Fig. 31-1b, $d\mathbf{B}$ no ponto P é perpendicular à página apontando para dentro dela.

Podemos escrever a Eq. 31-5 na forma vetorial como

$$d\mathbf{B} = \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi} \right) \frac{ds \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{lei de Biot-Savart}). \quad (31-7)$$

Aqui, novamente, a Eq. 31-7 é uma lei do inverso do quadrado, porque um fator de módulo r no numerador cancela um dos fatores de r no denominador. A Eq. 31-7 é chamada de a **lei de Biot e Savart**. Ela contém em sua estrutura informação sobre o módulo, a direção e o sentido do elemento diferencial de campo $d\mathbf{B}$. A Eq. 31-7 é a nossa ferramenta básica para o cálculo do campo magnético criado num ponto por uma dada distribuição de corrente.

Campo Magnético Devido a um Fio Retilíneo Longo

Usaremos, mais adiante, a lei de Biot e Savart para provar que o módulo do campo magnético a uma distância perpendicular r de um fio retilíneo longo, transportando uma corrente i , é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (\text{fio retilíneo longo}). \quad (31-8)$$

(Note cuidadosamente que r nesta equação particular é a distância perpendicular entre o fio e o ponto onde B vai ser

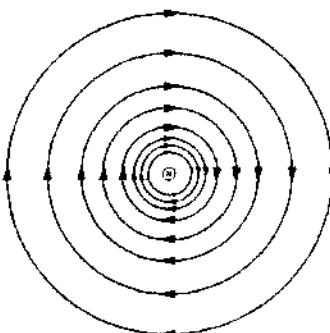


Fig. 31-2 As linhas de campo magnético para uma corrente i num fio retilíneo longo são círculos concêntricos. O sentido das linhas é dado pela regra da mão direita. Neste caso, a corrente está dirigida para dentro da página o que é indicado pelo símbolo \otimes .

calculado. Entretanto, nas Eqs. 31-5 e 31-7 — que são fundamentais — r é a distância entre um elemento de corrente no fio e aquele ponto).

O módulo de \mathbf{B} na Eq. 31-8 depende somente da corrente e da distância perpendicular r ao fio. Mostraremos, em nossa dedução, que as linhas de \mathbf{B} formam círculos concêntricos em torno do fio, como mostra a Fig. 31-2 e como sugere a limalha de ferro na Fig. 31-3. O aumento no espaçamento das linhas na Fig. 31-2, com o aumento da distância ao fio, representa o decréscimo de $1/r$ no módulo de \mathbf{B} , predicto pela Eq. 31-8.

Eis aqui uma simples regra da mão direita para determinarmos o sentido do campo magnético criado por um elemento de corrente, tal como um elemento de fio longo:

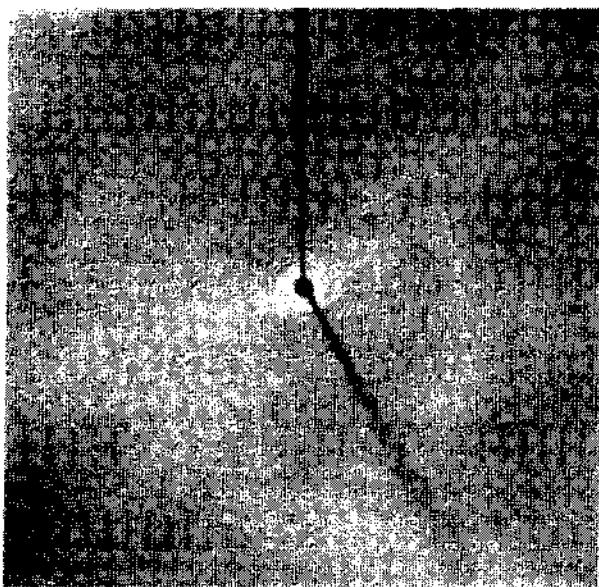


Fig. 31-3 Limalha de ferro borrisfada sobre uma cartolina se reúne em círculos concêntricos quando o fio central é percorrido por uma corrente. A limalha responde ao campo magnético produzido pela corrente, alinhando-se com as linhas do campo magnético.

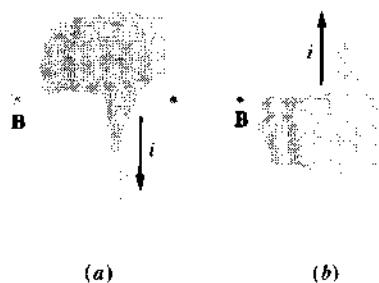


Fig. 31-4 A regra da mão direita dá a direção e o sentido do campo magnético graças à corrente no fio. (a) A situação da Fig. 31-2, vista de lado. O campo magnético \mathbf{B} em qualquer ponto à esquerda do fio aponta para dentro da página (símbolo \otimes), no sentido indicado pelas pontas dos dedos. (b) Se o sentido da corrente for invertido, \mathbf{B} em qualquer ponto à esquerda do fio apontará para fora da página (símbolo \oplus).

Segure o elemento com a mão direita, com o polegar estendido apontando no sentido da corrente. Seus dedos irão naturalmente se encurvarem no sentido das linhas do campo magnético devido a esse elemento.

O resultado da aplicação da regra da mão direita à corrente no fio retilíneo da Fig. 31-2 é mostrado na Fig. 31-4a. Note que os dedos se encurvam ao redor do fio da mesma forma que as linhas de campo magnético na Fig. 31-2. Para determinar o sentido de \mathbf{B} em qualquer ponto particular, disponha sua mão direita de modo que as pontas dos dedos passem pelo ponto, como nas Figs. 31-4a e 31-4b. O sentido que as pontas dos dedos indicar será o sentido de \mathbf{B} .

Prova da Equação 31-8

A Fig. 31-5, semelhante à Fig. 31-1b, excetuando-se o fio que é retilíneo, ilustra o problema. O módulo do campo magnético diferencial criado, no ponto P , pelo elemento de corrente $i \, ds$ é dado pela Eq. 31-5:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds \, \sin \theta}{r^2}. \quad (31-9)$$

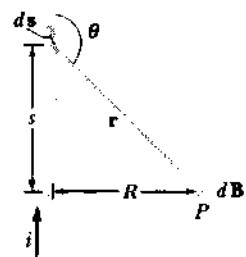


Fig. 31-5 Cálculo do campo magnético criado por uma corrente i num fio retilíneo longo. O campo $d\mathbf{B}$ associado ao elemento de corrente $i \, ds$ aponta para dentro da página, como se mostra.

A direção e o sentido de $d\mathbf{B}$ na Fig. 31-5 são os mesmos do vetor $ds \times \mathbf{r}$, a saber, perpendicular ao plano da figura apontando para dentro da página.

Note que as contribuições $d\mathbf{B}$ no ponto P , graças a todos os elementos de corrente que constituem o fio, têm a mesma direção e sentido. Assim, para determinar o módulo do campo magnético produzido no ponto P pelos elementos de corrente na metade superior do fio, integramos a Eq. 31-9 desde 0 até ∞ . De acordo com a Eq. 31-7, vemos que o campo magnético produzido pelos elementos de corrente na metade inferior do fio tem módulo, direção e sentido idênticos ao do campo produzido pela metade superior. Desse modo, para determinar o módulo do campo magnético total \mathbf{B} no ponto P , multiplicamos o lado direito da Eq. 31-9 por dois:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta \, ds}{r^2}. \quad (31-10)$$

As variáveis θ , s e r nesta equação não são independentes, estando relacionados por

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}$$

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}.$$

Com tais substituições, a Eq. 31-10 se escreve

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R}{(s^2 + R^2)^{3/2}} \, ds \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}. \end{aligned}$$

Com uma pequena mudança na notação, temos a Eq. 31-8, a relação que queríamos provar.

EXEMPLO 31-1 O fio na Fig. 31-6a transporta uma corrente i e consiste num arco circular, de raio R e ângulo central de $\pi/2$ rad, e de dois trechos retilíneos cujos prolongamentos interceptam o centro C do arco. Que campo magnético a corrente produz em C ?

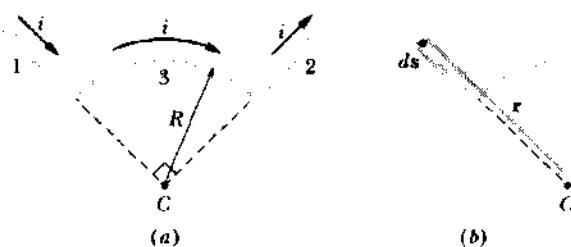


Fig. 31-6 Exemplo 31-1. (a) Um fio consiste em dois trechos retilíneos (1 e 2), um arco circular (3) e transporta uma corrente i . (b) Para um elemento de corrente no trecho 1, o ângulo entre ds e \mathbf{r} é zero. (c) Para um elemento de corrente no trecho curvo 3, o ângulo entre ds e \mathbf{r} é 90°. (d) Determinação da direção e do sentido do campo magnético \mathbf{B}_3 em C , devido à corrente no arco circular.

Solução Para responder, dividimos o fio em três trechos: (1) o trecho retilíneo à esquerda, (2) o trecho retilíneo à direita e (3) o arco circular. A seguir, aplicamos a Eq. 31-5 a cada trecho.

Para qualquer elemento de corrente no trecho 1, o ângulo θ entre ds e \mathbf{r} é zero (Fig. 31-6b). Assim sendo, a Eq. 31-5 nos dá

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds \sin 0}{r^2} = 0.$$

Desse modo, a corrente ao longo do trecho retilíneo 1 não contribui para o campo magnético em C :

$$B_1 = 0.$$

A mesma situação ocorre no trecho retilíneo 2, onde o ângulo θ entre ds e \mathbf{r} para qualquer elemento de corrente é 180°. Assim,

$$B_2 = 0.$$

Para qualquer elemento diferencial de corrente no trecho curvo 3, o ângulo entre ds e \mathbf{r} é 90° (Fig. 31-6 c). Segue da Eq. 31-5, substituindo-se r por R e θ por 90°, que o módulo do campo produzido no ponto C por um elemento de corrente é

$$dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds \sin 90^\circ}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds}{R^2}.$$

Para determinar o módulo do campo magnético \mathbf{B}_3 produzido em C pela corrente no arco circular, integramos esta equação ao longo do arco de uma extremidade à outra. Para fazê-lo, substituímos ds por $R \, d\theta$, e integramos desde $\theta = 0$ até $\theta = \pi/2$ rad. Encontramos

$$\begin{aligned} B_3 &= \int dB_3 = \int_0^{\pi/2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{R \, d\theta}{R^2} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = \frac{\mu_0 i}{8R}. \end{aligned}$$

Para determinar a direção e o sentido de \mathbf{B}_3 , seguramos, mentalmente, o arco com a mão direita, com o polegar esticado no sentido da corrente, e curvamos os dedos em torno do arco de modo que as pontas dos dedos passem “através” do ponto C (Fig. 31-6d). As pontas dos dedos apontam, então, perpendicularmente para dentro do plano da página, indicando a direção e o sentido de \mathbf{B}_3 .

Assim sendo, o módulo do campo magnético total \mathbf{B} produzido no ponto C pela corrente no fio vale

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 i}{8R} = \frac{\mu_0 i}{8R} \quad (\text{Resposta})$$

e aponta para dentro do plano da página.

TÁTICAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: REGRAS DA MÃO DIREITA

Para ajudá-lo a organizar as regras da mão direita que acabamos de ver, faremos uma revisão dessas regras práticas.

Regra da Mão Direita para Produtos Vetoriais. Introduzida na Seção 3-7, constitui uma maneira de determinarmos a direção e o sentido do vetor que resulta de um produto vetorial. Apontamos os dedos da mão direita como se fôssemos girar o primeiro vetor, expresso no produto, na direção do segundo vetor através do menor ângulo entre os dois. O polegar esticado nos dá a direção e o sentido do vetor resultante do produto vetorial. Nos Caps. 11 e 12, usamos tal regra para determinar os vetores torque e momento angular; no Cap. 30, para determinar a força sobre um fio transportando corrente num campo magnético.

Regra da Mão Direita para o Magnetismo. Em muitas situações envolvendo o magnetismo, precisamos relacionar um elemento "curvo" e um elemento "reto". Podemos fazê-lo usando os dedos (curvos) e o polegar (reto) da mão direita. Vimos, na Seção 30-8, um exemplo em que relacionamos a corrente percorrendo uma bobina (elemento curvo) com o vetor normal \mathbf{n} (elemento reto) da bobina: curvamos os dedos da mão direita em volta da bobina no sentido da corrente; o polegar estendido nos dá a direção e o sentido de \mathbf{n} . O momento de dipolo magnético μ da bobina tem também essa direção e sentido.

Na Seção 31-2, vimos um segundo exemplo em que aplicamos essa regra. Para determinar o sentido das linhas do campo magnético em torno de um elemento de corrente, apontamos o polegar estendido, da mão direita, no sentido da corrente. Os dedos, naturalmente, se curvam em torno do elemento de corrente no sentido das linhas do campo.

31-3 Força Magnética sobre um Fio Transportando Corrente

Recordemos da Seção 30-7 que um trecho de comprimento L de um fio retilíneo longo, transportando uma corrente i e colocado num campo magnético uniforme, experimenta uma força deflectora dada por

$$\mathbf{F} = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}_{\text{ext}}. \quad (31-11)$$

Introduzimos o subscrito em \mathbf{B}_{ext} para lembrar-nos de que o campo magnético nesta equação de força deve ser o campo criado por algum agente externo, tal como um eletroímã.

Em particular, o campo *externo* que aparece na Eq. 31-11 deve ser cuidadosamente distinguido do campo *intrínseco* \mathbf{B}_{int} que é criado pela corrente que percorre o próprio fio. O campo mostrado na Fig. 31-2, por exemplo, é o campo intrínseco resultante da corrente no fio. No caso, não há nenhum campo magnético externo; por isso, de acordo com a Eq. 31-11, nenhuma força magnética deflectora atua sobre o fio. (No caso eletrostático correspondente, o campo elétrico criado por uma carga puntiforme não exerce força elétrica sobre ela mesma.)

A Fig. 31-7 mostra as linhas do campo magnético *resultante* \mathbf{B} , associado a uma corrente em um fio que está orientado perpendicularmente a um campo magnético uniforme externo \mathbf{B}_{ext} . Em qualquer ponto, o campo resultante \mathbf{B} é o vetor soma de \mathbf{B}_{ext} e \mathbf{B}_{int} , ou

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mathbf{B}_{\text{int}}, \quad (31-12)$$

Para a orientação da Fig. 31-7, estes dois campos tendem a se cancelar na região acima do fio e a se reforçar na região

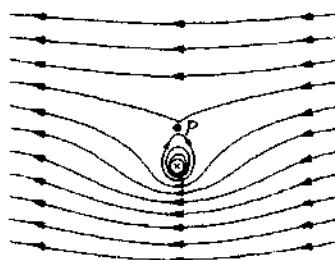


Fig. 31-7 Um fio retilíneo longo transportando uma corrente i , para dentro da página, está imerso num campo magnético uniforme externo \mathbf{B}_{ext} que aponta para a esquerda. As linhas de campo mostradas representam o campo resultante formado pela soma vetorial em cada ponto, do campo uniforme externo \mathbf{B}_{ext} com o campo intrínseco \mathbf{B}_{int} associado à corrente no fio.

abaixo dele. No ponto P , na Fig. 31-7, \mathbf{B}_{ext} e \mathbf{B}_{int} se cancelam exatamente. Bem próximo ao fio, \mathbf{B}_{int} prevalece e as linhas do campo são aproximadas por círculos concêntricos, como os da Fig. 31-2. Longe do fio, \mathbf{B}_{ext} prevalece e as linhas do campo são aproximadas por linhas paralelas uniformemente espaçadas.

Michael Faraday, que introduziu o conceito de linhas de força, imaginava-as possuidoras de uma existência muito mais real do que comumente consideramos hoje em dia. Imaginava que, como elásticos esticados, elas representavam a sede de forças mecânicas. Usando a analogia de Faraday, não poderíamos facilmente concluir que o fio da Fig. 31-7 será defletido para cima? Verifique que isto ocorre, usando a Eq. 31-11.

31-4 Dois Condutores Paralelos

Dois fios longos e paralelos, transportando correntes, exercem forças um sobre o outro. A Fig. 31-8 mostra dois desses fios, separados por uma distância d e transportando as correntes i_a e i_b . Vamos analisar as forças que tais fios exercem um sobre o outro, em termos da Eq. 31-2:

corrente \leftrightarrow campo magnético \leftrightarrow corrente.

O fio a na Fig. 31-8 produz um campo magnético \mathbf{B}_a . O módulo de \mathbf{B}_a no local em que se encontra o fio b , de acordo com a Eq. 31-8, vale

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}. \quad (31-13)$$

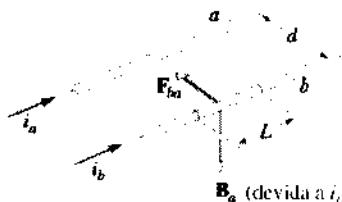


Fig. 31-8 Dois fios paralelos transportando correntes no mesmo sentido se atraem mutuamente. \mathbf{B}_a é o campo magnético no fio b produzido pela corrente no fio a . \mathbf{F}_{ba} é a força resultante atuando sobre o fio b porque sua corrente está imersa no campo \mathbf{B}_a .

A regra da mão direita nos dá que, no fio *b*, \mathbf{B}_a aponta para baixo, como mostra a figura.

O fio *b*, que transporta a corrente i_b , encontra-se imerso nesse campo magnético externo \mathbf{B}_{ext} . Um comprimento L do fio experimentará uma força magnética, dada pela Eq. 31-11, cujo módulo é

$$F_{ba} = i_b L B_a \cos 0^\circ = \frac{\mu_0 L i_b i_a}{2\pi d}. \quad (31-14)$$

A direção e o sentido de \mathbf{F}_{ba} são os mesmos do produto vetorial $\mathbf{L} \times \mathbf{B}_{ext}$ da Eq. 31-11 ou $\mathbf{L} \times \mathbf{B}_a$, no caso presente. Com \mathbf{L} apontando no sentido de i_b , a regra da mão direita para o produto vetorial nos dá que \mathbf{F}_{ba} aponta diretamente para o fio *a*, como mostra a Fig. 31-8.

Poderíamos igualmente ter calculado a força sobre o fio *a*, determinando o campo magnético que o fio *b* produz no local do fio *a* e a força resultante a partir deste campo. Para as correntes paralelas, mostradas na figura, esta força deveria apontar diretamente para o fio *b*, caracterizando a força de atração mútua entre os fios. Note que o campo *externo* em que cada fio se encontra é o campo *intrínseco* do outro fio.

É fácil mostrar que, para correntes antiparalelas, os dois fios se repelem mutuamente. A regra é:

Correntes paralelas se atraem e correntes antiparalelas se repelem.

A força que atua entre correntes em fios paralelos é a base para a definição do ampère, que é uma das sete unidades básicas do SI. A definição, adotada em 1946, é:

O ampère é aquela corrente constante que, se mantida em dois condutores retilíneos paralelos, de comprimento infinito e de seção circular desprezível, e colocados a 1 metro de distância um do outro no vácuo, produziria em cada um desses condutores uma força igual a 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento.

Na prática, os “condutores de comprimento infinito”, da definição, são substituídos por bobinas de múltiplas espiras de geometrias cuidadosamente controladas.

Canhão sobre Trilhos

As partes principais de um canhão sobre trilhos são mostradas na Fig. 31-9a. Uma corrente grande é estabelecida ao longo de um dos trilhos condutores paralelos, atravessa um “fusível” condutor (tal como uma peça estreita de cobre) entre os trilhos e, então, retorna à fonte de corrente ao longo do segundo trilho. O projétil a ser lançado está colocado ao lado do fusível e se encaixa frouxamente entre os trilhos. Imediatamente após o estabelecimento da corren-

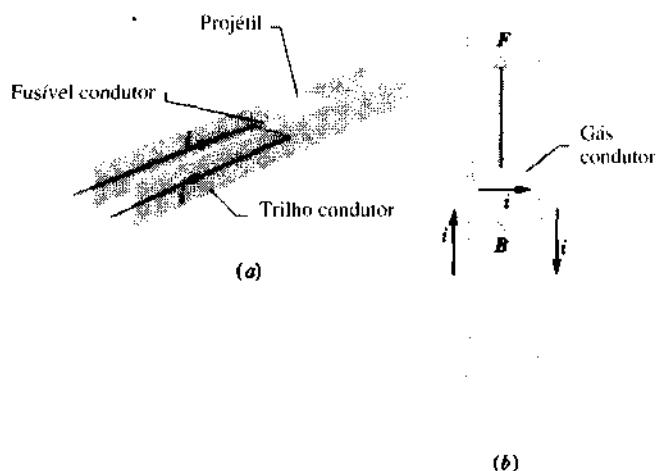


Fig. 31-9 (a) Um canhão sobre trilhos, no momento em que uma corrente *i* começa a fluir através dele. A corrente rapidamente causa a vaporização do fusível condutor. (b) A corrente produz um campo magnético \mathbf{B} entre os trilhos e o campo faz com que uma força \mathbf{F} atue sobre o gás condutor, através do qual a corrente flui. O gás empurra o projétil ao longo dos trilhos, lançando-o.

te, o fusível se funde e se vaporiza, criando no local um gás condutor entre os trilhos.

A regra da mão direita da Fig. 31-4 nos mostra que as correntes nos trilhos da Fig. 31-9a produzem campos magnéticos que estão orientados para baixo entre os trilhos. O campo magnético resultante \mathbf{B} , que é perpendicular à corrente que passa pelo gás condutor do fusível vaporizado, origina uma força \mathbf{F} que atua sobre o gás (Fig. 31-9b). Com a Eq. 31-11 e a regra da mão direita para produtos vetoriais, determinamos que \mathbf{F} aponta para fora ao longo dos trilhos. À medida que o gás é forçado para fora ao longo dos trilhos, empurra o projétil, acelerando-o até 5×10^6 g e, então, o lança com a velocidade escalar de 10 km/s, tudo no intervalo de 1 ms.

EXEMPLO 31-2 Mostre que a Eq. 31-14 é consistente com a definição do ampère de 1946.

Solução Façamos $i_a = i_b = 1$ A e $d = 1$ m na Eq. 31-14. Encontramos

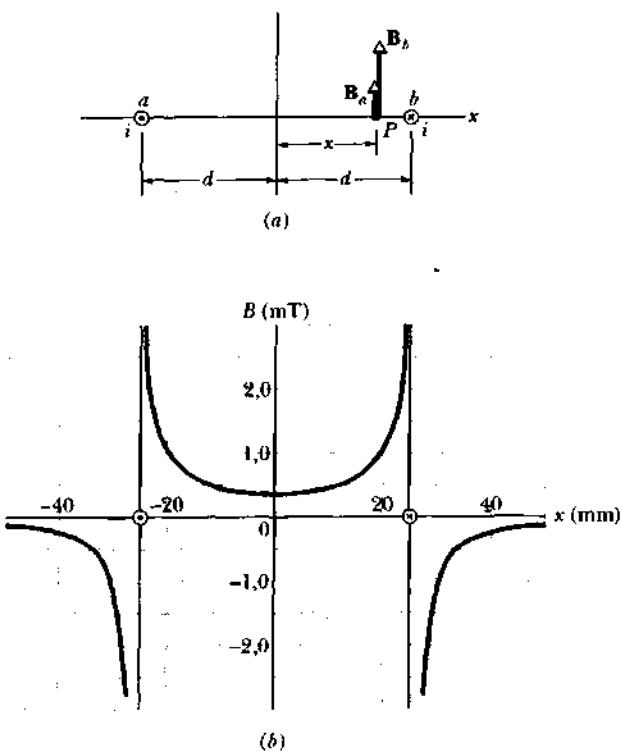
$$\begin{aligned} \frac{F}{L} &= \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(1 \text{ A})(1 \text{ A})}{(2\pi)(1 \text{ m})} \\ &= 2 \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{A} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A transformação de unidades é auxiliada pelo estudo das unidades na Eq. 14, onde vemos que

$$1 \text{ N} = 1 \text{ T}\cdot\text{A}\cdot\text{m},$$

$$\text{ou } 1 \text{ T}\cdot\text{A} = 1 \text{ N/m.}$$

EXEMPLO 31-3 Dois fios longos e paralelos, separados pela distância $2d$, são percorridos, em sentidos opostos, por correntes iguais i , como é mostrado na Fig. 31-10a. Obtenha uma expressão para $B(x)$, o módulo do campo magnético resultante para pontos distantes x do ponto médio do segmento que une os fios.



Solução O estudo da figura e o uso da regra da mão direita mostram que os campos criados pelas correntes nos fios individuais apontam no mesmo sentido em todos os pontos entre os fios. De acordo com a Eq. 31-8, temos para qualquer ponto P entre os fios,

$$\begin{aligned} B(x) &= B_a(x) + B_b(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(d+x)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)} \\ &= \frac{\mu_0 i d}{\pi(d^2 - x^2)}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta}) \quad (31-15)$$

A inspeção dessa relação mostra que: (1) $B(x)$ é simétrico em torno do ponto médio ($x = 0$); (2) $B(x)$ tem seu valor mínimo ($= \mu_0 i / \pi d$) neste ponto e (3) $B(x) \rightarrow \infty$ quando $x \rightarrow \pm d$. Nestas posições, o ponto P na Fig. 31-10a está dentro dos fios nos seus eixos. Entretanto, a Eq. 31-8 só é válida para pontos fora dos fios de modo que a Eq. 31-15 se aplica somente até a superfície dos fios.

A Fig. 31-10b mostra um gráfico da Eq. 31-15 para $i = 25 \text{ A}$ e $2d = 50 \text{ mm}$. Deixamos como exercício, mostrar tal qual o gráfico sugere, que a Eq. 31-15 vale também para pontos além dos fios, isto é, para pontos com $|x| > d$.

EXEMPLO 31-4 A Fig. 31-11a mostra dois fios longos e paralelos transportando as correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos. Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo magnético resultante no ponto P ? Considere os seguintes valores: $i_1 = 15 \text{ A}$, $i_2 = 32 \text{ A}$ e $d = 5.3 \text{ cm}$.

Solução A Fig. 31-11b mostra os campos magnéticos individuais \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 criados pelas correntes i_1 e i_2 , respectivamente. (Verifique, usando a regra da mão direita, que suas direções e sentidos estão

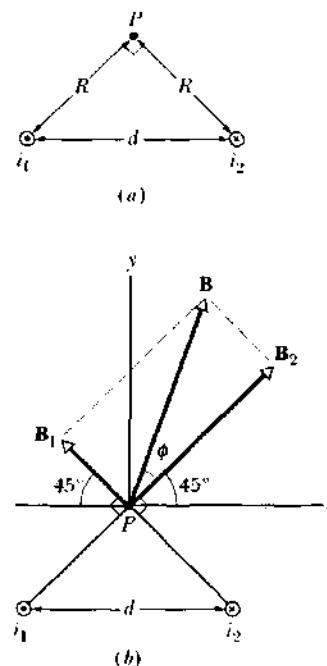


Fig. 31-11 Exemplo 31-4. (a) Dois fios transportam as correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos (para dentro e para fora da página). Qual é o campo magnético em P ? **(b)** Os campos separados \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 se somam vetorialmente dando o campo resultante \mathbf{B} .

corretos.) De acordo com a Eq. 31-8 os módulos destes campos em P são dados por

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} i_1$$

c

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} i_2,$$

em que substituímos R por $d/\sqrt{2}$.

O módulo do campo magnético resultante \mathbf{B} é

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} \sqrt{i_1^2 + i_2^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2})(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \sqrt{(15 \text{ A})^2 + (32 \text{ A})^2}}{(2\pi)(5.3 \times 10^{-2} \text{ m})} \\ &= 1.89 \times 10^{-4} \text{ T} \approx 190 \mu\text{T}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

O ângulo ϕ entre \mathbf{B} e \mathbf{B}_2 na Fig. 31-11b, é

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \frac{B_1}{B_2} = \tan^{-1} \frac{i_1}{i_2} \\ &= \tan^{-1} \frac{15 \text{ A}}{32 \text{ A}} = 25^\circ. \end{aligned}$$

O ângulo entre \mathbf{B} e o eixo x é, então,

$$\phi + 45^\circ = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

31-5 Lei de Ampère

Na eletrostática, podemos usar a lei de Coulomb — o burro de carga da eletrostática — para calcular o campo elétrico criado por qualquer distribuição de carga. Para distribuições complexas, temos de recorrer a um computador, mas podemos sempre obter uma resposta numérica com a precisão desejada. Entretanto, quando reunimos as leis do eletromagnetismo na Tabela 37-2 (equações de Maxwell), o campo da eletrostática não é representado pela lei de Coulomb mas sim pela lei de Gauss. Na eletrostática onde as cargas estão em repouso ou se movendo muito lentamente, tais leis são equivalentes. Entretanto, a lei de Gauss é mais compatível em forma com as outras equações do eletromagnetismo do que a lei de Coulomb e nos permite resolver problemas de campo elétrico de altos graus de simetria com facilidade e elegância.

A situação no estudo do magnetismo é semelhante. Podemos calcular o campo magnético criado por qualquer distribuição de corrente, usando a lei de Biot-Savart — o equivalente magnético da lei de Coulomb. Novamente, em casos difíceis, temos de recorrer ao cálculo numérico, usando um computador. Entretanto, voltando-se à Tabela 37-2 e examinando as equações do eletromagnetismo reunidas (equações de Maxwell), não encontramos a lei de Biot-Savart entre elas. Em seu lugar encontramos a **lei de Ampère**, inicialmente desenvolvida por Andre Marie Ampère (1775-1836). (O nome da unidade SI de corrente é uma homenagem a este físico francês.) Tanto a lei de Ampère quanto a lei de Biot-Savart são relações entre uma distribuição de corrente e o campo magnético que ela gera. A lei de Ampère, contudo, tem uma simplicidade e uma forma que a torna mais compatível com as outras equações do eletromagnetismo e — no espírito da lei de Gauss — permite-nos resolver problemas de campo magnético de altos graus de simetria com facilidade e elegância.

Neste ponto de nossa discussão, apresentamos a lei de Ampère:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i \quad (\text{Lei de Ampère}) \quad (31-16)$$

e, usando-a, vamos ajudá-lo a familiarizar-se com ela. A lei de Ampère é aplicada a uma curva fechada chamada de **curva amperiana**: o círculo sobre o sinal de integral indica que a grandeza $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ deve ser integrada em torno dessa curva fechada. A corrente i na Eq. 31-16 é a corrente líquida englobada pela curva. Falando imprecisamente, a lei de Ampère relaciona a distribuição do campo magnético em pontos sobre a curva com a corrente que passa através da curva.

Vamos examinar a lei de Ampère vendo como aplicá-la na situação da Fig. 31-12. A figura mostra as seções transversais de três fios retilíneos longos que atravessam o plano da página perpendicularmente a ele. Os fios transportam as correntes i_1 , i_2 e i_3 nos sentidos indicados. A curva amperiana arbitrária à qual vamos aplicar a lei de Ampère

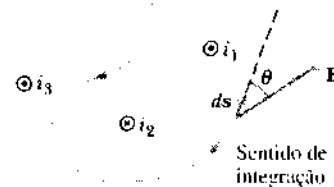


Fig. 31-12 A lei de Ampère aplicada a uma curva amperiana arbitrária que envolve dois fios retilíneos longos mas exclui um terceiro fio. Observe os sentidos das correntes.

encontra-se inteiramente no plano da figura e traça seu caminho entre os fios, incluindo dois deles, mas excluindo o terceiro.

Dividimos a curva amperiana da Fig. 31-12 em segmentos diferenciais de linha, ds , um dos quais é mostrado. Neste elemento de linha, o campo magnético, devido às correntes, terá um valor particular \mathbf{B} . Em virtude da simetria, \mathbf{B} deve estar no plano da figura, fazendo um ângulo θ com a direção do elemento de linha ds .

A grandeza $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ no lado esquerdo da Eq. 31-16 é um produto escalar e tem o valor $B \cos \theta ds$. A integral do lado esquerdo da Eq. 31-16, então, se torna

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos \theta ds.$$

Esta integral de linha nos instrui para percorrermos a curva amperiana da Fig. 31-12, somando (isto é, integrando) a grandeza $B \cos \theta ds$ à medida que avançamos. Na Fig. 31-12, escolhemos, arbitrariamente, percorrer a curva no sentido anti-horário.

O termo i no lado direito da Eq. 31-16 representa a corrente líquida englobada pela curva. Para determinar i , inicialmente atribuímos um sinal positivo ou negativo a cada corrente dentro da curva e, a seguir, somamos algebraicamente as correntes, incluindo os sinais. Eis, portanto, uma regra da mão direita que nos induz à escolha dos sinais:

Curve os dedos de sua mão direita ao redor da curva no sentido de integração. À corrente que passa através da curva no sentido de seu polegar estendido atribuímos o sinal positivo e a corrente que passa no sentido oposto, o sinal negativo.

A aplicação desta regra à situação da Fig. 31-12 é mostrada na Fig. 31-13. A corrente líquida dentro da curva é

$$i = i_1 - i_2.$$

A corrente i_3 não é incluída porque não se encontra englobada pela curva.

A aplicação da lei de Ampère (Eq. 31-16) à situação da Fig. 31-12, então, nos dá

$$\oint B \cos \theta ds = \mu_0 (i_1 - i_2).$$

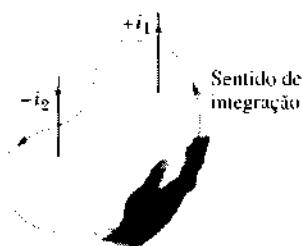


Fig. 31-13 A regra da mão direita aplicada à lei de Ampère determina os sinais positivo e negativo para as correntes envolvidas pela curva amperiana. A situação é aquela da Fig. 31-12.

Este resultado, embora não possamos estendê-lo mais do que isso, demonstra o poder e a elegância da lei de Ampère. A situação da Fig. 31-12 não envolve a simetria que é necessária para calcular explicitamente a integral de linha fechada no lado esquerdo desta equação. Entretanto, pelo lado direito da equação, podemos determinar qual deve ser o seu valor. Ele depende *somente* da corrente líquida que passa através da superfície delimitada pela curva amperiana. Note a semelhança com a lei de Gauss. Nela, a integral de \mathbf{E} sobre qualquer superfície fechada depende *somente* da carga líquida englobada por aquela superfície.

Voltamos agora ao caso mais simples e familiar de um fio retilíneo longo, transportando uma corrente i , um caso que *tem* simetria suficiente de modo que podemos usar a lei de Ampère para calcular o campo magnético \mathbf{B} . Como mostra a Fig. 31-14, tomamos como curva amperiana um círculo concêntrico de raio r . Esta escolha nos permite tirar total vantagem da simetria cilíndrica do problema. Graças a ela, concluímos que \mathbf{B} tem o mesmo módulo B em todos os pontos da curva amperiana circular. Resulta que \mathbf{B} é, em todos os pontos, tangente a essa curva. (A simetria permitiria, também, que \mathbf{B} fosse perpendicular à curva. Podemos mostrar que tais linhas radiais para \mathbf{B} não são consistentes com a lei de Ampère.)

Assim sendo, \mathbf{B} e ds têm a mesma direção e o mesmo sentido ou a mesma direção e sentidos opostos. Na aplicação da lei de Ampère não precisamos saber qual dessas duas possibilidades é a correta, desde que usemos a regra da mão direita, discutida acima, para atribuir um sinal a cada corrente dentro da curva. Podemos, então, supor que \mathbf{B} e ds

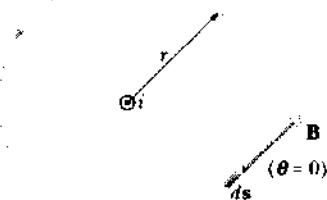


Fig. 31-14 Usando a lei de Ampère para determinar o campo magnético criado por uma corrente i num fio retilíneo longo de seção transversal circular. A curva amperiana está desenhada no interior do fio. A corrente está uniformemente distribuída sobre a seção transversal do fio e emerge da página.

têm a mesma direção e o mesmo sentido, de modo que o ângulo entre eles seja zero. Se a nossa hipótese estiver errada, na solução do problema, o módulo B aparecerá com um sinal negativo indicando-nos o erro. Desprezando-se esse sinal e dando a \mathbf{B} sentido oposto ao de ds corrigiremos a resposta.

Começamos escrevendo o lado esquerdo da lei de Ampère como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos \theta \, ds = B \oint ds = B(2\pi r).$$

Note que a $\oint ds$ acima é simplesmente a circunferência da curva amperiana circular, que é $2\pi r$. A regra da mão direita nos dá um sinal de adição para a corrente da Fig. 31-14. Assim, o lado direito da lei de Ampère é $+ \mu_0 i$ e temos, então,

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

ou

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}. \quad (31-17)$$

Esta é exatamente a Eq. 31-8, derivada anteriormente — com muito mais trabalho — usando a lei de Biot-Savart.

Além disso, a ausência de um sinal negativo na Eq. 31-17 significa que o campo magnético \mathbf{B} , em qualquer ponto da curva, é realmente paralelo a ds , nesse caso. Assim, as linhas do campo magnético circundam a corrente do mesmo modo que a nossa trajetória de integração. Tal sentido para as linhas do campo é precisamente o que teríamos concluído usando a regra da mão direita na Fig. 31-14b.

A Fig. 31-15 mostra outra situação na qual podemos aplicar utilmente a lei de Ampère. Ela mostra uma seção transversal de um fio retilíneo longo, de raio R , transportando uma corrente i_0 uniformemente distribuída sobre a seção transversal do fio e emergindo da página. Que campo magnético o fio cria, em pontos fora do fio e em pontos no interior do fio?

Para pontos fora, para os quais $r > R$, onde r é o raio da curva amperiana, a resposta é dada pela Eq. 31-8. O círculo

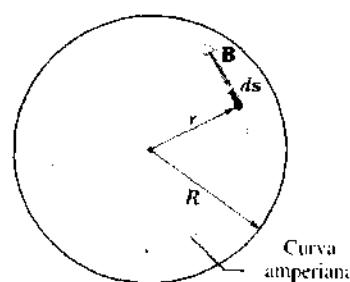


Fig. 31-15 Usando a lei de Ampère para determinar o campo magnético criado por uma corrente i num fio retilíneo longo de seção transversal circular. A curva amperiana está desenhada no interior do fio. A corrente está uniformemente distribuída sobre a seção transversal do fio e emerge da página.

lo tracejado na Fig. 31-15 é uma curva amperiana, de raio r , adequada para considerarmos pontos dentro, ou seja, pontos para os quais $r < R$. A simetria sugere que \mathbf{B} é tangente à curva, como é mostrado. O lado esquerdo da lei de Ampère, novamente, nos dá

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r).$$

Na determinação do lado direito, notamos que a corrente i que aparece na lei de Ampère não é a corrente total i_0 no fio, mas somente a fração da corrente total que está englobada pela curva amperiana. Esta fração é $i_0 (\pi r^2 / \pi R^2)$, de modo que a lei de Ampère nos dá

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

Resolvendo para B e abandonando o subscrito da corrente para generalizar o resultado, encontramos

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \right) r, \quad (31-18)$$

onde i representa, agora, a corrente total dentro do fio. A Eq. 31-18 mostra que, dentro do fio, B é proporcional a r , partindo de um valor zero no centro do fio.

Na superfície do fio ($r = R$), a Eq. 31-18 reduz-se à mesma expressão obtida, fazendo-se $r = R$ na Eq. 31-8 ($B = \mu_0 i / 2\pi R$). Isto é, as expressões para o campo magnético fora do fio e dentro do fio conduzem ao mesmo resultado na superfície do fio.

EXEMPLO 31-5 Um fio retilíneo longo de raio $R = 1.5 \text{ mm}$ transporta uma corrente constante i de 32 A .

a. Qual é o módulo do campo magnético na superfície do fio?

Solução Neste caso podemos aplicar tanto a Eq. 31-8 como a Eq. 31-18. Da primeira, com $r = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, temos

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(32 \text{ A})}{(2\pi)(1.5 \times 10^{-3} \text{ m})} \quad (\text{Resposta}) \\ = 4.27 \times 10^{-3} \text{ T} \approx 4.3 \text{ mT}.$$

b. Qual é o módulo do campo magnético para $r = 1.2 \text{ mm}$?

Solução Tais pontos se encontram no interior do fio de modo que temos de aplicar a Eq. 31-18. Obtemos

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2} \\ = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(32 \text{ A})(1.2 \times 10^{-3} \text{ m})}{(2\pi)(1.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ = 3.41 \times 10^{-3} \text{ T} \approx 3.4 \text{ mT}. \quad (\text{Resposta})$$

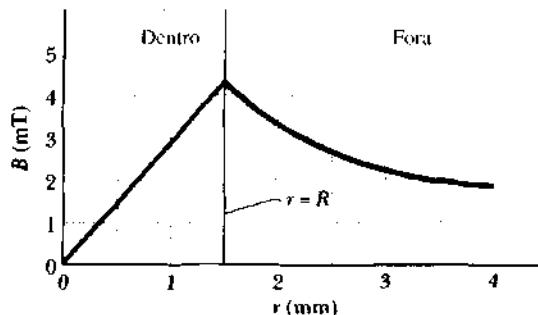


Fig. 31-16 O campo magnético para o condutor da Fig. 31-15 e Exemplo 31-5, tanto dentro como fora do fio.

A Fig. 31-16 é um gráfico do campo magnético, dentro e fora do fio. Note que ele alcança seu valor máximo na superfície do fio.

31-6 Solenóides e Toróides

O Solenóide

Voltemos agora nossa atenção para outra situação com um alto grau de simetria, em que a lei de Ampère irá mostrar-se útil. Trata-se do campo magnético criado pela corrente numa bobina helicoidal de fio, longa, enrolada compactamente. Tal bobina é chamada de **solenóide** (Fig. 31-17). Supomos que o comprimento do solenóide seja muito maior do que o diâmetro.

A Fig. 31-18 mostra uma seção através de um trecho de um solenóide “esticado”. O campo magnético do solenóide é a soma vetorial dos campos criados por cada uma de suas espiras. Para pontos muito próximos ao fio, o fio se comporta magneticamente quase como um fio retilíneo longo, e as linhas de \mathbf{B} associadas a cada espira são praticamente círculos concêntricos. A Fig. 31-18 sugere que os campos tendem a se cancelar entre espiras adjacentes. Ela também sugere que, em pontos no interior do solenóide e razoavelmente longe do fio, \mathbf{B} é aproximadamente paralelo ao eixo (central) do solenóide. No caso limite de um *solenóide ideal*, infinitamente longo e que consiste em espiras estreitamente espaçadas de fio de seção reta quadrada, o campo no interior do solenóide é uniforme e paralelo ao eixo do solenóide.

Para pontos como P , na Fig. 31-18, o campo criado pela parte superior das espiras (marcadas por \odot) aponta para a

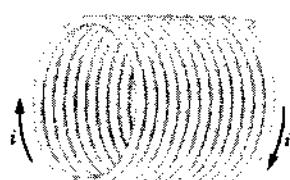


Fig. 31-17 Um solenóide transportando uma corrente i .

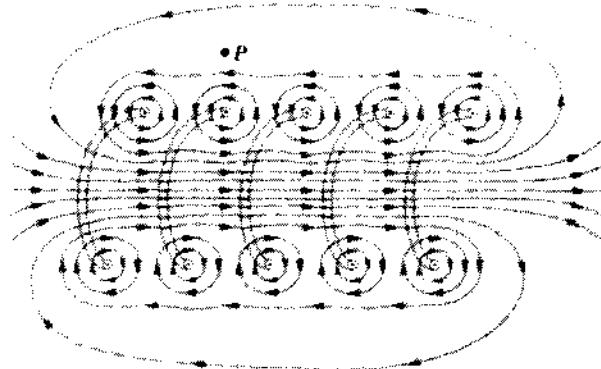


Fig. 31-18 As linhas de campo magnético numa seção transversal vertical através do eixo central de um solenóide “esticado”. As partes posteriores de cinco espiras são mostradas. Cada espira produz, em suas proximidades, linhas de campo circulares. Próximo ao eixo do solenóide, o campo magnético resultante está ao longo do eixo. Nesta região, o estreitamento das linhas de campo indica um forte campo magnético. Do lado de fora do solenóide as linhas de campo são largamente espaçadas; nesta região o campo é muito fraco.

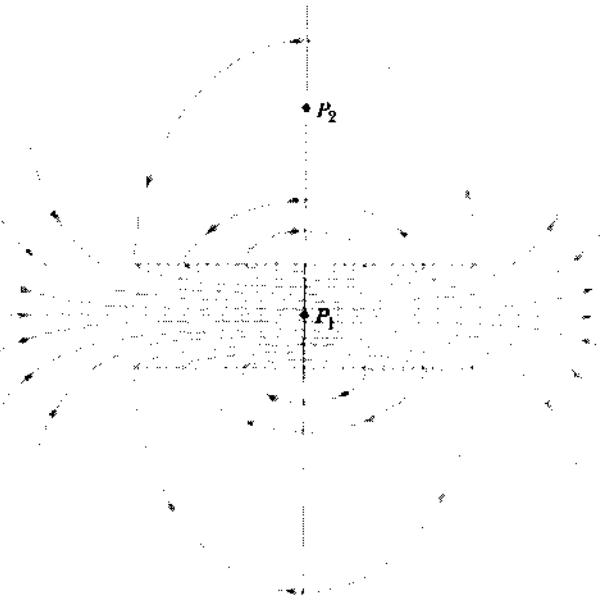


Fig. 31-19 As linhas de campo magnético para um solenóide real de comprimento finito. Note que o campo é forte e uniforme em pontos tais como P_1 , mas é relativamente fraco em pontos externos tais como P_2 .

esquerda (desenhado próximo de P) e tende a cancelar o campo criado pela parte inferior das espiras (marcadas por \otimes), que aponta para a direita (não-desenhado). No caso limite de um solenóide ideal, o campo magnético fora do solenóide é zero. Supor que o campo externo seja nulo será uma excelente hipótese para um solenóide real, se seu comprimento for muito maior do que seu diâmetro e se considerarmos pontos externos tais como o ponto P . O sentido do campo magnético ao longo do eixo do solenóide é dado pela regra da mão direita, interpretada do seguinte modo: segure o solenóide com a mão direita de modo que seus dedos sigam o sentido da corrente nos enrolamentos; seu polegar direito estendido apontará, então, no sentido do campo magnético axial.

A Fig. 31-19 mostra as linhas de \mathbf{B} para um solenóide real. O espaçamento das linhas de \mathbf{B} na região central mostra que o campo no interior da bobina é razoavelmente forte e uniforme sobre a seção transversal da bobina. O campo externo, entretanto, é relativamente fraco.

Vamos aplicar a lei de Ampère,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i. \quad (31-19)$$

à curva amperiana retangular $abcd$ no solenóide ideal da Fig. 31-20, onde \mathbf{B} é uniforme dentro do solenóide e zero fora dele. Escrevemos a integral $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ como a soma de quatro integrais uma para cada segmento do caminho:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \\ &+ \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}. \end{aligned} \quad (31-20)$$

A primeira integral da direita da Eq. 31-20 vale Bh , onde B é o módulo do campo magnético uniforme \mathbf{B} no interior do solenóide e h é o comprimento (arbitrário) do caminho de a até b . A segunda e a quarta integrais são nulas porque para cada elemento desses caminhos \mathbf{B} é perpendicular ao caminho ou é zero, e assim $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ é zero. A terceira integral, cujo caminho de integração está fora do solenóide, é zero porque $B = 0$ para todos os pontos externos. Assim sendo, para todo o caminho retangular, $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ tem o valor Bh .

A corrente líquida i englobada pela curva amperiana retangular na Fig. 31-20 não é igual à corrente i_0 do solenóide, porque esse caminho corta mais de uma espira. Sendo n o número de espiras por unidade de comprimento do solenóide, temos

$$i = i_0(nh).$$

A lei de Ampère torna-se, então,

$$Bh = \mu_0 i_0 nh,$$

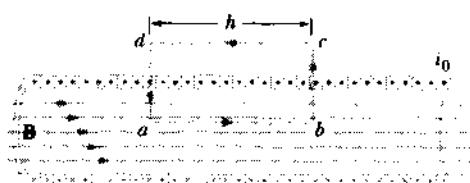


Fig. 31-20 Uma aplicação da lei de Ampère a uma seção de um solenóide longo ideal transportando uma corrente i_0 . A curva amperiana é o retângulo $abcd$.

que nos dá

$$\mathbf{B} = \mu_0 i_0 n \quad (\text{solenóide ideal}) \quad (31-21)$$

Embora tenhamos derivado a Eq. 31-21 para um solenóide infinitamente longo, ela vale com boa aproximação para solenóides reais quando aplicada somente a pontos internos próximos ao centro do solenóide. A Eq. 31-21 é consistente com o fato experimental de que B não depende do diâmetro ou do comprimento do solenóide e de que B é constante sobre a seção transversal do solenóide. Um solenóide fornece um meio prático de se obter um campo magnético uniforme conhecido para fins experimentais, da mesma forma que um capacitor de placas paralelas fornece um meio prático para obter-se um campo elétrico uniforme conhecido.

O Toróide

A Fig. 31-21 mostra um **toróide**, que podemos descrever como um solenóide encurvado na forma de um pneu. Que campo magnético é criado em seus pontos interiores? Podemos determiná-lo a partir da lei de Ampère e de certas considerações de simetria.

Pela simetria, as linhas de \mathbf{B} formam círculos concêntricos no interior do toróide, como é mostrado na figura. Vamos escolher como curva amperiana um círculo concêntrico de raio r e percorrê-lo no sentido horário. A lei de Ampère (Eq. 31-19) nos dá

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i_0 N,$$

onde i_0 é a corrente nos enrolamentos do toróide (é positiva) e N é o número total de espiras. Isto dá

$$B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r} \quad (\text{toróide}) \quad (31-22)$$

Ao contrário do que ocorre com o solenóide, B não é constante sobre a seção transversal de um toróide. É fácil mos-

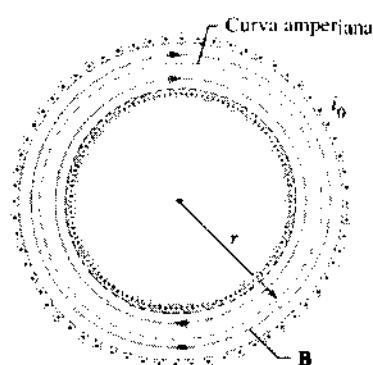


Fig. 31-21 Um toróide transportando uma corrente i_0 . O campo magnético interno pode ser determinado aplicando-se a lei de Ampère à curva amperiana mostrada.

trar, com a lei de Ampère, que $B = 0$ para pontos fora de um toróide ideal.

Um exame minucioso da Eq. 31-22 justifica nossa afirmação anterior de que “um toróide é um solenóide encurvado na forma de um pneu”. O denominador na Eq. 31-22, que é $2\pi r$, é em essência a circunferência central do toróide e $N/2\pi r$ é exatamente n , o número de espiras por unidade de comprimento. Com a substituição, a Eq. 31-22 reduz-se a $B = \mu_0 i_0 n$, a equação para o campo magnético na região central de um solenóide.

O sentido do campo magnético no interior de um toróide é uma conclusão da regra da mão direita: segure o toróide com os dedos da mão direita encurvados no sentido da corrente nos enrolamentos; seu polegar direito estendido aponta no sentido do campo magnético.

Os toróides formam a característica central de um *tokamak*, um dispositivo promissor como base para um reator de fusão. Discutimos sua operação no Cap. 48 deste livro.

EXEMPLO 31-6 Um solenóide tem comprimento $L = 1,23$ m e diâmetro interno $d = 3,55$ cm. Ele possui cinco camadas de enrolamentos de 850 espiras cada e transporta uma corrente $i_0 = 5,57$ A. Qual é o valor de B em seu centro?

Solução Da Eq. 31-21

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 i_0 n = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,57 \text{ A}) \\ &\quad \times \left(\frac{5 \times 850 \text{ espiras}}{1,23 \text{ m}} \right) \\ &= 2,42 \times 10^{-2} \text{ T} = 24,2 \text{ mT}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Note que a Eq. 31-21 se aplica mesmo que o solenóide tenha mais do que uma camada de enrolamentos, porque o diâmetro dos enrolamentos não entra na equação.

31-7 Uma Bobina de Corrente e suas Propriedades de Dipolo Magnético

Por enquanto estudamos o campo magnético criado por um fio retilíneo longo, um solenóide e um toróide. Voltamos agora nossa atenção para o campo criado por uma simples bobina de corrente. Vimos, na Seção 30-9, que tal bobina se comporta como um dipolo magnético, visto que, quando colocada num campo magnético externo \mathbf{B} , sofre a ação de um torque dado por

$$\tau = \mu \times \mathbf{B} \quad (31-23)$$

O vetor μ é o momento de dipolo magnético da bobina cujo módulo vale NiA : N é o número de espiras; i é a corrente na bobina e A é a área limitada pela bobina.

Lembre que o sentido de μ é dado pela regra da mão direita: segure a bobina de modo que seus dedos da mão direita se encurvem ao redor da bobina no sentido da corrente; seu polegar estendido aponta, então, no sentido do momento de dipolo μ .

Campo Magnético de uma Bobina de Corrente

Voltamos agora nossa atenção para outro aspecto da bobina de corrente que a caracteriza como um dipolo magnético. Que campo magnético cria no espaço em torno dela? O problema não tem simetria suficiente que torne útil a aplicação da lei de Ampère e, assim, devemos usar a lei de Biot-Savart. Vamos considerar somente pontos sobre o eixo de uma bobina circular, que escolhemos ser o eixo z . Mostraremos, mais adiante, que o módulo do campo magnético criado por uma de suas espiras é

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (31-24)$$

onde R é o raio da bobina circular (de espiras estreitamente espaçadas) e z é a distância entre o centro da bobina e o ponto em questão. Além disso, a direção e o sentido de \mathbf{B} são idênticos ao do momento de dipolo magnético μ da bobina.

Para pontos axiais muito afastados da bobina, temos $z \gg R$ na Eq. 31-24. Com esta aproximação, a equação se reduz a

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}.$$

Lembrando que a bobina é composta por N espiras (muito cerradas) cada uma subtendendo a mesma área $A = \pi R^2$, podemos escrever a equação acima como

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NiA}{z^3}$$

ou, uma vez que $\mu = NiA$ e que \mathbf{B} e μ têm a mesma direção e o mesmo sentido, podemos escrever esta equação na forma vetorial:

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3} \text{ (bobina de corrente).} \quad (31-25)$$

Deste modo, temos dois meios de olhar a bobina de corrente como um dipolo magnético: ela experimenta um torque quando a colocamos num campo magnético externo; ela gera seu próprio campo magnético intrínseco, dado, para pontos distantes ao longo do eixo, pela Eq. 31-25.

A Eq. 31-25 nos faz lembrar da Eq. 24-12 para o campo elétrico num ponto do eixo de um dipolo elétrico, que pode ser escrito

$$\mathbf{E}(z) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{z^3}$$

e na qual \mathbf{p} é o momento de dipolo elétrico. A Tabela 31-1 é um resumo das propriedades dos dipolos elétrico e magnético que estudamos até agora. A simetria entre os dois conjuntos de equações é impressionante.

Tabela 31-1
Algumas Equações de Dipolo

Propriedade	Tipo de Dipolo	Relação	Número da Equação
Torque num campo externo	Elétrico	$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$	24-35
	Magnético	$\tau = \mu \times \mathbf{B}$	30-32
Energia num campo externo	Elétrico	$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$	24-39
	Magnético	$U = -\mu \cdot \mathbf{B}$	30-33
Campo em pontos axiais distantes	Elétrico	$\mathbf{E}(z) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{z^3}$	24-12
	Magnético	$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3}$	31-25

Prova da Equação 31-24

A Fig. 31-22 mostra uma espira circular de raio R transportando uma corrente i . Considere um ponto P sobre o eixo da espira, a uma distância z de seu plano. Vamos aplicar a lei de Biot e Savart a um elemento de corrente localizado no lado esquerdo da espira. O vetor $d\mathbf{s}$ para este elemento aponta perpendicularmente para fora da página. O ângulo θ entre $d\mathbf{s}$ e o vetor \mathbf{r} na Fig. 31-22 é 90° ; o plano formado por estes dois vetores é perpendicular ao plano da figura e contém \mathbf{r} e $d\mathbf{s}$. De acordo com a lei de Biot e Savart, o campo diferencial $d\mathbf{B}$ criado por este elemento de corrente é perpendicular a este plano e, assim, está no plano da figura, perpendicular a \mathbf{r} , como mostra a Fig. 31-22.

Vamos decompor $d\mathbf{B}$ em dois componentes: $d\mathbf{B}_\parallel$ ao longo do eixo da espira e $d\mathbf{B}_\perp$ perpendicular a ele. Somente $d\mathbf{B}_\parallel$ contribui para o campo magnético total B no ponto P . Tal

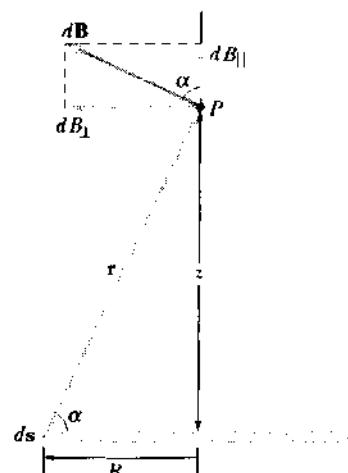


Fig. 31-22 Uma espira de corrente de raio R . Usamos a lei de Biot e Savart para determinar o campo magnético no ponto P sobre o eixo central da espira.

acontece porque, pela simetria, o vetor soma de todos os componentes do campo magnético perpendiculares ao eixo é zero. Restam somente os componentes axiais e temos

$$B = \int dB_{||}.$$

Para o elemento ds na Fig. 31-22, a lei de Biot e Savart (Eq. 31-5) dá

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \sin 90^\circ}{r^2}.$$

Temos também

$$dB_{||} = dB \cos \alpha.$$

Combinando essas duas relações, obtemos

$$dB_{||} = \frac{\mu_0 i \cos \alpha}{4\pi r^2} ds. \quad (31-26)$$

A Fig. 31-22 mostra que as variáveis r e α não são independentes mas estão relacionadas uma com a outra. Vamos expressar cada uma delas em termos da variá-

vel z , a distância do ponto P ao centro da espira. As relações são

$$\cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (31-27)$$

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}. \quad (31-28)$$

Substituindo as Eqs. 31-27 e 31-28 na Eq. 31-26, encontramos

$$dB_{||} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} ds.$$

Note que i , R e z têm os mesmos valores para todos os elementos de corrente ao redor da espira. Integrando esta equação e observando que $\int ds$ é simplesmente a circunferência da espira, encontramos que

$$B = \int dB_{||} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds$$

ou

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

que é a Eq. 31-24, a relação que queríamos provar.

RESUMO

A Lei de Biot-Savart

O campo magnético criado por um condutor transportando uma corrente pode ser encontrado pela **lei de Biot-Savart**. Esta lei assegura que a contribuição $d\mathbf{B}$ para o campo, devido a um elemento de corrente $i ds$, num ponto P , a uma distância r do elemento de corrente, é

$$d\mathbf{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{i ds \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{lei de Biot-Savart}). \quad (31-7)$$

Nesta expressão \mathbf{r} é um vetor que aponta do elemento de corrente para o ponto em questão.

Constante de Permeabilidade μ_0

A grandeza μ_0 , chamada de constante de permeabilidade, tem o valor $4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A} \approx 1,26 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m/A}$.

Um Fio Retilíneo Longo

Para um fio retilíneo longo transportando uma corrente i , a lei de Biot-Savart dá, para o campo magnético a uma distância r do fio,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (\text{fio retilíneo longo}). \quad (31-8)$$

A Fig. 31-2 mostra as linhas do campo magnético concêntricas com o fio. A regra da mão direita descrita na Seção 31-2 é útil ao relacionarmos as direções e os sentidos de \mathbf{B} e $i ds$.

\mathbf{B}_{ext} e \mathbf{B}_{int}

Se um fio transportando uma corrente for colocado num campo magnético externo \mathbf{B}_{ext} , uma força dada por $\mathbf{F} = iL \times \mathbf{B}_{ext}$ atuará sobre ele. \mathbf{B}_{ext} não deve ser confundido com \mathbf{B}_{int} , o campo magnético intrínseco criado pela corrente no fio.

A Força Entre Fios Paralelos

Fios paralelos transportando correntes no mesmo sentido se atraem mutuamente, enquanto que fios transportando correntes em sentidos opostos se repelem mutuamente. O módulo da força sobre um comprimento L de cada um dos fios é

$$F_{ba} = i_b L B_a = \frac{\mu_0 I_a i_b}{2\pi d}, \quad (31-14)$$

onde d é a separação entre os fios, e i_a e i_b são as correntes nos fios.

Lei de Ampère

Para distribuições de corrente envolvendo um alto grau de simetria, a **lei de Ampère**

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère}) \quad (31-16)$$

pode ser usada (ao invés da lei de Biot-Savart) para calcular o campo magnético. A integral de linha nesta equação é calculada ao redor de uma curva fechada chamada de **curva amperiana**. A corrente i é a corrente líquida englobada pela curva.

Um Solenóide e um Toróide

Usando a lei de Ampère, podemos mostrar que no interior de um solenóide longo transportando uma corrente i_0 , em pontos próximos ao seu centro, B é dado por

$$B = \mu_0 i_0 n \quad (\text{solenóide ideal}) \quad (31-21)$$

onde n é o número de espiras por unidade de comprimento. Também, B no interior de um toróide é

$$B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (\text{toróide}). \quad (31-22)$$

Campo de um Dipolo Magnético

O campo magnético produzido por uma *bobina de corrente* (um *dipolo magnético*) num ponto P localizado a uma distância z ao longo de seu eixo é paralelo ao eixo e é dado por

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3} \quad (\text{bobina de corrente}), \quad (31-25)$$

sendo μ o momento de dipolo da bobina. A Tabela 31-1 resume e compara as propriedades paralelas dos dipolos elétrico e magnético.

QUESTIONÁRIO

1. Um feixe de prótons emerge de um ciclotrôn. Estas partículas produzem um campo magnético?
2. Discuta as analogias e as diferenças entre as leis de Coulomb e a lei de Biot-Savart.
3. Considere uma linha de campo magnético. O módulo de B é constante ou variável ao longo de tal linha? Você pode dar um exemplo de cada caso?
4. Em eletrônica prática, os fios que transportam correntes iguais, mas de sentidos contrários, são freqüentemente torcidos juntos para reduzir seu efeito magnético em pontos distantes. Por que isso dá bons resultados?
5. Elétrons de condução constituem a corrente em um fio e um campo magnético está associado a ela. Que corrente e que campo magnético seriam medidos por um observador se movendo junto com os elétrons de condução?
6. Considere duas cargas, primeiro (a) de mesmo sinal e depois (b) de sinais opostos, que estão se movendo ao longo de caminhos paralelos, separados, com a mesma velocidade. Compare as direções e os sentidos das forças mútuas elétrica e magnética em cada caso.
7. A Fig. 31-23 mostra uma vista de cima de quatro fios paralelos transportando correntes iguais e de mesmo sentido. Qual é a direção e o sentido da força sobre o fio da esquerda, causada pelas correntes nos outros três fios?

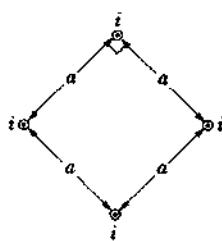


Fig. 31-23 Questão 7.

8. Dois condutores longos e paralelos transportam correntes iguais i no mesmo sentido. Esboce as linhas de B em virtude da ação de ambas as correntes. Sua figura sugere uma atração entre os fios?
9. Uma corrente é enviada por uma mola vertical em cuja extremidade inferior há um peso pendurado. O que acontecerá?
10. Dois fios retilíneos longos passam perpendicularmente perto um do outro. Os fios estão livres para se moverem. Descreva o que acontece quando correntes são enviadas por ambos os fios.

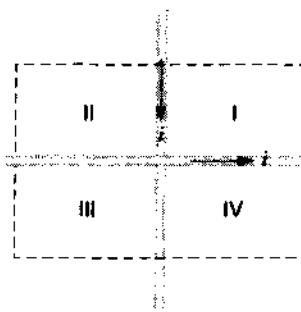


Fig. 31-24 Questão 11.

11. Dois fios fixos cruzam-se perpendicularmente bem próximos sem que se toquem, como é mostrado na Fig. 31-24. Eles são percorridos por correntes iguais i , nos sentidos indicados. Em que região(ões) existem pontos de campo magnético resultante zero?

12. Uma malha irregular de fio flexível é colocada sobre uma mesa lisa e fixada nos pontos a e b , como mostra a Fig. 31-25. Se uma corrente i passar pelo fio, tentará formar uma espira circular ou tentará se contrair ainda mais?

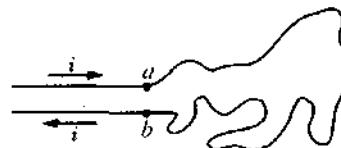


Fig. 31-25 Questão 12.

13. Aplique a lei de Ampère, qualitativamente, às três curvas amperianas mostradas na Fig. 31-26.

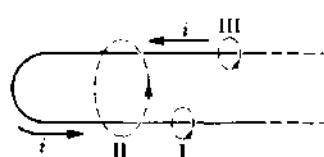


Fig. 31-26 Questão 13.

14. Discuta as analogias e as diferenças entre a lei de Gauss e a lei de Ampère.

15. Uma corrente constante é estabelecida num longo tubo de cobre. Existe campo magnético (a) dentro e/ou (b) fora do tubo?

16. Um fio retílineo longo, de raio R , transporta uma corrente constante i . Como o campo magnético gerado por esta corrente depende de R ? Considere pontos tanto dentro como fora do fio.

17. Dois solenóides longos estão encaixados no mesmo eixo, como mostra a Fig. 31-27. Eles transportam correntes idênticas mas de senti-

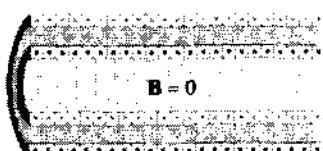


Fig. 31-27 Questão 17.

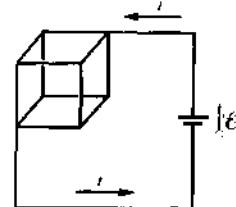


Fig. 31-28 Questão 18.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 31-2 Cálculo do Campo Magnético

1E. Um fio n.º 10 (2,6 mm de diâmetro), de cobre desencapado, pode conduzir uma corrente de 50 A sem se aquecer em demasia. Para esta corrente, qual é o campo magnético na superfície do fio?

2E. O módulo do campo magnético a 88,0 cm do eixo de um fio retílineo longo é 7,30 μT . Calcular a corrente no fio.

3E. Um topógrafo está usando uma bússola a 6 m abaixo de uma linha de transmissão na qual existe uma corrente constante de 100 A. (a) Qual é o campo magnético no local da bússola em virtude da linha de transmissão? (b) Isso irá interferir seriamente na leitura da bússola? O componente horizontal do campo magnético da Terra no local é de 20 μT .

4E. O canhão de elétrons em tubo de TV dispara um feixe de elétrons de 25 keV que atinge a tela na razão de 5.6×10^{11} elétrons por segundo. O diâmetro do feixe é de 0,22 mm. Calcule o campo magnético produzido pelo feixe num ponto a 1,5 mm do eixo do feixe.

5E. A Fig. 31-29 mostra um segmento de fio de 3,0 cm, centrado na origem, transportando uma corrente de 2,0 A na direção +y. (Naturalmente este segmento deve fazer parte de um circuito completo.) Para calcular o campo \mathbf{B} num ponto a vários metros da origem, podemos usar a lei de Biot-Savart na forma $B = (\mu_0/4\pi) i \Delta s \sin \theta/r^2$, com $\Delta s = 3,0$ cm. Isto se deve fato de que r e θ são essencialmente constantes sobre o segmento de fio. Calcule \mathbf{B} (módulo, direção e sentido) nas seguintes posições (x, y, z): (a) (0, 0, 5,0 m), (b) (0, 6,0 m, 0), (c) (7,0 m, 7,0 m, 0), (d) (-3,0 m, -4,0 m, 0).

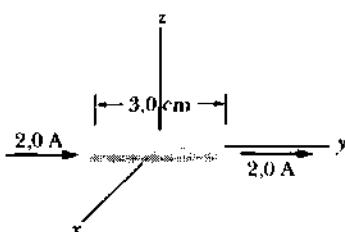


Fig. 31-29 Exercício 5.

dos opostos. Se não existe campo magnético dentro do solenoíde interno, o que se pode dizer sobre n , o número de espiras por unidade de comprimento, para os dois solenóides? Qual dos dois tem o maior valor?

18. Uma corrente constante é estabelecida em uma rede cúbica de fios resistentes, ligados como mostra a Fig. 31-28. Use argumentos de simetria para mostrar que o campo magnético no centro do cubo é zero.

6E. Um fio longo transportando uma corrente de 100 A é colocado num campo magnético externo de 5,0 mT. O fio é perpendicular ao campo. Localize os pontos onde o campo magnético resultante é zero.

7E. Em uma localização nas Filipinas, o campo magnético da Terra de 39 μT é horizontal e aponta para o norte. Exatamente 8,0 cm acima de um fio retílineo longo, que transporta uma corrente constante, o campo resultante é zero. Quais são (a) a intensidade e (b) o sentido da corrente?

8E. Uma carga puntiforme q está se movendo com velocidade escalar v ao passar a uma distância d de um fio retílineo longo percorrido por uma corrente i . Quais são o módulo, a direção e o sentido da força que atua sobre a carga, nessa posição, nos seguintes casos: (a) a carga se aproxima ortogonalmente do fio e (b) a carga se afasta ortogonalmente do fio?

9E. Um fio retílineo longo transporta uma corrente de 50 A. Um elétron está se movendo a $1,0 \times 10^7$ m/s ao passar a 5,0 cm deste fio. Que força atua sobre o elétron se a sua velocidade estiver orientada (a) diretamente para o fio, (b) paralelamente ao fio e (c) perpendicular às direções definidas por (a) e (b).

10E. Um condutor retílineo transportando uma corrente i é dividido em voltas semicirculares idênticas, como é mostrado na Fig. 31-30. Qual é o campo magnético no centro C da espira circular resultante?



Fig. 31-30 Exercício 10.

11P. O fio mostrado na Fig. 31-31 transporta uma corrente i . Que campo magnético \mathbf{B} é produzido no centro C do semicírculo (a) por cada segmento retílineo de comprimento L , (b) pelo segmento semicircular de raio R e (c) pelo fio inteiro?

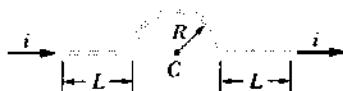


Fig. 31-31 Problema 11.

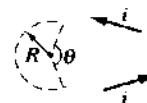


Fig. 31-35 Problema 15.

12P. Dois fios infinitamente longos transportam correntes iguais i . Cada um segue um arco de 90° sobre a circunferência de um mesmo círculo de raio R , na configuração mostrada na Fig. 31-32. Mostre, sem fazer um cálculo detalhado, que \mathbf{B} , no centro do círculo, é idêntico ao campo \mathbf{B} criado por um fio retilíneo infinito, percorrido por uma corrente i , a uma distância R abaixo dele.



Fig. 31-32 Problema 12.

13P. Use a lei de Biot-Savart para calcular o campo magnético \mathbf{B} em C , o centro comum dos arcos semicirculares AD e HJ na Fig. 31-33. Os dois arcos de raios R_1 e R_2 , respectivamente, formam parte do circuito $ADJHA$ transportando uma corrente i .

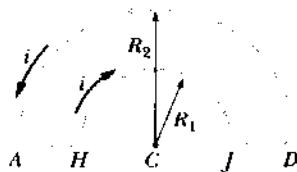


Fig. 31-33 Problema 13.

14P. Curva-se um fio de modo a fazer um longo “grampo de cabelo”, como é mostrado na Fig. 31-34. Sabendo-se que o fio transporta uma corrente de 10 A , quais são o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{B} (a) no ponto a e (b) no ponto médio b ? Considere $R = 5,0\text{ mm}$ e a distância entre a e b muito maior que R .



Fig. 31-34 Problema 14.

15P. Um fio transportando uma corrente i tem a configuração mostrada na Fig. 31-35. Dois trechos retilíneos semi-infinitos, ambos tangentes ao mesmo círculo, estão ligados por um arco circular, de ângulo central θ , ao longo da circunferência do círculo, com todos os trechos dispostos no mesmo plano. Qual deve ser o valor de θ de modo que B seja zero no centro do círculo?

16P. Considere o circuito da Fig. 31-36. Os segmentos curvos são arcos de círculo de raios a e b . Os segmentos retilíneos estão ao longo de raios. Determine o campo magnético \mathbf{B} em P , considerando uma corrente i no circuito.

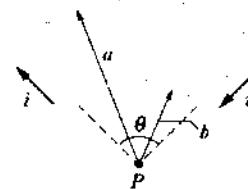


Fig. 31-36 Problema 16.

17P. Um segmento retilíneo de fio, de comprimento L , transporta uma corrente i . Mostre que o módulo do campo magnético \mathbf{B} produzido por este segmento, a uma distância R do segmento ao longo de sua mediatrix (veja a Fig. 31-37), é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{(L^2 + 4R^2)^{1/2}}.$$

Mostre que esta expressão se reduz a um resultado esperado quando $L \rightarrow \infty$.

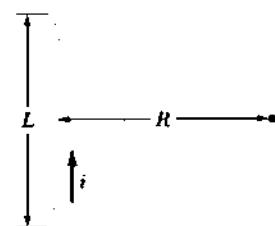


Fig. 31-37 Problema 17.

18P. Uma espira quadrada de fio de lado a transporta uma corrente i . Mostre que, no centro da espira, o módulo do campo magnético produzido pela corrente é

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

(Sugestão: Veja o Problema 17).

19P. Mostre que o módulo do campo magnético produzido no centro de uma espira retangular de fio, de comprimento L e largura W , transportando uma corrente i , é

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}$$

Mostre que, para $L \gg W$, esta expressão se reduz a um resultado consistente com o resultado do Exemplo 31-3.

20P. Uma espira quadrada de fio, de lado a , transporta uma corrente i . Mostre que o módulo do campo magnético produzido num ponto sobre o eixo da espira e a uma distância x de seu centro é

$$B(x) = \frac{4\mu_0 i a^2}{\pi(4x^2 + a^2)(4x^2 + 2a^2)^{1/2}}.$$

Prove que este resultado é consistente com o resultado do Problema 18.

21P. Dispõe-se de um fio de comprimento L , onde podemos estabelecer uma corrente i . O fio pode ser dobrado na forma de um círculo ou de um quadrado. Mostre que o quadrado dará o maior valor para B no ponto central.

22P. Um segmento retilíneo de fio, de comprimento L , transporta uma corrente i . Mostre que o campo magnético associado a ele, no ponto P , a uma distância perpendicular D de uma de suas extremidades (veja a Fig. 31-38), é dado em módulo por

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{(I^2 + D^2)^{1/2}}.$$

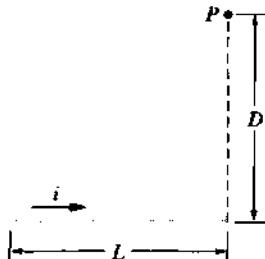


Fig. 31-38 Problema 22.

23P. Uma corrente i flui num segmento retilíneo de fio de comprimento a , como mostra a Fig. 31-39. Mostre que o campo magnético no ponto Q é zero e que em P o módulo do campo é dado por

$$B = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi a}.$$

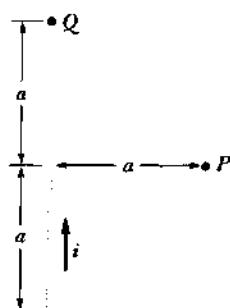


Fig. 31-39 Problema 23.

24P. Determine o campo magnético \mathbf{B} no ponto P da Fig. 31-40 (veja o Problema 23).

25P. Calcular o campo magnético \mathbf{B} no ponto P da Fig. 31-41. Suponha que $i = 10 \text{ A}$ e $a = 8,0 \text{ cm}$.

26P. A Fig. 31-42 mostra uma seção transversal de uma fita comprida e fina, de largura w , que está transportando uma corrente i uniformemen-

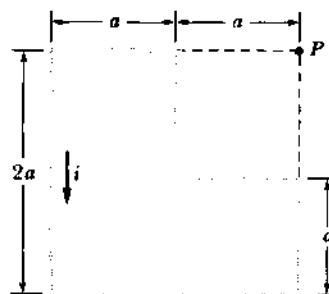


Fig. 31-40 Problema 24.

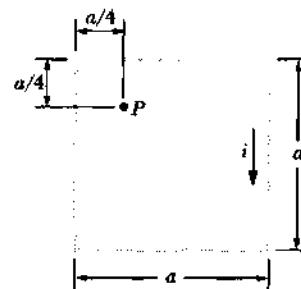


Fig. 31-41 Problema 25.



Fig. 31-42 Problema 26.

te distribuída, para o interior da página. Calcular o módulo, a direção e o sentido do campo magnético \mathbf{B} no ponto P no plano da fita a uma distância d de sua extremidade. (Sugestão: Imagine a fita formada por vários fios finos, paralelos e compridos).

Seção 31-4 Dois Condutores Paralelos

27E. Dois fios longos e paralelos estão separados por uma distância de $8,0 \text{ cm}$. Que correntes iguais devem passar pelos fios para que o campo magnético a meia distância entre eles tenha módulo igual a $300 \mu\text{T}$? Considere as correntes: (a) paralelas e (b) antiparalelas.

28E. Dois fios paralelos, retilíneos e longos, separados por $0,75 \text{ cm}$ estão perpendiculares ao plano da página, como é mostrado na Fig. 31-43. O fio 1 transporta uma corrente de $6,5 \text{ A}$ para dentro da página. Qual deve ser a corrente (intensidade e sentido) no fio 2 para que o campo magnético resultante no ponto P seja zero?

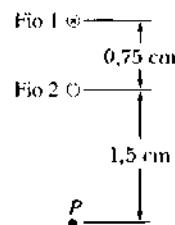


Fig. 31-43 Exercício 28.

29E. Dois fios longos e paralelos, separados por uma distância d , transportam correntes i e $3i$ no mesmo sentido. Localize o ponto ou os pontos em que seus campos magnéticos se cancelam.

30E. A Fig. 31-44 mostra cinco fios longos e paralelos no plano xy . Cada fio transporta uma corrente $i = 3,00 \text{ A}$ no sentido positivo do eixo x . A separação entre fios adjacentes vale $d = 8,00 \text{ cm}$. Determine a força magnética por metro exercida sobre cada um dos cinco fios pelos outros fios.

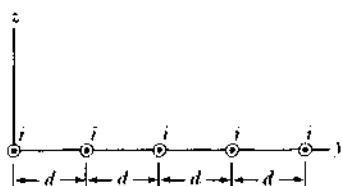


Fig. 31-44 Exercício 30.

31E. Para os fios do Exemplo 31-3, mostre que a Eq. 31-15 vale para pontos além dos fios, isto é, para pontos com $|x| > d$.

32E. Dois fios paralelos, retilíneos e longos, estão separados de uma distância de 10 cm e, cada um deles transporta uma corrente de 100 A . A Fig. 31-45 mostra uma seção transversal, com os fios dispostos perpendicularmente à página e o ponto P situado sobre a mediatrix da linha entre os fios. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo magnético em P , quando a corrente no fio da esquerda aponta para fora da página e a corrente no fio da direita aponta: (a) para fora da página e (b) para dentro da página.

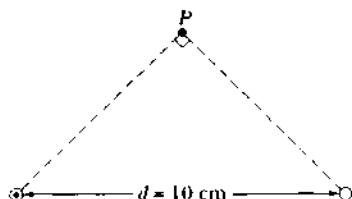


Fig. 31-45 Exercício 32.

33P. Na Fig. 31-10a, considere que ambas as correntes têm o mesmo sentido, para fora do plano da figura. Mostre que o campo magnético no plano definido pelos fios é

$$B(x) = \frac{\mu_0 i x}{\pi(x^2 - d^2)}.$$

Suponha $i = 10 \text{ A}$ e $d = 2,0 \text{ cm}$, na Fig. 31-10a, e faça o gráfico de $B(x)$ para a faixa $-2 \text{ cm} < x < 2 \text{ cm}$. Considere que os diâmetros dos fios sejam desprezíveis.

34P. Quatro fios longos de cobre estão paralelos entre si, a seção transversal do conjunto formando os vértices de um quadrado de 20 cm de lado. Cada fio é percorrido por uma corrente de 20 A , no sentido indicado na Fig. 31-46. Quais são o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{B} no centro do quadrado?

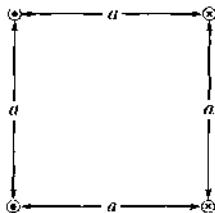


Fig. 31-46 Problemas 34, 35 e 36.

35P. Suponha, na Fig. 31-46, que as correntes idênticas i estejam todas apontando para fora da página. Qual é a força por unidade de comprimento (módulo, direção e sentido) sobre qualquer um dos fios?

36P. Na Fig. 31-46, qual é a força por unidade de comprimento, em módulo, direção e sentido, atuando sobre o fio inferior à esquerda? As correntes idênticas i têm os sentidos indicados na figura.

37P. Dois fios longos, separados por uma distância d , transportam correntes iguais i antiparalelas, como se vê na Fig. 31-47. (a) Mostre que o módulo do campo magnético no ponto P , que é equidistante dos fios, é dado por

$$B = \frac{2\mu_0 i d}{\pi(4R^2 + d^2)}.$$

(b) Em que direção aponta \mathbf{B} ?

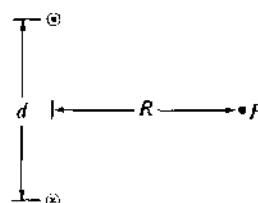


Fig. 31-47 Problema 37.

38P. Na Fig. 31-48, o fio retilíneo longo transporta uma corrente de 30 A e a espira retangular transporta uma corrente de 20 A . Calcular a força resultante atuando sobre a espira. Suponha que $a = 1,0 \text{ cm}$, $b = 8,0 \text{ cm}$ e $L = 30 \text{ cm}$.

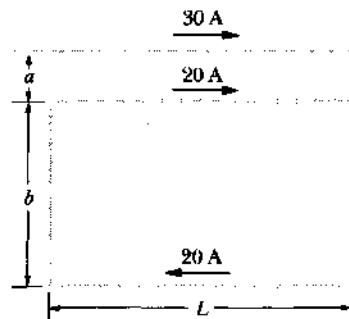


Fig. 31-48 Problema 38.

39P. A Fig. 31-49 mostra um esquema idealizado de um canhão sobre trilhos. O projétil P fica entre dois trilhos largos e circulares; uma fonte envia corrente através dos trilhos e do projétil (condutor). Não foi previsto o uso de fusível. (a) Seja w a distância entre os trilhos, R o raio dos

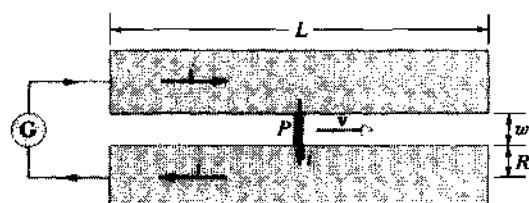


Fig. 31-49 Problema 39.

trilhos e i a corrente. Mostre que a força sobre o projétil está dirigida para a direita ao longo dos trilhos e é dada aproximadamente por

$$F = \frac{i^2 \mu_0}{2\pi} \ln \frac{w+R}{R}.$$

(b) Sabendo-se que o projétil (neste caso uma bala-teste) parte do repouso da extremidade esquerda dos trilhos, determine a velocidade escalar v com que é lançado à direita. Suponha que $i = 450$ kA, $w = 12$ mm, $R = 6,7$ cm, $L = 4,0$ m e que a massa da bala é $m = 10$ g.

Seção 31-5 Lei de Ampère

40E. Cada um dos oito condutores mostrados na Fig. 31-50 transporta uma corrente de 2,0 A para dentro ou para fora da página. Dois caminhos são indicados para a integral de linha $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$. Qual é o valor da integral para (a) o caminho pontilhado e (b) para o caminho tracejado?

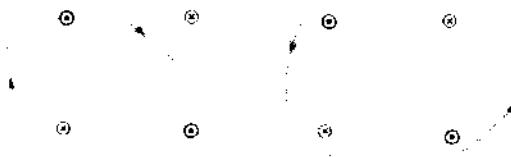


Fig. 31-50 Exercício 40.

41E. Oito fios cortam a página perpendicularmente, nos pontos mostrados na Fig. 31-51. Um fio marcado com o número inteiro k ($k = 1,2, \dots, 8$) transporta a corrente ki . Para os fios com k ímpar, a corrente está para fora da página; para os com k par, a corrente está para dentro da página. Calcular $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ao longo do caminho fechado no sentido indicado.

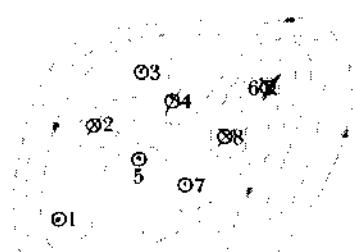


Fig. 31-51 Exercício 41.

42E. A Fig. 31-52 mostra uma seção transversal de um condutor cilíndrico longo, de raio a , transportando uma corrente i uniformemente distribuída. Suponha $a = 2,0$ cm e $i = 100$ A e faça o gráfico de $B(r)$ na faixa de $0 < r < 6,0$ cm.

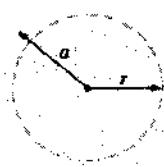


Fig. 31-52 Exercício 42.

43E. Em uma certa região existe uma densidade de corrente uniforme de 15 A/m² no sentido positivo do eixo z . Considere a curva fechada formada pelos três segmentos de reta que ligam os pontos de coordenadas $(4d, 0, 0)$, $(4d, 3d, 0)$ e $(0, 0, 0)$, onde $d = 20$ cm. Qual é o valor de $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ao longo dessa curva fechada?

44P. Duas espiras quadradas, condutoras, transportam correntes de 5,0 A e 3,0 A, como é mostrado na Fig. 31-53. Qual é o valor de $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ para cada uma das curvas fechadas mostradas?

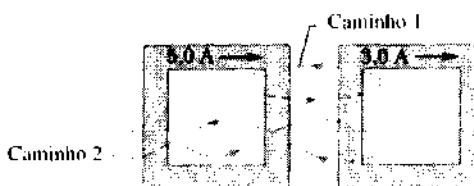


Fig. 31-53 Problema 44.

45P. Mostre que um campo magnético uniforme \mathbf{B} não pode cair abruptamente a zero, quando o percorremos perpendicularmente, como é sugerido pela seta horizontal que passa pelo ponto a na Fig. 31-54. (Sugestão: Aplique a lei de Ampère ao caminho retangular mostrado pelas linhas tracejadas.) Em imãs reais sempre aparece uma deformação das linhas de \mathbf{B} , o que significa que \mathbf{B} se aproxima de zero de maneira gradual. Modifique as linhas do campo, na figura, para indicar uma situação mais real.

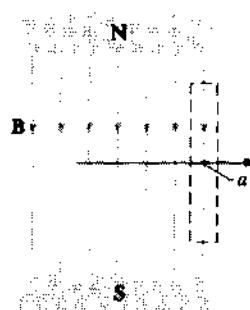


Fig. 31-54 Problema 45.

46P. A Fig. 31-55 mostra uma seção transversal de um condutor cilíndrico, oco, de raios a e b , transportando uma corrente i uniformemente distribuída. (a) Mostre que $B(r)$ para a faixa $b < r < a$ é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \left(\frac{r^2 - b^2}{r} \right).$$

(b) Mostre que, quando $r = a$, esta equação dá o campo magnético B para um fio retilíneo longo; quando $r = b$, dá campo magnético nulo e

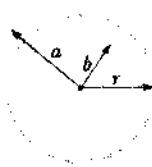


Fig. 31-55 Problema 46.

quando $b = 0$, dá o campo magnético no interior de um condutor sólido. (c) Suponha $a = 2.0 \text{ cm}$, $b = 1.8 \text{ cm}$ e $i = 100 \text{ A}$ e faça o gráfico de $B(r)$ na faixa $0 < r < 6 \text{ cm}$.

47P. A Fig. 31-56 mostra uma seção transversal de um condutor longo de um tipo chamado de cabo co-axial. Seus raios (a , b , c) são mostrados na figura. Existem correntes iguais i mas de sentidos opostos nos dois condutores. Obtenha as expressões para $B(r)$ nas faixas (a) $r < c$, (b) $c < r < b$, (c) $b < r < a$ e (d) $r > a$. (e) Teste estas expressões para todos os casos especiais que lhe ocorram. (f) Suponha $a = 2.0 \text{ cm}$, $b = 1.8 \text{ cm}$, $c = 0.40 \text{ cm}$, $i = 120 \text{ A}$ e faça o gráfico de $B(r)$ na faixa de $0 < r < 3 \text{ cm}$.

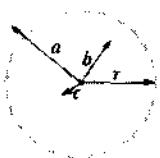


Fig. 31-56 Problema 47.

48P. A densidade de corrente no interior de um fio cilíndrico comprido e maciço, de raio a está na direção do eixo central e varia linearmente com a distância radial r de acordo com $J = J_0 r/a$. Determine o campo magnético no interior do fio.

49P. Um tubo comprido e circular, com um raio externo R , transporta uma corrente i_o (uniformemente distribuída), para dentro da página, como é mostrado na Fig. 31-57. Um fio está disposto paralelamente ao tubo a uma distância igual a $3R$, medida centro a centro. Calcule a intensidade e o sentido da corrente que deve ser estabelecida para que o campo magnético resultante no ponto P tenha módulo igual, mas sentido oposto ao do campo resultante no centro do tubo.

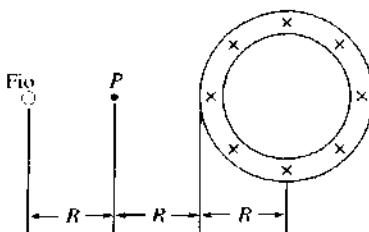


Fig. 31-57 Problema 49.

50P. A Fig. 31-58 mostra uma seção transversal de um condutor cilíndrico longo, de raio a , contendo um buraco cilíndrico longo de raio b . Os eixos dos dois cilindros são paralelos e estão separados por uma distância d . Uma corrente i está uniformemente distribuída sobre a área escura na figura. (a) Use o princípio da superposição para mostrar que o campo magnético no centro do buraco é

$$B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi(a^2 - b^2)}$$

(b) Discuta os dois casos especiais $b = 0$ e $d = 0$. (c) Use a lei de Ampère para mostrar que o campo magnético no buraco é uniforme. (Sugestão: A distribuição de corrente especificada no problema proposto pode ser achada superpondo-se uma densidade de corrente uniforme (J) que se estende por todo o interior do condutor, incluindo o buraco, a uma densidade de corrente de módulo igual mas de sentido oposto ($-J$), que se estende apenas sobre a região onde o buraco está situado).

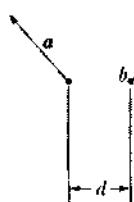


Fig. 31-58 Problema 50.

51P. A Fig. 31-59 mostra uma seção transversal de uma chapa condutora infinita com uma corrente por unidade de comprimento λ emergindo perpendicularmente do plano da página. (a) Use a lei de Biot-Savart e a simetria para mostrar que para todos os pontos P acima da chapa, e todos os pontos P' abaixo dela, o campo magnético \mathbf{B} é paralelo à chapa e tem o sentido indicado. (b) Use a lei de Ampère para provar que $B = \mu_0 \lambda / 2$ em todos os pontos P e P' .

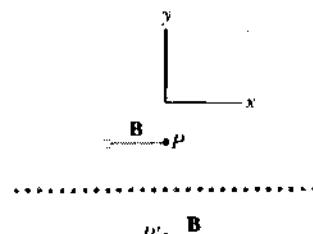


Fig. 31-59 Problema 51.

52P*. Em uma certa região existe um campo magnético dado em militeslas por $\mathbf{B} = 3.0 \mathbf{i} + 8.0(x^2/d^2) \mathbf{j}$, onde x é a distância, medida em metros, ao longo do eixo coordenado x e d é uma constante com unidade de comprimento. Alguma corrente deve estar fluindo pela região para produzir o campo \mathbf{B} especificado. (a) Calcular a integral $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ao longo do segmento de reta que vai de $(d, 0, 0)$ até $(d, d, 0)$. (b) Faça $d = 0.50 \text{ m}$ na expressão para \mathbf{B} e aplique a lei de Ampère para determinar a corrente que está fluindo através de um quadrado cujo lado mede 0.5 m e que se encontra no primeiro quadrante do plano xy , com um vértice na origem. (c) Esta corrente está na direção \mathbf{k} ou na direção $-\mathbf{k}$?

Seção 31-6 Solenóides e Toróides

53E. Um solenóide de 95.0 cm de comprimento tem um raio de 2.00 cm , um enrolamento de 1.200 espiras e transporta uma corrente de 3.60 A . Calcule o módulo do campo magnético no interior do solenóide.

54E. Um solenóide de 200 espiras tendo um comprimento de 25 cm e um diâmetro de 10 cm transporta uma corrente de 0.30 A . Calcule o módulo do campo magnético \mathbf{B} próximo ao centro do solenóide.

55E. Um solenóide de 1.30 m de comprimento e 2.60 cm de diâmetro transporta uma corrente de 18.0 A . O módulo do campo magnético no interior do solenóide é 23.0 mT . Determine o comprimento do fio que constitui o solenóide.

56E. Um toróide, tendo seção transversal quadrada, com 5.00 cm de lado e um raio interno de 15.0 cm , possui 500 espiras e transporta uma corrente de 0.800 A . Qual é o módulo do campo magnético no interior do toróide (a) no raio interno e (b) no raio externo do toróide?

57E. Mostre que se a espessura de um toróide for muito pequena comparada com seu raio de curvatura (toróide muito fino), a Eq. 31-22 para o campo no interior de um toróide se reduz a Eq. 31-21 para o campo no interior de um solenóide. Explique por que este resultado é esperado.

58P. Considere um solenóide ideal como um condutor cilíndrico fino, cuja corrente por unidade de comprimento, medida paralelamente ao eixo do cilindro, é λ . Desse modo, mostre que o módulo do campo magnético, no interior de um solenóide, no interior de um solenóide ideal, pode ser escrito como $B = \mu_0 \lambda$. Este é o valor da variação em B que se obtém quando passamos de dentro para fora do solenóide, pela sua parede. Mostre que essa mesma variação ocorre quando atravessamos uma chapa infinita de corrente como aquela da Fig. 31-59 (veja o Problema 51). Tal igualdade o surpreende?

