# Aula 14

Professor:

*Mauricio Kischinhevsky*

## Eletricidade e magnetismo (Parte 4)

Conteúdo:

Potencial elétrico, energia eletrostática e capacitância, corrente elétrica e circuitos de corrente contínua



Fundação CECIERJ Consórcio cederj

# Corrente Elétrica e Circuitos de Corrente Contínua

## Corrente e o movimento de cargas

Define-se como o fluxo de cargas elétricas através da seção transversal de um condutor. Explicitamente,

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$ , sendo sua unidade S.I. o Ampére, 1A = 1C/s.

Observe que são os elétrons os responsáveis pela corrente, e que eles migram no sentido oposto ao da convenção para a corrente positiva.

Quando o condutor não está sujeito a campo elétrico, os elétrons livres se movimentam seguindo caminhos aleatórios e são encontrados em velocidades elevadas como 106 m/s. Mas sem característica alguma de comportamento coletivo integrado.

Na presença de um campo elétrico, os elétrons serão acelerados no sentido oposto ao do campo, colidem com os íons da rede cristalina e em seguida retomam sua trajetória contrária ao campo. As colisões são geradoras de dissipação de energia, associada à resistência elétrica. Calculando-se a velocidade média dos elétrons tem-se a velocidade de migração.

**Exemplo:**

Um fio condutor típico utilizado em experimentos de laboratório é de cobre (massa específica 8,93g/cm3 e massa molar M=63,5 g/mol) e tem um raio de 0,815 mm. Calcule a velocidade de migração dos elétrons nesse fio quando por ele passa uma corrente de 1 A, admitindo um elétron livre por átomo.

## Resposta:

A corrente corresponde a

$$\Delta Q = q \cdot n \cdot A \cdot v_a \cdot \Delta t \rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = q \cdot n \cdot A \cdot v_a$$

Nessa expressão, n é o número de cargas por unidade de volume e $v_d \cdot \Delta t \cdot A$ é o volume no qual estão as cargas que atravessam a seção transversal do condutor de área A. Assim, a densidade numérica de átomos (e, conseqüentemente, cargas, se há uma livre por átomo)

$$n = \frac{\rho N_a}{M} = \frac{(8,93\frac{g}{cm^3})(6,02 \times 10^{23}\frac{\text{atomos}}{\text{mol}})}{63,5\frac{g}{\text{mol}}} = 8,47 \times 10^{22}\frac{\text{atomos}}{cm^3} = 8,47 \times 10^{28}\frac{\text{atomos}}{m^3}$$

A velocidade de migração decorre de $v_d = \frac{I}{n \cdot q \cdot A} = \frac{I}{n \cdot e \cdot \pi \cdot r^2} =$

$$= \frac{1C/s}{(8,47 \times 10^{28}\frac{\text{atomos}}{m^3})(1,6 \times 10^{-19}C) \cdot \pi \cdot (8,15 \times 10^{-4}m)^2} = 3,54 \times 10^5 \frac{m}{s}$$

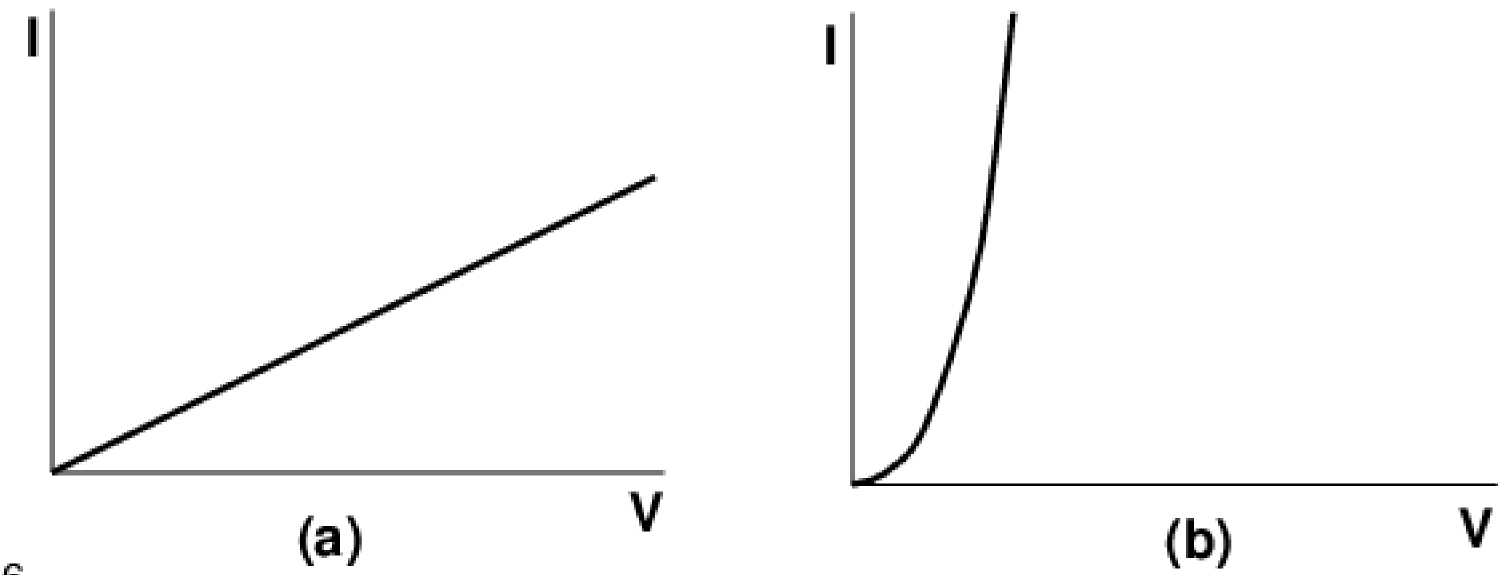
## Resposta (continuação):

Observe que as velocidades de migração típicas são reduzidas para o padrão macroscópico. Mas os efeitos parecem bem mais rápidos (analogia com mangueira d'água).

## Resistência e a Lei de Ohm

A corrente em um condutor é impelida por um campo elétrico. A diferença de potencial entre dois pontos ao longo do condutor $V = E \cdot \Delta L$ .

A relação entre a diferença de potencial e a corrente é denominada resistência, ou seja, R=V/I . A unidade no S.I., volt por ampère é denominad ohm (1$\Omega$ = 1 V/A).  Para muitos materiais, a resistência não depende da queda de potencial ou da corrente. Estes são os materiais ôhmicos, que contrastam com os não-ôhmicos. Ou seja, a Lei de Ohm estipula que V=I.R, R constante.



(a) (b)

A resistência de um fio condutor é proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à área de sua seção transversal $R = \rho L/A$ , sendo $\rho$ a resistividade do condutor (o inverso da resistividade se chama condutividade elétrica e tem unidade de siemens, S, sendo $1S = 1\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ).

**Exemplo:**

Calcule a resistência por unidade de comprimento de um fio de cobre calibre 14, com área de seção transversal 2,0 $mm^2$ e resistividade $1,7x10^{-8}\Omega \cdot m$

## Resposta:

A partir da expressão que relaciona resistência e resistividade, calcula-se R/L, na forma $R = \rho\frac{L}{A}$ $\frac{R}{L} = \frac{\rho}{A}$, ou seja, $\frac{R}{L} = \frac{1,7 \times 10^{-8}\Omega \cdot m}{2,08 \times 10^{6} m^2} = 8,17 \times 10^{3}\frac{\Omega}{m}$

Observe que a resistência de uma lâmpada de 100W a 120V é de $144\,\Omega$ e a resistência de 100m de fio de cobre calibre 14, $0,817\,\Omega$.

## Energia nos circuitos elétricos

Quando um condutor fica sujeito a um campo elétrico a nuvem de elétrons ganha energia cinética e o regime estacionário é rapidamente atingido quando a energia ganha é dissipada na forma de energia térmica do condutor pelas colisões entre os elétrons e os íons da rede do condutor (Efeito Joule).

A energia potencial perdida por unidade de tempo é a potência dissipada no segmento condutor, P=I.V. Esta expressão também pode ser escrita como

$$P = V \cdot I = I^2 \cdot R = V^2/R$$

### Exemplo:

Uma corrente de 3 A passa por um resitor de $\Omega$?      . Qual a potência dissipada nese resistor?

## Resposta:

Sendo fornecidas a corrente e a resistência, e não a queda de potencial, $P = I^2 \cdot R$ é a expressão mais adequada a utilizar. Assim, $P = (3A)^2 \cdot (12\Omega) = 108W$ . (poder-se-ia calcular V=I.R e, em seguida, P=V.I)

## Combinações de resistores

A análise de um circuito pode ser simplificada pela substituição de um ou mais resistores por um resistor equivalente, através do qual passa a mesma corrente devida à mesma queda de potencial dos resistores originais.

## Resistores em série

Neste caso, a queda de potencial é da forma $V = R_{eq} . I$, com $R_{eq} = R_1+R_2$.