59P. Na seção 31-6 mostramos que o módulo do campo magnético para qualquer raio r no interior de um toróide é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r}.$$

Mostre que, quando passamos de um ponto imediatamente dentro de um toróide para um ponto imediatamente fora, o módulo da variação em B que encontramos — para qualquer raio r — é exatamente $\mu_0 \lambda$. Aqui λ é a corrente por unidade de comprimento ao longo de uma circunferência de raio r dentro do toróide. Compare com o resultado semelhante encontrado no Problema 58. Tal igualdade não é surpreendente?

60P. Um solenóide longo com 10,0 espiras/cm e um raio de 7,00 cm transporta uma corrente de 20,0 mA. Uma corrente de 6,00 A flui num condutor retilíneo localizado ao longo do eixo do solenóide. (a) A que distância radial do eixo, a direção do campo magnético resultante fará 45° com a direção axial? (b) Qual é o módulo do campo magnético nessa posição?

61P. Um solenóide longo tem 100 espiras por centímetro e transporta uma corrente i . Um elétron se move no interior do solenóide num círculo de raio 2,30 cm perpendicular ao eixo do solenóide. A velocidade escalar do elétron é 0,0460c (velocidade escalar da luz). Determine a corrente i no solenóide.

62P. Um efeito interessante (e frustrante) ocorre quando tentamos confinar uma coleção de elétrons e íons positivos (um plasma) no campo magnético de um toróide. As partículas que se movem perpendicularmente ao campo magnético não percorrem trajetórias circulares porque a intensidade do campo varia com a distância radial ao eixo do toróide. Tal efeito, que é mostrado (exageradamente) na Fig. 31-60, faz com que as partículas de sinais opostos sejam deslocadas em sentidos opostos, paralelamente ao eixo do toróide. (a) Qual é o sinal da carga da partícula, cuja trajetória está esboçada na figura? (b) Se a trajetória da partícula tiver um raio de curvatura de 11,0 cm, quando sua distância radial média ao eixo do toróide for de 125 cm, qual será o raio de curvatura quando a partícula estiver a uma distância radial média de 110 cm do eixo?

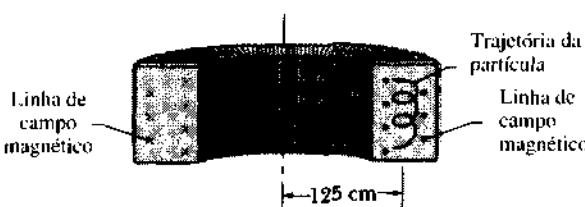


Fig. 31-60 Problema 62.

Seção 31-7 Uma Bobina de Corrente e suas Propriedades de Dipolo Magnético

63E. Qual é o momento de dipolo magnético μ do solenóide descrito no Exercício 54?

64E. A Fig. 31-61a mostra um fio curvado na forma de uma bobina circular de uma única espira transportando uma corrente i . Na Fig. 31-

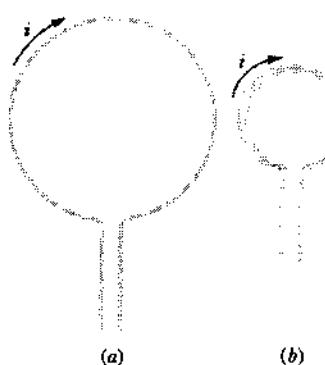


Fig. 31-61 Exercício 64.

61b o mesmo fio foi curvado mais apertadamente, resultando numa bobina de duas espiras, com a metade do raio original. (a) Sendo B_a e B_b os módulos dos campos magnéticos nos centros das duas bobinas, qual é a razão B_b/B_a ? (b) Qual é a razão entre os módulos dos momentos de dipolo μ_a/μ_b das bobinas?

65E. A Fig. 31-62 mostra um arranjo conhecido como bobina de Helmholtz. Ela consiste em duas bobinas circulares co-axiais cada uma com N espiras e raio R , separadas por uma distância R . As duas bobinas transportam correntes iguais i no mesmo sentido. Determine o campo magnético no ponto P , a meio caminho entre as bobinas.

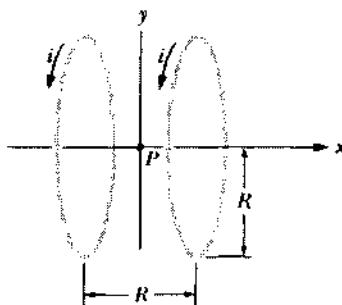


Fig. 31-62 Exercício 65; Problemas 69 e 70.

66E. Um estudante constrói um eletroimã enrolando 300 voltas de fio em torno de um cilindro de madeira de diâmetro $d = 5,0$ cm. A bobina é ligada a uma bateria produzindo uma corrente de 4,0 A no fio. (a) Qual é o momento magnético deste dispositivo? (b) A que distância axial $z \gg d$ o campo magnético deste dipolo será de $5,0 \mu\text{T}$ (aproximadamente um décimo do campo magnético da Terra)?

67E. O módulo $B(x)$ do campo magnético em pontos sobre o eixo de uma espira de corrente quadrada, de lado a , é dado no Problema 20. (a) Mostre que o campo magnético axial para esta espira, para $x \gg a$, é o de um dipolo magnético (veja a Eq. 31-25). (b) Qual é o momento de dipolo magnético desta espira?

68P. Um fio formando um circuito fechado, com raios a e b , como mostra a Fig. 31-63, é percorrido por uma corrente i . (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{B} no ponto P ? (b) Determine o momento de dipolo magnético do circuito.

69P. Duas bobinas, de 300 espiras cada uma, são percorridas por uma corrente i . Elas estão separadas por uma distância igual ao raio delas, como se vê na Fig. 31-62. Para $R = 5,0$ cm e $i = 50$ A, faça o gráfico de B em função da distância x ao longo do eixo comum desde $x = -5$ cm

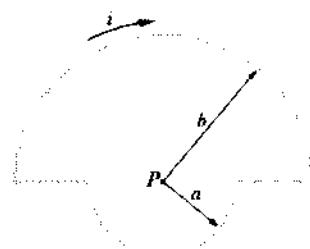


Fig. 31-63 Problema 68.

até $x = +5$ cm, tomando $x = 0$ no ponto médio P . (Estas bobinas produzem um campo B especialmente uniforme nas proximidades do ponto P .) (Sugestão: Veja a Eq. 31-24.)

70P. No Exercício 65 (Fig. 31-62), considere a separação das bobinas uma variável s (não-necessariamente igual ao raio das bobinas, R). (a) Mostre que a primeira derivada do campo magnético (dB/dx) se anula no ponto médio P qualquer que seja o valor de s . Por que, de acordo com a simetria, esse resultado já era esperado? (b) Mostre que a segunda derivada do campo magnético (d^2B/dx^2) também se anula no ponto P desde que $s = R$. Isso explica a uniformidade de B nas proximidades de P , para esta separação particular das bobinas.

71P. Uma bobina circular, de uma só espira, de raio 12 cm, transporta uma corrente de 15 A. Em seu centro é colocada uma bobina de 0.82 cm de raio, com 50 espiras e percorrida por uma corrente de 1.3 A. (a) Que campo magnético B a bobina maior produz em seu centro? (b) Que torque atua sobre a bobina menor? Suponha que os planos das duas bobinas sejam perpendiculares entre si e que o campo magnético devido à bobina maior, seja praticamente uniforme por todo o volume ocupado pela bobina menor.

72P. Um condutor transporta uma corrente de 6.0 A ao longo de um caminho fechado $abcdefga$ envolvendo 8 das 12 arestas de um cubo de lado igual a 10 cm, como é mostrado na Fig. 31-64. (a) Por que po-

demos considerá-lo como a superposição de três espiras quadradas: $befgb$, $abgha$ e $cdefc$? (b) Use esta superposição para determinar o momento de dipolo magnético μ (módulo, direção e sentido) do caminho fechado. (c) Calcule \mathbf{B} nos pontos $(x, y, z) = (0, 5.0 \text{ m}, 0)$ e $(5.0 \text{ m}, 0, 0)$.

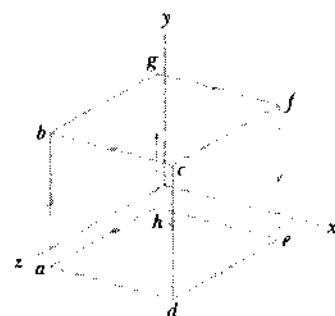


Fig. 31-64 Problema 72.

73P. (a) Um fio longo é curvado na forma mostrada na Fig. 31-65, sem que haja contato no cruzamento em P . O raio do trecho circular é R . Determine o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{B} no centro C da parte circular para a corrente i indicada na figura. (b) A parte circular do fio é girada semi distorção em torno do diâmetro indicado, até que o plano do círculo fique perpendicular à parte retilínea do fio. O momento de dipolo magnético associado à espira circular está agora no sentido da corrente na parte retilínea do fio. Determine \mathbf{B} em C neste caso.

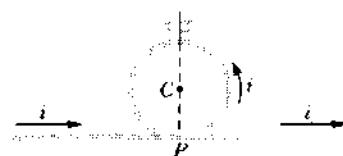


Fig. 31-65 Problema 73.

LEI DA INDUÇÃO DE FARADAY



Pouco depois do início do rock em meados de 1950, os guitarristas trocaram as guitarras acústicas por guitarras elétricas. Foi Jimi Hendrix, todavia, quem primeiro usou a guitarra elétrica como um instrumento eletrônico. Ele explodiu em cena em 1960; movia com rapidez a palhetas ao longo das cordas, posicionava sua guitarra e seu corpo defronte de um alto-falante para conseguir feedback e, então executava acordes no seu ponto máximo. Ele revolucionou o rock, a partir das melodias de Buddy Holly, passou pelo psicodélico no final de 1960, até o início do heavy metal do Led Zeppelin, em 1970. Suas ideias continuam a influenciar o rock até hoje. Mas, o que faz distinguir uma guitarra elétrica de uma guitarra acústica e que possibilitou a Hendrix uma performance inigualável no uso desse instrumento eletrônico?

32-1 Duas Simetrias

Se colocarmos uma bobina condutora fechada num campo magnético externo e enviarmos uma corrente através dela, um torque atuará sobre a bobina, fazendo-a girar. Este resultado pode ser resumido assim:

$$\text{corrente} \Rightarrow \text{torque} \quad (\text{bobina num campo magnético}). \quad (32-1)$$

A Eq. 32-1 é o princípio do motor elétrico.

A simetria — em que tanto nos apoiamos na física — obriga-nos a perguntar: “O que acontecerá se tentarmos o contrário? Suponhamos que se coloque uma bobina condutora fechada num campo magnético externo e que se gire a bobina exercendo, por meio de alguma fonte externa, um torque sobre ela. Uma corrente elétrica aparecerá na bobina?” Isto é, poderemos escrever

$$\text{torque} \Rightarrow \text{corrente} \\ (\text{bobina num campo magnético})? \quad (32-2)$$

Isso realmente acontece! Constitui o princípio do gerador elétrico. A lei que governa o aparecimento de tal corrente é chamada **lei da indução de Faraday**. Os físicos aprenderam a raciocinar sobre a natureza através de simetrias como as mostradas pelas Eqs. 32-1 e 32-2. A simetria é bonita tanto na física como na arte.

Existe outra simetria, bastante curiosa, em nível humano, associada à lei da indução. Ela foi descoberta em 1831 por Michael Faraday e também, independentemente e mais ou menos na mesma época, pelo físico americano Joseph Henry. O autodidata Faraday, na idade de 14 anos era aprendiz de um encadernador de livros londrino. Ele escreveu: “Havia bastante livros lá e eu os lia.” Henry também era um aprendiz aos 13 anos, porém de relojoeiro, em Albany, Nova York.

Anos mais tarde, Faraday foi nomeado Diretor do "Royal Institution", em Londres, cuja fundação deve-se em grande parte a um americano, Benjamin Thomson (Conde Rumford). Henry, por sua vez, tornou-se diretor do Instituto Smithsonian em Washington, DC, fundado graças a uma doação de um inglês, James Smithson.

Ainda que Faraday tenha sido o primeiro a publicar os resultados obtidos, o que lhe deu a prioridade da descoberta, a unidade SI de indutância é denominada *henry* (abreviatura H). Por outro lado, a unidade SI de capacitação, como já vimos, é denominada *farad* (abreviatura F). No Cap. 35 discutiremos o *oscilador eletromagnético*, no qual a energia oscila para a frente e para trás entre as formas indutiva e capacitativa, assim como ocorre entre as formas cinética e potencial num pêndulo oscilante. É agradável ver os nomes dos talentosos cientistas tão estreitamente entrelaçados na operação do oscilador eletromagnético, um dispositivo que se tornou possível graças à descoberta conjunta da indução eletromagnética.

32-2 Duas Experiências

Duas experiências simples irão nos guiar na compreensão da lei da indução, de Faraday.

Primeira Experiência

A Fig. 32-1 mostra os terminais de uma bobina de fio ligada a um galvanômetro sensível G que pode detectar a presença de uma corrente na bobina. Normalmente, não deveríamos esperar nenhum desvio do ponteiro do instrumento, pois não há bateria no circuito. Entretanto, se aproximarmos um ímã da bobina, um fato curioso acontecerá. Enquanto o ímã estiver em movimento (e somente enquanto ele estiver em movimento), o ponteiro do galvanômetro sofrerá uma deflexão, indicando que há corrente na bobina. Além disso, quanto mais rapidamente deslocarmos o ímã, maior será a deflexão. Quando pararmos o deslocamento do ímã, a deflexão cessará e o ponteiro do galvanômetro voltará ao zero. Se afastarmos o ímã da bobina, o ponteiro, novamente, irá defletir, enquanto o ímã estiver em

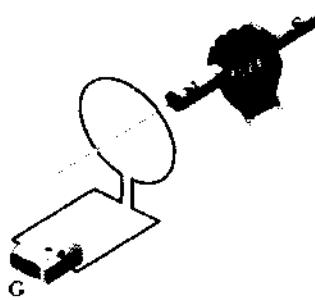


Fig. 32-1 O galvanômetro G deflete quando o ímã está se movendo em relação à espira, indicando que há uma corrente na espira.

movimento desta vez, porém em sentido contrário, o que indica que a corrente na bobina teve seu sentido trocado.

Se invertermos o ímã de modo que o polo sul (ao invés do polo norte) fique voltado para a bobina, a experiência ocorrerá como antes, exceto que os sentidos das deflexões serão invertidos. Experiências posteriores mostraram que o importante é o *movimento relativo* entre o ímã e a bobina. *Não faz nenhuma diferença se movemos a bobina na direção do ímã ou o ímã na direção da bobina.*

A corrente que aparece na bobina é chamada de **corrente induzida** e o trabalho realizado por unidade de carga durante o movimento dos portadores de carga que constituem essa corrente denominamos de **fem induzida**. Tais fems induzidas desempenham um papel importante em nossas vidas diárias. É muito provável que a luz da sala onde você está lendo este livro seja consequência de uma fem induzida, que um gerador elétrico comercial produziu.

Segunda Experiência

Agora vamos usar o dispositivo da Fig. 32-2. As bobinas são colocadas próximas uma da outra, mantidas em repouso e sem nenhum contato elétrico direto. Quando fechamos a chave S, permitindo, assim, que a bateria produza uma corrente na bobina da direita, o ponteiro do galvanômetro na bobina da esquerda sofre uma deflexão momentânea, retornando, a seguir, ao zero. Quando se abre a chave, interrompendo a corrente, o ponteiro sofre, novamente, uma deflexão momentânea, porém em sentido oposto.

Somente quando a corrente na bobina da direita está aumentando ou diminuindo é que uma fem induzida aparece na bobina da esquerda. Enquanto, porém, a bobina da direita é percorrida por uma corrente constante, não há fem induzida, e não importa quão grande essa corrente possa ser.

Examinando com atenção as duas experiências, somos levados a concluir o seguinte:

Uma fem é induzida somente quando algo está variando. Numa situação estática, onde nenhum objeto físico está em movimento e a corrente é constante, não há fem induzida. A palavra chave é *variação*.

Mas, o que é o "algo" que deve variar para induzir uma fem?

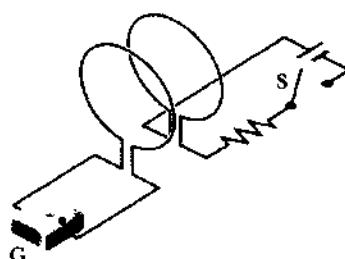


Fig. 32-2 O galvanômetro G deflete momentaneamente assim que a chave S é fechada ou aberta. Nenhum movimento relativo das bobinas está envolvido.

32-3 Lei da Indução de Faraday

Faraday teve a perspicácia de perceber a característica comum das duas experiências descritas na seção anterior. A análise de Faraday, expressa em termos de nossas duas ilustrações, foi:

Uma fem é induzida na bobina da esquerda das Figs. 32-1 e 32-2 somente quando o número de linhas de campo magnético que a atravessam estiver variando.

Assim, o “algo” que deve variar para induzir fem numa bobina é o número de linhas de campo magnético que atravessam a bobina. O *número total* de linhas de campo magnético que atravessam a bobina da esquerda, em qualquer momento, não nos interessa; é a *variação* deste número que induz a fem e é a *taxa com que tal número está variando* que determina o valor da fem induzida.

Na experiência da Fig. 32-1, as linhas originam-se na barra imantada e o número de linhas que atravessam a bobina aumenta quando aproximamos o ímã e diminui quando o afastamos.

Na experiência da Fig. 32-2, as linhas estão associadas à corrente na bobina da direita. O número de linhas através da bobina da esquerda aumenta (a partir de zero) quando fechamos a chave S (ligando a corrente) e diminui (voltando a zero) quando abrimos a chave (desligando a corrente).

Um Tratamento Quantitativo

Considere uma superfície — que pode ou não ser plana — limitada por uma espira condutora fechada. Representamos o número de linhas magnéticas que atravessam essa superfície pelo **fluxo magnético** Φ_B para essa superfície, que é definido por:

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{definição de fluxo magnético}) \quad (32-3)$$

Nesta expressão, $d\mathbf{A}$ é um elemento diferencial de área da superfície e a integração deve ser feita sobre toda a superfície. Tal definição do fluxo do campo magnético \mathbf{B} é exatamente igual à definição do fluxo do campo elétrico \mathbf{E} dada na Seção 25-4 (que deve ser revista) e do fluxo da densidade de corrente \mathbf{J} dada pela Eq. 28-5.

Como um caso especial da Eq. 32-3, suponhamos que o campo magnético tenha o mesmo módulo B por toda uma superfície *plana* de área A e que seja perpendicular a essa superfície. Assim, o produto escalar na Eq. 32-3 fica $B dA$; desse modo, $\Phi_B = B \int dA$ e a Eq. 32-3 se reduz a

$$\Phi_B = BA \quad (\text{caso especial, } \mathbf{B} \perp A), \quad (32-4)$$

na qual Φ_B é o módulo do fluxo através da superfície. (Seu sinal tem de ser determinado por um outro meio.) Das Eqs.

32-3 e 32-4 vemos que a unidade SI para o fluxo magnético é o tesla-metro², ao qual damos o nome *weber* (abreviatura Wb):

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2. \quad (32-5)$$

Uma vez estabelecida a definição de fluxo magnético, estamos prontos para enunciar a lei da indução, de Faraday de modo quantitativo:

A fem induzida numa espira condutora é igual ao negativo da taxa em que o fluxo magnético através da espira está variando com o tempo.

Sob a forma de equação esta lei se escreve

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (32-6)$$

Quando a taxa de variação do fluxo é dada em webers por segundo, a fem induzida é dada em volts. O sinal negativo tem a ver com o sentido da fem induzida, isto é, o sentido da seta da fem desenhada num diagrama da espira.

Se variarmos o fluxo magnético através de uma bobina com N espiras, uma fem induzida aparecerá em cada espira e estas fms — como as fms de baterias ligadas em série — devem ser somadas. Se a bobina for cerradamente enrolada de modo que o fluxo através de cada espira seja o mesmo, a fem induzida na bobina será

$$\mathcal{E} = - N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (32-7)$$

Uma Palavra sobre Sinais (Opcional)

Os sinais negativos nas Eqs. 32-6 e 32-7, ajudam-nos a encontrar o *sentido* da fem induzida numa determinada situação. Embora possamos contar com a lei de Lenz (veja a Seção 32-4) para nos fornecer esta informação, podemos deduzir este sentido de uma maneira formal diretamente da lei de Faraday. Vamos discuti-lo agora.

Começamos com a Eq. 32-3, a definição do fluxo magnético. Este fluxo, que é uma grandeza escalar, pode ser tanto positivo como negativo, uma questão que ainda não abordamos. Ao definirmos o fluxo do campo elétrico, em conexão com a lei de Gauss (seção 25-4), lidamos somente com superfícies fechadas e definimos o sentido do elemento de área $d\mathbf{A}$, unicamente, como orientado para fora.

Entretanto, ao definirmos o fluxo do campo magnético, lidamos com uma superfície que não é fechada e, assim, podemos ter um sentido, não único, para dentro ou para fora. Para determinarmos o sentido positivo de um elemento de área $d\mathbf{A}$ na Eq. 32-3, de modo que ele seja consistente com a lei de Faraday, vamos usar a regra da mão direita.

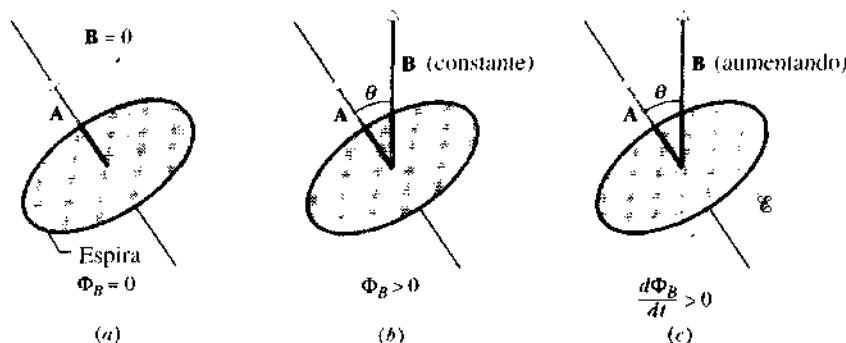


Fig. 32-3 (a) Uma superfície plana de área A limitada por uma espira condutora. O sentido positivo do elemento de área dA é dado pela regra da mão direita. (b) Um campo magnético uniforme atravessa, agora, a espira; o fluxo magnético através da espira é positivo. (c) O módulo do campo magnético aumenta com o tempo. A fem induzida está no sentido mostrado, oposto ao sentido dado pelos dedos em (a).

A Fig. 32-3a, por exemplo, mostra uma superfície plana de área A , delimitada por uma espira. Para determinarmos o sentido positivo de qualquer elemento de área dA e, assim, o sentido positivo do vetor área \mathbf{A} da superfície, curvamos os dedos da mão direita no sentido anti-horário ao redor da espira. O polegar estendido, então, nos dá o sentido positivo de dA e \mathbf{A} . (Note que esta forma de definir o sentido positivo de dA e \mathbf{A} depende de nossa perspectiva arbitrária da espira; se olharmos para cima através da espira ao invés de para baixo, o sentido positivo será oposto ao que está desenhado na Fig. 32-3a.)

Na Fig. 32-3b, um campo magnético constante \mathbf{B} se estende através da espira da Fig. 32-3a, com a direção de \mathbf{B} fazendo um ângulo θ com a direção de \mathbf{A} , sendo $\theta < 90^\circ$. Com este ângulo, o produto escalar na Eq. 32-3 é positivo e assim também é o fluxo Φ_B através da espira. (Ambos os resultados também dependem de nossa perspectiva arbitrária da espira.)

Na Fig. 32-3c, o módulo do campo magnético \mathbf{B} aumenta com o tempo, sem haver variação na direção e no sentido de \mathbf{B} . Durante este aumento, o fluxo Φ_B através da espira permanece positivo e também aumenta com o tempo. Assim sendo, a variação no fluxo $d\Phi_B/dt$ é positiva. A lei de Faraday (Eq. 32-6), então, nos diz que a fem \mathcal{E} induzida na espira durante esta variação é negativa; isto é, a seta da fem na Fig. 32-3c aponta no sentido *oposto* ao sentido dado pelos dedos na Fig. 32-3a. (Este resultado para o sentido da fem induzida não depende de nossa perspectiva arbitrária da espira; ou seja, obtemos o mesmo sentido para a fem quer olhemos para baixo ou para cima através da espira.)

A situação na Fig. 32-3c é uma das quatro possíveis situações para um campo magnético \mathbf{B} que varia em módulo mas não em direção e sentido. Como exercício, verifique os seguintes resultados para as três possibilidades restantes:

- O campo magnético \mathbf{B} aponta como na Fig. 32-3c mas diminui em módulo. Então, o fluxo Φ_B é positivo mas a variação no fluxo $d\Phi_B/dt$ é negativa. Assim, de acordo com o último resultado, a fem \mathcal{E} é positiva. (A seta da fem aponta no sentido dado pelos dedos na regra da mão direita.)

2. \mathbf{B} aponta no sentido oposto ao mostrado na Fig. 32-3c e está aumentando em módulo. Tanto Φ_B como $d\Phi_B/dt$ são negativos, e \mathcal{E} é positivo.

3. \mathbf{B} aponta no sentido oposto ao mostrado na Fig. 32-3c e está diminuindo em módulo. Φ_B é negativo, $d\Phi_B/dt$ é positivo.

EXEMPLO 32-1 O solenóide longo S da Fig. 32-4 tem 220 espiras/cm e transporta uma corrente $i = 1.5 \text{ A}$; seu diâmetro D é 3,2 cm. Em seu centro colocamos uma bobina compacta de 130 espiras, com diâmetro de 2,1 cm. A corrente no solenóide é reduzida a zero e, a seguir, aumentada até 1,5 A no sentido oposto numa taxa constante de 50 ms, durante um período. Qual é o módulo da fem induzida que aparece na bobina central enquanto a corrente no solenóide está sendo variada?

Solução A fem induzida é obtida da lei de Faraday (Eq. 32-7), em que ignoramos o sinal negativo porque estamos interessados no módulo da fem. Assim,

$$\mathcal{E} = \frac{N \Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

na qual N é o número de espiras na bobina interna C. O módulo do fluxo inicial através de cada espira desta bobina é dado pela Eq. 32-4:

$$\Phi_B = BA$$

O campo magnético B no centro do solenóide é consequência da corrente i no solenóide e seu módulo é dado pela Eq. 31-21:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 i n \\ &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \\ &\quad \times (1.5 \text{ A})(220 \text{ espiras/cm})(100 \text{ cm/m}) \\ &= 4.15 \times 10^{-2} \text{ T}. \end{aligned}$$

A área da bobina C é $\pi D^2/4$ que calculada nos dá $3.46 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. O módulo do fluxo inicial através de cada espira da bobina C é, então

$$\begin{aligned} \Phi_B &= (4.15 \times 10^{-2} \text{ T})(3.46 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= 1.44 \times 10^{-5} \text{ Wb} = 14.4 \mu\text{Wb}. \end{aligned}$$

O fluxo varia em sinal, mas não em módulo quando a corrente é invertida, de modo que o módulo da variação no fluxo $\Delta\Phi_B$ para cada espira

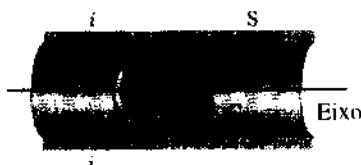


Fig. 32-4 Exemplo 32-1. Uma bobina C está localizada no interior de um solenóide S. Quando a corrente no solenóide é variada, uma fem é induzida na bobina.

da bobina central é $2 \times 14.4 \mu\text{Wb}$ ou $28.8 \mu\text{Wb}$. Esta variação ocorre em 50 ms, dando para o módulo da fem induzida,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{N \Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{(130 \text{ espiras})(28.8 \times 10^{-6} \text{ Wb})}{50 \times 10^{-3} \text{ s}} \\ &= 7.5 \times 10^{-2} \text{ V} = 75 \text{ mV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

32-4 Lei de Lenz

Em 1834, justamente três anos depois de Faraday ter formulado sua lei da indução, Heinrich Friedrich Lenz nos deu a seguinte regra (conhecida como **lei de Lenz**) para a determinação do sentido de uma corrente induzida numa espira condutora fechada:

Uma corrente induzida surgirá numa espira fechada com um sentido tal que ela se oporá à variação que a produziu.

O sinal negativo na lei de Faraday expressa tal oposição.

A lei de Lenz refere-se a *correntes* induzidas e não a *fems* induzidas, o que significa que só podemos aplicá-la diretamente a espiras condutoras fechadas. Entretanto, se a espira não for fechada, podemos usualmente pensar em termos do que aconteceria se ela o fosse e, deste modo, determinar o sentido da *fem* induzida.

Para entendermos a lei de Lenz, vamos aplicá-la a um caso específico, a saber, a primeira das experiências de Faraday, mostrada na Fig. 32-1. Interpretamos a lei de Lenz aplicando-a a esta experiência de dois modos distintos mas que se equivalem.

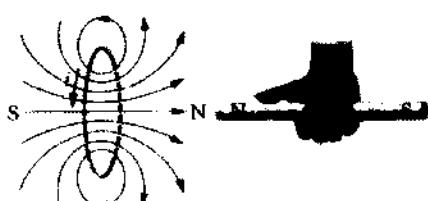


Fig. 32-5 A lei de Lenz em funcionamento. Aproximando-se o ímã da espira, a corrente induzida aponta no sentido indicado, criando um campo magnético que se opõe ao movimento do ímã.

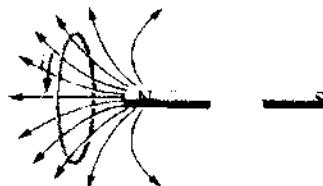


Fig. 32-6 A lei de Lenz em funcionamento. Aproximando-se o ímã da espira, aumentamos o fluxo magnético através da espira. A corrente induzida na espira aponta no sentido indicado, criando um campo magnético que se opõe ao aumento do fluxo.

1. Primeira Interpretação. Uma bobina de corrente produz, em pontos distantes, um campo magnético semelhante ao de um ímã, agindo uma das faces da bobina como polo norte e, a outra, como polo sul. O polo norte, como nos ímãs, é a região *de onde* emergem as linhas magnéticas. Uma vez que a bobina da Fig. 32-1 deve se opor à aproximação do ímã, a face da bobina, voltada para ele, deve tornar-se um polo norte; veja a Fig. 32-5. Os dois pólos nortes — o da bobina e do ímã — repelir-se-ão. A regra da mão direita mostra que, para produzir um polo norte sobre a face da bobina voltada para o ímã, a corrente deve ter o sentido indicado na figura. Explicitamente, a corrente será anti-horária quando vista ao longo do eixo do ímã na direção da bobina.

Na linguagem de Lenz, a aproximação do ímã é a variação que produz a corrente induzida e esta corrente deve se opor à aproximação. Se o ímã for afastado da bobina, a corrente induzida opor-se-á ao afastamento, criando um polo sul na face da bobina voltada para o ímã. Para que tal ocorra, a corrente induzida deverá ter o sentido oposto ao indicado na figura. Quer aproximemos, quer afastemos o ímã, o movimento será sempre contrariado pela corrente na bobina.

2. Segunda Interpretação. Vamos aplicar agora a lei de Lenz à experiência da Fig. 32-1 de uma maneira diferente. A Fig. 32-6 mostra as linhas de B de um ímã.* Desse ponto de vista, a variação referida na lei de Lenz é o aumento de Φ_B através da bobina, causado pela aproximação do ímã: o fluxo aumenta porque à medida que o ímã se aproxima dela, a densidade de linhas aumenta e, assim, a bobina intercepta um número maior delas. A corrente induzida i reage a esta variação criando um campo B_i que se opõe ao aumento do fluxo. Assim, o campo B_i deve apontar da esquerda para a direita através do plano da bobina da Fig. 32-6, como mostra a Fig. 32-7a. Mostramos também, nesta figura, como a regra da mão direita pode ser usada para relacionar o sentido da corrente induzida i com a direção e o sentido do campo magnético B_i criado por i .

O campo magnético induzido não se opõe intrinsecamente ao *campo magnético* do ímã; ele se opõe à *variação* des-

*Existem dois campos magnéticos nesta experiência — um associado à corrente na bobina e, o outro ao ímã. Devemos estar sempre certos de com qual dos dois estamos lidando.

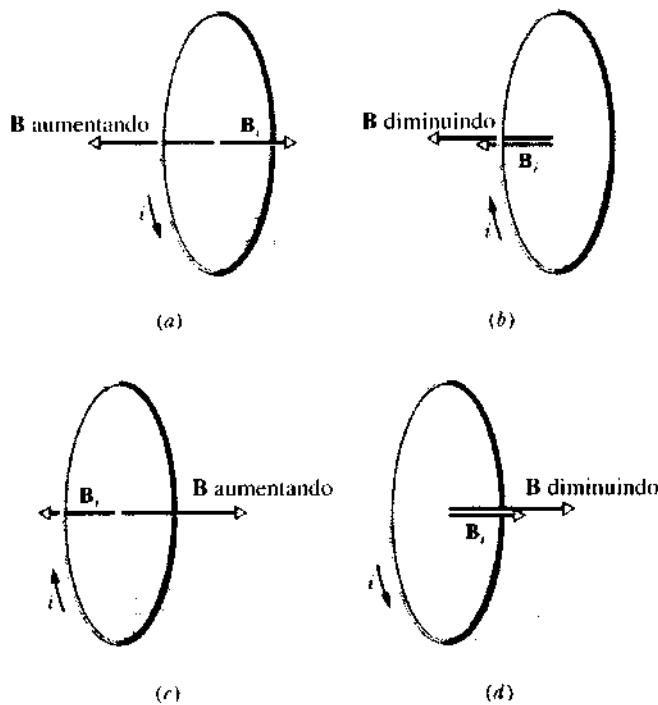


Fig. 32-7 Uma regra da mão direita para relacionar uma corrente induzida i ao campo magnético \mathbf{B} , que ela produz quando o campo magnético externo através da espira aumenta (*a, c*) ou diminui (*b, d*).

se campo que, nesse caso, é o aumento do fluxo magnético através da bobina. Se retirarmos o ímã, reduziremos Φ_B através da bobina. O campo magnético induzido opõe-se à, agora, a essa diminuição (isto é, à variação) de Φ_B , reforçando o campo magnético. A Fig. 32-7*b* mostra o sentido da corrente neste caso.

Com o polo sul do ímã voltado para a bobina, se o aproximarmos dela e, a seguir, dela o afastarmos, os campos magnéticos induzidos correspondentes a tais situações serão os que estão mostrados nas Figs. 32-7*c* e 32-7*d*, respectivamente. Em cada uma das quatro situações na Fig. 32-7, o campo magnético induzido se opõe à variação que o produz.

Lei de Lenz e Conservação da Energia

Imagine o que aconteceria se a lei de Lenz indicasse um outro sentido, isto é, se a corrente induzida atuasse para auxiliar a variação que a produziu. Significaria, por exemplo, que um polo sul apareceria sobre a face da bobina na Fig. 32-5, quando aproximássemos o ímã com o polo norte voltado para ela.

Bastaria, então, que o ímã fosse levemente empurrado para iniciar o movimento e, a partir daí, a ação manter-se-ia indefinidamente. O ímã seria acelerado em direção à bobina e aumentaria cada vez mais a sua energia cinética. Ao mesmo tempo apareceria energia térmica na bobina por causa de sua resistência elétrica à corrente induzida. Esta seria, realmente, uma situação em que obter-se-ia algo a

partir do nada. É desnecessário dizer que isto não acontece. A lei de Lenz não é mais que uma demonstração do princípio da conservação da energia de forma adequada para ser usada nos circuitos onde existem correntes induzidas.

Se aproximarmos o ímã da bobina na Fig. 32-1 ou o afastarmos dela, sempre experimentaremos uma força de resistência e, desse modo, teremos que realizar trabalho. De acordo com o princípio de conservação da energia, tal trabalho deve ser exatamente igual à energia térmica que aparece na bobina, já que elas são as duas únicas formas de transferência de energia que ocorrem neste sistema isolado. (Por enquanto, ignoramos a energia que é irradiada para fora da bobina como onda eletromagnética.) Quanto mais rápido movermos o ímã, maior será a taxa de realização de trabalho e maior será a taxa de produção de energia térmica na bobina. Se cortarmos a bobina e, então, fizermos a experiência, não haverá nenhuma corrente induzida, nenhuma energia térmica, nenhuma força de resistência sobre o ímã e nenhum trabalho será necessário para mover o ímã.

Guitarras Elétricas

A Fig. 32-8 mostra um Fender Stratocaster, o tipo de guitarra elétrica usada por Jimi Hendrix e muitos outros músicos. Enquanto o som de uma guitarra acústica depende da ressonância produzida na parte oca do instrumento pelas oscilações das cordas, uma guitarra elétrica é um instrumento maciço, por isso, não tem caixa de ressonância. Ao invés disso, as oscilações das seis cordas metálicas são sentidas por “captadores” elétricos que enviam os sinais para um amplificador e um conjunto de alto-falantes.

A estrutura básica de um captador é mostrada na Fig. 32-9. O fio que liga o instrumento ao amplificador é enrolado em torno de um pequeno ímã. O campo magnético do ímã produz um polo norte e um polo sul no trecho da corda metálica imediatamente acima do ímã. Este trecho cria, então, seu próprio campo magnético. Quando a corda é tangida e, assim, colocada a oscilar, seu movimento relativo à bobina varia o fluxo de seu próprio campo magnético através da bobina, induzindo nela uma corrente. Como a corda oscila se aproximando e se afastando da bobina, a



Fig. 32-8 Um Fender Stratocaster tem três grupos (nas regiões ovais) de seis captadores elétricos (os pequenos círculos dentro de cada grupo). Uma chave articulada (no fundo) permite ao músico selecionar o grupo de captadores para enviar sinais a um amplificador e, assim, a um sistema de alto-falantes.

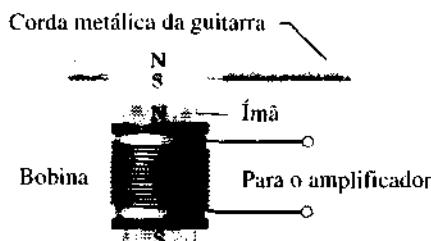


Fig. 32-9 Uma vista lateral de um captador elétrico. Quando a corda metálica é colocada a oscilar, a variação do fluxo da seção magnética acima da bobina induz nela uma corrente.

corrente induzida varia de sentido com a mesma freqüência da oscilação da corda, desse modo transmitindo a freqüência de oscilação ao amplificador e ao alto-falante.

Sobre um Stratocaster, existem três grupos de captadores colocados em três regiões diferentes da guitarra. O grupo mais próximo da extremidade das cordas detecta melhor as oscilações de alta freqüência das cordas; o grupo mais afastado da extremidade das cordas detecta melhor as oscilações de baixa freqüência. Mudando a posição de uma chave articulada sobre a guitarra, o músico pode selecionar o grupo ou os pares de grupos para enviar sinais ao amplificador e aos alto-falantes.

Para obter um maior controle de sua música, Hendrix, algumas vezes, reenrolou o fio das bobinas dos captadores de sua guitarra para alterar o seu número de espiras. Dessa forma, mudava a fem induzida nas bobinas e, assim, a sua relativa sensibilidade. Mesmo sem essa medida adicional, podemos ver que a guitarra elétrica oferece muito mais controle do som que é produzido do que uma guitarra acústica.

32-5 Indução: um Estudo Quantitativo

A Fig. 32-10 mostra uma espira retangular de fio, de largura L , com uma de suas extremidades dentro de um campo magnético uniforme externo, que está dirigido perpendicularmente para dentro do plano da espira. Tal campo pode ser produzido, por exemplo, por um grande eletromagnet. As linhas tracejadas, na Fig. 32-10, mostram os supostos limites do campo magnético; a distorção do campo em suas bordas é desprezada. A experiência consiste em puxar a espira para a direita com velocidade escalar constante v .

A situação da Fig. 32-10 não difere em nenhum detalhe essencial da situação da Fig. 32-6. Em ambos os casos, uma espira condutora e um ímã estão em movimento relativo; e, em ambos os casos, o fluxo do campo através da espira está variando com o tempo. É verdade que, na Fig. 32-6, o fluxo está variando porque \mathbf{B} está variando e, na Fig. 32-10, o fluxo está variando porque a área da espira imersa no campo está variando, mas esta diferença não é importante. A diferença importante entre os dois arranjos é que, para os nossos propósitos, o arranjo da Fig. 32-10 torna os cál-

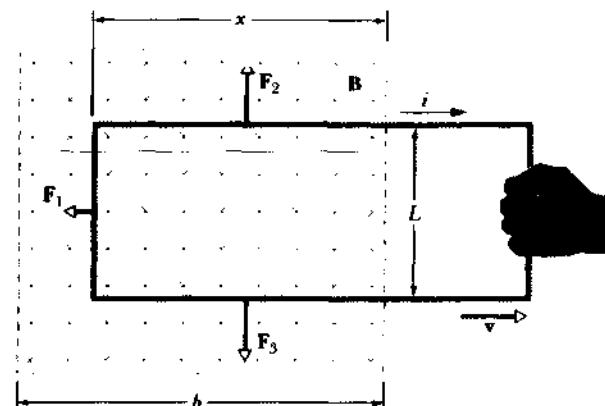


Fig. 32-10 Uma espira condutora fechada sendo puxada para fora de um campo magnético com velocidade escalar constante. Enquanto a bobina está se movendo, uma corrente induzida, no sentido horário, aparece na espira. Energia térmica aparece na espira numa taxa igual à com que o trabalho mecânico é realizado sobre a espira.

culos bem mais fáceis. Vamos calcular, agora, a taxa na qual realizamos trabalho mecânico para puxar a espira da Fig. 32-10 com velocidade constante.

Taxa de Realização de Trabalho

Como veremos, para que se possa puxar a espira com velocidade escalar constante v , devemos aplicar sobre ela uma força constante, porque uma força de módulo igual mas de sentido oposto atua sobre a espira, contrapondo-se ao nosso esforço para movê-la. De acordo com a Eq. 7-32, a taxa na qual realizamos trabalho é

$$P = Fv, \quad (32-8)$$

onde F é o módulo da força exercida por nós. Queremos determinar uma expressão para P em termos do módulo B do campo magnético e das características da espira, a saber, sua resistência R à corrente e sua dimensão L .

Quando movemos a espira para a direita na Fig. 32-10, a parte de sua área dentro do campo magnético diminui. Assim, o fluxo através da espira também diminui e, de acordo com a lei de Lenz, uma corrente é produzida na espira. É a presença desta corrente que origina a força que se opõe ao movimento da espira.

Para determinar a corrente, vamos inicialmente aplicar a lei de Faraday. Sendo x o comprimento da espira que está ainda no campo magnético, a área da espira imersa no campo é Lx . Então, da Eq. 32-4, o módulo do fluxo através da espira é

$$\Phi = BLx. \quad (32-9)$$

À medida que x diminui, o fluxo diminui. A lei de Faraday nos diz que com tal diminuição do fluxo, uma fem é induzida na espira. Abandonando o sinal de menos na Eq. 32-6

e usando a Eq. 32-9, podemos escrever o módulo desta fem como

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} BLx = BL \frac{dx}{dt} = BLv, \quad (32-10)$$

na qual substituímos dx/dt por v , a velocidade escalar com que a espira se move.

A Fig. 32-11 mostra o circuito através do qual a carga flui; a fem \mathcal{E} está representada à esquerda e a resistência da espira à direita. O sentido de \mathcal{E} é obtido como na Fig. 32-7b; a fem induzida e a corrente induzida i devem ter o mesmo sentido.

Para determinar o módulo da corrente induzida, não podemos aplicar a regra das malhas para diferenças de potencial num circuito porque, como veremos na Seção 32-6, não podemos definir um potencial para uma fem induzida. Entretanto, podemos ainda usar o “método da energia” da Seção 29-3 para determinar a corrente: a fem induzida \mathcal{E} é a energia por unidade de carga transferida às cargas em movimento para manter a corrente. A grandeza iR é a energia por unidade de carga transferida das cargas em movimento para a energia térmica no interior do fio da espira. De acordo com a conservação da energia, \mathcal{E} é igual a iR . Sendo assim,

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad (32-11)$$

onde, usando-se a Eq. 32-10, obtemos

$$i = \frac{BLv}{R}. \quad (32-12)$$

Sobre os três segmentos da espira na Fig. 32-10 percorridos por esta corrente e imersos no campo magnético, atuam forças deflectoras. Da Eq. 30-25 sabemos que tais forças são dadas por

$$\vec{F}_d = \mu \vec{L} \times \vec{B} \quad (32-13)$$

Como mostra a Fig. 32-10, as forças atuando sobre a espira são \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 como se mostra. Note, entretanto, que da simetria, \vec{F}_2 e \vec{F}_3 são iguais em módulo e se cancelam. Resta somente a força \vec{F}_1 , que é contrária à força \vec{F} aplicada

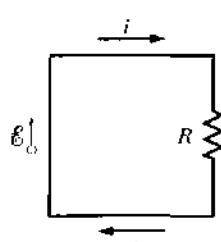


Fig. 32-11 Os elementos elétricos do circuito (a bobina condutora) da Fig. 32-10.

por nós sobre a espira e, deste modo, é a força que se opõe ao movimento da espira.

Usando a Eq. 32-13 para o segmento da esquerda e notando que o ângulo entre \vec{B} e o vetor \vec{L} para este segmento é 90° , escrevemos o módulo da força exercida por nós como

$$F = F_1 = iLB \operatorname{sen} 90^\circ = iLB. \quad (32-14)$$

Substituindo na Eq. 32-14, a expressão de i dada pela Eq. 32-12, obtemos

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R}. \quad (32-15)$$

Note que, como B , L e R são constantes, a velocidade escalar v com que movemos a espira é constante, uma vez que o módulo F da força que aplicamos sobre a espira é também constante.

Substituindo a Eq. 32-15 na Eq. 32-8, encontramos a taxa na qual realizamos trabalho sobre a espira quando a retiramos do campo magnético:

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{taxa de realização de trabalho}). \quad (32-16)$$

A Energia Térmica

Determinemos, agora, a taxa com que a energia térmica aparece na espira quando a puxamos com velocidade escalar constante. Vamos calculá-la a partir da Eq. 28-21,

$$P = i^2 R. \quad (32-17)$$

Substituindo a expressão de i dada pela Eq. 32-12, encontramos

$$P = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{taxa de energia térmica}). \quad (32-18)$$

que é exatamente igual à taxa com que realizamos trabalho na espira (Eq. 32-16). Assim, o trabalho que fazemos puxando a espira através do campo magnético, aparece como energia térmica na espira, manifestando-se como um pequeno aumento em sua temperatura.

A Fig. 32-12 mostra uma vista lateral da espira no campo magnético, supondo que o campo seja criado por um ímã de alguma espécie. Na Fig. 32-12a, a espira está em repouso; na Fig. 32-12b, está sendo puxada para a direita; na Fig. 32-12c, está sendo empurrada para a esquerda. As linhas de campo magnético nestas figuras representam o campo magnético resultante, produzido pela soma vetorial do campo externo do eletroímã com o campo criado pela corrente, caso exista, induzida na espira. A configuração destas linhas sugere de maneira convincente que, não importa de

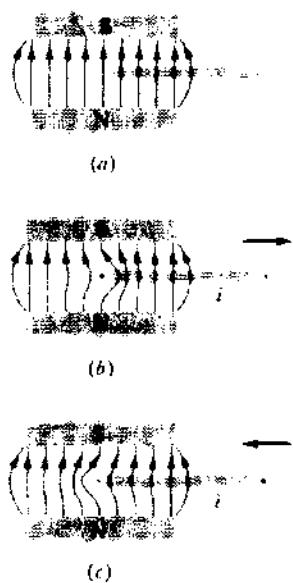


Fig. 32-12 A configuração das linhas de campo magnético sugere que qualquer tentativa para mover a espira condutora fechada, em qualquer sentido, originará uma força contrária.

que modo movemos a espira, sempre experimentaremos uma força resistiva.

EXEMPLO 32-2 Suponha que a “espira” na Fig. 32-10 seja de fato uma bobina compacta de 85 espiras, de fio de cobre. Suponha também que $L = 13 \text{ cm}$, $B = 1.5 \text{ T}$, $R = 6.2 \Omega$ e $v = 18 \text{ cm/s}$.

a. Que fem induzida aparece na bobina?

Solução A fem induzida aparece em cada espira da bobina de modo que, da Eq. 32-10, seu módulo vale

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= NBLv = (85 \text{ espiras})(1.5 \text{ T})(0.13 \text{ m})(0.18 \text{ m/s}) \\ &= 2.98 \text{ V} \approx 3.0 \text{ V.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é a corrente induzida?

Solução Temos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2.98 \text{ V}}{6.2 \Omega} = 0.48 \text{ A} \quad (\text{Resposta})$$

c. Que força devemos exercer sobre a bobina para retirá-la do campo?

Solução Da Eq. 32-14, o módulo da força é

$$\begin{aligned} F &= NiLB = (85 \text{ espiras})(0.48 \text{ A})(0.13 \text{ m})(1.5 \text{ T}) \\ &= 8.0 \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

d. Com que taxa devemos realizar esse trabalho?

Solução A potência que devemos exercer é dada por

$$\begin{aligned} P &= Fv = (8.0 \text{ N})(0.18 \text{ m/s}) \\ &= 1.4 \text{ W.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A energia térmica aparece na bobina com esta mesma taxa.

EXEMPLO 32-3 A Fig. 32-13a mostra uma espira condutora retangular, de resistência R , largura L e comprimento b , sendo puxada com velocidade escalar constante v através de uma região de comprimento d , onde há um campo magnético uniforme B , produzido por um eletroimã.

a. Faça um gráfico do fluxo Φ_B , através da espira, em função da posição x do lado direito da espira. Suponha que $L = 40 \text{ mm}$, $b = 10 \text{ cm}$, $d = 15 \text{ cm}$, $R = 1.6 \Omega$, $B = 2.0 \text{ T}$ e $v = 1.0 \text{ m/s}$.

Solução O fluxo é nulo quando a espira está fora do campo; ele é BLb ($= 8 \text{ mWb}$) quando a espira está totalmente imersa no campo; ele é $BL[b - (x - d)]$ quando a espira está entrando no campo. Estes resultados, que devem ser verificados, são mostrados no gráfico da Fig. 32-13b.

b. Faça o gráfico da fem induzida em função da posição da espira.

Solução Da Eq. 32-6, a fem induzida é igual a $-d\Phi_B/dt$, que podemos escrever como

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx} v,$$

onde $d\Phi_B/dx$ é a inclinação da curva da Fig. 32-13b. A fem é plotada em função de x na Fig. 32-13c.

A lei de Lenz mostra que quando a espira está entrando no campo, a corrente e a fem, na Fig. 32-13a, têm sentido anti-horário; quando a espira

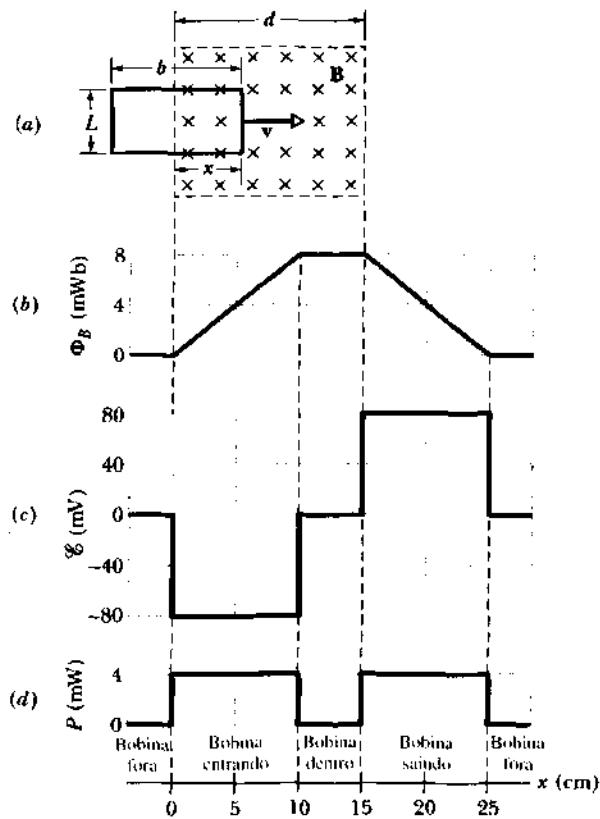


Fig. 32-13 Exemplo 32-3. (a) Uma espira condutora fechada é puxada, com velocidade escalar constante, através de um campo magnético. (b) O fluxo através da espira em função da posição x do lado direito da espira. (c) A fem induzida em função da posição x . (d) A taxa com que a energia térmica aparece na espira em função da posição x .

está saindo do campo, a fem, nesta mesma figura, tem o sentido horário. Não existe fem quando a espira está totalmente fora do campo ou totalmente dentro dele porque, nestas duas situações, o fluxo através da espira não está variando.

c. Faça o gráfico da taxa de produção de energia térmica na espira em função da posição da espira.

Solução Usando $i = \mathcal{E}/R$, a Eq. 32-17 nos dá a taxa de produção de energia térmica como

$$P = i^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}.$$

Podemos calcular P elevando ao quadrado a ordenada da curva da Fig. 32-13c e dividindo por R . O resultado está plotado na Fig. 32-13d.

Na prática, o campo magnético externo \mathbf{B} não pode cair bruscamente a zero em suas linhas limítrofes, mas deve aproximar-se de zero gradualmente. O resultado será um arredondamento dos cantos das curvas plotadas na Fig. 32-13. Que modificações ocorreriam nestas curvas se a espira fosse cortada, de modo a não mais formar um caminho condutor fechado?

32-6 Campo Elétrico Induzido

Coloquemos um anel de cobre de raio r num campo magnético externo, uniforme, como mostra a Fig. 32-14a. O campo — desprezada a distorção — preenche um volume cilíndrico de raio R . Suponhamos que se aumente a intensidade deste campo com uma taxa constante, talvez aumentando — de modo apropriado — a corrente no enrolamento do eletroimã que produz o campo. O fluxo magnético através do anel variará, então, numa taxa constante e — pela lei de Faraday — uma fem induzida \mathcal{E} , e, assim, uma corrente induzida aparecerá no anel. Da lei de Lenz, podemos deduzir que o sentido da corrente induzida é anti-horário na Fig. 32-14a.

Se existe uma corrente no anel de cobre, um campo elétrico deve estar presente em todos os pontos no interior do anel e deve ter sido produzido pela variação do fluxo magnético. Este **campo elétrico induzido \mathbf{E}** é tão real quanto

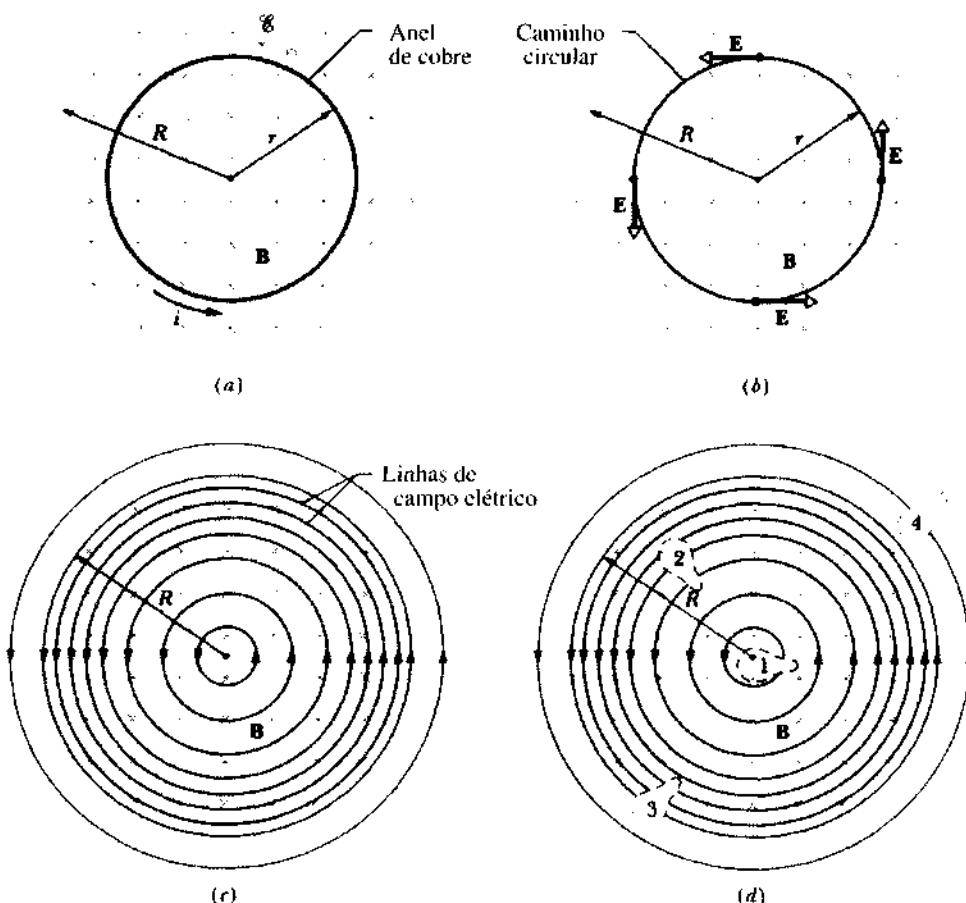


Fig. 32-14 (a) Quando o campo magnético aumenta numa taxa constante, uma corrente induzida constante aparece, como é mostrada, no anel de cobre de raio r . (b) Campos elétricos induzidos aparecem em vários pontos mesmo quando o anel é removido. (c) A figura completa dos campos elétricos induzidos, indicados pelas linhas de campo. (d) Quatro caminhos fechados semelhantes que delimitam áreas idênticas. Fem's iguais são induzidas em torno dos caminhos 1 e 2, que estão inteiramente dentro da região de campo magnético variável. Uma fem menor é induzida em torno do caminho 3, que está parcialmente dentro daquela região. Nenhuma fem é induzida em torno do caminho 4, que está completamente fora do campo magnético.

um campo elétrico produzido por cargas estáticas; cada campo, não importando qual seja sua fonte, exercerá uma força $q_0\mathbf{E}$ sobre uma carga teste. Por esta linha de raciocínio, somos levados a uma reformulação útil e informativa sobre a lei da indução de Faraday:

Um campo magnético variável produz um campo elétrico.

A notável característica desta declaração é que os campos elétricos são induzidos mesmo que não exista o anel de cobre.

Para fixar estas idéias, considere a Fig. 32-14b, que é exatamente como a Fig. 32-14a, exceto que o anel de cobre foi substituído por um caminho circular, hipotético, de raio r . Suponhamos, como antes, que o campo magnético \mathbf{B} esteja aumentando em módulo numa taxa constante $d\mathbf{B}/dt$. Os campos elétricos induzidos em todos os pontos ao redor do caminho circular devem ser — por simetria — tangentes ao círculo, como mostra a Fig. 32-14b.* Assim, as linhas de campo elétrico produzidas pelo campo magnético variável formam, neste caso, um conjunto de circunferências concêntricas, como na Fig. 32-14c.

Enquanto o campo magnético estiver aumentando com o tempo, o campo elétrico representado pelas linhas de campo circulares na Fig. 32-14c estará presente. Se o campo magnético permanecer constante, não existirá campo elétrico induzido e, assim, nenhuma linha de campo elétrico. Se o campo magnético estiver *diminuindo* com o tempo (numa taxa constante), as linhas de campo elétrico serão, ainda, circunferências concêntricas como na Fig. 32-14c, mas apontarão no sentido oposto. Tudo isso é o que temos em mente quando dizemos: "Um campo magnético variável produz um campo elétrico."

Uma Reformulação da Lei de Faraday

Consideremos uma carga teste q_0 que se move ao redor do caminho circular da Fig. 32-14b. O trabalho W realizado sobre ela, numa volta completa, pelo campo elétrico, é $\mathcal{E}q_0$, onde \mathcal{E} é a fem induzida, isto é, o trabalho realizado por unidade de carga durante o movimento da carga teste. Por outro lado, este trabalho é $\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = (q_0\mathbf{E})(2\pi r)$, onde $q_0\mathbf{E}$ é o módulo da força que atua sobre a carga teste e $2\pi r$ é a distância ao longo da qual esta força atua. Igualando as duas expressões para W e cancelando q_0 , encontramos

$$\mathcal{E} = E2\pi r. \quad (32-19)$$

Num caso mais geral que o da Fig. 32-14b, podemos escrever

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, \quad (32-20)$$

onde o círculo indica que a integral tem de ser calculada ao redor de um caminho fechado. Esta integral reduz-se imediatamente à Eq. 32-19 quando calculada para o caso especial da Fig. 32-14b.

Com a Eq. 32-20, podemos expandir o significado de fem induzida. Até então, o significado de fem induzida tem sido o trabalho realizado por unidade de carga durante o movimento dos portadores de carga que constituem a corrente originada, num circuito, por um fluxo magnético variável. Ou ainda, a fem induzida tem significado o trabalho realizado por unidade de carga, no movimento de uma carga teste ao redor de um caminho fechado imerso num fluxo magnético variável. Mas, com a Eq. 32-20, não mais precisamos, realmente, de uma corrente ou de uma carga teste para falarmos de fem induzida. Uma fem induzida é a soma — por meio de integração — das grandezas $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ ao redor de um caminho fechado, onde \mathbf{E} é o campo elétrico induzido por um fluxo magnético variável e $d\mathbf{s}$ é um elemento diferencial de comprimento orientado ao longo do caminho.

Combinando-se a Eq. 32-20 com a Eq. 32-6 ($\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$), podemos escrever a lei da indução de Faraday como

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (32-21)$$

Esta é a forma em que a lei de Faraday está expressa na Tabela 37-2, nosso resumo das equações de Maxwell, do eletromagnetismo. A Eq. 32-21 é outra vez, o que temos em mente quando dizemos: "Um campo magnético variável produz um campo elétrico." O campo magnético variável aparece no lado direito dessa equação, o campo elétrico no lado esquerdo.

A lei de Faraday na forma da Eq. 32-21, pode ser aplicada a *qualquer* caminho fechado que possa ser traçado num campo magnético variável. A Fig. 32-14d, por exemplo, mostra quatro desses caminhos, todos apresentando o mesmo formato e a mesma área, mas localizados em diferentes posições no campo variável. Para os caminhos 1 e 2, a fem induzida \mathcal{E} ($= \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$) é a mesma porque eles estão totalmente imersos no campo magnético e, assim, têm o mesmo valor para $d\Phi_B/dt$. Note que, embora a fem seja a mesma para estes dois caminhos, a distribuição dos vetores campo elétrico em volta deles é diferente, como é indicado pela configuração das linhas do campo elétrico. Para o caminho 3, a fem induzida é menor porque Φ_B (e, portanto, $d\Phi_B/dt$) é menor e para o caminho 4, a fem induzida é nula, embora o campo elétrico não seja nulo em nenhum ponto sobre o caminho.

*Argumentos de simetria permitiriam também que as linhas de \mathbf{E} ao redor do caminho circular fossem *radiais*, em vez de tangenciais. Entretanto, tais linhas radiais implicariam a existência de cargas livres distribuídas simetricamente em torno do eixo de simetria, sobre as quais as linhas de campo elétrico começariam ou terminariam; não existem tais cargas.

Um Novo Aspecto do Potencial Elétrico

Os campos elétricos induzidos são produzidos não por cargas estáticas mas por um fluxo magnético variável. Embora os dois tipos de campos exerçam forças sobre cargas testes, existe uma importante diferença entre eles. Sua evidência mais simples é o fato de que as linhas de campo dos campos elétricos induzidos formam curvas fechadas, como na Fig. 32-14c. As linhas de campo produzidas por cargas estáticas nunca são fechadas, pois começam sobre cargas positivas e terminam sobre cargas negativas.

Num sentido mais formal, podemos estabelecer a diferença entre campos elétricos produzidos por indução e aqueles produzidos por cargas estáticas do seguinte modo:

O potencial elétrico só tem significado para campos elétricos que são produzidos por cargas estáticas; ele não tem significado para campos elétricos que são produzidos por indução.

Podemos compreender tal afirmação qualitativamente, considerando o que acontece com uma carga teste ao descrever uma volta ao redor do caminho circular na Fig. 32-14b. Ela parte de um determinado ponto *e*, depois retorna a ele após a experimentação de uma fem \mathcal{E} de, digamos, 5 V. Seu potencial deveria ter aumentado desta quantidade. Entretanto, isto é impossível, pois, de outro modo, o mesmo ponto no espaço teria dois valores diferentes de potencial. Podemos concluir apenas que o potencial não tem significado para campos elétricos criados por campos magnéticos variáveis.

Podemos ter uma visão mais formal lembrando-nos da Eq. 26-11, que define a diferença de potencial entre dois pontos *i* e *f*:

$$V_f - V_i = \frac{W_{if}}{q_0} = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (32-22)$$

No Cap. 26, ainda não tínhamos encontrado a lei da indução de Faraday, por isso os campos elétricos envolvidos na dedução da Eq. 32-22 foram aqueles criados por cargas estáticas. Quando *i* e *f* na Eq. 32-22 coincidem, o caminho que os liga é uma curva fechada, V_i e V_f são idênticos, e a Eq. 32-22 se reduz a

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (32-23)$$

Entretanto, quando um fluxo magnético variável está presente, esta integral não é zero, mas $-d\Phi_B/dt$, como afirma a Eq. 32-21. Novamente, concluímos que o potencial elétrico não tem significado para campos elétricos associados à indução.

EXEMPLO 32-4 Na Fig. 32-14b, suponha que o raio do volume cilíndrico seja $R = 8,5$ cm e que $dB/dt = 0,13$ T/s.

a. Qual é o módulo do campo elétrico induzido E em pontos onde $r = 5,2$ cm?

Solução Da lei de Faraday (Eq. 32-21), temos

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = (E)(2\pi r) = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Notamos que $r < R$. O fluxo magnético Φ_B através de uma área delimitada por um caminho circular de raio r é

$$\Phi_B = B(\pi r^2),$$

de modo que

$$(E)(2\pi r) = - (\pi r^2) \frac{dB}{dt}.$$

Resolvendo para E e abandonando o sinal negativo, encontramos

$$E = \frac{1}{2} (dB/dt) r. \quad (32-24)$$

Note que o campo elétrico induzido E depende de dB/dt mas não de B . Para $r = 5,2$ cm, temos, para o módulo de E ,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} (dB/dt) r = (\frac{1}{2})(0,13 \text{ T/s})(5,2 \times 10^{-2} \text{ m}) \\ &= 0,0034 \text{ V/m} \approx 3,4 \text{ mV/m}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é o módulo do campo elétrico induzido em pontos onde $r = 12,5$ cm?

Solução Neste caso, temos $r > R$ de modo que o fluxo total passa pela área delimitada por esse caminho circular. Assim,

$$\Phi_B = B(\pi R^2).$$

Da lei de Faraday (Eq. 32-21), obtemos

$$(E)(2\pi r) = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - (\pi R^2) \frac{dB}{dt}.$$

Resolvendo para E e, outra vez, abandonando o sinal de subtração, encontramos

$$E = \frac{1}{2} (dB/dt) R^2 \frac{1}{r}. \quad (32-25)$$

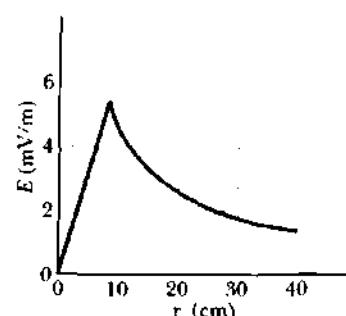


Fig. 32-15 Um gráfico do campo elétrico induzido $E(r)$ para as condições do Exemplo 32-4.

Neste caso, um campo elétrico é induzido, mesmo em pontos que estão fora do campo magnético (variável), um importante resultado que (como veremos no Cap. 36) torna possível a existência dos transformadores. Para $r = 12.5$ cm, a Eq. 32-25 nos dá

$$E = \frac{(\frac{1}{2})(0.13 \text{ T/s})(8.5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{12.5 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ = 3.8 \times 10^{-3} \text{ V/m} = 3.8 \text{ mV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

As Eqs. 32-24 e 32-25 fornecem o mesmo resultado, como era de se esperar, para $r = R$. A Fig. 32-15 mostra um gráfico de $E(r)$ baseado nestas duas equações.

32-7 O Betatron

O betatron é um aparelho usado para acelerar elétrons até energias elevadas, submetendo-os a campos elétricos induzidos. Embora o betatron não seja amplamente usado hoje em dia, o descrevemos porque é um exemplo perfeito da realidade destes campos induzidos.

A Fig. 32-16 mostra uma seção transversal de um betatron num plano que contém seu eixo de simetria vertical. O campo magnético (variável no tempo) $B(r, t)$ que é mostrado tem várias funções. (1) Ele guia os elétrons numa trajetória circular. (2) O fluxo magnético variável gera um campo elétrico que acelera os elétrons nesta trajetória. (3) Ele mantém o raio da órbita do elétron essencialmente constante durante o processo de aceleração. (4) Ele injeta os elétrons em órbita no início do processo e os retira da órbita depois de terem alcançado sua energia máxima. (5) Ele fornece uma força restauradora que resiste a qualquer tendência que os elétrons tenham de se afastarem de suas órbitas, tanto vertical quanto radialmente. É impressionante como tudo isto pode ser feito através de uma forma apropriada e controlada do campo magnético. Embora o conceito de betatron tenha sido proposto por outros, foi Don W. Kerst, na Universidade de Illinois, quem primeiro con-

seguiu obter, em 1941, um campo magnético que realizasse todas essas funções num betatron em funcionamento.

O objeto marcado com a letra D, na Fig. 32-16, é uma "câmara toroidal" de cerâmica onde é feito vácuo e os elétrons circulam e são acelerados. A órbita deles é circular de raio R constante, sendo seu plano perpendicular à página. Na figura, os elétrons estão circulando no sentido anti-horário, visto de cima. Desse modo, vemos os elétrons emergindo da página à esquerda \odot e entrando nela à direita \otimes .

O campo magnético variável no tempo $B(r, t)$ é produzido por meio de uma corrente alternada nas bobinas (não mostradas) em volta de peças polares de ferro. O campo B_{orb} na posição orbital serve para guiar os elétrons em suas órbitas. O campo que na área delimitada pela órbita tem valor médio B_{med} ($= 2B_{\text{orb}}$), contribui para o fluxo central Φ_B . É a variação temporal deste fluxo central que induz o campo elétrico que atua sobre os elétrons e os acelera.

EXEMPLO 32-5 Num betatron de 100 MeV, construído pela Companhia General Eletric, o raio da órbita R é de 84 cm. O campo magnético na região delimitada pela órbita aumenta e diminui periodicamente (60 vezes por segundo) entre o valor zero e o valor médio máximo $B_{\text{med,max}} = 0.80$ T. Os elétrons são acelerados durante um quarto de período, ou 4.2 ms.

a. Que quantidade de energia um elétron ganha em média a cada volta completa em sua órbita, nesse fluxo variável?

Solução o fluxo central aumenta durante o intervalo de aceleração desde zero até o valor máximo de

$$\Phi_B = (B_{\text{med,max}})(\pi R^2) \\ = (0.80 \text{ T})(\pi)(0.84 \text{ m})^2 = 1.8 \text{ Wb.}$$

O valor médio de $d\Phi_B/dt$ durante o intervalo de aceleração é, então,

$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt} \right)_{\text{med}} = \frac{1.8 \text{ Wb}}{4.2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 430 \text{ Wb/s.}$$

De acordo com a lei de Faraday (Eq. 32-6) este é também o valor da fônia média induzida em volts. Assim, um elétron tem sua energia aumentada, em média, de 430 eV por revolução, nesse fluxo variável. Para alcançar sua energia final máxima de 100 MeV, ele tem de fazer aproximadamente 230.000 rotações em sua órbita, percorrendo um percurso total de cerca de 1.200 Km.

b. Qual é a velocidade escalar média de um elétron durante sua aceleração?

Solução Um elétron é acelerado durante 4.2 ms num percurso total de 1.200 Km. A velocidade escalar média é, então,

$$\bar{v} = \frac{1.200 \times 10^3 \text{ m}}{4.2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 2.86 \times 10^8 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado é 95% da velocidade escalar da luz. Podemos mostrar que a velocidade escalar do elétron, quando alcança sua energia máxima de 100 MeV, é 99,9987% da velocidade escalar da luz.

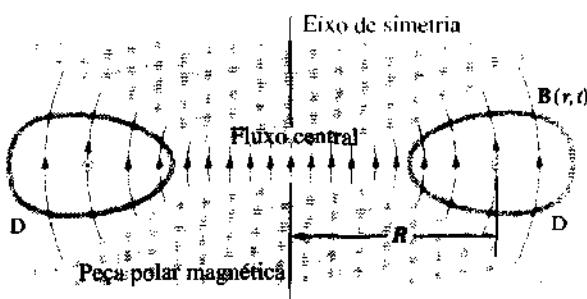


Fig. 32-16 Uma seção transversal de um betatron. O feixe horizontal de elétrons sai da seção transversal (na estrutura de cerâmica D) à esquerda e entra na seção transversal à direita. As linhas de campo magnético variável no tempo são mostradas num certo instante durante o ciclo de aceleração.

RESUMO

Definição de Fluxo Magnético

O fluxo magnético Φ_B , através de uma dada superfície imersa num campo magnético B é definido como

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (32-3)$$

onde a integral é calculada sobre a superfície. A unidade SI de fluxo magnético é o weber, sendo $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$.

Lei da Indução de Faraday

A lei da indução de Faraday, afirma que, se Φ_B , através da superfície limitada por uma bobina condutora fechada, variar com o tempo, uma fem induzida dada por

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}) \quad (32-7)$$

será induzida na bobina.

Lei de Lenz

A lei de Lenz nos dá o sentido da corrente induzida, numa bobina condutora fechada, por um fluxo magnético variável. A lei afirma: *uma corrente induzida surgirá numa bobina condutora fechada com um sentido tal que ela se oporá à variação que a produziu*. A lei de Lenz é uma consequência do princípio da conservação da energia. Na seção 32-5, por exemplo, mostramos que o trabalho necessário para retirar uma bobina condutora fechada de um campo magnético é igual à energia térmica dissipada no material da bobina.

do tal que ela se oporá à variação que a produziu. A lei de Lenz é uma consequência do princípio da conservação da energia. Na seção 32-5, por exemplo, mostramos que o trabalho necessário para retirar uma bobina condutora fechada de um campo magnético é igual à energia térmica dissipada no material da bobina.

Fem e Campo Elétrico Induzido

Uma fem induzida estará presente mesmo que o percurso fechado através do qual um fluxo magnético está variando não seja um material condutor, mas uma linha imaginária. O fluxo variável induz, em cada ponto deste percurso fechado, um campo elétrico E que está relacionado com a fem através da expressão

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (32-20)$$

A integral é calculada em torno do percurso fechado. Combinando as Eqs. 32-7 e 32-20 vamos escrever a lei de Faraday em sua forma mais geral.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}) \quad (32-21)$$

A essência desta lei é que *um fluxo magnético variável $d\Phi_B/dt$ induz um campo elétrico E* .

QUESTIONÁRIO

1. As fems e as correntes induzidas diferem, de algum modo, das fms e das correntes fornecidas por uma bateria ligada a uma espira condutora?

2. A intensidade de um ímã exerce alguma influência sobre a voltagem induzida numa bobina através da qual o ímã se move? Sendo assim, explique como.

3. Explique com suas próprias palavras a diferença entre um campo magnético B e fluxo Φ_B de um campo magnético. Estas grandezas são escalares ou vetoriais? Em que unidades cada uma delas pode ser expressa? Como se relacionam estas unidades? É cada uma dessas grandezas (ou ambas, ou nenhuma delas) propriedade de um dado ponto no espaço?

4. Uma partícula carregada em repouso, pode entrar em movimento sob a ação de um campo magnético? Em caso negativo, por que não? Em caso afirmativo, explique como.

5. Deixa-se cair um ímã em forma de barra ao longo do eixo de um tubo comprido de cobre. Descreva o movimento do ímã e as trocas de energia envolvidas. Despreze a resistência do ar.

6. Uma espira metálica é movida para a frente e para trás num campo magnético, como na Fig. 32-12. Como podemos dizer, sem uma inspeção detalhada, se possui ou não um pequeno corte transversal, tornando-a uma espira incompleta?

7. A Fig. 32-17 mostra um trilho inclinado de madeira passando, parte de seu comprimento, através de um forte campo magnético. Deixa-se

uma moeda rolar ao longo do plano. Descreva o movimento da moeda enquanto ela rola do topo até a base do trilho.

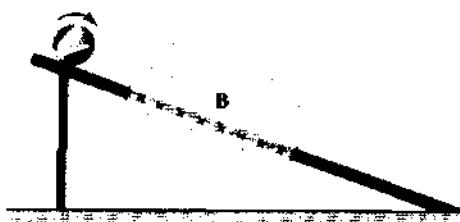


Fig. 32-17 Questão 7.

8. A Fig. 32-18 mostra um anel de cobre, suspenso do teto por dois fios isolantes. Descreva com detalhes como poderíamos usar eficientemente um ímã para fazer o anel oscilar para a frente e para trás.



Fig. 32-18 Questão 8.

9. Um ímã em forma de barra movendo-se no interior de um extenso solenóide, ao longo de seu eixo, induzirá uma fem no solenóide? Explique sua resposta.

10. Duas espiras condutoras, separadas por uma distância d , estão dispostas paralelamente como mostra a Fig. 32-19. Elas são observadas ao longo do eixo comum da esquerda para a direita. Um corrente i é subitamente estabelecida na espira maior, no sentido horário, por uma bateria não-mostrada. (a) Qual é o sentido da corrente induzida na espira menor? (b) Quais são a direção e o sentido da força (caso exista) sobre a espira menor?

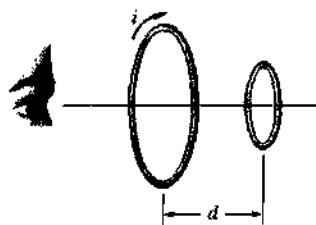


Fig. 32-19 Questão 10.

11. Qual é o sentido da fem induzida na bobina Y da Fig. 32-20 (a) quando a bobina Y é movida na direção da bobina X e (b) quando a corrente na bobina X é diminuída, sem qualquer alteração na posição relativa das bobinas?

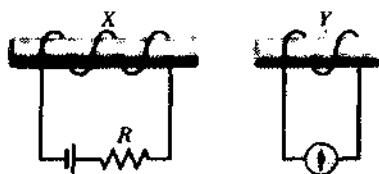


Fig. 32-20 Questão 11.

12. Um ímã, polo norte voltado para um anel de cobre, é afastado do anel como mostra a Fig. 32-21. Na parte do anel mais afastada do leitor, em que sentido aponta a corrente?

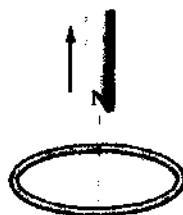


Fig. 32-21 Questão 12.

13. Uma espira circular é deslocada com velocidade constante através de regiões onde campos magnéticos uniformes de módulos iguais estão orientados para fora ou para dentro da página, como mostra a Fig. 32-22. Para quais das sete posições mostradas a fem induzida será (a) horária, (b) anti-horária e (c) zero?

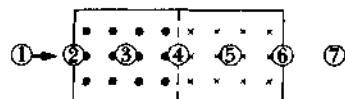


Fig. 32-22 Questão 13.

14. Um solenóide pequeno transportando uma corrente constante está se movendo na direção de uma espira condutora, como mostra a Fig. 32-23. Qual é o sentido da corrente induzida na espira vista pelo observador que aparece na figura?

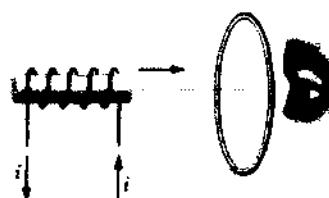


Fig. 32-23 Questão 14.

15. A resistência R no lado esquerdo do circuito da Fig. 32-24 está sendo aumentada numa taxa constante. Qual é o sentido da corrente induzida no lado direito do circuito?

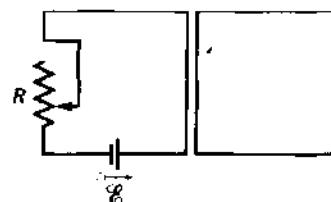


Fig. 32-24 Questão 15.

16. Qual é o sentido da corrente induzida através do resistor R na Fig. 32-25 (a) imediatamente após o fechamento da chave S , (b) algum tempo após o fechamento da chave S e (c) imediatamente após a abertura da chave S ? (d) Mantendo-se a chave S fechada, por qual extremidade da bobina longa emergem as linhas de campo? Este é o polo norte efetivo da bobina. (e) Como os elétrons de condução na bobina que contém R ficam sabendo sobre o fluxo dentro da bobina longa? O que, realmente, os coloca em movimento?

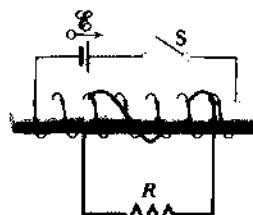


Fig. 32-25 Questão 16.

17. Na lei da indução de Faraday, a fem induzida depende da resistência do circuito? Sendo assim, como?

18. Suponha que o sentido da fem induzida fosse governado por uma lei que poderíamos chamar de lei Antilenz: a corrente apareceria num sentido tal que auxiliasse a variação que a produziu. Projete um dispositivo baseado nesta lei que possa fazer você enriquecer. (Não fique eufórico, a lei Antilenz é falsa.)

19. A bobina de fio mostrada na Fig. 32-26 gira com velocidade angular constante em torno do eixo x . Um campo magnético uniforme \mathbf{B} , orientado no sentido positivo do eixo y , está presente. Em que posições durante a rotação a corrente induzida na bobina (a) aponta de P para Q , (b) aponta de Q para P , e (c) é zero? (d) Repita os itens anteriores com a bobina girando no sentido contrário ao indicado na figura.

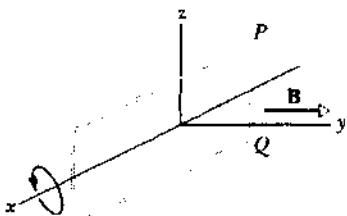


Fig. 32-26 Questão 19.

20. Na Fig. 32-27, o segmento retilíneo de fio está se movendo para a direita com velocidade constante v . Uma corrente induzida aparece no sentido mostrado. Qual deve ser o sentido do campo magnético uniforme (suposto constante e perpendicular à página) na região A ?

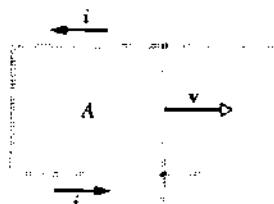


Fig. 32-27 Questão 20.

21. A espira condutora mostrada na Fig. 32-28, é retirada da região entre os pólos de um ímã, puxando-a verticalmente para cima. (a) Qual é o sentido da corrente induzida na espira? (b) É necessário fazer força para remover a espira? (c) A quantidade de energia térmica produzida durante a remoção da espira depende do tempo gasto para retirá-la?

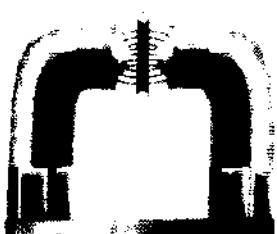


Fig. 32-28 Questão 21.

22. Uma espira fechada, plana, é colocada num campo magnético uniforme. De que maneira a espira pode ser movida sem que haja indução de fem. Considere movimentos tanto de translação como de rotação.

23. Uma chapa de cobre está colocada num campo magnético como mostra a Fig. 32-29. Se tentarmos puxá-la para fora do campo ou

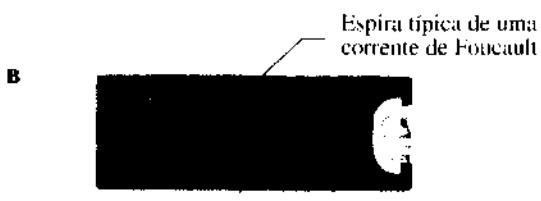


Fig. 32-29 Questão 23.

empurrá-la mais para dentro, aparecerá automaticamente uma força que se oporá a isso. Explique sua origem. (Sugestão: São induzidas correntes na chapa, chamadas correntes de Foucault, de modo a se oporem ao movimento.)

24. *Amortecimento magnético.* Uma lâmina de cobre está montada feito um pêndulo, como se vê na Fig. 32-30. Ela pode oscilar em torno do ponto O , imersa num campo magnético que é normal à página. Se a lâmina for recortada, como mostra a figura, poderá oscilar livremente no campo. Substituindo-a por uma lâmina inteiriça, o movimento oscilatório

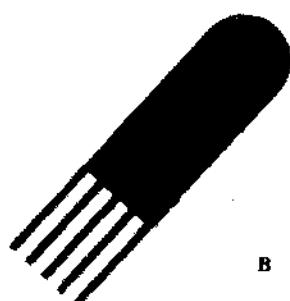


Fig. 32-30 Questão 24.

será fortemente amortecido. Explicar estas observações. (Sugestão: Use a lei de Lenz; considere as trajetórias que os portadores de carga devem ter na lâmina para se opor ao movimento.)

25. *Blindagem eletromagnética.* Consideremos uma lâmina condutora num plano perpendicular a um campo magnético \mathbf{B} , como se vê na Fig. 32-31. (a) Se \mathbf{B} variar subitamente, a variação total de \mathbf{B} não será im-



Fig. 32-31 Questão 25.

diatamente detectada em pontos próximos de P . Explique. (b) Se a resistividade da lâmina for nula, a variação nunca será detectada em P . Explique. (c) Se B variar periodicamente, com alta frequência, e se o condutor tiver baixa resistividade, a região próxima de P ficará quase completamente blindada contra a variação do fluxo. Explique. (d) Por que tal condutor não é útil na blindagem de campos magnéticos estáticos?

26. (a) Na Fig. 32-14b, é necessário que o círculo de raio r seja uma espira condutora que E e \mathcal{E} estejam presentes? (b) Se o círculo de raio r não fosse concêntrico (digamos, ligeiramente deslocado para a esquerda), \mathcal{E} mudaria? A configuração de E em torno do círculo mudaria? (c) Para um círculo concêntrico de raio r , com $r > R$, existe \mathcal{E} ? Existem campos elétricos?

27. Um anel de cobre e um anel de madeira, de dimensões iguais, estão dispostos de tal modo que são atravessados por um mesmo fluxo magnético variável. Compare os campos elétricos induzidos nos dois anéis.

28. Um avião move-se horizontalmente sobre o Alaska, onde o componente vertical (para baixo) do campo magnético da Terra é muito intenso. Que asa (direita ou esquerda) tem em sua extremidade mais elétrons que a outra asa?

29. Na Fig. 32-14d, como podem ser idênticas as fems induzidas ao longo dos caminhos 1 e 2? Os campos elétricos induzidos são muito menos intensos próximo ao caminho 1, do que ao caminho 2, como indica o espaçamento entre as linhas de campo. Veja também a Fig. 32-15.

30. Mostre que no betatron da Fig. 32-16, os sentidos das linhas de \mathbf{B} são coerentes com o sentido indicado para a circulação dos elétrons.

31. No betatron da Fig. 32-16, deseja-se aumentar o raio da órbita impondo-se subitamente um fluxo central adicional $\Delta\Phi_B$ (produzido pelo estabelecimento repentino de uma corrente numa bobina auxiliar não-mostrada). As linhas de \mathbf{B} associadas a este incremento de fluxo devem ter o mesmo sentido das linhas indicadas na figura ou o sentido oposto? Suponha que o campo magnético na posição da órbita permaneça praticamente inalterado por esse incremento de fluxo.

32. No betatron da Fig. 32-16, por que o núcleo do eletroímã é constituído por lâminas e não de um bloco metálico, como no caso do ciclotron da Seção 30-6? (Sugestão: Considere as implicações das Questões 24 e 25.)

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 32-3 Lei da Indução de Faraday

1E. Num certo local do hemisfério norte, o campo magnético da Terra tem módulo de $42 \mu\text{T}$ e aponta para baixo, formando um ângulo de 57° com a vertical. Calcular o fluxo através de uma superfície horizontal de área igual a 2.5 m^2 ; veja a Fig. 32-32, na qual o vetor área \mathbf{A} foi arbitrariamente escolhido para baixo.

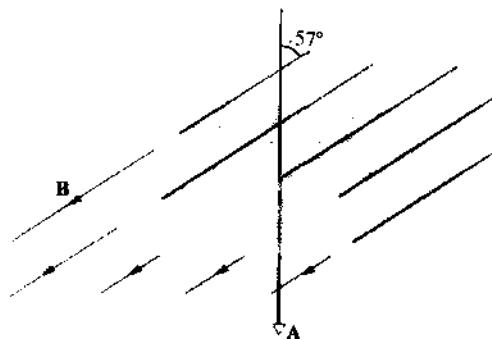


Fig. 32-32 Exercício 1.

2E. Uma corrente $i = i_0 \sin \omega t$ percorre um solenoíde longo que possui n espiras por unidade de comprimento. Uma espira circular de área A está no interior do solenoíde e seu eixo coincide com o eixo do solenoíde. Determine a fem induzida na espira.

3E. Uma antena circular de televisão para UHF (freqüência ultra-elevada) tem um diâmetro de 11 cm. O campo magnético de um sinal de TV é normal ao plano da antena e, num dado instante, seu módulo está variando na taxa de 0.16 T/s . O campo é uniforme. Qual é a fem na antena?

4E. Um campo magnético uniforme \mathbf{B} é perpendicular ao plano de uma espira circular de raio r . O módulo do campo varia com o tempo de acordo com a relação $B = B_0 e^{-\tau t}$, onde B_0 e τ são constantes. Determine a fem induzida na espira em função do tempo.

5E. O fluxo magnético através da espira mostrada na Fig. 32-33 cresce com o tempo de acordo com a relação

$$\Phi_B = 6.0t^2 + 7.0t,$$

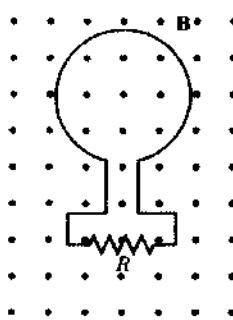


Fig. 32-33 Exercício 5 e Problema 17.

onde Φ_B é dado em miliwebers e t em segundos. (a) Qual é o módulo da fem induzida na espira quando $t = 2.0 \text{ s}$? (b) Qual é o sentido da corrente em R ?

6E. O módulo do campo magnético através de uma espira circular de 12 cm de raio e resistência igual a 8.5Ω varia com o tempo como mostra a Fig. 32-34. Determine a fem na espira em função do tempo. Con-

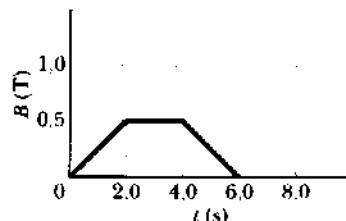


Fig. 32-34 Exercício 6.

sidere os intervalos de tempo (a) de $t = 0$ até $t = 2.0$ s; (b) de $t = 2.0$ s até $t = 4.0$ s; (c) de $t = 4.0$ s até $t = 6.0$ s. O campo magnético (uniforme) é perpendicular ao plano da espira.

7E. Uma antena circular, de área A e resistência R , é perpendicular a um campo magnético uniforme \mathbf{B} . O campo cai linearmente até zero num intervalo de tempo Δt . Determine uma expressão para a energia térmica total dissipada na antena.

8E. Um campo magnético uniforme é ortogonal ao plano de uma espira circular de diâmetro igual a 10 cm, feita de fio de cobre (diâmetro = 2,5 mm). (a) Calcular a resistência do fio. (Veja a Tabela 28-1.) (b) Em que taxa deve o campo magnético variar com o tempo para que uma corrente induzida de 10 A apareça na espira?

9P. Suponha que a corrente no solenóide do Exemplo 32-1 varie, não como nesse exemplo, mas de acordo com a relação $i = 3.0t + 1.0t^2$, onde i se expressa em ampères e t em segundos. (a) Faça o gráfico da fem na bobina desde $t = 0$ até $t = 4.0$ s. (b) A resistência da bobina vale $0,15 \Omega$. Qual é a corrente na bobina para $t = 2.0$ s?

10P. Na Fig. 32-35 uma bobina com 120 espiras, de raio 1.8 cm e resistência 5.3Ω é colocada no exterior de um solenóide como o do Exemplo 32-1. Supondo-se que a corrente no solenóide varie como nesse exemplo, (a) que corrente aparece na bobina, enquanto a corrente no solenóide estiver variando? (b) Como é que os elétrons de condução na bobina “recebem a mensagem” do solenóide de que devem se mover para estabelecer uma corrente? Afinal de contas, o fluxo magnético está inteiramente confinado no interior do solenóide.

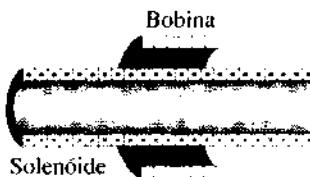


Fig. 32-35 Problema 10.

11P. Um solenóide longo com raio de 25 mm possui 100 espiras/cm. Uma espira circular de 5,0 cm de raio é colocada em torno do solenóide de modo que seu eixo coincida com o eixo do solenóide. A corrente no solenóide é reduzida de 1,0 A para 0,50 A numa taxa constante durante um intervalo de tempo de 10 ms. Que fem aparece na espira?

12P. Deduza uma expressão para o fluxo através de um toróide, com N espiras, transportando uma corrente i . Suponha que o enrolamento tenha uma seção transversal retangular de raio interno a , raio externo b e altura h .

13P. Um toróide tem uma seção transversal quadrada de lado igual a 5,0 cm, raio interno de 15 cm, 500 espiras e transporta uma corrente de 0,800 A. Qual é o fluxo através da seção transversal?

14P. Dispõe-se de 50,0 cm de fio de cobre (diâmetro = 1,00 mm). Ele é moldado na forma de uma espira circular e colocado perpendicularmente a um campo magnético que está crescendo numa taxa constante de 10.0 mT/s . Qual é a taxa de produção de energia térmica na espira?