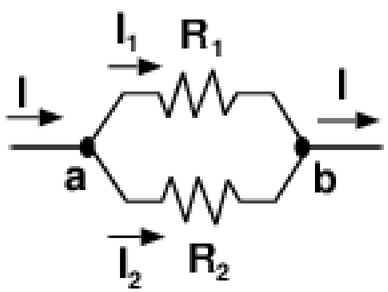

(a) (b)

## Resistores em paralelo

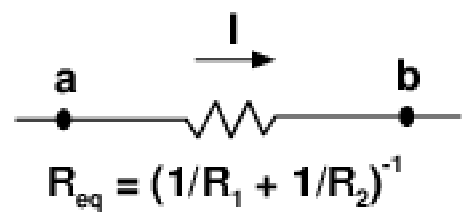
Neste caso, a corrente se divide em duas, cada uma correspondente a um ramo resistivo do percurso.Assim, a queda do potencial se relaciona através de$V = I_1.R_1 = I_2.R_2. \; Como$

$$R_{eq} = \frac{V}{I} \rightarrow I = \frac{V}{R_{eq}} = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V.(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}).$$

Vale, então, $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$



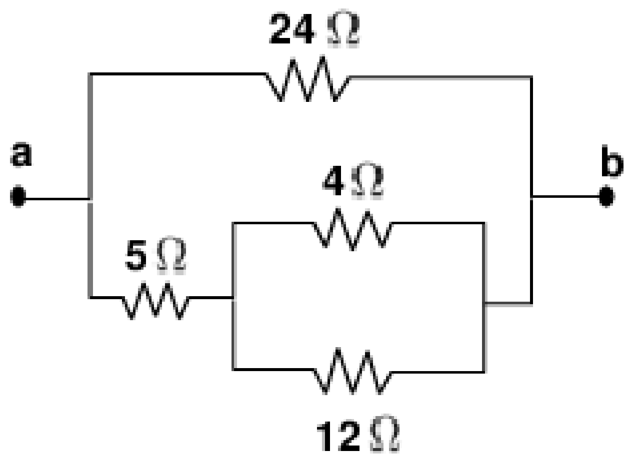

(a)




(b)

## Exemplo:

Determine a resistência equivalente da combinação de resistores.



## Resposta:

Esta combinação deve ser analisada de maneira gradual, ou seja, realizando as equivalências da maneira mais conveniente para se chegar ao resultado final, sempre aplicando os conceitos de resistências em paralelo ou em série. Assim, pode-se substituir os resistores Ω; 4   Ω 12 por $R_{eq}$; em seguida, obtém-se a resistência equivalente $R_{eq,2}$ à combinação em série do resistor deΩ   com $R_{eq}$; finalmente obtém-se $R_{eq,3}$ como combinação do resistor de 2Ω   com a resistência $R_{eq,2}$. Assim, calcula-se

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = 3\Omega,\ R_{eq,2} = 3\Omega + 5\Omega\ e,\ finalmente,$$

$$\frac{1}{R_{eq,3}} = \frac{1}{R_{eq,2}} + \frac{1}{24\Omega} \rightarrow R_{eq,3} = 6\Omega.$$

## Regras de Kirchhoff

Como podem ocorrer resistores e fontes em circuitos, a análise tem que ser mais criteriosa. Para auxiliar, há as regras das malhas e dos nós, conforme:

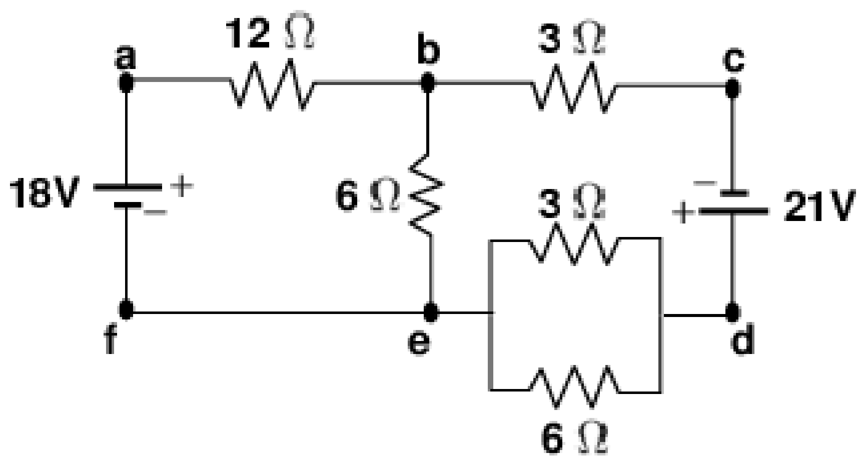
*1. Ao se percorrer uma malha fechada em um circuito, a soma algébrica das variações de potencial deve ser igual a zero;*
*2. Em qualquer nó do circuito (pontos em que chegam vários fios condutores) onde a corrente se divide, a soma das correntes que fluem para o nó deve ser igual à soma das correntes que saem do nó.*