15P. Uma espira fechada é constituída por dois semicírculos iguais, de raio 3,7 cm, contidos em planos ortogonais entre si. Ela foi formada porque se dobrou uma espira circular ao longo de um diâmetro até que as duas metades ficassem ortogonais. Um campo magnético uniforme \mathbf{B} , de módulo igual a 76 mT , é perpendicular ao diâmetro da dobraria e faz ângulos iguais ($= 45^\circ$) com os planos dos semicírculos, conforme mostra a Fig. 32-36. O campo magnético é reduzido a zero, numa taxa constante, durante um intervalo de tempo de 4,5 ms. Determine o módulo da

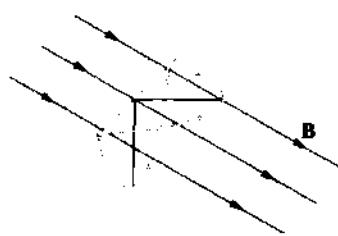


Fig. 32-36 Problema 15.

fem induzida e o sentido da corrente induzida na espira durante este intervalo.

16P. A Fig. 32-37 mostra duas espiras de fio, paralelas, tendo o mesmo eixo. A espira menor (raio r) está acima da espira maior (raio R), a uma distância $x \gg R$. Consequentemente, o campo magnético em virtude da corrente i na espira maior é aproximadamente constante através da espira menor. Suponha que x esteja crescendo numa taxa constante $dx/dt = v$. (a) Determine o fluxo magnético através da área limitada pela espira menor em função de x . (b) Calcular a fem gerada na espira menor. (c) Determine o sentido da corrente induzida na espira menor. (Sugestão: Veja a Eq. 31-25.)

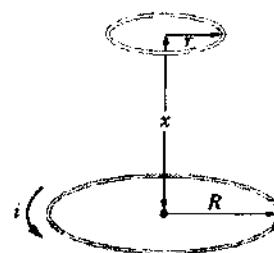


Fig. 32-37 Problema 16.

17P. Na Fig. 32-33, seja $\Phi_B(0)$ o fluxo através da espira no instante $t = 0$. Além disso, suponhamos que o campo magnético \mathbf{B} esteja variando de forma contínua, não-especificada, tanto em módulo como em direção e sentido, de modo que no instante t o fluxo seja representado por $\Phi_B(t)$. (a) Mostre que a carga líquida $q(t)$ que passou através do resistor durante o intervalo desde $t = 0$ até $t = t$, é

$$q(t) = \frac{1}{R} [\Phi_B(0) - \Phi_B(t)]$$

e é independente da forma como \mathbf{B} tenha variado. (b) Num caso particular, onde $\Phi_B(t) = \Phi_B(0)$, temos $q(t) = 0$. A corrente induzida é necessariamente nula no intervalo desde $t = 0$ até $t = t$?

18P. Cem espiras, de fio de cobre isolado, estão enroladas em torno de um núcleo cilíndrico de madeira cuja área da seção transversal é $1,20 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Os dois terminais estão ligados a um resistor. A resistência total do circuito vale 13.0Ω . Submetendo-se o núcleo a um campo magnético longitudinal uniforme que varia de $1,60 \text{ T}$ num sentido até $1,60 \text{ T}$ no sentido oposto, que quantidade de carga flui através do circuito? (Sugestão: Veja o Problema 17.)

19P. Uma espira quadrada cujo lado mede 2,00 m está disposta perpendicularmente a um campo magnético uniforme com metade de sua área imersa no campo, como mostra a Fig. 32-38. A espira contém uma bateria de 20.0 V e resistência interna desprezível. Sabendo-se que o módulo do campo varia com o tempo de acordo com a relação $B = 0,042 -$

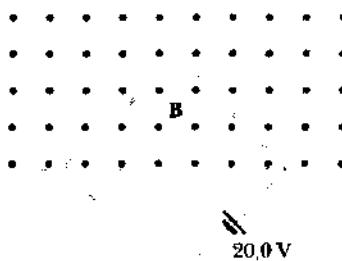


Fig. 32-38 Problema 19.

$0.870t$, com B em teslas e t em segundos. (a) qual é a fem total no circuito? (b) Qual é o sentido da corrente através da bateria?

20P*. Um fio é dobrado em três segmentos circulares de raio $r = 10$ cm como mostra a Fig. 32-39. Cada segmento é um quadrante de círculo, estando ab no plano xy , bc no plano yz e ca no plano zx . (a) Sabendo-se que um campo magnético uniforme \mathbf{B} aponta no sentido positivo do eixo x , qual é o módulo da fem desenvolvida no fio quando B cresce a uma taxa de 3.0 mT/s ? (b) Qual é o sentido da corrente no segmento bc ?

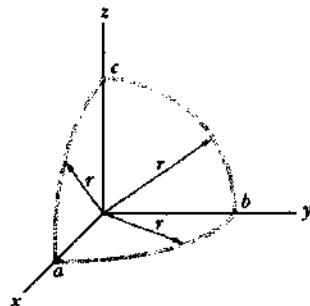


Fig. 32-39 Problema 20.

21P. Dois fios de cobre (diâmetro = 2,5 mm), longos e paralelos, transportam correntes de 10 A em sentidos opostos. (a) Sendo de 20 mm a distância entre seus centros, calcular o fluxo magnético por metro de fio que existe no espaço entre os eixos dos fios. (b) Que fração deste fluxo fica dentro dos fios? (c) Repetir o cálculo do item (a) para correntes de mesmo sentido.

Seção 32-5 Indução: Um Estudo Quantitativo

22E. Uma espira circular com diâmetro igual a 10 cm é colocada com sua normal fazendo um ângulo de 30° com a direção de um campo magnético uniforme de $0,50 \text{ T}$. A espira é impulsionada de modo que sua normal descreve um cone em torno da direção do campo a uma taxa constante de 100 rev/min ; o ângulo ($= 30^\circ$) entre a normal e a direção do campo permanece inalterado durante o processo. Que fem aparece na espira?

23E. Uma barra metálica está se movendo com velocidade constante ao longo de dois trilhos metálicos paralelos, ligados por tira metálica numa das extremidades, como mostra a Fig. 32-40. Um campo magnético $\mathbf{B} = 0,350 \text{ T}$ aponta para fora da página. (a) Sabendo-se que os trilhos estão separados em $25,0 \text{ cm}$ e a velocidade escalar da barra é $55,0 \text{ cm/s}$, que fem é gerada? (b) Sabendo-se que a resistência da barra vale $18,0 \Omega$ e que a resistência dos trilhos é desprezível, qual é a corrente na barra?

24E. A Fig. 32-40 mostra uma barra condutora de comprimento L sendo puxada ao longo de trilhos condutores horizontais, sem atrito, com uma velocidade constante v . Um campo magnético vertical e uniforme,

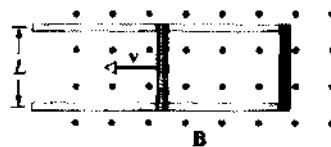


Fig. 32-40 Exercícios 23 e 24.

\mathbf{B} , preenche a região onde a barra se move. Suponha que $L = 10 \text{ cm}$, $v = 5,0 \text{ m/s}$ e $B = 1,2 \text{ T}$. (a) Qual é a fem induzida na barra? (b) Qual é a corrente na espira condutora? Considere que a resistência da barra seja $0,40 \Omega$ e que a resistência dos trilhos seja desprezível. (c) Com que taxa a energia térmica está sendo gerada na barra? (d) Que força um agente externo deve exercer sobre a barra para manter seu movimento? (e) Com que taxa este agente externo realiza trabalho sobre a barra? Compare esta resposta com a do item (c).

25E. Na Fig. 32-41 uma barra condutora de massa m e comprimento L desliza sem atrito sobre dois trilhos horizontais longos. Um campo magnético vertical, uniforme, \mathbf{B} , preenche a região onde a barra está livre para mover-se. O gerador G fornece uma corrente constante i que flui ao longo de um trilho, através da barra e volta ao gerador ao longo do outro trilho. Determine a velocidade da barra em função do tempo, supondo que ela esteja em repouso no instante $t = 0$.

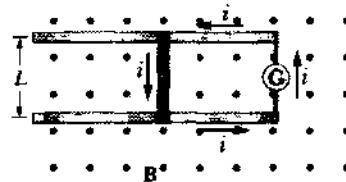


Fig. 32-41 Exercício 25 e Problema 32.

26P. Um material condutor elástico está esticado formando uma espira circular de raio igual a $12,0 \text{ cm}$. Ela é colocada perpendicularmente a um campo magnético uniforme de $0,800 \text{ T}$. Ao ser liberada, seu raio começa a se contrair numa taxa instantânea de $75,0 \text{ cm/s}$. Que fem é induzida na espira naquele instante?

27P. Dois trilhos retifíneos condutores formam um ângulo reto no ponto de junção de suas extremidades. Uma barra condutora em contato com os trilhos parte do vértice no instante $t = 0$ e se move com velocidade constante de $5,20 \text{ m/s}$ para a direita, como mostra a Fig. 32-42. Um cam-

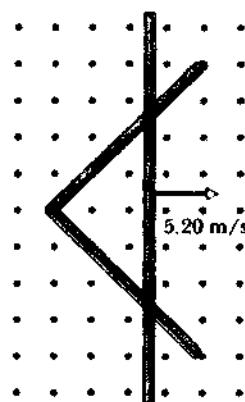


Fig. 32-42 Problema 27.

po magnético de 0,350 T aponta para fora da página. Calcular (a) o fluxo através do triângulo formado pelos trilhos e a barra no instante $t = 3,00 \text{ s}$ e (b) a fem induzida no triângulo nesse instante. (c) De que modo a fem induzida no triângulo varia com o tempo?

28P. Um fio resistente, dobrado na forma de uma semicircunferência de raio a é girada com uma freqüência f num campo magnético uniforme, como sugerido na Fig. 32-43. Quais são (a) a freqüência e (b) a amplitude da fem induzida na espira?

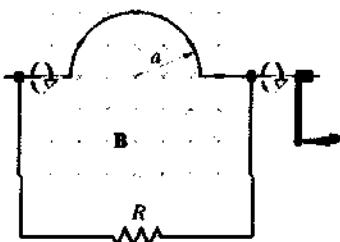


Fig. 32-43 Problema 28.

29P. Uma bobina retangular, com N espiras, comprimento a e largura b , é girada com uma freqüência f num campo magnético uniforme B , como mostra a Fig. 32-44. (a) Mostre que uma fem induzida dada por

$$\mathcal{E} = 2\pi f N a b B \operatorname{sen} 2\pi f t = \mathcal{E}_0 \operatorname{sen} 2\pi f t$$

aparece na bobina. Este é o princípio de um gerador comercial de corrente alternada. (b) Projete uma bobina que produza uma fem com $\mathcal{E}_0 = 150 \text{ V}$ quando girada a 60,0 rev/s num campo magnético de 0,500 T.

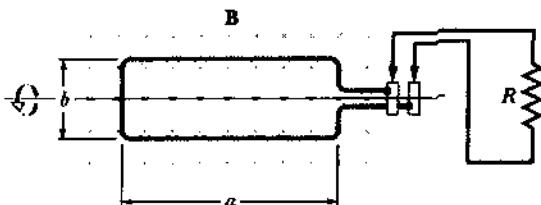


Fig. 32-44 Problema 29.

30P. Um gerador elétrico consiste em 100 espiras de fio formando uma bobina retangular de 50 cm por 30 cm, imersa completamente num campo magnético uniforme com módulo $B = 3,50 \text{ T}$. Qual será o valor máximo da fem produzida quando a bobina for girada a 1.000 revoluções por minuto em torno de um eixo perpendicular a \mathbf{B} ?

31P. Calcular a potência média fornecida pelo gerador do Problema 29b, sabendo-se que ele está ligado a um circuito de resistência igual a $42,0 \Omega$.

32P. No Exercício 25 (veja a Fig. 32-41), o gerador de corrente constante, G , é substituído por uma bateria que fornece uma fem constante \mathcal{E} . (a) Mostre que a velocidade da barra se aproxima, agora, de um valor terminal constante v e dê o módulo, a direção e o sentido desta velocidade. (b) Qual é a corrente na barra quando esta velocidade terminal é alcançada? (c) Analise esta situação bem como a do Exercício 25 do ponto de vista de transferência de energia.

33P. Num certo lugar, o campo magnético da Terra tem módulo $B = 0,590 \text{ gauss}$ e está inclinado para baixo, formando um ângulo de $70,0^\circ$ com a horizontal. Uma bobina circular, plana, de raio igual a 10,0 cm, tem 1.000 espiras, uma resistência total de $85,0 \Omega$ e está ligada a um

galvanômetro cuja resistência é de 140Ω . A bobina, que está disposta horizontalmente, é girada meia volta em torno de um diâmetro e fica novamente na horizontal. Que quantidade de carga flui através do galvanômetro durante o giro? (Sugestão: Veja o Problema 17.)

34P. A Fig. 32-45 mostra uma barra de comprimento L que é deslocada com velocidade escalar constante v ao longo de trilhos condutores horizontais. Neste caso, o campo magnético em que a barra se move é não-uniforme, pois é criado por uma corrente i que percorre um fio longo paralelo aos trilhos. Suponha que $v = 5,00 \text{ m/s}$, $a = 10,0 \text{ mm}$, $L = 10,0 \text{ cm}$ e $i = 100 \text{ A}$. (a) Calcule a fem induzida na barra. (b) Qual é a corrente na espira condutora? Suponha que a resistência da barra seja $0,400 \Omega$ e que a resistência dos trilhos e da tira que os liga, no lado direito, sejam desprezíveis. (c) Em que taxa está sendo gerada energia térmica na barra? (d) Que força deve ser exercida sobre a barra por um agente externo para manter seu movimento? (e) Com que taxa este agente externo realiza trabalho sobre a barra? Compare esta resposta com a do item (c).

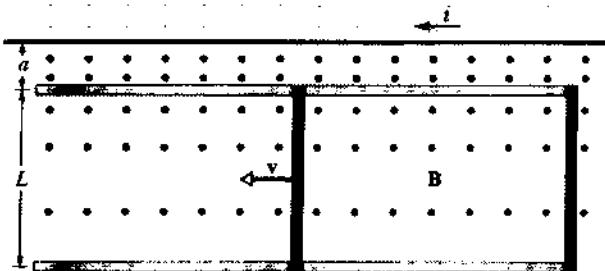


Fig. 32-45 Problema 34.

35P. Para a situação mostrada na Fig. 32-46, $a = 12,0 \text{ cm}$ e $b = 16,0 \text{ cm}$. A corrente que percorre o fio retilíneo longo é dada por $i = 4,50 t - 10,0 t^2$, onde i é dada em ampéres e t em segundos. (a) Determine a fem na espira quadrada no instante $t = 3,00 \text{ s}$. (b) Qual é o sentido da corrente induzida na espira?

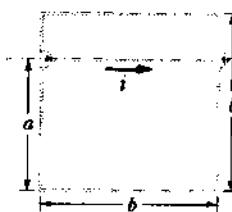


Fig. 32-46 Problema 35.

36P. Na Fig. 32-47, o lado da espira quadrada, de fio, mede 2,0 cm. Um campo magnético aponta para fora da página; seu módulo é dado por B

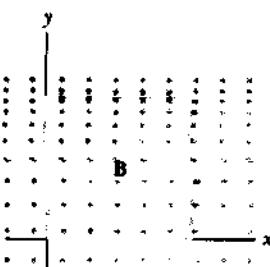


Fig. 32-47 Problema 36.

$= 4.0 t^2 y$, onde B é dado em teslas, t em segundos e y em metros. Determine a fém induzida no quadrado no instante $t = 2.5$ s e dê o seu sentido.

37P. Uma espira retangular, de fio, de comprimento a , largura b e resistência R está colocada nas proximidades de um fio infinitamente longo que transporta uma corrente i , como mostra a Fig. 32-48. A distância do fio longo ao centro da espira é r . Determine (a) o módulo do fluxo magnético através da espira e (b) a corrente na espira à medida que ela se afasta do fio longo com velocidade escalar v .

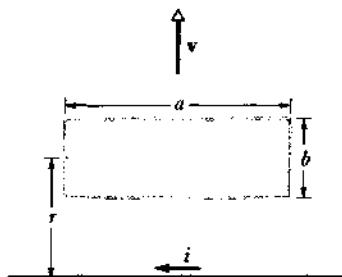


Fig. 32-48 Problema 37.

38P*. Uma barra de comprimento l , massa m e resistência R desliza sem atrito apoiada em dois trilhos condutores paralelos de resistência desprezível, como mostra a Fig. 32-49. Os trilhos estão ligados na parte de baixo, conforme é mostrado, formando, com a barra, uma espira condutora. O plano dos trilhos faz um ângulo θ com a horizontal e existe um campo magnético uniforme, vertical, B em todos os pontos da região. (a) Mostre que a barra adquire uma velocidade terminal constante cujo módulo é dado por

$$v = \frac{mgR \operatorname{sen} \theta}{B^2 l^2 \operatorname{cos}^2 \theta}$$

(b) Mostre que a taxa de produção de energia térmica na barra é igual à taxa com que esta perde energia potencial de gravitação. (c) Discuta a situação quando B estiver orientado para baixo ao invés de para cima.

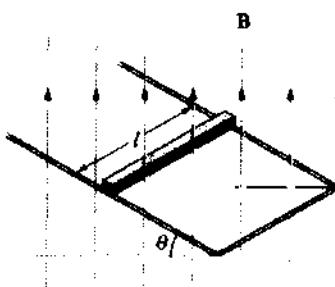


Fig. 32-49 Problema 38.

39P*. Um fio, cuja área da seção transversal é de 1.2 mm^2 e a resistividade é de $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, é encurvado na forma de um arco de círculo de raio $r = 24 \text{ cm}$, como mostra a Fig. 32-50. Um segmento retilíneo adicional deste fio, OP , pode girar livremente em torno do pivô em O e tem contato deslizante com o arco em P . Finalmente, outro segmento retilíneo do mesmo fio, OQ , fecha o circuito. O conjunto todo está imerso num campo magnético uniforme $B = 0.15 \text{ T}$, orientado para fora do plano da figura. O fio retilíneo OP parte do repouso em $\theta = 0$ com uma aceleração angular constante de 12 rad/s^2 . (a) Determine a resistência da espira $OPQO$ em função de θ . (b) Determine o fluxo magnético através da espira em função de θ . (c) Para qual valor de θ a corrente induzi-

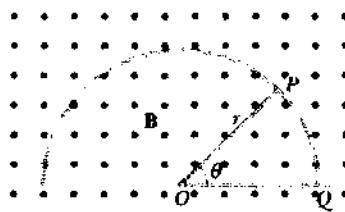


Fig. 32-50 Problema 39.

da na espira é máxima? (d) Qual é o valor máximo da corrente induzida na espira?

Seção 32-6 Campo Elétrico Induzido

40E. Um solenoide longo tem um diâmetro de 12.0 cm . Quando uma corrente i percorre suas espiras, um campo magnético uniforme $B = 30.0 \text{ mT}$ é produzido em seu interior. Diminuindo-se o valor de i , o campo diminui na taxa de 6.50 mT/s . Calcular o módulo do campo elétrico induzido num ponto situado a uma distância do eixo do solenoide igual a (a) 2.20 cm e (b) 8.20 cm .

41E. A Fig. 32-51 mostra duas regiões circulares, R_1 e R_2 , com raios $r_1 = 20.0 \text{ cm}$ e $r_2 = 30.0 \text{ cm}$, respectivamente. Em R_1 existe um campo magnético uniforme $B_1 = 50.0 \text{ mT}$ para dentro da página e em R_2 existe um campo magnético uniforme $B_2 = 75.0 \text{ mT}$ para fora da página (ignore a distorção destes campos). Os dois campos estão diminuindo na taxa de 8.50 mT/s . Calcular a integral $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ para cada um dos três caminhos tracejados.

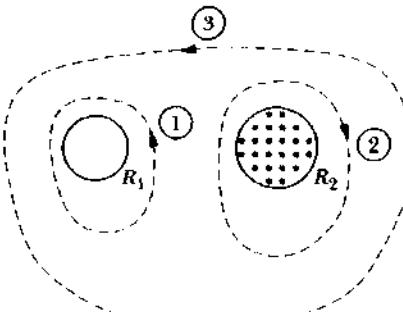


Fig. 32-51 Exercício 41.

42P. No começo de 1981, o "Francis Bitter National Magnet Laboratory" do M.I.T. começou a operar um eletroímã cilíndrico, de diâmetro 3.3 cm , que produz um campo de 30 T , na época o maior campo estacionário obtido em laboratório. O campo pode ser variado senoidalmente entre os limites de 29.6 e 30.0 T para uma frequência de 15 Hz . Quando isto é feito, qual é o valor máximo do campo elétrico induzido a uma distância radial de 1.6 cm a partir do eixo? (Sugestão: Veja o Exemplo 32-4.)

43P. A Fig. 32-52 mostra um campo magnético uniforme \mathbf{B} confinado a um volume cilíndrico de raio R . O módulo de \mathbf{B} está decrescendo numa taxa constante de 10 mT/s . Qual é a aceleração instantânea (módulo, direção e sentido) experimentada por um elétron, quando colocado sucessivamente nos pontos a , b e c ? Suponha $r = 5.0 \text{ cm}$.

44P. Prove que o campo elétrico \mathbf{E} , num capacitor de placas paralelas, carregado, não pode cair repentinamente a zero como é sugerido no ponto a da Fig. 32-53, à medida que nos movemos perpendicularmente ao campo, digamos, ao longo da seta horizontal mostrada na figura. Num capacitor real a distorção das linhas de campo sempre ocorre, o que sig-

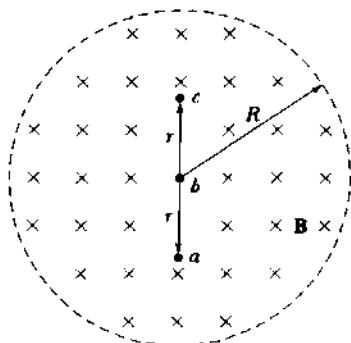


Fig. 32-52 Problema 43.

nifica que E se aproxima de zero de modo contínuo e gradual; compare este problema com o Problema 31-45. (Sugestão: Aplique a lei de Faraday ao caminho retangular indicado pelas linhas tracejadas.)

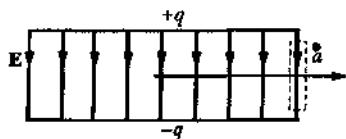


Fig. 32-53 Problema 44.

Seção 32-7 O Betatron

45E. A Fig. 32-54a mostra uma vista de cima da órbita de um elétron num betatron. Os elétrons são acelerados numa órbita circular no plano xy e, a seguir, são retirados para que possam atingir o alvo T . O campo magnético B está orientado no sentido positivo do eixo z (para fora da página). O campo magnético B_z ao longo deste eixo varia senoidalmente como mostra a Fig. 32-54b. Lembre que o campo magnético deve (i) guiar os elétrons em suas trajetórias circulares e (ii) gerar o campo elétrico que acelera os elétrons. Quais são os quartos de ciclo indicados na Fig. 32-54b condizentes: (a) com o objetivo (i), (b) com o objetivo (ii) e (c) com a operação do betatron?

46E. Num certo betatron, o raio da órbita dos elétrons vale $r = 32,0\text{ cm}$ e o campo magnético na posição deste raio é dado por $B_{\text{orb}} = (0,280)\sin 120\pi t$, onde t é dado em segundos e B_{orb} em teslas. (a) Calcular o campo elétrico induzido que atua sobre os elétrons no instante $t = 0$. (b) Determinar a aceleração dos elétrons neste instante. Ignore os efeitos relativísticos.

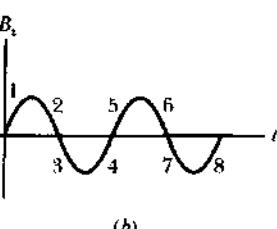
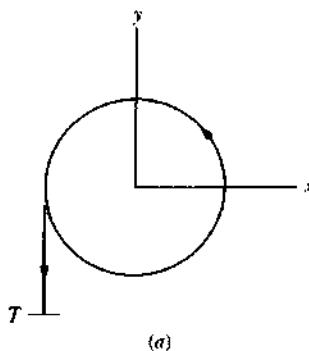


Fig. 32-54 Exercício 45.

47P. Algumas medidas do campo magnético máximo em função do raio para um betatron são:

r (cm)	B (tesla)	r (cm)	B (tesla)
0	0,950	81,2	0,409
10,2	0,950	83,7	0,400
68,2	0,950	88,9	0,381
73,2	0,528	91,4	0,372
75,2	0,451	93,5	0,360
77,3	0,428	95,5	0,340

Mostre por meio de uma análise gráfica que a relação $\bar{B} = 2B_{\text{orb}}$, mencionada na Seção 32-7 como essencial à operação do betatron, é satisfeita para o raio da órbita, $R = 84\text{ cm}$. (Sugestão: Note que

$$\bar{B} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R B(r) 2\pi r \, dr$$

e calcule a integral graficamente.)

PROBLEMAS ADICIONAIS

48. Na Fig. 32-55, uma espira retangular comprida, de largura L , resistência R e massa m , está suspensa num campo magnético uniforme \mathbf{B} , orientado para dentro da página e que existe somente acima da linha aa' . A espira é, depois, solta; durante sua queda acelera até alcançar uma certa velocidade escalar v_f . Desprezando a resistência do ar, determine v_f .

49. Uma espira circular pequena, de área $2,00\text{ cm}^2$, está colocada no mesmo plano de uma espira circular grande, de raio $1,00\text{ m}$, e concêntrica com ela. A corrente na espira grande é variada uniformemente desde 200 A até -200 A (uma variação em sentido) num intervalo de tempo igual a $1,00\text{ s}$, começando no instante $t = 0$. (a) Qual é o campo magnético no centro da espira circular pequena em razão da corrente na espira circular grande nos instantes $t = 0$, $t = 0,500\text{ s}$ e $t = 1,00\text{ s}$? (b) Que fém é induzida na espira pequena no instante $t = 0,500\text{ s}$? (Como a espira

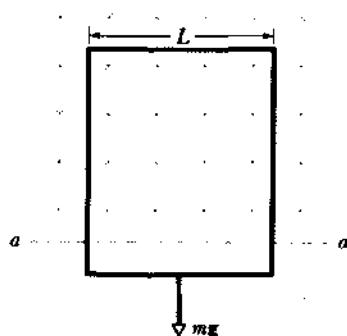


Fig. 32-55 Problema 48.

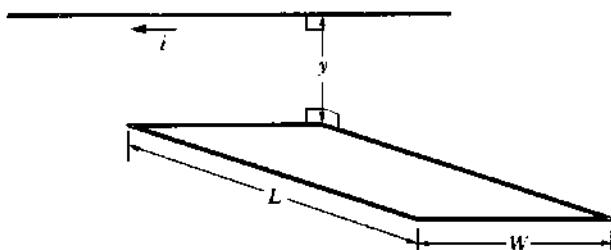


Fig. 32-56 Problema 50.

interna é pequena, suponha que o campo \mathbf{B} graças à espira externa seja uniforme por toda a área da espira menor.)

50. Na Fig. 32-56, um fio horizontal, fino e comprido, transportando uma corrente variável i se encontra a uma distância y acima da borda do fundo de uma espira retangular, horizontal, de comprimento L e largura W . A corrente no fio longo é dada por $i = i_0 \sin \omega t$. Que fém é induzida na espira?

51. Uma espira quadrada, de arame, de 20 cm de lado e resistência igual a $20 \text{ m}\Omega$ tem seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme de módulo $B = 2,0 \text{ T}$. Afastando-se um do outro os dois lados opostos da espira, os outros dois lados são automaticamente puxados na direção um do outro, reduzindo a área delimitada pela espira. Sabendo-se que a área fica reduzida a zero em $\Delta t = 0,20 \text{ s}$, quais são (a) a fém média e (b) a corrente média induzida na espira durante Δt ?

Supercondutividade

PETER LINDENFELD

RUTGERS, THE STATE UNIVERSITY OF NEW JERSEY

LEITURA COMPLEMENTAR 8

No começo de 1987, todos os jornais traziam notícias do progresso alcançado na supercondutividade. Pela primeira vez, o fenômeno tinha sido observado em temperaturas acima da do nitrogênio líquido, uma substância variadamente descrita (dependendo do público) como mais barata que o leite ou a cerveja. Perguntou-se a M. K. Wu, em cujo laboratório, na Universidade do Alabama, o óxido de ítrio-bário-cobre tinha acabado de mostrar sua supercondutividade nessas temperaturas recordes, quanto tempo ainda levaria para que o novo material pudesse ser usado em aplicações práticas. Ele achou que um ano ou dois seriam o suficiente.

Finalmente, três quartos de século após sua descoberta, a supercondutividade entrava no mundo da tecnologia deixando de ser uma curiosidade de laboratório e um "brinquedo dos físicos".

Nos anos seguintes, tornou-se evidente que o progresso viria mais lentamente e que as novas descobertas seriam acompanhadas por novos obstáculos. Mais uma vez, assim como tantas vezes antes, a supercondutividade mostrou ser mais rica e mais surpreendente em variedade de propriedades que se tinha imaginado.

A primeira surpresa foi a descoberta, em si, em 1911, por H. Kamerlingh Onnes (Fig. 1) e seu assistente Gilles Holst na Universidade de Leiden, na Holanda. Eles sabiam que a resistência elétrica dos metais diminuía ao se baixar a temperatura, e até consideravam a possibilidade de que ela poderia gradualmente che-

gar a zero nas proximidades do zero absoluto. Ainda assim, ficaram surpresos com o fato realmente observado, quando procederam ao resfriamento de uma amostra de mercúrio até uma temperatura muito baixa, a mais baixa até então obtida: à temperatura de aproximadamente 4.2 K, a resistência caiu abruptamente a zero.

A perda da resistência vem a ser a propriedade que torna os supercondutores importantes. Eles também têm propriedades magnéticas diferentes de todos os outros materiais. Por um lado, podem gerar campos magnéticos extremamente elevados; por outro lado, permitem a medida, o controle e a utilização de campos magnéticos extremamente fracos.

Apesar dos custos consideráveis e da complexidade do resfriamento, as aplicações da supercondutividade, tanto com campos elevados como com campos fracos, foram sendo desenvolvidas mesmo antes da descoberta da supercondutividade em temperaturas mais altas. As aplicações se estendem desde os imãs supercondutores do acelerador no "Fermi National Laboratory", que aceleram partículas elementares a energias muito elevadas, até os "SQUIDS" que registram os campos magnéticos gerados pelo cérebro humano (Fig. 2).

Ímãs e Aplicações em Grande Escala

Um imã permanente gera um campo magnético sem nenhuma energia de alimentação. Tal ocorre porque cada elétron é um pequeno imã permanente. A razão por que não percebemos as propriedades magnéticas da matéria é que os campos magnéticos dos elétrons individuais normalmente se cancelam, por causa de suas diferentes orientações.

No ferro e em outros materiais "magnéticos", os elétrons podem estar alinhados mas, quando muito, produzem campos de somente 2 T. Na obtenção de campos mais elevados, é necessário usarmos bobinas transportando correntes. A energia que é fornecida é dissipada em calor numa taxa igual a I^2R W (onde I é a corrente e R , a resistência). Sistemas mais ou menos elaborados devem ser usados para transportar o calor gerado para fora. Tornar $R = 0$ usando-se bobinas supercondutoras é certamente uma enorme vantagem.

Kamerlingh Onnes percebeu de imediato a possibilidade de geração de campos elevados sem dissipação de energia térmica, mas viu seu sonho desmoronar-se nas primeiras experiências. Para os supercondutores conhecidos até aquela data, a supercondutividade era destruída por campos magnéticos inferiores a 0.1 T.

Hoje sabemos que a supercondutividade e o magnetismo são inimigos naturais. As propriedades magnéticas macroscópicas depen-



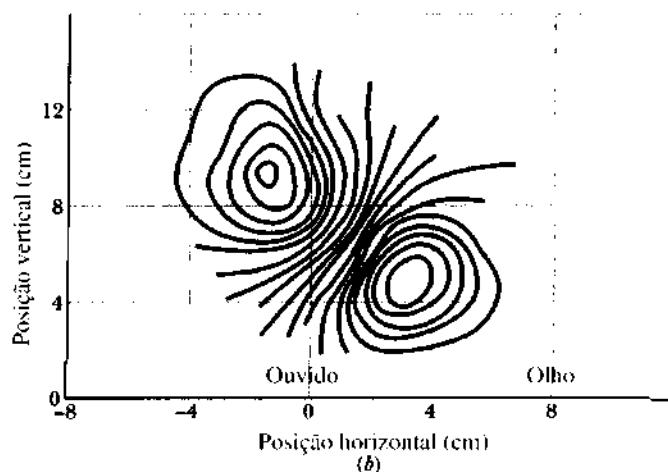
Fig. 1 Kamerlingh Onnes foi o primeiro pesquisador a liquefazer o hélio, o que possibilitou a realização de experiências a temperaturas poucos graus acima do zero absoluto, levando à descoberta da supercondutividade.



Peter Lindenfeld é graduado em engenharia elétrica e em física da engenharia pela University of British Columbia e é Ph.D. em física pela Columbia University. Desde sua graduação, é professor de física na Rutgers University. Sua pesquisa e suas publicações são sobre física dos materiais e supercondutividade, bem como sobre atividades relacionadas ao ensino da física. É um dos membros da American Physical Society e, em 1989, recebeu a medalha Robert A. Millikan da American Association of Physics Teachers. Já recebeu vários prêmios pela publicação de "Radioactive Radiations and their Biological Effects", pelo seu trabalho sobre um calorímetro solar e por algumas de suas fotografias.



(a)



(b)

Fig. 2 (a) Um dispositivo supercondutor de interferência quântica imerso em hélio líquido detecta o campo magnético gerado pela atividade cerebral. (b) O gráfico mostra o campo magnético produzido quando uma pessoa ouve um som de 600 Hz. As linhas de campo magnético adjacentes diferem de 10 fT. Essa experiência, realizada na New York University, permite verificar que parte do cérebro participa da audição.

dem de os elétrons estarem alinhados paralelamente uns aos outros, enquanto que a supercondutividade exige pares de elétrons com seus spins em sentidos opostos. Um campo magnético produz um torque sobre um elétron e tende a alinhá-lo com o campo. Portanto, o campo atua de modo a quebrar os pares supercon-

dutores e, assim, destruir a supercondutividade.

Hoje em dia, muitos laboratórios utilizam ímãs supercondutores. Eles são usados na maioria dos aceleradores de partículas e, a construção de dispositivos de fusão magnética para geração de energia, acredita-se depender deles. Contudo, existem muitas aplicações que nem poderiam ser imaginadas antes da descoberta da supercondutividade. Uma destas aplicações é o desenvolvimento de trens com levitação magnética, ou "vôo eletromagnético", como muitas vezes são chamados. Nesse caso, o vôo ocorre a uma distância muito pequena do solo, o suficiente para que não haja contato entre o trilho e o trem para eliminar completamente o atrito entre eles: um dos principais obstáculos para a obtenção de velocidades elevadas (Fig. 3).

Forças sobre Ímãs e Supercondutores

Coloquemos um ímã em forma de barra, um elétron, uma espira ou uma bobina transportando corrente, na presença de um campo magnético uniforme. Cada um destes objetos possui um polo norte e um polo sul. O primeiro experimenta uma força na mesma direção e sentido do campo magnético e o segundo uma força de mesma direção mas de sentido oposto ao do campo. Não há força resultante. A menos que o objeto já esteja alinhado com o campo, aparecerá um torque com tendência a obrigar que o eixo norte-sul fique paralelo ao campo. (Embora estejamos usando uma linguagem de polos, a descrição em termos de forças sobre correntes é inteiramente equivalente e conduz ao mesmo resultado.)

A situação é completamente diferente quando o campo não é uniforme. Suponhamos, por exemplo, que as linhas do campo sejam convergentes, com a indicação de que o campo é mais forte onde as linhas estão mais próximas. Ocorrerá um torque, como no caso anterior; porém, no alinhamento com o campo, o polo norte ficará no local onde o campo magnético é mais forte do que o campo existente no local onde se encontra o polo sul. O resultado líquido é que o objeto (ímã, bobina ou elétron) será puxado para a região onde o campo é mais forte. No local de divergência das linhas de campo, o polo sul ficará sujeito a um campo magnético mais forte e o objeto será puxado para trás, em direção à região de campo forte. O campo de um pequeno ímã é mais forte em suas proximidades e dois destes ímãs irão se atraírem (Fig. 4).

Num supercondutor, a magnetização ocorre em sentido oposto ao do campo magnético externo. Trata-se do diamagnetismo. Podemos verificar como surge tal efeito, considerando um cilindro ou uma bobina de fio perfeitamente condutor, mas sem uma fonte de corrente e, pelo menos no início, sem qualquer corrente. No início o objeto não está magnetizado, mas correntes e, consequentemente, a magnetização podem ser induzidas de acordo com a lei de Faraday.

Transportando-se essa bobina para uma região onde exista um campo magnético, o aumento do fluxo magnético através da bobina produzirá uma fém induzida e com ela uma corrente induzida e um campo magnético induzido. De acordo com a lei de Lenz, o campo induzido tem um sentido que se opõe à variação do fluxo através da bobina, neste caso, oposto



Fig. 3 Um recorde de 520 km/h foi alcançado por um trem em levitação magnética, no Japão, que se move sem tocar no solo, em virtude da repulsão entre seus ímãs supercondutores e do campo magnético que eles induzem nos trilhos.

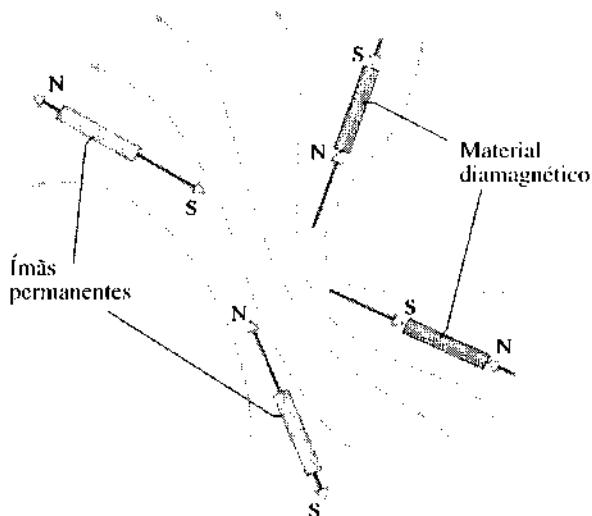


Fig. 4 As forças exercidas por um campo magnético sobre ímãs permanentes (cinza-claro) e sobre ímãs supercondutores (cinza-escuro).

ao sentido de crescimento do campo externo através da bobina supercondutora.

A fem induzida desaparece assim que a bobina fica em repouso e o campo através dela pára de crescer. Numa bobina feita de fio normal, a corrente e seu campo magnético deixarão de existir. Entretanto, numa bobina perfeitamente condutora, ou sobre a superfície de um cilindro feito de material perfeitamente condutor, a corrente continuará a fluir mesmo sem uma fem, porque a resistência é nula e não há necessidade de suprimento de energia.

Num campo externo convergente, é o polo oposto, o polo sul, que está no campo mais forte. O resultado é que uma força líquida está dirigida para a parte mais fraca do campo. No campo de outra bobina ou ímã, o material diamagnético é repelido!

Para um supercondutor temos de conduzir o raciocínio mais adiante. Quando um supercondutor num campo magnético é esfriado abaixo da temperatura de transição T_c , não há variação no fluxo externo, por isso a lei de Faraday não prevê a magnetização induzida. Assim assim, o supercondutor se torna diamagnético. Tal propriedade é conhecida como efeito Meissner, e foi demonstrada pela primeira vez por Meissner e Ochsenfeld, em 1933. Este efeito demonstra que não podemos explicar as pro-

priedades de um supercondutor, simplesmente afirmando que ele é um condutor ideal. O diamagnetismo é ilustrado na Fig. 5, que mostra a repulsão de um supercondutor por um ímã permanente.

Quantização do Fluxo e Aplicações em Pequena Escala

O uso de supercondutores para detectar campos magnéticos extremamente pequenos depende de dois fenômenos: a quantização do fluxo e o "tunelamento Josephson", nome dado em homenagem a Brian Josephson, que previu o efeito enquanto era ainda estudante na Universidade de Cambridge, na Inglaterra.

Assim como a carga elétrica é quantizada e ocorre somente em múltiplos inteiros da unidade fundamental de carga e (1.6×10^{-19} C), podemos demonstrar que o fluxo magnético é quantizado através de uma espira supercondutora. O *quantum* de fluxo vale $\hbar/2e$ (onde \hbar é a constante de Planck), sendo igual a aproximadamente 2×10^{-15} T · m². Essa quantidade minúscula de fluxo e até mesmo pequenas frações dela podem ser detectadas por meio do efeito Josephson.

Josephson mostrou que dois pares de elétrons, numa corrente supercondutora, podem

mover-se por "tunelamento" através de barreira fina de isolante. Uma espira de material supercondutor, possuindo tal barreira ou "junção de tunelamento", pode ainda ser supercondutora. Suponha agora que se tente aumentar o fluxo magnético através da espira. Uma vez que o fluxo é quantizado, não pode aumentar continuamente. Assim, a corrente que passa na espira deve variar para manter o fluxo constante. Contudo, a junção não pode suportar uma corrente acima de um determinado limite. Quando este limite é atingido, a espira deixa momentaneamente de ser supercondutora e permite uma variação descontínua do fluxo. Sob determinadas condições, a variação pode tornar-se igual a exatamente um *quantum* de fluxo em cada etapa. Contando o número de etapas, podemos determinar com grande precisão, o fluxo através da bobina e, então, o próprio campo magnético.

Uma espira que contenha uma ou mais junções Josephson para detectar ou medir fluxo magnético denomina-se SQUID (Fig. 6). A palavra SQUID é formada pelas iniciais de "superconducting quantum interference device", ou seja, dispositivo supercondutor de interferência quântica.

A variação descontínua, por etapas, do fluxo magnético é também a base de funcionamento de dispositivos que contêm junções Josephson, usados como elementos de processamento e de memória em computadores digitais. Em virtude da supercondutividade e da resultante ausência de dissipação de calor, podem ser acondicionados de modo mais compacto.

Materiais

Depois da descoberta da supercondutividade no mercúrio, em 1911, foram encontrados outros elementos na mesma região da tabela periódica, que também se tornavam supercondutores. O estanho, o índio, o chumbo e o tálio são alguns exemplos, com temperaturas de transição (T_c) situadas na faixa que vai de 2,4 K no caso do tálio até 7,2 K no do chumbo. Todos foram descobertos no laboratório de Kammerlingh Onnes, o único lugar na época onde se produzia o hélio líquido e essas baixas temperaturas eram obtidas. Em 1923, o grupo de Toronto aliou-se ao de Onnes e, em 1925, ao de Berlim, onde Walther Meissner e seus colaboradores descobriram a supercondutividade numa outra região da tabela periódica, entre os "elementos de transição", incluindo o nióbio que com $T_c = 9,2$ K continua sendo o elemento com maior temperatura de transição. Um grande progresso foi conseguido quando se verificou que compostos metálicos poderiam apresentar temperaturas de transição bem mais elevadas do que a do nióbio. Dentre eles, podemos citar: em 1940, o NbC com $T_c = 10,1$ K; em 1954, o Nb₃Sn com $T_c = 18$ K. Em 1973, o Nb₃Gc, com $T_c = 23,2$ K ficou em primeiro lugar e nele permaneceu por 14 anos até a descoberta surpreendente da supercondutividade em óxidos cerâmicos, pela primeira vez demonstrada por Müller e Bednorz, em 1986, ao obterem T_c de aproximadamente 35 K para o óxido de lantâ-

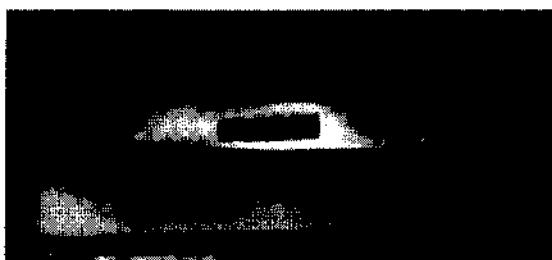


Fig. 5 Uma amostra de um supercondutor de óxido de ítrio-bário-cobre, flutuando acima de um ímã permanente.

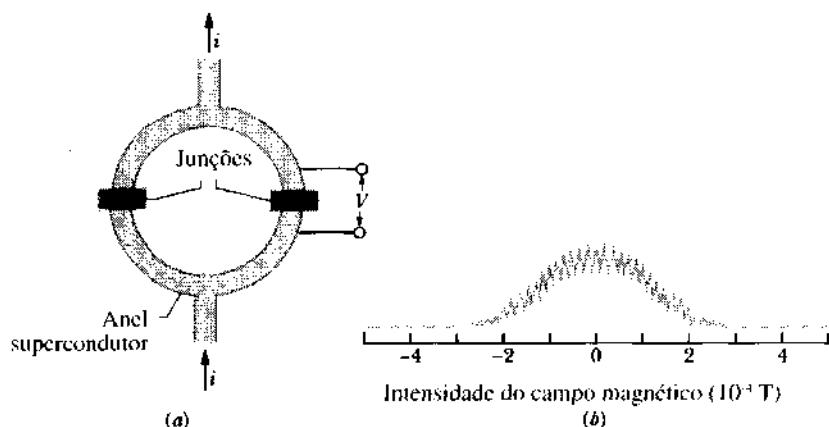


Fig. 6 (a) Diagrama esquemático de um SQUID de duas junções. (b) Dados obtidos de um circuito contendo um SQUID de duas junções. O gráfico mostra a variação da corrente em função do campo magnético. Cada ciclo representa uma variação no fluxo de um quantum de fluxo.

nio-bário-cobre. Pouco depois, Wu, Chu e seus colaboradores obtiveram T_c de aproximadamente 91 K para o óxido de ítrio-bário-cobre (Fig. 7). Posteriormente, foram descobertos óxidos de bismuto e tâlio com valores de T_c superiores a 125 K, assim como, muitos outros óxidos e compostos relacionados com temperaturas de transição mais baixas.

Juntamente com os aumentos de T_c , vieram os aumentos dos campos magnéticos críticos, para os quais a supercondutividade pode continuar a existir, e que podem, consequentemente, ser gerados por ímãs supercondutores.

Pouco depois do período de excitação de corrente da descoberta dos óxidos supercondutores, em 1986, tornou-se claro que os altos valores de suas temperaturas de transição e campos magnéticos críticos não seriam suficientes para impeli-los no mundo das aplicações tecnológicas. Eles são quebradiços e não podem ser facilmente moldados na forma de fios ou bobinas. Suas estruturas são complexas e novos métodos de fabricação com a ordem cristalina e a pureza necessárias precisam ser desenvolvidos. Suas propriedades são fortemente anisotrópicas, isto é, elas são diferentes ao longo de diferentes direções cristalográficas. Densidades de corrente relativamente pequenas tendem a degradar ou destruir suas propriedades supercondutoras. Intensas pesquisas, em muitos países, tentam superar estes obstáculos. A supercondutividade continua sendo um assunto excitante e, até então, um compromisso parcialmente realizado.

Teoria

Até 1957 a supercondutividade era considerada uma propriedade estranha de difícil compre-

ensão. Muito se tinha aprendido empiricamente sobre a supercondutividade, mas não havia nenhuma teoria capaz de explicá-la satisfatoriamente.

A razão da dificuldade teórica é bastante fácil de entender. Era necessário descobrir como os elétrons podem cooperar mais fortemente do que na condutividade normal, apesar da repulsão descrita pela lei de Coulomb. O mecanismo gerador desse fato foi finalmente descoberto por Bardeen, Cooper e Schrieffer ("BCS"). Sua teoria descreve o comportamento dos supercondutores tão bem e com tantos detalhes que, durante muito tempo, acreditou-se que, excetuando-se pequenas melhorias irrelevantes, o assunto não teria mais interesse para os físicos. Não era a primeira vez que se declarava que um campo de pesquisas havia aparentemente se esgotado e, logo a seguir, renascia com novas e inesperadas descobertas.

O mecanismo BCS depende do fato de estarem os elétrons se movendo numa rede cristalina formada por fons positivos. Um elétron interage com a rede cristalina e a perturba. A rede perturbada interage com um segundo elétron e, dessa forma, indiretamente, os dois elétrons interagem.

A teoria BCS permite-nos entender o equilíbrio delicado entre duas tendências opostas que, sob condições adequadas, podem conduzir ao fenômeno da supercondutividade. Os detalhes quantitativos descrevem todas as propriedades dos supercondutores conhecidos até aquela data, incluindo os parâmetros que afetam a temperatura de transição. Nos 30 anos posteriores à formulação da teoria BCS, ocorreram apenas poucas descobertas de novos supercondutores e quase nenhum aumento em suas temperaturas de transição. Suspeitava-se

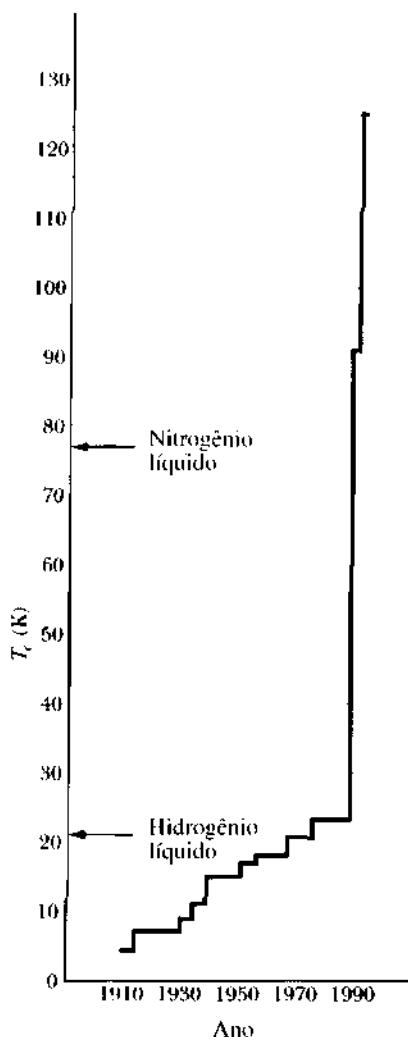


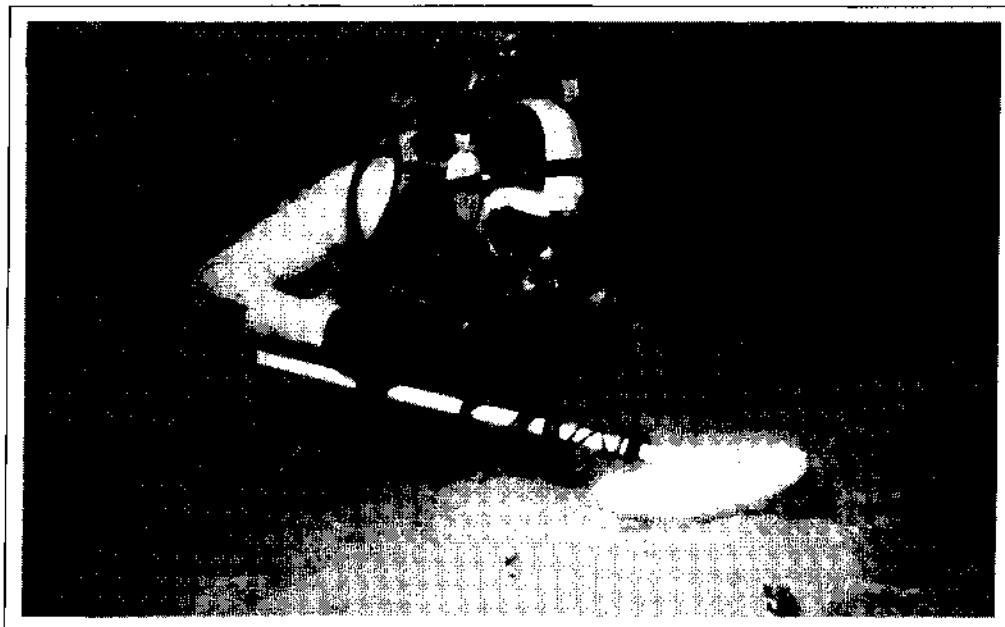
Fig. 7 As mais altas temperaturas de transição (em kelvins) de 1911 a 1991.

de que deveria existir uma lei natural que impedia a obtenção de valores de T_c mais elevados, e artigos foram escritos mostrando porque valores melhores que esses eram impossíveis.

Essa era terminou abruptamente, em 1986, com a descoberta de uma nova classe de materiais. Experiências com quantização de fluxo mostram que a supercondutividade dos novos materiais ainda depende dos pares de elétrons ("pares de Cooper") que são fundamentais na teoria BCS. Entretanto, o mecanismo BCS (a interação dos elétrons por meio da rede de fons), parece não ser capaz de explicar as altas temperaturas de transição observadas.

Mais uma vez a natureza mostrou que guarda segredos insuspeitados, os quais ela está disposta, parcimoniosamente, a revelar através de pesquisas perseverantes e criativas.

INDUTÂNCIA



Para encontrar um tesouro submerso, de moedas de ouro e barras de prata, de um navio espanhol naufragado no século dezessete, um mergulhador move um detector metálico sobre o fundo lodoso das águas da Flórida. De que modo o dispositivo detecta a presença do metal que pode estar enterrado no lodo a vários centímetros de profundidade?

33-1 Capacitores e Indutores

Vimos, no Cap. 27 que um **capacitor** é um dispositivo que podemos usar, convenientemente, para produzir um determinado campo elétrico numa certa região do espaço. Tomamos o arranjo de placas paralelas como protótipo (Fig. 33-1a).

Simetricamente, podemos definir um **indutor** (símbolo ——————) como um dispositivo que podemos usar, convenientemente, para produzir um determinado campo magnético numa certa região. Tomamos um solenóide longo (mais especificamente, uma pequena região próxima ao centro de um solenóide longo) como protótipo (Fig. 33-1b).

Podemos expressar a conexão entre capacitores e indutores na forma simbólica:

o indutor está para o campo magnético
assim como
o capacitor está para o campo elétrico.

Os físicos se encantam por tais simetrias, paralelismos e equivalências. Preferências estéticas à parte, temos como prática estudar coisas novas apoiados em conhecimentos acumulados. Por exemplo, veremos que energia pode ser armazenada no campo magnético de um indutor exatamente como acontece no campo elétrico de um capacitor.

Além disso, sabemos que, ligando-se uma bateria a um capacitor e a um resistor em série, o circuito não atinge imediatamente seu estado final de equilíbrio, mas dele se aproxima exponencialmente. Veremos, neste capítulo, que o mesmo acontece quando ligamos uma bateria a um indutor e a um resistor em série.

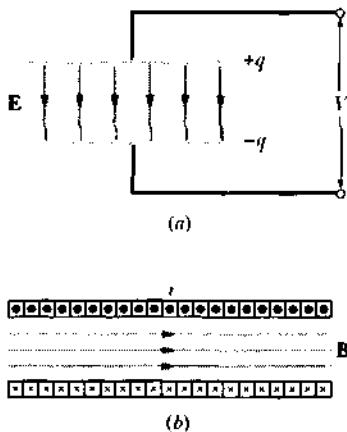


Fig. 33-1 (a) Um capacitor, de placas paralelas, mostrando seu campo elétrico associado. (b) Um indutor (a região central de um solenóide longo), mostrando seu campo magnético associado.

Vamos começar definindo a **indutância** de um indutor.

33-2 Indutância

Colocando-se cargas iguais e opostas $\pm q$ sobre as placas de um capacitor, uma diferença de potencial V aparece entre elas. A **capacitância** C do capacitor é, então, definida por

$$C = \frac{q}{V} \quad (\text{definição da capacidade}). \quad (33-1)$$

A unidade SI de capacidade é, como já vimos, o *farad*, em homenagem a Michael Faraday.

Estabelecendo-se uma corrente i num indutor, aparece, em cada uma de suas espiras, um fluxo magnético Φ , devido a esta corrente i , dizemos que as espiras estão **concatenadas** por este fluxo partilhado. A **indutância** do indutor é

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad (\text{definição da indutância}). \quad (33-2)$$

onde N é o número de espiras. O produto $N\Phi$ é chamado de **fluxo concatenado**.

Uma vez que a unidade SI de fluxo magnético é o tesla-metro², a unidade SI de indutância é o tesla-metro² por ampère ($T \cdot m^2/A$). Esta unidade é denominada de **henry** (H), em homenagem ao físico americano Joseph Henry, co-autor da lei da indução e contemporâneo de Faraday. Segue que,

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{A}. \quad (33-3)$$

Neste capítulo, vamos supor que, nas vizinhanças de qualquer indutor, não importando qual seja seu arranjo geométrico, não existam materiais magnéticos, como por exemplo, o ferro. Tais materiais, naturalmente, distorceriam o campo magnético de um indutor.

Indutância de um Solenóide

Considere um solenóide longo com uma seção transversal de área A . Qual é a indutância, por unidade de comprimento, próximo de seu centro?

Para usar a equação de definição da indutância (Eq. 33-2), temos de calcular o fluxo concatenado criado por uma dada corrente nas espiras do solenóide. Consideremos um comprimento l próximo do centro deste solenóide. O fluxo concatenado para este trecho do solenóide é

$$N\Phi = (nl)(BA)$$

onde n é o número de espiras por unidade de comprimento do solenóide e B é o campo magnético no interior do solenóide.

B é dado pela Eq. 31-21,

$$B = \mu_0 i n,$$

de modo que, da Eq. 33-2, temos

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 i n)(A)}{i} \\ &= \mu_0 n^2 l A. \end{aligned} \quad (33-4)$$

Assim, a indutância por unidade de comprimento, para um solenóide longo, próximo ao seu centro é

$$L/l = \mu_0 n^2 A \quad (\text{solenóide}). \quad (33-5)$$

A indutância — assim como a capacidade — só depende de fatores geométricos. A dependência com o quadrado do número de espiras por unidade de comprimento era esperada. Triplicando-se n , não somente triplicamos o número de espiras (N) como também triplicamos o fluxo ($\Phi = BA$) em cada espira, multiplicando por um fator igual a nove o fluxo concatenado e, assim também, a indutância L (veja a Eq. 33-2).

Quando o comprimento do solenóide é muito maior que o seu raio, a Eq. 33-4 dá sua indutância com boa aproximação. Tal aproximação despreza o espalhamento das linhas de campo magnético próximo às extremidades do solenóide, assim como, a fórmula ($C = \epsilon_0 A/d$) para o capacitor de placas paralelas despreza a distorção das linhas de campo elétrico próximo das bordas das placas do capacitor.

Indutância de um Toróide

A Fig. 33-2 mostra uma seção transversal, no plano da página, de um toróide de N espiras e de seção transversal retangular com as dimensões indicadas. Qual é a sua indutância?

Novamente, para usar a equação de definição da indutância (Eq. 33-2), temos de calcular o fluxo concatenado

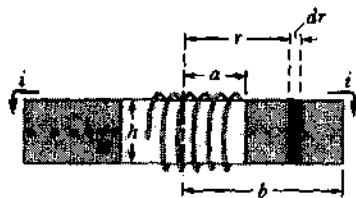


Fig. 33-2 Uma seção transversal de um toróide, mostrando a corrente no enrolamento e o campo magnético associado.

criado por uma dada corrente. Para isto, devemos saber como o campo magnético no interior do toróide depende da corrente em seu enrolamento. Já o resolvemos no Cap. 31, onde vimos que o campo magnético, que não é uniforme sobre a seção transversal de um toróide, é dado pela Eq. 31-22,

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}, \quad (33-6)$$

onde i é a corrente que percorre as espiras do toróide.*

O fluxo Φ sobre a seção transversal do toróide tem de ser encontrado por integração. Sendo $h dr$ a área da tira elementar mostrada entre as linhas tracejadas na Fig. 33-2, temos, da Eq. 32-3,

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_a^b (B)(h dr) = \int_a^b \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} h dr \\ &= \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \end{aligned}$$

A indutância é obtida da Eq. 33-2, sua equação de definição:

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\mu_0 i N^2 h}{2\pi i} \ln \frac{b}{a},$$

ou

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (\text{toróide}) \quad (33-7)$$

Note, outra vez, que a indutância depende somente de fatores geométricos e que o número de espiras aparece elevado ao quadrado.

Recordemos (veja a Seção 27-3) que a capacitância pode ser escrita como a constante de permissividade ϵ_0 vezes uma grandeza com dimensão de comprimento; assim, ϵ_0 pode ser expressa em farads por metro. Concluímos da Eq. 33-7 que uma indutância pode ser escrita como a constante de

permeabilidade μ_0 vezes uma grandeza com dimensão de comprimento. Isto significa que a constante de permeabilidade μ_0 pode ser expressa em henrys por metro ou

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}. \end{aligned} \quad (33-8)$$

EXEMPLO 33-1 O toróide mostrado na Fig. 33-2 tem $N = 1.250$ espiras, $a = 52 \text{ mm}$, $b = 95 \text{ mm}$ e $h = 13 \text{ mm}$. Qual é a indutância?

Solução Da Eq. 33-7, temos

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1.250)^2(13 \times 10^{-3} \text{ m})}{2\pi} \\ &\quad \times \ln \frac{95 \text{ mm}}{52 \text{ mm}} \\ &= 2.45 \times 10^{-5} \text{ H} \approx 2.5 \text{ mH}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

33-3 Auto-indução

Se duas bobinas — que podemos chamar agora de indutores — estiverem próximas uma da outra, uma corrente i numa bobina produzirá um fluxo magnético Φ na segunda bobina. Vimos no Cap. 32 que, se variarmos este fluxo variando a corrente, uma fem induzida aparecerá na segunda bobina, de acordo com a lei de Faraday; isto está ilustrado na Fig. 32-2. Além disso,

Uma fem induzida \mathcal{E}_L aparece numa bobina quando variarmos a corrente nesta mesma bobina.

Tal processo (veja a Fig. 33-3) é chamado de **auto-indução**, e a fem que aparece é chamada de **fem auto-induzida**. Ela obedece à lei da indução de Faraday, como qualquer outra fem induzida o faz.

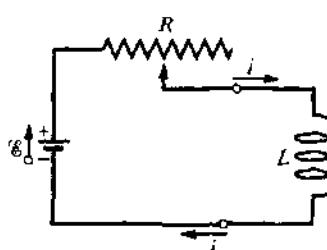


Fig. 33-3 Se variarmos a corrente na bobina L , movendo-se a posição do contato sobre o resistor R , uma fem auto-induzida \mathcal{E}_L aparecerá na bobina, enquanto a corrente estiver variando.

*A Eq. 33-6 é válida independentemente da forma ou das dimensões da seção transversal do toróide.

Para qualquer indutor, a Eq. 33-2 nos dá que

$$N\Phi = Li. \quad (33-9)$$

A lei de Faraday nos diz

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi)}{dt} \quad (33-10)$$

Combinando as Eqs. 33-9 e 33-10 podemos escrever, para a fem auto-induzida

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{fem auto-induzida}). \quad (33-11)$$

Assim, num indutor qualquer (como uma bobina, um solenóide ou um toróide), uma fem auto-induzida aparece sempre que a corrente varia com o tempo. A intensidade da corrente não tem nenhuma influência sobre o módulo da fem induzida; somente a taxa de variação da corrente tem importância.

Podemos encontrar o sentido da fem auto-induzida usando a lei de Lenz. O sinal negativo na Eq. 33-11 representa o fato de que — como a lei afirma — a fem auto-induzida atua de modo a se opor à variação que a produz.

Suponhamos que, como mostra a Fig. 33-4a, se estabeleça uma corrente i numa bobina e que esta esteja aumentando com o tempo na taxa di/dt . Na linguagem da lei de Lenz, este aumento na corrente é a “variação” à qual a fem auto-induzida deve se opor. Para isso, a fem auto-induzida tem de aparecer na bobina, apontando no sentido indicado na figura, para que se oponha ao aumento da corrente. Fazendo-se a corrente diminuir com o tempo, como na Fig. 33-4b, a fem auto-induzida tem de apontar num sentido que tende a se opor à sua diminuição, como mostra a figura.

Na Seção 32-6 vimos que, quando uma fem e um campo elétrico são induzidos por um fluxo magnético variável, não podemos definir um potencial elétrico. Isto significa que, quando uma fem auto-induzida é produzida no indutor da Fig. 33-3, não podemos definir um potencial no in-

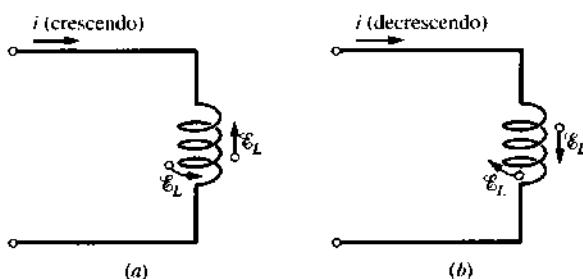


Fig. 33-4 (a) Quando a corrente i está crescendo, a fem induzida \mathcal{E}_L aparece ao longo da bobina num sentido tal que ela se opõe ao crescimento. A seta representando \mathcal{E}_L pode ser desenhada ao longo de uma espira da bobina ou ao lado da bobina, como se vê na figura. (b) Quando a corrente i está decrescendo, a fem induzida aparece num sentido tal que ela se opõe à diminuição.

terior desse indutor, onde o fluxo está variando. Entretanto, podemos definir um potencial em pontos do circuito fora desta região, onde os campos elétricos no fio e em outros elementos do circuito são causados por distribuições de partículas carregadas.

Além disso, podemos definir uma diferença de potencial V_L através de um indutor (entre seus terminais que supomos localizados fora da região de fluxo variável). Quando o indutor é um *indutor ideal* (seu fio tem resistência desprezível), o módulo de V_L é igual ao módulo da fem auto-induzida \mathcal{E}_L .

Quando, ao contrário disso, o indutor tem uma resistência r , nós o sepamos, mentalmente, numa resistência r (que tomamos fora da região de fluxo variável) e num indutor ideal de fem \mathcal{E} . Como no caso de uma bateria real de fem \mathcal{E} e resistência interna r , a diferença de potencial entre os terminais de um indutor real difere da fem. A não ser que se indique o contrário, supomos que os indutores sejam ideais.

33-4 Circuitos RL

Na Seção 29-8 vimos que, quando uma fem \mathcal{E} for subitamente aplicada a um circuito de malha única, constituído por um resistor R e um capacitor C , a carga no capacitor não atingirá imediatamente o seu valor final de equilíbrio $C\mathcal{E}$ mas, sim, dele irá se aproximando exponencialmente, conforme descrito pela Eq. 29-29:

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau_C}) \quad (33-12)$$

A taxa em que a carga cresce é determinada pela constante de tempo capacitiva τ_C definida como

$$\tau_C = RC. \quad (33-13)$$

Caso a fem seja subitamente removida deste mesmo circuito, a carga não cairá imediatamente a zero, mas sim tenderá exponencialmente para zero, da maneira descrita pela Eq. 29-34:

$$q = q_0 e^{-t/\tau_C}. \quad (33-14)$$

A mesma constante de tempo τ_C descreve tanto o decréscimo da carga quanto o seu aumento.

Ocorre um atraso análogo no crescimento (ou na diminuição da corrente, quando se introduz (ou se remove) uma fem \mathcal{E} num circuito de malha única, consistindo num resistor R e num indutor L . Com a chave S na Fig. 33-5 fechada em a, por exemplo, a corrente no resistor começa a crescer. Se o indutor não estivesse presente, a corrente atingiria rapidamente o valor estacionário \mathcal{E}/R . Entretanto, por causa do indutor, uma fem auto-induzida \mathcal{E}_L aparece no circuito; de acordo com a lei de Lenz, esta fem se opõe ao crescimento da corrente, significando que sua polaridade é oposta à da fem \mathcal{E} da bateria. Assim, o resistor fica sujeito à diferença entre duas fems, uma

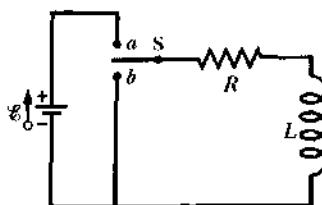


Fig. 33-5 Um circuito RL . Quando a chave S é fechada em a , a corrente cresce e se aproxima de um valor limite igual a E/R .

constante, E , por causa da bateria, e outra variável, \mathcal{E}_L ($= L di/dt$), consequente à auto-indução. Enquanto esta segunda fem estiver presente, a corrente no resistor será menor do que E/R .

À medida que o tempo passa, a taxa em que a corrente aumenta torna-se cada vez menos rápida e o módulo da fem auto-induzida, que é proporcional a di/dt , torna-se menor. Desta forma, a corrente no circuito se aproxima assintoticamente de E/R .

Agora, vamos analisar a situação quantitativamente. Com a chave S na Fig. 33-5 fechada em a , o circuito é equivalente ao da Fig. 33-6. Vamos aplicar a lei das malhas, partindo do ponto x e percorrendo o circuito no sentido horário. No caso do sentido indicado para a corrente, o ponto x terá um potencial mais elevado do que y , significando uma variação no potencial de $-iR$ ao atravessarmos o resistor. O ponto y tem potencial maior que o ponto z , porque, como a corrente está aumentando, a fem induzida deverá ter o sentido indicado a fim de contrariar o crescimento da corrente. Então, percorrendo-se o indutor, de y para z , encontramos uma variação no potencial de $\mathcal{E}_L = -L (di/dt)$. Encontramos um aumento no potencial de $+E$ percorrendo-se a bateria de z para x . O teorema das malhas nos dá, então,

$$-iR - L \frac{di}{dt} + E = 0$$

ou

$$iR + L \frac{di}{dt} = E \quad (\text{círculo } RL) \quad (33-15)$$

A Eq. 33-15 é uma equação diferencial envolvendo a variável i e sua derivada primeira di/dt . Procuramos a função

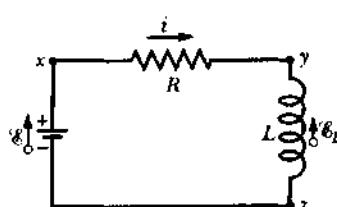


Fig. 33-6 O circuito da Fig. 33-5 com a chave fechada em a . Aplicamos o teorema das malhas no sentido horário, partindo do ponto x .

$i(t)$ e a correspondente derivada primeira que substituídas na Eq. 33-15, satisfazam a equação e a condição inicial $i(0) = 0$.

Embora existam regras formais para resolver equações diferenciais de vários tipos (e a Eq. 33-15 pode, de fato, ser resolvida por integração direta, após alguns rearranjos), muitas vezes é mais simples descobrir a solução guiados pelo raciocínio físico e experiências anteriores. Podemos testar a solução proposta por substituição na equação diferencial, observando se a equação se reduz a uma identidade.

Neste caso, seremos guiados pelo fato de que nossa solução deve ser rigorosamente análoga à Eq. 33-12 obtida para o caso do estabelecimento da carga num circuito RC . Afirmando que a solução da Eq. 33-15, que satisfaz a condição inicial é

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-Rt/L}). \quad (33-16)$$

Para testar esta solução por substituição, calculamos a derivada di/dt , que é

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} e^{-Rt/L}. \quad (33-17)$$

A substituição de i e di/dt na Eq. 33-15 leva a uma identidade como se pode facilmente verificar. Assim, a Eq. 33-16 é de fato uma solução da Eq. 33-15.

Podemos reescrever a Eq. 33-16 como

$$i = \frac{E}{R} (1 + e^{-Rt/\tau_L}) \quad (\text{crescimento da corrente}), \quad (33-18)$$

onde τ_L , a constante de tempo indutiva, é dada por

$$\tau_L = L/R \quad (\text{constante de tempo}). \quad (33-19)$$

A Fig. 33-7 mostra como a diferença de potencial V_R através do resistor ($= iR$) e V_L através do indutor ($= L di/dt$) variam com o tempo para valores particulares de E , L e R . Compare, cuidadosamente, esta figura com a figura correspondente para um circuito RC (Fig. 29-16).

Para mostrar que a grandeza τ_L ($= L/R$) tem dimensão de tempo, notemos que

$$1 \frac{\text{H}}{\Omega} = 1 \frac{\text{H}}{\Omega} \left(\frac{1 \text{ V}\cdot\text{s}}{1 \text{ H}\cdot\text{A}} \right) \left(\frac{1 \Omega\cdot\text{A}}{1 \text{ V}} \right) = 1 \text{ s}.$$

O primeiro termo entre parênteses é um fator de conversão baseado na Eq. 33-11. O segundo é um fator de conversão baseado na relação $V = iR$.

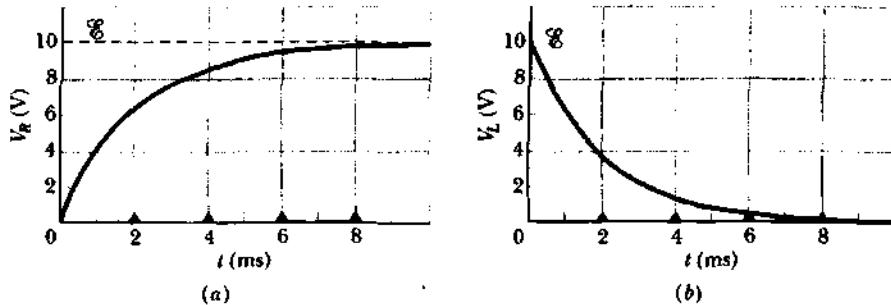


Fig. 33-7 A variação com o tempo de (a) V_R , a diferença de potencial através do resistor do circuito da Fig. 33-6, e (b) V_L , a diferença de potencial através do indutor daquele circuito. Os triângulos representam constantes de tempo indutivas sucessivas ($t = \tau_L, 2\tau_L, 3\tau_L$ e $4\tau_L$). A figura é plotada para $R = 2.000 \Omega$, $L = 4.0 \text{ H}$ e $E = 10 \text{ V}$.

O significado físico da constante de tempo é obtido usando-se a Eq. 33-18. Fazendo-se $t = \tau_L = L/R$ nesta equação, ela se reduz a

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-1}) = 0.63 \frac{E}{R}$$

Assim sendo, a constante de tempo τ_L é o tempo necessário para que a corrente atinja um valor distante de $1/e$ (aproximadamente 37%) do seu valor final de equilíbrio E/R . Como a diferença de potencial V_R através do resistor é proporcional à corrente i , a dependência temporal do crescimento da corrente tem a mesma forma que V_R , como mostra o gráfico da Fig. 33-7a.

Se a chave S, na Fig. 33-5, for deixada na posição *a* o tempo necessário para que a corrente atinja seu valor de equilíbrio E/R e, a seguir, ligada ao terminal *b*, o efeito final corresponderá à retirada da bateria do circuito.* A equação diferencial que governa o decaimento subsequente à corrente no circuito pode ser obtida fazendo-se $E = 0$ na Eq. 33-15:

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0.$$

Pode-se mostrar, por substituição, que a solução desta equação diferencial, que satisfaz a condição inicial $i(0) = i_0 = E/R$, é

$$i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau_L} = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{decaimento da corrente}). \quad (33.20)$$

Vemos que tanto o crescimento da corrente (Eq. 33-18) como o seu decaimento (Eq. 33-20) num circuito *RL* são governados pela mesma constante de tempo indutiva, τ_L .

Usamos i_0 na Eq. 33-20 para representar a corrente no instante $t = 0$. No caso discutido seu valor foi igual a E/R , mas poderia ter sido qualquer outro valor *initial*.

EXEMPLO 33-2 Um solenóide tem uma indutância de 53 mH e uma resistência de $0,37 \Omega$. Sendo ligado a uma bateria, em quanto tempo a corrente atingirá metade do seu valor final de equilíbrio?

Solução O valor de equilíbrio da corrente é atingido quando $t \rightarrow \infty$; de acordo com a Eq. 33-18, este valor é E/R . Supondo que a corrente alcance metade deste valor em um tempo t_0 , essa equação nos dá

$$\frac{1}{2} \frac{E}{R} = \frac{E}{R} (1 - e^{-t_0/\tau_L}).$$

Rearranjando os termos desta equação e, a seguir, tomando o logaritmo natural de cada lado, obtemos

$$\begin{aligned} t_0 &= \tau_L \ln 2 \\ &= \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{53 \times 10^{-3} \text{ H}}{0.37 \Omega} \ln 2 \\ &= 0.10 \text{ s} = 100 \text{ ms}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

33-5 Energia Armazenada num Campo Magnético

Quando afastamos duas cargas de sinais opostos, dizemos que a energia potencial elétrica resultante fica armazenada no campo elétrico das cargas. Podemos reaver do campo esta energia deixando que as cargas se aproximem, novamente, uma da outra.

Do mesmo modo, a energia também pode ser armazenada num campo magnético. Por exemplo, dois fios longos, rígidos e paralelos, transportando correntes de mesmo sentido, atraem-se entre si, de modo que, para afastá-los deve ser realizado um certo trabalho. Fazendo-se isto, armazenamos energia nos campos magnéticos das correntes. Podemos reavê-la, num instante qualquer, permitindo a volta dos fios às suas posições iniciais.

Para determinar uma expressão quantitativa para a energia armazenada num campo magnético, consideremos a

*A conexão com o ponto *b* deve ser feita antes que a conexão com o ponto *a* seja interrompida. Uma chave que faz isto é chamada de chave que liga *antes de interromper*.

Fig. 33-6, que mostra uma fonte de fem \mathcal{E} ligada a um resistor R e a um indutor L . A Eq. 33-15,

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (33-21)$$

é a equação diferencial que descreve o crescimento da corrente neste circuito. Salientamos que esta equação resulta imediatamente do teorema das malhas e que o teorema das malhas, por sua vez, é uma expressão do princípio da conservação da energia para um circuito de malha única. Multiplicando cada lado da Eq. 33-21 por i , obtemos

$$\mathcal{E}i = i^2R + Li \frac{di}{dt}, \quad (33-22)$$

que tem a seguinte interpretação física em termos de trabalho e energia:

1. Quando uma carga dq atravessa a bateria de fem \mathcal{E} na Fig. 33-6 num intervalo de tempo dt , a bateria realiza sobre ela um trabalho igual a $\mathcal{E} dq$. A taxa de realização desse trabalho vale $(\mathcal{E} dq)/dt$, ou $\mathcal{E}i$. Logo, o termo à esquerda na Eq. 33-22 é a taxa com que o dispositivo de fem transfere energia para o circuito.
2. O segundo termo na Eq. 33-22 é a taxa com que a energia aparece sob a forma de energia térmica no resistor.
3. A energia que não aparece como energia térmica deve, de acordo com nossa hipótese da conservação da energia, ficar armazenada no campo magnético do indutor. Como a Eq. 33-22 traduz a conservação da energia para circuitos RL , o último termo deve representar a taxa dU_B/dt com que a energia é armazenada no campo magnético, isto é,

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}. \quad (33-23)$$

Podemos escrever este resultado como

$$dU_B = Li di$$

Integrando, resulta

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li di$$

ou

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad (\text{energia magnética}). \quad (33-24)$$

que representa a energia total armazenada por um indutor L transportando uma corrente i .

Podemos comparar esta relação com a expressão para a energia armazenada por um capacitor C , carregado com uma carga q , ou seja, a Eq. 27-21:

$$U_E = \frac{q^2}{2C}. \quad (33-25)$$

Neste caso, a energia é armazenada num campo elétrico. Em cada caso, deduziu-se a expressão da energia armazenada, igualando-a ao trabalho necessário para produzir o campo.

EXEMPLO 33-3 Uma bobina tem uma indutância de 53 mH e uma resistência de 0,35 Ω.

- a. Aplicando-se uma fem de 12 V através da bobina, qual é a energia armazenada no campo magnético após a corrente atingir o seu valor de equilíbrio?

Solução A energia armazenada é dada pela Eq. 33-24,

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2.$$

Para determinar a energia armazenada no equilíbrio, devemos substituir a corrente de equilíbrio nesta expressão. Da Eq. 33-18 a corrente de equilíbrio é

$$i_{\infty} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12 \text{ V}}{0.35 \Omega} = 34.3 \text{ A}.$$

A substituição nos dá

$$U_{B\infty} = \frac{1}{2}Li_{\infty}^2 = (\frac{1}{2})(53 \times 10^{-3} \text{ H})(34.3 \text{ A})^2 = 31 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

- b. Depois de quantas constantes de tempo, metade desta energia de equilíbrio estará armazenada no campo magnético?

Solução Estamos querendo saber: em que instante a relação

$$U_B = \frac{1}{2}U_{B\infty}$$

será satisfeita? A Eq. 33-24 permite-nos reescrever a equação acima como

$$\frac{1}{2}Li^2 = (\frac{1}{2})\frac{1}{2}Li_{\infty}^2$$

ou

$$i = (1/\sqrt{2})i_{\infty}.$$

Mas i é dada pela Eq. 33-18 e i_{∞} (veja acima) é \mathcal{E}/R , de modo que

$$\frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}R}.$$

Esta equação pode ser escrita como

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - 1/\sqrt{2} = 0.293,$$

da qual obtemos

$$\frac{t}{\tau_L} = -\ln 0.293 = 1.23$$

ou

$$t \approx 1.2 \tau_L. \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a energia armazenada atingirá a metade de seu valor de equilíbrio após 1,2 constante de tempo.

EXEMPLO 33-4 Um indutor de 3,56 H é colocado em série com um resistor de 12,8 Ω. Uma fem de 3,24 V é, subitamente, aplicado a esta combinação.

- a. Após decorridos 0,278 s (que é o valor da constante de tempo indutiva) da aplicação da fem, qual é a taxa P com que a energia está sendo fornecida pela bateria?

Solução Da Eq. 28-20, substituindo V por \mathcal{E} , temos $P = \mathcal{E} i$. A corrente é dada pela Eq. 33-18,

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}).$$

que, após uma constante de tempo, vale

$$i = \frac{3.24 \text{ V}}{12.8 \Omega} (1 - e^{-1}) = 0.1600 \text{ A}$$

A taxa com que a bateria fornece energia é, então

$$\begin{aligned} P &= \mathcal{E} i = (3.24 \text{ V})(0.1600 \text{ A}) \\ &= 0.5184 \text{ W} \approx 518 \text{ mW}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

- b. No instante 0,278 s, com que taxa P_R a energia está aparecendo como energia térmica no resistor?

Solução Esta taxa é dada pela Eq. 32-17:

$$\begin{aligned} P_R &= i^2 R = (0.1600 \text{ A})^2 (12.8 \Omega) \\ &= 0.3277 \text{ W} \approx 328 \text{ mW}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

- c. No instante 0,278 s, com que taxa P_B a energia está sendo armazenada no campo magnético?

Solução Esta taxa é dada pela Eq. 33-23, que requer que se conheça di/dt . Diferenciando a Eq. 33-18 obtemos

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R L} (e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-t/\tau_L}.$$

Após uma constante de tempo, temos

$$\frac{di}{dt} = \frac{3.24 \text{ V}}{3.56 \text{ H}} e^{-1} = 0.3348 \text{ A/s.}$$

Da Eq. 33-23, a taxa procurada é, então

$$\begin{aligned} P_B &= \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} \\ &= (3.56 \text{ H})(0.1600 \text{ A})(0.3348 \text{ A/s}) \\ &= 0.1907 \text{ W} \approx 191 \text{ mW}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Note que, como é exigido pela conservação da energia

$$P = P_R + P_B,$$

$$P = 0.3277 \text{ W} + 0.1907 \text{ W} = 0.5184 \text{ W} \approx 518 \text{ mW.}$$

33-6 Densidade de Energia de um Campo Magnético

Até aqui tratamos somente da energia U_B que é armazenada no campo magnético de um indutor percorrido por uma certa corrente. Vamos voltar, agora, nossa atenção para o próprio campo magnético — independentemente de sua fonte — e procurar uma expressão para a *densidade de energia* μ_B , a energia armazenada por unidade de volume num ponto qualquer do campo.

Consideremos um comprimento l próximo ao centro de um solenóide longo de seção transversal de área A ; Al é o volume associado a este comprimento. A energia armazenada nesta extensão l do solenóide deve estar inteiramente contida dentro deste volume, pois o campo magnético fora do solenóide é praticamente nulo. Além disso, a energia armazenada deve estar uniformemente distribuída por todo o volume do solenóide, porque o campo magnético é uniforme em qualquer ponto do seu interior.

Assim sendo, podemos escrever para a densidade de energia,

$$\mu_B = \frac{U_B}{Al}$$

ou, visto que,

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2,$$

temos

$$\mu_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l} \frac{i^2}{2A}$$

Substituindo a expressão de L/l dada pela Eq. 33-5, encontramos

$$\mu_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 i^2.$$

Usando a Eq. 31-21 ($B = \mu_0 in$), podemos escrever a equação acima como

$$\mu_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{densidade de energia magnética}). \quad (33-26)$$

Esta equação dá a densidade de energia armazenada em qualquer ponto onde exista um campo magnético B . Embora tenhamos deduzido a Eq. 33-26 considerando um caso

Tabela 33-1
Algumas Grandezas Elétricas e Magnéticas Correspondentes

	Elétrica	Magnética
Definição	$C = q/V$	$L = N\Phi/i$
Dimensões	$C = \epsilon_0 \times \text{um comprimento}$	$L = \mu_0 \times \text{um comprimento}$
Constantes	$\epsilon_0 = 8.85 \text{ pF/m}$	$\mu_0 = 1.26 \mu\text{H/m}$
Armazenamento de energia	$U_C = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C}$	$U_L = \frac{1}{2}LI^2 = (\frac{N\Phi)^2}{2L})$
Densidade de energia	$u_E = (\epsilon_0/2)E^2$	$u_B = (1/2 \mu_0)B^2$
Constante de tempo	$\tau_C = CR$	$\tau_L = L/R$

especial, o solenóide, ela é válida para todas as configurações de campo magnético, não importando como tenham sido gerados. A Eq. 33-26 deve ser comparada com a Eq. 27-23, ou seja,

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2, \quad (33-27)$$

que dá a densidade de energia (no vácuo) em qualquer ponto onde haja um campo elétrico. Observe que tanto u_B como u_E são proporcionais ao quadrado do módulo do respectivo campo, B ou E .

O solenóide desempenha, em relação ao campo magnético, papel semelhante ao do capacitor de placas paralelas, relativamente ao campo elétrico. Em cada caso, temos um dispositivo simples, que pode ser usado para criar um campo magnético uniforme numa região bem definida do espaço, permitindo deduzir, facilmente, algumas de suas propriedades. A Tabela 33-1 compara algumas grandezas elétricas com as correspondentes grandezas magnéticas.

EXEMPLO 33-5 Um cabo co-axial longo (Fig. 33-8) consiste em dois cilindros condutores concêntricos, de paredes delgadas, de raios a e b . O cilindro central A é percorrido por uma corrente constante i , que retorna pelo cilindro externo B.

a. Calcular a energia armazenada no campo magnético entre os cilindros ao longo de uma extensão l do cabo.

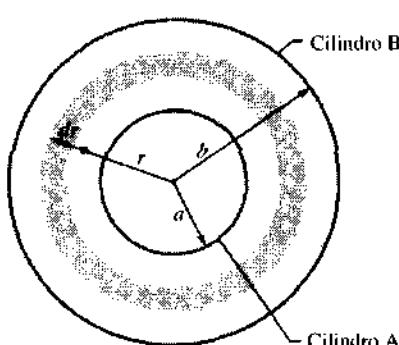


Fig. 33-8 Exemplo 33-5. Corte transversal de um longo cabo co-axial consistindo em dois cilindros condutores delgados, de raio interno a e raio externo b .

Solução Considere um volume dV entre os dois cilindros, que consiste numa casca cilíndrica cujos raios são r e $r + dr$ e cujo comprimento é l . A energia dU contida dentro desta casca é

$$dU = u_B dV,$$

onde u_B (a energia por unidade de volume) é dada pela Eq. 33-26,

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

A lei de Ampère,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i,$$

aplicada ao círculo de raio r da Fig. 33-8, nos dá

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i,$$

ou

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

A densidade de energia entre os cilindros é, então,

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}$$

O volume dV da casca é $(2\pi rl)(dr)$, de modo que a energia dU contida dentro da casca é

$$dU = u_B dV = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2} (2\pi rl)(dr) = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \frac{dr}{r}$$

A energia total resulta da integração desta expressão no volume entre os cilindros:

$$\begin{aligned} U &= \int dU = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ &= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta}) \quad (33-28)$$

Nenhuma energia é armazenada fora do cilindro externo ou dentro do cilindro interno porque o campo magnético é zero nestas regiões, como se pode verificar usando a lei de Ampère. Poderíamos também ter chegado a este resultado calculando a indutância de um comprimento l do cabo, usando a Eq. 33-2 e, a seguir, a Eq. 33-24 para determinar a energia armazenada.

b. Qual é a energia armazenada por unidade de comprimento do cabo, sendo $a = 1,2 \text{ mm}$, $b = 3,5 \text{ mm}$ e $i = 2,7 \text{ A}$?

Solução Da Eq. 33-28 temos

$$\begin{aligned} U/l &= \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(2.7 \text{ A})^2}{4\pi} \ln \frac{3.5 \text{ mm}}{1.2 \text{ mm}} \\ &= 7.8 \times 10^{-7} \text{ J/m} = 780 \text{ nJ/m}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

EXEMPLO 33-6 Compare a energia necessária para produzir, num cubo de aresta igual a 10 cm (a) um campo elétrico uniforme de 100 kV/m e (b) um campo magnético uniforme de 1,0 T. (Estes dois campos podem ser considerados razoavelmente grandes mas podem ser facilmente obtidos em laboratório.)

Solução

a. No caso elétrico, sendo V_0 o volume do cubo, temos,

$$\begin{aligned} U_E &= u_E V_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V_0 \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) (10^5 \text{ V/m})^2 (0.10 \text{ m})^3 \\ &= 4.4 \times 10^{-5} \text{ J} = 44 \mu\text{J}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

b. No caso magnético, temos

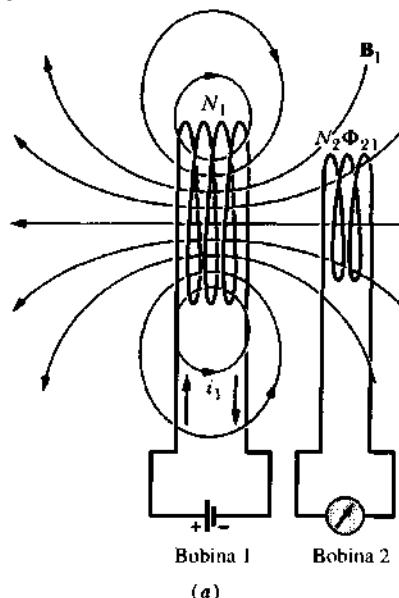
$$\begin{aligned} U_B &= u_B V_0 = \frac{B^2}{2\mu_0} V_0 = \frac{(1.0 \text{ T})^2 (0.10 \text{ m})^3}{(2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})} \\ &= 398 \text{ J} \approx 400 \text{ J}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Em termos de campos normalmente disponíveis em laboratório, é possível armazenar uma quantidade maior de energia num campo magnético do que num campo elétrico; a razão entre as energias armazenadas, neste exemplo, é da ordem de 10^7 . Inversamente, em um laboratório, requer-se muito mais energia para criar um campo magnético de intensidade "razoável" que para estabelecer um campo elétrico sensivelmente elevado.

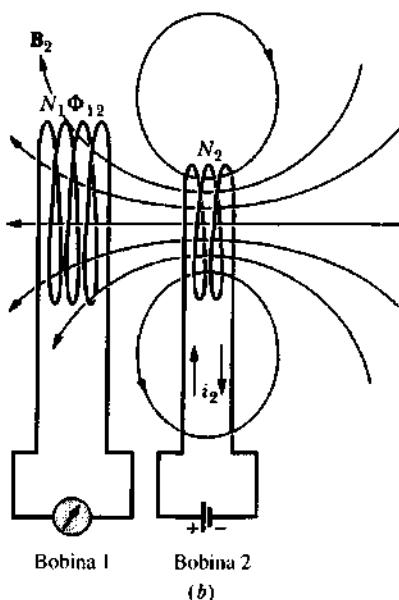
33-7 Indução Mútua

Nesta seção, voltamos ao caso de duas bobinas que interagem, assunto já discutido na Seção 32-2 de uma maneira mais formal. Na Fig. 32-2, vimos que, se duas bobinas estão próximas uma da outra, uma corrente constante i numa bobina estabelecerá um fluxo magnético Φ através da outra bobina. Variando-se i com o tempo, uma fem é dada pela lei de Faraday aparece na segunda bobina; chamamos este processo de *indução*. Teria sido melhor chamá-lo de **indução mútua**, para sugerir a interação mútua das duas bobinas e para distingui-lo da **auto-indução**, em que somente uma bobina está envolvida.

Analisemos um pouco mais quantitativamente a indução mútua. A Fig. 33-9a mostra duas bobinas circulares compactas, próximas uma da outra e com um eixo central



(a)



(b)

Fig. 33-9 Indução mútua. (a) Se a corrente na bobina 1 variar, uma fem será induzida na bobina 2. (b) Se a corrente na bobina 2 variar, uma fem será induzida na bobina 1.

comum.* Existe uma corrente constante i_1 na bobina 1, produzida pela bateria no circuito externo. Esta corrente cria um campo magnético sugerido pelas linhas de \mathbf{B}_1 na figura. A bobina 2 está conectada a um galvanômetro sensível G mas não tem bateria; um fluxo magnético Φ_{21} (o fluxo através da bobina 2 associado à corrente na bobina 1) atravessa suas N_2 espiras.

*Para simplificar o desenho, as duas bobinas na Fig. 33-9 não estão desenhadas de forma compacta; para bobinas compactas as espiras são atravessadas pelo mesmo fluxo.

Definimos a indutância mútua M_{21} da bobina 2 em relação à bobina 1 como

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}. \quad (33-29)$$

Compare esta relação com a Eq. 33-2 ($L = N\Phi/i$), a definição de (auto-)indutância. Podemos reescrever a Eq. 33-29 como

$$M_{21} i_1 = N_2 \Phi_{21}.$$

Variando-se, por meios externos, a corrente i_1 com o tempo, temos

$$M_{21} \frac{di_1}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}.$$

De acordo com a lei de Faraday, o lado direito desta equação é, a menos de um sinal, a fem \mathcal{E}_2 que aparece na bobina 2, por causa da corrente variável na bobina 1. Assim,

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}, \quad (33-30)$$

que devemos comparar com a Eq. 33-11 para a auto-indução ($\mathcal{E} = -L di/dt$).

Vamos, agora, trocar os papéis desempenhados pelas bobinas 1 e 2, como na Fig. 33-9b. Isto é, estabeleceremos uma corrente i_2 na bobina 2, por meio de uma bateria, e esta produz um fluxo magnético Φ_{12} que atravessa a bobina 1. Variando-se i_2 com o tempo, temos, pelo mesmo argumento dado acima,

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (33-31)$$

Vemos, assim, que a fem induzida em qualquer uma das bobinas, é proporcional à taxa de variação da corrente na outra bobina. As constantes de proporcionalidade M_{21} e M_{12} parecem ser diferentes. Afirmamos, sem prova, que elas são iguais, de modo que os subscritos não são necessários. (Esta conclusão é verdadeira mas não é óbvia.) Temos, pois,

$$M_{21} = M_{12} = M \quad (33-32)$$

e podemos reescrever as Eqs. 33-30 e 33-31 como

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (33-33)$$

e

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}. \quad (33-34)$$

A indução é, de fato, mútua. A unidade SI para M (assim como para L) é o henry.

Um Detector de Metais

A Fig. 33-10 mostra a construção básica de um detector de metais, que consiste essencialmente em duas bobinas perpendiculares. Enviando-se uma corrente i , que varia senoidalmente através da bobina transmissora grande C_t , produz-se, nas vizinhanças desta bobina, um campo magnético que varia continuamente. Um condutor, tal como uma moeda de ouro soterrada, que se encontre perto, fica sujeito a este campo que induz nele uma corrente variando continuamente. (A moeda atua como a bobina 2 na Fig. 33-9.)

A corrente variando continuamente no condutor produz seu próprio campo magnético que varia continuamente, induzindo uma corrente i_r na bobina receptora C_r do detector e, assim, dá conhecimento da presença da moeda ou outro condutor qualquer. De modo que, a bobina C_t não induza diretamente uma corrente na bobina C_r , o que encobriria o sinal do condutor soterrado, as duas bobinas são montadas com seus eixos centrais perpendiculares entre si. O campo magnético de C_t é, então, aproximadamente paralelo ao plano de cada espira em C_r e, assim, não produz fluxo magnético através de C_r e, consequentemente, não induz corrente em C_r .

EXEMPLO 33-7 A Fig. 33-11 mostra duas bobinas circulares compactas, a menor (raio R_2 , com N_2 espiras) co-axial com a maior (raio R_1 , com N_1 espiras), estão no mesmo plano.

a. Deduza uma expressão para o coeficiente de indutância mútua M deste conjunto de duas bobinas, supondo $R_1 \gg R_2$.

Solução Conforme sugerido pela figura, supomos que se estabeleça uma corrente i_1 na bobina maior e observamos que o campo magnético B_1 que ela cria. O valor de B_1 no centro desta bobina é obtido da Eq.

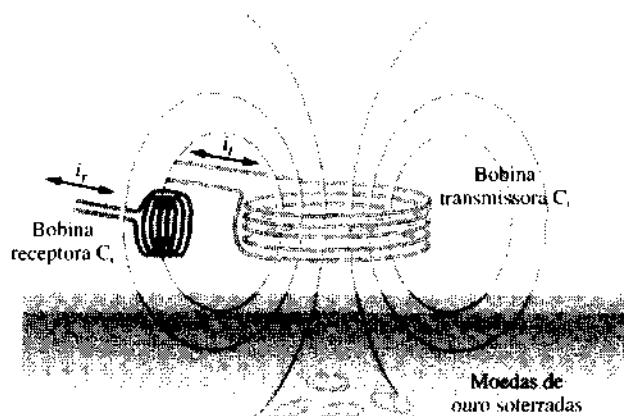


Fig. 33-10 As duas bobinas de um detector de metais. Uma corrente variando senoidalmente i , é produzida na bobina transmissora. A corrente induzida numa moeda faz com que surja uma corrente variando senoidalmente i_r , na bobina receptora.

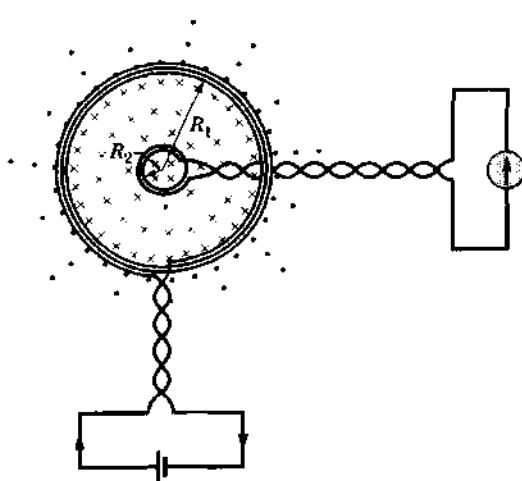


Fig. 33-11 Exemplo 33-7. Uma pequena bobina é colocada no centro de uma bobina grande. Qual é a indutância mútua do sistema?

31-24, fazendo-se $z = 0$ e multiplicando o lado direito por N_1 , dandono

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1 N_1}{2R_1}$$

Como estamos supondo $R_1 \gg R_2$, podemos considerar que B_1 é o campo magnético em todos os pontos da região delimitada pela bobina menor. O fluxo total através da bobina menor é, então,

$$N_2 \Phi_{21} = N_2 (B_1) (\pi R_2^2) = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2 i_1}{2R_1}$$

Da Eq. 33-29 obtemos

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2}{2R_1}. \quad (\text{Resposta})$$

b. Qual é o valor de M , sendo $N_1 = N_2 = 1.200$ espiras, $R_2 = 1,1$ cm e $R_1 = 15$ cm?

Solução A equação acima nos dá

$$\begin{aligned} M &= \frac{(\pi)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1.200)(1.200)(0.011 \text{ m})^2}{(2)(0.15 \text{ m})} \\ &= 2.29 \times 10^{-3} \text{ H} \approx 2.3 \text{ mH}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Consideremos a situação, se invertermos os papéis das duas bobinas na Fig. 33-11, isto é, se estabelecermos uma corrente i_2 na bobina menor e tentarmos calcular M usando a Eq. 33-29,

$$M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2}$$

O cálculo de Φ_{12} (o fluxo do campo magnético da bobina menor que atravessa a bobina maior) não é simples. Utilizando-se um computador para fazer o cálculo numérico pertinente, encontraremos que a indutância mútua vale exatamente 2,3 mH, tal qual acima! Isto enfatiza o fato de que a Eq. 33-32 ($M_{12} = M_{21} = M$) não é óbvia.

RESUMO

Indutores

Um **indutor** é um dispositivo que pode ser usado para criar um campo magnético conhecido numa determinada região. Quando uma corrente i percorre as N espiras de um indutor, um fluxo magnético concatenado $N\Phi$ atravessa o indutor. A **indutância** L do indutor é

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad (\text{definição da indutância}). \quad (33-2)$$

A unidade SI de indutância é o **henry** (H), com

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{A} \quad (33-3)$$

Indutância de um Solenóide e de um Toróide

A indutância por unidade de comprimento, na região central, de um solenóide longo, de seção transversal de área A e n espiras por unidade de comprimento, é

$$L/l = \mu_0 n^2 A \quad (\text{solenóide}) \quad (33-5)$$

A indutância de um toróide retangular (altura h , raio interno a , raio externo b e N espiras) é

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (\text{toróide}). \quad (33-7)$$

Auto-indução

Quando uma corrente i numa bobina varia com o tempo, uma fem é induzida na própria bobina. Esta fem auto-induzida é

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{fem auto-induzida}). \quad (33-11)$$

O sentido de \mathcal{E}_L é obtido da lei de Lenz: a fem auto-induzida atua num sentido tal que ela se opõe à variação que a produz.

Circuitos RL

Quando uma fem constante \mathcal{E} é introduzida num circuito de malha única contendo uma resistência R e uma indutância L , a corrente cresce até um valor de equilíbrio igual a \mathcal{E}/R , de acordo com

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{crescimento da corrente}). \quad (33-18)$$

Nesta expressão $\tau_L (= L/R)$ governa a taxa de crescimento da corrente e é chamada de **constante de tempo indutiva** do circuito. O decaimento da corrente quando a fonte de fem constante é removida é dada por

$$i = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{decaimento da corrente}). \quad (33-20)$$

Armazenamento de Energia por um Indutor

Aplicando o princípio de conservação da energia ao crescimento da corrente num circuito RL , concluímos que, quando um indutor transporta uma corrente i , uma energia dada por

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad (\text{energia magnética}) \quad (33-24)$$

é armazenada em seu campo magnético.

Energia do Campo Magnético

Aplicando a Eq. 33-24 a uma seção de um solenóide longo, concluímos que, sendo B o módulo do campo magnético em qualquer ponto, a densidade de energia armazenada nesse ponto é

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{densidade de energia magnética}) \quad (33-26)$$

Indução Mútua

Quando duas bobinas estão próximas uma da outra, uma corrente variando numa das bobinas pode induzir uma fém na outra. Este fenômeno de indução mútua é descrito por

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad e \quad (33-33)$$

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}, \quad (33-34)$$

onde M (medido em henrys) é o coeficiente de indutância mútua do conjunto das duas bobinas.

QUESTIONÁRIO

1. Explique como um fio retilíneo longo pode apresentar efeitos de auto-indução. Como fazer para detectá-los?
2. Quando o fluxo magnético que atravessa cada espira de uma bobina é o mesmo, a indutância da bobina pode ser calculada por $L = N\Phi_B/i$ (Eq. 33-2). Como poderíamos calcular L de uma bobina para a qual tal hipótese não fosse válida?
3. Mostre que as dimensões das duas expressões para L , $N\Phi_B/i$ (Eq. 33-2) e $\mathcal{E}_L/(di/dt)$ (Eq. 33-11), são as mesmas.
4. Desejamos enrolar uma bobina de modo que ela tenha resistência mas essencialmente nenhuma indutância. Como fazer isso?
5. A indutância na região central de um solenóide é a mesma, menor ou maior que a indutância por unidade de comprimento próximo de suas extremidades? Justifique sua resposta.
6. Explique por que esperamos um aumento na auto-indutância de um cabo co-axial, quando o raio do condutor externo é aumentado enquanto o raio do condutor interno permanece fixo.
7. Uma corrente constante é estabelecida numa bobina com uma constante de tempo indutiva muito grande. Quando a corrente é interrompida pela abertura de uma chave, salta entre as lâminas desta uma faísca muito intensa. Explique esse efeito. (*Observação:* A interrupção de corrente, em circuitos altamente indutivos, costuma ser muito perigosa.)
8. Suponha que se ligue uma bobina ideal (isto é, essencialmente sem resistência) a uma bateria ideal (mais uma vez, essencialmente sem resistência). Poderíamos pensar que, como não existe resistência no circuito, a corrente saltaria imediatamente para um valor muito elevado. Por outro lado, poderíamos pensar que, como a constante de tempo indutiva ($= L/R$) é muito grande, a corrente cresceria lentamente ou, então, seria nula. O que realmente acontece?
9. Num circuito RL , como o mostrado na Fig. 33-6, a fém auto-induzida poderá vir a ser maior do que a fém da bateria?
10. Num circuito RL , como o mostrado na Fig. 33-6, a corrente que percorre o resistor será sempre igual à corrente que percorre o indutor?
11. No circuito da Fig. 33-5, a fém auto-induzida é máxima no instante em que a chave é fechada no ponto a . Como isso é possível, se não existe nenhuma corrente passando no indutor neste momento?
12. A chave na Fig. 33-5, depois de permanecer fechada no ponto a por um tempo muito "longo", é, a seguir, deslocada para o ponto b . O que acontece com a energia que está armazenada no indutor?
13. Uma bobina possui uma indutância (medida) igual a L e uma resistência (medida) igual a R . Sua constante de tempo indutiva é necessariamente dada por $\tau_L = L/R$? Lembre-se de que na sua dedução (veja a Fig. 33-5) os elementos indutivo e resistivo estavam separados. Discuta.
14. A Fig. 33-7a e a Fig. 29-16b são gráficos de $V_R(t)$ para, respectivamente, um circuito RL e um circuito RC . Por que as duas curvas são diferentes? Explique cada uma delas em termos dos processos físicos que ocorrem nos circuitos pertinentes.
15. Dois solenóides, A e B , têm o mesmo diâmetro, o mesmo comprimento e contêm somente uma camada de enrolamento de cobre, com espiras adjacentes que se tocam. A espessura do isolamento é desprezível. O solenóide A contém muitas espiras de um fio fino e o solenóide B contém poucas espiras de um fio grosso. (a) Qual dos dois solenóides possui a maior auto-indutância? (b) Qual deles possui a maior constante de tempo indutiva? Justifique suas respostas.
16. Que argumento baseado na experiência com ímãs pode indicar o armazenamento de energia num campo magnético?
17. Cite todas as analogias existentes entre um capacitor de placas paralelas (relacionado com campos elétricos) e um solenóide longo (relacionado com campos magnéticos).
18. Em cada um dos processos citados abaixo existe fornecimento de energia. Parte dela é retornável (pode ser recuperada) sob a forma de energia elétrica que pode ser usada na realização de um trabalho útil ou é consumida sob outras formas. Dentre esses processos, dados a seguir, qual deles apresenta a menor porcentagem de energia elétrica retornável: (a) processo de carga de um capacitor; (b) processo de carga de uma bateria; (c) estabelecimento de uma corrente num resistor; (d) produção de um campo magnético; (e) deslocamento de um condutor num campo magnético? Explique.
19. A corrente num solenóide é invertida. Que mudanças isso causa no campo magnético B e na densidade de energia u em vários pontos ao longo do eixo do solenóide?
20. Dispositivos comerciais, como motores e geradores, que estão envolvidos na transformação de energia entre as formas elétrica e mecânica.

nica, empregam campos magnéticos e não campos eletrostáticos. Qual é a razão disto?

- 21.** Uma corrente muito grande percorre, no sentido horário, as duas bobinas mostradas na Fig. 33-12. Q é o ponto médio da bobina maior, cujas extremidades são P e S . O ponto médio R da bobina menor está inicialmente a uma distância x do ponto Q . Descreva o momento subsequente do ponto R .



Fig. 33-12 Questão 21.

- 22.** No caso de indução mútua, como mostrado na Fig. 33-9, a auto-indução também está presente? Discuta.

- 23.** Dispõe-se de duas bobinas circulares chatas idênticas com N espiras cada uma. Os centros das bobinas são mantidos a uma distância fixa um do outro. Qual deve ser a orientação relativa entre as bobinas para

que a indutância mútua M seja máxima? Para qual orientação a indutância mútua será mínima?

- 24.** Uma bobina circular de N espiras envolve um solenóide longo. A indutância mútua é maior quando a bobina está próxima do centro do solenóide ou quando ela está próxima de uma das extremidades? Justifique sua resposta.

- 25.** Um fio é enrolado num cilindro longo, da esquerda para a direita, formando uma camada com n espiras por unidade de comprimento, com uma auto-indutância igual a L_1 , conforme mostra a Fig. 33-13a. Se continuarmos a enrolar, no mesmo sentido mas voltando da direita para a esquerda, como na Fig. 33-13b, de modo a obter uma segunda camada de enrolamento, também com n espiras por unidade de comprimento, qual será, então, o valor da auto-indutância? Explique.

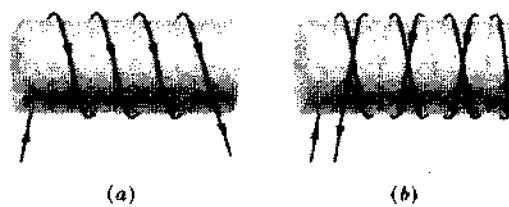


Fig. 33-13 Questão 25.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 33-2 Indutância

- 1E.** A indutância de uma bobina compacta de 400 espiras vale 8,0 mH. Calcule o fluxo magnético através da bobina quando a corrente é de 5,0 mA.

- 2E.** Uma bobina circular tem um raio de 10,0 cm e é formada por 30,0 espiras de arame muito próximas. Um campo magnético externo de 2,60 mT é perpendicular à bobina. (a) Não havendo corrente na bobina, qual é o fluxo através dela? (b) Quando a corrente na bobina é de 3,80 A, num certo sentido, o fluxo líquido através da bobina é nulo. Qual é a indutância da bobina?

- 3E.** Um solenóide é enrolado com uma única camada de fio de cobre isolado (diâmetro = 2,5 mm). Ele tem 4,0 cm de diâmetro e um comprimento de 2,0 m. (a) Quantas espiras possui o solenóide? (b) Qual é a indutância por metro de comprimento, na região central do solenóide? Suponha que as espiras adjacentes se toquem e que a espessura do isolamento seja desprezível.

- 4P.** Um solenóide longo e estreito, pode ser curvado de modo a formar um toróide. Mostre que, para um solenóide suficientemente longo e estreito, a equação que dá a indutância do toróide (Eq. 33-7) assim formado é equivalente à de um solenóide (Eq. 33-4) com um comprimento apropriado.

- 5P.** *Indutores em série.* Dois indutores L_1 e L_2 estão ligados em série e separados por uma distância grande. (a) Mostre que a resistência equivalente é dada por

$$L_{eq} = L_1 + L_2.$$

- (b) Por que a separação entre os indutores tem de ser grande para que a relação acima seja válida? (c) Qual é a generalização do item (a) para N indutores em série?

- 6P. Indutores em paralelo.** Dois indutores L_1 e L_2 estão ligados em paralelo e separados por uma distância grande. (a) Mostre que a indutância equivalente é dada por

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

- (b) Por que a separação entre os indutores tem de ser grande para que a relação acima seja válida? (c) Qual é a generalização do item (a) para N indutores em paralelo?

- 7P.** Uma tira larga de cobre (largura W) é curvada formando um tubo de raio R com duas extensões planas, como mostra a Fig. 33-14. Uma corrente i flui através da tira, distribuída uniformemente sobre sua largura. Fez-se, desse modo, um “solenóide de uma única espira”. (a) Deduza uma expressão para o módulo do campo magnético \mathbf{B} na parte tubular (longe das bordas). (Sugestão: Suponha que o campo magnético fora deste solenóide de uma única espira seja desprezível.) (b) Determine a indutância deste solenóide de uma única espira, desprezando as duas extensões planas.

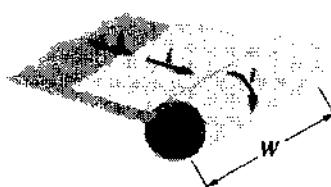


Fig. 33-14 Problema 7.

- 8P.** Dois fios longos e paralelos, cada um de raio a , cujos centros estão separados por uma distância d , são percorridos por correntes iguais em sentidos opostos. Mostre que, desprezando o fluxo dentro dos pró-

prios fios, a indutância de um comprimento l deste par de fios é dada por

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$$

Veja o Exemplo 31-3. (Sugestão: Calcule o fluxo através de um retângulo que tem os fios como lados.)

Seção 33-3 Auto-indução

9E. Num dado instante, a corrente e a fem induzida num indutor têm os sentidos indicados na Fig. 33-15. (a) A corrente está crescendo ou decrescendo? (b) A fem vale 17 V e a taxa de variação da corrente é 25 kA/s; qual é o valor da indutância?



Fig. 33-15 Exercício 9.

10E. Um indutor de 12 H transporta uma corrente constante de 2,0 A. De que modo podemos gerar uma fem auto-induzida de 60 V no indutor?

11E. Um solenóide cilíndrico longo com 100 espiras/cm tem um raio de 1,6 cm. Suponha que o campo magnético que ele produz seja paralelo ao eixo do solenóide e uniforme em seu interior. (a) Qual é a sua indutância por metro de comprimento? (b) Se a corrente variar a uma taxa de 13 A/s, qual será a fem induzida por metro?

12E. A indutância de uma bobina compacta é tal que uma fem de 3,0 mV é induzida quando a corrente varia a uma taxa de 5,0 A/s. Uma corrente constante de 8,0 A produz um fluxo magnético de 40 μ Wb através de cada espira. (a) Calcule a indutância da bobina. (b) Quantas espiras tem a bobina?

13P. A corrente i que percorre um indutor de 4,6 H varia com o tempo t , conforme é mostrado no gráfico da Fig. 33-16. A resistência do indutor vale 12 Ω . Determine a fem induzida \mathcal{E} durante os intervalos de tempo (a) de $t = 0$ até $t = 2$ ms; (b) de $t = 2$ ms até $t = 5$ ms; (c) de $t = 5$ ms até $t = 6$ ms. (Ignore o comportamento nas extremidades dos intervalos.)

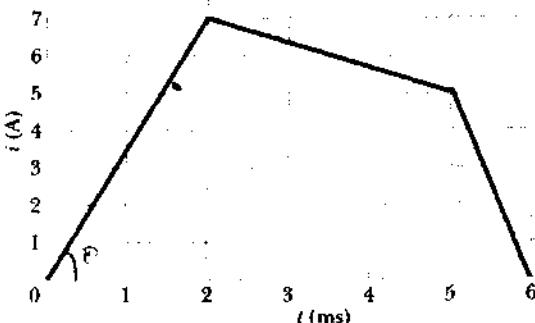


Fig. 33-16 Problema 13.

Seção 33-4 Circuitos RL

14E. A corrente num circuito RL atinge um terço de seu valor de equilíbrio em 5,00 s. Calcule a constante indutiva de tempo.

15E. Em termos de τ_L , quanto tempo devemos esperar para que a corrente num circuito RL cresça e fique a 0,100% de seu valor de equilíbrio?

16E. A corrente num circuito RL cai de 1,0 A para 10 mA no primeiro segundo após a remoção da bateria do circuito. Sendo $L = 10$ H, calcule a resistência R do circuito.

17E. Quanto tempo, após a remoção da bateria, a diferença de potencial através do resistor num circuito RL (com $L = 2,00$ H, $R = 3,00 \Omega$) decai a 10,0% de seu valor inicial?

18E. (a) Considere o circuito RL da Fig. 33-5. Em termos da fem \mathcal{E} da bateria, qual é a fem \mathcal{E}_L imediatamente após a chave ter sido fechada em a ? (b) Qual é a fem \mathcal{E}_L quando $t = 2,0 \tau_L$? (c) Em termos de τ_L em que instante a fem \mathcal{E}_L será exatamente igual à metade da fem \mathcal{E} da bateria?

19E. Um solenóide de indutância igual a 6,30 μ H está ligado em série a um resistor de 1,20 k Ω . (a) Ligando-se uma bateria de 14,0 V a esse par, quanto tempo levará para que a corrente através do resistor atinja 80,0% de seu valor final? (b) Qual é a corrente através do resistor no instante $t = 1,0 \tau_L$?

20E. O fluxo total através de uma certa bobina de 0,75 Ω de resistência vale 26 mWb, quando é percorrida por uma corrente de 5,5 A. (a) Calcular a indutância da bobina. (b) Se uma bateria de 6,0 V for subitamente ligada à bobina, quanto tempo levará para que a corrente cresça de 0 até 2,5 A?

21P. Suponha que a fem da bateria no circuito da Fig. 33-6 varie com o tempo t de tal modo que a corrente seja dada por $i(t) = 3,0 + 5,0t$, onde i é dado em ampères e t em segundos. Faça $R = 4,0 \Omega$, $L = 6,0$ H e determine uma expressão para a fem da bateria em função do tempo. (Sugestão: Aplique o teorema das malhas.)

22P. No instante $t = 0$, ligamos uma bateria em série com um indutor e um resistor. A tabela abaixo dá a diferença de potencial, em volts, através do indutor após a ligação da bateria. Determinar (a) a fem da bateria e (b) a constante de tempo do circuito.

t (ms)	V_L (V)	t (ms)	V_L (V)
1,0	18,2	5,0	5,98
2,0	13,8	6,0	4,53
3,0	10,4	7,0	3,43
4,0	7,90	8,0	2,60

23P. Uma diferença de potencial de 45,0 V é subitamente aplicada a uma bobina com $L = 50,0$ mH e $R = 180 \Omega$. Qual é a taxa de crescimento da corrente após 1,20 ms?

24P. Um núcleo toroidal de madeira, com uma seção transversal quadrada, tem um raio interno de 10 cm e um raio externo de 12 cm. Ele é enrolado com uma camada de fio (de diâmetro 1,0 mm e resistência por metro de 0,02 Ω/m). Quais são (a) a indutância do toróide assim formado e (b) a sua constante de tempo indutiva? Ignore a espessura do isolamento.

25P. Na Fig. 33-17, $\mathcal{E} = 100$ V, $R_1 = 10,0 \Omega$, $R_2 = 20,0 \Omega$, $R_3 = 30,0 \Omega$ e $L = 2,00$ H. Determine os valores de i_1 e i_2 (a) imediatamente após o fechamento da chave S; (b) muito tempo depois do fechamento de S; (c) imediatamente após S ser aberta outra vez; (d) muito tempo depois da abertura de S.

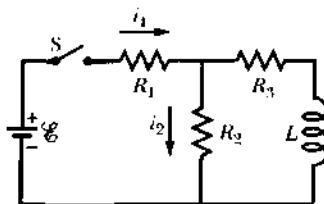


Fig. 33-17 Problema 25.

26P. No circuito mostrado na Fig. 33-18, $\mathcal{E} = 10\text{ V}$, $R_1 = 5,0\text{ }\Omega$, $R_2 = 10\text{ }\Omega$ e $L = 5,0\text{ H}$. Considere as situações: (I) a chave S acaba de ser fechada e (II) a chave S ficou fechada durante muito tempo. Calcule para estas situações: (a) a corrente i_1 através de R_1 , (b) a corrente i_2 através de R_2 , (c) a corrente i através da chave, (d) a diferença de potencial através de R_2 , (e) a diferença de potencial através de L e (f) di/dt .

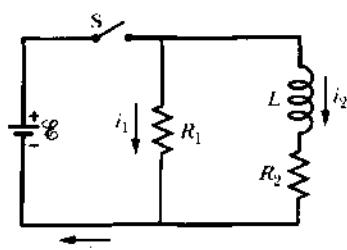


Fig. 33-18 Problema 26.

27P. Na Fig. 33-19, o componente no ramo superior é um fusível ideal de $3,0\text{ A}$. Ele possui resistência nula, desde que a corrente que o atravessa seja menor do que $3,0\text{ A}$. Quando a corrente atinge $3,0\text{ A}$, ele “queima” e, consequentemente, passa a ter resistência infinita. A chave S é fechada no instante $t = 0$. (a) Em que instante o fusível se queima? (b) Faça um gráfico da corrente i através do indutor em função do tempo. Marque o instante em que o fusível se queima.

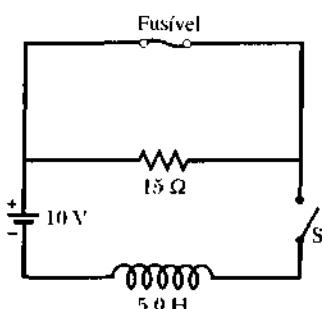


Fig. 33-19 Problema 27.

28P*. No circuito mostrado na Fig. 33-20, a chave S é fechada no instante $t = 0$. A partir desse momento, a fonte de corrente constante, através da variação de sua fem, mantém uma corrente constante i saindo de seu terminal superior. (a) Deduza uma expressão para a corrente através do indutor em função do tempo. (b) Mostre que a corrente através

do resistor é igual à corrente através do indutor no instante $t = (L/R)\ln 2$.

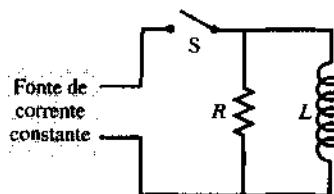


Fig. 33-20 Problema 28.

Seção 33-5 Energia Armazenada num Campo Magnético

29E. A energia armazenada num certo indutor é $25,0\text{ mJ}$ quando a corrente é $60,0\text{ mA}$. (a) Calcular a indutância. (b) Que corrente é necessária para a energia magnética armazenada ser quatro vezes maior?

30E. Considere o circuito da Fig. 33-6. Em tempos da constante de tempo, em que instante após a ligação da bateria, a energia armazenada no campo magnético do indutor terá metade do seu valor no estado de equilíbrio?

31E. Uma bobina com uma indutância de $2,0\text{ H}$ e uma resistência de $10\text{ }\Omega$ é subitamente ligada a uma bateria de resistência desprezível com $\mathcal{E} = 100\text{ V}$. (a) Qual será a corrente de equilíbrio? (b) Que quantidade de energia estará armazenada no campo magnético quando essa corrente for atingida?

32E. Uma bobina com uma indutância de $2,0\text{ H}$ e uma resistência de $10\text{ }\Omega$ é subitamente ligada a uma bateria de resistência desprezível com $\mathcal{E} = 100\text{ V}$. Após $0,10\text{ s}$ de a ligação ter sido feita, quais são as taxas com que (a) a energia está sendo armazenada no campo magnético, (b) a energia térmica está aparecendo e (c) a energia está sendo fornecida pela bateria?

33P. Suponha que a constante de tempo indutiva para o circuito da Fig. 33-6 seja de $37,0\text{ ms}$ e que a corrente no circuito seja zero no instante $t = 0$. Em que instante a taxa de dissipação de energia no resistor é igual à taxa com que a energia está sendo armazenada no indutor?

34P. Uma bobina está ligada em série com um resistor de $10,0\text{-k}\Omega$. Quando uma bateria de $50,0\text{ V}$ é ligada ao circuito, a corrente atinge o valor de $2,00\text{ mA}$ após $5,00\text{ ms}$. (a) Determine a indutância da bobina. (b) Que quantidade de energia está armazenada na bobina neste momento?

35P. Para o circuito da Fig. 33-6, suponha que $\mathcal{E} = 10,0\text{ V}$, $R = 6,70\text{ }\Omega$ e $L = 5,50\text{ H}$. A bateria é ligada no instante $t = 0$. (a) Que quantidade de energia é fornecida pela bateria durante os dois primeiros segundos? (b) Que parte dessa energia está armazenada no campo magnético do indutor? (c) Que parte desta energia foi dissipada no resistor?

36P. Um solenóide, com comprimento de 80 cm e raio de $5,00\text{ cm}$, consiste em 3.000 espiras distribuídas uniformemente ao longo de seu comprimento. Sua resistência total é de $10,0\text{ }\Omega$. Decorridos $5,00\text{ ms}$ da ligação deste solenóide a uma bateria de $12,0\text{ V}$, (a) que quantidade de energia está armazenada em seu campo magnético e (b) que quantidade de energia foi fornecida pela bateria até esse instante? (Despreze os efeitos das extremidades.)

37P. Prove que, quando a chave S da Fig. 33-5 é girada da posição *a* para a posição *b*, toda a energia armazenada no indutor aparece como energia térmica no resistor.

Seção 33-6 Densidade de Energia de um Campo Magnético

38E. Um solenóide tem um comprimento de 85,0 cm e seção transversal de área igual a 17,0 cm². Existem 950 espiras de fio transportando uma corrente de 6,60 A. (a) Calcule a densidade de energia do campo magnético no interior do solenóide. (b) Determine, nessa região, a energia total armazenada no campo magnético. (Despreze os efeitos das extremidades.)

39E. Um indutor toroidal de 90,0 mH delimita um volume de 0,0200 m³. Sabendo-se que a densidade média de energia no toróide é de 70,0 J/m³, qual é a corrente?

40E. Qual deve ser o módulo de um campo elétrico uniforme para que tenha a mesma densidade de energia de um campo magnético de 0,50 T?

41E. O campo magnético no espaço interestelar de nossa galáxia tem um módulo de aproximadamente 10⁻¹⁰ T. Que quantidade de energia é armazenada, neste campo, num cubo de 10 anos-luz de aresta? (Para comparação, note que a estrela mais próxima está distante 4,3 anos-luz e que o raio de nossa galáxia é aproximadamente 8 × 10⁴ anos-luz.)

42E. Use o resultado do Exemplo 33-5 para obter uma expressão para a indutância de um comprimento l do cabo co-axial.

43E. Uma espira circular de 50 mm de raio transporta uma corrente de 100 A. (a) Determine a intensidade do campo magnético no centro da espira. (b) Calcule a densidade de energia no centro da espira.

44P. (a) Determine uma expressão para a densidade de energia em função da distância radial para o toróide do Exemplo 33-1. (b) Integrando a densidade de energia por todo o volume do toróide, calcule a energia total armazenada no campo do toróide; suponha $i = 0,500$ A. (c) Usando a Eq. 33-24, calcule a energia armazenada no toróide diretamente da indutância e compare o resultado com o do item (b).

45P. Um determinado comprimento de fio de cobre transporta uma corrente de 10 A uniformemente distribuída. Calcular (a) a densidade de energia do campo magnético e (b) a densidade de energia do campo elétrico na superfície do fio. O diâmetro do fio é 2,5 mm e sua resistência por unidade de comprimento é de 3,3 Ω/km.

46P. (a) Qual é a densidade de energia do campo magnético da Terra cujo módulo vale 50 μT? (b) Supondo que tal campo seja relativamente constante ao longo de uma distância pequena, quando comparada com o raio da Terra e, desprezando as variações próximas dos pólos magnéticos, quanta energia seria armazenada entre a superfície da Terra e uma casca esférica 16 km acima da superfície?

Seção 33-7 Indução Mútua

47E. Duas bobinas estão em posições fixas. Quando na bobina 1 não há corrente e na bobina 2 existe uma corrente que cresce numa taxa constante de 15,0 A/s, a fem na bobina 1 vale 25,0 mV. (a) Qual é indutância mútua destas bobinas? (b) Quando não há corrente na bobina 2 e a bobina 1 é percorrida por uma corrente de 3,60 A, qual é o fluxo através da bobina 2?

48E. A bobina 1 tem $L_1 = 25$ mH e $N_1 = 100$ espiras. A bobina 2 tem $L_2 = 40$ mH e $N_2 = 200$ espiras. As bobinas são mantidas em posições fixas e o coeficiente de indução mútua para elas vale $M = 3,0$ mH. A corrente na bobina 1 está crescendo na taxa de 4,0 A/s e num certo instante vale 6,0 mA. Neste instante, (a) qual é o fluxo Φ_{12} através da bobina 1 e qual é a fem auto-induzida nesta bobina? (b) qual é o fluxo Φ_{21} através da bobina 2 e qual é a fem nela induzida mutuamente?

49P. Duas bobinas estão ligadas conforme mostra a Fig. 33-21. Suas indutâncias valem L_1 e L_2 . O coeficiente de indutância mútua é M . (a) Mostre que a combinação pode ser substituída por uma única bobina de indutância equivalente dada por

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M.$$

(b) Como as bobinas da Fig. 33-21 deveriam ser ligadas para que a indutância equivalente fosse dada por

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M?$$

(Este problema é uma extensão do Problema 5, tendo sido eliminada a exigência de que a distância entre as bobinas deveria ser muito grande.)

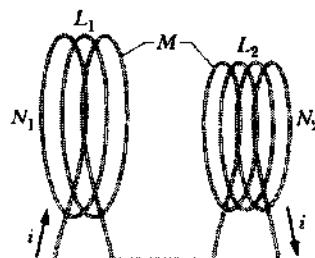


Fig. 33-21 Problema 49.

50P. Uma bobina C, com N espiras, é colocada em volta de um solenóide longo S, de raio R e n espiras por unidade de comprimento, como mostra a Fig. 33-22. Mostre que o coeficiente de indutância mútua para a combinação bobina-solenóide é dado por

$$M = \mu_0 \pi R^2 n N$$

Explique por que M não depende da forma, do tamanho ou da possível falta de um enrolamento compacto da bobina.

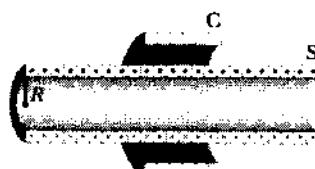


Fig. 33-22 Problema 50.

51P. Uma bobina com N_1 espiras é enrolada em torno de um toróide com N_2 espiras, como mostra a Fig. 33-23. O raio interno do toróide é a , seu raio externo é b e sua altura é h . Mostre que o coeficiente de indutância mútua M para a combinação toróide-bobina é

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

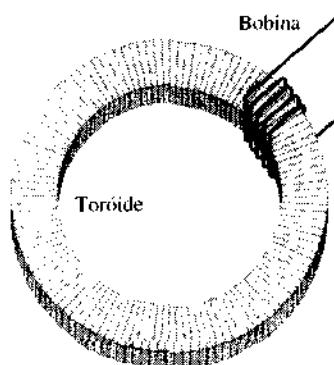


Fig. 33-23 Problema 51.

52P. A Fig. 33-24 mostra, em seção transversal, dois solenóides coaxiais. Mostre que o coeficiente de indutância mútua M para um comprimento l desta combinação solenóide-solenóide é dado por

$$M = \pi R_1^2 l \mu_0 n_1 n_2,$$

Onde n_1 e n_2 são os respectivos números de espiras por unidade de comprimento e R_1 é o raio do solenóide interno. Por que M depende de R_1 e não de R_2 ?

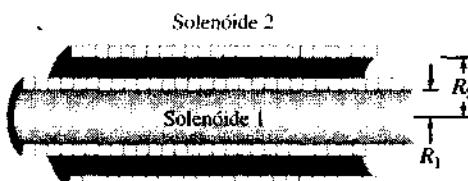


Fig. 33-24 Problema 52.

53P. Uma bobina retangular com N espiras estreitamente espaçadas está localizada nas proximidades de um fio retílineo longo como mostra a Fig. 33-25. (a) Qual é o coeficiente da indutância mútua M desse sistema? (b) Calcular M para $N = 100$, $a = 1.0$ cm, $b = 8.0$ cm e $l = 30$ cm.

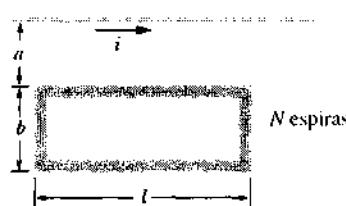


Fig. 33-25 Problema 53.

PROBLEMAS ADICIONAIS

54. O circuito 1 na Fig. 33-26 consiste em um amperímetro em série com uma bateria e uma bobina 1. O circuito 2 consiste na bobina 2 e num galvanômetro balístico de resistência R ; o galvanômetro pode medir a carga que se move através dele. Quando a chave S está fechada, a leitura da corrente de equilíbrio no amperímetro é i_1 . A carga total que passa através do galvanômetro durante o tempo que a corrente no circuito 2 atinge o equilíbrio é Q . Determine a indutância mútua M entre as bobinas 1 e 2.

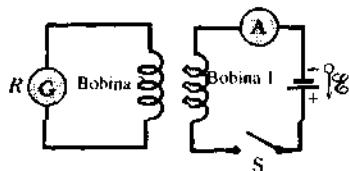


Fig. 33-26 Problema 54.

55. Dois solenóides fazem parte do indutor de fâscias de um automóvel. Quando a corrente num dos solenóides cai de 6.0 A até zero em 2,5 ms, uma fêm de 30 kV é induzida no outro solenóide. Qual é a indutância mútua M entre os solenóides?

56. Na Fig. 33-27, um fio retílineo longo se encontra no mesmo plano que um triângulo equilátero formado com um fio de comprimento $3S$. O fio longo é paralelo a um lado do triângulo e está a uma distância d do vértice mais próximo. Qual é a indutância mútua M do fio e do triângulo?

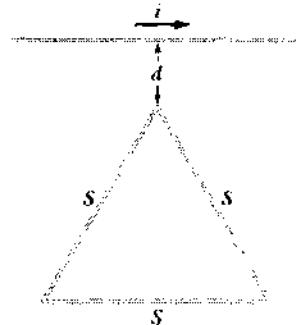


Fig. 33-27 Problema 56.

57. A chave S na Fig. 33-28 é fechada no instante $t < 0$ e é aberta no instante $t = 0$. Quando a corrente i_1 através de L_1 e R_1 e a corrente i_2 através de L_2 e R_2 atingirão pela primeira vez, valores iguais, e qual é este valor comum?

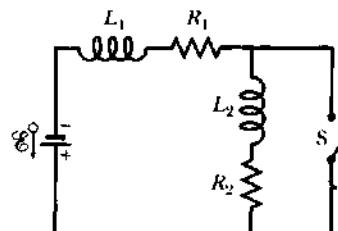


Fig. 33-28 Problema 57.

Vôo Magnético

THOMAS D. ROSSING
NORTHERN ILLINOIS UNIVERSITY

Os atrasos no tráfego aéreo são dispendiosos não só para as companhias de aviação, como também para os passageiros. O Aeroporto Internacional O'Hare, em Chicago, por exemplo, apresenta mais de 12 milhões de horas de atraso por ano — o equivalente a 1.400 pessoas ociosas, 24 horas por dia, durante todo ano.¹ A expansão dos aeroportos ou a construção de novos aeroportos próximos às principais cidades provoca todos os tipos de problemas, da mesma dimensão que o problema de segurança no espaço aéreo superlotado. Não há dúvida de que um sistema de transporte terrestre de alta velocidade se tornará necessário num futuro próximo.

Os trens de alta velocidade na França, no Japão e na Alemanha que operam com velocidades superiores a 300 km/h, estão, provavelmente, próximos do limite prático para veículos convencionais com rodas. Veículos de altas velocidades dotados de almofadas de ar não se têm mostrado tão promissores quanto se esperava. Parece que o futuro do transporte terrestre de alta velocidade está nos veículos magneticamente levitados (maglev) que "voam" bem acima de uma guia condutora.

Embora sob muitos aspectos os veículos maglev tenham a aparência de trens, seus projetos estão mais relacionados com os de aviões. Considerações devem ser feitas sobre a força de sustentação, a de arrasto, a de condução e várias instabilidades relacionadas com a altura, o rolemento e a guinada. O sistema de propulsão tem de operar sem contato mecânico com a guia. Existe, ainda, um tipo de sistema que usa "rodas de pouso" retráteis para sustentar o veículo a baixas velocidades.

Com a tecnologia atual, parece possível construir um sistema maglev que opere a 500 km/h. Tal sistema substituiria vôos curtos (100-600 mi) que entram e saem de grandes aeroportos. Os veículos maglev poderiam ser usados para ligar as principais cidades com grandes aeroportos internacionais localizados longe das áreas de congestionamento urbano. Um sistema nacional maglev aliviaria muito o congestionamento nas rodovias interestaduais, especialmente nas áreas de tráfego intenso próximas aos grandes centros.

As possibilidades de economia em energia num sistema de transporte *maglev* são substanciais. Aproximadamente metade de todos os vôos do aeroporto O'Hare de Chicago, por exemplo, cobrem distâncias inferiores a 500 mi.¹ Tais vôos tendem a ser ineficientes porque grande parte do tempo é gasta em manobras do avião na pista, subindo e descendo, e aviões a jato operam mais eficientemente a grandes altitudes. Os trens maglev, por outro lado, poderiam levar os passageiros aos seus destinos, a curtas distâncias, num tempo total menor, gastando muito menos energia.

LEITURA SUPLEMENTAR 9



Thomas D. Rossing é professor de física na Northern Illinois University. Recebeu o B.A. pelo Luther College e o Ph.D. pela Iowa State University. É autor de mais de 200 publicações, incluindo 10 livros, 8 patentes americanas e 11 patentes estrangeiras, principalmente nas áreas da acústica, do magnetismo e do ensino da física. Tem feito pesquisas e ensinado na Inglaterra, na Alemanha, na Suécia, na Austrália, na China e na Holanda, como também, em várias universidades e laboratórios nos Estados Unidos. Ele é membro da Acoustical Society of America e foi presidente da American Association of Physics Teachers em 1991.

Levitação Magnética: Sistema Eletromagnético (Atração) e Sistema Eletrodinâmico (Repulsão)

O vôo magnético pode fazer uso não só de forças atrativas mas também de forças repulsivas (ou de uma combinação delas) para fazer levitar o veículo. Os sistemas eletromagnéticos (EMS) dependem das forças atrativas entre eletroímãs e uma guia de material ferromagnético (aço), como mostrado na Fig. 1a. Como a força de atração aumenta com o decréscimo da distância, tais sistemas são inherentemente instáveis e as correntes magnéticas devem ser cuidadosamente controladas para manter a altura de suspensão desejada. Além disso, o espaçamento ímã-guia deve ser pequeno (no máximo de alguns centímetros). Por outro lado, é possível manter a suspensão magnética mesmo que o veículo esteja parado, o que não ocorre com os sistemas eletrodinâmicos (EDS) (força repulsiva). No sistema da Fig. 2, um conjunto separado de eletroímãs (não-mostrado) fornece uma força de condução horizontal, mas os ímãs para levitação sob a ação do campo magnético móvel criado pela guia, fornece a força de propulsão. O veículo Transrapid TR-07, alemão, está destinado a transportar 200 passageiros numa velocidade máxima de 500 km/h. A altura de levitação é de 8 mm e o consumo de potência é estimado em 43 MW para a velocidade de 400 km/h.

Os sistemas eletrodinâmicos dependem de forças repulsivas entre ímãs móveis e as cor-

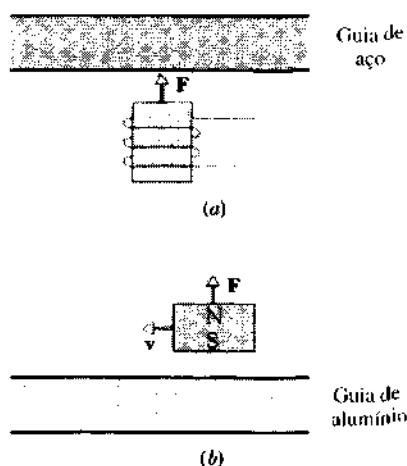


Fig. 1 (a) Levitação eletromagnética. Um eletroímã está suspenso abaixo de uma guia ferromagnética sob ação de forças atrativas. (b) Levitação eletrodinâmica. Um ímã em movimento é levitado acima de uma guia condutora sob ação de forças repulsivas.

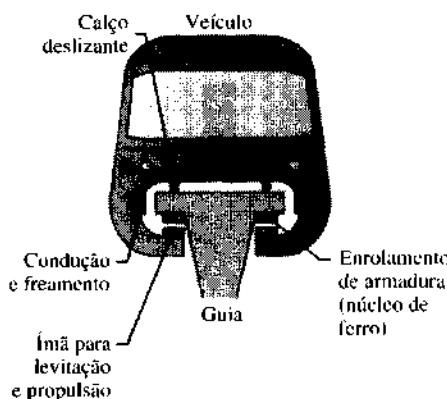


Fig. 2 Diagrama esquemático do sistema maglev Transrapid (Alemanha).

rentes de Foucault que eles induzem numa guia condutora (alumínio), como mostra a Fig. 1b, ou em espiras condutoras. A força de levitação repulsiva é inherentemente estável a distância e alturas de levitação comparativamente grandes (20-30 cm) são atingíveis usando ímãs supercondutores. A guia condutora pode ser uma lâmina horizontal plana (Fig. 3a), um condutor dividido em duas partes em forma de L (Fig. 3b), um conjunto de bobinas de curto-círcuito abaixo dos ímãs (Fig. 3c) ou um conjunto de bobinas nas paredes laterais (Fig. 3d). O sistema maglev de alta velocidade proposto pelos japoneses usa bobinas interligadas formando um número 8 ("fluxo nulo") nas paredes laterais. Esse arranjo de fluxo nulo tende a reduzir a força de arrasto em razão das correntes de Foucault e, assim, a potência de propulsão necessária é menor.

Uma História Sucinta

Em 1907, um estudante chamado Robert Goddard, posteriormente conhecido como o Pai da Moderna Balística de Foguetes publicou um conto no qual muitas das características de um sistema de transporte maglev foram descritas.² Em 1912, um engenheiro francês chamado Emile Bachelet propôs um veículo levitado magnéticamente para fazer entregas de correspondências.³ Este veículo seria levitado por electroímãs, enrolados com fio de cobre, em movimento sobre um par de tiras de alumínio. Entretanto, por causa do grande consumo de

energia, a proposta de Bachelet não foi levada a sério, e a idéia foi esquecida por mais ou menos meio século.

Em 1963, J. R. Powell, um físico do Brookhaven National Laboratory, sugeriu o uso de ímãs supercondutores para levitar um trem sobre uma guia supercondutora.⁴ Mais tarde, Powell e seu colega Gordon Danby propuseram um sistema, menos dispendioso, que usava uma guia condutora na temperatura ambiente e conceberam uma nova idéia de um sistema de suspensão de "fluxo-nulo" que minimizaria o arrasto magnético.⁵

Durante a década de 1970, os sistemas maglev tornaram-se o objeto de consideráveis estudos em vários países. Veículos experimentais maglev foram construídos e testados em locais como o Stanford Research Institute⁶ e o M.I.T.⁷ Grupos de pesquisa no Ford Motor Company Scientific Laboratories, na Universidade de Warwick na Inglaterra e várias universidades no Canadá estudaram cuidadosamente a levitação e a propulsão magnéticas.

A pesquisa na Alemanha, que começou em 1970, voltou-se inicialmente para os sistemas eletromagnéticos com o uso de forças atrativas e aos sistemas eletrodinâmicos por meio do uso de forças repulsivas. Atualmente, porém, somente sistemas eletromagnéticos têm sido seriamente considerados. No Japão, trabalhos de pesquisa e desenvolvimento sobre sistemas eletromagnéticos (atrativos) e sistemas eletrodinâmicos (repulsivos) têm prosseguido paralelamente aos programas dos grupos da Japan Air Lines e da Japan Rail, respectivamente.⁸

Embora quase todo o patrocínio para a pesquisa maglev nos Estados Unidos tenha acabado por volta de 1975, a pesquisa e o desenvolvimento têm continuado no Japão e na Alemanha, e veículos maglev têm sido testados nesses dois países. Existem planos para a construção de um sistema, baseado na tecnologia eletromagnética (Transrapid) alemã, em Orlando, na Flórida, que será o primeiro sistema maglev público nos Estados Unidos.

Forças de Sustentação e Arrasto sobre um Ímã em Movimento

Quando um ímã se move sobre um condutor, induz nele correntes de Foucault. De acordo com a lei de Lenz, tais correntes fluem num sentido que se opõe à variação do campo magnético por causa do movimento do ímã. Tal fato

implica que o campo magnético das correntes de Foucault não só repeliria o ímã em movimento como também se oponha ao seu movimento. Assim, a força que atua num ímã em movimento sobre um plano condutor pode ser decomposta em dois componentes: uma força de sustentação perpendicular ao plano e uma força de arrasto oposta ao sentido do movimento.

Para baixas velocidades, a força de arrasto é muito maior do que a força de sustentação. Um disco de NeFeB (um material magnético permanente de considerável intensidade) deslizará muito lentamente sobre uma placa de alumínio, mesmo que a placa esteja inclinada de um ângulo grande, por causa da intensa força de arrasto em razão das correntes de Foucault. Numa outra demonstração simples do arrasto magnético, um ímã em forma de disco cai lentamente através de um tubo de alumínio ou de cobre. A força de arrasto nos dois casos é proporcional à velocidade escalar do ímã e ao quadrado do campo magnético e o ímã alcança rapidamente sua velocidade terminal.

Como mostra a Fig. 4, a força de arrasto sobre um ímã em movimento, para baixas velocidades, cresce proporcionalmente à velocidade escalar v , alcançando um máximo (conhecido como pico de arrasto) e, a seguir, decresce com $1/\sqrt{v}$. A força de sustentação, por outro lado, cresce em v^2 e, rapidamente, com o aumento da velocidade escalar, ultrapassa a força de arrasto. Para uma velocidade escalar elevada, a força de sustentação se aproxima assintoticamente de um valor que é igual ao da força de repulsão graças à sua "imagem" no plano condutor (isto é, devido a um ímã idêntico situado a uma mesma distância abaixo do condutor).⁹

A força de sustentação magnética pode ser demonstrada com o uso de um ímã de NeFeB, em forma de disco, sobre uma plataforma giratória de alumínio. Uma plataforma giratória de 30 cm de diâmetro, girada por um motor a 1.725 rpm, fornece velocidades escalares acima de 75 cm/s, que são adequadas para fazer levitar um ímã a uma altura de 8 mm ou mais.¹⁰

Qualitativamente, tais forças podem ser compreendidas considerando a difusão do fluxo magnético para o condutor. Quando um ímã se move sobre um condutor, o campo tenta difundir-se para ele. Se o campo estiver se movendo muito rapidamente, não penetrará muito longe no condutor e a compressão do fluxo

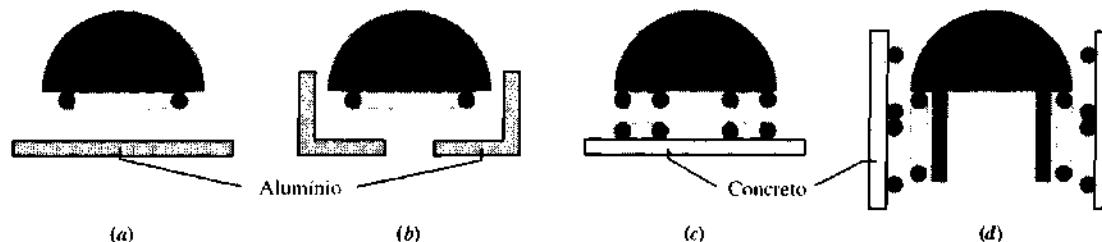


Fig. 3 Várias configurações de guia para levitação usando forças repulsivas: (a) uma lâmina condutora plana; (b) um condutor dividido em duas partes em forma de L; (c) bobinas de curto-círcuito abaixo dos ímãs e (d) um conjunto de bobinas de curto-círcuito nas paredes laterais.

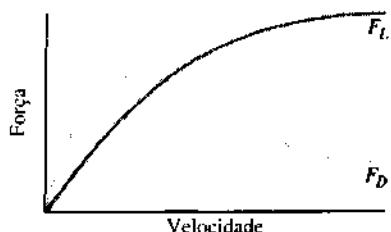


Fig. 4 Dependência com a velocidade da força de sustentação F_L e da força de arrastamento F_D .

entre o ímã e ele originará uma força de sustentação. O fluxo que penetra no condutor é levado de rasto pelo ímã em movimento e a força necessária para isso é igual à de arrasto.

Para velocidades escalares elevadas, uma quantidade menor de fluxo magnético penetra no condutor. A força de sustentação resultante da compressão do fluxo se aproxima de um limite assintótico e a força de arrasto cai a zero.

No projeto de um sistema maglev, a "razão sustentação-arrasto", proporcional à velocidade escalar e também à condutividade da guia sobre a qual o sistema se move, é de considerável importância. Num avião, as forças de sustentação e de arrasto são proporcionais a v^2 , de modo que a razão sustentação-arrasto é praticamente independente da velocidade escalar. Num veículo maglev, por outro lado, a razão sustentação-arrasto aumenta com a velocidade escalar, alcançando um valor em torno de 50 até 300 km/h. Para 500 km/h, a força de arrasto aerodinâmica será substancialmente maior do que a força de arrasto magnética (mesmo para um perfil aerodinâmico).

Propulsão

Uma vez que os veículos maglev não têm rodas de tração, um outro tipo de propulsão tem de ser empregado. Algum tipo de motor de

avião (a jato ou turbo-propulsor) constitui uma possibilidade, mas seu uso, no nível do solo, traria uma série de transtornos tais como barulho, calor e exaustão de gases. Uma opção mais adequada seria um sistema de propulsão magnética, de preferência, um motor sincrônico linear.

Um motor sincrônico linear usa um conjunto de bobinas na guia para produzir um campo magnético móvel que atue sobre ímãs presos ao veículo. (Semelhante, em princípio, ao campo magnético rotativo num motor de relógio síncrono ou num fonógrafo de alta qualidade.) Os ímãs do veículo, sobre prancha, seriam as mesmas bobinas supercondutoras usadas para a levitação ou para a condução do veículo.

No Futuro: Vôo Magnético Subterrâneo

Embora a primeira geração de trens maglev venham a operar a poucos metros acima do solo, o vôo magnético em túneis parcialmente evacuados abaixo do solo oferecem muitas vantagens, não só sobre aviões, mas também sobre os veículos, de superfície, de altas velocidades. A vantagem mais notável é a grande economia em potência de propulsão graças à redução do arrasto aerodinâmico. O arrasto magnético, como sabemos, decresce com a velocidade escalar, enquanto o arrasto aerodinâmico aumenta. A outra grande vantagem do vôo magnético subterrâneo diz respeito ao meio ambiente. Imagine um sistema de transporte de alta velocidade que não precise de uma via preferencial para a passagem e não produza nenhum barulho e nenhuma poluição!

Os veículos maglev subterrâneos seriam propelidos por forças magnéticas ou por pressão do ar. Esta última seria obtida se existisse um pouco de ar dentro do túnel, imediatamente atrás do veículo. Entretanto, a propulsão magnética teria, provavelmente, preferência.

Na edição anterior deste livro, um experimentador imaginou um veículo "flutuador" que viajaria a 1.000 m/s num túnel evacuado.¹⁰ Numa viagem de 1.500 km (de New York até Orlando), com duração de 30 min, seria preciso uma energia propulsora de 3×10^7 joules por passageiro, aproximadamente a energia liberada na queima de 1 litro de gasolina.

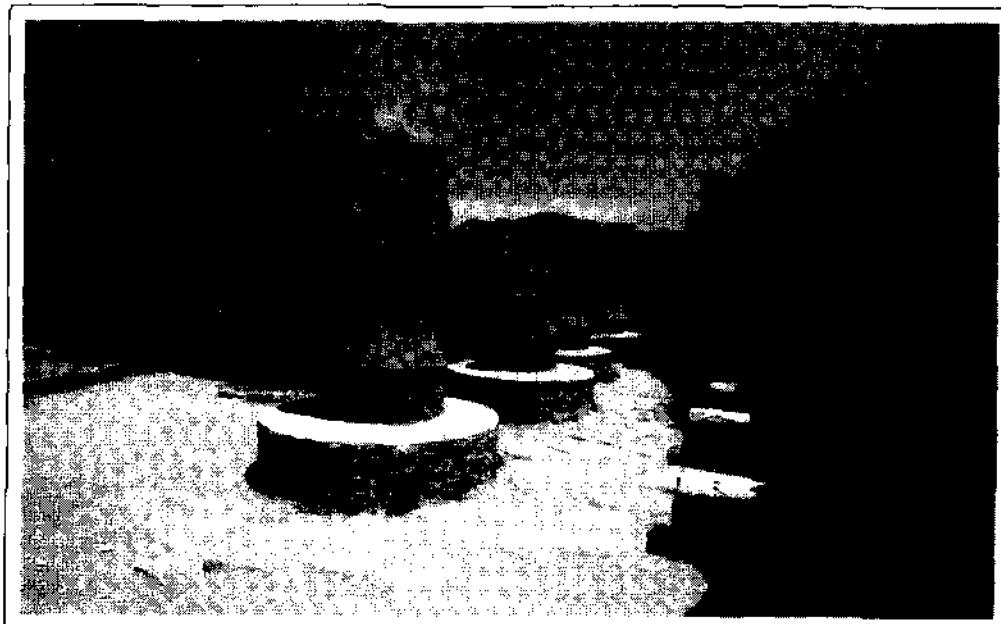
Atualmente, o custo da construção de um túnel de 1.500 km seria proibitivo, tanto em dinheiro como em consumo de energia. O vôo magnético subterrâneo no próximo século irá depender dos avanços na tecnologia da construção de túneis.

Referências

1. L. R. Johnson, D. M. Rote, J. R. Hull, H. T. Coffey, J. G. Daley, and R. F. Giese, *Maglev Vehicles and Superconducting Technology: Integration of High-Speed Ground Transportation into the Air Travel System* (Report ANL/CNSU-67, Argonne National Laboratory, 1989).
2. A. Bronwell, "Goddard and Maglev," *IEEE Spectrum* **17** (2), 18 (Feb. 1980).
3. E. Bachelet, "Foucault and Eddy Currents Put to Service," *The Engineer* 420 (18 Oct. 1912).
4. J. R. Powell, "The Magnetic Road: A New Form of Transport," ASME Railroad Conference, April 23-25, 1963, Paper 63-RR-4.
5. J. R. Powell and G. R. Danby, "A 300-mph Magnetically Suspendend Train," *Mechanical Engineering* **89**, 30-35 (1967).
6. H. T. Coffey, F. Chilton, and L. O. Hoppie, "Magnetic Levitation for Tomorrow's Transportation," *Advances in Cryogenic Technology* **4**, 275-298 (1971).
7. H. H. Kolm and R. D. Thornton, "Electromagnetic Flight," *Scientific American* **229**(4), 17-26 (1973).
8. Y. Kyotani, "Development of Superconducting Levitated Trains in Japan," *Cryogenics* **15**, 372-376 (1975).
9. T. D. Rossing and J. R. Hull, "Magnetic Levitation," *The Physics Teacher* **29**, 552-562 (1991).
10. G. K. O'Neill, "Magnetic Flight," in *Fundamentals of Physics*, 3rd ed., by D. Halliday and R. Resnick, Wiley, New York, 1988.

O MAGNETISMO E A MATÉRIA

34



A direção do campo magnético da Terra não é fixa, variando de modo gradual. Um método que nos permite determinar a direção do campo, numa época qualquer do passado, consiste em examinar a parede de argila de uma fornalha que tenha sido usada para cozer tijolos durante aquela época. De que modo (e por quê) a argila de uma fornalha registra o campo magnético da Terra?

34-1 Ímãs

Hoje em dia, os ímãs mais familiares são certamente aqueles pequenos objetos decorativos que servem para prender recados em portas de geladeiras. Entretanto, os ímãs desempenham um papel muito mais importante em nossa vida cotidiana. Retringindo-nos somente a aplicações domésticas, encontramos ímãs ou materiais magnéticos nos motores de nossos aparelhos elétricos; nas TVs e nos video-cassetes; nas campainhas e nos termostatos; nos relés, nos limitadores de corrente e nos medidores de corrente; nos interfones, nos fones de ouvido estéreo, nos discos mag-

néticos flexíveis e nas bombas de aquários. Ímãs ou materiais magnéticos são encontrados na tinta de alguns cheques especiais e em cada cédula de dólar; nas secretárias eletrônicas, telefones, fitas de gravadores, cartões de crédito, audiocassetes, portas de armários e jogos de xadrez portáteis. Além das aplicações domésticas, os ímãs e materiais magnéticos têm milhares de aplicações na indústria e na pesquisa científica.

Começamos nosso estudo de materiais magnéticos examinando a Fig. 34-1, que mostra uma certa quantidade de limalha de ferro espalhada sobre uma chapa transparente, embaixo da qual existe uma pequena barra imantada. A

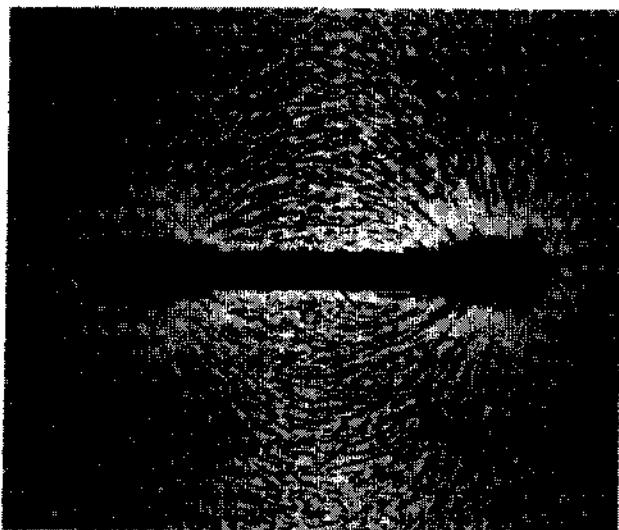


Fig. 34-1 Uma barra imantada é um dipolo magnético. A limalha de ferro sugere as linhas de campo magnético.

configuração da limalha de ferro sugere que o ímã tem dois pólos, análogos às cargas positiva e negativa de um dipolo elétrico, sendo que por um deles saem do ímã e pelo outro entram no ímã as linhas de campo magnético. Convencionalmente, denominamos os pólos magnéticos de *norte* e *sul*. O pôlo norte é de onde as linhas de campo magnético emergem do ímã para o espaço circunjacente; estas linhas reentram no ímã pelo seu pôlo sul.

Todas as tentativas para isolar tais pólos falharam. Quebrando-se o ímã, como na Fig. 34-2, ficamos com ímãs menores, cada um com seus pólos norte e sul. Podemos estender sua fragmentação aos seus átomos e elétrons constituintes e, ainda assim, não conseguiremos encontrar coisa alguma que possamos identificar como um pôlo magnético isolado ou um *monopólo magnético*, como costumamos chamá-lo. Devemos concluir o seguinte:

A estrutura magnética mais simples que existe na natureza é o dipolo magnético. Não existem monopólos magnéticos, isto é, não existem estruturas magnéticas análogas a cargas elétricas isoladas.

Na natureza, o dipolo magnético fundamental — o único responsável pelas propriedades magnéticas da matéria — está associado ao elétron.



Fig. 34-2 Quebrando-se um ímã, cada fragmento se torna um novo ímã, cada um com seu respectivo pôlo norte e pôlo sul.

34-2 O Magnetismo e o Elétron

Os elétrons podem produzir magnetismo de três modos.

1. O Magnetismo de Cargas em Movimento. Elétrons se movendo no vácuo ou no interior de um fio condutor — assim como outras partículas carregadas em movimento — criam um campo magnético externo. Já estudamos os campos produzidos desse modo em capítulos anteriores e não voltaremos mais a discutir tal aspecto do magnetismo.

2. O Magnetismo e o Spin. Um elétron isolado pode ser considerado classicamente como uma minúscula carga negativa girando, com um *momento angular intrínseco* ou *spin*, S . Associado a ele existe o *momento magnético do spin*, μ_s . O módulo do momento angular do spin, como predito pela teoria quântica e, de acordo com as medidas realizadas em laboratório, é

$$S = \frac{\hbar}{4\pi} = 5.2729 \times 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Nesta expressão, \hbar é a constante de Planck, a principal constante da física quântica.

Para medirmos o momento magnético de átomos e elétrons, é mais conveniente adotarmos uma unidade não-SI. Esta unidade é chamada **magneton de Bohr** (símbolo μ_B) e é definida em termos de três constantes fundamentais da natureza como

$$1 \mu_B = \frac{e\hbar}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

(o magneton de Bohr) (34-1)

onde e é a carga elementar e m é a massa do elétron. Expresso nestas unidades, o módulo do momento magnético do spin do elétron é*

$$\mu_s = 1 \mu_B. \quad (34-2)$$

A Fig. 34-3 mostra as linhas de campo elétrico e as linhas de campo magnético associadas a um elétron isolado. As linhas de campo elétrico apontam radialmente para dentro, como era de se esperar, para uma partícula de carga negativa. Entretanto, as linhas do campo magnético são as de um dipolo magnético. Note que o sentido do vetor momento magnético do spin do elétron (denotado por μ_s) é oposto ao do vetor momento angular do spin (denotado por S). Isto é exatamente o que esperaríamos classicamente — como pode ser verificado — para uma carga negativa em

*A teoria quântica do elétron (chamada de *eletrodinâmica quântica* ou QED) prediz que o valor 1 na Eq. 34-2 deveria ser substituído por 1.001 159 652 193. Esta predição notável tem sido verificada por experiências igualmente notáveis. Contudo, para os nossos objetivos, o valor 1 é bastante satisfatório.

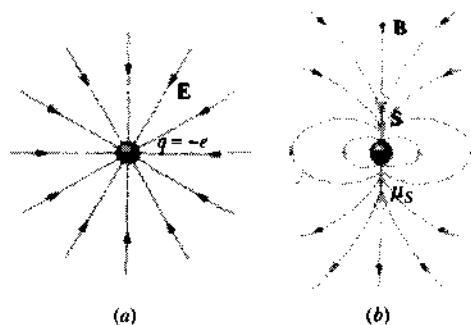


Fig. 34-3 As linhas (a) do campo elétrico e (b) do campo magnético para um elétron isolado.

rotação. A Tabela 34-1 resume as propriedades de um elétron livre.

Assim como um elétron, um próton pode ser visto clasicamente como uma minúscula carga em rotação com os associados momento angular do spin e momento magnético do spin. Visto que a carga é positiva, os dois vetores apontam no mesmo sentido. Como a massa do próton é muito maior do que a massa do elétron, o momento magnético do spin do próton é cerca de mil vezes menor do que o do elétron.

3. Magnetismo do Movimento Orbital. Os elétrons ligados aos átomos existem em estados que possuem um momento angular orbital intrínseco L_{orb} , correspondendo clasicamente ao movimento do elétron numa órbita em torno do núcleo do átomo. Estes elétrons em órbita são equivalentes a minúsculas espiras de corrente e possuem um momento magnético orbital μ_{orb} associado a eles. Assim como todas as outras propriedades físicas examinadas no nível atômico, o momento magnético orbital do elétron é quantizado, sendo restrito a múltiplos ínteiros do magnéton de Bohr.

Com tantas possibilidades para o magnetismo, podemos perguntar: “Todo sólido contém elétrons; por que *todas as coisas* não são magnéticas? Por que somente o ferro e outras poucas substâncias magnetizadas podem atrair pregos?” Existem duas respostas para esta questão.

A primeira resposta é que, na maioria dos casos, os momentos magnéticos dos elétrons num sólido se combinam de tal modo que se cancelam, uns aos outros, resultando em nenhum efeito externo. Os efeitos magnéticos externos familiares somente são possíveis quando temos (1) átomos que contenham elétrons não-emparelhados e (2) circuns-

tâncias especiais que permitam o alinhamento em grande escala dos momentos de dipolo dos elétrons.

A segunda resposta é que, em certo sentido, todo material é magnético. Quando falamos popularmente do magnetismo, quase sempre estamos nos referindo ao **ferromagnetismo**, ao familiar magnetismo forte da barra imantada ou da agulha de uma bússola. Entretanto, como veremos, existem outras espécies de magnetismo que não podem ser detectadas através de nossos dedos pois suas forças magnéticas são extremamente fracas.

EXEMPLO 34-1 Imagine um método para medir o momento de dipolo magnético μ de uma barra imantada.

Solução

- Colocar o ímã num campo magnético externo uniforme B , com μ fazendo um ângulo θ com B . Atuará sobre o ímã um torque τ , dado pela Eq. 30-32,

$$\tau = \mu \times B. \quad (34-3)$$

O módulo deste torque é

$$\tau = \mu B \sin \theta. \quad (34-4)$$

Claramente, medindo τ , B e θ , determinamos μ .

- Um segundo método consiste em suspender o ímã pelo seu centro de massa e permitir que oscile em torno de sua posição de equilíbrio estável no campo externo B . Para pequenas oscilações, podemos substituir $\sin \theta$ por θ e a Eq. 34-4 nos dá

$$\tau = -(\mu B)\theta = -\kappa\theta, \quad (34-5)$$

onde κ é uma constante. Introduzimos o sinal negativo para mostrar que τ é um torque restaurador, atuando sempre no sentido oposto ao do deslocamento angular θ .

Uma vez que τ é proporcional a θ , a condição básica do movimento angular harmônico simples é satisfeita. O período de oscilação T é dado pela Eq. 14-25:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu B}}, \quad (34-6)$$

na qual I é o momento de inércia. Com esta equação, podemos determinar μ , medindo as grandezas T , B e I .

34-3 O Momento Angular Orbital e o Magnetismo

Nesta seção, vamos deduzir a relação entre o momento magnético orbital de um elétron e seu momento angular orbital.

A Fig. 34-4 mostra um elétron se movendo numa órbita circular de raio r com velocidade escalar v . O elétron circulante é equivalente a uma espira de corrente. O momento de dipolo magnético de uma espira de corrente, de acordo com a Eq. 30-30, é

$$\mu_{orb} = iA. \quad (34-7)$$

Tabela 34-1
Algumas Propriedades do Elétron

Propriedade	Símbolo	Valor
Massa	m	$9,1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Carga	$-e$	$-1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
Momento angular do spin	S	$5,2729 \times 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s}$
Momento magnético do spin	μ_s	$9,2848 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

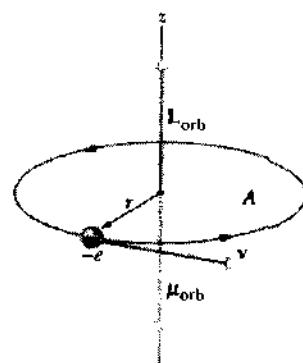


Fig. 34-4 Uma representação clássica de um elétron circulando numa órbita de raio r com velocidade escalar constante v . O vetor momento angular orbital L_{orb} e o vetor momento magnético orbital μ_{orb} são mostrados. Observe que — por causa da carga negativa do elétron — estes vetores apontam em sentidos opostos.

A corrente i é a quantidade de carga que passa por qualquer ponto da órbita na unidade de tempo. A carga envolvida é e e o tempo T necessário para uma revolução é

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad (34-8)$$

de modo que

$$i = \frac{e}{(2\pi r/v)}.$$

A área delimitada pela espira (órbita) é $A = \pi r^2$, o que nos dá

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{(2\pi r/v)} \pi r^2 = \frac{1}{2} evr. \quad (34-9)$$

Usando a Eq. 12-25, escrevemos o momento angular do elétron como

$$L_{\text{orb}} = mvr. \quad (34-10)$$

Combinando as Eqs. 34-9 e 34-10 e escrevendo o resultado sob a forma vetorial, encontramos

$$\mu_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} L_{\text{orb}} \quad (\text{movimento orbital}). \quad (34-11)$$

para a relação entre o momento angular orbital L_{orb} e o momento magnético orbital μ_{orb} . O sinal de negativo aparece porque o elétron em órbita tem carga negativa. Usando a regra apropriada da mão direita, convença-se de que a carga negativa exige que o vetor momento angular orbital e o vetor momento magnético orbital apontem em sentidos opostos.

A física quântica nos diz que o momento angular orbital de um elétron é quantizado, sendo seu menor valor

(não-nulo) $h/2\pi$ e seus outros valores possíveis, múltiplos inteiros dele. Substituindo, na Eq. 34-11, este menor valor para L_{orb} e, considerando somente módulos, temos

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2m} \frac{h}{2\pi} = \frac{eh}{4\pi m}. \quad (34-12)$$

Reconhecemos esta grandeza (veja a Eq. 34-1) como sendo o magnéton de Bohr μ_B , a unidade em que são expressos os momentos magnéticos de átomos e elétrons. Fisicamente temos, então:

Um magnéton de Bohr é igual ao momento magnético orbital de um elétron que circula numa órbita com o menor valor permitido (não-nulo) do momento angular orbital.

EXEMPLO 34-2 Determine o valor do magnéton de Bohr, usando sua equação de definição (Eq. 34-12)

Solução Essa equação nos dá,

$$\begin{aligned} \mu_B &= \frac{eh}{4\pi m} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})}{(4\pi)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})} \\ &= 9.27 \times 10^{-24} \text{ C}\cdot\text{J}\cdot\text{s}/\text{kg} \\ &= 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A transformação de unidades segue da relação $F = iLB$, que nos mostra que 1 T = 1 N/A·m = 1 kg/C·s.

34-4 A Lei de Gauss do Magnetismo

A lei de Gauss do magnetismo, que é uma das equações básicas do eletromagnetismo (veja a Tabela 37-2), é uma maneira formal de enunciar uma conclusão à qual somos levados por fatos do magnetismo, a saber, que pólos magnéticos isolados não existem. Esta equação afirma que o fluxo magnético Φ_B através de qualquer superfície gaussiana fechada deve ser zero:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (\text{lei de Gauss do magnetismo}). \quad (34-13)$$

Comparamos esta equação com a lei da eletricidade de Gauss, que é

$$\epsilon_0 \Phi_E = \epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q \quad (\text{lei de Gauss da eletricidade}). \quad (34-14)$$

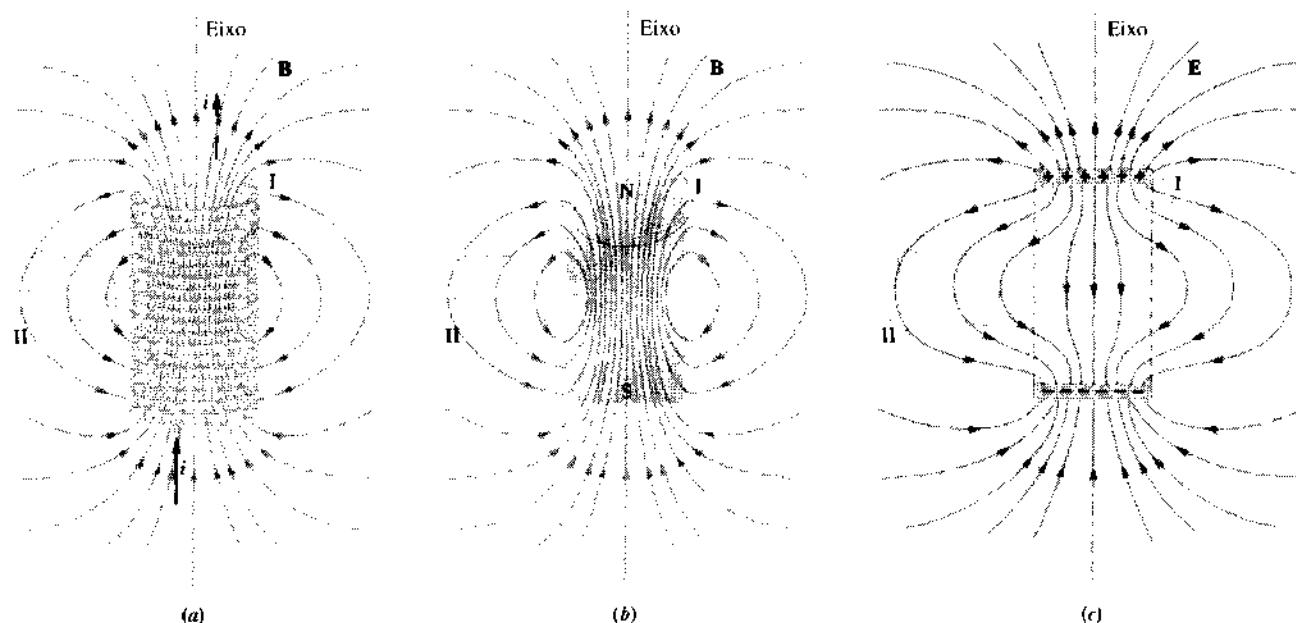


Fig. 34-5 As linhas de campo magnético para (a) um solenóide curto e (b) uma barra imantada. Em cada um destes casos a extremidade superior é um pólo norte magnético. (c) As linhas de campo elétrico para dois discos carregados. Para distâncias grandes, todos os três campos são semelhantes ao campo de um dipolo. As curvas denotadas por I e II representam superfícies gaussianas fechadas.

Nestas duas leis, a integral deve ser feita sobre *toda* a superfície gaussiana fechada. O fato de aparecer um zero no lado direito da Eq. 34-13, e não no lado direito da Eq. 34-14, significa que no magnetismo não existe o equivalente à carga livre q da eletricidade.

Na Fig. 34-5a a curva denotada por I representa uma superfície gaussiana que envolve uma das extremidades de um solenóide curto. Tal solenóide, como sabemos, cria um campo magnético que a grandes distâncias corresponde ao de um dipolo magnético; a extremidade do solenóide envolvida pela superfície I comporta-se, para esses pontos distantes, como se fosse um pólo norte magnético. Note que as linhas de campo magnético \mathbf{B} entram na superfície gaussiana no interior do solenóide e saem dela na parte externa do solenóide. Nenhuma linha de campo se origina ou termina no interior desta superfície; em outras palavras, não existem *fontes* ou *sorvedouros* de \mathbf{B} ; usando ainda outras palavras, não existem pólos magnéticos livres. Assim, o fluxo total Φ_B para a superfície I na Fig. 34-5a é zero, como a lei de Gauss do magnetismo (Eq. 34-13) exige.

Temos também $\Phi_B = 0$ para a superfície II na Fig. 34-5a e, na verdade, para qualquer superfície fechada que possa ser desenhada nesta figura. A situação será exatamente a mesma se substituirmos o solenóide curto por uma barra imantada curta, como na Fig. 34-5b. Aqui também $\Phi_B = 0$ para qualquer superfície fechada que possa ser desenhada.

A Fig. 34-5c mostra um análogo eletrostático para estes dois dipolos magnéticos. Trata-se de dois discos circulares, com cargas iguais, mas de sinais opostos, dispostos paralelamente conforme é mostrado. O campo elétrico \mathbf{E} criado em pontos distantes por este arranjo é também o de um dipolo. Entretanto, neste caso, existe um fluxo líquido (para

fora) de linhas de campo através da superfície gaussiana denotada por I; existe uma fonte no interior da superfície, a saber, as cargas positivas envolvidas pela superfície. (As cargas do outro disco constituem um *sorvedouro* do campo elétrico.) Evidentemente, para uma superfície gaussiana tal como a denotada por II, na Fig. 34-5c, temos $\Phi_E = 0$, porque esta superfície não encerra nenhuma carga.

34-5 O Magnetismo da Terra

William Gilbert, médico da Rainha Elizabeth I e autor do livro *De Magnete*, o primeiro estudo sistemático dos fenômenos magnéticos, tinha, em 1600, conhecimento de que a Terra era um ímã gigantesco (veja a Fig. 34-6). Como sugere a Fig. 34-7, o campo magnético da Terra para pontos próximos de sua superfície pode ser representado por um dipolo magnético (digamos, uma barra imantada) localizado no centro da Terra. (O campo magnético mostrado na Fig. 34-7 é uma idealização sugerindo como o campo deveria ser se ele não fosse influenciado por fenômenos tais como o vento solar.) Com boa aproximação, o momento de dipolo magnético da Terra tem um módulo de $8.0 \times 10^{22} \text{ J/T}$; o eixo do dipolo, mostrado como *MM* na Fig. 34-7, faz um ângulo de $11,5^\circ$ com o eixo de rotação da Terra, mostrado como *RR* nesta figura. A reta *MM* corta a superfície da Terra em dois pontos chamados de *pólo norte geomagnético* (no noroeste da Groenlândia) e de *pólo sul geomagnético* (na Antártica). Em geral, as linhas de \mathbf{B} do campo da Terra emergem da superfície da Terra no hemisfério sul e reentram nela no hemisfério norte; assim sendo, o que chamamos de pólo norte magnético da Terra é, de fato, o pólo sul do dipolo magnético da Terra, da mesma



Fig. 34-6 Sir William Gilbert mostrando à rainha Elizabeth I um ímã esférico cujo campo magnético representa o da Terra. Naqueles dias de arrojadas explorações marítimas e de navegação precária, a descoberta de que a Terra era um ímã gigantesco foi de grande importância prática.

forma que a extremidade inferior da barra imantada da Fig. 34-5b.

Graças as suas aplicações práticas na navegação, na comunicação e na prospecção, o campo magnético da Terra em sua superfície tem sido amplamente estudado por muitos anos. As grandezas de interesse, assim como para qualquer outro campo vetorial, são o módulo, a direção e o sentido do campo em diferentes locais da superfície da Terra e no espaço ao seu redor. As direções e os sentidos dos campos nas proximidades da superfície da Terra são convenientemente especificados, em relação à própria Terra, em termos da **declinação do campo** (o ângulo entre o pólo norte geográfico verdadeiro, na latitude de 90° , e o componente horizontal do campo) e a **inclinação** (o ângulo entre um plano horizontal e a direção do campo). Existem diversos tipos de magnetômetros disponíveis no comércio que são usados para medir estas grandezas com elevada precisão, mas medidas grosseiras podem ser feitas com uma

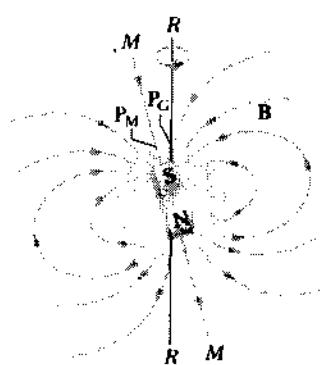


Fig. 34-7 O campo magnético da Terra representado como um dipolo elétrico. Seu eixo de dipolo MM' faz um ângulo de $11,5^\circ$ com o eixo de rotação da Terra RR' . Os pólos P_G e P_M são, respectivamente, o pólo norte geográfico e o pólo norte magnético da Terra. O último é, de fato, o pólo sul do dipolo magnético interno da Terra.

bússola e com uma agulha de inclinação. A bússola nada mais é do que um ímã em forma de agulha montado horizontalmente, de modo que ele possa girar livremente em torno de um eixo vertical. O ângulo entre sua direção e o norte geográfico verdadeiro nos dá a declinação do campo. Uma agulha de inclinação consiste igualmente em um ímã montado de modo que possa girar livremente num plano vertical. Quando seu plano de rotação está alinhado paralelamente à direção da bússola, o ângulo entre a agulha e a horizontal nos dá a inclinação. A intensidade do campo magnético da Terra pode ser estimada por meio da medição da freqüência de oscilação de qualquer um dos dois instrumentos após a agulha ter sido deslocada de sua posição de equilíbrio. Os cálculos são os mesmos do Exemplo 34-1.

Em Tucson, Arizona, por exemplo, o pólo norte de uma bússola apontou cerca de 13° a leste do norte geográfico (a declinação) em 1964. O módulo do componente horizontal do campo magnético da Terra foi de $26 \mu\text{T}$ ($= 0,26$ gauss), e a extremidade norte de uma agulha de inclinação apontou para baixo, fazendo um ângulo de aproximadamente 59° (a inclinação) com um plano horizontal. De acordo com a Fig. 34-7, as linhas de B estão *entrando* na superfície da Terra neste ponto.

Em qualquer ponto sobre a superfície da Terra, o campo magnético observado pode discordar apreciavelmente do campo idealizado do dipolo, tanto em módulo, como em direção. De fato, o ponto onde o campo está dirigido verticalmente para dentro da superfície da Terra não está localizado no norte geomagnético na Groenlândia; em vez disso, este *pólo norte magnético* está localizado nas Ilhas Rainha Elizabeth no norte do Canadá.

Além disso, o campo observado em qualquer local sobre a superfície da Terra varia com o tempo, por quantidades mensuráveis sobre um período de poucos anos e por quantidades substanciais por um período da ordem de 100 anos. Desse modo, entre 1580 e 1820 a direção da agulha de uma bússola em Londres variou de 35° .

Apesar destas variações locais, o campo idealizado do dipolo varia lentamente sobre tais períodos de tempo que são, afinal de contas, muito pequenos comparados com a idade da Terra. As variações do campo magnético da Terra durante períodos muito longos podem ser estudadas pela medição do fraco magnetismo intrínseco do fundo do oceano, em cada um dos lados do Sulco do Meio do Atlântico. Este solo é coberto por depósitos que são formados pelo magma derretido que verte pelos lados do sulco (veja a Fig. 34-8). O magma solidifica-se e se espalha lateralmente na taxa de alguns centímetros por ano. O magnetismo fraco do magma solidificado preserva um registro do campo magnético “congelado” no instante da solidificação e, portanto, nos permite estudar o módulo, a direção e o sentido do campo magnético da Terra num passado remoto. Estes estudos nos informam que o campo da Terra varia completamente de sentido (inverte sua polaridade) a cada período de aproximadamente um milhão de anos.

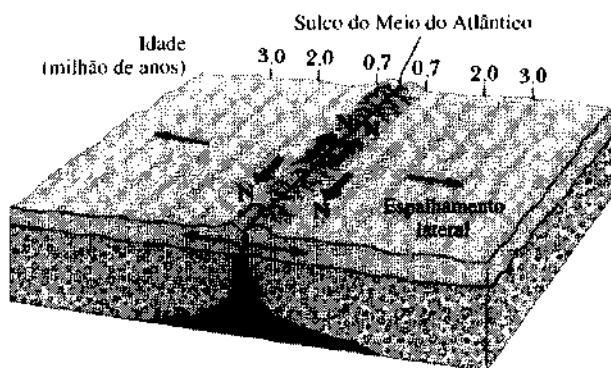


Fig. 34-8 Um perfil magnético do fundo do oceano em cada um dos lados do Sulco do Meio do Atlântico. O fundo do oceano, formado com material expelido através do sulco e que se espalhou lateralmente, juntamente com a migração dos continentes, é um registro da história magnética do núcleo da Terra. O sentido do campo magnético produzido pelo núcleo inverte aproximadamente a cada milhão de anos.

Até os dias de hoje não existe nenhuma teoria satisfatória para explicar a origem do campo magnético da Terra. É quase certo que ele resulta de espiras de corrente induzidas na camada líquida e altamente condutora da região mais externa do núcleo da Terra. Os detalhes precisos sobre o mecanismo de funcionamento deste “dinamo” geomagnético interno e a fonte de energia necessária para mantê-lo operando constituem assuntos de interesse contínuo da pesquisa.

A lua, por não ter núcleo derretido, não apresenta campo magnético. A maioria dos planetas do nosso sistema solar, entre os quais Mercúrio e Júpiter, possui campos magnéticos, assim como o Sol e muitas outras estrelas. Em particular, estima-se que as estrelas de nêutrons possuam campos magnéticos de intensidade igual a vários milhões de teslas. Existe também um campo magnético associado à nossa galáxia. Tal campo é fraco ($\approx 2 \text{ pT}$), mas é importante por causa do grande volume que ocupa.

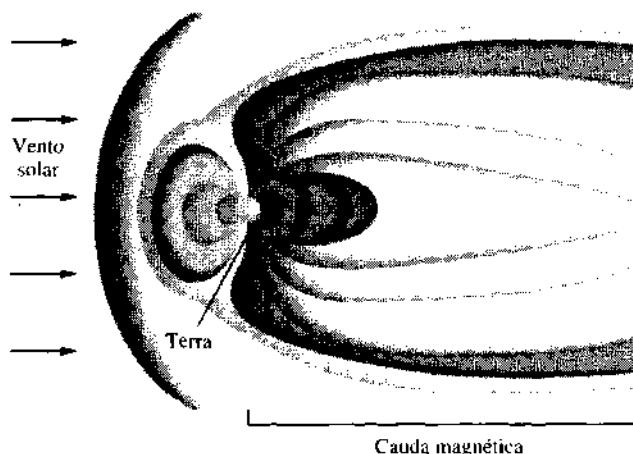


Fig. 34-9 O campo magnético da Terra, obtido do campo do dipolo intrínseco da Terra modificado pelo vento solar. A região afetada, chamada de *cauda magnética*, se estende por vários milhares de diâmetros terrestres no sentido da correnteza proveniente do vento solar.

Para distâncias acima da Terra da ordem de alguns raios terrestres, o campo de dipolo da Terra se modifica em grande parte por causa da ação do *vento solar*, que consiste em correntes de partículas carregadas que são constantemente emitidas pelo Sol. A Fig. 34-9 mostra o campo magnético resultante da Terra para estas distâncias grandes. Uma comprida *cauda magnética* se estende para fora do Sol até distâncias da ordem de milhares de diâmetros terrestres. O estudo das configurações dos campos magnéticos da Terra e de nossos planetas irmãos fazem parte da lista de prioridades dos programas de pesquisas espaciais de diversos países.

EXEMPLO 34-3 a. Usando dados fornecidos anteriormente nesta seção, determine o componente vertical B_v do campo magnético da Terra em Tucson. A Fig. 34-10 mostra a situação e os dados necessários.

Solução Temos

$$\begin{aligned} B_v &= B_h \tan \phi, \\ &= (26 \mu\text{T}) (\tan 59^\circ) \\ &= 43 \mu\text{T} = 0.43 \text{ gauss}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Determine o módulo do campo magnético resultante \mathbf{B} em Tucson.

Solução Temos

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \sqrt{B_h^2 + B_v^2} \\ &= \sqrt{(26 \mu\text{T})^2 + (43 \mu\text{T})^2} \\ &= 50 \mu\text{T} = 0.50 \text{ gauss}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Note que a declinação magnética em Tucson não desempenha nenhum papel neste problema.

34-6 Paramagnetismo

O magnetismo, como o conhecemos na nossa experiência diária, é um ramo importante, mas especial, do assunto chamado *ferromagnetismo*, que será discutido na Seção 34-8. Nesta seção, vamos analisar uma forma mais fraca do magnetismo e, assim, menos familiar chamada **paramagnetismo**.

Na maioria dos átomos e íons, os efeitos magnéticos dos elétrons, incluindo os que se devem aos spins e aos movimentos orbitais, anulam-se exatamente, de modo que o átomo ou o ion é não-magnético. Isto é válido para os gases raros como o neônio e para íons como o Cu^+ , que constitui o cobre comum.* Em outros átomos e íons, os efeitos magnéticos dos elétrons não se anulam, de modo

*O símbolo Cu^+ indica um átomo de cobre do qual foi retirado um elétron, ficando um íon de cobre com uma carga líquida de $+e$. Analogamente, o símbolo Mn^{3+} indica um átomo de manganês do qual foram retirados dois elétrons, e assim por diante.

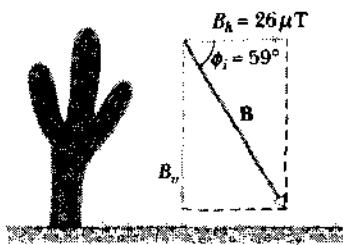


Fig. 34-10 Exemplo 34-3. O campo magnético da Terra e seus componentes horizontal e vertical, em Tucson, Arizona.

que o átomo como um todo tem um momento de dipolo magnético μ . Encontram-se exemplos deste caso entre os elementos de transição, como o Mn^{2+} , as terras raras, como o Gd^{3+} , e os elementos da série dos actinídeos, como o U^{4+} .

Quando uma amostra contendo N átomos, cada um com um momento de dipolo magnético μ , é colocada num campo magnético, os dipolos atômicos elementares tendem a alinhar-se com o campo. Esta tendência ao alinhamento é denominada de paramagnetismo. Se houvesse alinhamento perfeito, a amostra como um todo ficaria com um momento de dipolo magnético igual a $N\mu$. No entanto, o processo de alinhamento é seriamente perturbado pela agitação térmica: oscilações casuais de átomos (graças à agitação térmica) levam a colisões entre átomos; em algumas destas colisões, a energia cinética se transfere para átomos já alinhados e rompe o seu alinhamento. A importância da agitação térmica pode ser avaliada na comparação de duas energias. Uma, de acordo com a Eq. 21-16, é a energia cinética média de translação $3kT/2$ de um átomo na temperatura T , onde k é a constante de Boltzman ($1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$). A outra, de acordo com a Eq. 30-34, é a diferença de energia $2\mu B$ entre um átomo cujo momento de dipolo está alinhado com o campo magnético e outro cujo momento de dipolo aponta no sentido oposto. Como mostra o Exemplo 34-4, a primeira é muitas vezes maior do que a segunda, mesmo para temperaturas normais e campos intensos. Resulta que colisões entre átomos têm um efeito muito importante de destruição do alinhamento do dipolo. A amostra adquire um momento magnético quando colocada num campo magnético externo, mas este momento é, geralmente, muito menor do que o momento máximo possível $N\mu$.

Podemos expressar o grau com que se encontra magnetizada uma dada amostra de um material dividindo-se o momento magnético da amostra pelo seu volume. Esta grandeza vetorial, o momento magnético por unidade de volume, denomina-se **magnetização M** da amostra. A unidade de M é o ampère-metro quadrado por metro cúbico, ou ampère por metro (A/m).

Em 1895, Pierre Curie descobriu experimentalmente que a magnetização M de uma amostra paramagnética é diretamente proporcional a B, o campo magnético efetivo no qual a amostra está imersa, e inversamente

proporcional à temperatura kelvin T. Em forma de equação

$$M = C \left(\frac{B}{T} \right) \quad (\text{lei de Curie}), \quad (34-15)$$

onde C é uma constante. Esta equação é conhecida como **lei de Curie** e a constante C é chamada de *constante de Curie*. A lei de Curie é fisicamente razoável, uma vez que o crescimento de B tende a alinhar os dipolos elementares, isto é, a aumentar M, enquanto o crescimento de T tende a interferir neste alinhamento, isto é, a diminuir M, por agitação térmica. A lei de Curie é verificada experimentalmente, desde que a razão B/T não se torne muito grande.

M não pode crescer indefinidamente, conforme sugere a lei de Curie, mas deve se aproximar do valor M_{\max} ($= \mu/NV$), que corresponde ao alinhamento completo dos N dipolos contidos no volume V da amostra. A Fig. 34-11 mostra este efeito de saturação para uma amostra de sulfato de cromo-potássio. Os íons de cromo são os responsáveis pelo paramagnetismo deste sal; seus outros elementos são paramagneticamente inertes.

Não é fácil obtermos o alinhamento total numa amostra paramagnética. Mesmo quando a temperatura for suficientemente baixa como 1,3 K, o campo magnético necessário para atingir 99,5% do valor de saturação do sulfato de cromo-potássio é aproximadamente de 5 T (= 50.000 gauss). A curva que passa pelos pontos experimentais na Fig. 34-11 é obtida da física quântica e está em pleno acordo com a experiência.

EXEMPLO 34-4 Um gás paramagnético, cujos átomos têm um momento de dipolo de $1,0\mu_B$, é colocado num campo magnético externo de módulo 1,5 T. Na temperatura ambiente ($T = 300 \text{ K}$), calcule e compare os valores de U_r , a energia cinética média de translação ($= 3kT/2$) e de U_m , a energia magnética ($= 2\mu B$).

Solução Da Eq. 21-16, temos

$$U_T = \frac{3}{2}kT = (\frac{3}{2})(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) \\ = 6,2 \times 10^{-21} \text{ J} = 0,039 \text{ eV}. \quad (\text{Resposta})$$

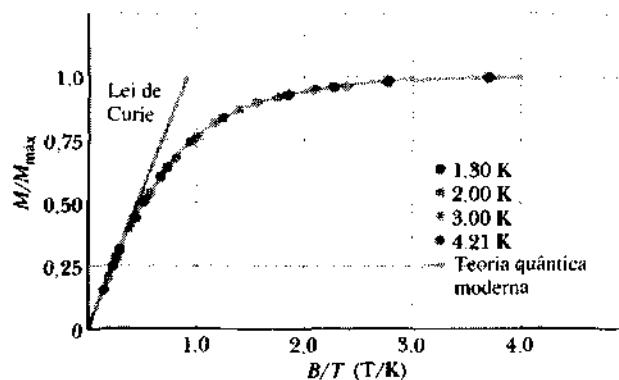


Fig. 34-11 A razão M/M_{\max} para o sulfato de cromo-potássio, um sal paramagnético, medida em função do campo magnético para diversas temperaturas baixas. Segundo W. E. Henry.

Usando a Eq. 34-1, temos

$$\begin{aligned} U_B &= 2\mu B = (2)(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1,5 \text{ T}) \\ &= 2,8 \times 10^{-23} \text{ J} = 0,00017 \text{ eV}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Como U_i é aproximadamente igual a $230U_B$, vemos que as trocas de energia nas colisões podem facilmente superar a energia envolvida no alinhamento dos dipolos atômicos com o campo externo.

34-7 Diamagnetismo (Opcional)

Talvez a observação mais antiga da eletrostática esteja relacionada ao fato de que pedacinhos de papel descarregados são *atraídos* por uma barra carregado ao serem colocados no campo elétrico não-uniforme próximo da extremidade da barra; veja a Fig. 27-15. As moléculas do papel não possuem dipolos elétricos intrínsecos e podemos explicar esta atração em termos de momentos de dipolo induzidos no papel pela ação do campo elétrico externo.

Um efeito semelhante ocorre no magnetismo. Alguns materiais, denominados **diamagnéticos**, não possuem dipolos magnéticos intrínsecos (ou seja, eles não são paramagnéticos), porém é possível induzir dipolos magnéticos nestes materiais pela ação de um campo magnético externo. Se uma amostra deste material for colocada num campo magnético não-uniforme, nas vizinhanças de um dos pólos de um ímã forte, uma força magnética (muito fraca) atuará sobre a amostra. Contudo, diferentemente do caso elétrico, a amostra em vez de ser atraída em direção ao pôlo do ímã, será *repelida*.

Atribuímos esta diferença de comportamento, entre os casos elétrico e magnético, ao fato de que os dipolos elétricos induzidos apontam no mesmo sentido do campo elétrico externo, enquanto que os dipolos magnéticos induzidos apontam no sentido *oposto* ao do campo magnético externo.

O diamagnetismo é uma manifestação da lei da indução de Faraday atuando sobre os elétrons atômicos, cujos movimentos — numa visão clássica — são equivalentes a minúsculas espiras de corrente.* O fato de que o momento magnético induzido é *oposto* ao sentido do campo magnético indutor pode ser visto como uma consequência da lei de Lenz, atuando numa escala atômica.

O diamagnetismo é uma propriedade de todos os átomos. Entretanto, quando um átomo possui momento de dipolo magnético intrínseco, o efeito diamagnético fica mascarado pelo comportamento, mais forte, paramagnético ou ferromagnético.

34-8 Ferromagnetismo

Quando falamos do magnetismo em conversação informal, sem dúvida, imaginamos um ímã atrair pregos ou um

disco magnético grudado na porta de uma geladeira. Certamente, não pensamos nos efeitos diamagnéticos ou paramagnéticos relativamente fracos, mencionados nas seções anteriores.

Acontece que o ferro e diversos outros elementos (mais notavelmente o cobalto, o níquel, o gadolínia e o disprósio), bem como muitas ligas destes e outros elementos, apresentam uma interação especial, denominada *acoplamento de troca*, que permite o alinhamento dos dipolos atômicos em rigoroso paralelismo, apesar da perturbação em virtude dos movimentos térmicos dos átomos. Este fenômeno, chamado de **ferromagnetismo**, é um efeito puramente quântico e não pode ser explicado em termos da física clássica.

Quando a temperatura de um material ferromagnético é elevada acima de um certo valor crítico, denominado *temperatura Curie*, o acoplamento de troca desaparece e o material torna-se simplesmente paramagnético. Para o ferro, a temperatura Curie é de 1.043 K (= 770°C). O ferromagnetismo é, evidentemente, não só uma propriedade do átomo ou do íon individual, mas também uma consequência da interação com seus vizinhos na rede cristalina do sólido.

Para estudarmos a magnetização de um material ferromagnético como o ferro, é conveniente dar-lhe a forma de um toróide fino, conforme se vê na Fig. 34-12. Uma bobina primária P, contendo n espiras por unidade de comprimento, é enrolada em volta dele. Esta bobina é essencialmente um solenóide longo curvado num círculo; ao ser percorrido por uma corrente i_p , o campo magnético no interior do espaço toroidal, de acordo com a Eq. 31-21, vale:

$$B_0 = \mu_0 n i_p. \quad (34-16)$$

Observe cuidadosamente que B_0 seria o campo dentro do toróide se o núcleo de ferro não estivesse presente. O dispositivo da Fig. 34-12 denomina-se *anel de Rowland*, em homenagem ao físico americano H. A. Rowland (1848-1901), que o projetou.

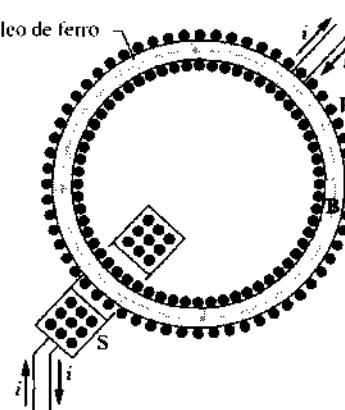


Fig. 34-12 Uma amostra de ferro, cujas propriedades ferromagnéticas estão sendo estudadas, tem a forma de um anel de Rowland. A bobina primária P é usada para magnetizar o anel. A bobina secundária S é usada para medir o campo magnético total B no interior da amostra.

*É interessante ressaltar que o diamagnetismo foi descoberto (e assim chamado) por Michael Faraday, outra de suas inúmeras contribuições.

O campo magnético efetivo B , no espaço toroidal do anel de Rowland da Fig. 34-12, com o núcleo de ferro presente, é muito maior do que B_0 , usualmente por um fator grande. Desse modo, podemos escrever

$$B = B_0 + B_M, \quad (34-17)$$

onde B_M é a contribuição do núcleo de ferro ao campo magnético total B . Uma segunda bobina (S na Fig. 34-12) é usada para medir B , e a Eq. 34-17, então, nos dá B_M . O campo B_M está associado ao alinhamento dos dipólos atômicos elementares no ferro e é proporcional à magnetização M do ferro, ou seja, ao seu momento magnético por unidade de volume. B_M tem um certo valor máximo, $B_{M,\text{máx}}$, que corresponde ao alinhamento completo dos dipólos atômicos.

É instrutivo plotar, para qualquer amostra ferromagnética que possa tomar a forma de um anel de Rowland, a razão de B_M para $B_{M,\text{máx}}$ em função de B_0 . Este gráfico, denominado **curva de magnetização**, é mostrado na Fig. 34-13. Ela é semelhante à curva de magnetização da Fig. 34-11 para uma substância paramagnética. Ambas as curvas nos dão o grau de influência que um campo magnético aplicado exerce sobre o alinhamento dos dipólos magnéticos elementares que constituem o material em questão.

Para o material ferromagnético que constitui o núcleo a que a Fig. 34-13 se refere, o alinhamento dos dipólos atinge cerca de 70% do alinhamento completo para $B_0 \approx 1 \times 10^{-3}$ T. Se B_0 fosse aumentado para 1 T, a saturação fracional da amostra aumentaria para aproximadamente 99,7%. Na escala da Fig. 34-13, este valor de B_0 seria plotado à cerca de 30 m à direita da origem sobre o eixo horizontal; chega-se perto da saturação completa dos dipólos com consideráveis dificuldades.

O uso de ferro em eletroímãs aumenta enormemente a intensidade do campo magnético que pode ser gerado por uma certa corrente num dado enrolamento. Isto é, muito freqüentemente, temos $B_M \gg B_0$ na Eq. 34-17. Contudo, quando B_0 é muito grande a presença do ferro não oferece vantagem por causa do efeito de saturação sugerido

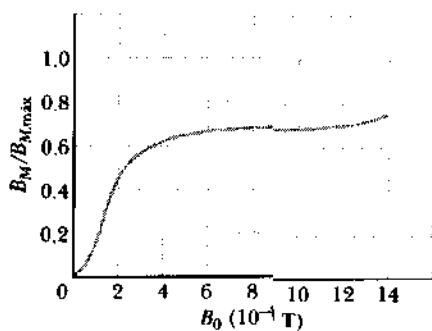


Fig. 34-13 Uma curva de magnetização para o material do núcleo do anel de Rowland da Fig. 34-12. No eixo vertical, o ponto 1,0 corresponde ao alinhamento completo dos dipólos atômicos no interior da amostra.

na Fig. 34-13. Para gerar campos magnéticos maiores do que este limite de saturação, é mais simples abandonarmos o uso do ferro e contar com a aplicação de correntes muito grandes.

A curva de magnetização para o paramagnetismo (Fig. 34-11) é explicada em termos das tendências mutuamente opostas de alinhamento com o campo externo e a orientação aleatória decorrente da agitação térmica. No ferromagnetismo, entretanto, fizemos a hipótese de que os dipólos de átomos vizinhos permaneciam ligados *num paralelismo rígido*. Por que, então, o momento magnético da amostra não alcança seu valor de saturação para valores muito pequenos — mesmo zero — de B_0 ? Por que cada prego de ferro não é um ímã permanente forte?

Para compreendermos isto, consideremos inicialmente uma amostra de um material ferromagnético, como o ferro, que esteja na forma de um monocrystal. Assim sendo, o arranjo dos átomos constituintes — sua rede cristalina — estende-se com regularidade através do volume da amostra. Esse cristal, em seu estado normal, não-magnetizado, supõe-se constituído de *domínios magnéticos*. Nestas regiões do cristal o alinhamento dos dipólos atômicos é essencialmente perfeito. Entretanto, para o cristal como um todo, a orientação dos domínios é aleatória, de modo que, no que diz respeito aos efeitos magnéticos externos, eles se cancelam.

A Fig. 34-14 é uma fotografia ampliada de um conjunto de domínios num monocrystal de níquel. Foi obtida espalhando-se uma suspensão coloidal de óxido de ferro finamente pulverizado sobre a superfície do cristal. As fronteiras dos domínios, que são regiões pouco espessas onde o alinhamento dos dipólos elementares muda de um determinado sentido num domínio, para um sentido completamente diferente no outro domínio, são locais de campos

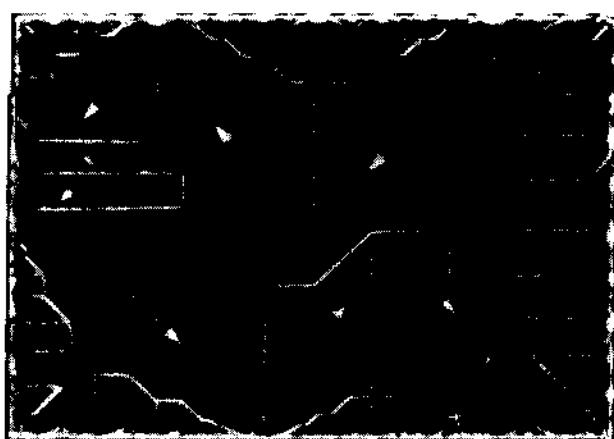


Fig. 34-14 Conjunto de domínios para um monocrystal de níquel. As linhas brancas mostram as fronteiras dos domínios. As setas mostram as orientações dos dipólos magnéticos no interior dos domínios e, assim, as orientações dos momentos de dipolo resultantes dos domínios. O cristal não está magnetizado quando os campos dos domínios se cancelam uns aos outros.

magnéticos intensos, mas altamente localizados e não-uniformes. As partículas coloidais em suspensão são atraídas para estas fronteiras. Embora os dipólos atômicos estejam completamente alinhados dentro de cada domínio, como as setas indicam, o cristal como um todo pode ter um momento magnético resultante muito pequeno.

Realmente, um pedaço de ferro, por exemplo, um prego de ferro, não é um monocrystal, mas um conjunto de minúsculos cristais, orientados aleatoriamente; por isso, é chamado de *sólido policristalino*. Contudo, cada cristal minúsculo tem seu conjunto de domínios orientados diferentemente, exatamente como na Fig. 34-14. Magnetizando-se tal amostra, colocando-a num campo magnético externo de intensidade gradualmente crescente, ocorrem dois efeitos que contribuem, ambos, para a magnetização da amostra de acordo com a Fig. 34-13. Um deles é o aumento de tamanho dos domínios que estejam favoravelmente orientados, a expensas dos demais. O segundo é um desvio da orientação do conjunto dos dipólos de um domínio, tendendo a alinhar-se com o sentido do campo.

O Magnetismo de Fornalhas Antigas

A argila nas paredes e no chão de uma fornalha antiga tem comportamento semelhante ao do ferro porque a argila contém o óxido de ferro da magnetita e da hematita. Os grãos de magnetita consistem em múltiplos domínios cujos tamanhos podem ser tão pequenos quanto 3×10^{-7} m. Os grãos de hematita consistem em domínios simples cujos tamanhos podem ser tão grandes quanto 1 mm. Quando a argila é aquecida até várias centenas de graus Celsius (quando a fornalha é usada), os domínios dos dois tipos de grãos variam. Na magnetita, as fronteiras dos domínios se deslocam, de modo que os domínios mais rigorosamente alinhados com o campo magnético da Terra aumentam, enquanto os outros se reduzem. Na hematita, os domínios giram de modo a que se alinhem ao campo magnético da Terra. Para ambos os processos, o resultado é que a argila fica com um campo magnético alinhado ao campo da Terra. Quando a fornalha, depois de usada, esfria, o arranjo dos domínios e, assim, o campo magnético da argila, fica retido, efeito conhecido como *magnetismo termorremante* (MTR).

Para determinar a orientação do campo da Terra quando uma fornalha foi pela última vez aquecida e esfriada, um arqueólogo marca uma pequena área do chão, mede cuidadosamente sua orientação relativa à horizontal e ao norte geográfico e, a seguir, remove essa seção do chão. A seguir, determinando a direção do campo magnético da seção relativa à orientação da seção e, consequentemente, sua posição na fornalha, o arqueólogo fica sabendo a direção do campo da Terra (relativa à horizontal e ao polo norte geográfico) quando a fornalha foi usada pela última vez. Determinando-se a idade da fornalha pela datação por radiocarbono ou alguma outra técnica, o arqueólogo também fica sabendo a época em que o campo da Terra tinha aquela direção.

Medindo B_M

Podemos determinar B_M para a amostra ferromagnética da Fig. 34-12, medindo B , calculando B_0 pela Eq. 34-16 e, a seguir, usando a Eq. 34-17, para obter-se:

$$B_M = B - B_0. \quad (34-18)$$

B é medido estabelecendo-se uma corrente induzida na bobina secundária S da Fig. 34-12. Com o núcleo de ferro inicialmente desmagnetizado, uma corrente constante i_p é estabelecida na bobina primária P. O fluxo magnético através da bobina secundária S (de resistência R_S e N_S espiras) aumenta desde zero até o valor BA num intervalo de tempo Δt , onde A é a área da seção transversal do núcleo de ferro.

De acordo com a lei da indução de Faraday, uma fém cujo valor médio é

$$\mathcal{E}_S = -N_S \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{N_S BA}{\Delta t}$$

é induzida na bobina secundária. A corrente média nesta bobina durante o tempo que o fluxo está variando é, então,

$$i_S = \frac{\mathcal{E}_S}{R_S} = \frac{N_S BA}{R_S \Delta t}.$$

Obtemos, então, para B

$$B = \frac{(i_S \Delta t) R_S}{N_S A} = \frac{\Delta q R_S}{N_S A},$$

onde $\Delta q (= i_S \Delta t)$ é a quantidade de carga que passa pela bobina secundária durante o tempo que o campo magnético no núcleo de ferro está crescendo. Assim, a medida de Δq (usando um instrumento chamado *galvanômetro balístico* ou algum outro meio) leva-nos à medida do campo magnético B dentro do núcleo de ferro.

Histerese

As curvas de magnetização para os materiais ferromagnéticos não se superpõem quando aumentamos e, depois, diminuímos o campo magnético externo B_0 . A Fig. 34-15 é um gráfico de B_M contra B_0 durante as seguintes operações com um anel de Rowland: (1) começando com o ferro desmagnetizado (ponto a), aumenta-se a corrente no toróide até que $B_0 (= \mu_0 ni)$ atinja o valor correspondente ao ponto b; (2) diminui-se a corrente no toróide até anular o (ponto c); (3) inverte-se o sentido da corrente no toróide e aumenta-se sua intensidade até que o ponto d seja atingido; (4) reduz-se novamente a corrente a zero (ponto e); (5) torna-se a inverter o sentido da corrente até que o ponto b seja atingido outra vez.

A falta de superposição mostrada na Fig. 34-15 é chamada **histerese** e a curva bcdeb é chamada *ciclo de*

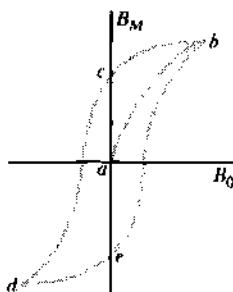


Fig. 34-15 Uma curva de magnetização (*ab*) para uma amostra ferromagnética e um ciclo de histerese associado (*bcdeh*).

histerese. Observe que, nos pontos *c* e *e*, o núcleo de ferro está magnetizado, embora não haja corrente no enrolamento toroidal; trata-se do fenômeno familiar do magnetismo permanente.

A histerese pode ser compreendida através do conceito de domínio magnético. Evidentemente, os movimentos das fronteiras dos domínios e as reorientações das direções dos domínios não são totalmente reversíveis. Quando o campo magnético aplicado B_0 é aumentado e, a seguir, diminuído até seu valor original, os domínios não retornam completamente às suas configurações originais, mas conservam uma certa “memória” do crescimento inicial. Esta “memória” dos materiais magnéticos é essencial para o armazenamento magnético de informações em fitas-cassetes ou discos de computadores.

34-9 Magnetismo Nuclear: Um Aparte

Os núcleos de muitos átomos também são dipolos magnéticos. Os módulos destes dipolos são cerca de mil vezes menores do que os associados aos elétrons nos átomos, de modo que o magnetismo nuclear não contribui de forma

mensurável para as propriedades magnéticas dos sólidos. Apesar do fato, o magnetismo nuclear é um assunto de interesse vital, tanto pelas informações que pode nos dar sobre as estruturas internas de átomos e núcleos, quanto pelas suas aplicações práticas. A Fig. 34-16, por exemplo, mostra uma seção transversal de uma cabeça humana obtida por meio de uma técnica conhecida como imagem por ressonância magnética (IRM), que usa o momento magnético dos prótons de alguns dos núcleos do paciente sendo examinado.

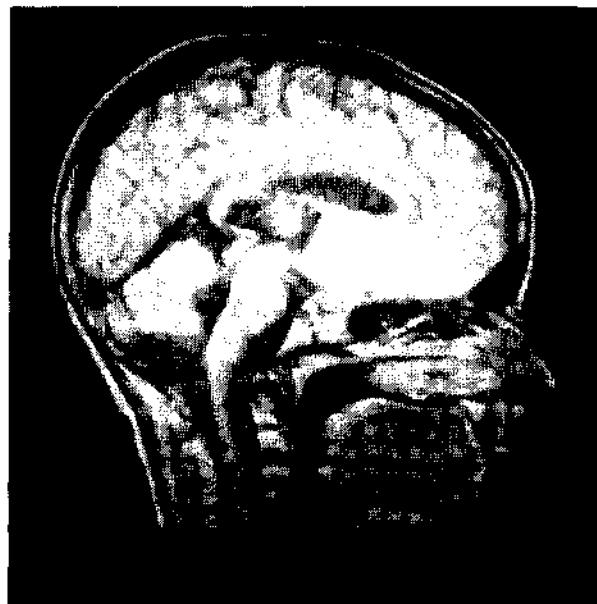


Fig. 34-16 Uma seção transversal da cabeça de uma criança, obtida pela técnica da imagem por ressonância magnética (IRM). Ela mostra detalhes do cérebro e da coluna vertebral que não seriam visíveis em imagens pelos raios X; além disso, diferentemente da técnica de raios X, a IRM não envolve radiações prejudiciais à saúde do paciente.

RESUMO

Pólos e Dipolos Magnéticos

Não existe prova convincente da existência de monopólos magnéticos (equivalentes magnéticos de cargas elétricas livres). As fontes mais simples de campos magnéticos são os **dipolos magnéticos** associados ou aos movimentos orbitais de elétrons nos átomos ou aos spins intrínsecos de elétrons, prótons e muitas outras partículas semelhantes. Os momentos de dipolo magnético associados ao movimento do elétron são medidos em termos do **magnéton de Bohr** μ_B , onde

$$1 \mu_B = \frac{e\hbar}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-21} \text{ J/T}$$

(o magnéton de Bohr). (34-1)

O momento de dipolo associado ao spin intrínseco do elétron é quase exatamente igual a $-1 \mu_B$, o sinal negativo indicando que o vetor momento de dipolo magnético e o vetor momento angular do spin têm sen-

tidos opostos. O momento de dipolo associado ao movimento orbital do elétron é

$$\mu_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}_{\text{orb}} \quad (34-11)$$

Aqui μ_{orb} é restrito a múltiplos inteiros do magnéton de Bohr.

A Lei de Gauss do Magnetismo

Esta lei,

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (\text{lei de Gauss do magnetismo}), \quad (34-12)$$

estabelece que o fluxo magnético através de qualquer superfície gaussiana fechada deve ser zero. A Eq. 34-12 é uma afirmação formal da observação de que não existem monopólos magnéticos.

O Campo Magnético da Terra

O campo magnético da Terra é aproximadamente igual ao de um dipolo, com um momento de dipolo de $8.0 \times 10^{22} \text{ J/T}$, próximo ao centro da Terra. O momento de dipolo faz um ângulo de 11.5° com o eixo de rotação da Terra, as linhas de campo magnético emergindo do seu hemisfério sul. Acreditamos que este campo seja produzido por espiras de corrente induzidas na camada líquida da região mais externa do núcleo da Terra. A direção do campo magnético local em qualquer ponto sobre a Terra é dada pelo ângulo de **declinação** do campo (num plano horizontal) a partir do norte verdadeiro e pelo seu ângulo de **inclinação** (num plano vertical) a partir da horizontal.

Paramagnetismo

Em termos da resposta à ação de um campo magnético externo, os materiais podem ser classificados como diamagnéticos, paramagnéticos ou ferromagnéticos. Os materiais paramagnéticos que são fracamente atraídos por um pôlo magnético têm momentos de dipolo magnético intrínsecos que tendem a se alinhar a um campo magnético externo, assim intensificando o campo. Esta tendência é prejudicada pela agitação térmica. A **magnetização** M de uma amostra, que é seu momento magnético por unidade de volume, é dada aproximadamente pela **lei de Curie**,

$$M = C \frac{B}{T} \quad (\text{lei de Curie}). \quad (34-15)$$

Para campos suficientemente fortes ou temperaturas suficientemente baixas, esta lei deixa de ser válida enquanto os dipolos atômicos se aproximam do alinhamento completo e produzem magnetização máxima dada por $M_{\max} = \mu N/V$.

Diamagnetismo

Os materiais diamagnéticos são fracamente repelidos pelo pôlo de um ímã forte. Os átomos desses materiais não têm momentos de dipolo

magnético intrínsecos. Entretanto, um momento de dipolo pode ser induzido por um campo magnético externo, seu sentido sendo oposto ao do campo.

Ferromagnetismo

Nos materiais ferromagnéticos, como o ferro, ocorre uma interação quântica entre átomos vizinhos que bloqueia os dipolos atômicos num rígido paralelismo, apesar da tendência a uma orientação caótica em virtude da agitação térmica. Esta interação desaparece bruscamente numa temperatura bem definida, denominada temperatura de Curie, acima de que o material se torna simplesmente paramagnético.

Curvas de Magnetização

A Fig. 34-12 mostra como um campo magnético externo conhecido B_0 pode ser aplicado a uma amostra ferromagnética na forma de um anel. O campo magnético interno resultante pode ser medido por um método de indução e uma curva de magnetização como a da Fig. 34-13 pode ser plotada. O andamento desta curva à medida que B_0 aumenta corresponde ao crescimento dos domínios magnéticos orientados favoravelmente no material.

Histerese

Como mostra a Fig. 34-15, as curvas de magnetização de uma amostra ferromagnética não se superpõem mas, em vez disso, exibem um fenômeno chamado histerese. Alguns dipolos magnéticos permanecem alinhados mesmo quando o campo magnético externo é completamente removido; o resultado é o familiar ímã "permanente".

Magnetismo Nuclear

Os núcleos de muitos átomos são dipolos magnéticos, um fato importante no estudo da estrutura nuclear. Esta propriedade nos permite desenvolver estratégias engenhosas para estudar a localização e a densidade de átomos particulares; a imagem por ressonância magnética (IRM) utilizada na medicina é um exemplo importante.

QUESTIONÁRIO

1. Duas barras de ferro têm aparências exatamente iguais. Uma delas é um ímã; a outra, não. Como identificá-las? Não se permite a suspensão de nenhuma das delas como se fosse agulha de bússola, nem o uso de qualquer outro aparelho.
2. Duas barras de ferro sempre se atraem, qualquer que seja a combinação com a qual suas extremidades sejam aproximadas. Podemos concluir que uma das barras deve estar não-magnetizada?
3. Como determinar a polaridade de um ímã não-marcado?
4. Todos os ímãs permanentes devem ter pólos norte e sul? Considere ímãs que não tenham forma nem de barra, nem de ferradura, e sim, uma outra forma qualquer, como, por exemplo, a circular de um ímã de geladeira.
5. Considere inicialmente **A** e **B** nas posições e com as orientações mostradas na Fig. 34-17, com **A** fixo e **B** livre para girar. Descreva o que acontecerá (a) se **A** for um dipolo elétrico e **B** um dipolo magnético; (b) se **A** e **B** forem ambos dipolos magnéticos; (c) se **A** e **B** forem ambos dipolos elétricos? Responda às mesmas questões supondo **B** fixo e **A** livre para girar.
6. Como poderíamos medir o momento de dipolo magnético da Terra?
7. Dê três razões para que possamos acreditar que o fluxo Φ_B do campo magnético da Terra é maior através dos limites do Alasca do que dos limites do Texas.
8. Suponha-se um fabricante de bússolas. (a) Descreva de que modo as agulhas poderiam ser imantadas. (b) A extremidade da agulha que aponta para o norte é usualmente pintada com uma cor característica. Sem suspender a agulha no campo da Terra, como você faria para pintar a extremidade correta? (c) A extremidade pintada é um pôlo norte magnético ou um pôlo sul magnético?
9. Devemos esperar que a magnetização de uma substância paramagnética saturada seja muito diferente da magnetização de uma substância ferromagnética saturada, no caso de amostras de mais ou menos o mesmo tamanho? Justifique sua resposta.
10. A magnetização induzida numa certa esfera de material diamagnético, por um determinado campo magnético externo, não varia com a temperatura, em acentuado contraste com o que acontece no paramagnetismo. Explique este comportamento em termos da descrição que demos da origem do diamagnetismo.
11. Explique por que um ímã atrai um objeto de ferro não-magnetizado como, por exemplo, um prego.
12. Existe alguma força ou torque resultante atuando sobre (a) uma barra de ferro não-magnetizada ou (b) um ímã permanente, na presença de um campo magnético uniforme?

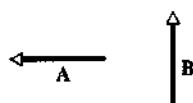


Fig. 34-17 Questão 5.

13. Um prego é colocado em repouso sobre uma mesa lisa, nas vizinhanças de um ímã muito forte. Ele é liberado e atraído pelo ímã. Qual é a origem de sua energia cinética imediatamente antes de colidir com o ímã?

14. Compare as curvas de magnetização de uma substância paramagnética (Fig. 34-11) com as de uma substância ferromagnética (Fig. 34-13). Que aspecto teria uma curva semelhante para uma substância diamagnética?

15. Um "amigo" pede emprestado sua bússola favorita e pinta a agulha toda de vermelho. Quando descobre a brincadeira, você se encontra perdido no interior de uma caverna, com duas lanternas, alguns metros

de fio e (naturalmente) este livro. Como poderia descobrir qual é a extremidade da agulha que aponta para o norte?

16. Um anel de Rowland está sendo percorrido por uma corrente constante. O que ocorrerá com o campo magnético no interior do anel, se um pequeno corte for feito nele, deixando uma lacuna de ar?

17. Como poderíamos imantar uma barra de ferro se a Terra fosse o único ímã disponível?

18. Como você faria para blindar um certo volume do espaço de campos magnéticos externos constantes? Se você concluir que isto é impossível, explique a razão.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 34-2 O Magnetismo e o Elétron

1E. Usando os valores do momento angular de spin S e do momento magnético de spin μ_s , dados na Tabela 34-1, para o elétron livre, mostre que

$$\mu_s = \frac{e}{m} S.$$

Verifique que as unidades e as dimensões são constantes. Este resultado é uma predição de uma teoria relativística do elétron desenvolvida por P. A. M. Dirac, em 1928.

2P. A Fig. 34-18 mostra quatro arranjos de pares de pequenas agulhas magnéticas, colocadas numa região onde não existe campo magnético externo. Identifique, em cada caso, se o equilíbrio é estável ou instável. Para cada um dos pares considere somente o torque que atua sobre uma agulha em virtude do campo magnético criado pela outra agulha. Explique suas respostas.

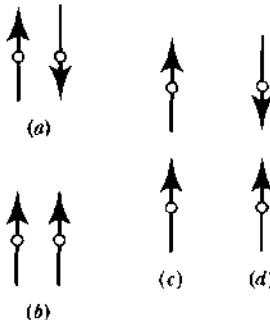


Fig. 34-18 Problema 2.

3P. Uma barra imantada está suspensa por um fio, como mostra a Fig. 34-19. Um campo magnético uniforme \mathbf{B} apontando horizontalmente para a direita é, então, estabelecido. Desenhe a orientação resultante do fio e do ímã.

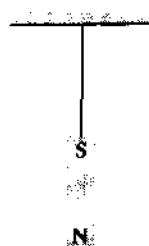


Fig. 34-19 Problema 3.

Seção 34-3 O Momento Angular Orbital e o Magnetismo

4E. No estado de mais baixa energia do átomo de hidrogênio, a distância mais provável entre o elétron em órbita e o próton central é $5,2 \times 10^{-11}$ m. Calcular (a) o campo elétrico e (b) o campo magnético criado pelo próton nesta distância, medida ao longo do eixo do spin do próton. A carga e o momento magnético do próton são $+1,6 \times 10^{-19}$ C e $1,4 \times 10^{-26}$ J/T, respectivamente. (c) Supondo que a órbita do elétron seja circular, qual é a razão entre o momento magnético orbital do elétron e o momento magnético do próton?

5P. Uma carga q está uniformemente distribuída em volta de um anel fino de raio r . O anel está girando com velocidade angular escalar ω em torno de um eixo que passa pelo seu centro e é perpendicular ao seu plano. (a) Mostre que o momento magnético graças à carga em rotação é dado por

$$\mu = \frac{1}{2} q \omega r^2.$$

(b) Quais serão a direção e o sentido deste momento magnético se a carga for positiva?

Seção 34-4 A Lei de Gauss do Magnetismo

6E. Enrolamos uma folha de papel formando uma superfície cilíndrica e, a seguir, colocamos esta superfície nas proximidades de uma barra imantada, como mostra a Fig. 34-20. (a) Esboce as linhas de campo \mathbf{B} que atravessam o cilindro de papel. (b) Qual é o sinal de $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ para cada $d\mathbf{A}$ deste cilindro de papel? (c) Existe alguma contradição com a lei do magnetismo de Gauss? Explique.



Fig. 34-20 Exercício 6.

7E. O fluxo magnético através de cinco faces de um dado vale $\Phi_h = \pm N$ Wb, onde N ($= 1$ a 5) é o número de pontos sobre cada face. O fluxo é positivo (para fora) para N par e negativo (para dentro) para N ímpar. Qual é o fluxo através da sexta face do dado?

8P. Uma superfície gaussiana tem a forma de um cilindro circular reto, de raio igual a 12,0 cm e comprimento de 80,0 cm. Através de uma de suas extremidades, penetra um fluxo magnético de $25,0 \mu$ Wb. Na outra extremidade existe um campo magnético uniforme de $1,60$ mT, normal à superfície e orientado para fora dela. Qual é o fluxo magnético líquido através da superfície lateral do cilindro?

9P*. Dois fios paralelos ao eixo z e separados por uma distância de $4r$ transportam correntes iguais i , em sentidos opostos, como mostra a Fig. 34-21. Um cilindro circular, de raio r e comprimento L , tem seu eixo sobre o eixo z , na metade do caminho entre os fios. Use a lei de Gauss do magnetismo para calcular o fluxo magnético total que sai através da metade da superfície cilíndrica acima do eixo x . (Sugestão: Determine o fluxo que atravessa a porção do plano xy que está dentro do cilindro.)

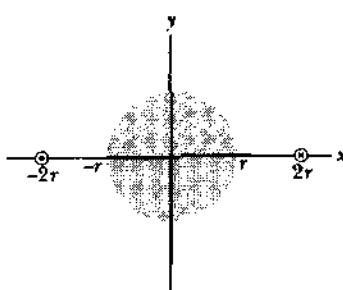


Fig. 34-21 Problema 9.

Seção 34-5 O Magnetismo da Terra

10E. Em New Hampshire, o valor médio do componente horizontal do campo magnético da Terra, em 1912, era de $16 \mu\text{T}$ e a inclinação média era de 73° . Qual era o correspondente módulo do campo magnético da Terra?

11E. No Exemplo 34-3, encontramos para o componente vertical do campo magnético da Terra em Tucson, Arizona, o valor de $43 \mu\text{T}$. Supondo que este seja o valor médio em todos os pontos do Arizona, cuja área é de 295.000 km^2 , calcule o fluxo magnético líquido pelo restante da superfície terrestre (excluindo o Arizona). Este fluxo está entrando ou saindo da superfície da Terra?

12E. A Terra tem um momento de dipolo magnético de $8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}$. (a) Que corrente deveria ser estabelecida numa única espira, rodeando a Terra em seu equador magnético, para produzir este momento de dipolo? Poderia tal arranjo ser usado para cancelar o campo magnético da Terra (b) em pontos do espaço bem acima da sua superfície ou (c) sobre a superfície da Terra?

13P. O campo magnético da Terra pode ser aproximado como o campo de um dipolo magnético, com componentes horizontal e vertical, num ponto distante r do centro da Terra, dados por

$$B_h = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m, \quad B_v = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin \lambda_m,$$

onde λ_m é a *latitude magnética* (latitude medida a partir do equador magnético na direção do pólo norte magnético ou do pólo sul magnético). Suponha que o momento de dipolo magnético seja $\mu = 8,00 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. (a) Mostre que, na latitude λ_m , o módulo do campo magnético é dado por

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}$$

(b) Mostre que a inclinação ϕ do campo magnético está relacionada com a latitude magnética λ_m por

$$\tan \phi_i = 2 \tan \lambda_m$$

14P. Use os resultados do Problema 13 para calcular o campo magnético da Terra (módulo e inclinação): (a) no equador magnético; (b)

num ponto de latitude magnética igual a 60° ; (c) no pólo norte magnético.

15P. Calcule a altura acima da superfície da Terra onde o módulo do campo magnético da Terra cai à metade do valor na superfície, na mesma latitude magnética. (Use a aproximação do campo do dipolo dada no Problema 13.)

16P. Usando a aproximação do campo do dipolo para o campo magnético da Terra dada no Problema 13, calcule a intensidade máxima do campo magnético na fronteira do revestimento do núcleo, que se encontra a 2.900 km abaixo da superfície da Terra.

17P. Use os resultados apresentados no Problema 13 para calcular o módulo e o ângulo de inclinação do campo magnético da Terra no pólo norte geográfico. (Sugestão: O ângulo entre o eixo magnético e o eixo de rotação da Terra é igual a $11,5^\circ$.) Por que os valores calculados não concordam com os valores medidos?

Seção 34-6 Paramagnetismo

18E. Um campo magnético de $0,50 \text{ T}$ é aplicado a um gás paramagnético cujos átomos têm um momento de dipolo magnético intrínseco de $1,0 \times 10^{-23} \text{ J/T}$. A que temperatura a energia cinética média de translação dos átomos do gás será igual à energia necessária para inverter completamente este dipolo neste campo magnético?

19E. Uma barra magnética cilíndrica tem um comprimento de $5,00 \text{ cm}$ e um diâmetro de $1,00 \text{ cm}$. Ela possui uma magnetização uniforme de $5,30 \times 10^3 \text{ A/m}$. Qual é o seu momento de dipolo magnético?

20E. Uma substância paramagnética é fracamente atraída pelo pólo de um ímã. A Fig. 34-22 apresenta um modelo para o estudo deste fenômeno. A "substância paramagnética" é uma espira de corrente L , que está colocada no eixo de um ímã e nas proximidades do seu pólo norte. Por causa do torque $\tau = \mu \times B$, exercido sobre a espira pelo campo magnético B do ímã, o momento de dipolo magnético μ da espira se alinhará paralelamente a B . (a) Faça um esboço das linhas de B criado pelo ímã. (b) Mostre o sentido da corrente i na espira quando μ estiver paralelo a B . (c) Usando $dF = i ds \times B$, mostre, a partir de (a) e (b), que a força resultante que atua sobre L aponta para o pólo norte do ímã.



Fig. 34-22 Exercícios 20 e 26.

21P. O sal paramagnético a que a curva de magnetização da Fig. 34-11 se aplica deve ser testado para verificar se obedece à lei de Curie. A amostra é colocada num campo magnético de $0,50 \text{ T}$ que permanece constante durante toda a experiência. A seguir, a magnetização M é medida na faixa de temperaturas de 10 até 300 K . A lei de Curie será obedecida nestas condições?

22P. Uma amostra do sal paramagnético, ao qual a curva de magnetização da Fig. 34-11 se aplica, é mantida na temperatura ambiente (300 K). Que campo magnético deve ser aplicado para que o grau de saturação magnética da amostra seja (a) 50% e (b) 90% ? (c) Estes campos podem ser obtidos em laboratório?

23P. Uma amostra do sal paramagnético, ao qual a curva de magnetização da Fig. 34-11 se aplica, está imerso num campo magnético de $2,0 \text{ T}$. A que temperatura o grau de saturação magnética da amostra seria (a) 50% e (b) 90% ?

24P. Um elétron com energia cinética K_e se move numa trajetória circular, perpendicular a um campo magnético uniforme, submetido somente à força do campo. (a) Mostre que o momento de dipolo magnético devido ao seu movimento orbital tem módulo $\mu = K_e/B$ e sentido oposto ao de \mathbf{B} . (b) Quais são o módulo, a direção e o sentido do momento de dipolo magnético de um íon positivo com energia cinética K_i , sob as mesmas circunstâncias? (c) Um gás ionizado contém $5,3 \times 10^{21}$ elétrons/m³ e o mesmo número de íons/m³. Considere a energia cinética média dos elétrons igual a $6,2 \times 10^{-20}$ J e a energia cinética média dos íons igual a $7,6 \times 10^{-21}$ J. Calcular a magnetização do gás para um campo magnético de 1,2 T.

25P. Considere um sólido contendo N átomos por unidade de volume, cada átomo com um momento de dipolo magnético μ . Suponha que o vetor μ só possa ser paralelo ou antiparalelo a um campo magnético aplicado \mathbf{B} (este será o caso, se μ for consequência do spin de um único elétron). De acordo com a mecânica estatística, podemos mostrar que a probabilidade de um átomo ser encontrado num estado com energia U é proporcional a $e^{-U/kT}$, onde T é a temperatura absoluta e k é a constante de Boltzman. Assim sendo, uma vez que $U = -\mu \cdot \mathbf{B}$, a fração de átomos cujo momento de dipolo é paralelo a \mathbf{B} é proporcional a $e^{\mu B/kT}$ e a fração de átomos cujo momento de dipolo é antiparalelo a \mathbf{B} é proporcional a $e^{-\mu B/kT}$. (a) Mostre que a magnetização deste sólido é $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$. Nesta expressão, \tanh é a função tangente hiperbólica: $\tanh(x) = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$. (b) Mostre que o resultado dado em (a) se reduz a $M = N\mu^2 B/kT$ para $\mu B \ll kT$. (c) Mostre que o resultado de (a) se reduz a $M = N\mu$ para $\mu B \gg kT$. (d) Mostre que (b) e (c) concordam qualitativamente com a Fig. 34-11.

Seção 34-7 Diamagnetismo

26E. Uma substância diamagnética é fracamente repelida por um pôlo de um ímã. A Fig. 34-22 apresenta um modelo para o estudo deste fenômeno. A “substância diamagnética” é uma espira de corrente L , que está colocada no eixo de um ímã e nas proximidades do seu pôlo norte. Porque a substância é diamagnética, o momento magnético μ da espira se alinhará antiparalelamente ao campo \mathbf{B} do ímã. (a) Faça um esboço das linhas de \mathbf{B} em virtude do ímã. (b) Mostre o sentido da corrente i na espira quando μ estiver antiparalelo a \mathbf{B} . (c) Usando $dF = i ds \times \mathbf{B}$, mostre a partir de (a) e (b) que a força resultante sobre L aponta no sentido que se afasta do pôlo norte do ímã.

27P*. Um elétron de massa m e carga de módulo e se move numa órbita circular de raio r ao redor de um núcleo. Um campo magnético \mathbf{B} é, então, estabelecido perpendicularmente ao plano da órbita. Supondo que o raio da órbita não varie e que a variação da velocidade escalar do elétron em consequência do campo \mathbf{B} seja pequena, determine uma expressão para a variação do momento magnético orbital do elétron.

Seção 34-8 Ferromagnetismo

28E. Medições realizadas em minas e em furos de prospecção mostram que a temperatura na Terra aumenta com a profundidade na taxa média de $30^\circ\text{C}/\text{km}$. Supondo que a temperatura na superfície seja de 10°C , a que profundidade o ferro deixaria de ser ferromagnético? (A temperatura Curie do ferro varia muito pouco com a pressão.)

29E. O acoplamento de troca mencionado na Seção 34-8 como responsável pelo ferromagnetismo não é a interação magnética mútua entre dois dipólos magnéticos elementares. Para mostrar isto, calcule (a) o campo magnético a uma distância de 10 nm ao longo do eixo do dipolo de um átomo com momento de dipolo magnético igual a $1,5 \times 10^{-21}$ J/T (cobalto) e (b) a energia mínima necessária para inverter um segundo dipolo idêntico neste campo. Compare com o resultado do Exemplo 34-4. O que se pode concluir?

30E. A magnetização na saturação do metal ferromagnético níquel é de $4,70 \times 10^5$ A/m. Calcular o momento magnético de um único átomo de níquel. (A densidade do níquel é $8,90 \text{ g/cm}^3$ e sua massa atômica é 58,71.)

31E. O momento de dipolo associado a um átomo de ferro numa barra de ferro é $2,1 \times 10^{-21}$ J/T. Suponha que todos os átomos na barra, que tem 5,0 cm de comprimento e seção transversal de área 1,0 cm², tenham seus momentos de dipolo alinhados. (a) Qual é o momento de dipolo da barra? (b) Que torque deve ser exercido para manter esta barra perpendicular a um campo magnético externo de 1,5 T? A densidade do ferro é 7,9 g/cm³.

32P. O momento de dipolo magnético da Terra é $8,0 \times 10^{22}$ J/T. (a) Se a origem deste magnetismo fosse uma esfera de ferro magnetizada no centro da Terra, qual deveria ser o seu raio? (b) Que fração do volume da Terra esta esfera ocuparia? Suponha um alinhamento completo dos dipólos. A densidade do núcleo da Terra é 14 g/cm³. O momento de dipolo magnético de um átomo de ferro é $2,1 \times 10^{-21}$ J/T. (Nota: Consideraremos a região mais interna do núcleo da Terra formada de partes líquida e sólida e parcialmente de ferro, porém a hipótese de um ímã permanente como fonte do magnetismo da Terra foi completamente afastada por diversas razões. Uma delas é que a temperatura está certamente acima do ponto Curie.)

33P. A Fig. 34-23 mostra o aparelho usado num seminário para demonstração do paramagnetismo e do diamagnetismo. Uma amostra do material magnético é suspensa por um fio ($L = 2$ m) numa região ($d = 2$ cm) entre os pólos de um potente eletroímã. O pôlo P_1 é pontiagudo e o pôlo P_2 é arredondado, conforme indicado. Qualquer desvio do fio da direção vertical é visível ao público por meio de um sistema ótico de projeção (não-mostrado). (a) Inicialmente é usada uma amostra de bismuto (altamente diamagnética). Quando o eletroímã é ligado, verifica-se que a amostra sofre um desvio de 1 mm na direção de um dos pólos. Qual é o sentido deste desvio? (b) A seguir, é usada uma amostra de alumínio (condutor, paramagnético). Quando o eletroímã é ligado, a amostra sofre um desvio grande (da ordem de 1 cm) na direção de um dos pólos, por cerca de um segundo e, logo depois, desvia-se moderadamente (por somente alguns milímetros) na direção do outro pôlo. Explique e indique os sentidos destes desvios. (Sugestão: Note que a amostra de alumínio é um condutor.) (c) O que ocorreria se fosse usada uma amostra ferromagnética?

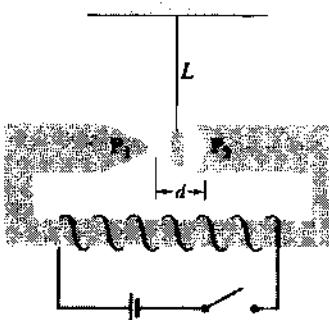


Fig. 34-23 Problema 33.

34P. Um anel de Rowland é formado de material ferromagnético. Sua seção transversal é circular, com um raio interno de 5,0 cm, um raio externo de 6,0 cm e seu enrolamento tem 400 espiras. (a) Que corrente deve ser estabelecida no enrolamento para que o campo magnético no interior do toróide atinja o valor $B_0 = 0,20 \text{ mT}$? (b) Uma bobina secundária de 50 espiras e resistência de $8,0 \Omega$ é enrolada em torno do toróide. Sabendo-se que, para este valor de B_0 , $B_M = 800 B_0$, determine a quantidade de carga que se move através da bobina secundária quando a corrente no enrolamento é ligada.

PROBLEMAS ADICIONAIS

35. Uma bússola tem sua agulha de massa 0,050 kg e comprimento 4,0 cm, alinhada ao componente horizontal do campo magnético da Terra num local onde $B_h = 16 \mu\text{T}$. Posteriormente, a bússola recebe uma leve sacudidela e, em consequência, a agulha passa a oscilar com uma frequência angular $\omega = 45 \text{ rad/s}$. Supondo que a agulha seja uma barra fina uniforme montada no centro da bússola, determine seu momento de dipolo magnético.

36. Uma partícula de massa m e carga q se move numa órbita circular de raio r por ação de uma grande força centrípeta. Um campo magnético uniforme \mathbf{B} é, a seguir, aplicado perpendicularmente ao plano da órbita. Supondo que o raio da órbita não varie, (a) mostre que o momento magnético orbital da carga em movimento aumentará ou diminuirá dependendo do sentido do campo magnético e (b) determine uma expressão para a variação do momento magnético orbital da carga.

37. A lei de Gauss para o magnetismo (Eq. 34-13) pode ser escrita na forma diferencial. Para obtê-la, consideremos um pequeno paralelepípedo retangular cujos lados são paralelos aos eixos x , y e z como mostra a Fig. 34-24. Suponha que se estabeleça um campo magnético não-uniforme na região: o campo na face 1 é B_x e na face 2 é $B_x + (dB_x/dx)a$; o campo na face 3 é B_y e na face 4 é $B_y + (dB_y/dy)c$; o campo na face 5 é B_z e na face 6 é $B_z + (dB_z/dz)b$. Aplicando a Eq. 34-13 às superfícies do paralelepípedo mostre que

$$\frac{dB_x}{dx} + \frac{dB_y}{dy} + \frac{dB_z}{dz} = 0.$$

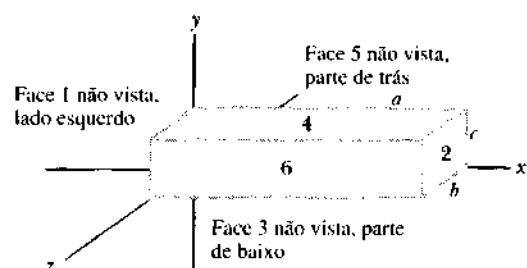


Fig. 34-24 Problema 37.

38. Numa famosa experiência conhecida como a Experiência de Stern-Gerlach, um átomo com um momento de dipolo experimenta uma força num campo magnético não-homogêneo. Para entendermos este efeito, consideremos uma espira retangular de corrente perpendicular à direção de um campo magnético não-homogêneo cuja derivada na direção normal à espira é dB/dz . Mostre que a forma diferencial da lei de Gauss do magnetismo (veja o Problema 37),

$$\frac{dB_x}{dx} + \frac{dB_y}{dy} + \frac{dB_z}{dz} = 0,$$

implica a existência de uma força resultante normal à espira e calcule esta força, sabendo que o momento de dipolo da espira é μ .

A Vida e o Magnetismo

CHARLES P. BEAN
RENSSELAER POLYTECHNIC INSTITUTE

O aparente mistério das forças magnéticas levou e tem levado muitas pessoas, no passado e nos dias de hoje, a procurarem saber de que maneira os efeitos do campo magnético influem na vida humana e de outros animais. Em muitos casos, alguns pesquisadores encontraram tais efeitos, mas não uma forma de reproduzi-los. Recentemente, entretanto, um jovem cientista descobriu um efeito completamente reproduzível, exercido pelo campo magnético da Terra sobre uma classe de organismos vivos — as bactérias magnetostáticas. Este trabalho descreve esta descoberta e algumas de suas consequências. Antes de iniciarmos a descrição, vamos fazer um breve resumo histórico e científico.

Dissemos que o magnetismo é um mistério. Tomemos dois ímãs permanentes e aproximemos um do outro. Dependendo de como sejam orientados, os ímãs se atraem ou se repelem. Todos percebemos que este efeito é estranho. Einstein, observando a deflexão da agulha de uma bússola, foi levado a pensar sobre os campos de força e o que poderiam ser. Nossa visão moderna sobre o assunto, devida em grande parte aos pensamentos de Einstein, é que existe somente um campo, o campo eletromagnético, e que a percepção desse campo depende do nosso movimento em relação a ele. Por exemplo, o que chamamos de campo magnético é causado pelo movimento de cargas elétricas em relação a nós. Uma consequência é que, como as velocidades relativas normalmente são muito menores que a velocidade da luz, as forças magnéticas são normalmente muito menores que as forças elétricas. As forças elétricas, por exemplo, mantêm os átomos ligados para formar os sólidos. As forças magnéticas são responsáveis por apenas uma pequena fração da ligação total.

Em termos práticos, quando falamos de um ímã, lembramos logo daquele que gruda em portas de geladeiras — o ímã permanente. Na natureza, ele existe principalmente numa forma chamada magnetita com a fórmula química Fe_3O_4 . De modo mais informativo, esta fórmula pode ser escrita como $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, para mostrar que cada molécula tem um íon ferroso (Fe^{2+}) e dois íons férricos (Fe^{3+}). Trata-se de uma pedra escura, muito parecida com tantas outras encontradas em rochas, mas que motivou as grandes descobertas geográficas entre os séculos XII e XVI e possibilitou grandes progressos à ciência moderna.

Este trabalho mostra que diversos tipos de bactérias, há alguns bilhões de anos, desenvolveram um mecanismo magnético de orientação que serviu para guiar seus movimentos. Portanto, uma das grandes descobertas do homem, sabemos hoje ter sido precedida no tempo pelo organismo mais simples da Terra.

A Navegação Magnética das Bactérias

As bactérias são organismos unicelulares que vivem em todos os lugares. Florescem tanto na parte interna quanto na parte externa do nosso corpo. São encontradas em ambientes com temperaturas até 85°C e no fundo do oceano. Normalmente, possuem alguns micrões de comprimento e só podem ser observadas com a ajuda de um microscópio. Devido ao limite de resolução imposto pelo comprimento de onda da luz visível (da ordem de 0,4 μm na água), a estrutura interna das bactérias não pode ser observada pelo microscópio ótico. É necessário um microscópio eletrônico para visualizarmos essa estrutura.

Apesar de suas dimensões reduzidas, as bactérias possuem grande poder de adaptação ao meio ambiente e uma grande variedade de comportamentos. Por exemplo, muitos tipos de bactérias vivem melhor em ambientes sem oxigênio. Acreditamos que estas desenvolveram-se na Terra antes da evolução das plantas e da consequente liberação do oxigênio para a atmosfera. (O oxigênio é um subproduto da fotossíntese, do mesmo modo que o dióxido de carbono é o subproduto do nosso metabolismo.) Hoje em dia, essas bactérias ditas anaeróbicas podem ser encontradas em muitos ambientes aquáticos com baixo teor de oxigênio. A decomposição dos vegetais e animais mortos cria estas condições. Um dejetos típico produzido por metabolismo anaeróbico é o metano — também conhecido como o gás dos pântanos. Muitas destas bactérias podem nadar usando um ou mais apêndices — denominados flagelos quando são poucos e longos e *pili* quando são numerosos e curtos. Além disso, possuem receptores que podem detectar gases químicos e dissolvidos na água: podendo, portanto, procurar alimentos e fugir dos venenos. Para uma bactéria anaeróbica, o oxigênio é um destes venenos.

Em 1975, Richard Blakemore fez uma descoberta marcante. Nesta época, ele era aluno do curso de graduação em microbiologia, na Universidade de Massachusetts, e trabalhava no "Woods Hole Oceanographic Institute", em Cape Cod. Sua área de pesquisa versava sobre o papel desempenhado pelas bactérias anaeróbicas na ecologia de pântanos e charcos. Numa dessas pesquisas, retirou lama de um poço de água salobra, misturou-a com um pouco de água do mar, colocou uma gota na lâmina de um microscópio e observou-a através da grande ampliação. Certamente isto já havia sido feito milhares de vezes antes, desde o tempo de Pasteur, na década de 1850. Mas Blakemore notou algo que ninguém havia observado antes. Em algumas gotas, as bactérias migravam para um dos lados da gota. Será que elas estariam se aproximando ou se afastando?

LEITURA COMPLEMENTAR 10



Charles P. Bean é professor de Ciência no Rensselaer Polytechnic Institute. Recebeu o Ph.D. em Física da Universidade de Illinois em 1952. Por mais de trinta e três anos, trabalhou como cientista-pesquisador no Laboratório de Pesquisas General Electric e seu sucessor, o Centro de Desenvolvimento e Pesquisa General Electric. Durante esse tempo, realizou pesquisas que muito contribuíram para os campos de cristais iônicos, magnetismo, supercondutividade e membranas biológicas. É membro da Academia Nacional de Ciências e da Academia Americana de Artes e Ciências. Como dialeticamente, ele estuda a física dos fenômenos na natureza.

da luz da sala? Ele cobriu, então, o microscópio e sua luz interna com uma caixa e girou o microscópio, levando-o depois para outra sala. Em todos esses casos as bactérias continuaram a nadar na mesma direção geográfica-norte. Os laboratórios de biologia são equipados com pequenos ímãs permanentes cobertos de plásticos. Juntamente com um grande ímã rotatório externo, estes pequenos ímãs são usados para agitar e misturar soluções. Blakemore pegou um destes agitadores magnéticos e colocou-o perto da gota. Numa determinada orientação, o agitador magnético não alterou o movimento das bactérias; contudo, na orientação oposta, o sentido do movimento das bactérias foi invertido! Esta observação, quando o agitador magnético foi testado com uma bússola, mostrou que quase todas as bactérias nadaram na direção da extremidade norte da agulha magnética.

Foi uma descoberta única na história do magnetismo e da biologia. Ela mostrou uma influência direta e repetitiva do campo magnético da Terra sobre um organismo vivo. Blakemore e colaboradores logo verificaram que a vida não era essencial para orientação das bactérias. As bactérias mortas também se orientavam paralelamente a um campo magnético aplicado, mas, como estavam inertes, não migravam no sentido daquele campo.

O Mecanismo de Orientação

Cada descoberta científica conduz a outras investigações. Neste caso, elas são: qual é o mecanismo físico deste efeito e quais são as suas implicações biológicas? Para a primeira, Blakemore imaginou que o mecanismo mais simples seria que cada bactéria fosse um minúsculo ímã que poderia orientar-se num campo magnético. A micrografia eletrônica de uma bactéria típi-

ca (Fig. 1) mostrou um novo alinhamento de partículas com uma densidade de elétrons no interior de uma dessas bactérias que respondem a um campo magnético. Será que isto criaria o dipolo magnético? Ao discutir esta hipótese com Edward M. Purcell, de Harvard, este sugeriu que os alinhamentos poderiam ser partículas magnéticas de domínio singular de alguma substância contendo ferro e, se assim fosse, uma consequência seria que um pequeno pulso de um campo magnético forte, orientado no sentido oposto, produziria uma inversão na magnetização de cada bactéria antes que ela pudesse girar e se acomodar ao novo campo. Uma experiência, realizada juntamente com Adrianus J. Kalmijn, do "Woods Hole Oceanographic Institute", mostrou que este efeito realmente ocorria. Depois deste pulso, a bactéria procurava o norte.

Usando a Física do Magnetismo desenvolvida no Cap. 34, podemos estimar a quantidade de matéria necessária para orientar uma bactéria no campo magnético da Terra. O Exemplo 34-4 mostra que um átomo com um momento magnético de um magneton de Bohr não fica alinhado, significativamente, a temperatura ambiente num campo externo de 1,5 T. Para ocorrer alinhamento significativo, a energia magnética μB deve ser comparável ou maior do que a energia associada com a desordem térmica, kT . (Os fatores 2 e 3/2, utilizados no Exemplo 34-4, não são necessários no cálculo desta ordem de grandeza.) Esta exigência é traduzida na desigualdade:

$$\mu B > kT \quad \text{ou} \quad \mu > kT/B,$$

onde μ é o momento magnético total da bactéria; k é a constante de Boltzmann (igual a $1,38 \times 10^{-23}$ J/K); T é a temperatura absoluta (300

K) e B é o campo magnético da Terra ($\approx 5 \times 10^{-5}$ T). Usando estes valores

$$\begin{aligned} \mu &> \frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(3 \times 10^2 \text{ K})}{5 \times 10^{-5} \text{ T}} \\ &= 8,3 \times 10^{-17} \text{ J/T}. \end{aligned}$$

Quando a magnetita está completamente magnetizada, apresenta um momento magnético por unidade de volume de $5 \times 10^3 \text{ J/T} \cdot \text{m}^3$. (Este valor corresponde a 4 magnétons de Bohr por molécula de Fe_3O_4 , o momento do ion Fe^{+3} . Os momentos magnéticos dos íons Fe^{+3} cancelam-se mutuamente.) Uma vez que o momento magnético total, μ , é dado pelo produto do momento magnético por unidade de volume pelo volume, concluímos que o volume V do material completamente magnetizado para um alinhamento significativo é

$$\begin{aligned} V &> \frac{8,3 \times 10^{-17} \text{ J/T}}{5 \times 10^3 \text{ J/T} \cdot \text{m}^3} \\ &= 1,7 \times 10^{-22} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Este limite inferior deve ser comparado com o volume estimado através da micrografia eletrônica indicada na Fig. 1. Vemos que a cadeia de partículas possui vinte membros com diâmetros da ordem de 50 nm. Supondo que estes membros sejam esferas, obteremos um volume total da ordem de $20\pi(50 \times 10^{-9})^3/6 = 1,3 \times 10^{-22} \text{ m}^3$, ou cerca de oito vezes o valor mínimo calculado anteriormente. Isto implica naturalmente um momento magnético cerca de oito vezes maior do que aquele para o qual $\mu B = kT$. Consequentemente, as bactérias podem alinhar-se bem no campo magnético da Terra.

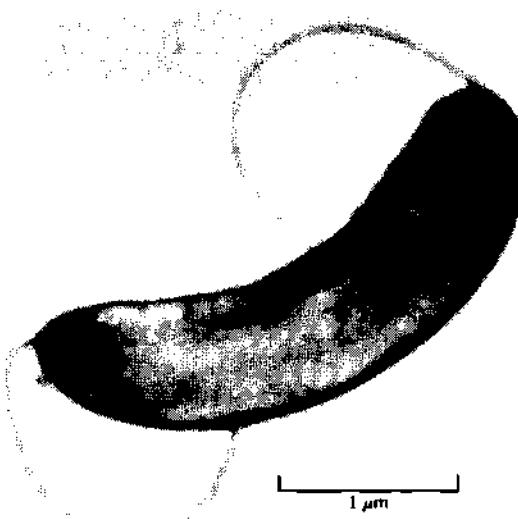


Fig. 1 Uma bactéria magnetostática vista através de um microscópio eletrônico de transmissão. A característica incomum da estrutura interna deste tipo de bactéria é uma cadeia de partículas elétricas densas, com 50 nm de diâmetro. Estas partículas são compostas de magnetita (Fe_3O_4) e são ímãs permanentes completamente magnetizados. A cadeia opera como uma bússola, orientando a bactéria no mesmo sentido das linhas de força do campo magnético da Terra. A espécie mostrada tem flagelo em cada extremidade. Ela pode nadar para a frente e para trás. Muitas espécies apresentam apenas um flagelo numa das extremidades. (R. P. Blakemore e R. B. Frankel, *Scientific American*, dezembro de 1981.)

As Conseqüências da Orientação no Campo Magnético da Terra

Em Biologia, procuramos sempre entender as vantagens da existência de uma sensibilidade especial nos organismos. Por exemplo, os morcegos podem emitir e detectar o ultra-som. Utilizando esta faculdade, eles voam no escuro e localizam suas presas, como as mariposas. No caso das bactérias magnetostáticas, podemos identificar uma vantagem. A Fig. 34-7 mostra que o campo magnético da Terra pode ser representado por um dipolo. No Hemisfério Norte, existe um componente vertical orientado de cima para baixo. As bactérias que nadam ao longo das linhas do campo magnético devem dirigir-se para baixo. Logo, se uma bactéria anaeróbica fosse retirada de seu ambiente usual, iria voltar para a lama. Uma conseqüência deste conceito é que, no Hemisfério Sul, a bactéria iria ter momento magnético apontando para o sul. Uma expedição que Blakemore e colaboradores fizeram à Nova Zelândia mostrou exatamente este efeito. No equador terrestre, existem as duas possibilidades, mas a vantagem não fica completamente clara, uma vez que, nesta região, elas seriam obrigadas ao deslocamento em linhas horizontais.

Em cada população de bactérias, existem algumas bactérias em cada conjunto de mil de polaridade "errada". Pesquisadores tomaram uma amostra de lama e água e a submeteram a

um campo magnético cuja componente vertical é invertida. A maioria das bactérias nadava para a superfície e consequentemente para um ambiente rico em oxigênio. Neste ambiente o metabolismo e a capacidade reprodutiva dessas bactérias são menores. Sendo assim, as que apresentavam polaridade "errada" sobreviviam mais facilmente. Depois de cerca de oito semanas, quase todas as bactérias possuíam uma polaridade invertida. Não conhecemos nenhum mecanismo pelo qual as bactérias possam inverter suas partículas magnéticas internas. O mais provável é que a nova população descendida das bactérias que possuíam a polaridade "errada". Caso isto seja verdade, esta experiência mostra, no microcosmo, uma adaptação às condições ambientais. (Você será capaz de sugerir uma experiência para verificar se a nova população de bactérias surgiu efetivamente das bactérias que inicialmente possuíam uma polaridade "errada"?)

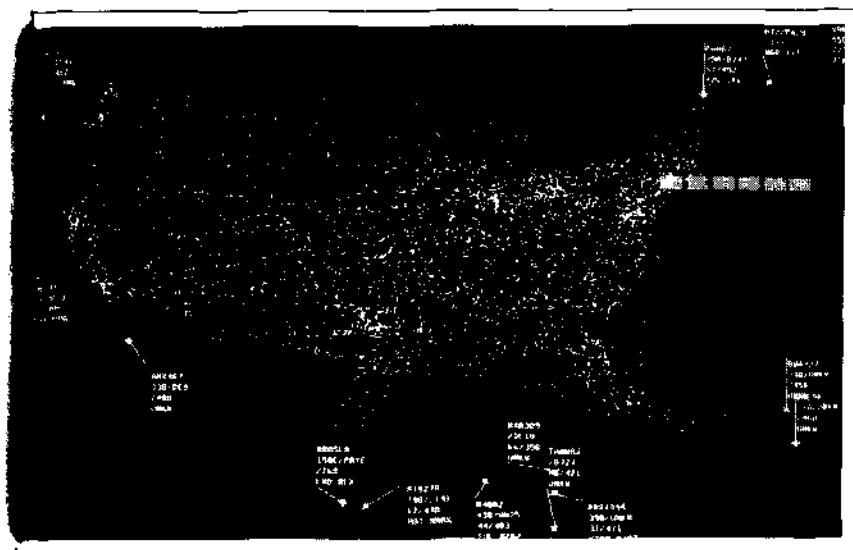
Outros Organismos São Sensíveis ao Campo Magnético da Terra?

Assim como os navegantes usam bússolas para orientar-se, as aves migratórias e as abelhas poderiam usar sensor magnético. Muitos pesquisadores estudam esta possibilidade. Eles prenderam ímãs e outros sensores não-imantados em pássaros e alegaram que houve uma alteração do comportamento no caso dos ímãs.

Acredita-se que o pombo-correio não só pode detectar a direção de um campo magnético como também é capaz de detectar variações de campo da ordem de duas partes em 104. Alguns pesquisadores acreditam que as abelhas utilizam um mapa magnético e conduzem, por meio de danças, outras abelhas para os locais onde existem alimentos. (J. L. Gould, no *American Scientist* de maio-junho de 1980, apresenta uma boa discussão para o entendimento da provável sensibilidade magnética das abelhas e de alguns tipos de pássaros. Em contraste com a análise de Blakemore das bactérias magnetostáticas, ninguém conseguiu encontrar o mecanismo destes prováveis efeitos. Caso existisse uma bússola localizada, ela deveria estar ligada ao sistema nervoso destes organismos superiores em vez de agir como um torque passivo como no caso das bactérias. Não foi revelada nenhuma ligação deste tipo. Além disso, ninguém conseguiu condicionar o comportamento de uma abelha ou de uma ave pela aplicação de um campo magnético externo. Consequentemente, muitos biofísicos não acreditam que a sensibilidade magnética de pássaros e abelhas foi provada. Mas a questão permanece em aberto. É possível que outro Blakemore possa fazer uma experiência que revolucione este ramo de pesquisa, do mesmo modo que ocorreu com a descoberta original de Blakemore acerca das bactérias magnetostáticas.

OSCILAÇÕES ELETROMAGNÉTICAS

35



Em 30 de junho de 1956, um DC-4 da United Airlines e um Constellation da TWA colidiram sobre o Grand Canyon; ninguém morreu. Naquela época, a coordenação do controle do tráfego aéreo era bastante deficiente; os pilotos comunicavam, pelo rádio, suas posições para o pessoal da torre do aeroporto. O atual controle do tráfego aéreo, implantado após o acidente de 1956, ainda depende do contato pelo rádio. Entretanto, mesmo com o tráfego bastante congestionado, o controlador pode atender a cerca de 30 aviões simultaneamente. Imagine-se num desses congestionamentos, pilotando um 747 e que depois de receber o comunicado para manter determinada rota verifica sua impossibilidade e tenta, de imediato, informar o fato ao controlador, sem conseguir. Até o restabelecimento do contato pelo rádio, você conta com a sorte de não estar voando na direção de outro avião. Esta situação perigosa tem ocorrido frequentemente nos últimos anos e o risco cresce com o aumento do tráfego no ar. O que pode ser feito?

35-1 Nova Física — Velha Matemática

Neste capítulo veremos como a carga elétrica q varia com o tempo num circuito constituído de um indutor L , um capacitor C e um resistor R . Sob outro ponto de vista, discutiremos como a energia é transferida do campo elétrico do capacitor para o campo magnético do indutor e, vice-versa, sendo dissipada gradualmente — no decorrer das oscilações — sob a forma de energia térmica no resistor.

Já estudamos oscilações antes, num outro contexto. No Cap. 14, vimos como o deslocamento x varia com o tempo num sistema mecânico oscilante, constituído por um bloco de massa m , uma mola de constante elástica k e um elemento viscoso ou de fricção, tal como o óleo; a Fig. 14-18 mostra esse sistema. Vimos, também, como a energia oscila, indo e vindo, entre a energia cinética da massa oscilante e a energia potencial da mola, sendo dissipada gradualmente — no decorrer das oscilações — como energia térmica.

O paralelismo entre estes dois sistemas idealizados é exato e as equações diferenciais governantes são idênticas. Assim sendo, não é necessário aprendermos novos métodos matemáticos; podemos simplesmente trocar os símbolos e prestar atenção às situações físicas analisadas.

35-2 Oscilações LC: Estudo Qualitativo

Dos três elementos de circuito, a resistência R , a capacidade C e a indutância L , estudamos até agora as combinações, em série, RC (na Seção 29-8) e RL (na Seção 33-4). Nestes dois tipos de circuito verificamos que a carga, a corrente e a diferença de potencial crescem e decaem exponencialmente. A escala de tempo do crescimento ou decaimento é dada por uma constante de tempo τ , que é ou capacitiva ou indutiva.

Vamos agora estudar a combinação dos dois elementos restantes, ou seja, o circuito LC . Veremos que, neste caso,

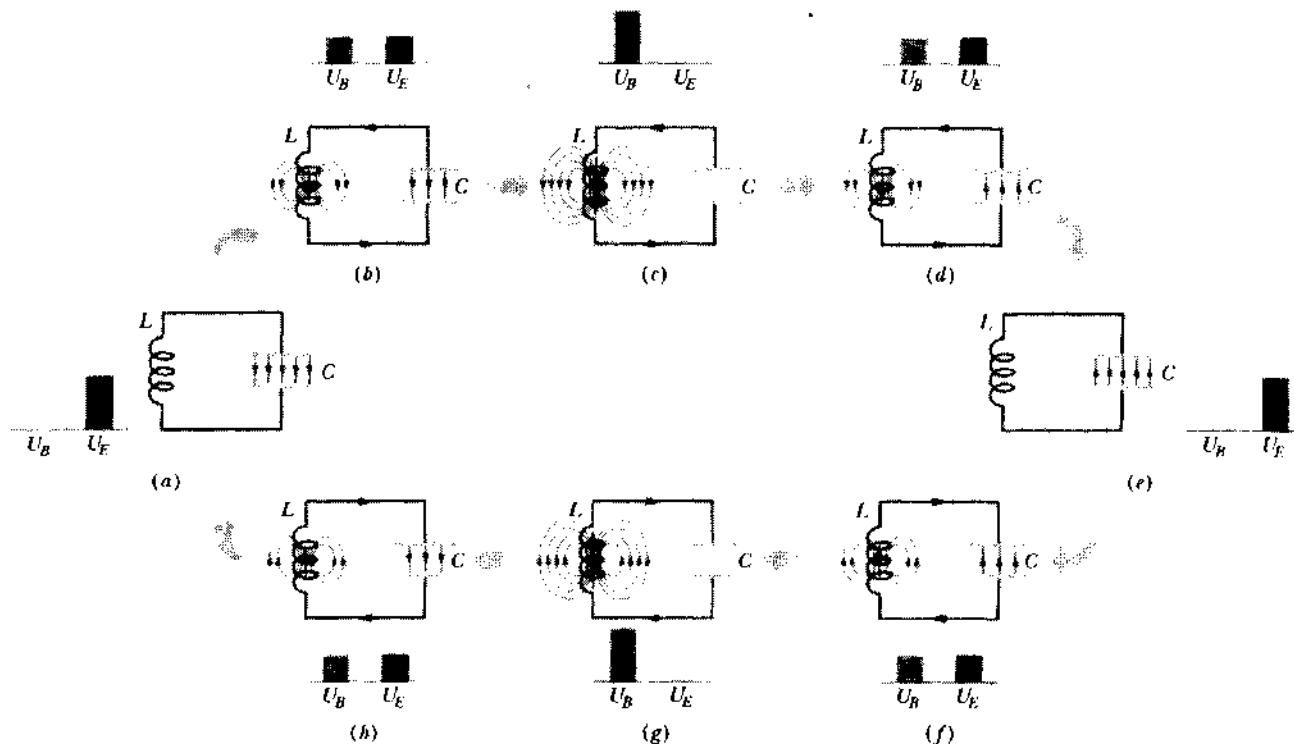


Fig. 35-1 Oito estágios num ciclo de oscilação de um circuito LC , sem resistência. Os histogramas próximos a cada figura mostram as energias elétrica e magnética armazenadas. As setas verticais no eixo do indutor indicam o sentido da corrente. As linhas do campo magnético do indutor e as linhas do campo elétrico do capacitor são mostradas. (a) Capacitor completamente carregado, nenhuma corrente. (b) Capacitor descarregando, corrente crescendo. (c) Capacitor completamente descarregado, corrente máxima. (d) Capacitor carregando mas com polaridade oposta à de (a), corrente decrescendo. (e) Capacitor completamente carregado com polaridade oposta à de (a), nenhuma corrente. (f) Capacitor descarregando, corrente crescendo no sentido oposto ao de (b), ao de (c) e ao de (d). (g) Capacitor completamente descarregado, corrente máxima. (h) Capacitor carregando, corrente decrescendo.

a carga, a corrente e a diferença de potencial não variam exponencialmente (com a constante de tempo τ) mas *senoidalmente* (com freqüência angular ω). Em outras palavras, o circuito *oscila*. Vamos descobrir o que ocorre neste circuito, sob o ponto de vista da física.

Suponhamos que, inicialmente, a carga do capacitor, na Fig. 35-1a, seja q e a corrente i , no indutor, seja zero.* Neste instante, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor é dada pela Eq. 27-21:

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad (35-1)$$

A energia armazenada no campo magnético do indutor dada pela Eq. 33-24, ou seja,

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad (35-2)$$

é zero, pois a corrente é zero.

O capacitor começa, então, a descarregar através do indutor, com os portadores de carga positiva movendo-se no sentido anti-horário, como mostra a Fig. 35-1b. Isto significa que uma corrente i , dada por dq/dt e apontando para baixo no indutor é estabelecida no circuito. À medida que q diminui, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor também diminui. Esta energia é transferida para o campo magnético que aparece em torno do indutor por causa da corrente i que aí está crescendo. Assim, o campo elétrico diminui, o campo magnético aumenta e a energia é transferida do primeiro para o segundo.

No instante correspondente à Fig. 35-1c, toda a carga do capacitor terá desaparecido. O campo elétrico no capacitor será zero, a energia, antes lá armazenada, terá sido totalmente transferida para o campo magnético do indutor. De acordo com a Eq. 35-2, deve haver uma corrente — de valor máximo — no indutor. Note que, embora a carga q seja nula, a corrente (que é a taxa em que q está variando com o tempo) não é zero neste instante.

A corrente intensa no indutor, na Fig. 35-1c, continua a transportar carga positiva da placa superior para a placa inferior do capacitor, como mostra a Fig. 35-1d; a energia flui agora do indutor de volta para o capacitor, enquanto crescem novamente a carga e o campo elétrico. Finalmente, a energia acabará sendo totalmente devolvida ao

*Quando tratamos com grandezas elétricas que oscilam senoidalmente, tais como a carga, a corrente e a diferença de potencial, representamos seus valores instantâneos pelas letras minúsculas (q , i e v) e suas amplitudes de oscilação pelas letras maiúsculas (Q , I e V).

capacitor, como na Fig. 35-1e. A situação da Fig. 35-1e é igual à inicial, exceto que a polaridade do capacitor está, agora, invertida.

O capacitor começará a descarregar novamente, mas com a corrente no sentido horário, como mostra a Fig. 35-1f. Raciocinando como antes, concluímos que o circuito retornará finalmente à sua situação inicial e que o processo se repetirá com uma freqüência definida f à qual corresponde uma freqüência angular $\omega (= 2\pi f)$. Uma vez iniciadas, essas oscilações LC (no caso ideal descrito, em que o circuito não possui resistência) manter-se-ão indefinidamente, com uma contínua troca de energia entre o campo elétrico do capacitor e o campo magnético do indutor. Qualquer uma das configurações da Fig. 35-1 pode ser considerada como condição inicial. As oscilações continuaram, então, a partir desse ponto, processando-se em torno da figura, no sentido horário. Compare cuidadosamente estas oscilações com as do sistema bloco-mola, descrito na Fig. 8-5.

Para determinarmos a carga q em função do tempo, podemos usar um voltímetro para medir a diferença de potencial variável no tempo v_C , que existe entre as placas do capacitor C . A relação

$$v_C = \left(\frac{1}{C}\right) q,$$

que mostra que v_C é proporcional a q , nos permite calcular q . Para medirmos a corrente, podemos inserir uma pequena resistência R em série no circuito e medir a diferença de potencial variável no tempo v_R através dela. Esta é proporcional a i , de acordo com a relação

$$v_R = Ri.$$

Supomos neste caso que R seja tão pequeno que seu efeito sobre o comportamento do circuito seja desprezível. As variações no tempo de q e i , ou mais corretamente de v_C e v_R que lhes são proporcionais, são mostradas na Fig. 35-2. Ambas variam senoidalmente.



Fig. 35-2 (a) A diferença de potencial através do capacitor do circuito da Fig. 35-1, em função do tempo. Esta grandeza é proporcional à carga do capacitor. (b) Uma grandeza proporcional à corrente no circuito da Fig. 35-1. As letras indicam os correspondentes estágios de oscilação denotados na Fig. 35-1.

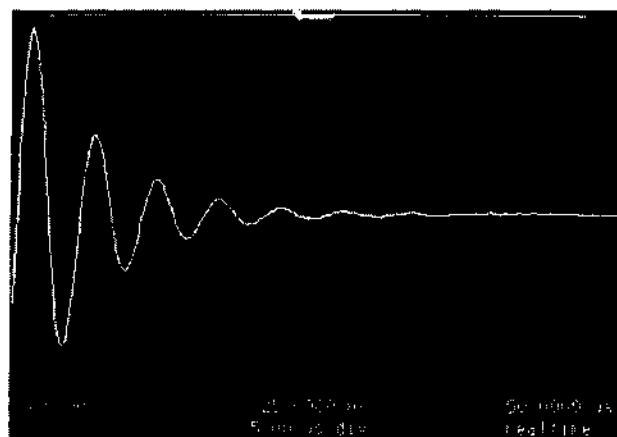


Fig. 35-3 Fotografia da tela de um osciloscópio mostrando como as oscilações num circuito RLC amortecem-se por causa da energia que é dissipada no resistor sob a forma térmica.

Num circuito LC real, as oscilações não continuam indefinidamente porque sempre existe alguma resistência presente que retira gradualmente energia dos campos elétrico e magnético e a dissipada como energia térmica; o circuito fica quente. As oscilações, uma vez iniciadas, vão sendo amortecidas e acabam se extinguindo como mostra a Fig. 35-3. Compare esta figura com a Fig. 14-19, que mostra o decaimento das oscilações mecânicas de um sistema bloco-mola causado pelo amortecimento por atrito.

Será possível sustentarmos as oscilações eletromagnéticas se providenciarmos um meio de fornecer, automaticamente e periodicamente (uma vez em cada ciclo, por exemplo), de uma fonte externa, energia capaz de compensar a dissipada como energia térmica. (Um equivalente mecânico é o mecanismo de escape de um relógio, destinado a fornecer a um pêndulo, a energia de uma mola ou da queda de um peso, compensando assim as perdas por atrito que, senão, acabariam por fazer cessar as oscilações.) Existem, no comércio, osciladores LC que cobrem uma grande gama de freqüências, desde as baixas audiofreqüências (menores do que 10 Hz) até freqüências de microondas (maiores do que 10 GHz).

EXEMPLO 35-1 Um capacitor de $1.5 \mu\text{F}$ é carregado a 57 V. A bateria que o carrega é, então, retirada, e uma bobina de 12 mH é ligada aos terminais do capacitor, de modo que ocorram oscilações LC . Qual é a corrente máxima na bobina? Suponha que o circuito não contenha nenhuma resistência.

Solução De acordo com o princípio da conservação da energia, a energia máxima armazenada no capacitor tem de ser igual à energia máxima armazenada no indutor. Segue que, das Eqs. 35-1 e 35-2, temos

$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}LI^2,$$

onde I é a corrente máxima e Q é a carga máxima. Note que a corrente máxima e a carga máxima não ocorrem ao mesmo tempo mas com um

quarto de ciclo de diferença; veja as Figs. 35-1 e 35-2. Resolvendo para I e substituindo Q por CV , encontramos

$$I = V \sqrt{\frac{C}{L}} = (57 \text{ V}) \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ F}}{12 \times 10^{-9} \text{ H}}} \quad (\text{Resposta}) \\ = 0.637 \text{ A} \approx 640 \text{ mA.}$$

EXEMPLO 35-2 Num circuito LC , um indutor de 1.5 mH armazena uma energia máxima de $17 \mu\text{J}$. Qual é o pico de corrente I ?

Solução Quando a corrente atinge seu valor máximo, a energia está totalmente armazenada no indutor, nenhuma energia, neste instante, é encontrada no capacitor. Resolvendo-se a Eq. 35-2 ($U_b = L I^2/2$) para I , encontramos

$$I = \sqrt{\frac{2U_b}{L}} = \sqrt{\frac{(2)(17 \times 10^{-6} \text{ J})}{1.5 \times 10^{-3} \text{ H}}} \quad (\text{Resposta}) \\ = 0.151 \text{ A} \approx 150 \text{ mA.}$$

35-3 Analogia com o Movimento Harmônico Simples

Vamos examinar mais cuidadosamente a analogia entre o sistema LC da Fig. 35-1 e o sistema bloco-mola da Fig. 8-5. No sistema oscilante bloco-mola estão envolvidas duas espécies de energia. Uma é a energia potencial da mola comprimida ou alongada; a outra é a energia cinética do bloco em movimento. Estas são expressas pelas fórmulas conhecidas, do lado esquerdo, da Tabela 35-1. A tabela sugere que um capacitor é, sob o ponto de vista da matemática, análogo a uma mola e, um indutor a uma massa, bem como determinadas grandezas eletromagnéticas “correspondem” a certas grandezas mecânicas. Em particular,

q corresponde a x ,

i corresponde a v .

C corresponde a $1/k$,

L corresponde a m .

A comparação da Fig. 35-1 com a Fig. 8-5 mostra como é estreita esta correspondência. Note como v e i se correspondem nas duas figuras, da mesma forma que x e q . Note ainda, como, em cada caso, a energia se alterna entre

duas formas, magnética e elétrica, no caso do sistema LC e, cinética e potencial, no caso do sistema bloco-mola.

Na Seção 14-3 vimos que a freqüência angular natural de oscilação de um sistema bloco-mola (sem atrito) é

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{sistema bloco-mola}). \quad (35-3)$$

A lista de correspondências citadas, sugere que, para obtermos a freqüência angular natural de um circuito LC (sem resistência) devemos substituir k por $1/C$ e m por L , resultando

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{círculo } LC). \quad (35-4)$$

Este resultado é realmente correto, conforme mostraremos na próxima seção.

35-4 Oscilações LC : Estudo Quantitativo

Nesta seção vamos mostrar que a Eq. 35-4 para a freqüência angular das oscilações LC está correta. Ao mesmo tempo, vamos examinar mais estreitamente a analogia entre as oscilações LC e as oscilações bloco-mola. Vamos começar estendendo um pouco o tratamento anterior que demos ao oscilador mecânico bloco-mola.

O Oscilador Bloco-Mola

Analisamos as oscilações bloco-mola no Cap. 14 em termos de transferência de energia e não deduzimos — naquela etapa inicial — a equação diferencial fundamental que governa essas oscilações. Façamos isso agora.

Podemos escrever, para a energia mecânica de um oscilador bloco-mola, em qualquer instante,*

$$U = U_b + U_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2, \quad (35-5)$$

onde U_b e U_k são, respectivamente, a energia cinética do bloco em movimento e a energia potencial da mola esticada ou comprimida. Como estamos supondo que não haja atrito, a energia total U permanece constante com o tempo, embora x e v variem. Em linguagem mais formal, $dU/dt = 0$. Segue que

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right) \\ = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt} = 0. \quad (35-6)$$

Tabela 35-1
Comparação Entre Dois Sistemas Oscilantes

Sistema Mecânico (Fig. 8-5)		Sistema Eletromagnético (Fig. 35-1)	
Elemento	Energia	Elemento	Energia
Mola	Potencial, $kx^2/2$	Capacitor	Elétrica, $q^2/2C$
Bloco	Cinética, $mv^2/2$	Indutor	Magnética, $Li^2/2$
	$v = dx/dt$		$i = dq/dt$

*Antigamente, usávamos a letra E para representar a energia mecânica; estamos agora fazendo uma pequena mudança de notação para facilitar a comparação com situações elétricas.

Mas $dx/dt = ve$ e $d^2x/dt^2 = d^2x/dt^2$. Com estas substituições, a Eq. 35-6 se reduz a

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (\text{oscilações bloco-mola}). \quad (35-7)$$

A Eq. 35-7 é a *equação diferencial* fundamental que governa as oscilações bloco-mola, sem atrito. Ela envolve o deslocamento x e sua segunda derivada em relação ao tempo.

A solução geral da Eq. 35-7, isto é, a função $x(t)$ que descreve as oscilações bloco-mola (conforme já vimos na Eq. 14-3), é

$$x = X \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{deslocamento}). \quad (35-8)$$

onde X é a amplitude das oscilações mecânicas e ω é a frequência angular delas.

O Oscilador LC

Vamos analisar as oscilações de um circuito *LC*, sem resistência, procedendo exatamente da mesma forma que no caso do oscilador bloco-mola. A energia total U presente em qualquer instante no circuito *LC* oscilante é dada por

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{2C},$$

que expressa o fato de que, num instante arbitrário, a energia está armazenada, parte no campo magnético do indutor (como U_B) e parte no campo elétrico do capacitor (como U_E). Como estamos supondo não haver resistência no circuito, não há transferência de energia para a forma térmica e U permanece constante com o tempo, embora i e q variem. Em linguagem mais formal, dU/dt deve ser zero. Segue que

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{2C} \right) \\ &= Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (35-9)$$

Agora, $dq/dt = i$ e $di/dt = d^2q/dt^2$. Com estas substituições, a Eq. 35-9, se reduz a

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{oscilações LC}). \quad (35-10)$$

Esta é a *equação diferencial* que descreve as oscilações de um circuito *LC*, sem resistência. Comparando a Eq. 35-10 com a Eq. 35-7, observamos que as duas têm exatamente a mesma forma matemática, diferindo somente nos símbolos usados.

Como as equações diferenciais são matematicamente idênticas, suas soluções devem ser também matematica-

mente idênticas. Como q corresponde a x , podemos escrever a solução geral da Eq. 35-10, dando q em função do tempo, por analogia com a Eq. 35-8, ou seja,

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{carga}). \quad (35-11)$$

onde Q é a amplitude das variações da carga e ω é a frequência angular das oscilações eletromagnéticas.

Podemos testar se a Eq. 35-11 é realmente uma solução da Eq. 35-10 substituindo aquela, juntamente com sua derivada segundas, nessa última. Para determinar a derivada segundas, escrevemos

$$\frac{dq}{dt} = i = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \quad (35-12)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\omega^2 Q \cos(\omega t + \phi).$$

Substituindo-se q e d^2q/dt^2 na Eq. 35-10, temos

$$-L\omega^2 Q \cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{C} Q \cos(\omega t + \phi) = 0.$$

Cancelando $Q \cos(\omega t + \phi)$ e tirando o valor de ω vem:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Logo, como obtivemos para ω o valor constante $1/\sqrt{LC}$, a Eq. 35-11 é realmente uma solução da Eq. 35-10. Note que, este resultado obtido para ω coincide com a Eq. 35-4 que tinha sido obtida por comparação.

A constante de fase ϕ na Eq. 35-11 é determinada pelas condições existentes no instante $t = 0$. Fazendo-se, por exemplo, $\phi = 0$ para $t = 0$, a Eq. 35-11 exige que $q = Q$ e a Eq. 35-12 exige que $i = 0$; estas são as condições iniciais representadas pela Fig. 35-1a.

A energia elétrica armazenada no circuito *LC*, num instante qualquer t , de acordo com as Eqs. 35-2 e 35-11, é

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi) \quad (35-13)$$

e a energia magnética, de acordo com as Eqs. 35-2 e 35-12, é

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t + \phi).$$

Substituindo a expressão de ω (Eq. 35-4) nesta equação, vem

$$U_B = \frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi). \quad (35-14)$$

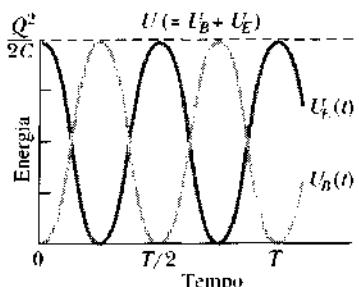


Fig. 35-4 As energias magnética e elétrica armazenadas no circuito da Fig. 35-1, em função do tempo. Note que a soma destas energias permanece constante. T é o período de oscilação.

A Fig. 35-4 mostra os gráficos de $U_E(t)$ e $U_B(t)$ para o caso de $\phi = 0$. Note que:

1. Os valores máximos de U_E e U_B são os mesmos ($= Q^2/2C$).
2. Num instante qualquer a soma de U_E e U_B é uma constante ($= Q^2/2C$).
3. Quando U_E atinge seu valor máximo, U_B é zero e inversamente.

Compare esta discussão com a que foi feita na Seção 14-4 para a transferência de energia no sistema bloco-mola.

EXEMPLO 35-3 a. Num circuito LC oscilante, qual será o valor da carga, expressa em termos da carga máxima Q , que estará presente no capacitor quando a energia estiver igualmente repartida entre o campo elétrico e o campo magnético? Suponha que $L = 12 \text{ mH}$ e $C = 1.7 \mu\text{F}$.

Solução O problema exige que $U_E = U_{E,\max}/2$. O valor instantâneo e o valor máximo da energia armazenada no capacitor são dados, respectivamente, por

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad \text{e} \quad U_{E,\max} = \frac{Q^2}{2C},$$

e, assim, de acordo com a exigência do problema temos

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{2C}$$

ou

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} Q = 0.707 Q. \quad (\text{Resposta})$$

b. Quanto tempo levará para que esta condição seja atingida, supondo que inicialmente o capacitor esteja completamente carregado?

Solução Fazendo $\phi = 0$ na Eq. 35-11 e usando o resultado encontrado acima, temos

$$\frac{q}{Q} = \frac{Q \cos \omega t}{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad \omega t = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad},$$

que corresponde a 1/8 do período de oscilação. A freqüência angular ω é obtida da Eq. 35-4:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(12 \times 10^{-3} \text{ H})(1.7 \times 10^{-6} \text{ F})}} \\ &= 7.00 \times 10^3 \text{ rad/s}. \end{aligned}$$

O tempo t é, então,

$$\begin{aligned} t &= \frac{\pi/4 \text{ rad}}{\omega} = \frac{\pi}{(4)(7.00 \times 10^3 \text{ rad/s})} \\ &= 1.12 \times 10^{-4} \text{ s} \approx 110 \mu\text{s}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Verifique que a freqüência f e o período T da oscilação valem aproximadamente 1,1 kHz e 900 μs .

35-5 Oscilações Amortecidas num Circuito RLC

Quando a resistência R está presente num circuito LC , a energia eletromagnética total U não é mais constante mas diminui com o tempo à medida que é transformada em energia térmica no resistor. Como veremos, a analogia com o oscilador bloco-mola amortecido da Seção 14-8 é exata.

Como antes, a energia total é dada por

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{q^2}{2C}. \quad (35-15)$$

U não é mais constante, porém, mas exatamente

$$\frac{dU}{dt} = -i^2 R, \quad (35-16)$$

o sinal negativo significando que a energia armazenada U diminui com o tempo, sendo convertida em energia térmica na taxa $i^2 R$. Derivando a Eq. 35-15 e combinando o resultado com a Eq. 35-16, temos

$$\frac{dU}{dt} = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -i^2 R.$$

Substituindo i por dq/dt e di/dt por d^2q/dt^2 , depois de dividir por i , obtemos

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{circuito RLC}). \quad (35-17)$$

que é a equação diferencial que descreve as oscilações amortecidas num circuito RLC . Fazendo-se $R = 0$, esta equação se reduz — como era de se esperar — à Eq. 35-10, que é a equação diferencial que descreve as oscilações LC não-amortecidas.

Afirmamos, sem demonstrar, que a solução geral da Eq. 35-17 pode ser escrita na forma

$$q = Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi), \quad (35-18)$$

na qual

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2}$$

com a freqüência ω dada pela Eq. 35-4. A Eq. 35-18 é o equivalente exato da Eq. 14-40, a equação para o desloca-

mento em função do tempo num movimento harmônico simples amortecido.

A Eq. 35-18, que pode ser descrita como uma função cossenoide com amplitude exponencialmente decrescente no tempo, é a equação da curva de amortecimento da Fig. 35-3. A freqüência angular ω' é sempre menor do que a freqüência angular ω ($= 1/\sqrt{LC}$) das oscilações não-amortecidas, mas consideraremos somente os casos para os quais a resistência R seja tão pequena que possamos fazer $\omega' = \omega$ sem cometer erro apreciável. Lembre-se de que fizemos uma hipótese semelhante quando estudamos as oscilações amortecidas do sistema bloco-mola, na Seção 14-8.

EXEMPLO 35-4 Um circuito tem $L = 12 \text{ mH}$, $C = 1,6 \mu\text{F}$ e $R = 1,5 \Omega$.

a. Depois de quanto tempo t a amplitude das oscilações cairá à metade de seu valor inicial?

Solução De acordo com a Eq. 35-18, vemos que isto ocorrerá quando a amplitude $Qe^{-Rt/2L}$ for igual a $Q/2$, ou quando

$$e^{-Rt/2L} = \frac{1}{2}.$$

Tomando o logaritmo natural de cada lado desta igualdade temos

$$(-Rt/2L) = \ln 1 - \ln 2.$$

Mas, $\ln 1 = 0$, de modo que

$$\begin{aligned} t &= \frac{2L}{R} \ln 2 = \frac{(2)(12 \times 10^{-3} \text{ H})(\ln 2)}{1.5 \Omega} \\ &= 0.0111 \text{ s} \approx 11 \text{ ms.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. A quantas oscilações completas este intervalo de tempo corresponde?

Solução O número de oscilações que ocorrem num dado intervalo de tempo é igual a este intervalo de tempo dividido pelo período, que está relacionado à freqüência angular ω por $T = 2\pi/\omega$. A freqüência angular é

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(12 \times 10^{-3} \text{ H})(1.6 \times 10^{-6} \text{ F})}} \\ &= 7.216 \text{ rad/s} \approx 7.200 \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

O período é, então,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7.216 \text{ rad/s}} = 8.707 \times 10^{-4} \text{ s.}$$

O tempo em questão, expresso em termos de oscilações completas é, então,

$$\frac{t}{T} = \frac{0.0111 \text{ s}}{8.707 \times 10^{-4} \text{ s}} \approx 13. \quad (\text{Resposta})$$

Assim sendo, a amplitude decaiu à metade do seu valor inicial depois de, aproximadamente, 13 ciclos de oscilação. Note que, o amortecimento, neste exemplo, é menos drástico que o amortecimento indicado na Fig. 35-3, onde a amplitude cai para a metade depois de um pouco mais que meio ciclo.

35-6 Oscilações Forçadas e Ressonância

Discutimos as oscilações livres de um circuito LC e as oscilações amortecidas de um circuito RLC , no qual um elemento resistivo estava presente. Caso o amortecimento seja suficientemente pequeno — o que tem sido suposto — estes dois tipos de oscilações têm uma freqüência angular dada por $\omega = 1/\sqrt{LC}$, que denominamos **freqüência angular natural** do sistema oscilante. Esta grandeza, simbolizada anteriormente por ω , passamos, nesta seção, a denotar por ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{freqüência angular natural}) \quad (35-19)$$

Fizemos esta mudança na notação porque vamos considerar agora um circuito RLC submetido a uma fem que varia com uma freqüência angular controlada ω , de acordo com a expressão:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t, \quad (35-20)$$

onde \mathcal{E}_m é a amplitude da fem e ω é chamada de **freqüência angular propulsora**. As oscilações resultantes de carga, corrente e diferença de potencial no circuito são denominadas de **oscilações forçadas**.

Assim que essa fem é aplicada, surgem no circuito correntes transientes. Entretanto, nosso interesse está na corrente senoidal que se estabelece no circuito depois que essas correntes transientes se extinguem.

Qualquer que seja a freqüência natural ω_0 , as oscilações da carga, da corrente e da diferença de potencial no circuito, ocorrem com a freqüência angular propulsora ω .

A Fig. 35-5 compara o sistema eletromagnético oscilante a um sistema mecânico correspondente. Um vibrador V , que impõe uma força externa alternada, corresponde ao gerador G , que impõe uma fem alternada externa. Como antes, existe “correspondência” entre outras grandezas. Note que, embora usemos acidentalmente o mesmo símbolo para a mola e o indutor, eles não são elementos correspondentes. Nas equações diferenciais pertinentes, uma mola é descrita matematicamente como um capacitor e um indutor como uma massa.

O problema das oscilações forçadas de um circuito RLC será resolvido completamente no Cap. 36, que trata de correntes alternadas. Nesta seção vamos somente apresentar a solução e examinar alguns resultados gráficos.

A variável elétrica de maior interesse no circuito da Fig. 35-5a é a corrente e afirmamos que ela é dada por

$$i = I \sin(\omega t - \phi). \quad (35-21)$$

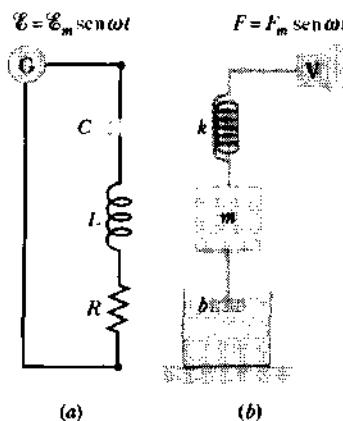


Fig. 35-5 Oscilações forçadas na freqüência angular ω (a) num sistema eletromagnético oscilante e (b) num sistema mecânico oscilante correspondente. Os elementos correspondentes nos dois sistemas estão desenhados um em frente ao outro.

A amplitude I da corrente na Eq. 35-21 é uma medida da resposta do circuito da Fig. 35-5a à fem aplicada. É razoável supor, de acordo com a experiência (em empurrar balanços, por exemplo), que o valor de I será o maior possível quando a freqüência angular propulsora ω for igual à freqüência angular natural ω_0 do sistema. Em outras palavras, um gráfico de I contra ω deve apresentar um máximo quando

$$\omega = \omega_0 \quad (\text{ressonância}), \quad (35-22)$$

o que denominamos **condição de ressonância**.

A Fig. 35-6 mostra três gráficos de I em função da razão ω/ω_0 . Cada gráfico corresponde a um diferente valor da resistência R . Vemos que cada uma das curvas tem de fato um valor máximo quando a condição de ressonância da Eq. 35-22 é satisfeita. Note que, à medida que R diminui, o pico de ressonância torna-se cada vez mais pontiagudo.

A Fig. 35-6 sugere a experiência comum de se sintonizar uma estação de rádio. Ao girar o botão, estamos ajustando a freqüência natural ω_0 do circuito LC interno à freqüência ω do sinal transmitido pela antena da emissora, ou seja, estamos buscando a ressonância. Numa área metropolitana, onde existem sinais com freqüências não muito diferenciadas, a agudeza da sintonização torna-se muito importante.

A Fig. 35-6 encontra uma contrapartida na Fig. 14-21, que mostra os picos de ressonância para as oscilações forçadas de um oscilador mecânico, tal como o indicado na Fig. 35-5b. Neste caso, também, a resposta máxima ocorre quando a freqüência angular propulsora for igual à freqüência angular natural e os picos de ressonância tornam-se cada vez mais pontiagudos, à medida que o fator de amortecimento (o coeficiente b) se reduz. Um observador atento notará que as curvas das Figs. 35-6 e 14-

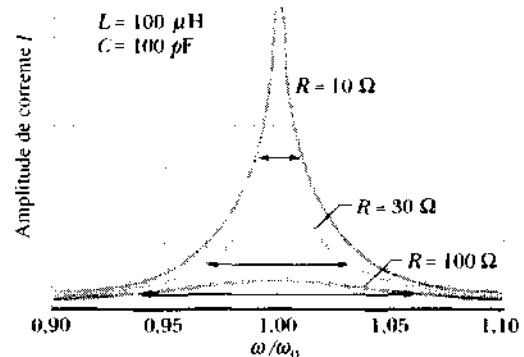


Fig. 35-6 Curvas de ressonância para as oscilações forçadas do circuito da Fig. 35-5a. Os valores de L e de C são os mesmos para as três curvas, mas os valores de R são diferentes, conforme indicamos na figura. As setas horizontais desenhadas na metade do nível máximo de cada curva definem a largura da curva e são uma medida da agudeza da ressonância. Note que, em cada caso, a amplitude de corrente é máxima na ressonância (onde $\omega/\omega_0 = 1$).

21 não se “correspondem” exatamente. A primeira é um gráfico da amplitude de corrente contra a freqüência; sabemos que a grandeza mecânica correspondente à corrente é a velocidade. Entretanto, a segunda figura não é um gráfico da amplitude de velocidade contra a freqüência, mas da amplitude de deslocamento contra a freqüência. Contudo, os dois conjuntos de curvas ilustram o fenômeno de ressonância.

35-7 Outros Osciladores: Um Pouco de Eletrônica (Opcional)

Não devemos encerrar este capítulo com a idéia de que todos os osciladores elétricos são baseados em circuitos LC como aquele da Fig. 35-1.

Osciladores de Cristal

A palavra quartzo (“quartz”) que vem escrita em relógios de pulso ou de parede, significa que o dispositivo contém um *oscilador de cristal de quartzo*. O quartzo tem uma propriedade elétrica interessante: cortando-se dele uma fatia fina e comprimindo-a, surgem, em suas faces opostas, cargas iguais mas de sinais contrários; inversamente, aplicando-se uma diferença de potencial entre as faces opostas da fatia, as dimensões da fatia mudam.

Esta propriedade conhecida por **piezelétricidade**, fornece uma ligação conveniente entre as oscilações mecânicas do cristal, que ocorrem numa freqüência bem definida, e as propriedades elétricas do circuito do qual o cristal faz parte. Os osciladores de cristal de quartzo são usados em relógios e transmissores de rádio, onde a estabilização da freqüência do oscilador é uma necessidade fundamental. Os cristais piezelétricos são usados em outras aplicações, nas quais um movimento mecânico deve ser convertido em sinal elétrico, como num fonógrafo, ou um sinal elétrico

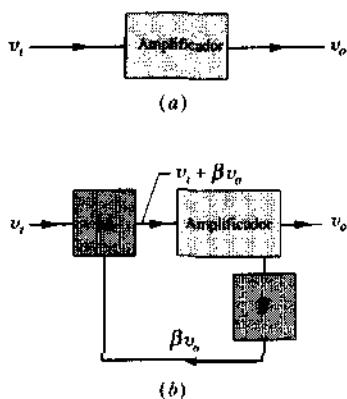


Fig. 35-7 (a) Um amplificador simples, mostrando os sinal de entrada e de saída. (b) O amplificador transformado num oscilador por meio de realimentação positiva. O circuito de realimentação F devolve uma fração β do sinal de saída para a entrada, onde ele é somado ao sinal de entrada no misturador M.

deve ser convertido em movimento mecânico como num sonar.

Osciladores com Realimentação

Quando empurramos os botões de um aparelho de telefone, os sons que se ouvem são gerados por um outro tipo de oscilador, baseado somente em elementos resistivos e capacitivos (sem nenhum indutor). Estes osciladores são muito usados na microeletrônica, pois é muito fácil incorporar um resistor ou um capacitor num *chip* microeletrônico, o que não acontece com um indutor.

A Fig. 35-7 sugere esquematicamente como funcionam tais osciladores. A Fig. 35-7a, mostra um amplificador simples, que apresenta a propriedade de ampliar um sinal de entrada v_i por um fator g , a fim de gerar um sinal de saída v_o , de modo que

$$g = \frac{v_o}{v_i}.$$

A grandeza adimensional g , denominada *ganho de voltagem* do amplificador, é sempre maior do que um.

A Fig. 35-7b mostra como este amplificador básico pode ser transformado num oscilador mediante um mecanismo de *realimentação positiva*. Uma fração βv_o do sinal de saída (onde $\beta < 1$) é selecionada pelo circuito de realimentação (caixa F) e este sinal retorna para a entrada, onde é misturado (na caixa M) com o sinal de entrada original de modo a reforçá-lo. Quando desejamos que o circuito oscile com uma determinada freqüência, o circuito de realimentação deve ser projetado de tal modo que o sinal usado na realimentação se superponha ao sinal de entrada depois de um intervalo de tempo igual ao período de oscilação na freqüência considerada. Deste modo, o sinal de entrada é reforçado numa fase adequada e energia é adicionada ao circuito de entrada para compensar as perdas resistivas.

Na Fig. 35-7b, podemos escrever o ganho do *amplificador sozinho*, como

$$g = \frac{v_o}{v_i + \beta v_o} \text{ (amplificador sozinho).} \quad (35-23)$$

Contudo, o ganho efetivo g' do *círcuito total* da Fig. 35-7b é

$$g' = \frac{v_o}{v_i} \text{ (todo o circuito).} \quad (35-24)$$

Combinando as Eqs. 35-23 e 35-24, obtemos

$$g' = \frac{g}{1 - \beta g} \quad (35-25)$$

que mostra que g' pode ser muito maior que g . De fato, g' pode, em princípio, tornar-se infinitamente grande, caso o circuito de realimentação seja projetado de modo que $\beta g = 1$. Isto significa que o oscilador não necessitaria de um sinal de entrada para fazê-lo oscilar; a menor perturbação aleatória daria inicio a isto e ele oscilaria com a freqüência de ressonância determinada pelo projeto do circuito de realimentação dependente da freqüência. Entretanto, na prática, um ganho infinito não pode ser obtido, porque, em todos os amplificadores, o ganho do amplificador, g , diminui à medida que a intensidade do sinal de entrada cresce.

Controle do Tráfego Aéreo

Os osciladores eletromagnéticos desempenham um papel muito importante no controle do tráfego aéreo. Para localizar um avião, um oscilador emite um sinal de radar; um segundo oscilador detecta não só o eco desse sinal refletido pelo avião como também o sinal de um terceiro oscilador a bordo do avião que serve para identificá-lo e dar informação relativa ao seu vôo.

A identificação e a localização do avião podem ser mostradas diretamente para o controlador de vôo através da tela de um radar. Há pouco tempo, o controlador instruía o piloto do avião, oralmente, por meio de contato por rádio. Para diminuir os riscos de tal procedimento, um sistema eletromagnético oscilante, chamado sistema Modo S, está sendo, agora, instalado, para que um computador de controle de vôo possa enviar dados diretamente ao oscilador-receptor a bordo do avião para conhecimento do piloto. Instruções de vôo serão enviadas normalmente, mas também avisos de possíveis perigos poderão ser informados.

Para diminuir o perigo dos vôos em áreas congestionadas, os aviões estão sendo equipados com “sistemas de alerta de tráfego e de procedimentos para evitar colisão” (TCAS, do inglês *traffic alert and collision avoidance systems*), que também incluem osciladores. Quando o oscilador de detecção de um TCAS recebe o sinal de um avião que se aproxima perigosamente, o sistema alerta o piloto e informa qual é a melhor manobra, descer ou subir, para evitar colisão. Uma instrução contrária é dada pelo TCAS ao piloto do outro avião.

RESUMO

Transferências de Energia num Circuito LC

Num circuito *LC* oscilante (sem resistência), as energias armazenadas no campo elétrico do capacitor e no campo magnético do indutor, são dadas por

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad \text{e} \quad U_B = \frac{1}{2}Li^2. \quad (35-1, 35-2)$$

A energia total $U (= U_E + U_B)$ permanece constante à medida que a energia oscila entre os dois elementos do circuito.

Uma Analogia Mecânica

As transferências de energia num circuito oscilante são análogas às transferências de energia num sistema oscilante bloco-mola. As correspondências listadas na Tabela 35-1 nos permitem predizer que a freqüência angular das oscilações *LC* vale

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{círculo } LC). \quad (35-4)$$

Uma Solução Quantitativa

O princípio da conservação da energia nos conduz a

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{oscilações } LC) \quad (35-10)$$

que é a equação diferencial das oscilações *LC*, sem resistência. A solução da Eq. 35-10 é

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{carga}). \quad (35-11)$$

com ω dada pela Eq. 35-4. A amplitude de carga Q e a constante de fase ϕ são fixadas pelas condições iniciais do sistema.

Oscilações Amortecidas

Na presença de um elemento resistivo R , as oscilações *LC* são amortecidas. Neste caso, de acordo com o princípio da conservação da energia, a equação diferencial que governa as oscilações é dada por

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{círculo } RLC). \quad (35-17)$$

Sua solução é

$$q = Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega't + \phi). \quad (35-18)$$

Consideramos apenas situações com pequeno amortecimento, nas quais podemos substituir ω' por ω dado na Eq. 35-4.

Oscilações Forçadas

Um circuito *RLC*, como o mostrado na Fig. 35-5a pode ser conduzido a uma **oscilação forçada**, com uma freqüência angular ω , por ação de uma fém externa, tal como:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (35-20)$$

Aqui denotamos a **freqüência angular natural** (constante) ($= 1/\sqrt{LC}$) do sistema ressonante por ω_0 , reservando ω para a freqüência (variável) da fém aplicada. A corrente no circuito é dada por

$$i = I \sin(\omega t - \phi). \quad (35-21)$$

Ressonância

A amplitude de corrente I tem um valor máximo quando $\omega = \omega_0$, uma condição denominada de **ressonância**. Os picos de ressonância tornam-se cada vez mais agudos à medida que a resistência R do circuito diminui.

Osciladores de Quartz

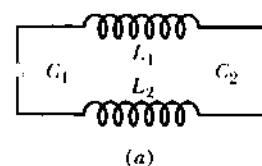
Os **osciladores de cristal de quartzo** dependem da propriedade **piezelétrica** do quartzo: as tensões resultantes das oscilações mecânicas produzem uma diferença de potencial alternada que pode ser usada em circuitos elétricos de diversos tipos.

Osciladores com Realimentação

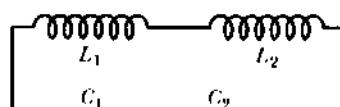
Os osciladores com realimentação são combinações de amplificadores com circuitos de realimentação, com realimentação positiva. O circuito oscila com uma freqüência ressonante determinada pelas propriedades do circuito de realimentação.

QUESTIONÁRIO

- Por que o circuito *LC* da Fig. 35-1 não pára simplesmente de oscilar no instante em que o capacitor fica completamente descarregado?
- Como se pode fazer um circuito *LC* começar a oscilar com a condição inicial representada na Fig. 35-1c? Projete um esquema de chave alternadora capaz de consegui-lo.
- A curva inferior (b) na Fig. 35-2 é proporcional à derivada da curva superior (a). Explique o porquê.
- Num circuito *LC* oscilante, suposto sem resistência, o que determina (a) a freqüência e (b) a amplitude das oscilações?
- Em conexão com as Figs. 35-1c e 35-1g, explique como é possível existir uma corrente no indutor embora não exista carga no capacitor.
- Na Fig. 35-1, que mudanças são necessárias para que as oscilações ocorram no sentido anti-horário?
- Na Fig. 35-1, determine a constante de fase ϕ da Eq. 35-11 para que cada uma das oito situações descritas possa servir como condição inicial das oscilações.



(a)



(b)

Fig. 35-8 Questão 9.

dois circuitos oscilantes são iguais? Considere os casos (i) $C_1 = C_2$, $L_1 = L_2$; (ii) $C_1 \neq C_2$, $L_1 \neq L_2$.

10. Na analogia mecânica de um circuito LC , que grandeza mecânica corresponde à diferença de potencial?

11. Discuta a afirmação de que as curvas de ressonância da Fig. 35-6 e da Fig. 14-21 não podem ser comparadas, porque a primeira é um gráfico da amplitude de corrente (I) e a última um gráfico da amplitude de deslocamento (x_m). Estas duas grandezas são "correspondentes"? Isto faz alguma diferença se o nosso propósito é apenas ilustrar o fenômeno da ressonância?

12. Duas molas idênticas estão unidas a um objeto de massa m , o arranjo podendo oscilar livremente sobre uma superfície horizontal sem atrito, como mostra a Fig. 35-9. Esboce um análogo eletromagnético para este sistema mecânico oscilante.

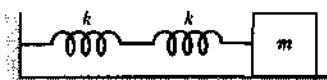


Fig. 35-9 Questão 12.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 35-2 Oscilações LC : Estudo Qualitativo

1E. Qual é a capacidade de um circuito LC , sabendo-se que a carga máxima do capacitor é $1,60 \mu\text{C}$ e a energia total é $140 \mu\text{J}$?

2E. Num circuito LC , um indutor de $1,50 \text{ mH}$ armazena uma energia máxima de $10,0 \mu\text{J}$. Qual é o pico de corrente?

3E. Num circuito LC oscilante $L = 1,10 \text{ mH}$ e $C = 4,00 \mu\text{F}$. A carga máxima do capacitor vale $3,00 \mu\text{C}$. Determine a corrente máxima.

4E. Um circuito LC consiste num indutor de $75,0 \text{ mH}$ e num capacitor de $3,60 \mu\text{F}$. Sabendo-se que a carga máxima do capacitor é $2,90 \mu\text{C}$, (a) qual é a energia total no circuito e (b) qual é a corrente máxima?

5E. Para um certo circuito LC a energia total é transformada de energia elétrica no capacitor em energia magnética no indutor em $1,50 \mu\text{s}$. (a) Qual é o período de oscilação? (b) Qual é a freqüência de oscilação? (c) Num certo instante, a energia magnética é máxima. Quanto tempo depois será máxima novamente?

6P. A freqüência de oscilação de um certo circuito LC é 200 kHz . No instante $t = 0$, a placa A do capacitor tem carga positiva máxima. Em quais instantes $t > 0$ (a) a placa A terá novamente carga positiva máxima, (b) a outra placa do capacitor terá carga positiva máxima e (c) o indutor terá campo magnético máximo?

Seção 35-3 Analogia com o Movimento Harmônico Simples

7E. Um bloco de $0,50 \text{ kg}$ oscila preso a uma mola que, quando distendida de $2,0 \text{ mm}$, a partir do equilíbrio, tem uma força restauradora de $8,0 \text{ N}$. (a) Qual é a freqüência angular de oscilação? (b) Qual é o período de oscilação? (c) Qual será a capacidade do sistema LC análogo, se a indutância L valer $5,0 \text{ H}$?

8P. Um circuito LC com um indutor de $1,25 \text{ H}$ possui uma energia de $5,70 \mu\text{J}$. A carga máxima armazenada no capacitor é igual a $175 \mu\text{C}$. Determine (a) a massa, (b) a constante da mola, (c) o deslocamento máximo e (d) a velocidade escalar máxima para o sistema mecânico análogo.

Seção 35-4 Oscilações LC : Estudo Quantitativo

9E. Os osciladores LC são usados em circuitos ligados a alto-falantes para criar alguns dos sons da música eletrônica. Que indutância deve ser usada com um capacitor de $6,7 \mu\text{F}$ para produzir uma freqüência de 10 kHz , aproximadamente o meio da faixa audível de freqüências?

10E. Que capacidade deve ser ligada a um indutor de $1,30 \text{ mH}$ de modo que o oscilador resultante seja ressonante a $3,50 \text{ kHz}$?

11E. Num circuito LC com $L = 50 \text{ mH}$ e $C = 4,0 \mu\text{F}$, a corrente é inicialmente máxima. Quanto tempo depois o capacitor estará com carga plena pela primeira vez?

12E. Considere o circuito mostrado na Fig. 35-10. Com a chave S_1 fechada e as outras duas chaves abertas, o circuito tem uma constante de tempo τ_c (veja a Seção 29-8). Com a chave S_2 fechada e as outras duas chaves abertas, o circuito tem uma constante de tempo τ_L (veja a Seção 33-4). Com a chave S_3 fechada e as outras duas chaves abertas, o circuito oscila com um período T . Mostre que $T = 2\pi\sqrt{\tau_c\tau_L}$.

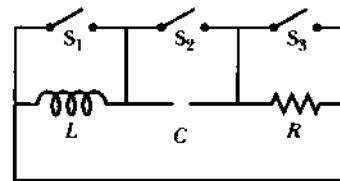


Fig. 35-10 Exercício 12.

13E. Deduza a equação diferencial de um circuito LC (Eq. 35-10), usando a lei das malhas.

14E. Uma malha simples contém diversos indutores (L_1, L_2, \dots), diversos capacitores (C_1, C_2, \dots) e diversos resistores (R_1, R_2, \dots) ligados em série como mostrado, por exemplo, na Fig. 35-11a. Mostre que, independente da sequência das ligações, o comportamento do sistema é idêntico ao do circuito LC simples mostrado na Fig. 35-11b. (Sugestão: Considere a lei das malhas.)

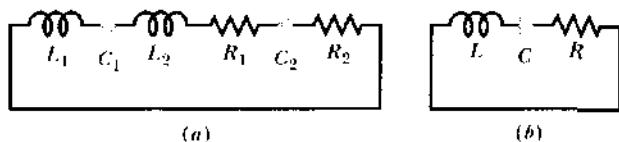


Fig. 35-11 Exercício 14.

15P. Um circuito LC oscilante consistindo num capacitor de $1,0 \text{ nF}$ e numa bobina de $3,0 \text{ mH}$ tem um pico de voltagem de $3,0 \text{ V}$. (a) Qual é a carga máxima do capacitor? (b) Qual é o pico de corrente no circuito? (c) Qual é a energia máxima armazenada no campo magnético da bobina?

16P. Um circuito LC tem uma indutância de $3,00 \text{ mH}$ e uma capacidade de $10,0 \mu\text{F}$. Calcular (a) a freqüência angular e (b) o período de oscilação. (c) No instante $t = 0$, a carga do capacitor é de $200 \mu\text{C}$ e a corrente

é zero. Desenhe aproximadamente o gráfico da carga do capacitor em função do tempo.

17P. Num circuito LC no qual $C = 4,00 \mu\text{F}$ a diferença de potencial máxima através do capacitor durante as oscilações é de $1,50 \text{ V}$ e a corrente máxima através do indutor é de $50,0 \text{ mA}$. (a) Qual é a indutância L ? (b) Qual é a freqüência das oscilações? (c) Quanto tempo leva para que a carga do capacitor cresça de zero até seu valor máximo?

18P. No circuito mostrado na Fig. 35-12, a chave ficou na posição *a* durante um tempo muito longo. Ela é agora movida para a posição *b*. (a) Calcular a freqüência da corrente oscilante resultante. (b) Qual é a amplitude das oscilações da corrente?

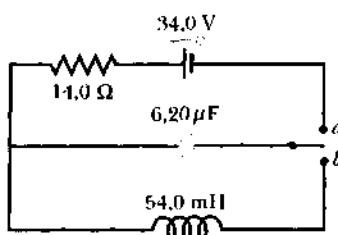


Fig. 35-12 Problema 18.

19P. Dispõe-se de um indutor de 10 mH e de dois capacitores de $5,0 \mu\text{F}$ e $2,0 \mu\text{F}$. Calcule todas as freqüências que podem ser geradas ligando-se esses elementos de todas as maneiras possíveis.

20P. Um circuito LC oscila com a freqüência de $10,4 \text{ kHz}$. (a) Sabendo-se que a capacidade vale $340 \mu\text{F}$, qual é a indutância? (b) Sabendo-se que a corrente máxima vale $7,20 \text{ mA}$, qual é a energia total no circuito? (c) Calcular a carga máxima do capacitor.

21P. Num circuito LC oscilante, que carga, expressa em termos da carga máxima, estará presente no capacitor, quando a energia armazenada no campo elétrico for 50% da energia armazenada no campo magnético? (b) Em que instante, expresso como fração do período, terá lugar essa condição, supondo que o capacitor esteja, inicialmente, totalmente carregado?

22P. Num certo instante, num circuito LC oscilante, 75% da energia total está armazenada no campo magnético do indutor. (a) Em termos da carga máxima, qual é a carga do capacitor, nesse instante? (b) Em termos da corrente máxima, qual é a corrente no indutor, nesse instante?

23P. Um indutor está ligado a um capacitor, cuja capacidade é regulável por meio do giro de um botão. Desejamos fazer variar a freqüência das oscilações LC , linearmente com o deslocamento angular do botão, desde 2×10^5 até $4 \times 10^5 \text{ Hz}$, correspondendo a um giro de 0° a 180° . Para $L = 1,0 \text{ mH}$, faça um gráfico de C em função do ângulo, para uma rotação de 180° .

24P. Um capacitor variável no intervalo de 10 a 365 pF é usado com uma bobina, formando um circuito LC de freqüência variável, a fim de sintonizar o sinal de entrada de um rádio. (a) Qual é a razão entre as freqüências máxima e mínima que podem ser sintonizadas com tal capacitor? (b) Para sintonizar freqüências no intervalo de $0,54$ a $1,60 \text{ MHz}$, a razão calculada em (a) é muito grande. Adicionando-se um capacitor em paralelo ao capacitor variável, este intervalo pode ser ajustado. Que capacidade deve ter este capacitor e que indutância deve ser escolhida para sintonizar o referido intervalo de freqüências?

25P. Num circuito LC , $L = 25,0 \text{ mH}$ e $C = 7,80 \mu\text{F}$. No instante $t = 0$ a corrente é $9,20 \text{ mA}$, a carga do capacitor é $3,80 \mu\text{C}$ e o capacitor está

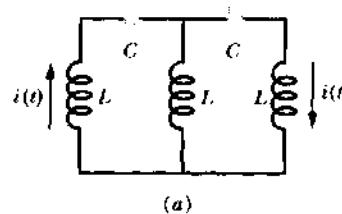
carregando. (a) Qual é a energia total do circuito? (b) Qual é a carga máxima do capacitor? (c) Qual é a corrente máxima? (d) Sabendo-se que a carga do capacitor é dada por $q = Q \cos(\omega t + \phi)$, qual é o ângulo de fase ϕ ? (e) Considere os mesmos dados, exceto que o capacitor está perdendo a carga no instante $t = 0$. Qual é, então, o ângulo de fase ϕ ?

26P. Num circuito LC oscilante $L = 3,00 \text{ mH}$ e $C = 2,70 \mu\text{F}$. No instante $t = 0$, a carga do capacitor é zero e a corrente é $2,00 \text{ A}$. (a) Que carga máxima aparecerá no capacitor? (b) Em termos do período T de oscilação, quanto tempo transcorrerá desde $t = 0$ até que a energia armazenada no capacitor esteja crescendo com sua maior taxa? (c) Qual é esta taxa máxima com que a energia flui para o capacitor?

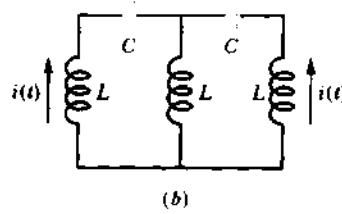
27P. Num circuito LC com $C = 64,0 \mu\text{F}$ a corrente em função do tempo é dada por $i = (1,60) \sin(2,500t + 0,680)$, onde t é dado em segundos, i em ampères e o ângulo de fase em radianos. (a) Quando, após $t = 0$, a corrente atingirá seu valor máximo? (b) Qual é a indutância? (c) Determine a energia total no circuito.

28P. Um circuito em série contendo uma indutância L_1 e uma capacidade C_1 oscila na freqüência angular ω . Um segundo circuito em série, contendo uma indutância L_2 e uma capacidade C_2 , oscila na mesma freqüência. Em termos de ω , qual é a freqüência angular de oscilação de um circuito em série contendo todos estes quatro elementos? Despreze a resistência. (Sugestão: Use as fórmulas da capacidade equivalente e da indutância equivalente.)

29P. Três indutores idênticos L e dois capacitores idênticos estão ligados num circuito de duas malhas, conforme mostra a a Fig. 35-13. (a) Suponha que as correntes tenham os sentidos mostrados na Fig. 35-13a. Qual é a corrente no indutor do meio? Escreva as equações para as malhas e mostre que são satisfeitas desde que a corrente oscile com a freqüência angular $\omega = 1/\sqrt{LC}$. (b) Suponha, agora, que as correntes tenham os sentidos indicados na Fig. 35-13b. Qual é a corrente no indutor do meio? Escreva as equações para as malhas e mostre que são satisfeitas, desde que a corrente oscile com a freqüência angular $\omega = 1/\sqrt{3LC}$. (c) Tendo em vista o fato de que o circuito pode oscilar com duas freqüências diferentes, mostre que não é possível substituir este circuito de duas malhas por um circuito LC equivalente contendo uma única malha.



(a)



(b)

Fig. 35-13 Problema 29.

30P*. Na Fig. 35-14 o capacitor de $900 \mu\text{F}$ está inicialmente carregado a 100 V e o capacitor de $100 \mu\text{F}$ está descarregado. Descreva, detalhadamente, como é possível carregar o capacitor de $100 \mu\text{F}$ a 300 V , manipulando as chaves S_1 e S_2 .

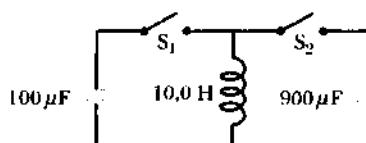


Fig. 35-14 Problema 30.

Seção 35-5 Oscilações Amortecidas num Circuito RLC

31E. Que resistência R deve ser ligada em série com uma indutância $L = 220 \text{ mH}$ e uma capacitância $C = 12.0 \mu\text{F}$ a fim de que a carga máxima do capacitor decaia a 99,0% de seu valor inicial em 50,0 ciclos?

32E. Considere um circuito LC amortecido. (a) Mostre que o termo de amortecimento $e^{-Rt/2L}$ (que envolve L , mas não C) pode ser reescrito numa forma mais simétrica (envolvendo L e C) como $e^{-Rt/\sqrt{LC}}e^{i\omega t}$. Nesta expressão T é o período de oscilação (desprezando a resistência). (b) Usando (a), mostre que a unidade SI de $\sqrt{L/C}$ é o “ohm”. (c) Usando (a), mostre que a condição para que a perda percentual de energia, por ciclo, seja pequena, é dada por: $R \ll \sqrt{L/C}$.

33P. Num circuito LC amortecido, determine o instante em que a energia máxima presente no capacitor é a metade da energia máxima presente no instante $t = 0$. Suponha $q = Q$ para $t = 0$.

34P. Um circuito com uma única malha consiste em um resistor de $7,20 \Omega$, um indutor de 12.0 H e um capacitor de $3.20 \mu\text{F}$. Inicialmente, a carga do capacitor é $6.20 \mu\text{C}$ e a corrente é zero. Calcular a carga do capacitor depois de N oscilações completas, para $N = 5, 10$ e 100 .

35P. (a) Por substituição direta da Eq. 35-18 na Eq. 35-17, mostre que $\omega' = \sqrt{(1/LC) - (R/2L)^2}$. (b) Qual é a redução relativa da freqüência quando a resistência é aumentada de 0 para 100Ω , num circuito com $L = 4.40 \text{ H}$ e $C = 7.30 \mu\text{F}$?

36P*. Num circuito LC amortecido, mostre que a fração da energia perdida por ciclo de oscilação, $\Delta U/U$, é dada com boa aproximação por $2\pi R/\omega L$. A grandeza $\omega L/R$ é freqüentemente denominada o “ Q ” do circuito (inicial de qualidade). Um circuito de “alto Q ” possui resistência baixa e uma perda relativa também baixa de energia por ciclo ($= 2\pi/Q$).

Seção 35-6 Oscilações Forçadas e Ressonância

37E. Um gerador com uma freqüência de oscilação ajustável está ligado em série com um indutor de $L = 2.50 \text{ mH}$ e um capacitor de $C =$

$3.00 \mu\text{F}$. Qual é a freqüência do gerador para a qual as oscilações de corrente têm amplitude máxima?

38E. Na Fig. 35-15, um gerador com uma freqüência de oscilação ajustável está ligado a uma resistência variável R , a um capacitor de $C = 5.50 \mu\text{F}$ e a um indutor L . Com $R = 100 \Omega$, a corrente produzida no circuito tem amplitude igual à metade da amplitude máxima para as freqüências de oscilação iguais a 1.30 e 1.50 kHz . (a) Qual é o valor de L ? (b) Se o valor de R for aumentado, o que acontecerá com as freqüências para as quais a amplitude da corrente vale a metade da amplitude máxima?

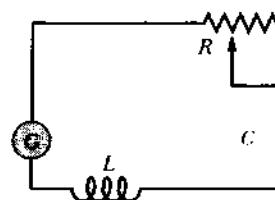


Fig. 35.15 Exercício 38.

39P. Queremos ligar, em série, um gerador com um indutor de $L = 2.00 \text{ mH}$ e com uma capacitância C . Dispomos de dois capacitores, de capacitâncias $C_1 = 4.00 \mu\text{F}$ e $C_2 = 6.00 \mu\text{F}$, que podem ser usados separadamente ou em conjunto, para produzir C . Quais são as freqüências de ressonância que podem ser obtidas?

40P. Um gerador com freqüência de oscilação ajustável está ligado à resistência $R = 100 \Omega$, às indutâncias $L_1 = 1.70 \text{ mH}$ e $L_2 = 2.30 \text{ mH}$ e às capacitâncias $C_1 = 4.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 2.50 \mu\text{F}$ e $C_3 = 3.50 \mu\text{F}$, conforme mostra a Fig. 35-16. (a) Qual é a freqüência de ressonância do circuito? (Sugestão: Veja o Problema 33-5.) O que acontecerá com a freqüência de ressonância se (b) o valor de R for aumentado, (c) o valor de L_1 for aumentado e (d) a capacitância C_3 for removida do circuito?

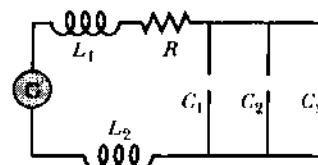


Fig. 35-16 Problema 40.

PROBLEMAS ADICIONAIS

41. No instante $t = 0$ não há carga no capacitor de um circuito RLC mas existe uma corrente I percorrendo o indutor. (a) Determine a constante de fase ϕ (na Eq. 35-18) do circuito. (b) Escreva uma expressão para a carga q do capacitor em função do tempo t e em termos da amplitude de corrente e da freqüência angular ω' das oscilações.

42. Um circuito constituído de um indutor e de um capacitor (mas nenhuma resistência) tem uma freqüência angular de oscilação ω . Colocando-se uma pequena resistência R em série com os outros elementos, as oscilações vão se extinguindo na taxa de $p\%$, por ciclo, onde p é número pequeno. Determine a indutância L e a capacitância C do circuito.

43. Na Fig. 35-17, que relação, entre os valores R , L e C , garante que a corrente i através da bateria atinge seu valor final E/R , no instante em

que a chave S é fechada, e que este valor seja mantido para todos os valores de t ?

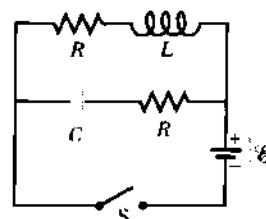
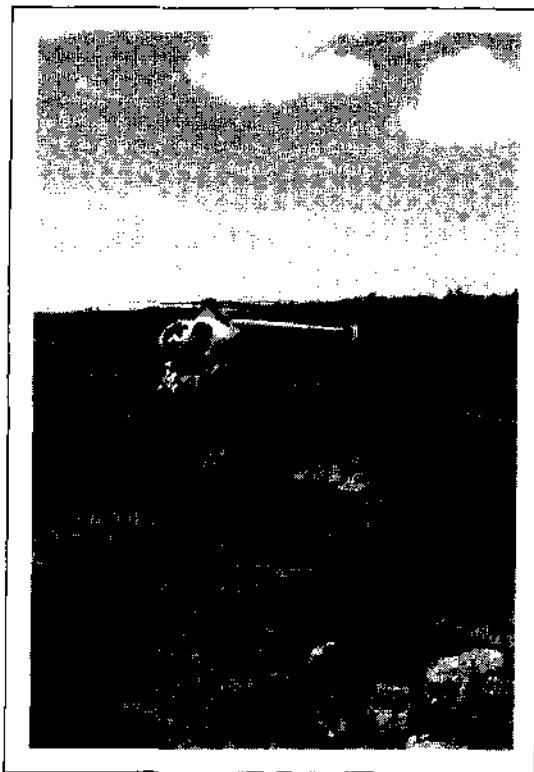


Fig. 35-17 Problema 43.

CORRENTES ALTERNADAS



Quando uma linha de transmissão de energia de alta tensão precisa de reparos, uma empresa de serviços públicos não pode simplesmente parar seu funcionamento, pois do contrário uma cidade poderia ficar sem luz. Assim sendo, os reparos têm de ser feitos com as linhas eletricamente "quentes". O homem na fotografia colocou, manualmente, um espaçador entre as linhas de 500 kW, procedimento que requer considerável habilidade. Por que, exatamente, o potencial destas linhas de transmissão é tão alto? Surpreendentemente, a corrente ao longo das linhas, embora letal, não é muito grande. Não deveria sê-lo?*

36-1 Por Que Estudar Corrente Alternada?

A maioria das casas e repartições são providas de fiação elétrica que conduz **corrente alternada (ca)**, isto é, corrente cujo valor varia senoidalmente com o tempo, trocando de sentido (mais comumente) 120 vezes por segundo. À primeira vista, pode parecer um procedimento estranho.

Vimos que a velocidade escalar de deriva dos elétrons de condução num fio condutor é cerca de 4×10^{-5} m/s. Se, agora, invertermos seus sentidos a cada intervalo de 1/120 do segundo, estes elétrons poderiam mover-se apenas 3×10^{-7} m, na metade de um ciclo. Com esta taxa, um elétron típico mover-se-ia passando por não mais do que aproximadamente dez átomos da rede cristalina do cobre antes que fosse forçado a inverter o sentido do movimento. Como, então, o elétron poderia vir a alcançar qualquer parte do fio?

Embora o fato possa ser embaraçoso, não implica preocupação. Os elétrons de condução não têm que "alcançar qualquer parte do fio". Quando dizemos que a corrente que percorre um fio é igual a um ampère, significa que os portadores de carga atravessam qualquer plano ortogonal ao fio na taxa de um coulomb por segundo. A velocidade escalar com que os portadores atravessam esse plano não entra

*O método de restauração de linhas de alta voltagem, mostrado na fotografia de abertura deste capítulo, foi patenteado por Scott H. Yenzer e está autorizado a ser usado exclusivamente pela companhia Haverfield Corporation of Miami, Florida. Quando um restaurador de linhas se aproxima de uma delas, o campo elétrico ao redor da linha, faz com que seu corpo fique aproximadamente com o mesmo potencial da linha. Para igualar os dois potenciais, ele estende um "bastão" condutor até a linha. Para não ser eletrocutado, ele tem de estar isolado de qualquer coisa ligada eletricamente à terra. Para que seu corpo fique num único potencial — igual ao da linha em que está trabalhando — ele usa roupa, capuz e luvas condutores, todos eletricamente ligados à linha através do bastão.

diretamente neste cálculo; um ampère pode corresponder a muitos portadores de carga se movendo lentamente ou a poucos se movendo rapidamente. Além disso, o sinal que obriga os elétrons a inverterem seus sentidos de movimento — que resulta da fem alternada fornecida pelo gerador — propaga-se ao longo do fio a uma velocidade escalar próxima à da luz. Todos os elétrons, independentemente de onde estejam localizados, recebem este sinal que os obriga à mudança de sentido praticamente no mesmo instante. Finalmente, notamos que em muitos dispositivos, tais como lâmpadas ou torradeiras elétricas, não interessa o sentido do movimento dos elétrons e sim que estejam em movimento e desse modo transferindo energia ao dispositivo.

Uma das principais vantagens da corrente alternada é a seguinte: à medida que a corrente se alterna, o campo magnético que circunda o condutor também se alterna. Tal fato torna possível a utilização da lei da indução de Faraday, que, entre outras coisas, nos permite aumentar ou diminuir, à vontade, o valor de uma diferença de potencial alternada, usando um dispositivo chamado de transformador, como veremos no final deste capítulo. Além disso, a corrente alternada é mais adequada para o uso em máquinas rotativas, tais como geradores e motores, do que a **corrente contínua (cc)**. Por exemplo, girando-se uma bobina num campo magnético externo, como na Fig. 36-1, a fem induzida na bobina é alternada. Extrair uma diferença de potencial alternada de uma bobina e, a seguir, transformá-la numa diferença de potencial de intensidade e polaridade constantes para que possa suprir um sistema de distribuição de energia de corrente contínua, tem sido um desafio para a engenharia.

As fms alternadas e as correntes alternadas geradas por elas são fundamentais, não apenas para os sistemas de geração e distribuição de energia, mas também para o rádio, a televisão, a comunicação através de satélites, para os computadores e para um grande número de situações que caracterizam nosso estilo moderno de vida.

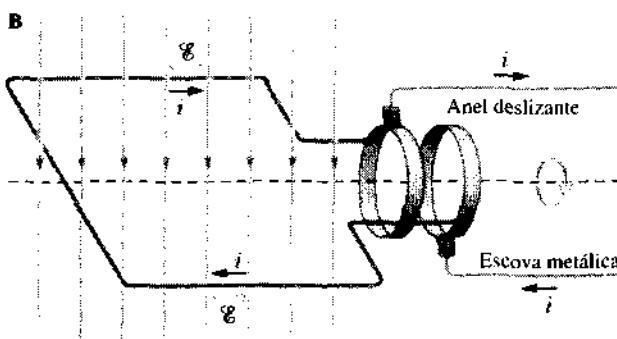


Fig. 36-1 O princípio básico de um gerador de corrente alternada consiste na rotação de uma bobina num campo magnético externo. Na prática, a fem induzida alternada numa bobina de muitas espiras pode ser coletada por meio de anéis deslizantes, associados ao eixo em rotação, cada um ligado a um dos terminais de enrolamento e eletricamente por meio de uma escova metálica (contra a qual ele desliza) ao resto do circuito elétrico.

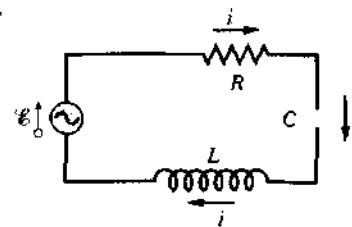


Fig. 36-2 Um circuito de malha simples contendo um resistor, um capacitor e um indutor. Um gerador, representado por uma linha ondulada envolvida por uma circunferência, cria uma fem alternada que estabelece uma corrente alternada.

36-2 Plano de Estudos para este Capítulo

Na Seção 35-6, vimos que, quando uma fem alternada dada por

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega t \quad (36-1)$$

é aplicada a um circuito, como aquele da Fig. 36-2, uma corrente alternada dada por

$$i = I \operatorname{sen} (\omega t - \phi) \quad (36-2)$$

é estabelecida no circuito.* Exatamente como nos circuitos de corrente contínua, a corrente alternada i , no circuito da Fig. 36-2, num dado instante, tem o mesmo valor em todas as partes do circuito (de malha única). Além disso, a freqüência angular ω da corrente na Eq. 36-2 é necessariamente a mesma freqüência angular do gerador que aparece na Eq. 36-1.

As características básicas da fem alternada fornecida pelo gerador são sua amplitude \mathcal{E}_m e sua freqüência angular ω . As características básicas do circuito da Fig. 36-2 são a resistência R , a capacitância C e a indutância L . As características básicas da corrente alternada dada pela Eq. 36-2 são sua amplitude I e sua constante de fase ϕ . Nossa objetivo neste capítulo pode ser resumido como segue:

DADOS	DETERMINAR
Para o gerador: \mathcal{E}_m e ω	I e ϕ
Para o circuito: R , C e L	

Em vez de determinarmos I e ϕ resolvendo a equação diferencial relativa ao circuito da Fig. 36-2, usaremos um método geométrico: o método dos fases.

*Neste capítulo, as letras minúsculas, como a letra i , representam valores instantâneos de grandezas variáveis no tempo e as letras maiúsculas, como I , representam as amplitudes correspondentes.

36-3 Três Circuitos Simples

Vamos simplificar o problema sugerido pela Fig. 36-2, considerando inicialmente três circuitos simples, cada um contendo o gerador de corrente alternada e somente um outro elemento R , C ou L . Começamos com R .

Um Circuito Resistivo

A Fig. 36-3a mostra um circuito contendo um elemento resistivo e o gerador de corrente com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, temos:

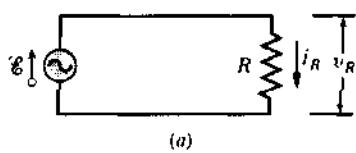
$$\mathcal{E} - v_R = 0.$$

Usando a Eq. 36-1, obtemos

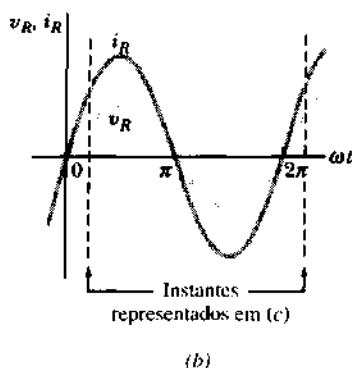
$$v_R = \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Como a amplitude V_R da diferença de potencial (ou **voltagem**) através do resistor é igual à amplitude \mathcal{E}_m da fem alternada, podemos escrever a equação anterior como

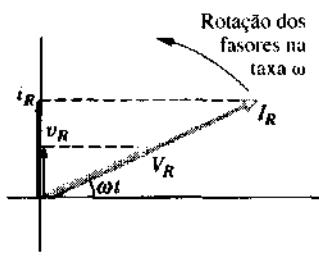
$$v_R = V_R \sin \omega t. \quad (36-3)$$



(a)



(b)



(c)

Fig. 36-3 (a) Um resistor está ligado a um gerador de corrente alternada. **(b)** A corrente e a diferença de potencial através do resistor estão em fase. **(c)** Um diagrama de fasores mostra o mesmo fato que (b).

Usando a definição de resistência também podemos escrever

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega t = I_R \sin \omega t. \quad (36-4)$$

Comparando este resultado com a Eq. 36-2, vemos que, neste caso de uma carga puramente resistiva, a constante de fase vale $\phi = 0^\circ$. Da Eq. 36-4, vemos também que, a amplitude de voltagem e a amplitude de corrente estão relacionadas por

$$V_R = I_R R \quad (\text{resistor}) \quad (36-5)$$

Embora tenhamos obtido esta relação para o circuito da Fig. 36-3a, ela se aplica a um resistor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-3 e 36-4 mostra que as grandezas variáveis no tempo v_R e i_R estão em fase, significando que seus máximos correspondentes ocorrem ao mesmo tempo. Na Fig. 36-3b, os gráficos de $v_R(t)$ e $i_R(t)$ ilustram este fato.

A Fig. 36-3c mostra um método geométrico útil de analisarmos a mesma situação, o método dos **fasores**. Os fasores são, em essência, vetores girantes. Os dois fasores giram no sentido anti-horário, em torno da origem, com freqüência angular ω . O comprimento de um fator é proporcional à **amplitude** da grandeza alternada envolvida, isto é, a V_R ou a I_R . A projeção de um fator sobre o eixo **vertical** é proporcional ao **valor instantâneo** dessa grandeza alternada, isto é, a v_R ou a i_R , para um dado valor instantâneo do ângulo de fase ωt . Na Fig. 36-3c, os fasores estão ao longo da mesma linha indicando que as grandezas v_R e i_R estão em fase. Acompanhe a rotação dos fasores nesta figura e convença-se de que ela descreve completa e corretamente as Eqs. 36-3 e 36-4.

Um Circuito Capacitivo

A Fig. 36-4a mostra um circuito contendo um capacitor e o gerador com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, a diferença de potencial através do capacitor é

$$v_C = V_C \sin \omega t, \quad (36-6)$$

onde V_C é a amplitude da voltagem através do capacitor. Da definição de capacidade podemos também escrever

$$q_C = Cv_C = CV_C \sin \omega t. \quad (36-7)$$

Contudo, não estamos interessados na carga e sim na corrente. Assim sendo, derivando a Eq. 36-7, obtemos

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega CV_C \cos \omega t. \quad (36-8)$$

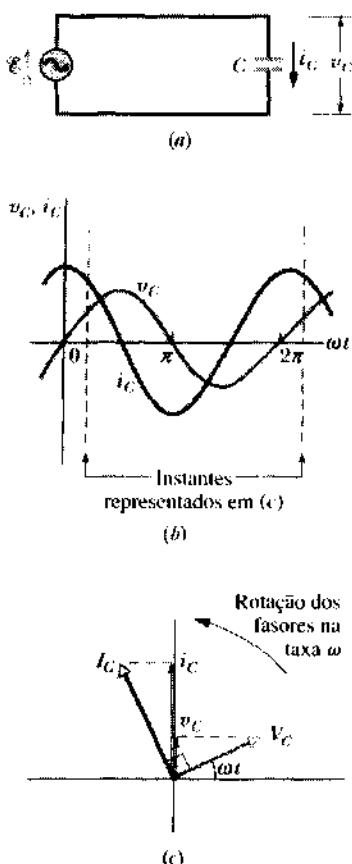


Fig. 36-4 (a) Um capacitor está ligado a um gerador de corrente alternada. (b) A diferença de potencial através do capacitor está atrasada em 90° em relação à corrente. (c) Um diagrama de fasores mostra a mesma situação.

Vamos, agora, com duas modificações, reescrever a Eq. 36-8. Inicialmente, por razões de simetria de notação, introduzimos a grandeza X_C , chamada de **reatância capacitiva** do capacitor, definida como

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (\text{reatância capacitiva}) \quad (36-9)$$

seu valor depende não apenas da capacidade, mas também da freqüência angular ω na qual o capacitor está funcionando. De acordo com a definição da constante de tempo capacitiva ($\tau = RC$), vemos que a unidade SI de capacidade pode ser expressa em segundo/ohm. A aplicação deste resultado na Eq. 36-9 mostra que a unidade SI de X_C é o *ohm*, a mesma unidade da resistência.

A segunda modificação da Eq. 36-8 é obtida da identidade trigonométrica,

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ).$$

Podemos verificar facilmente esta identidade, expandindo seu lado direito de acordo com a fórmula para $\sin(\alpha + \beta)$ listada no Apêndice G.

Com estas duas modificações, a Eq. 36-8 passa a ser escrita

$$\begin{aligned} i_C &= \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega t + 90^\circ) \\ &= I_C \sin(\omega t + 90^\circ). \end{aligned} \quad (36-10)$$

A comparação das Eqs. 36-10 e 36-2 mostra que, neste caso de carga puramente capacitiva, a constante de fase vale $\phi = -90^\circ$. Da Eq. 36-10, vemos também que, a amplitude de voltagem e a amplitude de corrente estão relacionadas por

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{capacitor}) \quad (36-11)$$

Embora tenhamos obtido esta relação para o circuito da Fig. 36-4a, ela se aplica a um capacitor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-6 e 36-10, ou a inspeção da Fig. 36-4b, mostra que as grandezas v_C e i_C estão defasadas em 90° , ou seja, em um quarto de ciclo. Além disso, vemos que i_C está avançada em relação a v_C , ou seja, acompanhando-se as variações temporais da corrente i_C e da diferença de potencial v_C no circuito da Fig. 36-4a, percebemos que o máximo de i_C ocorre um quarto de ciclo *antes* do máximo de v_C .

Esta relação entre i_C e v_C é mostrada com igual clareza no diagrama de fasores da Fig. 36-4c. À medida que os fasores representativos destas duas grandezas giram no sentido anti-horário, vemos que o fator I_C está realmente adiantado em relação ao fator V_C , e por um ângulo de 90° . Isto é, o fator I_C coincide com o eixo vertical um quarto de ciclo antes que o fator V_C coincida. Convença-se de que o diagrama de fasores da Fig. 36-4c tem consistência com as Eqs. 36-6 e 36-10.

Um Circuito Indutivo

A Fig. 36-5a mostra um circuito contendo um elemento indutivo e o gerador com a fem alternada da Eq. 36-1. De acordo com a lei das malhas, podemos escrever

$$v_L = V_L \sin \omega t, \quad (36-12)$$

onde V_L é a amplitude da voltagem através do indutor. Da definição de indutância podemos também escrever

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (36-13)$$

Combinando-se estas duas equações temos

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega t. \quad (36-14)$$

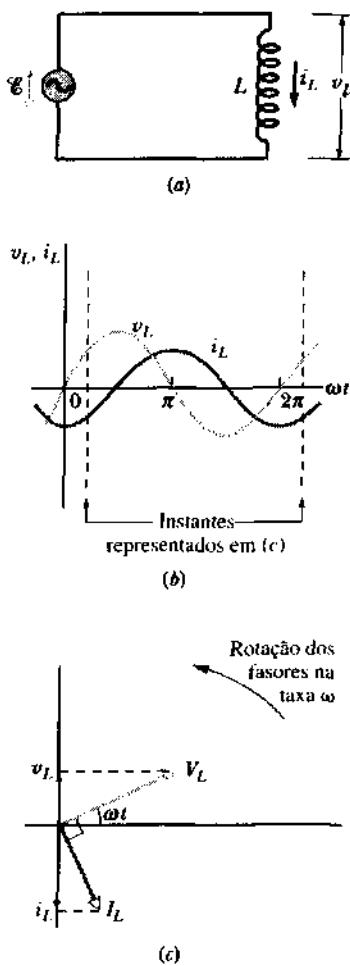


Fig. 36-5 (a) Um indutor está ligado a um gerador de corrente alternada. (b) A diferença de potencial através do indutor está adiantada em 90° em relação à corrente. (c) Um diagrama de fasores mostra a mesma coisa.

Contudo, estamos interessados na corrente e não na sua derivada temporal. Assim sendo, integrando a Eq. 36-14, obtemos

$$\begin{aligned} i_L &= \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \sin \omega t \, dt \\ &= -\left(\frac{V_L}{\omega L}\right) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (36-15)$$

Tabela 36-1
Relações de Fase e de Amplitude para Correntes e Voltagens Alternadas

Elemento de Circuito	Símbolo	Impedância ^a	Fase da Corrente	Ângulo de Fase \$\phi\$	Relação entre Amplitudes
Resistor	\$R\$	\$R\$	Em fase com \$v_L\$	\$0^\circ\$	\$V_R = IR\$
Capacitor	\$C\$	\$X_C\$	Avançada \$90^\circ\$ sobre \$v_L\$	\$-90^\circ\$	\$V_C = IX_C\$
Indutor	\$L\$	\$X_L\$	Atrasada \$90^\circ\$ sobre \$v_L\$	\$+90^\circ\$	\$V_L = IX_L\$

^aComo veremos, impedância é um termo geral que abrange a resistência e a reatância.

Aqui também, com duas modificações, vamos reescrever esta equação. Inicialmente, por questões de simetria de notação, introduzimos a grandeza \$X_L\$, denominada de **reatância indutiva** e definida como

$$X_L = \omega L \quad (\text{reatância indutiva}). \quad (36-16)$$

Ela depende da freqüência angular \$\omega\$ de operação. É fácil verificar que a unidade SI de \$X_L\$ é o *ohm*, a mesma unidade de \$X_C\$ e de \$R\$.

A segunda modificação da Eq. 36-15 é obtida da identidade trigonométrica,

$$-\cos \omega t = \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Podemos verificar esta identidade, expandindo seu lado direito de acordo com a fórmula para \$\sin(\alpha - \beta)\$ dada no Apêndice G.

Com estas duas modificações, a Eq. 36-15 passa a ser escrita

$$\begin{aligned} i_L &= \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \sin(\omega t - 90^\circ) \\ &= I_L \sin(\omega t - 90^\circ). \end{aligned} \quad (36-17)$$

Por comparação com a Eq. 36-2 vemos que, neste caso de carga puramente indutiva, a constante de fase vale \$\phi = +90^\circ\$. Da Eq. 36-17, vemos também que, a amplitude de corrente e a amplitude de voltagem estão relacionadas por

$$V_L = I_L X_L \quad (\text{indutor}). \quad (36-18)$$

Embora tenhamos obtido a Eq. 36-18 para o circuito específico da Fig. 36-5a, ela se aplica a um indutor distinto em qualquer circuito de corrente alternada, não importando quão complexo seja.

A comparação das Eqs. 36-12 e 36-17, ou a inspeção da Fig. 36-5b, mostra que as grandezas \$i_L\$ e \$v_L\$ estão defasadas em \$90^\circ\$. Neste caso, entretanto, \$i_L\$ está atrasada em relação a \$v_L\$. Isto é, acompanhando-se as variações temporais da corrente \$i_L\$ e da diferença de potencial \$v_L\$ no circuito da Fig. 36-5a, verificamos que o máximo de \$i_L\$ ocorre um quarto de ciclo depois do máximo de \$v_L\$.

O diagrama de fasores da Fig. 36-5c também contém esta informação. À medida que os fasores giram na figura, vemos que o fasor I_L está realmente atrasado em relação ao fasor V_L e por um ângulo de 90° . Convença-se de que o diagrama de fasores da Fig. 36-5c representa as Eqs. 36-12 e 36-17.

A Tabela 36-1 resume as relações entre a corrente i e a voltagem v para cada um dos três tipos de elementos de circuito.

EXEMPLO 36-1 Na Fig. 36-4a seja $C = 15,0 \mu\text{F}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = V_C = 36,0 \text{ V}$.

a. Determine a reatância capacitiva X_C .

Solução Da Eq. 36-9, temos

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{(2\pi)(60.0 \text{ Hz})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 177 \Omega. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Note que uma reatância capacitativa, embora seja medida em ohms, não é uma resistência e sim uma grandeza definida pela Eq. 36-9.

b. Determine a amplitude de corrente I_C neste circuito.

Solução Da Eq. 36-11 (veja também a Tabela 36-1), temos

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{36.0 \text{ V}}{177 \Omega} = 0.203 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Embora uma reatância não seja uma resistência, a reatância capacitativa desempenha para um capacitor o mesmo papel que o da resistência para um resistor. Note também que, dobrando-se a freqüência, a reatância capacitativa cai para a metade de seu valor e a amplitude de corrente dobra. Para capacitores, quanto maior a freqüência, menor a reatância.

EXEMPLO 36-2 Na Fig. 36-5a, seja $L = 230 \text{ mH}$, $f = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = V_L = 36,0 \text{ V}$.

a. Determine a reatância indutiva X_L .

Solução Da Eq. 36-16

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi f L = (2\pi)(60.0 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) \\ &= 86.7 \Omega. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

b. Determine a amplitude de corrente I_L no circuito.

Solução Da Eq. 36-18,

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36.0 \text{ V}}{86.7 \Omega} = 0.415 \text{ A} \quad (\text{Resposta})$$

Note que dobrando-se a freqüência, a reatância indutiva dobra e a amplitude de corrente é reduzida à metade. Para indutores, quanto maior a freqüência, maior a reatância.

36-4 O Circuito em Série RLC

Estamos agora em condições de resolver o problema proposto pela Fig. 36-2, em que a fem alternada aplicada é

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (\text{fem aplicada}) \quad (36-19)$$

e a corrente alternada resultante é

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \quad (\text{corrente alternada}) \quad (36-20)$$

Nossa tarefa, lembremos, é determinar a amplitude de corrente I e a constante de fase ϕ . Inicialmente aplicamos a lei das malhas ao circuito da Fig. 36-2, obtendo-se

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L. \quad (36-21)$$

Esta relação envolvendo quatro grandezas variáveis no tempo é válida a todo instante.

Consideremos agora o diagrama de fasores da Fig. 36-6a. Ele mostra, num instante arbitrário, a corrente alternada ainda desconhecida. Seu valor máximo I , sua fase ($\omega t - \phi$) e seu valor instantâneo i estão todos indicados. Lembremos que, embora as diferenças de potencial através dos elementos do circuito na Fig. 36-2 estejam todas variando no tempo com fases diferentes, a corrente i é comum a todos os elementos; num circuito em série, existe uma única corrente.

De acordo com as relações de fase resumidas na Tabela 36-1, podemos desenhar a Fig. 36-6b, em que mostramos também os três fasores representando as voltagens através dos três elementos do circuito R , C e L no instante considerado (o instante em que a fase é $\omega t - \phi$). Como vimos, a corrente está em fase com v_R , avançada de 90° sobre v_C e atrasada de 90° sobre v_L .

Note que a soma algébrica das projeções dos fasores V_R , V_C e V_L sobre o eixo vertical é exatamente o lado direito da Eq. 36-21. Esta soma de projeções deve ser igual ao lado esquerdo desta equação; isto é, ela deve ser igual a \mathcal{E} , a projeção do fasor \mathcal{E}_m .

Nas operações vetoriais, a soma (algébrica) das projeções de um conjunto de vetores sobre um dado eixo é igual à projeção sobre este eixo da soma (vetorial) desses vetores. Segue que o fasor \mathcal{E}_m é igual à soma (vetorial) dos fasores V_R , V_C e V_L , conforme é mostrado na Fig. 36-6c. A figura também mostra o ângulo de fase ϕ , a diferença de fase entre a corrente e a fem aplicada que aparece na Eq. 36-2 (e na Eq. 36-20).

Na Fig. 36-6c, notamos que o fasor diferença $V_L - V_C$ é perpendicular a V_R . Notamos também que

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2.$$

De acordo com as relações de amplitude mostradas na Tabela 36-1, a expressão acima pode ser escrita como

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2,$$

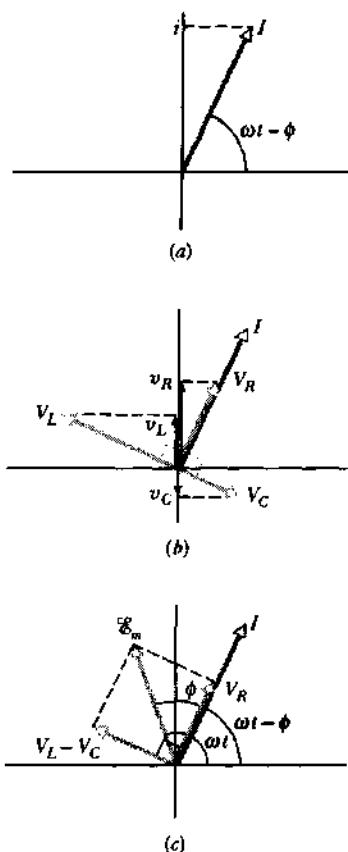


Fig. 36-6 (a) Um fasor representando a corrente alternada no circuito RLC da Fig. 36-2. A amplitude I , o valor instantâneo i e a fase ($\omega t - \phi$) são mostrados. (b) O fasor de (a) e os fasores representando as diferenças de potencial alternada através do resistor, do capacitor e do indutor. Note suas diferenças de fase em relação à corrente alternada. (c) Os fasores de (b) com um fasor representando a f.e.m. alternada.

que nos permite concluir que

$$I = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (36-22)$$

O denominador na Eq. 36-22 é chamado de **impedância** Z do circuito para a freqüência considerada; isto é,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{definição de impedância}) \quad (36-23)$$

Podemos, então, escrever a Eq. 36-22 como

$$I = \frac{E_m}{Z}. \quad (36-24)$$

Substituindo-se X_C e X_L por suas expressões dadas pelas Eqs. 36-9 e 36-16, podemos escrever a Eq. 36-22 mais explicitamente como

$$I = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (\text{amplitude da corrente}). \quad (36-25)$$

Esta relação é a metade da solução do problema proposto na Seção 36-2. Ela nos dá a amplitude I da corrente da Eq. 36-2 em termos de E_m , ω , R , C e L .

A Eq. 36-25 é essencialmente a equação das curvas de ressonância da Fig. 35-6. A inspeção da Eq. 36-25 mostra que o valor máximo de I ocorre quando

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{ressonância}).$$

Esta é precisamente a condição de ressonância que discutimos em conexão com a Fig. 35-6. O valor de I na ressonância é, como vemos da Eq. 36-25, exatamente E_m/R . Este resultado concorda com a Fig. 35-6, em que verificamos que o máximo de ressonância aumenta quando a resistência do circuito diminui.

A Constante de Fase

Falta encontrarmos uma expressão equivalente para a constante de fase ϕ da Eq. 36-2. Da Eq. 36-6c e da Tabela 36-1, podemos escrever

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

OU

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}). \quad (36-26)$$

Resolvemos, assim, a segunda metade do nosso problema; expressamos ϕ em termos de ω , R , C e L . Note que E_m não está envolvida neste caso.

Desenhamos a Fig. 36-6c arbitrariamente com $X_L > X_C$; isto é, supondo que o circuito da Fig. 36-2 seja mais inductivo do que capacitivo. O estudo da Eq. 36-22 mostra que — quanto à amplitude da corrente — não importa se $X_L > X_C$ ou $X_L < X_C$, porque a grandeza $(X_L - X_C)$ está elevada ao quadrado. Contudo, quando usamos a Eq. 36-26 para calcular a fase da corrente em relação à f.e.m. aplicada, isso se torna importante.

Dois Casos Limites

Num caso limite, podemos fazer $R = X_L = 0$ nas Eqs. 36-22 e 36-26, o que nos dá $I = E_m/X_C$ e $\tan \phi = -\infty$. A interpretação física destes resultados dá conta de que o circuito é puramente capacitivo, como na Fig. 36-4a; a constante de fase ϕ é -90° , como na Fig. 36-4b, c.

Num segundo caso limite, podemos fazer $R = X_C = 0$ nas Eqs. 36-22 e 36-26, obtendo-se $I = E_m/X_L$ e $\tan \phi = +\infty$. Isto corresponde a um circuito puramente inductivo, como na Fig. 36-5a, com a constante de fase ϕ de $+90^\circ$, como na Fig. 36-5b, c.

Notamos que a corrente descrita pelas Eqs. 36-20, 36-22 e 36-25 é a corrente do *estado estacionário* que se estabelece algum tempo depois da aplicação da fem alternada. Assim que a fem é aplicada a um circuito, surge uma *corrente transitória* cuja duração depende das constantes de tempo $\tau_L = L/R$ e $\tau_C = RC$. Esta corrente transitória pode ser bastante substancial e pode, por exemplo, até destruir um motor quando ele for ligado, se não a considerarmos, apropriadamente, na elaboração do projeto do circuito.

EXEMPLO 36-3 Na Fig. 36-2, considere $R = 160 \Omega$, $C = 15.0 \mu\text{F}$, $L = 230 \text{ mH}$, $f = 60.0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36.0 \text{ V}$.

a. Determine a impedância Z do circuito.

Solução Nos Exemplos 36-1 e 36-2 vimos que neste circuito a reatância capacitiva X_C do capacitor é 177Ω e a reatância indutiva X_L do indutor é 86.7Ω . Assim sendo, usando a Eq. 36-23, a impedância do circuito é

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(160 \Omega)^2 + (86.7 \Omega - 177 \Omega)^2} \\ &= 184 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

b. Determine a amplitude da corrente I .

Solução Da Eq. 36-24,

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{36.0 \text{ V}}{184 \Omega} = 0.196 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

c. Determine a constante de fase ϕ na Eq. 36-2 (ou na Eq. 36-20).

Solução Da Eq. 36-26, temos

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{86.7 \Omega - 177 \Omega}{160 \Omega} = -0.564.$$

Portanto,

$$\phi = \tan^{-1}(-0.564) = -29.4^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

Note que esta constante de fase negativa é consistente com a Tabela 36-1 porque $X_C > X_L$ (a carga é capacitiva).

36-5 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

No circuito RLC da Fig. 36-2, a fonte de energia é o gerador de corrente alternada. Da energia que ele fornece, parte é armazenada no campo elétrico do capacitor, parte é armazenada no campo magnético do indutor e parte é dissipada como energia térmica no resistor. No estado estacionário, a energia média armazenada no capacitor e no indutor permanece constante. A transferência líquida de energia ocorre, então, do gerador para o resistor, como mostra a Fig. 36-7, onde é transformada da forma eletromagnética para a forma térmica.

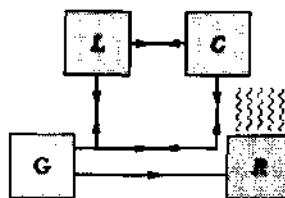


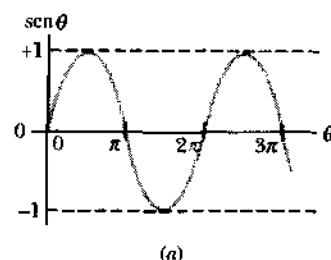
Fig. 36-7 O fluxo de energia no circuito RLC da Fig. 36-2. A energia é fornecida pelo gerador G. Durante cada metade do ciclo, o capacitor C e o indutor L recebem energia e repassam-na integralmente à outra metade. Parte desta energia oscila entre o capacitor e o indutor. Energia flui do gerador para o resistor R, onde aparece na forma térmica.

A taxa instantânea em que a energia é transformada no resistor pode ser escrita, com a ajuda das Eqs. 28-21 e 36-2, como

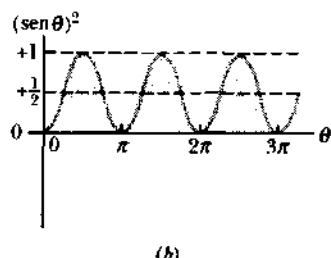
$$\begin{aligned} P &= i^2 R = [I \sin(\omega t - \phi)]^2 R \\ &= I^2 R \sin^2(\omega t - \phi). \end{aligned} \quad (36-27)$$

Contudo, nosso principal interesse está na taxa *média* em que a energia é transferida para o resistor; ela é obtida por meio do cálculo do valor médio da Eq. 36-27 sobre um período. A Fig. 36-8b mostra que o valor médio de $\sin^2 \theta$ num ciclo completo, onde θ é qualquer variável angular, vale exatamente $1/2$. (Note na Fig. 36-8b que as partes sombreadas acima da linha horizontal denotada pelo valor $1/2$ completam exatamente os espaços vazios abaixo desta linha.) Segue que o valor médio da Eq. 36-27 é

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2} I^2 R = (I/\sqrt{2})^2 R. \quad (36-28)$$



(a)



(b)

Fig. 36-8 (a) Um gráfico de $\sin \theta$ contra θ . Seu valor médio num ciclo completo é igual a zero. (b) Um gráfico de $\sin^2 \theta$ contra θ . Seu valor médio num ciclo completo é igual a $1/2$.

A grandeza $I/\sqrt{2}$ é denominada de **valor médio quadrático** da corrente i e escrevemos, no lugar da Eq. 36-28,

$$P_{\text{med}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{potência média}) \quad (36-29)$$

A notação *rms* (iniciais de *root-mean-square*) é apropriada, como veremos a seguir. De acordo com a definição de valor médio quadrático da corrente, inicialmente *quadramos* a corrente instantânea I , obtendo $I^2 \sin^2(\omega t - \phi)$. A seguir, calculamos seu valor *médio*, obtendo-se $I^2/2$ (veja a Fig. 36-8b). Finalmente, extraímos a *raiz quadrada*, resultando $I/\sqrt{2}$, que denotamos por I_{rms} .

A Eq. 36-29 se parece muito com a Eq. 28-21 ($P = \bar{I}R$); concluímos que, usando-se os valores médios quadráticos para as grandezas alternadas, a taxa média de dissipação de energia será, para circuitos de corrente alternada, a mesma que para circuitos de corrente contínua com uma fem constante.

Os instrumentos para correntes alternadas, tais como amperímetros e voltímetros, são usualmente calibrados para leermos I_{rms} , V_{rms} e \mathcal{E}_{rms} . Assim, se ligarmos um voltímetro para corrente alternada a uma tomada elétrica doméstica e ele indicar 120 V, este será um valor médio quadrático. O valor *máximo* da diferença de potencial na tomada é de $\sqrt{2} \times (120 \text{ V})$ ou 170 V. A única razão para o uso de valores médios quadráticos em circuitos de corrente alternada é o fato de que nos permite aplicar as relações familiares de potência dos circuitos de corrente contínua (Seção 28-7).

As relações entre valores máximos e valores médios quadráticos para as três variáveis de interesse são

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}. \quad (36-30)$$

Como o fator de proporcionalidade ($1/\sqrt{2}$), da Eq. 36-30, é o mesmo para as três grandezas, podemos escrever as Eqs. 36-24 e 36-22 como

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (36-31)$$

e, realmente, esta é a forma mais comumente usada.

Podemos modificar a Eq. 36-29, numa forma equivalente útil, combinando-a com a relação $I_{\text{rms}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}/Z$. Obtemos

$$P_{\text{med}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} I_{\text{rms}} R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} (R/Z). \quad (36-32)$$

Entretanto, da Fig. 36-6c e da Tabela 36-1, vemos que R/Z é exatamente o co-seno do ângulo de fase ϕ :

$$\cos \phi = \frac{V_R}{\mathcal{E}_m} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}$$

Tabela 36-2
Potência Média Transmitida por um Gerador em Três Casos Especiais

Elemento de Circuito	Impedância Z	Constante de Fase φ	Fator de Potência cos φ	Potência Média P _{med}
R	R	Zero	1	$\mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$
C	X _c	-90°	Zero	Zero
L	X _L	+90°	Zero	Zero

A Eq. 36-32 passa, então, a ser escrita,

$$P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \quad (\text{potência média}), \quad (36-33)$$

onde cos φ é chamado de **fator de potência**. Como cos φ = cos(-φ), a Eq. 36-33 independe de a constante de fase φ ser positiva ou negativa.

Para que a taxa de energia fornecida a um resistor, num circuito *RLC*, seja máxima, devemos manter o fator de potência cos φ tão próximo da unidade quanto possível. Isto equivale a manter a constante de fase φ tão próxima de zero quanto possível. Se, por exemplo, o circuito for altamente indutivo, poderemos torná-lo menos indutivo adicionando uma capacitância ao circuito; desse modo, reduzindo-se a constante de fase e aumentando-se o fator de potência na Eq. 36-33. As empresas distribuidoras de energia elétrica, colocam capacitores por todo o sistema de transmissão para conseguir tal objetivo.

A Tabela 36-2 exemplifica o uso da Eq. 36-33 em três casos especiais em que o único elemento do circuito presente é um resistor (como na Fig. 36-3a), um capacitor (como na Fig. 36-4a) ou um indutor (como na Fig. 36-5a).

EXEMPLO 36-4 Considere novamente o circuito da Fig. 36-2 e use os mesmos dados do Exemplo 36-3, ou seja, $R = 160 \Omega$, $C = 15.0 \mu\text{F}$, $L = 230 \text{ mH}$, $f = 60.0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36.0 \text{ V}$.

- a. Determine o valor médio quadrático da fem, \mathcal{E}_{rms} .

Solução

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{rms}} &= \mathcal{E}_m / \sqrt{2} = 36.0 \text{ V} / \sqrt{2} \\ &= 25.46 \text{ V} \approx 25.5 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

- b. Determine o valor médio quadrático da corrente, I_{rms} .

Solução No Exemplo 36-3, vimos que $I = 0.196 \text{ A}$. Temos, então,

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= I / \sqrt{2} = 0.196 \text{ A} / \sqrt{2} \\ &= 0.1386 \text{ A} \approx 0.139 \text{ A}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

- c. Determine o fator de potência, cos φ.

Solução No Exemplo 36-3 encontramos para a constante de fase φ o valor -29.4°. Segue que,

$$\text{fator de potência} = \cos(-29.4^\circ) = 0.871 \quad (\text{Resposta})$$

d. Determine a taxa média P_{med} dissipada no resistor.

Solução Da Eq. 36-29, temos

$$\begin{aligned} P_{\text{med}} &= I_{\text{rms}}^2 R = (0.1386 \text{ A})^2 (160 \Omega) \\ &= 3.07 \text{ W}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

De outro modo, a Eq. 36-33 nos dá

$$\begin{aligned} P_{\text{med}} &= \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \\ &= (25.46 \text{ V}) (0.1386 \text{ A}) (0.871) \\ &= 3.07 \text{ W}, \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

conforme esperávamos. Note que, para obtermos a concordância destes resultados com três algarismos significativos, usamos as correntes e as voltagens com quatro algarismos significativos. Estas precauções tomadas no arredondamento de valores não eliminam o fato de que as Eqs. 36-29 e 36-33 são equivalentes.

36-6 O Transformador

Exigências para a Transmissão de Energia

Para circuitos de corrente alternada, a taxa média de dissipação de energia numa carga resistiva é dada pela Eq. 36-33:^{*}

$$P_{\text{med}} = IV. \quad (36-34)$$

Isto significa que, para uma dada exigência de potência, temos uma faixa de escolhas, desde uma corrente relativamente elevada I e uma diferença de potencial relativamente baixa V ou exatamente o inverso, desde que o produto IV seja o exigido.

Em sistemas de distribuição de energia elétrica é desejável por questões de segurança e de eficiência nos projetos de equipamento, lidarmos com voltagens relativamente baixas tanto na extremidade geradora (a usina de energia elétrica) como na extremidade receptora (a casa ou a fábrica). Ninguém jamais projetaria uma torradeira elétrica ou um trenzinho de criança para operar, digamos, a 10 kV. Por outro lado, na transmissão de energia elétrica desde a usina geradora até o consumidor, deseja-se ter a corrente mais baixa possível (e, assim, a maior diferença de potencial possível), para reduzir ao mínimo as perdas IR (muitas vezes chamadas de *perdas ôhmicas*) na linha de transmissão.

Por exemplo, uma linha de 735 kV é usada para transmitir energia elétrica desde a Usina Hidrelétrica La Grande 2 em Quebec, até Montreal, a 1.000 km de distância. Suponhamos que a corrente seja de 500 A e o fator de po-

tência próximo da unidade. Da Eq. 36-33, a energia é fornecida na taxa média de

$$P_{\text{med}} = \mathcal{E}I = (7,35 \times 10^5 \text{ V}) (500 \text{ A}) = 368 \text{ MW}.$$

A linha tem uma resistência por quilômetro de aproximadamente $0,220 \Omega/\text{km}$ e, assim, uma resistência total de aproximadamente 220Ω para uma extensão de 1.000 km. Nesta resistência, a energia é dissipada na taxa de

$$P_{\text{med}} = I^2R = (500 \text{ A})^2 (220 \Omega) = 55.0 \text{ MW}.$$

que é cerca de 15% da taxa de fornecimento.

Imagine o que aconteceria se dobrássemos a corrente e reduzíssemos a voltagem à metade. A energia seria suprida pela usina na mesma taxa anterior de 368 MW, mas agora a energia seria dissipada na taxa de

$$P_{\text{med}} = I^2R = (1000 \text{ A})^2 (220 \Omega) = 220 \text{ MW},$$

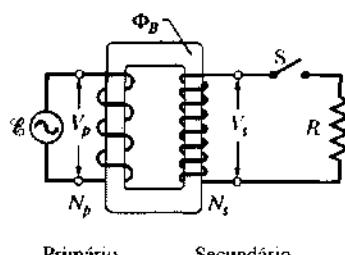
que é *quase 60% da taxa de fornecimento*. Consequentemente, a regra geral de transmissão de energia é: transmitir na mais alta voltagem possível e na corrente mais baixa possível.

O Transformador Ideal

Esta regra conduz a uma incompatibilidade entre a exigência de transmissão eficiente em alta voltagem e a necessidade de produção e consumo em baixa voltagem, por segurança. Precisamos de um dispositivo com o qual possamos aumentar (para transmissão) e diminuir (para uso) a diferença de potencial num circuito mantendo o produto corrente \times voltagem, essencialmente constante. O **transformador** da Fig. 36-9 constitui tal dispositivo. Ele não apresenta partes móveis, opera de acordo com a lei da indução de Faraday e não possui um correspondente simples de corrente contínua.

O transformador ideal na Fig. 36-9 consiste em duas bobinas, com números diferentes de espiras, enroladas em torno de um núcleo de ferro. (As bobinas estão isoladas do núcleo.) O enrolamento primário, com N_p espiras, está ligado a um gerador de corrente alternada cuja fem \mathcal{E} é dada por

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (36-35)$$



Primário Secundário

*Nesta seção, seguindo a convenção, abandonamos o subscrito *rms* que identifica o valor médio quadrático de uma grandeza. Na prática, os engenheiros e os cientistas admitem que as correntes e as voltagens variáveis no tempo sejam descritas pelos seus valores médios quadráticos, que são os valores lidos pelos instrumentos.

Fig. 36-9 Um transformador ideal, mostrando duas bobinas enroladas num núcleo de ferro, num circuito transformador básico.

O enrolamento secundário, com N_s espiras, ligado a uma carga resistiva R , é um circuito aberto enquanto a chave S estiver desligada (o que supomos, por enquanto). Não há, portanto, corrente na bobina secundária. Supomos, além disso, para este transformador ideal, que as resistências dos enrolamentos primário e secundário, bem como as perdas por histerese no núcleo de ferro, sejam desprezíveis. Transformadores de alta capacidade, bem projetados, podem ter perdas de energia de apenas 1%, de modo que nossas suposições não são absurdas.

Para as condições acima, o enrolamento primário é uma indutância pura e o circuito primário é semelhante àquele da Fig. 36-5a. Assim sendo, a corrente primária (muito pequena), também chamada de corrente de magnetização I_{mag} , está atrasada em 90° em relação à diferença de potencial primária V_p ; o fator de potência ($= \cos \phi$ na Eq. 36-33) é nulo e, portanto, nenhuma potência é transferida do gerador para o transformador.

Entretanto, a pequena corrente primária alternada I_{mag} induz um fluxo magnético alternado Φ_B no núcleo de ferro e este fluxo atravessa as espiras de enrolamento secundário. De acordo com a lei da indução de Faraday, a fem induzida por espira \mathcal{E}_{espira} é a mesma nos enrolamentos primário e secundário. Também, a voltagem em cada circuito é igual à fem induzida no circuito. Assim sendo, supondo que os símbolos representem valores médios quadráticos, podemos escrever

$$\mathcal{E}_{espira} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

ou

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) \quad (\text{transformação de voltagem}). \quad (36-36)$$

No caso de $N_s > N_p$, o transformador é chamado de *transformador elevador* porque conduz a voltagem V_p a uma voltagem maior V_s . No caso de $N_s < N_p$, ele é chamado de *transformador abaixador*.

Nas considerações anteriores, o circuito do secundário estava aberto. Portanto, nenhuma potência era transmitida através do transformador. Vamos agora fechar a chave S na Fig. 36-9, para que o enrolamento secundário fique ligado à carga resistiva R . Num caso mais geral, a carga também conteria elementos indutivos e capacitivos, mas vamos nos restringir a este caso especial.

Diversos fatos acontecem quando fechamos a chave S. (1) Uma corrente alternada I_s aparece no circuito secundário, com uma correspondente taxa de dissipação de energia $I_s^2 R (= V_s^2 R)$ na carga resistiva. (2) Esta corrente induz seu próprio fluxo magnético alternado no núcleo de ferro e este fluxo induz (de acordo com as leis de Faraday e de Lenz) uma fem em oposição no enrolamento primário.* (3)

Contudo, a voltagem V_p do primário não pode mudar em resposta a essa fem em oposição, porque tem de ser sempre igual à fem suprida pelo gerador; o fechamento da chave S não pode mudar este fato. (4) Para manter V_p , o gerador produz agora uma corrente alternada I_p no circuito primário, de intensidade e constante de fase exatamente iguais às necessárias para cancelar a fem em oposição, gerada no enrolamento primário por I_s .

Em vez de analisarmos detalhadamente a situação complicada mencionada acima, é mais conveniente verificarmos o que ocorre globalmente, mediante a aplicação do princípio da conservação da energia. Para um transformador ideal com uma carga resistiva, o fator de potência na Eq. 36-33 é igual à unidade. Fazendo \mathcal{E} igual a V_p na Eq. 36-33, encontramos que a taxa em que o gerador transfere energia à bobina primária na Fig. 36-9 é igual a $I_p V_p$. Analogamente, a taxa em que a energia é transferida da bobina primária para a bobina secundária é igual a $I_s V_s$. Usando o princípio da conservação da energia, encontramos que

$$I_p V_p = I_s V_s.$$

Como a Eq. 36-36 é válida quer o circuito secundário da Fig. 36-9 esteja fechado ou não, temos

$$I_s = I_p \left(\frac{N_p}{N_s} \right) \quad (\text{transformação de correntes}). \quad (36-37)$$

que é a relação de transformação para correntes.

Finalmente, sabendo que $I_s = V_s/R$ e usando as Eqs. 36-36 e 36-37, obtemos

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p/N_s)^2 R},$$

que nos diz que, do ponto de vista do circuito primário, a resistência equivalente da carga não é R , mas sim

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad (\text{transformação de resistências}). \quad (36-38)$$

Casamento de Impedâncias

A Eq. 36-38 sugere ainda uma outra função para o transformador. Sabemos que, para haver transferência máxima de energia de um dispositivo de fem para uma carga resistiva, a resistência do dispositivo e a resistência da carga devem ser iguais. A mesma relação é válida para circuitos de corrente alternada, exceto que a **impedância** (em vez da resistência) do gerador deve ser igual à da carga. Frequentemente, como acontece ao ligarmos um alto-falante a um amplificador, esta condição fica longe de ser obtida, sendo o amplificador de alta impedância e o alto-falante, de baixa impedância. Podemos tornar iguais as impedâncias destes dois dispositivos, acoplando-os por meio de um

*No Cap. 33, desprezamos os efeitos magnéticos resultantes das correntes induzidas. Aqui, entretanto, o efeito magnético da corrente induzida no enrolamento secundário, além de não-desprezível, é essencial na operação do transformador.

transformador com uma adequada razão entre os números de espiras N_p/N_s .

EXEMPLO 36-5 Um transformador num poste de rede elétrica opera sob $V_p = 8.5 \text{ kV}$ no enrolamento primário e fornece energia elétrica para as casas da vizinhança sob $V_s = 120 \text{ V}$, sendo estas voltagens dadas em valores médios quadráticos. Suponha um transformador ideal, uma carga resistiva e um fator de potência igual à unidade.

- a. Qual é a razão entre os números de espiras, N_p/N_s , deste transformador de redução?

Solução Da Eq. 36-36, temos

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} = 70.83 \approx 71. \quad (\text{Resposta})$$

b. A taxa média de consumo de energia nas casas servidas por este transformador, num dado intervalo de tempo, é 78 kW. Quais são os valores médios quadráticos das correntes nos enrolamentos primário e secundário do transformador?

Solução Da Eq. 36-33 (com $\cos \phi = 1$), temos

$$I_p = \frac{P_{\text{av}}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8.5 \times 10^3 \text{ V}} = 9.176 \text{ A} \approx 9.2 \text{ A} \quad (\text{Resposta})$$

e

$$I_s = \frac{P_{\text{av}}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

- c. Qual é a carga resistiva equivalente no circuito secundário?

Solução Neste caso, temos

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650 \text{ A}} = 0.1846 \Omega \approx 0.18 \Omega. \quad (\text{Resposta})$$

- d. Qual é a carga resistiva equivalente no circuito primário?

Solução Neste caso, temos

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{V_p}{I_p} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{9.176 \text{ A}} \\ &= 926 \Omega \approx 930 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Podemos verificar este resultado com a ajuda da Eq. 36-38, que escrevemos como

$$\begin{aligned} R_p &= (N_p/N_s)^2 R_s = (70.83)^2 (0.1846 \Omega) \\ &= 926 \Omega \approx 930 \Omega. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Os dois resultados concordam plenamente.

RESUMO

Amplitude de Corrente e Fase

O problema básico numa análise de **corrente alternada (ca)** é determinar expressões para a amplitude de corrente I e o ângulo de fase ϕ em

$$i = I \sin(\omega t - \phi) \quad (36-2)$$

quando uma fem dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ é aplicada a um circuito tal como o circuito série *RLC* da Fig. 36-2. Na Eq. 36-2, a **constante de fase** ϕ é o ângulo pelo qual a corrente está avançada ou atrasada em relação à fem aplicada.

Elementos de um Circuito Simples

A diferença de potencial alternada através de um resistor tem amplitude $V_R = IR$; a corrente está em fase com a diferença de potencial. Para um **capacitor**, $V_C = IX_C$, em que $X_C = 1/\omega C$ é a **reatância capacitiva**; neste caso, a corrente está avançada em 90° sobre a diferença de potencial. Para um **indutor**, $V_L = IX_L$, em que $X_L = \omega L$ é a **reatância indutiva**; neste caso, a corrente está atrasada em 90° sobre a diferença de potencial. Estes resultados estão resumidos na Tabela 36-1.

Fasores

Fasores são vetores girantes que constituem uma poderosa ferramenta matemática na representação de correntes e voltagens alternadas (e de outras grandezas relacionadas com fases). Representamos o valor máximo (amplitude) de qualquer grandeza alternada por uma seta que gira no sentido anti-horário, com uma frequência angular ω , em torno da origem. A projeção desta seta sobre o eixo vertical dá o valor instantâneo da grandeza associada. As correntes e as voltagens dos elementos R , L e C estão representadas por fasores nas Figs. 36-3, 36-4 e 36-5; estes três casos devem ser estudados cuidadosamente.

Círculo Série *RLC*

O diagrama de fasores da Fig. 36-6b, desenhado com a ajuda da Tabela 36-1, mostra a relação da diferença de fase com a corrente para os três

elementos no circuito série *RLC* da Fig. 36-2. A lei das malhas permite a construção do fasor associado à fem de circuito, como mostra a Fig. 36-6c. A análise desta figura nos dá

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (\text{amplitude da corrente}) \quad (36-22, 36-25)$$

e

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}). \quad (36-26)$$

Definindo a impedância Z do circuito como

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{impedância}) \quad (36-23)$$

podemos escrever a Eq. 36-22 como $I = \mathcal{E}_m/Z$.

Ressonância

A Eq. 36-25 é a equação das *curvas de ressonância* da Fig. 35-6. O pico da amplitude de corrente ocorre quando $X_C = X_L$ (a condição de ressonância). Ele tem o valor \mathcal{E}_m/R ; o ângulo de fase ϕ é zero na ressonância.

Potência

No circuito série *RLC* da Fig. 36-2, a **potência média** P_{med} do gerador é liberada para o resistor, onde aparece como energia térmica:

$$\begin{aligned} P_{\text{med}} &= I_{\text{rms}}^2 R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \\ &\quad (\text{potência média}). \end{aligned} \quad (36-29, 36-33)$$

Aqui, os índices *rms* (iniciais de *root-mean-square*) indicam os valores médios quadráticos das grandezas; os quais estão relacionados aos valores máximos das respectivas grandezas por meio de relações como $I_{\text{rms}} = I/\sqrt{2}$ e $\mathcal{E}_{\text{rms}} = \mathcal{E}_m/\sqrt{2}$. Os voltímetros e os amperímetros para corrente alternada têm suas escalas ajustadas para leerm valos médios quadráticos. O termo $\cos \phi$ acima é chamado de **fator de potência**.

Transformadores

Um *transformador* (suposto “ideal”; veja a Fig. 36-9) é constituído por um núcleo de ferro em volta do qual enrolamos uma bobina primária com N_p espiras e uma bobina secundária com N_s espiras. Quando a bobina primária está ligada por meio de um gerador de corrente alternada, as voltagens no primário e no secundário estão relacionadas por

$$V_s = V_p(N_s/N_p) \quad (\text{transformação de voltagem}). \quad (36-36)$$

As correntes estão relacionadas por

$$I_s = I_p(N_p/N_s) \quad (\text{transformação de correntes}). \quad (36-37)$$

e a resistência efetiva do circuito, como vista pelo gerador, é

$$R_{\text{eq}} = (N_p/N_s)^2 R \quad (\text{transformação de resistências}). \quad (36-38)$$

onde R é a resistência no circuito secundário.

QUESTIONÁRIO

1. No circuito da Fig. 36-2, por que é certo supor que (a) a corrente alternada da Eq. 36-2 tem a mesma freqüência angular ω da fem alternada da Eq. 36-1 e (b) o ângulo de fase ϕ na Eq. 36-2 não varia com o tempo? O que aconteceria caso uma das afirmativas (verdadeiras) fosse falsa?
2. De que modo um fasor difere de um vetor? Sabemos, por exemplo, que fems, diferenças de potencial e correntes não são grandezas vetoriais. De que modo, então, podemos justificar construções tais como a da Fig. 36-6?
3. Alguma parte da discussão da Seção 36-3 seria invalidada no caso do diagrama de fasores girar no sentido horário, em vez de no anti-horário que se supõe? Explique.
4. Suponha que, num circuito série *RLC*, a freqüência da voltagem aplicada varie continuamente de um valor muito baixo até um valor muito alto. De que modo a constante de fase varia?
5. Parece ser intuitivamente razoável que a reatância capacitiva ($= 1/\omega C$) deva variar inversamente com a freqüência angular, enquanto a reatância indutiva ($= \omega L$) deva variar diretamente com esta grandeza?
6. Durante a Segunda Guerra Mundial, num grande laboratório de pesquisas nos Estados Unidos, um gerador de corrente alternada estava localizado a cerca de 1,5 km do prédio do laboratório ao qual supria. Um técnico aumentou a velocidade escalar do gerador para compensar o que chamou de “perda de freqüência ao longo da linha de transmissão”, que ligava o gerador ao prédio do laboratório. Comente este procedimento.
7. Discuta com suas próprias palavras o que significa dizer que uma corrente alternada está “avanhada” ou “atrasada” em relação à fem alternada.
8. Suponha, como enunciado na Seção 36-4, que um dado circuito seja “mais indutivo que capacitivo”, isto é, que $X_L > X_C$. (a) Isto significa, para uma freqüência angular fixa, que L é relativamente “grande” e C é relativamente pequeno ou que L e C são ambos relativamente “grandes”? (b) Para valores fixos de L e C , significa que ω é relativamente “grande” ou relativamente “pequeno”?
9. Como se poderia concluir, num circuito série *RLC*, se a freqüência de uma fem aplicada está acima ou abaixo da freqüência de ressonância?
10. O que está errado na afirmação: “Sendo $X_L > X_C$, então devemos ter $L > 1/C$ ”?
11. As leis de Kirchhoff (a lei das malhas e a lei dos nós), que usamos para circuitos de corrente contínua devem ser modificadas quando aplicadas a circuitos de corrente alternada?
12. As leis das malhas e dos nós podem ser aplicadas em circuitos de corrente alternada com malhas múltiplas da mesma maneira que são aplicadas em circuitos de corrente contínua com malhas múltiplas?
13. No Exemplo 36-4, qual seria o efeito sobre P_{med} , se aumentássemos (a) R , (b) C e (c) L ? Como ϕ na Eq. 36-33 variaria nestes três casos?
14. Os engenheiros das usinas elétricas gostam de ter um fator de potência baixo ou alto ou não faz qualquer diferença para eles? Entre que valores pode variar o fator de potência? O que determina o fator de potência é uma característica do gerador da linha de transmissão, do circuito ao qual a linha de transmissão está ligada ou de alguma combinação desses elementos?
15. A potência instantânea de uma fonte de corrente alternada pode ser negativa? O fator de potência pode ser negativo? Sendo assim, explique o significado destes valores negativos.
16. Num circuito série *RLC*, a fem está adiantada em relação à corrente para uma determinada freqüência de operação. Diminui-se ligeiramente a freqüência. A impedância total do circuito aumentará, diminuirá ou permanecerá inalterada?
17. Conhecendo-se o fator de potência ($= \cos \phi$ na Eq. 36-33) para um dado circuito *RLC*, pode-se dizer se a fem alternada aplicada está adiantada ou atrasada em relação à corrente? Em caso positivo, como? Em caso negativo, por que não?
18. Qual é o intervalo permitido de valores para a constante de fase ϕ na Eq. 36-2? E o intervalo do fator de potência na Eq. 36-33?
19. Por que é conveniente a utilização da notação *rms* para correntes e voltagens alternadas?
20. Desejamos reduzir nossa conta de energia elétrica. É conveniente que haja um fator de potência alto ou baixo ou tal fato não faz diferença alguma? Se faz, existe alguma providência que possamos adotar a esse respeito?
21. Na Eq. 36-33, ϕ é o ângulo de fase entre $\mathcal{E}(t)$ e $i(t)$ ou entre \mathcal{E}_{rms} e i_{rms} ? Explique.
22. O transformador de uma campainha é projetado para um valor médio quadrático de entrada no primário, igual a 120 V e um valor médio

quadrático de saída no secundário, igual a 6 V. O que aconteceria se as ligações do primário e do secundário fossem accidentalmente trocadas na instalação? Teríamos que esperar alguém tocar a campainha para percebermos o engano? Discuta.

23. Recebemos um transformador fechado numa caixa de madeira com seus terminais primário e secundário disponíveis em duas faces opostas

da caixa. Como poderíamos determinar a razão entre os números de espiras sem abrir a caixa?

24. No transformador da Fig. 36-9, com o secundário em circuito aberto, qual é a diferença de fase entre (a) a fem aplicada e a corrente no primário, (b) a fem aplicada e o campo magnético no núcleo do transformador e (c) a corrente no primário e o campo magnético no núcleo do transformador?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 36-3 Três Circuitos Simples

1E. Suponha que a Eq. 36-1 descreva a fem efetiva disponível na saída de um gerador de 60 Hz. Qual é a freqüência angular ω correspondente? Como a companhia de energia elétrica estabelece essa freqüência?

2E. Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ está ligado, como na Fig. 36-4a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a freqüência da fem for (a) 1,00 kHz e (b) 8,00 kHz?

3E. Um indutor de $50,0 \text{ mH}$ está ligado, como na Fig. 36-5a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a freqüência da fem for (a) 1,00 kHz e (b) 8,00 kHz?

4E. Um resistor de 50Ω está ligado, como na Fig. 36-3a, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Qual será a amplitude da corrente alternada resultante se a freqüência da fem for (a) 1,00 kHz e (b) 8,00 kHz?

5E. Um indutor de $45,0 \text{ mH}$ tem uma reatância de $1,30 \text{ k}\Omega$. (a) Qual é a sua freqüência de operação? (b) Qual é a capacitância de um capacitor com a mesma reatância nessa freqüência? (c) Dobrando-se o valor dessa freqüência quais serão os novos valores das reatâncias do indutor e do capacitor?

6E. Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ tem uma reatância capacitiva de $12,0 \Omega$. (a) Qual deve ser sua freqüência de operação? (b) Qual será a reatância capacitiva se a freqüência for dobrada?

7E. (a) Em que freqüência um indutor de $6,0 \text{ mH}$ e um capacitor de $10 \mu\text{F}$ teriam a mesma reatância? (b) Qual seria o valor dessa reatância? (c) Mostre que essa freqüência seria igual à freqüência natural das oscilações LC livres.

8P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, com $\mathcal{E}_m = 25,0 \text{ V}$ e $\omega = 377 \text{ rad/s}$. Ele está ligado a um indutor de $12,7 \text{ H}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) No instante em que a corrente é máxima, qual é o valor da fem do gerador? (c) Quando a fem do gerador é $-12,5 \text{ V}$ e está crescendo em módulo, qual é o valor da corrente? (d) Para as condições do item (c), o gerador está fornecendo energia ou recebendo energia do indutor?

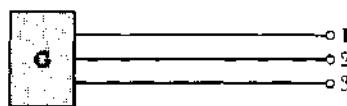
9P. O gerador de ca do Problema 8 está ligado a um capacitor de $4,15 \mu\text{F}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) No instante em que a corrente é máxima, qual é o valor da fem do gerador? (c) Quando a fem do gerador é $-12,5 \text{ V}$ e está crescendo em módulo, qual é o valor da corrente? (d) Para as condições do item (c), o gerador está fornecendo energia ou recebendo energia do capacitor?

10P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin (\omega t - \pi/4)$, onde $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$ e $\omega = 350 \text{ rad/s}$. A corrente é dada por $i(t) = I \sin (\omega t - 3\pi/4)$, onde $I = 620 \text{ mA}$. (a) Quando, após $t = 0$, a fem do gerador atinge pela primeira vez um máximo? (b) Quando, após $t = 0$, a corrente atinge pela primeira vez um máximo? (c) O circuito contém

apenas um elemento além do gerador. Ele é um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua resposta. (d) Qual é o valor da capacitância, da indutância ou da resistência, conforme seja o caso?

11P. A saída de um gerador de ca é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin (\omega t - \pi/4)$, onde $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$ e $\omega = 350 \text{ rad/s}$. A corrente é dada por $i(t) = I \sin (\omega t + \pi/4)$, onde $I = 620 \text{ mA}$. (a) Quando, após $t = 0$, a fem do gerador atinge pela primeira vez um máximo? (b) Quando, após $t = 0$, a corrente atinge pela primeira vez um máximo? (c) O circuito contém um único elemento além do gerador. Este elemento é um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua resposta. (d) Qual é o valor da capacitância, da indutância ou da resistência, conforme seja o caso?

12P. Um gerador trifásico G produz energia elétrica que é transmitida por meio de três fios como mostra a Fig. 36-10. Os potenciais destes fios (relativos a um nível de referência comum) são $V_1 = A \sin (\omega t)$, $V_2 = A \sin (\omega t - 120^\circ)$ e $V_3 = A \sin (\omega t - 240^\circ)$. Alguns tipos de equipamentos industriais pesados (por exemplo, motores) têm três terminais e são projetados para serem ligados diretamente a estes três fios. Para usar um dispositivo mais convencional com dois terminais (por exemplo, uma lâmpada), ligam-se quaisquer dois dos três fios. Mostre que, a diferença de potencial entre esses *dois fios* (a) oscila senoidalmente com freqüência angular ω e (b) tem uma amplitude de $A\sqrt{3}$.



Três linhas de transmissão

Fig. 36-10 Problema 12.

Seção 36-4 O Circuito em Série RLC

13E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3, supondo que o capacitor tenha sido retirado e todos os outros parâmetros tenham sido mantidos. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao indicado na Fig. 36-6c para esta nova situação.

14E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3, supondo que o indutor tenha sido retirado e todos os outros parâmetros tenham sido mantidos. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao indicado na Fig. 36-6c para esta nova situação.

15E. (a) Calcule novamente todas as grandezas pedidas no Exemplo 36-3 para $C = 70,0 \mu\text{F}$, os outros parâmetros sendo mantidos inalterados. (b) Desenhe em escala um diagrama de fasores semelhante ao da Fig. 36-6c para esta nova situação e compare os dois diagramas.

16E. Considere as curvas de ressonância da Fig. 35-6. (a) Mostre que para freqüências acima das de ressonância, o circuito é predominantemente indutivo e para freqüências abaixo das de ressonância, é predominantemente capacitivo. (b) Como o circuito se comporta na ressonância? (c) Desenhe um diagrama de fasores como o da Fig. 36-6c para uma

frequência maior do que a de ressonância, para a frequência de ressonância e para uma frequência menor do que a de ressonância.

17P. Verifique matematicamente que a seguinte construção geométrica fornece corretamente tanto a impedância Z quanto a constante de fase ϕ . De acordo com a Fig. 36-11, (i) desenhe uma seta de módulo X_C na direção $+y$; (ii) desenhe uma segunda seta de módulo X_L na direção $-y$; (iii) desenhe uma terceira seta de módulo R na direção $+x$. O módulo da “resultante” destas setas é Z e o ângulo (medido no sentido horário a partir da direção positiva do eixo x) desta resultante é ϕ .

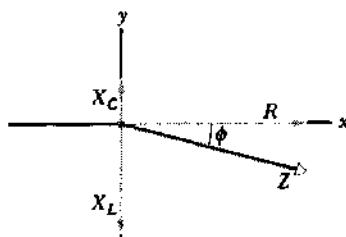


Fig. 36-11 Problema 17.

18P. A amplitude da voltagem através de um indutor num circuito RLC pode ser maior do que a amplitude da fem do gerador? Considere um circuito RLC com $\mathcal{E}_{\text{m}} = 10 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 1.0 \text{ H}$ e $C = 1.0 \mu\text{F}$. Determine a amplitude da voltagem através do indutor na ressonância.

19P. Uma bobina de indutância 88 mH e de resistência desconhecida e um capacitor de $0.94 \mu\text{F}$ são ligados em série a uma fem alternada de frequência 930 Hz . Sabendo-se que a constante de fase entre a voltagem aplicada e a corrente é de 75° , qual é a resistência da bobina?

20P. Quando a fem do gerador no Exemplo 36-3 atinge seu valor máximo, qual é a voltagem através (a) do gerador, (b) do resistor, (c) do capacitor e (d) do indutor? (e) Somando estes resultados com seus respectivos sinais, verifique que a lei das malhas é satisfeita.

21P. Num circuito RLC como o da Fig. 36-2, $R = 5.00 \Omega$, $C = 20.0 \mu\text{F}$, $L = 1.00 \text{ H}$ e $\mathcal{E}_{\text{m}} = 30.0 \text{ V}$. (a) Para que frequência angular ω_0 a corrente terá seu valor máximo, como nas curvas de ressonância da Fig. 35-6? (b) Qual é este valor máximo? (c) Quais são as frequências angulares ω_1 e ω_2 para as quais a amplitude da corrente é igual à metade desse valor máximo? (d) Qual é a meia-largura fracional $|I| = (\omega_1 - \omega_2)/\omega_0$ da curva de ressonância?

22P. Para um certo circuito RLC a fem máxima do gerador é de 125 V e a corrente máxima é de 3.20 A . Sabendo-se que a corrente está avançada de 0.982 rad em relação à fem do gerador, quais são (a) a impedância e (b) a resistência do circuito? (c) O circuito é predominantemente capacitivo ou indutivo?

23P. Num circuito RLC operando na frequência de 60.0 Hz , a voltagem máxima através do indutor é 2,00 vezes a voltagem máxima através do resistor e 2,00 vezes a voltagem máxima através do capacitor. (a) Qual é o ângulo de fase que registra o atraso da corrente em relação à fem do gerador? (b) Sabendo-se que a fem máxima do gerador é de 30.0 V , qual deve ser a resistência do circuito para obtermos uma corrente máxima 300 mA ?

24P. O circuito do Exemplo 36-3 não está em ressonância. (a) Como se pode verificar isto? (b) Que capacitor deve ser ligado em paralelo com o capacitor do circuito para produzir ressonância? (c) Qual será, então, a amplitude da corrente?

25P. Um circuito série R_1, L_1, C_1 possui frequência de ressonância igual a um segundo circuito série R_2, L_2, C_2 . Ligamos as duas combinações

em série. Mostre que este novo circuito tem a mesma frequência de ressonância dos circuitos separados.

26P. Um voltímetro de ca de elevada impedância é ligado sucessivamente a um indutor, a um capacitor e a um resistor, que estão ligados em série com uma fem alternada de 100 V (rms); ele registra a mesma leitura em volts em cada caso. Qual é o valor desta leitura?

27P. Mostre que a meia-largura fracional de uma curva de ressonância (veja o Problema 21) é dada por

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{3C}{L}} R,$$

em que ω_0 é a frequência angular na ressonância e $\Delta\omega$ é a largura da curva de ressonância na metade da amplitude máxima. Note que $\Delta\omega/\omega_0$ diminui com R , como mostra a Fig. 35-6. Use esta fórmula para conferir a resposta do Problema 21d.

28P*. O gerador de ca na Fig. 36-12 fornece 120 V (rms) a 60.0 Hz . Com a chave aberta, como no diagrama, a corrente está avançada de 20.0° sobre a fem do gerador. Com a chave na posição 1, a corrente está atrasada de 10.0° sobre a fem do gerador. Quando a chave está na posição 2 a corrente é de 2.00 A (rms). Determine os valores de R , L e C .

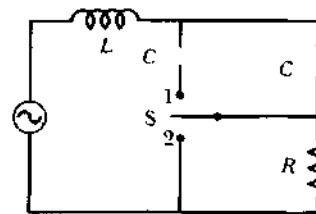


Fig. 36-12 Problema 28.

Seção 36-5 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

29E. Qual é o valor máximo de uma voltagem, num circuito de ca, cujo valor médio quadrático é de 100 V ?

30E. Que corrente contínua produzirá, num certo resistor, uma quantidade de calor igual à produzida por uma corrente alternada, cujo valor máximo é de 2.60 A ?

31E. Calcular a taxa média de dissipação de energia nos circuitos dos Exercícios 3, 4, 13 e 14.

32E. Mostre que a taxa média de energia fornecida ao circuito da Fig. 36-2 pode também ser escrita como

$$P_{\text{med}} = \mathcal{E}_{\text{m}}^2 R / Z^2.$$

Mostre que esta expressão fornece resultados corretos para um circuito puramente resistivo, para um circuito RLC ressonante, para um circuito puramente capacitivo e para um circuito puramente indutivo.

33E. Um motor elétrico ligado a uma saída de ca de $120 \text{ V}-60.0 \text{ Hz}$ produz trabalho mecânico na taxa de 0.100 hp ($1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$). Sabendo que ele usa uma corrente de 0.650 A (rms), qual é o valor de sua resistência efetiva, sob o aspecto da potência transferida? Esta resistência seria igual à de seu enrolamento quando medido por um ohmímetro, com o motor de saída desligado?

34E. Um condicionador de ar, ligado a uma linha de ca de 120 V , é equivalente a uma resistência de 12.0Ω e uma reatância indutiva de 1.30

Ω em série. (a) Calcular a impedância do condicionador de ar. (b) Determine a taxa média em que a energia é fornecida ao sistema.

35E. Um motor elétrico tem uma resistência efetiva de 32.0Ω e uma reactância indutiva de 45.0Ω quando trabalhando sob carga. A voltagem através da fonte alternada é de 420 V (rms). Calcular o valor médio quadrático da corrente.

36P. Mostre matematicamente, em vez de graficamente como na Fig. 36-8b, que o valor médio de $\sin^2(\omega t - \phi)$ sobre um número inteiro de ciclos é igual a $1/2$.

37P. Para um circuito RLC mostre que num ciclo completo com período T (a) a energia armazenada no capacitor não varia; (b) a energia armazenada no indutor não varia; (c) a energia fornecida pelo gerador é $(T/2)\mathcal{E}_m I \cos \phi$; (d) a energia dissipada no resistor é $(T/2) R I^2$. (e) Mostre que as energias obtidas nos itens (c) e (d) são iguais.

38P. Num circuito RLC , $R = 16.0 \Omega$, $C = 31.2 \mu\text{F}$, $L = 9.20 \text{ mH}$ e $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ com $\mathcal{E}_m = 45.0 \text{ V}$ e $\omega = 3.000 \text{ rad/s}$. No instante $t = 0.442 \text{ ms}$ determine (a) a taxa em que a energia está sendo fornecida pelo gerador, (b) a taxa em que a energia está sendo armazenada no capacitor, (c) a taxa em que a energia está sendo armazenada no indutor e (d) a taxa em que a energia está sendo dissipada no resistor. (e) Qual é o significado de um resultado negativo para qualquer dos itens (a), (b) e (c)? (f) Mostre que a soma dos resultados das partes (b), (c) e (d) é igual ao resultado da parte (a).

39P. Na Fig. 36-13 mostre que a taxa média com que a energia é dissipada na resistência R é máxima quando $R = r$, onde r é a resistência interna do gerador de ca. Até o momento, tínhamos considerado tacitamente que $r = 0$.

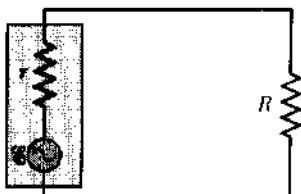


Fig. 36-13 Problemas 39 e 48.

40P. A Fig. 36-14 mostra um gerador de ca ligado a uma "caixa preta" através de dois terminais. A caixa contém um circuito RLC , possivelmente até mesmo um circuito com muitas malhas, cujos elementos e ligações não conhecemos. Medições externas à caixa revelam que

$$\mathcal{E}(t) = (75.0 \text{ V}) \sin \omega t$$

e

$$i(t) = (1.20 \text{ A}) \sin(\omega t + 42.0^\circ)$$

(a) Qual é o fator de potência? (b) A corrente está avançada ou atrasada em relação à f em? (c) O circuito na caixa é predominantemente indutivo ou capacitivo? (d) O circuito na caixa está em ressonância? (e) Deve haver um capacitor na caixa? Um indutor? Um resistor? (f) Com que

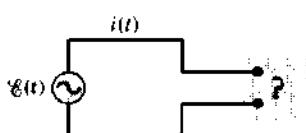


Fig. 36-14 Problema 40.

taxa média o gerador libera energia para a caixa? (g) Por que não se precisa saber o valor de ω para responder a estas perguntas?

41P. Num circuito RLC como o da Fig. 36-2, suponha que $R = 5.00 \Omega$, $L = 60.0 \text{ mH}$, $f = 60.0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 30.0 \text{ V}$. Para que valores da capacidade a taxa média de dissipação de energia no resistor seria (a) um máximo e (b) um mínimo? (c) Quais são os valores destas taxas máximas e mínimas? Quais são (d) os ângulos de fase correspondentes e (e) os fatores de potência correspondentes?

42P. Um dimmer típico usado para regular a intensidade da luz num teatro consiste num indutor variável L (cuja indutância é ajustável entre zero e L_{\max}) ligado em série com a lâmpada B , como mostra a Fig. 36-15. O gerador opera a 120 V (rms)- 60.0 Hz ; a lâmpada está assinalada por "120 V-1000 W". (a) Qual é o valor de L_{\max} para que a taxa de dissipação de energia na lâmpada possa ser variada por um fator igual a 5? Suponha que a resistência da lâmpada seja independente de sua temperatura. (b) Poder-se-ia usar um resistor variável (ajustável entre zero e R_{\max}) em vez de um indutor? Sendo assim, qual deveria ser o valor de R_{\max} ? Por que isto não é feito?

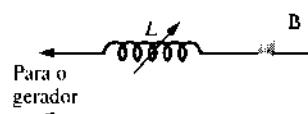


Fig. 36-15 Problema 42.

43P. Na Fig. 36-16, $R = 15.0 \Omega$, $C = 4.70 \mu\text{F}$ e $L = 25.0 \text{ mH}$. O gerador fornece uma voltagem senoidal de 75.0 V (rms) e frequência $f = 550 \text{ Hz}$. (a) Calcular o valor médio quadrático da corrente. (b) Determine os valores médios quadráticos das voltagens V_{ab} , V_{bc} , V_{cd} , V_{da} , V_{ab} . (c) Qual é a taxa média de dissipação de energia em cada um dos três elementos do circuito?

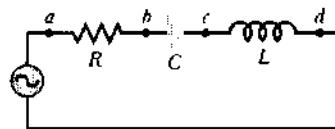


Fig. 36-16 Problema 43.

Seção 36-6 O Transformador

44E. Um gerador fornece 100 V ao enrolamento primário, com 50 espiras, de um transformador. Sabendo-se que o enrolamento secundário possui 500 espiras, qual é a voltagem no secundário?

45E. Um transformador possui 500 espiras no primário e 10 espiras no secundário. (a) Sabendo-se que V_p é 120 V (rms), qual é o valor de V_s , supondo o circuito aberto. (b) Ligando-se o secundário a uma carga resistiva de 15Ω , quais serão as correntes no primário e no secundário?

46E. A Fig. 36-17 mostra um "autotransformador". Ele é formado por uma única bobina (com um núcleo de ferro). Três "derivações" são estabelecidas. Entre as derivações T_1 e T_2 existem 200 espiras e entre as derivações T_2 e T_3 existem 800 espiras. Duas derivações quaisquer podem ser consideradas os "terminais do primário" e duas derivações quaisquer podem ser consideradas os "terminais do secundário". Escreva todas as relações pelas quais a voltagem primária pode ser transformada numa voltagem secundária.

47P. Um gerador de ca fornece energia para uma carga resistiva numa fábrica longínqua através de uma linha de transmissão com dois cabos.

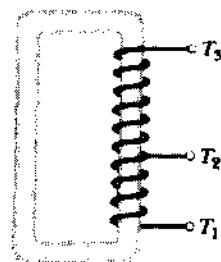


Fig. 36-17 Exercício 46.

Na fábrica, um transformador que reduz tensão diminui a voltagem (rms) da linha de transmissão do valor V_i para um valor menor, seguro e conveniente para ser usado na fábrica. A resistência da linha de transmis-

são vale $0.30 \Omega/\text{cabo}$ e a potência do gerador é 250 kW . Calcular a queda de voltagem ao longo da linha de transmissão e a taxa em que a energia é dissipada na linha como energia térmica quando (a) $V_i = 80 \text{ kV}$, (b) $V_i = 8.0 \text{ kV}$ e (c) $V_i = 0.80 \text{ kV}$. Comente a aceitabilidade de cada escolha.

48P. Na Fig. 36-13, suponha que a caixa retangular da esquerda represente a saída de um amplificador de áudio (alta impedância) com $r = 1.000 \Omega$. Suponha que $R = 10 \Omega$ represente a bobina de um alto-falante (baixa impedância). Sabemos que a transferência máxima de energia para uma carga R ocorre quando $R = r$, mas isto não é verdadeiro neste caso. Entretanto, um transformador pode ser usado para “transformar” resistências, fazendo com que se comportem eletricamente como se fossem maiores ou menores do que realmente são. Projete as bobinas primária e secundária de um transformador que deve ser introduzido entre o “amplificador” e o “alto-falante”, na Fig. 36-13, para que haja o “casamento das impedâncias”. Qual deve ser a razão entre os números de espiras?

PROBLEMAS ADICIONAIS

49. Um gerador de ca de $\mathcal{E}_m = 220 \text{ V}$ operando a 400 Hz origina oscilações num circuito série RLC que tem os seguintes valores $R = 220 \Omega$, $L = 150 \text{ mH}$ e $C = 24.0 \mu\text{F}$. Determine (a) a reatância capacitiva X_C , (b) a impedância Z e (c) a amplitude da corrente I . Um segundo capacitor com capacidade igual ao do circuito original é, então, ligado em série aos demais componentes. Verifique se os valores das grandezas (d) X_C , (e) Z e (f) I aumentam, diminuem ou permanecem os mesmos.

50. A freqüência de ressonância de um circuito RLC vale $6,00 \text{ kHz}$. Na freqüência de $8,00 \text{ kHz}$, o circuito tem uma impedância de $1,00 \text{ k}\Omega$ e uma constante de fase de 45° . Quais são os valores de (a) R , (b) L e (c) C deste circuito?

51. O fator de qualidade de um circuito série RLC é

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Mostre que, a meia-largura fracional (veja o Problema 21) da curva de ressonância do circuito é dada por

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{Q}.$$

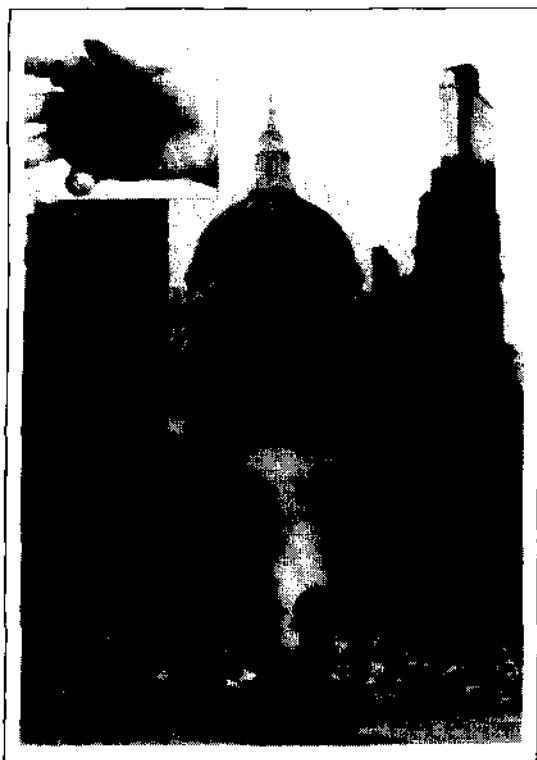
52. Mostre que, num circuito série RLC , a voltagem através do capacitor é máxima quando o gerador de ca que origina as oscilações opera na freqüência angular

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{2L}},$$

onde ω_0 é a freqüência de ressonância do circuito.

AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

37



O dispositivo mostrado no alto da fotografia é um magnétron, a parte principal do radar que foi desenvolvido pelas Forças Aliadas durante a Segunda Guerra Mundial. Embora pareça ser uma simples construção de metal, foi uma grande conquista tecnológica. De fato, o magnétron (e o radar que ele tornou possível) salvou a Inglaterra durante a Batalha da Grã-Bretanha e, posteriormente, permitiu que as Forças Aliadas derrotassem os nazistas quando os aliados invadiram a Europa. O radar requer uma potência muito grande, muito maior do que a fornecida pelas fontes de energia disponíveis no início da Segunda Guerra Mundial. No entanto, este dispositivo simples de metal foi capaz de transformar a baixa potência de tais fontes na alta potência necessária para o radar. De que modo isto foi possível?

37-1 A Unificação das Coisas

No primeiro capítulo deste volume, quando iniciamos o estudo de eletromagnetismo, asseguramos que, numa certa etapa, reuniríamos tudo o que tivéssemos aprendido num único conjunto de equações, denominado de equações de Maxwell. Chegou, pois, o momento. Começaremos, então, apresentando um conjunto provisório dessas equações e, após estudá-las, concluiremos — por meio de argumentos de simetria — que falta um termo muito importante numa delas. A seguir, mostraremos este termo e, finalmente, apresentaremos o conjunto completo das equações de Maxwell.

Todas as equações da física que, como essas, servem para experiências correlatas numa vasta área e para prever novos resultados, têm uma certa beleza em si mesmas e podem ser admiradas, pelos que as entendem, de um ponto de vista estético. Isto vale para as leis do movimento de

Newton, para as leis da termodinâmica, para a teoria da relatividade e para as teorias da física quântica.

Com referências às equações de Maxwell, o físico alemão Ludwig Boltzmann (citando um verso de Goethe) escreveu: “Foi um Deus quem escreveu essas linhas...?” Em época mais recente, J.R. Pierce, num capítulo de um livro intitulado “As Maravilhosas Equações de Maxwell”, escreveu: “Qualquer um que sinta inclinação por algo além do estritamente prático, deve tentar compreender as equações de Maxwell, simplesmente para o bem de sua alma.” As finalidades das equações de Maxwell são notáveis. A orientação da agulha de uma bússola, o desvio da luz ao entrar na água e o sinal de partida de um carro ao ligar-se a chave de ignição, são fatos explicados por estas equações. Os princípios fundamentais de todos os dispositivos eletromagnéticos e óticos, como motores elétricos, telescópios, ciclotrões, óculos, transmissores e receptores de televisão, telefones, eletroímãs, aparelhos de radar e fornos de microondas, estão contidos nestas equações.

James Clerk Maxwell, que nasceu no mesmo ano em que Faraday descobriu a lei da indução, morreu com a idade de 48 anos, em 1879, ano de nascimento de Einstein. (Lembre-se de que Newton nasceu no ano em que Galileu, seu ilustre predecessor, morreu.) Maxwell levou grande parte de sua vida, curta, mas altamente produtiva, estabelecendo uma base teórica para as descobertas experimentais de Faraday. É justo dizer que, mediante um exame minucioso das equações de Maxwell, Einstein foi levado à teoria da relatividade. Grande admirador de Maxwell, Einstein, certa vez, escreveu sobre ele: "Imagine o que ele sentiu quando verificou que as equações diferenciais por ele formuladas provavam que os campos eletromagnéticos se propagam na forma de ondas polarizadas e com a velocidade escalar da luz!"

37-2 As Equações de Maxwell: Uma Lista Provisória

Quando estudamos mecânica clássica e termodinâmica, nosso objetivo foi identificar o menor e mais compacto conjunto de equações ou leis que definisse o assunto em pauta da forma mais completa possível. Na mecânica, isso foi conseguido com as três leis do movimento de Newton e as leis de força associadas, tal como a lei da gravitação de Newton. Na termodinâmica isso foi conseguido com as três leis descritas nos Caps. 19, 20 e 22.

Chegou o momento de reunirmos as equações fundamentais do eletromagnetismo. Na Tabela 37-1, mostramos um conjunto provisório de tais equações, selecionadas de diversas seções deste livro. Examinando esta pequena lista, você provavelmente dirá que já estudou muito mais do que quatro equações nos 14 capítulos anteriores! Certamente é verdade, mas muitas destas equações — por exemplo, a expressão da intensidade do campo elétrico em pontos do eixo de um dipolo elétrico — aplicam-se a situações especiais e não são básicas, no sentido de que são obtidas de equações mais fundamentais. Você ainda poderá alegar: "O que dizer sobre a lei de Coulomb e sobre a lei de Biot e Savart? Certamente elas foram tratadas como equações fundamentais." Entretanto, conforme dissemos anteriormente, estas leis são fundamentais apenas para cargas em repouso ou em movimento muito vagaroso. Generalizamos estas leis na Tabela 37-1 com a Eq. I (para a lei de Coulomb) e a Eq. IV (para a lei de Biot e Savart). As equações I e IV valem para situações que variem rapidamente no tempo, assim como para situações estáticas ou aproximadamente estáticas.

O termo que falta, ao qual já nos referimos, mostrará não ser apenas uma correção insignificante, mas, ao contrário, completará a descrição do eletromagnetismo e, além disso, estabelecerá a ótica como parte integrante do eletromagnetismo. Em particular, ele nos permitirá provar — como faremos no primeiro capítulo do próximo volume — que a velocidade escalar da luz no vácuo, c , está relacionada a grandezas puramente elétricas e magnéticas por

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{a velocidade escalar da luz}) \quad (37-1)$$

Esse termo também nos levará ao conceito de espectro eletromagnético que está relacionado com a descoberta das ondas de rádio.

Já vimos — em várias situações — como a simetria permeia a física e como leva, freqüentemente, a uma melhor compreensão ou a novas descobertas. Por exemplo, se o corpo A atrai o corpo B com uma força \mathbf{F} , então, talvez o corpo B atraia o corpo A com uma força $-\mathbf{F}$ (o que realmente ocorre). Outro exemplo, se existe um elétron negativo, talvez exista um elétron positivo (realmente existe).

Vamos examinar a Tabela 37-1, deste ponto de vista. Inicialmente, notamos que, quando fazemos apenas considerações sobre simetria (sem proceder a cálculos quantitativos), podemos ignorar as constantes ϵ_0 e μ_0 . Estas constantes resultam do sistema de unidades escolhido e não desempenham qualquer papel em argumentos de simetria.

Levando em conta esta observação, vemos que os lados esquerdos das equações na Tabela 37-1 são completamente simétricos aos pares. As Eqs. I e II são integrais de superfície de \mathbf{E} e \mathbf{B} , respectivamente, sobre superfícies fechadas. As Eqs. III e IV são integrais de linha de \mathbf{E} e \mathbf{B} , respectivamente, em torno de curvas fechadas. (Note que, se tivéssemos usado a lei de Coulomb em vez da Eq. I e a lei de Biot e Savart em vez da Eq. IV, estas simetrias não teriam sido reveladas.)

Entretanto, os lados direitos destas equações não apresentam nenhuma simetria. Podemos identificar dois tipos de assimetrias, que serão discutidas separadamente.

A Primeira Assimetria

Esta assimetria diz respeito ao fato notório de que, embora existam centros isolados de carga (prótons e elétrons, por exemplo), não parece que existam centros isolados de magnetismo ("monopólos magnéticos") na natureza. É assim

Tabela 37-1
As Equações Básicas do Eletromagnetismo: Uma Lista Provisória

Número	Nome	Equação	Referência
I	Lei de Gauss da eletricidade	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$	Eq. 25-8
II	Lei de Gauss do magnetismo	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$	Eq. 34-13
III	Lei da indução, de Faraday	$\oint \mathbf{E} \cdot ds = -d\Phi_B/dt$	Eq. 32-21
IV	Lei de Ampère	$\oint \mathbf{B} \cdot ds = \mu_0 i$	Eq. 31-16

que interpretamos o fato de aparecer um q no lado direito da Eq. I, mas nenhuma grandeza magnética correspondente aparecer no lado direito da Eq. II. Do mesmo modo, o termo $\mu_0 i$ ($= \mu_0 dq/dt$) aparece no lado direito da Eq. IV, mas não aparece um termo semelhante a esse (uma corrente de monopólos magnéticos) no lado direito da Eq. III.

Esta “simetria que falta” — aliada com previsões detalhadas de certas teorias preliminares da natureza das partículas elementares e forças — têm motivado os físicos a procurar o monopólo magnético com grande afinco e de muitas maneiras; nenhum foi ainda encontrado.

A Segunda Assimetria

Esta assimetria destaca-se de maneira acentuada. No lado direito da lei da indução de Faraday (Eq. III) encontramos o termo $-d\Phi_B/dt$, e interpretamos, imprecisamente, esta lei dizendo:

Variando-se um campo magnético ($d\Phi_B/dt$), produz-se um campo elétrico ($\oint E \cdot ds$).

Discutimos este efeito na Seção 32-2, onde mostramos que, aproximando-se um ímã de uma espira condutora fechada, induzimos um campo elétrico e, consequentemente, uma corrente na espira.

De acordo com o princípio de simetria, podemos suspeitar que seja verdadeira a seguinte relação simétrica:

Variando-se um campo elétrico ($d\Phi_E/dt$), produz-se um campo magnético ($\oint B \cdot ds$).

A experiência prova que esta conclusão, obtida por um argumento de simetria, está correta. Ela nos fornece o importante termo que “falta” na Eq. IV da Tabela 37-1, como veremos na próxima seção.

37-3 Campos Magnéticos Induzidos

Vamos discutir aqui, detalhadamente, a evidência existente para a suposição da seção anterior; ou seja, “um campo elétrico variável induz um campo magnético”. Embora nos guiemos apenas por considerações de simetria, também consideraremos a verificação experimental.

A Fig. 37-1a mostra um campo elétrico uniforme E que preenche uma região cilíndrica do espaço. Este campo pode ser produzido por um capacitor de placas paralelas circulares, como indicado na Fig. 37-1b. Vamos supor que E esteja crescendo a uma taxa constante dE/dt , o que significa que a carga deve ser fornecida às placas do capacitor numa taxa constante; para isto, tem de haver uma corrente constante i chegando à placa positiva e corrente igual saindo da placa negativa.

A experiência mostra que este campo elétrico variável produz um campo magnético dentro e fora da região cilíndrica. A Fig. 37-1a mostra B em quatro pontos escolhidos.

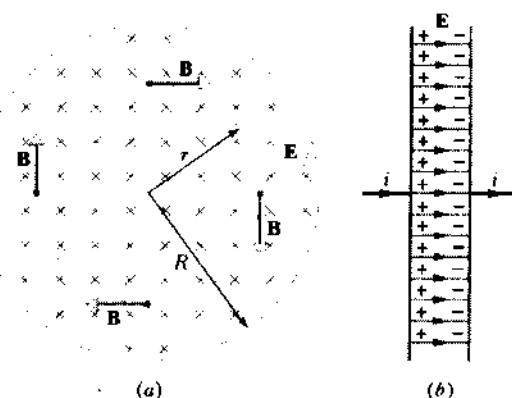


Fig. 37-1 (a) Um campo elétrico uniforme E , que está orientado para dentro da página e está aumentando em módulo, preenche uma região cilíndrica do espaço. Os campos magnéticos induzidos por este campo elétrico variável são mostrados em quatro pontos sobre um círculo de raio arbitrário r . (b) Este campo elétrico variável poderia ser produzido por um capacitor de placas paralelas circulares que está sendo carregado, mostrado aqui em perfil.

Esta figura sugere um outro exemplo de simetria da natureza: um campo magnético variável induz um campo elétrico (lei de Faraday); vemos agora que um campo elétrico variável induz um campo magnético.

Para descrever, quantitativamente, este novo resultado vamos nos orientar pela lei de Faraday,

$$\oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei da indução de Faraday}). \quad (37-2)$$

que afirma que um campo elétrico (lado esquerdo) é produzido por um campo magnético variável (lado direito). A equação simétrica correspondente, poderia ser escrita

$$\oint B_E \cdot ds = -\frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{incorreto}). \quad (37-3)$$

Esta equação é certamente simétrica da Eq. 37-2, mas existem duas coisas erradas com ela. O primeiro erro é que a experiência indica que o sinal correto desta equação deve ser positivo e não negativo. Isto também é uma espécie de simetria, de qualquer forma, exigida pela natureza.

O segundo erro da Eq. 37-3 é apenas formal, com base na análise dimensional. No sistema internacional, a Eq. 37-3 não está dimensionalmente correta; para torná-la correta, é necessário introduzirmos um termo $\mu_0 \epsilon_0$ no lado direito da equação. Assim sendo, a forma correta simétrica da Eq. 37-2, a qual podemos chamar de lei da indução de Maxwell, é

$$\oint B_E \cdot ds = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{lei da indução de Maxwell}). \quad (37-4)$$

Note que na Eq. 37-2 a palavra “indução” se refere ao campo elétrico induzido; na Eq. 37-4 se refere ao campo magnético induzido.

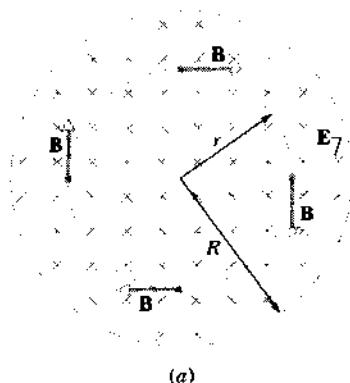
A Fig. 37-2, em que comparamos a Fig. 37-1a com a Fig. 32-14b, mostra estas simetrias eletromagnéticas mais claramente. A Fig. 37-2a mostra um campo magnético produzido por um campo elétrico variável; a Fig. 37-2b mostra o inverso. Em cada figura o fluxo apropriado, Φ_E ou Φ_B , está crescendo. Contudo, a experiência exige que as linhas de \mathbf{B} , na Fig. 37-2a, tenham sentido horário, enquanto que as linhas de \mathbf{E} , na Fig. 37-2b, devem ter sentido anti-horário. Por esta razão, as Eqs. 37-2 e 37-4 têm sinais contrários.

Na Seção 31-2, vimos que um campo magnético também pode ser produzido por uma corrente num fio. Descrevemos, quantitativamente, este fato pela lei de Ampère,

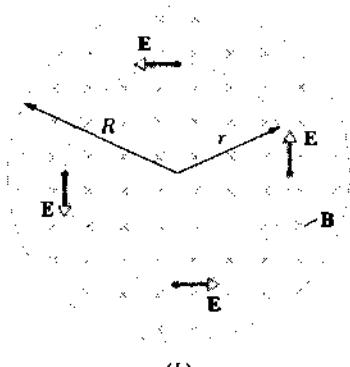
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère incompleta}). \quad (37-5)$$

onde i é a corrente que atravessa a curva amperiana ao longo da qual a integral de linha é calculada. Reconhecemos, agora, que a Eq. 37-5 está incompleta.

Assim sendo, existem pelo menos dois modos de se produzir um campo magnético: por meio de um campo elétrico variável (Eq. 37-4) e por meio de uma corrente (Eq. 37-5). No caso geral, devemos prever as duas possibilidades.



(a)



(b)

Fig. 37-2 (a) O mesmo esquema da Fig. 37-1a; um campo elétrico variável induz um campo magnético. (b) O mesmo esquema da Fig. 32-14b; um campo magnético variável induz um campo elétrico. Em cada caso, os campos indicados pelas cruzes estão aumentando em módulo. Note que os campos induzidos nestes dois casos apontam em sentidos opostos.

Combinando as Eqs. 37-4 e 37-5, obtemos a lei em sua forma completa:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i \quad (\text{Lei de Ampère - Maxwell}). \quad (37-6)$$

Maxwell é o responsável por esta importante generalização da lei de Ampère. Trata-se de uma contribuição central e vital, como já observamos anteriormente.

No Cap. 31, supôs-se que não existiam campos elétricos variáveis e, consequentemente, o termo $d\Phi_E/dt$ na Eq. 37-6 era nulo. Na discussão que conduziu à Eq. 37-3, supôs-se que não existiam correntes de condução no espaço ocupado pelo campo elétrico. Logo, o termo contendo i na Eq. 37-6 era nulo. Entende-se, agora, que cada uma dessas situações é um caso especial.

A Eq. 37-6 deduzida a partir de argumentos de simetria tem sido confirmada pela experiência. Veremos no Cap. 38 que esta concordância é completa e impressionante.

EXEMPLO 37-1 Um capacitor de placas circulares paralelas está sendo carregado como na Fig. 37-1b.

- a. Deduza uma expressão para o campo magnético induzido em pontos internos ao capacitor, ou seja, para $r \leq R$.

Solução Não existe corrente entre as placas, de modo que, com $i = 0$ na Eq. 37-6, obtemos

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (37-7)$$

Para uma curva amperiana de raio arbitrário $r \leq R$, o lado esquerdo da Eq. 37-7 é $(B)(2\pi r)$. O fluxo Φ_E envolvido por esta espira é $(E)(\pi r^2)$. Assim, podemos escrever a Eq. 37-7 como

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi r^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}.$$

Resolvendo para B , encontramos

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt} \quad (\text{para } r \leq R). \quad (\text{Resposta})$$

Vemos que $B = 0$ no centro do capacitor, onde $r = 0$, e que B cresce linearmente com r desde o centro até a periferia do capacitor.

- b. Calcule B para $r = R = 55.0$ mm e $dE/dt = 1.50 \times 10^{12}$ V/m · s.

Solução Da expressão deduzida acima, temos

$$\begin{aligned} B &= (\frac{1}{2})(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}) \\ &\quad \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ &\quad \times (55.0 \times 10^{-3} \text{ m})(1.50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 4.59 \times 10^{-7} \text{ T} = 459 \text{ nT}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Verifique o cancelamento das unidades.

c. Deduza uma expressão para o campo magnético induzido em pontos externos ao capacitor, ou seja, para $r \geq R$.

Solução Para pontos com $r \geq R$, o campo elétrico E é igual a zero, de modo que a Eq. 37-7 nos dá

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi R^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt}$$

Resolvendo para B , encontramos

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad (\text{para } r \geq R). \quad (\text{Resposta})$$

Note que as duas expressões obtidas para B conduzem ao mesmo resultado para $r = R$, como esperávamos. Além disto, para $r = R$, o valor de B calculado no item (b) é máximo.

O campo magnético induzido calculado em (b) é tão pequeno que dificilmente pode ser medido com uma aparelhagem comum. Este resultado contrasta fortemente com o campo elétrico induzido (lei de Faraday) que pode ser medido facilmente. Esta diferença experimental é em parte devida ao fato de que uma fem induzida pode ser facilmente multiplicada usando-se uma bobina com muitas espiras. Não existe técnica tão simples quanto esta para campos magnéticos induzidos. Em experiências envolvendo oscilações de freqüências bastante elevadas, dE/dt pode ser muito grande, resultando em campos magnéticos induzidos de valores significativamente maiores. Em todo caso, experiências análogas à situação descrita neste exemplo já foram realizadas e os respectivos campos magnéticos induzidos foram detectados.

37-4 Corrente de Deslocamento

Examinando-se atentamente o lado direito da Eq. 37-6, notamos que o termo $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ tem dimensões de corrente. Embora nenhum movimento de cargas esteja envolvido, há vantagens em dar a esse termo o nome de **corrente de deslocamento*** e representá-lo pelo símbolo i_d . Isto é,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (i_d + i) \quad (\text{corrente de deslocamento}) \quad (37-8)$$

Desse modo, podemos dizer que um campo magnético pode ser criado, seja por uma *corrente de condução* i , seja por uma *corrente de deslocamento* i_d e podemos reescrever a Eq. 37-6 como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (i_d + i) \quad (\text{Lei de Ampere - Maxwell}) \quad (37-9)$$

Generalizando a definição de corrente deste modo, podemos conservar a noção de continuidade de corrente, conceito estabelecido para as correntes de condução constantes na Seção 28-2. Na Fig. 37-1b, por exemplo, uma corrente de condução i chega à placa positiva e sai da placa negativa. A corrente de condução não é contínua através do intervalo entre as placas do capacitor, porque nenhuma carga é realmente transportada através desse intervalo. Contudo, como se provará a seguir, a corrente de deslocamento i_d , naquele intervalo (Fig. 37-3a), é exatamente igual a i , mantendo a noção da continuidade da corrente.

Para calcular a corrente de condução, lembremos que E no intervalo entre as placas do capacitor da Fig. 37-1b é dado pela Eq. 27-4,

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A},$$

onde q é a carga da placa positiva do capacitor e A é a área da placa. Derivando, obtemos

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} i,$$

de modo que podemos escrever para a corrente de condução

$$i = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (\text{corrente de condução}) \quad (37-10)$$

A corrente de deslocamento, definida pela Eq. 37-8, é

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

ou

$$i_d = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}). \quad (37-11)$$

As Eqs. 37-10 e 37-11 mostram que a corrente de condução nos fios de ligação do capacitor das Figs. 37-1 e 37-3 e a corrente de deslocamento no intervalo entre as placas têm exatamente o mesmo valor. (Contudo, como sugere a Fig. 37-3a, a corrente de deslocamento está espalhada por toda a área entre as placas.)

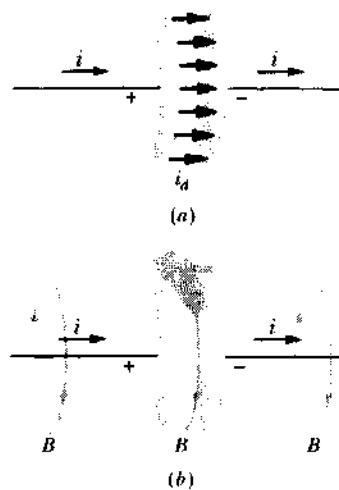


Fig. 37-3 (a) A corrente de deslocamento i_d entre as placas de um capacitor sendo carregado por uma corrente i . (b) A regra da mão direita dá o sentido do campo magnético produzido por i e por i_d .

*A palavra *deslocamento* foi introduzida por motivos históricos.

Assim que o capacitor fica plenamente carregado, atingindo uma diferença de potencial de valor igual ao da fem aplicada, a corrente nos fios de ligação cai a zero. O campo elétrico entre as placas assume, então, um valor constante, de modo que $dE/dt = 0$, o que significa que a corrente de deslocamento também cai a zero.

A corrente de deslocamento i_d , dada pela Eq. 37-11, tem um sentido além de uma intensidade. O sentido da corrente de condução i é o mesmo do vetor densidade de corrente de condução \mathbf{J} . Analogamente, o sentido da corrente de deslocamento i_d é o mesmo do vetor densidade de corrente de deslocamento \mathbf{J}_d , que — como vemos da Eq. 37-11 — é exatamente $\epsilon_0(dE/dt)$. A regra da mão direita aplicada ao vetor \mathbf{J}_d dá o sentido do campo magnético associado (Fig. 37-3b), exatamente como é feito para o vetor densidade de corrente de condução \mathbf{J} .

EXEMPLO 37-2 Qual é a corrente de deslocamento para a situação do Exemplo 37-1?

Solução Da Eq. 37-8, a definição da corrente de deslocamento,

$$\begin{aligned} i_d &= \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} [(E)(\pi R^2)] = \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} \\ &= (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(\pi)(55.0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &\quad \times (1.50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 0.126 \text{ A} = 126 \text{ mA.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Embora esta corrente seja relativamente grande, produz um campo magnético de apenas 459 nT (veja o Exemplo 37-1b) nas bordas do capacitor. Por que este campo magnético é tão pequeno? Uma corrente de condução de 126 mA percorrendo um fio fino produziria um campo magnético muito maior na superfície do fio, facilmente detectado pela agulha de uma bússola.

Esta diferença não se deve simplesmente ao fato de que uma das correntes é de condução e a outra, de deslocamento. Sob as mesmas condições, os dois tipos de corrente são igualmente eficazes na produção de um campo magnético. Neste caso, a diferença decorre do fato de que a corrente de condução está confinada num fio fino mas a corrente de deslocamento está espalhada sobre uma área igual à área das placas do capacitor. Assim, o capacitor se comporta como se fosse um “fio largo” de raio 55,0 mm, transportando uma corrente (de deslocamento) de 126 mA. Seu maior efeito magnético, que ocorre na borda do capacitor, é certamente muito menor do que o campo magnético obtido na superfície de um fio fino.

37-5 Equações de Maxwell: A Lista Completa

A Eq. 37-6 completa nossa apresentação das equações básicas do eletromagnetismo, denominadas equações de Maxwell. Mostramos estas equações na Tabela 37-2, que completa a lista provisória da Tabela 37-1, introduzindo nessa, o termo que faltava na Eq. IV. Estas equações não são especulações puramente teóricas, mas foram desenvolvidas para explicar certas experiências cruciais.

Maxwell descreveu sua teoria eletromagnética num longo tratado denominado *Treatise on Electricity and*

Magnetism, publicado em 1873, seis anos antes de sua morte. Esse tratado é de difícil leitura e, na verdade, não apresenta as equações sob a forma em que o fazemos. Foi Oliver Heaviside (1850-1925), físico inglês, quem muito contribuiu para o esclarecimento da teoria de Maxwell apresentando-a, na década de 1970, sob a forma das quatro equações conhecidas hoje em dia.

Sugerimos na Seção 37-2 que as equações de Maxwell (como elas aparecem na Tabela 37-2) desempenham para o eletromagnetismo o mesmo papel que as leis do movimento de Newton para a mecânica. Existe, entretanto, uma diferença importante. Einstein apresentou sua teoria especial da relatividade em 1905, aproximadamente 200 anos depois do aparecimento das leis de Newton e cerca de 40 anos após as equações de Maxwell. Em consequência, as leis de Newton tiveram de ser drasticamente modificadas nos casos em que velocidades relativas se aproximam da velocidade da luz. Contudo, nenhuma mudança foi necessária nas equações de Maxwell; elas são totalmente consistentes com a teoria especial da relatividade. De fato, a teoria de Einstein originou-se de seu perspicaz e meticoloso julgamento das equações eletromagnéticas de James Clerk Maxwell.

O Magnétron

As equações de Maxwell governam o funcionamento do magnétron, a parte principal do radar WW II das Forças Aliadas. O magnétron mostrado na fotografia de abertura deste capítulo consiste em um catodo central, um anodo com oito câmaras circulares, uma “bobina de saída” numa das câmaras e um grande ímã permanente. Tudo, exceto o ímã, é mostrado na Fig. 37-4a.

Um filamento aquecedor no interior do catodo faz com que este libere elétrons. Um campo elétrico entre o catodo e o anodo compele os elétrons na direção do anodo, mas o campo magnético constante \mathbf{B} produzido pelo ímã permanente e os campos magnéticos variáveis, \mathbf{B}_{RF} , produzidos nas câmaras, compelem os elétrons ao agrupamento em quatro “raios de roda” que giram rapidamente em torno do catodo.

As extremidades destes “raios” se deslocam ao longo da parede interna do anodo onde depositam elétrons, ocasionando pulsos de corrente de deslocamento ao redor das câmaras, em sentidos alternados. O sentido da corrente de deslocamento numa câmara está sujeito ao lado em que os elétrons são depositados (Fig. 37-4b,c), da mesma forma que o sentido da corrente de deslocamento na Fig. 37-3 sujeita-se ao lado do capacitor em que a corrente deposita elétrons. De acordo com a Eq. IV da Tabela 37-2, são estes pulsos de corrente de deslocamento, ao redor das câmaras, que produzem os campos magnéticos variáveis \mathbf{B}_{RF} .

Os campos magnéticos variáveis \mathbf{B}_{RF} atuam como um sistema de realimentação, porque ajudam a formar os “raios de roda” que os produzem. De acordo com a Eq. III da Tabela 37-2, esses campos também induzem pulsos de campo elétrico nas câmaras. Os pulsos de campo elétrico na

Tabela 37-2
Equações de Maxwell^a

Número	Nome	Equação	Descreve	Referência
I	Lei de Gauss da eletricidade	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$	Carga e campo elétrico	Cap. 25
II	Lei de Gauss do magnetismo	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$	O campo magnético	Cap. 34
III	Lei de Faraday	$\oint \mathbf{E} \cdot ds = -d\Phi_B/dt$	Um campo elétrico produzido por um campo magnético variável	Cap. 32
IV	Lei de Ampère-Maxwell	$\oint \mathbf{B} \cdot ds = \mu_0 \epsilon_0 d\Phi_E/dt + \mu_0 i$	Um campo magnético produzido por um campo elétrico variável ou por uma corrente ou ambos	Caps. 31 e 37

^aVálidas somente na ausência de materiais magnéticos e de dielétricos.

câmara que contém a bobina de saída geram nela pulsos de corrente que são enviados ao longo de fios para a antena do radar, onde um feixe de microondas é emitido.

Para identificar rapidamente as aeronaves nazistas e lançar a força defensiva, os ingleses precisavam de um radar com uma potência muito grande, muito maior do que a fornecida por uma fonte de potência convencional. Contudo,

com a ajuda de um magnétron, eles puderam usar uma fonte convencional para produzir o campo elétrico entre o catodo e o anodo. Enquanto se moviam para o anodo, os elétrons ganhavam energia dessa fonte e, através das etapas descritas acima, suas energias eram convertidas e concentradas em pulsos. Tudo isto foi possível por causa das equações de Maxwell.

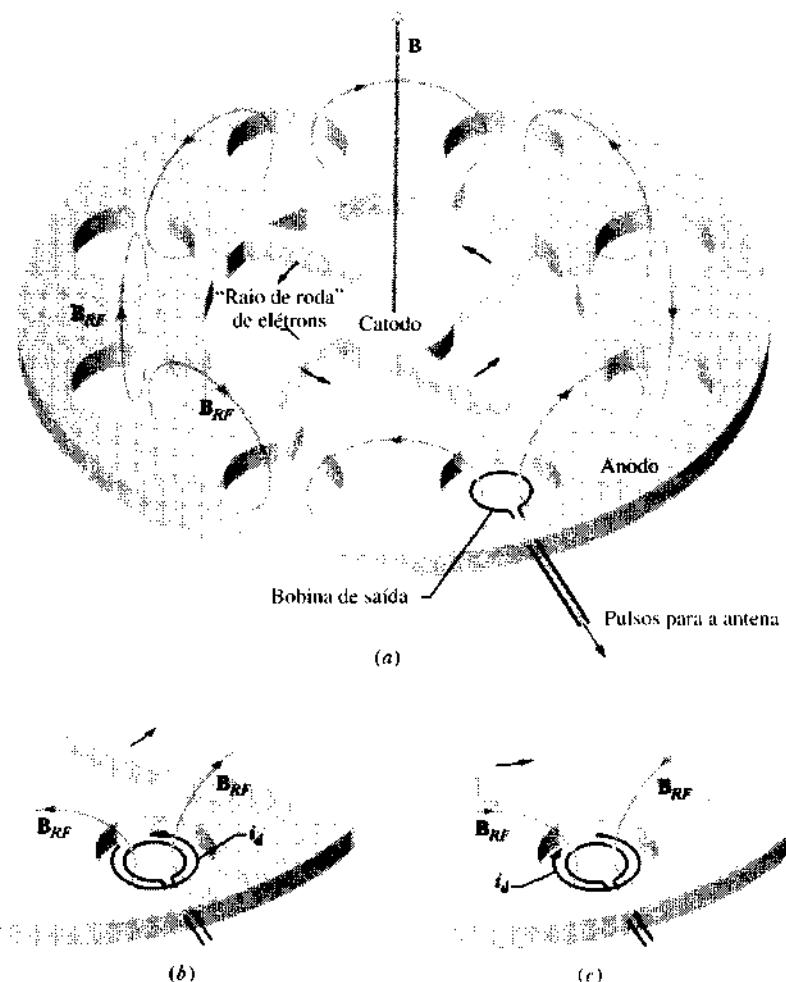


Fig. 37-4 (a) As partes constituintes de um magnétron. (b, c) Dois estágios em que as correntes de deslocamento na câmara contendo a bobina de saída criam o campo magnético \mathbf{B}_{RF} . Estes campos, que variam numa taxa comparável a *frequências de rádio* (por isso a notação RF, iniciais de *radio frequencies*), geram pulsos de corrente na bobina de saída.

RESUMO

A Extensão de Maxwell da Lei de Ampère

Na Tabela 37-1, resumimos as equações básicas do eletromagnetismo do modo como foram apresentadas nos capítulos anteriores. Analisando a simetria destas equações, vimos que, para fazer a lei de Ampère simétrica com a lei de Faraday, devemos escrevê-la como

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i \quad (\text{lei de Ampère - Maxwell}). \quad (37-6)$$

O novo termo da direita afirma que um campo elétrico variável ($d\Phi_E/dt$) gera um campo magnético ($\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$). Ele é o correspondente simétrico da lei de Faraday: um campo magnético variável ($d\Phi_B/dt$) gera um campo elétrico ($\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$).

Corrente de Deslocamento

Definimos a corrente de deslocamento devida a um campo elétrico variável como

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}). \quad (37-8)$$

A Eq. 37-6, então, se escreve

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0(i_d + i) \quad (\text{lei de Ampère - Maxwell}). \quad (37-9)$$

Deste modo podemos manter a noção de continuidade da corrente (corrente de condução + corrente de deslocamento). A corrente de deslocamento envolve um campo elétrico variável e não um deslocamento de cargas.

Equações de Maxwell

As equações de Maxwell, mostradas na Tabela 37-2, resumem todo o eletromagnetismo e constituem seu fundamento.

QUESTIONÁRIO

1. Com suas próprias palavras explique por que a lei da indução de Faraday (veja a Tabela 37-2) pode ser interpretada dizendo-se: "um campo magnético variável gera um campo elétrico".
2. Quando um fluxo uniforme Φ_t , através de um anel circular está diminuindo com o tempo, o campo magnético induzido (visto ao longo do sentido de \mathbf{E}), está no sentido horário ou anti-horário?
3. Por que é tão fácil mostrar que "um campo magnético variável produz um campo elétrico", mas é tão difícil mostrar de um modo simples que "um campo elétrico variável produz um campo magnético"?
4. Na Fig. 37-1a, considere um círculo com raio $r > R$. Como se pode induzir um campo magnético em torno deste círculo, como mostra o Exemplo 37-1? Afinal de contas, não há campo elétrico no local deste círculo e, assim, $dE/dr = 0$.
5. Na Fig. 37-1a, \mathbf{E} está entrando na figura e seu módulo está crescendo. Determine o sentido de \mathbf{B} no caso em que, (a) \mathbf{E} está entrando na figura e seu módulo está diminuindo, (b) \mathbf{E} está saindo da figura e seu módulo está aumentando, (c) \mathbf{E} está saindo da figura e seu módulo está diminuindo e (d) \mathbf{E} permanece constante.
6. Na Fig. 35-1c, é necessária uma corrente de deslocamento para manter a continuidade da corrente no capacitor. Como é possível a existência de tal corrente, se não há cargas no capacitor?
7. Nas Figs. 37-1a e 37-1b, qual é o sentido da corrente de deslocamento i_d ? Nestas mesmas figuras, podemos encontrar alguma regra relacionando os sentidos de (a) \mathbf{B} e \mathbf{E} e (b) de \mathbf{B} e $d\mathbf{E}/dr$?
8. Que vantagens existem em chamar-se o termo $\epsilon_0 d\Phi_t / dt$, na Eq. IV da Tabela 37-2, de corrente de deslocamento?
9. Podemos medir uma corrente de deslocamento usando um amperímetro? Explique.
10. Explique por que os efeitos magnéticos das correntes de condução em fios são facilmente detectados, enquanto que os efeitos magnéticos das correntes de deslocamento em capacitores são tão difíceis de detectar?
11. Na Tabela 37-2, existem três espécies de aparente falta de simetria nas equações de Maxwell. (a) As grandezas ϵ_0 e/ou μ_0 aparecem em I e IV mas não em II e III. (b) Existe um sinal negativo em III mas nenhum sinal negativo em IV. (c) Faltam os "termos pólos magnéticos" em II e III. Quais destes itens representam uma verdadeira falta de simetria? Se os monopólos magnéticos fossem descobertos, como reescreveríamos estas equações para incluí-los? (Sugestão: Seja p a intensidade do pôlo magnético.)

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 37-2 As Equações de Maxwell: Uma Lista Provisória

- 1E. Verifique o valor numérico da velocidade escalar da luz usando a Eq. 37-1 e mostre que a equação está dimensionalmente correta. (Veja o Apêndice B.)
- 2E. (a) Mostre que $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$. (Esta grandeza é chamada de "impedância do vácuo".) (b) Mostre que a freqüência angular correspondente a 60 Hz é igual a 377 rad/s. (c) Compare os itens (a) e (b). Você acha que esta coincidência tenha influído na escolha de 60 Hz para os geradores de ca? Lembre-se de que, na Europa, é usado 50 Hz.

Seção 37-3 Campos Magnéticos Induzidos

- 3E. Para a situação do Exemplo 37-1, onde o campo magnético induzido se reduz à metade de seu valor máximo?
- 4P. Suponha que um capacitor de placas paralelas circulares tenha um raio R de 30 mm e que a separação entre as placas seja de 5,0 mm. Uma diferença de potencial senoidal com um valor máximo de 150 V e uma freqüência de 60 Hz é aplicada entre as placas. Determine $B_{\max}(R)$, o valor máximo do campo magnético induzido para $r = R$.

5P. Para as condições do Problema 4, faça um gráfico de $B_m(r)$ para o intervalo $0 < r < 10$ cm.

Seção 37-4 Corrente de Deslocamento

6E. Prove que a corrente de deslocamento num capacitor de placas paralelas pode ser escrita como

$$i_d = C \frac{dV}{dt}.$$

7E. Dispõe-se de um capacitor de placas paralelas de $1,0 \mu\text{F}$. Como seria possível obter uma corrente de deslocamento (instantânea) de $1,0 \text{ A}$ no espaço entre as placas?

8E. Para a situação do Exemplo 37-1, mostre que a *densidade de corrente de deslocamento* J_d , para $r \leq R$, é dada por

$$J_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

9E. A Fig. 37-5 mostra as placas P_1 e P_2 de um capacitor de placas paralelas circulares de raio R . Elas são ligadas, conforme se vê, a fios retílineos longos que transportam uma corrente de condução constante i .

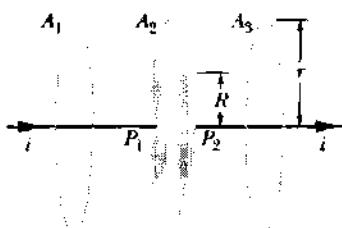


Fig. 37-5 Exercício 9.

A_1 , A_2 e A_3 são círculos hipotéticos de raios iguais a r , dois deles fora do capacitor e um entre as placas. Mostre que o módulo do campo magnético na circunferência de cada um destes círculos é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

10P. No Exemplo 37-1 mostre que as expressões deduzidas para $B(r)$ podem ser escritas como

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad (\text{para } r \geq R)$$

e

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} \quad (\text{para } r \leq R).$$

Note que estas expressões têm a mesma forma que as deduzidas no Cap. 31, exceto que a corrente de condução i foi substituída pela corrente de deslocamento i_d .

11P. Enquanto um capacitor de placas paralelas circulares, de diâmetro 20 cm, está sendo carregado, a densidade de corrente de deslocamento através da região entre as placas é uniforme e tem módulo igual a 20 A/m^2 . (a) Calcular o módulo B do campo magnético numa distância $r = 50 \text{ mm}$ do eixo de simetria da região. (b) Calcular dE/dt nesta região.

12P. Um campo elétrico uniforme cai a zero a partir de uma intensidade inicial de $6,0 \times 10^5 \text{ N/C}$ num intervalo de tempo igual a $15 \mu\text{s}$, do

modo indicado na Fig. 37-6. Calcular a corrente de deslocamento que atravessa uma área de $1,6 \text{ m}^2$ ortogonal à direção do campo, durante cada um dos intervalos de tempo (a), (b) e (c), indicados no gráfico. (Ignore o comportamento nas extremidades dos intervalos.)

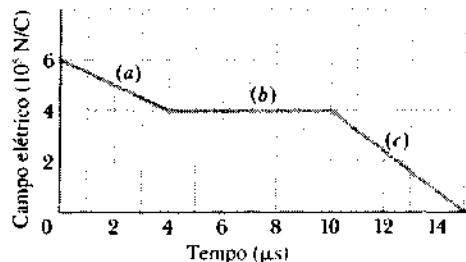


Fig. 37-6 Problema 12.

13P. Um capacitor de placas paralelas quadradas, de $1,0 \text{ m}$ de lado, como o da Fig. 37-7, está sendo carregado por uma corrente de $2,0 \text{ A}$ que chega a uma das placas e sai da outra. (a) Qual é a corrente de deslocamento na região entre as placas? (b) Qual é o valor de dE/dt nesta região? (c) Qual é a corrente de deslocamento através da trajetória quadrada tracejada entre as placas? (d) Qual é o valor de $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ ao longo desta trajetória?

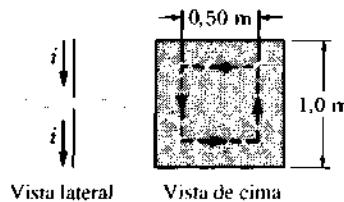


Fig. 37-7 Problema 13.

14P. Em 1929, M. R. Van Cauwenbergh conseguiu medir diretamente, pela primeira vez, a corrente de deslocamento i_d entre as placas de um capacitor de placas paralelas, submetido a uma diferença de potencial alternada, como está sugerido na Fig. 37-1. Ele usou placas circulares cujo raio efetivo era de 40 cm e cuja capacidade era de 100 pF . A diferença de potencial aplicada tinha um valor máximo V_m de 174 kV na frequência de 50 Hz . (a) Qual foi a corrente de deslocamento máxima obtida entre as placas? (b) Por que foi escolhida uma diferença de potencial tão elevada? (A delicadeza destas medidas é tal que elas só foram realizadas diretamente mais de 60 anos depois de Maxwell ter enunciado o conceito de corrente de deslocamento!)

15P. O capacitor na Fig. 37-8 consistindo em duas placas circulares de raio $R = 18,0 \text{ cm}$ está ligado a uma fonte de fém $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, onde $\mathcal{E}_m = 220 \text{ V}$ e $\omega = 130 \text{ rad/s}$. O valor máximo da corrente de deslocamento é $i_d = 7,60 \mu\text{A}$. Despreze a distorção do campo elétrico nas bordas das placas. (a) Qual é o valor máximo da corrente i ? (b) Qual é o valor máximo

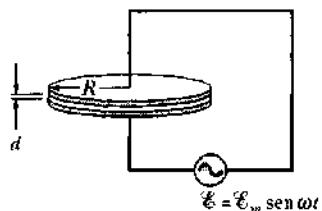


Fig. 37-8 Problema 15.

de $d\Phi_B/dt$, onde Φ_B é o fluxo magnético na região entre as placas? (c) Qual a separação d entre as placas? (d) Determine o valor máximo do módulo de \mathbf{B} entre as placas a uma distância $r = 11,0$ cm do centro.

Seção 37-5 Equações de Maxwell: A Lista Completa

16E. Qual das equações de Maxwell na Tabela 37-2 está mais intimamente relacionada com cada uma das seguintes experiências: (a) Toda carga colocada num condutor isolado desloca-se totalmente para a sua superfície externa. (b) Ao variar-se a corrente numa bobina, verifica-se o aparecimento de uma corrente numa segunda bobina situada nas proximidades da primeira. (c) Dois fios paralelos transportando correntes de mesmo sentido atraem-se.

17P. Uma propriedade de autoconsistência de duas das equações de Maxwell (Eqs. III e IV da Tabela 37-2). A Fig. 37-9 mostra dois percursos fechados *abefa* e *bcdeb* que possuem um lado comum *be*. (a) Pode-se aplicar $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt$ (Eq. III) a cada uma das trajetórias fechadas separadamente. Mostre que, a partir destes resultados, a Eq. III é automaticamente satisfeita para o percurso fechado composto *abcdefa*. (b) Repita o item (a) para a Eq. IV.

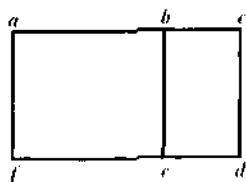


Fig. 37-9 Problema 17.

18P. Uma propriedade de autoconsistência de duas das equações de Maxwell (Eqs. I e II da Tabela 37-2). Dois paralelepípedos adjacentes partilham uma face comum *abcd*, como mostra a Fig. 37-10. (a) Pode-

se aplicar $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$ (Eq. I) a cada uma destas duas superfícies fechadas separadamente. Mostre que, a partir destes resultados, a Eq. I é automaticamente satisfeita para a superfície fechada composta. (b) Repita o item (a) para a Eq. II.



Fig. 37-10 Problema 18.

19P. As equações de Maxwell como mostradas na Tabela 37-2 valem somente na ausência de materiais dielétricos. Como seriam escritas estas equações se esta restrição fosse eliminada?

20P*. Uma longa barra cilíndrica condutora, de raio R , está centrada ao longo do eixo x como mostra a Fig. 37-11. A barra possui um corte muito fino em $x = b$. Uma corrente de condução i , aumentando no tempo e dada por $i = \alpha t$, percorre a barra da esquerda para a direita; α é uma constante de proporcionalidade (positiva). No instante $t = 0$ não existe carga nas faces do corte próximas de $x = b$. (a) Determine o módulo da carga nessas faces em função do tempo. (b) Use a Eq. I da Tabela 37-2 para determinar E no intervalo entre as faces em função do tempo. (c) Esboce as linhas de \mathbf{B} para $r < R$, onde r é a distância ao eixo x . (d) Use a Eq. IV da Tabela 37-2 para determinar $B(r)$ no intervalo entre as faces para $r \leq R$. (e) Compare a resposta do item (d) com $B(r)$ na barra para $r \leq R$.

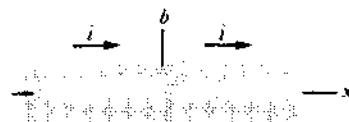


Fig. 37-11 Problema 20.

PROBLEMAS ADICIONAIS

21. Um fio de prata tem resistividade $\rho = 1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ e seção transversal de área $5,00 \text{ mm}^2$. A corrente no fio está variando na taxa de $2,000 \text{ A/s}$ quando a corrente é 100 A . (a) Qual é o campo elétrico no fio quando a corrente que o percorre é de 100 A ? (b) Qual é a corrente de deslocamento no fio neste instante? (c) Qual é a razão entre o campo magnético criado pela corrente de deslocamento e o campo magnético criado pela corrente a uma distância r do fio?

22. Um capacitor de placas paralelas de área A e separação d está preenchido com um material de constante de permissividade ϵ_r e condutividade σ . O capacitor está inicialmente carregado sob uma diferença de potencial

V ; o capacitor, então, descarrega através do material entre as placas. Qual é o campo magnético entre as placas durante esta descarga?

23. Um capacitor de placas paralelas preenchido com um material de constante dielétrica κ está carregando. Mostre que, enquanto o capacitor está sendo carregado, a densidade de corrente de deslocamento no dielétrico é

$$\mathbf{J}_d = \frac{d\mathbf{D}}{dt},$$

onde $\mathbf{D} = \kappa\epsilon_0\mathbf{E}$.

APÊNDICE A

O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)*

1. AS UNIDADES FUNDAMENTAIS DO SI

GRANDEZA	NOME	SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
comprimento	metro	m	"... o comprimento do percurso coberto pela luz, no vácuo, em 1/299.792.458 de um segundo." (1983)
massa	quilograma	kg	"... este protótipo (um certo cilindro de liga de platina-irídio) será considerado a unidade de massa." (1889)
tempo	segundo	s	"... a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133." (1967)
corrente elétrica	ampère	A	"... a corrente constante que, se mantida em dois condutores retilíneos, paralelos, de comprimento infinito, de seção transversal circular desprezível e separados pela distância de 1 metro no vácuo, produziria entre esses condutores uma força igual a 2×10^{-7} newtons por uma força igual a 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento." (1946)
temperatura termodinâmica	kelvin	K	"... a fração 1/273,16 da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água." (1967)
quantidade de substância	mol	mol	"... a quantidade de substância de um sistema que contém tantas entidades elementares quantos são os átomos presentes em 0,012 quilogramas de carbono 12." (1971)
intensidade luminosa	candela	cd	"... a intensidade luminosa, na direção perpendicular, de uma superfície de 1/600.000 metros quadrados, de um corpo negro na temperatura de solidificação da platina, sob a pressão de 101,325 newtons por metro quadrado." (1967)

*Adaptado do "The International System of Units (SI)," National Bureau of Standards Special Publication 330, edição de 1972. As definições acima foram adotadas pela Conferência Geral de Pesos e Medidas, organismo internacional, nas datas mencionadas. Neste livro, não usamos a candela.

2. ALGUMAS UNIDADES DERIVADAS DO SI

GRANDEZA	NOME DA UNIDADE	SÍMBOLO
área	metro quadrado	m^2
volume	metro cúbico	m^3
freqüência	hertz	Hz
massa específica (densidade)	quilograma por metro cúbico	kg/m^3
velocidade, velocidade escalar	metro por segundo	m/s
velocidade angular	radiano por segundo	rad/s
aceleração	metro por segundo por segundo	m/s^2
aceleração angular	radiano por segundo por segundo	rad/s^2
força	newton	N
pressão	pascal	Pa
trabalho, energia, quantidade de calor	joule	J
potência	watt	W
quantidade de carga elétrica	coulomb	C
diferença de potencial, força eletromotriz	volt	V
intensidade do campo elétrico	volt por metro (ou newton por coulomb)	V/m
resistência elétrica	ohm	Ω
capacitância	farad	F
fluxo magnético	weber	Wb
indutância	henry	H
densidade de fluxo magnético	tesla	T
intensidade do campo magnético	ampère por metro	A/m
entropia	joule por kelvin	J/K
calor específico	joule por quilograma kelvin	$J/(kg \cdot K)$
condutividade térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$
intensidade radiante	watt por esterradiano*	W/sr

3. UNIDADES SUPLEMENTARES DO SI

GRANDEZA	NOME DA UNIDADE	SÍMBOLO
ângulo plano	radiano	rad
ângulo sólido	esterradiano*	sr

*Embora o termo seja bem conhecido como *estereoradiano*, inclusive assim dicionarizado, preferimos usar a grafia recomendada pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) e registrada nos *Cadernos IEL* (Volume 8 — Sistema Internacional de Unidades). (N. do T.)

APÊNDICE B

ALGUMAS CONSTANTES FUNDAMENTAIS DA FÍSICA*

CONSTANTE	SÍMBOLO	VALOR APROXIMADO	MELHOR VALOR (1986)	
			VALOR ^a	INCERTEZA ^b
Velocidade da luz no vácuo	c	$3,00 \times 10^8$ m/s	2,99792458	exato
Carga elementar	e	$1,60 \times 10^{-19}$ C	1,60217738	0,30
Massa do elétron	m_e	$9,11 \times 10^{-31}$ kg	9,1093897	0,59
Massa do próton	m_p	$1,67 \times 10^{-27}$ kg	1,6726230	0,59
Razão entre a massa do próton e a massa do elétron	m_p/m_e	1,840	1,836,152701	0,020
Massa de nêutron	m_n	$1,68 \times 10^{-27}$ kg	1,6749286	0,59
Massa do múon	m_μ	$1,88 \times 10^{-28}$ kg	1,8835326	0,61
Massa do elétron ^c	m_e	$5,49 \times 10^{-4}$ u	5,48579902	0,023
Massa do próton ^c	m_p	1,0073 u	1,007276470	0,012
Massa do nêutron ^c	m_n	1,0087 u	1,008664704	0,014
Massa do átomo de hidrogênio ^c	m_{H_1}	1,0078 u	1,007825035	0,011
Massa do átomo de deutério ^c	m_{D_1}	2,0141 u	2,0141019	0,053
Massa do átomo de hélio ^c	m_{He_4}	4,0026 u	4,0026032	0,067
Razão entre a carga e a massa do elétron	e/m_e	$1,76 \times 10^{11}$ C/kg	1,75881961	0,30
Permissividade elétrica do vácuo	ϵ_0	$8,85 \times 10^{-12}$ F/m	8,85418781762	exato
Permeabilidade magnética do vácuo	μ_0	$1,26 \times 10^{-6}$ H/m	1,25663706143	exato
Constante de Planck	h	$6,63 \times 10^{-34}$ J·s	6,6260754	0,60
Comprimento de onda Compton do elétron	λ_C	$2,43 \times 10^{-12}$ m	2,42631058	0,089
Constante universal dos gases	R	8,31 J/mol·K	8,314510	8,4
Número de Avogadro	N_A	$6,02 \times 10^{23}$ mol ⁻¹	6,0221367	0,59
Constante de Boltzmann	k	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K	1,380657	11
Volume molar de um gás ideal em CNTP ^d	V_m	$2,24 \times 10^{-2}$ m ³ /mol	2,241409	8,4
Constante de Faraday (em faraday)	F	$9,65 \times 10^4$ C/mol	9,6485309	0,30
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5,67 \times 10^{-8}$ W/m ² ·K ⁴	5,67050	34
Constante de Rydberg	R	$1,10 \times 10^7$ m ⁻¹	1,0973731534	0,0012
Constante da gravitação universal	G	$6,67 \times 10^{-11}$ m ³ /s ² ·kg	6,67260	100
Raio de Bohr	r_B	$5,29 \times 10^{-11}$ m	5,29177249	0,045
Momento magnético do elétron	μ_e	$9,28 \times 10^{-24}$ J/T	9,2847700	0,34
Momento magnético do próton	μ_p	$1,41 \times 10^{-26}$ J/T	1,41060761	0,34
Magnéton de Bohr	μ_B	$9,27 \times 10^{-24}$ J/T	9,2740154	0,34
Magnéton nuclear	μ_N	$5,05 \times 10^{-27}$ J/T	5,0507865	0,34

*Os valores nesta coluna têm as mesmas unidades e as mesmas potências de 10 que os indicados na coluna do valor aproximado.

^aEm partes por milhão.

^bA massa dada em unidade de massa atômica unificada (u), com 1 u = $1,6605402 \times 10^{-27}$ kg.

^cCNTP significa condições normais de temperatura e pressão: 0°C e 1,0 atm (0,1 MPa).

*Os valores desta tabela foram escolhidos, em grande parte, de uma listagem maior em *Symbols, Units and Nomenclature in Physics* (IUPAP), preparada por E. Richard Cohen e Pierre Giacomo, 1986.

APÊNDICE C

ALGUNS DADOS ASTRONÔMICOS

ALGUMAS DISTÂNCIAS DA TERRA

Até a Lua*	$3,82 \times 10^8$ m
Até o Sol	$1,50 \times 10^{11}$ m
Até a estrela mais próxima (Proxima Centauri)	$4,04 \times 10^{16}$ m
Até o centro da nossa galáxia	$2,2 \times 10^{20}$ m
Até a galáxia de Andrômeda	$2,1 \times 10^{22}$ m
Até a fronteira do universo observável	$\sim 10^{26}$ m

*Distância média.

O SOL, A TERRA E A LUA

PROPRIEDADE	UNIDADE	SOL	TERRA	LUA
Massa	kg	$1,99 \times 10^{30}$	$5,98 \times 10^{24}$	$7,36 \times 10^{22}$
Raio médio	m	$6,96 \times 10^8$	$6,37 \times 10^6$	$1,74 \times 10^6$
Densidade média	kg/m ³	1.410	5.520	3.340
Aceleração da gravidade na superfície	m/s ²	274	9.81	1.67
Velocidade de escape	km/s	618	11.2	2.38
Período de rotação ^a	—	37 d nos pólos ^b 26 d no equador ^b	23 h 56 min	27,3 d
Potência de radiação ^c	W	$3,90 \times 10^{26}$		

^aMedido em relação às estrelas distantes.

^bO Sol, uma bola de gás, não gira como um corpo rígido.

^cA energia solar é recebida na fronteira da atmosfera, sob incidência normal, à taxa de 1.340 W/m².

ALGUMAS PROPRIEDADES DOS PLANETAS

	MERCÚRIO	VÊNUS	TERRA	MARTE	JÚPITER	SATURNO	URANO	NETUNO	PLUTÃO
Distância média ao Sol, 10^6 km	57,9	108	150	228	778	1.430	2.870	4.500	5.900
Período de revolução, anos	0,241	0,615	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165	248
Período de rotação, ^a dias	58,7	-243 ^b	0,997	1,03	0,409	0,426	-0,451 ^b	0,658	6,39
Velocidade escalar orbital, km/s	47,9	35,0	29,8	24,1	13,1	9,64	6,81	5,43	4,74
Inclinação do eixo do planeta na órbita	<28°	≈3°	23,4°	25,0°	3,08°	26,7°	97,9°	29,6°	57,5°
Inclinação da órbita em relação ao plano da órbita da Terra	7,00°	3,39°		1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
Excentricidade da órbita	0,206	0,0068	0,0167	0,0934	0,0485	0,0556	0,0472	0,0086	0,250
Diâmetro equatorial, km	4.880	12.100	12.800	6.790	143.000	120.000	51.800	49.500	2.300
Massa (Terra = 1)	0,0558	0,815	1,000	0,107	318	95,1	14,5	17,2	0,002
Densidade (água = 1)	5,60	5,20	5,52	3,95	1,31	0,704	1,21	1,67	2,03
Valor de g na superfície, ^c m/s ²	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,05	7,77	11,0	0,5
Velocidade de escape, ^c km/s	4,3	10,3	11,2	5,0	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1
Satélites conhecidos	0	0	1	2	16 + anel	18 + anéis	15 + anéis	8 + anéis	1

^aMedido com relação às estrelas distantes.^bVênus e Urano giram em sentido oposto ao seu movimento orbital.^cAceleração da gravidade medida no equador do planeta.

APÊNDICE D

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

Todas as propriedades físicas referem-se à pressão de 1 atm, exceto quando há observação em contrário.

ELEMENTO	SÍMBOLO	NÚMERO ATÔMICO, Z	MASSA MOLAR, g/mol	MASSA ESPECÍFICA (DENSIDADE) g/cm ³ A 20°C	PONTO DE FUSÃO, °C	PONTO DE EBULIÇÃO, °C	CALOR ESPECÍFICO, J/(g·°C) A 25°C
Actínio	Ac	89	(227)	10.06	1.323	(3.473)	0.092
Alumínio	Al	13	26,9815	2,699	660	2.450	0.900
Americio	Am	95	(243)	13,67	1.541	—	—
Antimônio	Sb	51	121,75	6,691	630,5	1.380	0,205
Argônio	Ar	18	39,948	1,6626 × 10 ⁻³	-189,4	-185,8	0,523
Arsênio	As	33	74,9216	5,78	817 (28 atm)	613	0,331
Astatíno	At	85	(210)	—	(302)	—	—
Bário	Ba	56	137,34	3,594	729	1.640	0,205
Berílio	Be	4	9,0122	1,848	1.287	2.770	1,83
Berquélio	Bk	97	(247)	14,79	—	—	—
Bismuto	Bi	83	208,980	9,747	271,37	1.560	0,122
Boro	B	5	10,811	2,34	2.030	—	1,11
Bromo	Br	35	79,909	3,12 (líquido)	-7,2	58	0,293
Cádmio	Cd	48	112,40	8,65	321,03	765	0,226
Cálcio	Ca	20	40,08	1,55	838	1.440	0,624
Califórnia	Cf	98	(251)	—	—	—	—
Carbono	C	6	12,01115	2,26	3.727	4.830	0,691
Centésimo quarto	Unq	104	261	—	—	—	—
Centésimo quinto	Unp	105	262	—	—	—	—
Cério	Ce	58	140,12	6,768	804	3.470	0,188
Césio	Cs	55	132,905	1,873	28,40	690	0,243
Chumbo	Pb	82	207,19	11,35	327,45	1.725	0,129
Cloro	Cl	17	35,453	3,214 × 10 ⁻³ (0°C)	-101	-34,7	0,486
Cobalto	Co	27	58,9332	8,85	1.495	2.900	0,423
Cobre	Cu	29	63,54	8,96	1.083,40	2.595	0,385
Criptônio	Kr	36	83,80	3,488 × 10 ⁻³	-157,37	-152	0,247
Cromo	Cr	24	51,996	7,19	1.857	2.665	0,448
Cúrio	Cm	96	(247)	13,3	—	—	—
Disprósio	Dy	66	162,50	8,55	1.409	2.330	0,172
Einsteinio	Es	99	(254)	—	—	—	—
Enxofre	S	16	32,064	2,07	119,0	444,6	0,707
Érbio	Er	68	167,26	9,15	1.522	2.630	0,167
Escândio	Sc	21	44,956	2,99	1.539	2.730	0,569
Estanho	Sn	50	118,69	7,2984	231,868	2.270	0,226
Estrôncio	Sr	38	87,62	2,54	768	1.380	0,737
Európico	Eu	63	151,96	5,243	817	1.490	0,163
Férmio	Fm	100	(237)	—	—	—	—
Ferro	Fe	26	55,847	7,874	1.536,5	3.000	0,447
Flúor	F	9	18,9984	1,696 × 10 ⁻³ (0°C)	-219,6	-188,2	0,753
Fósforo	P	15	30,9738	1,83	44,25	280	0,741
Frâncio	Fr	87	(223)	—	(27)	—	—
Gadotônio	Gd	64	157,25	7,90	1.312	2.730	0,234
Gálio	Ga	31	69,72	5,907	29,75	2.237	0,377
Germânio	Ge	32	72,59	5,323	937,25	2.830	0,322
Háfnio	Hf	72	178,49	13,31	2.227	5.400	0,144
Hélio	He	2	4,0026	0,1664 × 10 ⁻³	-269,7	-268,9	5,23

ELEMENTO	SÍMBOLO	NÚMERO ATÔMICO, Z	MASSA MOLAR, g/mol	MASSA ESPECÍFICA (DENSIDADE) g/cm³ A 20°C	PONTO DE FUSÃO, °C	PONTO DE EBULIÇÃO, °C	CALOR ESPECÍFICO, J/(g·°C) A 25°C
Hidrogênio	H	1	1.00797	0.08375×10^{-3}	-259,19	-252,7	14,4
Hólmio	Ho	67	164,930	8,79	1.470	2.330	0,165
Índio	In	49	114,82	7,31	156,634	2.000	0,233
Iodo	I	53	126,9044	4,93	113,7	183	0,218
Irídio	Ir	77	192,2	22,5	2.447	(5.300)	0,130
Itérbio	Yb	70	173,04	6,965	824	1.530	0,155
Ítrio	Y	39	88,905	4,469	1.526	3.030	0,297
Lantânia	La	57	138,91	6,189	920	3.470	0,195
Laurêncio	Lr	103	(257)	—	—	—	—
Lítio	Li	3	6,939	0,534	180,55	1.300	3,58
Lutécio	Lu	71	174,97	9,849	1.663	1.930	0,155
Magnésio	Mg	12	24,312	1,738	650	1.107	1,03
Manganês	Mn	25	54,9380	7,44	1.244	2.150	0,481
Mendelévio	Md	101	(256)	—	—	—	—
Mercúrio	Hg	80	200,59	13,55	-38,87	357	0,138
Molibdênio	Mo	42	95,94	10,22	2.617	5.560	0,251
Neodímio	Nd	60	144,24	7,007	1.016	3.180	0,188
Neônio	Ne	10	20,183	0.8387×10^{-3}	-248,597	-246,0	1,03
Netúnio	Np	93	(237)	20,25	637	—	1,26
Níobio	Nb	41	92,906	8,57	2.468	4.927	0,264
Níquel	Ni	28	58,71	8,902	1.453	2.730	0,444
Nitrogênio	N	7	14,0067	1.1649×10^{-3}	-210	-195,8	1,03
Nobélio	No	102	(255)	—	—	—	—
Ósmio	Os	76	190,2	22,59	3.027	5.500	0,130
Ouro	Au	79	196,967	19,32	1.064,43	2.970	0,131
Oxigênio	O	8	15,9994	1.3318×10^{-3}	-218,80	-183,0	0,913
Paládio	Pd	46	106,4	12,02	1.552	3.980	0,243
Platina	Pt	78	195,09	21,45	1.769	4.530	0,134
Plutônio	Pu	94	(244)	19,8	640	3.235	0,130
Polônio	Po	84	(210)	9,32	254	—	—
Potássio	K	19	39,102	0,862	63,20	760	0,758
Praseodímio	Pr	59	140,907	6,773	931	3.020	0,197
Prata	Ag	47	107,870	10,49	960,8	2.210	0,234
Promécio	Pm	61	(145)	7,22	(1.027)	—	—
Protactínio	Pa	91	(231)	15,37 (estimada)	(1.230)	—	—
Rádio	Ra	88	(226)	5,0	700	—	—
Radônio	Rn	86	(222)	9.96×10^{-3} (0°C)	(-71)	-61,8	0,092
Rênio	Re	75	186,2	21,02	3.180	5.900	0,134
Ródio	Rh	45	102,905	12,41	1.963	4.500	0,243
Rubídio	Rb	37	85,47	1,532	39,49	688	0,364
Rutênio	Ru	44	101,107	12,37	2.250	4.900	0,239
Samário	Sm	62	150,35	7,52	1.072	1.630	0,197
Selênio	Se	34	78,96	4,79	221	685	0,318
Silício	Si	14	28,086	2,33	1.412	2.680	0,712
Sódio	Na	11	22,9898	0,9712	97,85	892	1,23
Tálio	Tl	81	204,37	11,85	304	1.457	0,130
Tântalo	Ta	73	180,948	16,6	3.014	5.425	0,138
Tecnécio	Tc	43	(99)	11,46	2.200	—	0,209
Telúrio	Te	52	127,60	6,24	449,5	990	0,201
Térbio	Tb	65	158,924	8,229	1.357	2.530	0,180
Titânio	Ti	22	47,90	4,54	1.670	3.260	0,523
Tório	Th	90	(232)	11,72	1.755	(3.850)	0,117
Tálio	Tm	69	168,934	9,32	1.545	1.720	0,159
Tungstênio	W	74	183,85	19,3	3.380	5.930	0,134
Urânio	U	92	(238)	18,95	1.132	3.818	0,117
Vanádio	V	23	50,942	6,11	1.902	3.400	0,490
Xenônio	Xe	54	131,30	5.495×10^{-3}	-111,79	-108	0,159
Zinco	Zn	30	65,37	7,133	419,58	906	0,389
Zircônio	Zr	40	91,22	6,506	1.852	3.580	0,276

Os valores entre parênteses, na coluna das massas molares, são os números de massa do isótopo de vida mais longa dos elementos radioativos. Os pontos de fusão e de ebulação entre parênteses são incertos.

Os dados para os gases valem somente quando cada qual está no seu estado molecular ordinário, por exemplo, H₂, He, O₂, Ne etc. Os calores específicos dos gases são os valores a pressão constante.

Fonte: Adaptado de Wehr, Richards, Adair, *Physics of the Atom*, 4.ª ed., Addison-Wesley, Reading, MA, 1984, e também de J. Emsley, *The Elements*, 2.ª ed., Clarendon Press, Oxford, 1991.

APÊNDICE E

TABELA PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

Metais alcalinos IA		Metais de transição														Gases nobres VIII			
1	H	IIA		VIIIB										13	14	15	16	17	18
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne	
3	Na	Mg	IIIB	IVB	VB	VIIB	VIIIB				IB	IIIB	Al	Si	P	S	Cl	Ar	
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Hf	Te	I	Xe	
6	Cs	Ba		Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
7	Fr	Ra		KU*	Ha†	**	**	107	108	109		***							
OS PERÍODOS HORIZONTAIS																			

Série dos lantanídos*

Metais de transição interna																	
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Série dos actinídos†

Metais de transição interna																	
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*O nome do elemento kurchatóvio (símbolo Ku) é uma homenagem ao cientista Igor V. Kurchatov. Também se utiliza a denominação rutherfordio (símbolo Rf), em homenagem ao cientista Ernst R. Rutherford. A printasia do nome ainda está em debate. (N. do T.)

†O nome do elemento é háhnio.

**Elementos ainda não denominados.

APÊNDICE F

FATORES DE CONVERSÃO

Os fatores de conversão podem ser lidos diretamente nas tabelas seguintes. Por exemplo, 1 grau = $2,778 \times 10^{-3}$ revolução, e então $16,7^\circ = 16,7 \times 2,778 \times 10^{-3}$ rev. As unidades

SI estão em maiúsculas. As tabelas foram adaptadas, em parte, de G. Shortley e D. Williams, *Elements of Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

ÂNGULO PLANO

	°	'	"	RADIANO	rev
1 grau =	1	60	3.600	$1,745 \times 10^{-2}$	$2,778 \times 10^{-3}$
1 minuto =	$1,667 \times 10^{-2}$	1	60	$2,909 \times 10^{-4}$	$4,630 \times 10^{-5}$
1 segundo =	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1	$4,848 \times 10^{-6}$	$7,716 \times 10^{-7}$
1 RADIANO =	57,30	3.438	$2,063 \times 10^5$	1	0,1592
1 revolução (volta) =	360	$2,16 \times 10^4$	$1,296 \times 10^6$	6.283	1

ÂNGULO SÓLIDO

$1 \text{ esfera} = 4\pi \text{ estereorradianos} = 12,57 \text{ estereorradianos}$

COMPRIMENTO

cm	METRO	km	in.	ft	mi
1 centímetro =	1	10^{-2}	10^{-5}	0,3937	$3,281 \times 10^{-2}$
1 METRO =	100	1	10^{-3}	39,37	$3,281$
1 quilômetro =	10^3	1.000	1	$3,937 \times 10^4$	$3,281$
1 polegada =	2,540	$2,540 \times 10^{-2}$	$2,540 \times 10^{-5}$	1	$8,333 \times 10^{-2}$
1 pé =	30,48	0,3048	$3,048 \times 10^{-4}$	12	$1,578 \times 10^{-3}$
1 milha =	$1,609 \times 10^3$	1,609	6,336 $\times 10^4$	5.280	$1,894 \times 10^{-4}$

1 angström = 10^{-10} m	1 fermi = 10^{-15} m	1 braça = 6 pés	1 vara = 16,5 pés
1 milha náutica = 1.852 m	1 ano-luz = $9,460 \times 10^{12}$ km	1 raio de Bohr = $5,292 \times 10^{-11}$ m	1 mil = 10^{-3} polegadas
= 1,151 milhas = 6.076 pés	1 parsec = $3,084 \times 10^{13}$ km	1 jarda = 3 pés	1 nm = 10^{-9} m

ÁREA

	METRO ²	cm ²	ft ²	in. ²
1 METRO QUADRADO =	1	10^4	10.76	1.550
1 centímetro quadrado =	10^{-4}	1	$1,076 \times 10^{-3}$	0,1550
1 pé quadrado =	$9,290 \times 10^{-2}$	929,0	1	144
1 polegada quadrada =	$6,452 \times 10^{-4}$	6,452	$6,944 \times 10^{-3}$	1

1 milha quadrada = $2,788 \times 10^7$ ft ² = 640 acres	1 acre = 43,560 ft ²
	1 hectare = 10^4 m ² = 2,471 acres
1 barn = 10^{-28} m ²	

VOLUME

MÉTRO ³	cm ³	l	ft ³	in. ³
1 METRO CÚBICO =	1	1,000	35,31	$6,102 \times 10^4$
1 centímetro cúbico =	10^{-6}	$1,000 \times 10^{-3}$	$3,531 \times 10^{-5}$	$6,102 \times 10^{-2}$
1 litro =	$1,000 \times 10^{-3}$	1	$3,531 \times 10^{-2}$	61,02
1 pé cúbico =	$2,832 \times 10^{-2}$	$2,832 \times 10^4$	28,32	1,728
1 polegada cúbica =	$1,639 \times 10^{-5}$	16,39	$1,639 \times 10^{-2}$	$5,787 \times 10^{-4}$
				1

1 galão americano ≈ 4 quartos americanos = 8 pints americanos = 128 onças americanas ≈ 231 in.³1 galão inglês = 277,4 in.³ = 1,201 galões americanos**MASSA**

As grandezas que estão na área sombreada não são unidades de massa, mas são usadas, muitas vezes, como se fossem. Quando escrevemos, por exemplo, 1 kg "=". 2,205 lb, isto significa que o quilograma é uma *massa* que pesa 2,205 libras num local onde g tem o valor padrão $9,80665\text{m/s}^2$.

g	QUILOGRAMA	slug	u	oz	lb	ton
1 grama =	1	$6,852 \times 10^{-5}$	$6,022 \times 10^{23}$	$3,527 \times 10^{-2}$	$2,205 \times 10^{-3}$	$1,102 \times 10^{-6}$
1 QUILOGRAMA =	1,000	1	$6,852 \times 10^{-2}$	$6,022 \times 10^{26}$	35,27	$2,205$
1 slug =	$1,459 \times 10^4$	14,59	1	$8,786 \times 10^{37}$	514,8	$32,17$
1 unidade de massa atómica =	$1,661 \times 10^{-24}$	$1,661 \times 10^{-27}$	$1,138 \times 10^{-28}$	1	$5,857 \times 10^{-26}$	$3,662 \times 10^{-27}$
1 onça =	28,35	$2,835 \times 10^{-2}$	$1,943 \times 10^{-3}$	$1,718 \times 10^{25}$	1	$6,250 \times 10^{-2}$
1 libra =	453,6	0,4536	$3,108 \times 10^{-2}$	$2,732 \times 10^{26}$	16	1
1 ton (curta) =	$9,072 \times 10^3$	907,2	62,16	$5,463 \times 10^{29}$	$3,2 \times 10^4$	2,000
						1

1 tonelada métrica = 1.000 kg

MASSA ESPECÍFICA (DENSIDADE)

As grandezas na área sombreada são pesos específicos e, portanto, são dimensionalmente diferentes das massas específicas (densidades mássicas). Ver a nota na tabela de massa.

slug/ft ³	QUILOGRAMA/METRO ³	g/cm ³	lb/ft ³	lb/in. ³
1 slug por pé ³ =	1	515,4	32,17	$1,862 \times 10^{-2}$
1 QUILOGRAMA por METRO ³ =	$1,940 \times 10^{-3}$	1	$6,243 \times 10^{-2}$	$3,613 \times 10^{-5}$
1 grama por centímetro =	1,940	1,000	62,43	$3,613 \times 10^{-2}$
1 libra por pé ³ =	$3,108 \times 10^{-2}$	16,02	$1,602 \times 10^{-2}$	$5,787 \times 10^{-4}$
1 libra por polegada ³ =	53,71	$2,768 \times 10^4$	27,68	1

TEMPO

a	d	h	min	SEGUNDO
1 ano =	365,25	$8,766 \times 10^3$	$5,259 \times 10^5$	$3,156 \times 10^7$
1 dia =	$2,738 \times 10^{-3}$	1	24	$8,640 \times 10^4$
1 hora =	$1,141 \times 10^{-4}$	$4,167 \times 10^{-2}$	1	60
1 minuto =	$1,901 \times 10^{-6}$	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1
1 SEGUNDO =	$3,169 \times 10^{-8}$	$1,157 \times 10^{-5}$	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-12}$

VELOCIDADE ESCALAR

ft/s	km/h	METRO/SEGUNDO	mi/h	cm/s
1 pé por segundo =	1	0,3048	0,6818	30,48
1 quilômetro por hora =	0,9113	1	0,2778	0,6214
1 METRO por SEGUNDO =	3,281	3,6	1	2,237
1 milha por hora =	1,467	$1,609 \times 10^{-2}$	0,4470	44,70
1 centímetro por segundo =	$3,281 \times 10^{-2}$	$3,6 \times 10^{-2}$	0,01	$2,237 \times 10^{-2}$

1 nó = 1 milha náutica por hora = 1,688 ft/s 1 mi/min = 88,00 ft/s = 60,00 mi/h

FORÇA

As unidades na área sombreada são cada vez menos usadas. Para esclarecer: 1 grama-força (= 1 gf) é a força da gravidade que atua sobre um corpo de massa igual a 1g num local onde g tem o valor padrão 9,80665 m/s².

	dina	NEWTON	lb	pdl	gf	kgf
1 dina =	1	10^{-5}	$2,248 \times 10^{-6}$	$7,233 \times 10^{-5}$	$1,020 \times 10^{-3}$	$1,020 \times 10^{-6}$
1 NEWTON =	10^5	1	0,2248	7,233	102,0	0,1020
1 libra =	$4,448 \times 10^5$	4,448	1	32,17	453,6	0,4536
1 poundal (pdl) =	$1,383 \times 10^4$	0,1383	$3,108 \times 10^{-2}$	1	14,10	$1,410 \times 10^{-2}$
1 grama-força =	980,7	$9,807 \times 10^{-3}$	$2,205 \times 10^{-3}$	$7,093 \times 10^{-2}$	1	0,001
1 quilograma-força =	$9,807 \times 10^5$	9,807	2,205	70,93	1.000	1

PRESSÃO

	atm	dina/cm ²	polegada de água	cm Hg	PASCAL	lb/in. ²	lb/ft ²
1 atmosfera =	1	$1,013 \times 10^6$	406,8	76	$1,013 \times 10^5$	14,70	2,116
1 dina por centímetro ² =	$9,869 \times 10^{-7}$	1	$4,015 \times 10^{-4}$	$7,501 \times 10^{-5}$	0,1	$1,405 \times 10^{-5}$	$2,089 \times 10^{-3}$
1 polegada de água ^a a 4°C =	$2,458 \times 10^{-3}$	2,491	1	0,1868	249,1	$3,613 \times 10^{-2}$	5,202
1 centímetro de mercúrio ^a a 0°C =	$1,316 \times 10^{-2}$	$1,333 \times 10^4$	5,353	1	1,333	0,1934	27,85
1 PASCAL =	$9,869 \times 10^{-6}$	10	$4,015 \times 10^{-3}$	$7,501 \times 10^{-4}$	1	$1,450 \times 10^{-4}$	$2,089 \times 10^{-2}$
1 libra por polegada ² =	$6,805 \times 10^{-2}$	$6,895 \times 10^4$	27,68	5,171	$6,895 \times 10^3$	1	144
1 libra por pé ² =	$4,725 \times 10^{-4}$	478,8	0,1922	$3,591 \times 10^{-2}$	47,88	$6,944 \times 10^{-3}$	1

^aNum local onde a gravidade g tenha o valor padrão 9,80665 m/s².

1 bar = 10^6 dina/cm² = 0,1 MPa

1 milibar = 10^3 dina/cm² = 10^2 Pa

1 torr = 1 mmHg

ENERGIA, TRABALHO, CALOR

As grandezas nas áreas sombreadas não são propriamente unidades de energia, mas aparecem no quadro por serem convenientes. Aparecem em virtude da fórmula relativística de equivalência entre massa e energia, $E = mc^2$, e representam a energia liberada se um quilograma de massa, ou se uma unidade unificada de massa atômica (u), for completamente transformado em energia (nas duas colunas da direita), ou a massa que seria completamente transformada em uma unidade de energia (nas duas colunas da direita).

	Btu	erg	ft · lb	hp · h	JOULE	cal	kW · h	eV	MeV	kg	u
1 unidade térmica britânica (Btu) =	1 $\times 10^0$	$1,055$ $\times 10^{10}$	777,9 $\times 10^{-4}$	$3,929$ $\times 10^{-4}$	1,055	252,0 $\times 10^{-4}$	2,930 $\times 10^{-4}$	$6,585 \times 10^{21}$	$6,585 \times 10^{15}$	$1,174 \times 10^{-14}$	$7,070 \times 10^{12}$
1 erg =	$9,481 \times 10^{-11}$	1 $\times 10^{-8}$	$7,376 \times 10^{-8}$	$3,725 \times 10^{-14}$	10^{-7}	$2,389 \times 10^{-8}$	$2,778 \times 10^{-14}$	6,242 $\times 10^{11}$	6,242 $\times 10^8$	$1,113 \times 10^{-24}$	670,2
1 pé-libra =	$1,285 \times 10^{-3}$	$1,356 \times 10^7$	1 $\times 10^{-7}$	$5,051 \times 10^{-7}$	1,356	$0,3238 \times 10^{-7}$	$3,766 \times 10^{-7}$	8,464 $\times 10^{18}$	8,464 $\times 10^{12}$	$1,509 \times 10^{-17}$	$9,037 \times 10^9$
1 hp-hora =	$2,545 \times 10^{13}$	$2,685 \times 10^6$	$1,980 \times 10^6$	1 $\times 10^6$	$2,685 \times 10^6$	$6,413 \times 10^5$	$0,7457 \times 10^{25}$	1,676 $\times 10^{25}$	1,676 $\times 10^{19}$	$2,988 \times 10^{-11}$	$1,799 \times 10^{16}$
1 JOULE =	$9,481 \times 10^{-4}$	10^7	0,7376 $\times 10^{-7}$	3,725 $\times 10^{-7}$	1	$0,2389 \times 10^{-7}$	2,778 $\times 10^{-7}$	6,242 $\times 10^{18}$	6,242 $\times 10^{12}$	$1,113 \times 10^{-17}$	$6,702 \times 10^9$
1 caloria =	$3,969 \times 10^{-3}$	$4,186 \times 10^7$	1,560 $\times 10^{-6}$	$3,088 \times 10^{-6}$	4,186	1 $\times 10^{-6}$	1,163 $\times 10^{-6}$	2,613 $\times 10^{19}$	2,613 $\times 10^{13}$	$4,660 \times 10^{-17}$	$2,806 \times 10^{10}$
1 quilowatt-hora =	3,413 $\times 10^{13}$	3,600 $\times 10^6$	2,655 $\times 10^6$	3,600 $\times 10^6$	8,600 $\times 10^5$	2,247 $\times 10^{-5}$	2,247 $\times 10^{25}$	2,247 $\times 10^{19}$	4,007 $\times 10^{-11}$	2,413 $\times 10^{16}$	
1 elétron-volt =	$1,519 \times 10^{-22}$	$1,602 \times 10^{-12}$	$1,182 \times 10^{-19}$	$5,967 \times 10^{-26}$	$1,602 \times 10^{-19}$	$3,827 \times 10^{-26}$	$4,450 \times 10^{-26}$	1 $\times 10^{-6}$	1 $\times 10^{-6}$	$1,783 \times 10^{-36}$	$1,074 \times 10^{-9}$
1 milhão de elétrons-volt =	$1,519 \times 10^{-16}$	$1,602 \times 10^{-6}$	$1,182 \times 10^{-13}$	$5,967 \times 10^{-20}$	$1,602 \times 10^{-13}$	$3,827 \times 10^{-14}$	$4,450 \times 10^{-20}$	10^{-6}	1	$1,783 \times 10^{-30}$	$1,074 \times 10^{-3}$
1 quilograma =	$8,521 \times 10^{13}$	$8,987 \times 10^{23}$	$6,629 \times 10^6$	$3,348 \times 10^{10}$	$8,987 \times 10^{16}$	$2,146 \times 10^{16}$	$2,497 \times 10^{10}$	$5,610 \times 10^{35}$	$5,610 \times 10^{29}$	6,022 $\times 10^{-26}$	
1 unidade unificada de massa atômica =	$1,415 \times 10^{-13}$	$1,492 \times 10^{-3}$	$1,101 \times 10^{-10}$	$5,559 \times 10^{-17}$	$1,492 \times 10^{-10}$	$3,564 \times 10^{-11}$	$4,146 \times 10^{-17}$	$9,320 \times 10^8$	$9,320 \times 10^{27}$	$1,661 \times 10^{-27}$	1

POTÊNCIA

	Btu/h	ft-lb/s	hp	cal/s	kW	WATT
1 unidade térmica britânica por hora	= 1	0,2161	$3,929 \times 10^{-4}$	$6,998 \times 10^{-3}$	$2,930 \times 10^{-1}$	0,2930
1 pé-libra por segundo	= 4,628	1	$1,818 \times 10^{-3}$	0,3239	$1,356 \times 10^{-3}$	1,356
1 hp	= 2.545	550	1	178,1	0,7457	745,7
1 caloria por segundo	= 14,29	3,088	$5,615 \times 10^{-3}$	1	$4,186 \times 10^{-3}$	4,186
1 quilowatt	= 3.413	737,6	1,341	238,9	1	1.000
1 WATT	= 3,413	0,7376	$1,341 \times 10^{-3}$	0,2389	0,001	1

FLUXO MAGNÉTICO

	maxwell	WEBER
1 maxwell	= 1	10^{-8}
1 WEBER	10^8	1

CAMPO MAGNÉTICO

	gauss	TESLA	miligauss
1 gauss	= 1	10^{-4}	1.000
1 TESLA	10^4	1	10^7
1 miligauss	= 0,001	10^{-7}	1

1 tesla = 1 weber/metro²

APÊNDICE G

FÓRMULAS MATEMÁTICAS

GEOMETRIA

Círculo de raio r : circunferência = $2\pi r$; área = πr^2 .

Esfera de raio r : área = $4\pi r^2$; volume = $4\pi r^3/3$.

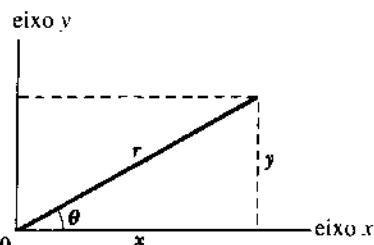
Cilindro circular reto com raio da base r e altura h : área = $2\pi r^2 + 2\pi rh$; volume = $\pi r^2 h$

Triângulo de base a e altura h : área = $ah/2$.

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

$$\text{Se } ax^2 + bx + c = 0, \text{ então } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

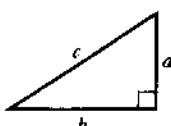
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO ÂNGULO θ

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \theta &= \frac{y}{r} & \cos \theta &= \frac{x}{r} & \text{eixo } y \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} & \cot \theta &= \frac{x}{y} & \\ \sec \theta &= \frac{r}{x} & \operatorname{cosec} \theta &= \frac{r}{y} & \end{aligned}$$


TEOREMA DE PITÁGORAS

Neste triângulo retângulo,

$$a^2 + b^2 = c^2$$



TRIÂNGULOS

Os ângulos são A , B , e C

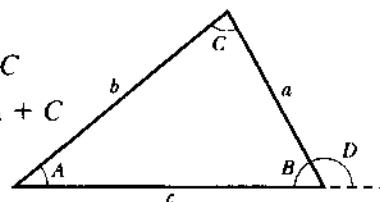
Os lados opostos são a , b e c

A soma dos ângulos $A + B + C = 180^\circ$

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

O ângulo externo $D = A + C$



SINAIS E SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

= igual a

≈ aproximadamente igual a

~ da ordem de grandeza de

≠ diferente de

≡ idêntico a, definido como

> maior que (\gg muito maior que)

< menor que (\ll muito menor que)

\geq maior que ou igual a (não menor que)

\leq menor que ou igual a (não maior que)

\pm mais ou menos

\propto proporcional a

Σ soma de

\bar{x} valor médio de x

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

$$\operatorname{sen}(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \operatorname{sen} \theta$$

$$\operatorname{sen} \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

$$\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{sen} 2\theta = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

BINÔMIO DE NEWTON

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \quad (x^2 < 1)$$

$$(1 \pm x)^{-n} = 1 \mp \frac{nx}{1!} + \frac{n(n+1)x^2}{2!} + \dots \quad (x^2 < 1)$$

EXPANSÃO DA EXPONENCIAL

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

EXPANSÃO DO LOGARITMO NEPERIANO

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad (|x| < 1)$$

EXPANSÃO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS (θ em radianos)

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} - \dots$$

PRODUTOS DE VETORES

Sejam \mathbf{i}, \mathbf{j} e \mathbf{k} os vetores unitários nas direções x, y e z . Então

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1, \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0,$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0,$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}.$$

Qualquer vetor \mathbf{a} com as componentes a_x, a_y e a_z , sobre os eixos x, y e z , pode ser escrito como

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}.$$

Sejam \mathbf{a}, \mathbf{b} e \mathbf{c} três vetores arbitrários com os módulos a, b e c . Então

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$$

$$(s\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (s\mathbf{b}) = s(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (s = \text{um escalar})$$

Seja θ o menor dos dois ângulos formados por \mathbf{a} e \mathbf{b} . Então

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \mathbf{i} \\ + (a_z b_x - b_z a_x) \mathbf{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \mathbf{k}$$

$$\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = ab \sin \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$$

DERIVADAS E INTEGRAIS

Nas tabelas seguintes, u e v são funções quaisquer de x , e a e m são constantes. A cada integral indefinida deve ser adicionada uma constante de integração arbitrária.

1. $\frac{dx}{dx} = 1$
2. $\frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(u + v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$
5. $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
8. $\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$
9. $\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$
10. $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$
11. $\frac{d}{dx}\cot x = -\operatorname{cosec}^2 x$
12. $\frac{d}{dx}\sec x = \tan x \sec x$
13. $\frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x = -\cot x \operatorname{cosec} x$
14. $\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}\sin u = \cos u \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}\cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$
1. $\int dx = x$
2. $\int au \, dx = a \int u \, dx$
3. $\int (u + v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$
4. $\int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$
5. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$
6. $\int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx$
7. $\int e^x \, dx = e^x$
8. $\int \sin x \, dx = -\cos x$
9. $\int \cos x \, dx = \sin x$
10. $\int \tan x \, dx = \ln|\sec x|$
11. $\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$
12. $\int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
13. $\int xe^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2}(ax + 1)e^{-ax}$
14. $\int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3}(a^2 x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
15. $\int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
16. $\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} \, dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$

Encontram-se tabelas muito mais extensas, em especial no *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.).

DERIVADAS E INTEGRAIS

Nas tabelas seguintes, u e v são funções quaisquer de x , e a e m são constantes. A cada integral indefinida deve ser adicionada uma constante de integração arbitrária.

$$1. \frac{dx}{dx} = 1$$

$$2. \frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$$

$$5. \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

$$6. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$7. \frac{d}{dx}e^x = e^x$$

$$8. \frac{d}{dx}\sin x = \cos x$$

$$9. \frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

$$10. \frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$$

$$11. \frac{d}{dx}\cot x = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$12. \frac{d}{dx}\sec x = \tan x \sec x$$

$$13. \frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x = -\cot x \operatorname{cosec} x$$

$$14. \frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$15. \frac{d}{dx}\sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$16. \frac{d}{dx}\cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$1. \int dx = x$$

$$2. \int au \, dx = a \int u \, dx$$

$$3. \int (u+v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$$

$$4. \int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

$$5. \int \frac{dx}{x} = \ln|x|$$

$$6. \int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx$$

$$7. \int e^x \, dx = e^x$$

$$8. \int \sin x \, dx = -\cos x$$

$$9. \int \cos x \, dx = \sin x$$

$$10. \int \tan x \, dx = \ln|\sec x|$$

$$11. \int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$12. \int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$$

$$13. \int xe^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax}$$

$$14. \int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3}(a^2 x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$$

$$15. \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$16. \int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} \, dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$17. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

Encontram-se tabelas muito mais extensas, em especial no *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.).

APÊNDICE H

LAUREADOS COM O PRÊMIO NOBEL DE FÍSICA*

1901	Wilhelm Konrad Röntgen	1845-1923	pela descoberta dos raios X
1902	Hendrik Antoon Lorentz Pieter Zeeman	1853-1928	pelas pesquisas relativas à influência do magnetismo
1903	Antoine Henri Becquerel Pierre Curie Marie Skłodowska-Curie	1865-1943	sobre os fenômenos de radiação
1904	Lord Rayleigh (John William Strutt)	1852-1908	pela descoberta da radioatividade espontânea
1905	Philipp Eduard Anton von Lenard	1859-1906	pelas suas pesquisas conjuntas sobre os fenômenos
1906	Joseph John Thomson	1867-1934	de radiação descobertos por Becquerel
1907	Albert Abraham Michelson	1842-1919	pelas investigações sobre as densidades dos gases mais importantes e pela descoberta do argônio
1908	Gabriel Lippmann	1862-1947	pelo trabalho sobre os raios catódicos
1909	Guglielmo Marconi Carl Ferdinand Braun	1856-1940	pelas investigações teóricas e experimentais sobre a condução de eletricidade nos gases
1910	Johannes Diderik van der Waals	1852-1931	pelos instrumentos ópticos de precisão construídos e pelas investigações metrológicas efetuadas com eles
1911	Wilhelm Wien	1845-1921	pelo método de reprodução fotográfica de cores com base em fenômenos de interferência
1912	Nils Gustaf Dalén	1874-1937	pelas contribuições ao desenvolvimento da telegrafia sem fios
1913	Heike Kamerlingh Onnes	1850-1918	pelo trabalho sobre a equação de estado de gases e líquidos
1914	Max von Laue	1837-1932	pelas descobertas sobre as leis que governam a radiação de calor
1915	William Henry Bragg William Lawrence Bragg	1864-1928	pela invenção de reguladores automáticos para uso em conjunto com acumuladores de gás para iluminação de faróis e bóias
1917	Charles Glover Barkla	1869-1937	pelas investigações das propriedades da matéria em baixas temperaturas, que levaram, entre outras coisas, à produção do hélio líquido
1918	Max Planck	1853-1926	pela descoberta da difração dos raios X pelos cristais
1919	Johannes Stark	1879-1960	pela descoberta da estrutura dos cristais
1920	Charles-Édouard Guillaume	1862-1942	utilizando os raios X
		1890-1971	pela descoberta dos raios X característicos dos elementos
		1877-1944	pela descoberta dos quanta de energia
		1858-1947	pela descoberta do efeito Doppler em raios canais e do desdobramento das linhas espectrais em campos elétricos
		1874-1957	pelo serviço prestado às medições de precisão na física em virtude da descoberta que fez de anomalias em ligas de aço-níquel
		1861-1938	pelo serviço prestado às medições de precisão na física em virtude da descoberta que fez de anomalias em ligas de aço-níquel

*Biografias e discursos de recepção do prêmio encontram-se em *Nobel Lectures, Physics*, 1901-1970. Elsevier Publishing Company.

1921	Albert Einstein	1879-1955	pelos serviços prestados à física teórica, especialmente pela descoberta da lei do efeito fotelétrico
1922	Niels Bohr	1885-1962	pelas investigações sobre a estrutura dos átomos e sobre a radiação emitida por eles
1923	Robert Andrews Millikan	1868-1953	pelo seu trabalho sobre a carga elementar de eletricidade e sobre o efeito fotelétrico
1924	Karl Manne Georg Siegbahn	1888-1979	pelas descobertas e pesquisas no campo da espectroscopia de raios X
1925	James Franck Gustav Hertz	1882-1964	pela descoberta das leis que governam a colisão de um elétron com um átomo
1926	Jean Baptiste Perrin	1870-1942	pelo seu trabalho sobre a estrutura descontínua da matéria e especialmente pela descoberta do equilíbrio de sedimentação
1927	Arthur Holly Compton Charles Thomson Rees Wilson	1892-1962	pela descoberta do efeito que recebeu seu próprio nome
1928	Owen Willians Richardson	1869-1959	pelo seu método de tornar visíveis as trajetórias de partículas carregadas, graças à condensação de vapor
1929	Príncipe Louis Victor de Broglie	1879-1959	pelo seu trabalho sobre fenômenos termoionicos e especialmente pela descoberta da lei que recebeu o seu próprio nome
1930	Sir Chandrasekhara Venkata Raman	1892-1987	pela descoberta da natureza ondulatória dos elétrons
1932	Werner Heisenberg	1888-1970	pelo seu trabalho sobre o espalhamento da luz e pela descoberta do efeito que recebeu o seu próprio nome
1933	Erwin Schrödinger Paul Adrien Maurice Dirac	1901-1976	pela criação da mecânica quântica, cuja aplicação provocou, entre outras coisas, a descoberta das formas alotrópicas do hidrogênio
1935	James Chadwick	1887-1961	pela descoberta de novas formas produtivas da teoria atômica
1936	Victor Franz Hess Carl David Anderson	1902-1984	pela descoberta do nêutron
1937	Clinton Joseph Davisson George Paget Thomson	1891-1974	pela descoberta da radiação cósmica
1938	Enrico Fermi	1905-1991	pela descoberta do pósitron
		1881-1958	pela descoberta experimental da difração de elétrons
		1892-1975	por cristais
		1901-1954	por suas demonstrações sobre a existência de novos elementos radioativos produzidos por irradiação com nêutrons e pela descoberta de reações nucleares provocadas por nêutrons lentos
1939	Ernest Orlando Lawrence	1901-1958	pela invenção e desenvolvimento do ciclotrôn e pelos resultados obtidos com o aparelho, especialmente com elementos radioativos artificiais
1943	Otto Stern	1888-1969	pela contribuição ao desenvolvimento do método dos raios moleculares e pela descoberta do momento magnético do próton
1944	Isidor Isaac Rabi	1898-1988	pelo método de ressonância para o registro das propriedades magnéticas dos núcleos atômicos
1945	Wolfgang Pauli	1900-1958	pela descoberta do princípio da exclusão (também chamado princípio de Pauli)
1946	Percy Williams Bridgman	1882-1961	pela invenção de um aparelho para produzir pressões muito elevadas e pelas descobertas feitas com esse aparelho no campo da física das altas pressões
1947	Sir Edward Victor Appleton	1892-1965	pelas investigações sobre a física da alta atmosfera, especialmente pela descoberta da chamada camada de Appleton
1948	Patrick Maynard Stuart Blackett	1897-1974	pelo desenvolvimento do método da câmara de nuvem de Wilson e pelas descobertas que com ela realizou em física nuclear e radiação cósmica
1949	Hideki Yukawa	1907-1981	pela previsão sobre a existência de mésons com base no trabalho teórico sobre forças nucleares

1950	Cecil Frank Powell	1903-1969	pelo desenvolvimento de método fotográfico para estudar os processos nucleares e pelas descobertas sobre os mésons, feitas com esse método
1951	Sir John Douglas Cockcroft Ernest Thomas Sinton Walton	1897-1967 1903-	pelo trabalho pioneiro sobre a transmutação dos núcleos atômicos por partículas atômicas artificialmente aceleradas
1952	Felix Bloch Edward Mills Purcell	1905-1983 1912-	pelo desenvolvimento de novo método de precisão nuclear-magnético e pelas descobertas feitas a partir dele
1953	Frits Zernike	1888-1966	pela demonstração do método do contraste de fase, especialmente pela invenção do microscópio de contraste de fase
1954	Max Born	1882-1970	pela pesquisa fundamental na mecânica quântica, especialmente pela interpretação estatística da função de onda
	Walther Bothe	1891-1957	pelo método das coincidências e pelas descobertas feitas com ele
1955	Willis Eugene Lamb	1913-	pelas descobertas sobre a estrutura fina do espectro de hidrogênio
	Polykarp Kusch	1911-	pela determinação precisa do momento magnético do elétron
1956	William Shockley John Bardeen Walter Houser Brattain	1910-1989 1908-1991 1902-1987	pelas pesquisas sobre semicondutores e pela descoberta do transistor
1957	Chen Ning Yang Tsung Dao Lee	1922- 1926-	pelas profundas investigações sobre as leis da paridade que levaram a importantes descobertas relativas às partículas elementares
1958	Pavel Aleksejevič Čerenkov Il'ja Michajlovič Frank Igor' Evgen'evič Tamm	1904-1990 1908-1990 1895-1971	pela descoberta e interpretação do efeito Čerenkov
1959	Emilio Gino Segrè Owen Chamberlain	1905-1989	pela descoberta do antípróton
1960	Donald Arthur Glaser	1920-	pela invenção da câmara de bolhas
1961	Robert Hofstadter	1926-	pelo estudo pioneiro sobre o espalhamento dos elétrons pelos núcleos atômicos e pelas descobertas que assim fez sobre a estrutura dos núcleos
	Rudolf Ludwig Mössbauer	1929-	pelas pesquisas sobre a absorção ressonante de raios gama e pelas descobertas associadas ao efeito que recebeu o seu próprio nome
1962	Lev Davidovič Landau	1908-1968	pelas teorias pioneiras sobre a matéria condensada, especialmente sobre o hélio líquido
1963	Eugene P. Wigner	1902-	pelas contribuições para a teoria dos núcleos atômicos e das partículas elementares, particularmente pelas descobertas decorrentes da aplicação de princípios de simetria fundamentais
	Maria Goeppert Mayer	1906-1972	pelas descobertas referentes à estrutura de camadas do núcleo
	J. Hans D. Jensen	1907-1973	
1964	Charles H. Townes Nikolai G. Basov Alexander M. Prochorov	1915- 1922- 1916-	pelo trabalho fundamental no campo da eletrônica quântica que levou à construção de osciladores e amplificadores baseados no princípio do maser-laser
1965	Sin-itiro Tomonaga Julian Schwinger Richard P. Feynman	1906-1979 1918- 1918-1988	pelo trabalho fundamental em eletrodinâmica quântica, com profundas consequências para a física das partículas elementares
1966	Alfred Kastler	1902-1984	pela descoberta e desenvolvimento de métodos óticos para o estudo da ressonância hertziana nos átomos

1967	Hans Albrecht Bethe	1906-	pelas contribuições à teoria das reações nucleares, especialmente pelas descobertas relativas à produção de energia nas estrelas	
1968	Luis W. Alvarez	1911-1988	pela decisiva contribuição à física das partículas elementares, em particular pela descoberta de um grande número de estados de ressonância, feita pelo desenvolvimento de técnicas de emprego da câmara de bolhas de hidrogênio e da análise dos dados assim obtidos	
1969	Murray Gell-Mann	1929-	pelas contribuições e descobertas relativas à classificação e às interações das partículas elementares	
1970	Hannes Alfvén	1908-	pelo trabalho e descobertas fundamentais na magnetoidrodinâmica, com aplicações frutíferas em diferentes áreas da física dos plasmas	
	Louis Néel	1904-	pelo trabalho e descobertas fundamentais relativos ao antiferromagnetismo e ao ferromagnetismo, que levaram a importantes aplicações na física do estado sólido	
1971	Dennis Gabor	1900-1979	pela descoberta dos princípios da holografia	
1972	John Bardeen Leon N. Cooper J. Robert Schrieffer	1908-1991	pelo desenvolvimento de uma teoria da supercondutividade	
1973	Leo Esaki Ivar Giaever Brian D. Josephson	1925- 1929- 1940-	pela descoberta do tunelamento em semicondutores pela descoberta do tunelamento em supercondutores pela previsão teórica das propriedades de uma supercorrente provocada pelo tunelamento de uma barreira	
1974	Antony Hewish Sir Martin Ryle	1924-	pela descoberta dos pulsares	
1975	Aage Bohr Ben Mottelson James Rainwater	1918-1984	pelo trabalho pioneiro em radioastronomia	
1976	Burton Richter Samuel Chao Chung Ting	1922-	pela descoberta de uma relação entre movimento coletivo e movimento de uma partícula e pelo	
1977	Philip Warren Anderson Nevill Francis Mott John Hasbrouck Van Vleck	1926-	desenvolvimento de uma teoria da estrutura do núcleo atômico com base nessa relação	
1978	Peter L. Kapitza Arno A. Penzias	1917-1986 1931- 1936-	pela descoberta (independente) de importante partícula fundamental	
	Robert Woodrow Wilson	1905	pelas investigações teóricas fundamentais sobre a estrutura eletrônica dos sistemas magnéticos e desordenados	
1979	Sheldon Lee Glashow Abdus Salam Steven Weinberg	1899-1980	1894-1984	pelas invenções e descobertas básicas na física de baixas temperaturas
1980	James W. Cronin Val. L. Fitch	1931-	pela descoberta da radiação cósmica de fundo em microondas	
1981	Nicolaas Bloembergen Arthur Leonard Schawlow Kai M. Siegbahn	1936-	pelo modelo unificado da ação das forças fracas e eletromagnéticas e pela previsão da existência de correntes neutras	
1982	Kenneth Geddes Wilson	1932-	pela descoberta de violações dos princípios fundamentais de simetria no decaimento dos mésons K neutros	
		1926-	pela contribuição ao desenvolvimento da espectroscopia a laser	
		1933-	pela contribuição à espectroscopia de alta resolução com elétrons	
		1920-	pelo método de análise dos fenômenos críticos inerentes às mudanças da matéria sob a influência da pressão e da temperatura	
		1921-		
		1918		
		1936-		

1983	Subrehmanyam Chandrasekhar William A. Fowler	1910	pelos estudos teóricos sobre a estrutura e evolução das estrelas
1984	Carlo Rubbia Simon van der Meer	1911-	pelos estudos sobre a formação dos elementos químicos no universo
1985	Klaus von Klitzing	1934-	pelas decisivas contribuições para o Grande Projeto,
1986	Ernst Ruska Gerd Binnig Heinrich Rohrer	1925-	que levou à descoberta das partículas de campo W e Z, mensageiras da interação fraca
1987	Karl Alex Müller J. George Bednorz	1943-	pela descoberta da resistência Hall quantizada
1988	Leon M. Lederman Melvin Schwartz Jack Steinberger	1906-1988	pela invenção do microscópio eletrônico
		1947-	pela invenção do microscópio de varredura por tunelamento
		1933-	
1989	Norman Ramsey Hans Dehmelt Wolfgang Paul	1927-	pela descoberta de uma nova classe de supercondutores
1990	Jerome I. Friedman Henry W. Kendall Richard E. Taylor	1950-	1922- 1932- 1921-
1991	Pierre de Gennes	1915-	pela primeira utilização de um feixe de neutrinos e pela descoberta do neutrino do mûon
1992	George Charpak	1922- 1913- 1930- 1926- 1929-	1913- pelo trabalho que levou ao desenvolvimento de relógios atômicos e à cronometria de precisão
		1932-	pela demonstração de que os prótons e os nêutrons são constituídos por quarks
		1924-	por estudos de fenômenos de ordem, como os que ocorrem em cristais líquidos e em polímeros
			pela invenção de detectores eletrônicos rápidos para partículas de alta energia

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Capítulo 23

1. (a) 8.99×10^9 N. (b) 8.990 N. **3.** 1,39 m.

5. (a) 4.9×10^{-7} kg. (b) 7.1×10^{-11} C. **7.** 3/8 F.

9. (a) $q_1 = 9q_2$. (b) $q_1 = -25q_2$. **11.** 1.2×10^{-1} C e 3.8×10^{-5} C. **13.** 14 cm da carga positiva, 24 cm da carga negativa.

15. Uma carga de $-4q/9$ deve ser localizada sobre o segmento de reta que une as duas cargas positivas, a uma distância $L/3$ da carga $+q$.

17. (a) $Q = -2\sqrt{2}q$. (b) Não.

$$19. (b) \pm 2.4 \times 10^{-8} \text{ C}. \quad \mathbf{21. (a)} \frac{L}{2} \left(1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{Wh^2} \right).$$

$$(b) \sqrt{\frac{3}{4\pi\epsilon_0}} \frac{qQ}{W}. \quad \mathbf{23.} 3.8 \text{ N}. \quad \mathbf{25.} 0.19 \text{ MC}.$$

27. (a) 8.99×10^{-19} N. (b) 625. **29.** 11,9 cm.

31. 1,3 dias. **33.** 1.3×10^7 C. **35.** 1.7×10^8 N.

37. (a) Pósitron. (b) Elétron. **39.** (a) 510 N.

(b) 7.7×10^{28} m/s². **41.** (a) $(Gh/2\pi c^3)^{1/2}$.

(b) 1.61×10^{-15} m.

Capítulo 24

1. (a) 6.4×10^{-18} N. (b) 20 N/C.

3. Horizontal para a direita. 7. 0,111 nC. **9.** 56 pC.

11. (a) 6.4×10^5 N/C, em direção à carga negativa. (b) 1.0×10^{-11} N, em direção à carga positiva.

$$13. \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{d^2}, \text{ apontando diretamente para a carga } -2q.$$

15. (a) $1.7a$ à direita da carga $+2q$.

17. 50 cm de q_1 e 100 cm de q_2 . **19.** 9:30.

21. $E = q/\pi\epsilon_0 a^2$, ao longo da mediatrix para fora do triângulo.

23. 6.88×10^{-28} C · m. **29.** $R/\sqrt{2}$.

$$31. \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4q}{\pi R^2}, \text{ no sentido crescente de } y. \quad \mathbf{37. (a)} 0,10 \mu\text{C}.$$

(b) $1,3 \times 10^{17}$. (c) $5,0 \times 10^{-6}$. **39.** $3,51 \times 10^{15}$ m/s².

41. (a) $4,8 \times 10^{-11}$ N. (b) $4,8 \times 10^{-13}$ N.

43. (a) $1,5 \times 10^3$ N/C. (b) $2,4 \times 10^{-16}$ N, para cima.

(c) $1,6 \times 10^{-26}$ N. (d) $1,5 \times 10^{16}$.

45. (a) $2,46 \times 10^{17}$ m/s². (b) 0,122 ns. (c) 1,83 mm.

47. (a) 7,12 cm. (b) 28,5 ns. (c) 11,2%. **49.** $-5e$.

51. (a) 0,245 N, 11,3° no sentido horário a partir do eixo $+x$.

(b) $x = 108$ m; $y = -21,6$ m.

53. (a) $-(2,1 \times 10^{11} \text{ m/s}^2)\hat{j}$.

(b) $(1,5 \times 10^5 \text{ m/s})\hat{i} - (2,8 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{j}$

$$\mathbf{55. (a)} 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-qE/m}}, \text{ (b)} 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+qE/m}}.$$

57. (a) $9,30 \times 10^{-15}$ C · m. (b) $2,05 \times 10^{-11}$ J.

59. $2pE \cos \theta_0$.

Capítulo 25

1. (a) 693 kg/s. (b) 693 kg/s. (c) 347 kg/s.

(d) 347 kg/s. (e) 575 kg/s. **3.** (a) Zero. (b) $-3,92 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. (c) Zero. (d) Zero para cada campo.

5. (a) Envolve $2q$ e $-2q$, ou envolve todas as quatro cargas.

(b) Envolve $2q$ e q . (c) Impossível.

7. $2,0 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. **9.** $q/6\epsilon_0$. **11.** $3,54 \mu\text{C}$.

13. Através de cada uma das três faces que se encontram em q ; zero; através de cada uma das outras três faces: $q/24\epsilon_0$.

15. $2,0 \mu\text{C/m}^2$. **17.** (a) $4,5 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$.

(b) $5,1 \times 10^4 \text{ N/C}$. **19.** (a) $-3,0 \times 10^{-6}$ C.

(b) $+1,3 \times 10^{-5}$ C. **21.** $5,0 \mu\text{C/m}$. **23.** $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$.

(b) Zero. **25.** $3,8 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$.

27. (a) $E = q/2\pi\epsilon_0 Lr$; radialmente para dentro.

(b) $-q$ tanto na superfície interna como na externa.

(c) $E = q/2\pi\epsilon_0 Lr$, radialmente para fora. **29.** 270 eV.

31. (a) $E = \sigma/\epsilon_0$, à esquerda. (b) $E = 0$.

$$(c) E = \sigma/\epsilon_0, \text{ à direita}. \quad \mathbf{33.} E = \frac{s}{2\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}}.$$

35. 0,44 mm. **37.** $\pm 4,9 \times 10^{-10}$ C. **39.** (a) $p\sigma/\epsilon_0$.

(b) $\rho d/2\epsilon_0$. **41.** (a) $-750 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. (b) $-6,64 \text{ nC}$.

43. $2,50 \times 10^4 \text{ N/C}$. (b) $1,35 \times 10^4 \text{ N/C}$.

47. (a) $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$, radialmente para fora. (b) O mesmo de (a).

(c) Não. (d) Sim, cargas são induzidas nas superfícies.

(e) Sim. (f) Não. (g) Não. **51.** $-1,04 \text{ nC}$. **53.** $q/2\pi a^2$.

Capítulo 26

1. 1,2 GeV. **3.** (a) $3,0 \times 10^{16}$ J. (b) 7,7 km/s.

(c) $9,0 \times 10^4 \text{ kg}$. **5.** (a) $-2,46 \text{ V}$. (b) $-2,46 \text{ V}$.

(c) Zero. **7.** 2,90 kV. **9.** 8,8 mm.

11. (a) $-qr^2/(8\pi\epsilon_0 R^3)$. (b) $q/(8\pi\epsilon_0 R)$. (c) Centro.

13. (b) Como $V = 0$, o ponto é escolhido de forma diferente.

(c) $q/(8\pi\epsilon_0 R)$. (d) As diferenças de potencial são independentes da escolha do ponto onde $V = 0$.

15. (a) $-4,500 \text{ V}$. (b) $-4,500 \text{ V}$. **17.** 843 V.

19. $2,8 \times 10^4$. **23.** (a) 3,3 nC. (b) 12 nC/m^2 .

25. 200 mV. **27.** (a) 38 s. (b) 280 dias. **29.** Não existe.

31. (a) Não existe.

$$(b) 41 \text{ cm de } +q, \text{ entre as cargas}. \quad \mathbf{35.} \frac{-8}{4\pi\epsilon_0 d} e.$$

$$\mathbf{37.} \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}. \quad \mathbf{39. (a)} \frac{-5}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}. \quad \mathbf{(b)} \frac{-5}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$\mathbf{41.} \frac{-Q/L}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{L}{d} + 1 \right).$$

43. Em V/m , ab : -6,0; bc : zero; ce : 3,0; ef : 15; fg : zero; gh : -3,0. **49.** (a) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{L+x}{x}\right)$. (b) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{x(L+x)}$.

(c) Zero. **51.** (a) $qd/2\pi\epsilon_0 a(a+d)$. **53.** -1,9 J.

55. (a) 0,484 MeV. (b) Zero. **57.** $-1,2 \times 10^{-6}$ J.

59. (a) $+6,0 \times 10^4$ V. (b) $-7,8 \times 10^5$ V. (c) 2,5 J.

(d) Aumenta. (e) O mesmo. (f) O mesmo.

$$\text{61. } W = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \text{63. } 1,8 \times 10^{-10} \text{J.}$$

65. (a) 0,225 J. (b) 22,5 m/s².

(c) A : 7,75 m/s; B : 3,87 m/s. **67.** (a) 25 fm.

(b) O dobro. **69.** $\sqrt{2eV/m}$.

71. 23 km/s. **73.** 400 V. **75.** $2,5 \times 10^{-8}$ C.

79. (a) -180 V. (b) 3.000 V; -9.000 V.

$$\text{81. } r < R_1; E = 0; V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 + q_2}{R_1} \right). R_1 < r < R_2;$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2}; V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 + q_2}{r} \right); r > R_2;$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 + q_2}{r^2} \right); V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 + q_2}{r^2} \right). \text{83. } 9,52 \text{kW.}$$

Capítulo 27

1. 7,5 pC. **3.** 3,0 mC. **5.** (a) 140 pF. (b) 17 nC.

7. 0,55 pF. **9.** 4×10^{-7} C. **11.** $5,05\pi\epsilon_0 R$. **15.** 9.090.

17. 7,33 μ F. **19.** (a) 2,40 μ F. (b) 0,480 mC em ambos.

(c) $V_2 = 120$ V; $V_1 = 80$ V. **21.** (a) $d/3$. (b) $3d$.

25. (a) Cinco em série. (b) Três setas como em (a) em paralelo. Há outras possibilidades. **27.** 43 pF.

$$\text{29. } q_1 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} C_1 V_0;$$

$$q_2 = q_3 = \frac{C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} C_1 V_0.$$

31. Primeiro caso: 50,0 V; segundo caso: zero.

33. (a) 3,05 MJ. (b) 0,847 kW·h. **35.** (a) 0,204 μ J.

(b) Não. **37.** 0,27 J. **39.** 4,9%. **41.** 10,4 g.

43. (a) 2,0 J. **45.** (a) $q_1 = q_2 = 0,33$ mC, $q_3 = 0,40$ mC.

(b) $V_1 = 33$ V; $V_2 = 67$ V; $V_3 = 100$ V. (c) $U_1 = 5,4$ mJ;

$U_2 = 11$ mJ; $U_3 = 20$ mJ. **53.** Pirex. **55.** (a) 6,2 cm.

(b) 280 pF. **57.** $0,63 \text{ m}^2$. **59.** (a) $2,85 \text{ m}^3$.

(b) $1,01 \times 10^4$. **61.** (a) $\epsilon_0 A/(d-b)$. (b) $d/(d-b)$.

(c) $-q^2 b / 2\epsilon_0 A$; é puxada. **65.** $\frac{\epsilon_0 A}{4d} \left(\kappa_1 + \frac{2\kappa_2\kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_1} \right)$

67. (a) 13,4 pF. (b) 1,15 nC. (c) $1,13 \times 10^{-4}$ N/C.

(d) $4,33 \times 10^3$ N/C. **69.** (a) 89 pF. (b) 120 pF.

(c) 11 nC; 11 nC. (d) 10 kV/m. (e) 2,1 kV/m.

(f) 88 V. (g) 0,17 μ J.

Capítulo 28

1. (a) 1.200 C. (b) $7,5 \times 10^{21}$. **3.** 5,6 ms.

5. (a) $6,4 \text{ A/m}^2$, norte. **7.** 0,38 mm.

9. 0,67 A, na direção do terminal negativo.

11. (a) $0,654 \mu\text{A/m}^2$. (b) 83,4 MA. **13.** 13 min.

15. (a) $\bar{J}_0 A/3$. (b) $2\bar{J}_0 A/3$. **17.** $2,0 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

19. $2,4 \Omega$. **21.** $2,0 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. **23.** 57°C.

25. (a) 0,38 mV. (b) Negativo. (c) 3 min 58 s.

27. 54 Ω . **29.** 2,9 mm. **31.** (a) 2,39, o do ferro sendo maior.

(b) Não. **33.** (a) Prata. (b) 51,6 n Ω . **35.** 2.000 K.

37. (a) 38,3 mA. (b) 109 A/m^2 . (c) 1,28 cm/s.

(d) 227 V/m. **39.** (a) 1,73 cm/s. (b) 3,24 pA/m².

41. (a) 0,43%; 0,0017%; 0,0034%. **45.** 560 W.

47. 0,20 hp. **49.** 0,135 W. **51.** (a) $4,9 \text{ MA/m}^2$.

(b) 83 mV/m. (c) 25 V. (d) 640 W.

53. Novo comprimento = $1,369L$; nova área = 0,730 A.

55. (a) 5,85 m. (b) 10,4 m.

57. (a) \$4,46 para um mês com 31 dias. (b) 144 Ω .

(c) 0,833 A. **59.** (a) $9,4 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$. (b) 240 W.

61. 710 cal/g. **63.** (a) 8,6%. (b) Menor.

Capítulo 29

1. (a) $1,9 \times 10^{-18}$ J (= 12 eV). (b) 6,5 W.

3. (a) \$320. (b) 9,6¢. **5.** (a) Anti-horário.

(b) Bateria 1. (c) B .

7. (e) O terceiro gráfico dá a taxa de dissipação de energia por R .

9. (a) 14 V. (b) 100 W. (c) 600 W. (d) 10 V; 100 W.

11. (a) 50 V. (b) 48 V. (c) B é o terminal negativo.

13. 2,5 V. **15.** (a) 990 Ω . (b) $9,4 \times 10^{-4}$ W.

17. 8,0 Ω . **19.** O cabo. **21.** (a) 1.000 W.

(b) 300 mV. (c) $2,3 \times 10^{-3}$.

23. (a) $1,32 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ em cada um.

(b) $V_A = 8,90$ V; $V_H = 51,1$ V. (c) A : cobre; B : ferro.

25. Silício: 85,0 Ω ; ferro: 915 Ω . **27.** 4,00 Ω , em paralelo.

29. $i_1 = 50$ mA; $i_2 = 60$ mA; $V_{ab} = 9,0$ V.

31. (a) 6,67 Ω . (b) 6,67 Ω . (c) Zero. **33.** (a) R_2 .

(b) R_1 . **35.** 3d. **37.** 7,5 V. **39.** Nove.

41. (a) $2\mathcal{E}/(2r+R)$, série; $2\mathcal{E}/(r+2R)$, paralelo.

(b) Série. (c) Paralelo.

43. (a) Ramo esquerdo, 0,67 A, para baixo; ramo central, 0,33 A, para cima; ramo direito, 0,33 A, para cima. (b) 3,3 V. **45.** (a) 120 Ω .

(b) $i_1 = 50$ mA; $i_2 = i_3 = 20$ mA; $i_4 = 10$ mA.

47. (a) 19,5 Ω . (b) 0. (c) ∞ . (d) 82,3 W, 57,6 W.

49. (a) 2,50 Ω . (b) 3,13 Ω .

51. $100R(\frac{6x}{R_0})^2/(100R/R_0 + 10x - x^2)^2$, x em cm.

53. (a) 13,5 k Ω . (b) 1,500 Ω . (c) 167 Ω . (d) 1,480 Ω .

55. 0,45 A. **57.** (a) 12,5 V. (b) 50 A. **59.** 0,9%.

65. (a) 2,52 s. (b) 21,6 μ C. (c) 3,40 s. **67.** (a) $0,41\tau$.

(b) $1,1\tau$. **69.** (a) 2,17 s. (b) 39,6 mV. **71.** (a) 10^{-4} C.

(b) 10^{-1} A. (c) $V_C = 10^3 e^t$, $V_R = -10^3 e^t$, volts.

73. 0,72 M Ω . **77.** Decresce 13 μ C.

Capítulo 30

1. M/QT **3.** (a) $9,56 \times 10^{-14}$ N; zero. (b) 0,267°.

5. (a) $(6,2 \times 10^{-14}$ N) \mathbf{k} . (b) $-(6,2 \times 10^{-14}$ N) \mathbf{k} .

7. (a) Leste. (b) $6,28 \times 10^{14}$ m/s². (c) 2,98 mm. **9.** **2.**

11. (a) 3,75 km/s. **13.** 680 kV/m.

17. (b) $2,84 \times 10^{-3}$. **19.** 21 μ T. **21.** $1,6 \times 10^{-8}$ T.

23. (a) $1,11 \times 10^7$ m/s. (b) 0,316 mm.

25. (a) $2,60 \times 10^6$ m/s. (b) 0,109 μ s. (c) 0,140 MeV.

(d) 70 kV. **29.** (a) $K_p = K_u = \frac{1}{2}K_n$.

(b) $R_d = R_u = 14$ cm. **33.** (a) 495 mT. (b) 22,7 mA.

(c) 8,17 MJ. **35.** (a) 0,36 ns. (b) 0,17 mm.

(c) 1,5 mm. **37.** (a) $2,9998 \times 10^8$ m/s. **39.** (a) 22 cm.

(b) 21 MHz. **41.** O neutrão se move tangenciando a trajetória original; o próton se move numa órbita circular de raio 25 cm.

43. Caso (b). **45.** 20,1 N.

47. $-(2,5 \times 10^{-3}$ N) \mathbf{j} + $(0,75 \times 10^{-3}$ N) \mathbf{k} .

51. (a) $3,3 \times 10^6$ A. (b) $1,0 \times 10^{17}$ W. (c) Totalmente irreal.

53. (a) 0; 1,38 mN; 1,38 mN.

55. (a) 20 min. (b) $5,9 \times 10^{-2}$ N·m.

59. $2\pi aiB \sin \theta$, normal ao plano da bobina (para cima).

61. 2,45 A. **63.** 2,08 GA. **65.** (a) 0,30 J/T.

(b) 0,024 N·m.

67. (a) $(8,0 \times 10^{-4}$ N·m) (-1,2i - 0,90j + 1,0k).

(b) $-6,0 \times 10^{-4}$ J.

Capítulo 31

1. 7,7 mT. **3.** (a) $3,3 \times 10^{-6}$ T. (b) Sim.

5. (a) $(0,24 \text{ nT})\mathbf{i}$. (b) Zero. (c) $-(43 \text{ pT})\mathbf{k}$.

(d) $(0,14 \text{ nT})\mathbf{k}$. **7.** (a) 16 A . (b) De oeste para leste.

9. (a) $3,2 \times 10^{-16} \text{ N}$, paralela à corrente.

(b) $3,2 \times 10^{-16} \text{ N}$, radialmente para fora se \mathbf{v} for paralelo à corrente.

(c) Zero. **11.** (a) Zero.

(b) $\mu_0 i / 4R$, para dentro da página. (c) Igual ao do item (b).

$$\mathbf{13.} \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \text{ para dentro da página. } \mathbf{15.} 2 \text{ rad.}$$

25. $200 \mu\text{T}$, para dentro da página. **27.** (a) No ponto médio entre eles o único valor possível é $B = 0$.

(b) 30 A . **29.** Em todos os pontos entre os fios, sobre uma linha paralela a eles, a uma distância $d/4$ do fio que transporta a corrente i .

35. $0,338 \mu_0 i^2/a$, apontando para o centro do quadrado.

37. (b) Para a direita. **39.** (b) $2,3 \text{ km/s}$. **41.** $+5\mu_0 i_0$.

43. $4,5 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m}$. **47.** (a) $\mu_0 i r / 2\pi r^2$. (b) $\mu_0 i / 2\pi r$.

$$(c) \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)} \left(\frac{a^2-r^2}{r} \right). (d) \text{Zero.}$$

49. $3i_0/8$, para dentro da página. **53.** $5,71 \text{ mT}$. **55.** 108 m .

61. $0,272 \text{ A}$. **63.** $0,47 \text{ A}\cdot\text{m}^2$. **65.** $8\mu_0 Ni/5\sqrt{5}R$.

67. (b) ia^2 . **71.** (a) $79 \mu\text{T}$. (b) $1,1 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$.

73. (a) $(\mu_0 i / 2R)(1 + 1/\pi)$, para fora da página.

(b) $(\mu_0 i / 2\pi R)\sqrt{1+\pi^2}$, 18° para fora da página.

Capítulo 32

1. $57 \mu\text{Wb}$. **3.** $1,5 \text{ mV}$. **5.** (a) 31 mV .

(b) Da direita para a esquerda. **7.** $A^2B^3/R\Delta t$. **9.** (b) 58 mA .

11. $1,2 \text{ mV}$. **13.** $1,15 \mu\text{Wb}$.

15. 51 mV ; sentido horário quando vista ao longo da direção de **B**.

17. (b) Não. **19.** (a) $21,7 \text{ V}$. (b) Anti-horário.

21. (a) $13 \mu\text{Wb/m}$. (b) 17% . (c) Fluxo zero.

23. (a) $48,1 \text{ mV}$. (b) $2,67 \text{ mA}$.

25. $BiLt/m$, se afastando do gerador. **27.** (a) $85,2 \text{ T}\cdot\text{m}^2$.

(b) $56,8 \text{ V}$. (c) Linearmente.

29. (b) Projete-a de modo que $Nab = (5/2\pi) \text{ m}^2$.

31. 268 W . **33.** $15,5 \mu\text{C}$. **35.** (a) $0,598 \mu\text{V}$.

(b) No sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

$$\mathbf{37.} (a) \frac{\mu_0 ia}{2\pi} \ln \left(\frac{2r+b}{2r-b} \right)$$

(b) $2\mu_0 i abv/\pi R(4r^2-b^2)$.

39. (a) $3,4(2+\theta) \text{ m}\Omega$, θ em rads. (b) $4,38 \text{ mWb}$, θ em rads.

(c) $2,0 \text{ rad}$. (d) $2,2 \text{ A}$.

41. 1: $-1,07 \text{ mV}$; 2: $-2,40 \text{ mV}$; 3: $1,33 \text{ mV}$.

43. Em *a*: $4,4 \times 10^7 \text{ m/s}^2$, para a direita. Em *b*: zero. Em *c*:

$4,4 \times 10^7 \text{ m/s}^2$, para a esquerda. **45.** (a) $1^\circ, 2^\circ, 5^\circ, 6^\circ$.

(b) $1^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 8^\circ$. (c) $1^\circ, 5^\circ$.

Capítulo 33

1. $0,1 \mu\text{Wb}$. **3.** (a) 800 . (b) $2,5 \times 10^{-4} \text{ H}$.

5. (b) De modo que o campo magnético variável de um não induza corrente no outro. (c) $L_{eq} = \sum_{j=1}^N L_j$.

7. (a) $\mu_0 i/W$. (b) $\pi\mu_0 R^2/W$. **9.** (a) Decrescendo.

(b) $0,68 \text{ mH}$. **11.** (a) $0,10 \text{ H}$. (b) $1,3 \text{ V}$.

13. (a) 16 kV . (b) $3,1 \text{ kV}$. (c) 23 kV . **15.** $6,91 \tau_L$.

17. $1,54 \text{ s}$. **19.** (a) $8,45 \text{ ns}$. (b) $7,37 \text{ mA}$.

21. $(42 + 20t) \text{ V}$. **23.** $12,0 \text{ A/s}$.

25. (a) $i_1 = i_2 = 3,33 \text{ A}$. (b) $i_1 = 4,55 \text{ A}$; $i_2 = 2,73 \text{ A}$.

(c) $i_1 = 0$; $i_2 = 1,82 \text{ A}$. (d) $i_1 = i_2 = 0$. **27.** (a) $1,5 \text{ s}$.

29. (a) $13,9 \text{ H}$. (b) 120 mA . **31.** (a) 10 A . (b) 100 J .

33. $25,6 \text{ ms}$. **35.** (a) $18,7 \text{ J}$. (b) $5,10 \text{ J}$. (c) $13,6 \text{ J}$.

39. $5,58 \text{ A}$. **41.** $3 \times 10^{36} \text{ J}$. **43.** (a) $1,3 \text{ mT}$.

(b) $0,63 \text{ J/m}^3$. **45.** (a) $1,0 \text{ J/m}^3$.

(b) $4,8 \times 10^{-15} \text{ J/m}^3$. **47.** (a) $1,67 \text{ mH}$. (b) $6,00 \text{ mWb}$.

49. (b) As espiras de um solenóide devem estar enroladas no sentido oposto às do outro solenóide.

51. O campo magnético só existe dentro da seção transversal do solenóide.

$$\mathbf{53.} (a) \frac{\mu_0 Ni}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{b}{a} \right). (b) 13 \mu\text{H}.$$

Capítulo 34

5. (b) Na direção do vetor do momento angular.

7. $+3 \text{ Wb}$. **9.** $(\mu_0 iL/\pi)\ln 3$. **11.** 13 MWb , para fora.

15. $1,660 \text{ km}$. **17.** $61,1 \mu\text{T}$; $84,2^\circ$. **19.** $20,8 \text{ mJ/T}$.

21. Sim. **23.** (a) $3,7 \text{ K}$. (b) $1,3 \text{ K}$.

27. $\Delta\mu = e^2 r^2 B/4m$. **29.** (a) $3,0 \mu\text{T}$.

(b) $5,6 \times 10^{-10} \text{ eV}$. **31.** (a) $8,9 \text{ A}\cdot\text{m}^2$. (b) $13 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Capítulo 35

1. $9,14 \text{ nF}$. **3.** $45,2 \text{ mA}$. **5.** (a) $6,00 \mu\text{s}$. (b) 167 kHz .

(c) $3,00 \mu\text{s}$. **7.** (a) 89 rad/s . (b) 70 ms . (c) $25 \mu\text{F}$.

9. $38 \mu\text{H}$. **11.** $7,0 \times 10^{-4} \text{ s}$. **15.** (a) $3,0 \text{ nC}$.

(b) $1,7 \text{ mA}$, (c) $4,5 \text{ nJ}$. **17.** (a) $3,60 \text{ mH}$.

(b) $1,33 \text{ kHz}$, (c) $0,188 \text{ ms}$.

19. 600 , 710 , $1,100$, $1,300 \text{ Hz}$. **21.** (a) $Q/\sqrt{3}$. (b) $0,152$.

25. (a) $1,98 \mu\text{J}$. (b) $5,56 \mu\text{C}$. (c) $12,6 \text{ mA}$.

(d) $-46,9^\circ$, (c) $+46,9^\circ$. **27.** (a) $356 \mu\text{s}$.

(b) $2,50 \text{ mH}$, (c) $3,20 \text{ mJ}$. **29.** (a) Zero. (b) $2i(t)$.

31. $8,66 \text{ m}\Omega$. **33.** $(L/R)\ln 2$. **35.** (b) $2,10 \times 10^{-3}$.

37. $1,84 \text{ kHz}$.

39. $1,13 \text{ kHz}$; $1,45 \text{ kHz}$; $1,78 \text{ kHz}$; $2,30 \text{ kHz}$.

Capítulo 36

1. 377 rad/s . **3.** (a) 955 mA . (b) 119 mA .

5. (a) $4,60 \text{ kHz}$. (b) $26,6 \text{ nF}$.

(c) $X_L = 2,60 \text{ k}\Omega$; $X_C = 0,650 \text{ k}\Omega$. **7.** (a) $0,65 \text{ kHz}$.

(b) $24 \text{ }\Omega$. **9.** (a) $39,1 \text{ mA}$. (b) Zero. (c) $33,8 \text{ mA}$.

(d) Fornecendo energia. **11.** (a) $6,73 \text{ ms}$. (b) $2,24 \text{ ms}$.

(c) Capacitor. (d) $59,0 \mu\text{F}$.

13. (a) $X_C = 0$; $X_L = 86,7 \text{ }\Omega$; $Z = 182 \text{ }\Omega$; $I = 198 \text{ mA}$; $\phi = 28,5^\circ$.

15. (a) $X_C = 37,9 \text{ }\Omega$; $X_L = 86,7 \text{ }\Omega$; $Z = 167 \text{ }\Omega$; $I = 216 \text{ mA}$; $\phi = 17,1^\circ$. **19.** $89 \text{ }\Omega$.

21. (a) 224 rad/s , (b) $6,00 \text{ A}$. (c) 228 rad/s ; 219 rad/s .

(d) $0,039$. **23.** (a) $45,0^\circ$. (b) $70,7 \text{ }\Omega$. **29.** 141 V .

31. Zero; $9,00 \text{ W}$; $3,14 \text{ W}$; $1,82 \text{ W}$. **33.** $177 \text{ }\Omega$.

35. $7,61 \text{ A}$. **41.** (a) $117 \mu\text{F}$. (b) Zero.

(c) $90,0 \text{ W}$; zero. (d) 0° ; 90° . (e) 1° ; 0 . **43.** (a) $2,59 \text{ A}$.

(b) $38,8 \text{ V}$; 159 V ; 224 V ; $64,2 \text{ V}$; $75,0 \text{ V}$.

(c) 110 W para R ; zero para L e C . **45.** (a) $2,4 \text{ V}$.

(b) $3,2 \text{ mA}$; $0,16 \text{ A}$. **47.** (a) $1,9 \text{ V}$; $5,8 \text{ W}$.

(b) 19 V ; $0,58 \text{ kW}$. (c) $0,19 \text{ kV}$; 58 kW .

Capítulo 37

3. Para $r = 27,5 \text{ mm}$ e $r = 110 \text{ mm}$.

7. Variando a diferença de potencial entre as placas na taxa de $1,0 \text{ MV/s}$.

11. (a) $0,63 \mu\text{T}$. (b) $2,3 \times 10^{12} \text{ V/m}\cdot\text{s}$. **13.** (a) $2,0 \text{ A}$.

(b) $2,3 \times 10^{11} \text{ V/m}\cdot\text{s}$. (c) $0,50 \text{ A}$. (d) $0,63 \mu\text{T}\cdot\text{m}$.

15. (a) $7,60 \mu\text{A}$. (b) $859 \text{ kV}\cdot\text{m/s}$. (c) $3,39 \text{ mm}$.

(d) $5,16 \text{ pT}$.

CRÉDITOS DAS FOTOS

Capítulo 23

Abertura: Michael Watson. Pág. 2: Fundamental Photographs. Pág. 3: (à esquerda) Cortesia de Xerox Corporation; (à direita) Johann Gabriel Doppelmayr, *Neuentdeckte Phaenomena von bewundernswurdigen Würkungen der Natur, Nuremberg 1744*. Pág. 9: Cortesia do Lawrence Berkeley Laboratory, Universidade da Califórnia.

Capítulo 24

Abertura: Quesada/Burke, NY.

Capítulo 25

Abertura e 4.ª capa do volume: E. R. Degginger/Bruce Coleman. Pág. 49: C. Johnny Autery. Pág. 50: E. Philip Krider, Institute of Atmospheric Physics, University of Arizona, Tucson.

Capítulo 26

Abertura: Cortesia da NOAA. Pág. 79: Cortesia da Westinghouse Corporation. Pág. 83: Cortesia da NASA.

Capítulo 27

Abertura: C. Goivaux Communication/PHOTOTAKE. Pág. 92: Paul Silverman/Fundamental Photographs. Pág. 101: Cortesia do Royal Institution, Inglaterra.

Capítulo 28

Abertura: UPI/Bettmann Newsphotos. Pág. 118: The Image Works. Pág. 126: Cortesia de AT&T Bell Laboratories.

Capítulo 29

Abertura: Norbert Wu.

Capítulo 30

Abertura e capa do volume: Johnny Johnson/Earth Scenes. Pág. 158: (à esquerda) Schneps/Image Bank; (à direita, em cima) Science Photo Library/Photo Researchers; ((à direita, embaixo) cortesia do Dr. Richard Cannon, Southeast Missouri State University, Cape Girardeau. Pág. 160: (em cima) Richard Megna/Fundamental Photographs; (embaixo) cortesia do Lawrence Berkeley Laboratory, Universidade da Califórnia. Pág. 165: Cortesia de John Le P. Webb, Sussex Universidade, Inglaterra. Pág. 167: Cortesia do Dr. L. A. Frank, Universidade de Iowa. Pág. 168: Cortesia de Siemens Gammasonics. Pág. 169 (acima à esquerda e embaixo), Cortesia do Fermi National Accelerator Laboratory; (acima à direita) Spaceshots.

Capítulo 31

Abertura: Cortesia da Rafael Testing Unit, Israel. Pág. 185: Cortesia de Educational Services, Inc.

Capítulo 32

Abertura: Dan McCoy/Black Star. Pág. 212: Cortesia de Fender Musical Instruments Corp.

LEITURA COMPLEMENTAR 8

Pág. 230: (em cima) Cortesia de Peter Lindenfield; (embaixo) de "Superconductivity", de D. Shoenberg, Ph.D., Cambridge University Press, 1952. Pág. 231: (em cima) Hank Morgan/Photo Researchers; (embaixo) T. Matsumoto/Sygma. Pág. 232: David Parker/Universidade de Birmingham High TC Consortium/Science Photo Library/Photo Researchers.

Capítulo 33

Abertura: Foto de Dan Blodget, cortesia do Fisher Research Laboratory.

LEITURA COMPLEMENTAR 9

Pág. 253: Cortesia de Thomas Rossing.

Capítulo 34

Abertura: Bob Zehring. Pág. 257: Runk/Schoenberger/Grant Heilman. Pág. 261: copyright © Colchester & Essex Museum. Pág. 265: Cortesia de Ralph W. de Blois. Pág. 267: CNRI/Science Photo Library/Photo Researchers.

LEITURA COMPLEMENTAR 10

Pág. 273: Cortesia de Charles Bean. Pág. 274: Cortesia de R. P. Blakemore e R. B. Frankel, *Scientific American*; dezembro de 1981.

Capítulo 35

Abertura: A. Glauberman/Photo Researchers. Pág. 278: Cortesia da Hewlett-Packard.

Capítulo 36

Abertura: Cortesia de Haverfield Helicopter Co.

Capítulo 37

Abertura: Keystone/Sygma; (detalhe) cortesia de Jack Nissenthal.

ÍNDICE ALFABÉTICO

A

Abelhas, influência do magnetismo nas, 276

Aceleradores, 79, 169

- de Van de Graff, 79-80

Acoplamento de troca, 265

Água

- como moléculas polares, 72

- dipolos na, 29

- e cozimento com microonda, 31

Ámbar, 1

Amortecimento magnético, 222

Ampermímetro, 144

Amplificadores, 285

Analogia eletromecânica, 280

Anéis de Rowland, 265

Aniquilação, 9

Antenas, 73

Arrasto magnético, 254-255

Átomos, carga elétrica nos, 3

Auroras, 166

Auto-indução, 237-238

Autotransformadores, 306

B

Bachelet, Emile, 254

Bactérias

- e magnetismo, 274-276

- magnetostáticas, 274-276

Bandas, 125

- de condução, 125

- de valência, 125

Barra imantadas, 161, 257

Bardeen, John, 126, 233

Baterias, 92, 123, 133-135

- e capacitores, 98

- elétricas, ver Baterias

- resistência interna, 136-137

Bean, Charles P., 274

Bednorz, 232

Betatron, 219-220

Biologia, papel do magnetismo na, 274-276

Blakemore, Richard P., 275

Blindagem eletromagnética, 222

Bobinas de Helmholz, 204

Brattain, Walter, 126

Buracos, na banda de valência, 125

C

Cabo co-axial, 243

Camadas não-condutoras, lei de Gauss e, 50

Câmara de bolhas, 161

Campo(s), 18

- cruzados, 162

- declinação do, 262

- elétrico(s), 18-19, 65

- - carga puntiforme num, 27-29

- - com simetria plana, 50-52

- - condutores isolados, 45-47, 78

- - de dipolos, 22-23

- - de distribuição contínua de carga, 73

- - de duas cargas puntiformes, 20-22, 69

- - de um disco carregado, 26-28
- - de um disco, 74
- - de uma linha de carga, 23-26, 73
- - dipolo num. 29-30
- - e cálculo do potencial, 67-69
- - e corrente, 114
- - entre as placas de um capacitor, 94
- - fluxo dos, 41-42; ver também lei de Gauss
- - induzido, 216-218
- - internos, condutores isolados, 45-47
- - linhas de força de, 19
- - - efeitos de borda, 52
- - resumo, diferentes configurações de carga, 75
- - simetria cilíndrica, 49-50
- - simetria esférica, 52-54
- - simetria rotacional, 20
- - sistema de cargas puntiformes, 71-73
- - escalares, 18
- - externos, 28, 79
- - magnético(s), 157-161
- - cálculo de, 183-187
- - constante de permeabilidade, 184, 237
- - densidade de energia, 242-244
- - e carga em movimento circular, 164-170
- - e corrente alternada, 291
- - em ciclotrôn/sírcotron, 167-170
- - fio retílinio longo, 184-187
- - induzidos, 311-313
- - lei de Ampère, 190-192, 312, 315
- - lei de Biot-Savart, 184, 190
- - linhas de, 161-162
- - regra da mão direita, 159, 160, 185, 187
- - simetria torque-corrente, 207
- - solenóides, 192-194
- - toróides, 194
- - vetoriais, 18
Canhões eletrônicos, 165

Capacitância, 91-96

Capacitor(es), 91

- cálculos, 93-96

- carga livre nos, 104

- carregamento do, 92, 99

- cilíndrico, 94, 95

- com dielétricos, 101-102

- de placas paralelas, 91, 94, 95

- densidade de energia nos, 100

- e indutores, 235

- em paralelo, 96-97

- em série, 97-98

- energia potencial do, 99

- equivalente, 96

- esféricos, 95

- num circuito RC, 145-148

- supercapacitores, 96

- versus bateria, 98

Cargas(s)

- teste, 18

- elementar, 7, 9, 10, 28

- elétrica, 2-3, 7, 10; ver também Corrente; Campos

- - conservação da, 8-9

- - densidade de, 23

- - distribuição contínua versus discreta, 23

- - e magnetismo, 158

- - e, 7, 9

- - medida de, 28

- - em condutores isolados, 45-49

- - em condutores/isolantes, 3-4

- - em movimento, 164-167

- - portadores de, 125, 126, 134

- - induzida, 4

- - quantização da, 7-8

- - induzida, 4

- - puntiformes, 4, 42-43

- - campo elétrico, 20-22, 27-29

- - energia potencial elétrica, 64

- - sistemas de, 76-78

Casamento de impedâncias, 301

Cauda magnética, 263

Cavendish, Henry, 48

Cavidades em condutores isolados, 45

Célula(s)

- de combustível, 133

- padrão, 145

- solares, 133

CERN, anel acelerador do, 169

Chu, 233

Ciclotrôn, 167, 169

Cinturão de radiação Van Allen, 113, 165

Circuitos

- CA

- - capacitivo, 293-294

- - fator de potência, 299

- - indutivos, 294-296

- - métodos dos fatores, 293

- - potência nos, 298-300

- - resistivo, 293

- - série RLC, 292, 296-298

- cálculo da corrente

- - método da energia, 135

- - método do potencial, 136

- capacitores em paralelo, 96-97

- capacitores em série, 97-98

- conservação da energia em, 212

- de malhas múltiplas, 140-144

- diferenças de potencial, 138

- dispositivos de fém, 133

- indutores em paralelo, 248

- indutores em série, 248

- LC, 277-282

- lei de Ohm, 121-122

- malha única, 136-139

- nós, 140

- potência nos, 123-124

- ramos, 140

- RC, 145-148

- regra da fém, 136

- regra das malhas de Kirchhoff, 136

- regra dos nós de Kirchhoff, 140

- resistências em paralelo, 141-143

- resistências em série, 137-138

- RL, 238-240

- RLC, 282, 293, 296, 307

- transferência dissipaçao de energia, 123-124

Circuitos elétricos, ver Circuitos

Cobalto, ferromagnetismo no, 265

Cobre, 120, 124

Comprimento de Planck, 11

Condutividade, elétrica, 119

Condutores, 3-4

- curregado, isolado, 45-47

- esféricos, 5-6

- lei de Ohm, 121-123

- modelo de elétron livre, 122
- resistência, ver Resistência
- Conservação, da carga elétrica, 9
- Constante(s)
 - de estrutura fina, 10
 - de fase inicial, 297
 - de permeabilidade, 184, 237
 - de permissividade, 42
 - de Planck, 9, 10
 - de tempo
 - capacitiva, 146
 - induutiva, 239
 - de tempo capacitativa, 146
 - de tempo induutiva, 239
 - dielétrica, 101
 - eleostática, 5
 - fundamentais, 9-11, 321
 - gravitacional, 9, 10
- Contador Geiger, 58
- Controle do tráfego aéreo, 285
- Copiadoras xerox, 3
- Corrente, 4, 113, 115
 - alternada, 291, 299; ver também circuitos CA
 - cálculos em circuitos, 135
 - contínua, 292
 - de condução, 313
 - de deslocamento *versus* de condução, 313
 - de deslocamento, 313-314
 - densidade, 116-118
 - e dispositivos de fem, 133
 - efeito de um campo magnético, 170-174
 - elétrica, ver Corrente
 - induzida, 208, 211-212
 - lei de Ohm, 121-123
 - sentidos da, 115-116
- Coulomb, 4
- Coulomb, Charles Augustus, 4
- Cozimento com microondas, 31-32
- Cristais piezelétricos, 284
- Curie, Pierre, 264
- Curvas de magnetização, 266
 - histérese, 267
 - amperianas, 190

D

- Danby, Gordon, 254
- Decaimento radioativo, 9
- Declinação do campo, 262
- Derivadas, 335
- Dês (de um ciclotrôn), 167
- Desastre do Hindenburg, 120
- Descarga, 3
- Desfibrilador, 99
- Deslocamento elétrico, 104
- Detektors de metal, 245
- Diamagnetismo, 265-266, 231
- Dielétricos, 101
 - e a lei de Gauss, 103-105
 - não-polares, 102-103
 - polares, 102
- Diferença de potencial Hall, 164
- Diodo, junção pn, 122
- Dipólos), 20, 22-23
 - em campos elétricos, 29-30
 - energia potencial do, 30
 - equações básicas, 195
 - magnéticos, 174, 195
 - espiras de corrente como, 194-196
 - potencial devido a um, 72-73
- Dispositivos de fem, 133
- Disprósio, ferromagnetismo no, 265
- Dissipaçao, de energia em resistores, 124
- Distribuição
 - de energia elétrica, 300-302
 - de potência, 300-302
- Domínios magnéticos, 266
- Dopagem, 125

E

- e, 7, 9, 28
- Efeito(s)
 - de borda, 52
 - de borda, campo elétrico, 52, 91
 - Hall, 115, 163-164
 - Meissner, 232
- Elementos, 325-327
 - de processamento, 232
- tabela periódica dos, ver Tabela periódica Eletrodinâmica quântica, 10, 258
- Eletroímãs, 157
- Eletromagnetismo, I; ver também Equações de Maxwell
 - equações básicas do, resumo, 310
 - Eletrómetros, 48
 - Elétron-volt, 66
 - Elétrons, 3, 7, 258, ver também Corrente
 - de condução, 3, 4
 - deflexão por campos magnéticos, 160
 - descoberta por Thomson, 162
 - e magnetismo, 257-260
 - efeito túnel, 232
 - em movimento circular, 164-167
 - modelo do elétron livre, 122
 - momento angular de spin, 258
 - momento angular orbital, 259-260
 - momento magnético de spin, 258
 - momento magnético orbital, 259
 - níveis de energia, 125
 - raio clássico, 110
 - razão massa/carga, 164
 - velocidade de escape, 88
 - Eletroplacas, 143
 - Energia
 - conservação da, 212
 - dissipação, 124
 - níveis de, 125
 - potencial
 - de dipolo elétrico, 30
 - magnética, 174
 - potencial elétrico, 30, 65
 - armazenamento de, 99
 - cargas puntiformes, 64, 76
 - densidade de energia, 100
 - Equações de Maxwell, 1, 309, 314-316
 - tabelas, 315
 - Equilíbrio eleostático, 45
 - Experiência da gota de óleo de Millikan, 28

F

- Faixas elétricas, 27
- Farad, 92, 208
- Faraday, Michael, 1, 19, 101, 187, 236, 265
- Fator(es)
 - de conversão, 329-332
 - de potência, 299
 - de qualidade, 307
- Feixes de elétrons, 162
- Fem, 133, 134, 136
 - alternada, 291-292
 - auto-induzida, 237-238
 - induzida, 208, 209, 211, 237-238
- Fermilab, 169
- Ferro, ferromagnetismo, 265-266
- Ferromagnetismo, 259, 265-268
- Feynman, Richard, P., 10
- Física
 - constantes fundamentais, 9, 321
 - quântica, 126
 - vencedores do Prêmio Nobel, 337-341
- Fluxo, 40
 - da velocidade, 41
 - do campo elétrico, 41-42
 - do campo magnético, 209, 232
 - concatenado, 235
 - magnético, 209
 - quantização, 232-233
- Força(s)
 - de arrasto, 254
 - eletromotriz, ver Fem
 - eleostática, 3-7, 19, 63; ver também Campos elétricos
 - sobre cargas puntiformes, 28
 - gravitacional, 64
 - analogia com a força eleostática, 5
 - magnética, 159-161
 - sobre uma bobina de corrente, 172-174
 - sobre dois condutores paralelos, 187
 - sobre um fio percorrido por corrente, 170, 187
 - nuclear forte, 8
- Fórmulas matemáticas, 333-335
- Frankel, R. B., 275
- Franklin, Benjamin, 3, 9, 48
- Frequência
 - angular natural, 283
 - angular propulsora ou natural, 283
 - ressonante, ver Ressonância

G

- G, 9-10
- Gadolino, ferromagnetismo no, 265-266
- Galvanômetro, 173, 252
- Ganho de voltagem, 285
- Gardner, Andrew L., 148
- Garras magnéticas, 165
- Gauss, Carl Friedrich, 39, 161
- Geomagnetismo, 161, 261-263, 267
- Geradores, 133, 134, 207-208, 291-292, 301-302
 - de Van de Graaf, 133
 - elétricos, 133, 134, 208, 292, 302
- Gerlach, Walter, 273
- Germanio, 4
- Gilbert, William, 261, 262
- Goddard, Robert, 254
- Gould, J. L., 276
- Guitarras elétricas, 212

H

- Hall, Edwin H., 163
- Heaviside, Oliver, 314
- Hematita, 267
- Henry (unidade), 208, 236
- Henry, Joseph, 207
- Hertz, Heinrich, 2
- Holst, Gilles, 230

I

- Imagem por ressonância magnética (MRI), 268
- Impressão por jato de tinta, 28-29
- Ímãs, 157, 257-258
 - em forma de barra, 161, 257-258
 - em movimento, forças sobre, 254
 - permanentes, 157
 - prótons norte/sul, 161
 - supercondutores, 126, 230-232
- Inclinação, 262
- Indução magnética, ver Indução
- Indução, 207, 213-216
 - auto-, 237-238
 - de campos elétricos, 216-219
 - de campos magnéticos, 311-313
 - lei de Faraday, 207, 209-211, 216-218, 311, 315
 - lei de Lenz, 211-213
 - múltipla, 244-246
 - regra da mão direita para, 211
- Indutância, 235-236
 - de um solenóide, 236
 - de um toróide, 236-237
- Indutores, 235
 - circuitos RL, 238-240
 - diferença de potencial, 238
 - em paralelo, 248
 - em série, 248
- Instituição Smithsonian, 208
- Instrumentos de medidas elétricas, 144-145
- Integrais, 335
 - de linha, 68
- Isolantes, 3-4, 125

J

- Josephson, Brian, 232
- Junções p-n, 129
- Junções, circuitos de múltiplas malhas, 140

K

- Kalmijn, Adriaan J., 275
- Kelvin, Lord, 79, 89
- Kerst, Don W., 219
- Kirchoff, Gustav Robert, 136

L

- Lawton, 48, 49
- Lei
 - de ampère, 190-192
 - de Biot-Savart, 184, 190
 - de Coulomb, 4-7, 17, 47-49
 - e a lei de Gauss, 40, 44
 - de Curie, 263-264
 - de Faraday, 207, 209-211, 311
 - e campo elétrico, 216-219

350 ÍNDICE ALFABÉTICO

- de Gauss, 40, 42-44
- do magnetismo, 260-261, 315
- e a lei de Coulomb, 40, 44-45
- e condutores isolados carregados, 45-49
- e simetria cilíndrica, 49-50, 54
- e simetria esférica, 52, 54
- e camada não-condutora, 50
- e efeito de borda, 52
- e placa condutora, 51
- para dielétricos, 103-105
- de Lenz, 211-213
- de Ohm, 121-123
Lenz, Heinrich Friedrich, 211
Levantação
- eletromagnética, 253-255
- magnética, 253-255
Lindenfeld, Peter, 230
Líquidos magnéticos, 267

M

Magnetismo, 1, 157, 258
- acoplamento de troca, 265
- da terra, 261-263, 267
- diamagnetismo, 265, 231
- domínios magnéticos, 266
- e elétrons, 258-260
- e organismo vivos, 274-276
- ferromagnetismo, 259, 265-268
- lei de Curie, 264
- lei de Gauss do, 260, 315
- nuclear, 268
- paramagnetismo, 263
- termoremanente, 267
Magnetita, 1, 267, 275
Magnetização, 264, 230-232
Magnetômetro, 262
Magneton de Bohr, 258, 260
Magnétons, 258, 260
Massa de Planck, 11
Materiais, 119
- isotrópicos, 119
- supercondutores, 4, 126-127, 233
Maxwell, James Clerk, 1, 48, 309, 314
Meissner, Walther, 232
Métodos dos fasores, 293
Modelo do elétron livre, 122
Moléculas
- não-polares, 72
- polares, 72
Momento
- angular
- de spin, 258
- orbital, 259-260
- de dipolo, 72, 102
- elétrico, 22, 174
- magnético, 174
- magnético, 258
- de spin, 258
- orbital, 259
Monópolos magnéticos, 157, 250, 258, 310, 311
Motores elétricos, 172
Movimento relativo, 168, 314
Müller, 232
Multímetros, 145

N

Nêutrons, 3, 7
Niromo, 124
Níquel, ferromagnetismo, 265, 266
Núcleo filho, 8-9
Núcleo-pai, 9
Número atômico, 8

O

Ochsenfeld, 232
Öersted, Hans Christian, 1, 159
Ohm, 118
Ohm-metro, 119
Onnes, Kamerlingh, 4, 126, 230, 232
Órbita da terra, ver Órbitas
Oscilações
- amortecidas, 282
- forçadas, 283
- frequência angular natural, 283
- frequência angular propulsora, 283
- LC, 277-282

Osciladores
- bloco-mola, 280-281
- com realimentação, 285
- de cristal de quartzo, 284
- LC, 280-282
Óxido de ítrio-bário-cobre, 230-231
Óxido de lantâniobário-cobre, 233

P

Paramagnetismo, 263-264
Pares de Cooper, 126, 233
Pássaros, influência do magnetismo nos, 276
Pierce, J.R., 309
Piezoelectricidade, 284
Placas condutoras e a lei de Gauss, 50
Planetas, 324
Plimpton, 48
Polarização, 72
Portadores de carga, 125, 133
Pósitrons, 9
Potência
- em circuitos CA, 298
- em circuitos, 123-124
Potencial elétrico, 66
- de condutores isolados, 78-79
- de distribuições contínuas de carga, 73
- disco, 74
- linha de carga, 73
- devido a cargas puntiformes, 69-72
- devido a um dipolo, 72-73
- diferença de, 65, 93
- e indução, 218
- entre as placas de um capacitor, 94
- resumo, diferentes configurações de carga, 75
- superfícies equipotenciais, 66-67
Potencímetro, 102, 145
Powell, J. R., 254
Powell, R.A., 100
Produção de pares, 9
Prótons, 3, 7
- aceleração em ciclotron/sincrotron, 167-170
Purell, Edward M., 275

Q

Quantização
- da carga elétrica, 7-8
- do fluxo magnético, 232
Quarks, 7

R

Radar, 315
Raio(s)
- catódicos, 162
- de Bohr, 61
- gama, 9
Ramos, circuitos de malhas múltiplas, 140
Reactância
- capacitiva, 294
- indutiva, 295
Regra
- da mão direita
- para campo magnético, 159, 161, 185, 187
- para indução, 211
- das malhas de Kirchhoff, 136
- dos nós de Kirchhoff, 140
Resistência, 118-121
- cálculo da, 119
- efeito da temperatura sobre, 120
- interna, nas baterias, 136-137
- perda de, nos supercondutores, 126, 230-233
Resistividade, 119
Resistividade elétrica, ver Resistividade
Resistores, 118, 122
- dissipação de energia nos, 124
- em circuitos RC, 145-148
- em paralelo, 141-144
- em série, 137-138
- equivalentes, 137
Ressonância
- circuitos CA, 296-297
- condição da, 168, 284
Rigidez dielétrica, 101
Rossing, Thomas P., 253
Rowland, Henry A., 163, 265
Ruptura elétrica, 27, 67
Rutherford, Ernest, 60

S

Savart (lei de Biot-Savart), 184, 190
Schrieffer, Robert, 126, 233
Semicondutor(es), 4, 124-126
- do tipo n, 118
- dopagem, 125
Shockley, William, 126
Silício, 4, 125
Simeia na física, 310-311
- falta de, 311
Sincrotrons de prótons, 168-170
Sincrotrons, 168
Sistema
- de transporte Maglev, 253-255
- Internacional de Unidades, 319-320
- métrico, 319-320
Sol, 323
Solenóides, 192-194, 236, 243
Sólidos policristalinos, 267
SQUID, 230, 232
Supercondutividade, 126, 230-233
Supercondutor Super Collider, 169
Supercondutor, dispositivo de Interferência Quântica, 230,
ver SQUID
Superfície(s)
- equipotenciais, 66
- gaussiana, 40-42, 45
- interna, em condutores isolados, 45

T

Tabela periódica, 327
Tempo
- de Planck, 11
- médio entre colisões, no modelo do elétron livre, 123
Tensão eletrostática, 110
Teoria BCS, 126
Termômetro de resistência de platina, 120
Termopilhas, 133
Terra, 323
- magnetismo da, 261-263
Thomson, Benjamin, 208
Thomson, J.J., 87, 162
Tokamack, 194
Toróides, 194, 237
Torque de campo magnético sobre uma bobina de corrente, 172-174
Transformadores, 300
Transistores, 126
Trilho eletromagnético para projéteis, 188
Tunelamento Josephson, 232

U

Unidades derivadas, 319-320
Unidades SI, 319-320
Unidades, 319-320
Urânio 238, 9

V

Van de Graaf, Robert J., 79
Vazão, 40
Velocidade escalar
- da luz, 10
- de deriva da corrente elétrica, 116-117
- de escape, 88
Vencedores do Prêmio Nobel de Física, 337-341
Ventos solares, 263
Vórtices, 334
Volt, 66

W

Watson, Joe, 79
Weber, 209
Williams, D., 329
Wu, W. K., 230-233

Y

Yenzer, Scott H., 291