A primeira regra, **regra das malhas**, decorre de a variação do potencial em um circuito corresponder à integral do campo elétrico ao longo do percurso e de o campo elétrico ser conservativo.
A segunda, **regra dos nós**, decorre imediatamente da conservação da carga.

## Exemplo (Regras de Kirchhoff):

**(a)** Determine a corrente em cada ramo do circuito mostrado abaixo. Faça um esquema do circuito com o módulo e a orientação correta da corrente em cada ramo;

**(b)** Considere que o potencial seja nulo no ponto c e, em seguida, defina o potencial nos demais pontos de a até f.

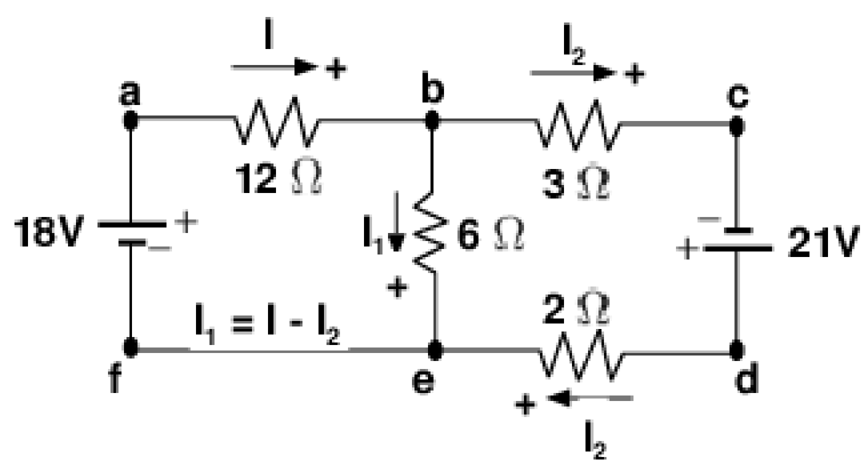


## Resposta:

Para resolver, substituem-se inicialmente os dois resistores em paralelo por um resistor equivalente. Em seguida, sendo I a corrente que passa pela bateria de 18V e $I_1$ a corrente orientada de b para e. As correntes podem, assim, ser obtidas pela aplicação da regra dos nós aos ramos associados aos pontos b e c e pela aplicação da regra das malhas a cada malha.

## Resposta (continuação):

**(a)** a resistência equivalente dos resistores d Ω3 Ω 6 Ω; 2 .
Com a regra dos nós aplicada aos pontos b e c pode-se refazer o diagrama na forma abaixo ( $I = I_1 + I_2$ ):




Aplicando-se a regra das malhas de Kirchhoff à malha a-b-e-f-a escreve-se 18 V - ( 1Ω ) . I - Ω5 ).( $I - I_2$ ) ⟹ 0 **3 A - 3 . I + $I_2$ = 0** .
Analogamente para a malha b-c-d-e-b , resulta **21 A + 6.I - 11.$I_2$ = 0**.
Combinam-se estas.

## Resposta (continuação):

Combinando

$3\ A - 3\ .\ I + I_2 = 0$ e $21\ A + 6.I - 11.I_2 = 0$ resulta $\mathbf{I = 2\ A}$ **e** $\mathbf{I_2 = 3\ A}$.

A seguir determina-se a corrente que passa pelo resistor de 6 Ω, ou seja $\mathbf{I_1 = I - I_2 = -1\ A}$. Em seguida, pode-se obter, por meio de $V=I_2.R_{eq}$, a queda de potencial entre os terminais dos resistores de 3 Ω e 6 Ω, em paralelo. Portanto, cada resistor dos que estão em paralelo é submetido a uma corrente, a saber: $\mathbf{I_{3\Omega} = 2\ A}$ e $\mathbf{I_{6\Omega} = 1\ A}$.

## Resposta (continuação):

**(b)** Calcula-se o potencial de cada ponto seja pelo ganho de potencial por haver uma fonte no trecho em questão, seja pela diminuição decorrente da passagem de corrente por um resistor, obtêm-se os valores ilustrados abaixo: