

Gabarito da 2a. Avaliação à Distância

28 de maio de 2012

Questão 1

- a) Discuta a diferença entre uma força eletromotriz(fem) e uma diferença de potencial(ddp).
- b) Compare as direções das forças elétricas e magnéticas entre duas cargas positivas que se movem ao longo de trajetórias paralelas (i) no mesmo sentido e (ii) em sentidos opostos.
- c) Um campo magnético pode ser uniforme em algum lugar em uma espira com corrente? Explique.

Gabarito

Item a

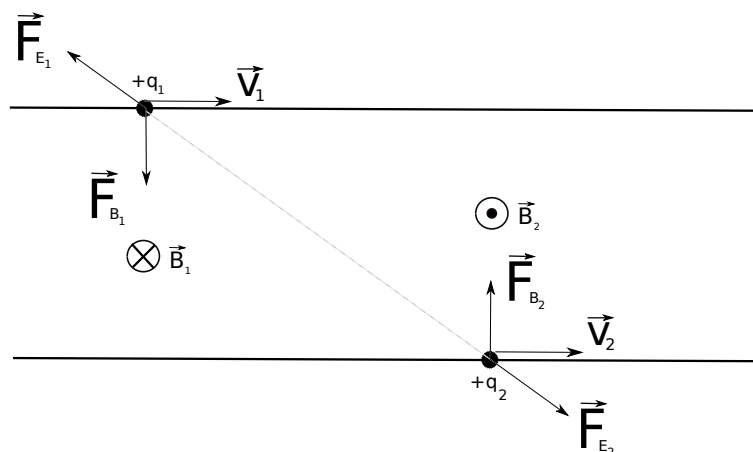
Apesar de ambas as grandezas terem a mesma unidade (Volt), suas naturezas são diferentes. A força eletromotriz refere-se à voltagem gerada por uma bateria ou pela variação do fluxo do campo magnético (Lei da indução de Faraday). Já a diferença de potencial refere-se ao trabalho por unidade de carga, que deve ser realizado contra o campo elétrico para deslocar uma carga de um ponto a outro.

Item b

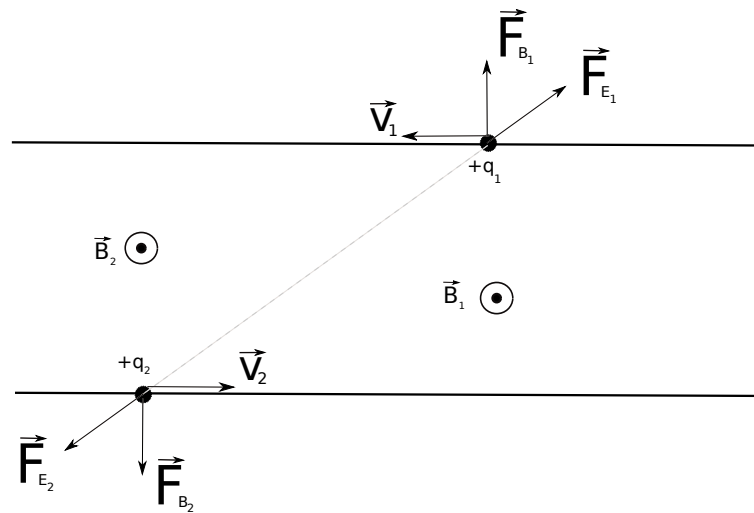
Inicialmente, podemos considerar que direção do campo magnético (não a intensidade) seja análoga à de um fio atravessado por uma corrente. Assim, o campo magnético estará sempre circulando o fio (trajetória da carga) e sua direção será dada pela regra da mão direita.

As figuras abaixo foram feitas utilizando o fato de que a força elétrica entre duas cargas é sempre na direção da linha que separa as duas cargas. A força magnética é determinada a partir da expressão de Lorentz $\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$, onde q é a carga do corpo que sofre a força, \vec{v} sua velocidade e \vec{B} o campo magnético que o corpo "sofre".

- (i) Cargas se movendo no mesmo sentido:



(ii) Cargas se movendo em sentidos opostos:



Item c

O campo não pode ser uniforme em lugar nenhum do espaço, pois na espira as linhas de campo estão sempre circulando o fio de modo que não é possível definir uma região em que as linhas de campo sejam uniformes. Como uma aproximação, poderíamos considerar o campo como uniforme em uma pequena região no plano da espira em torno do eixo.

Questão 2

a) Um pássaro sobre a água é visto por um mergulhador que está sob a superfície da água, diretamente abaixo do pássaro. O pássaro parece para o mergulhador mais próximo ou mais afastado da superfície do que realmente ele está? Explique sua resposta.

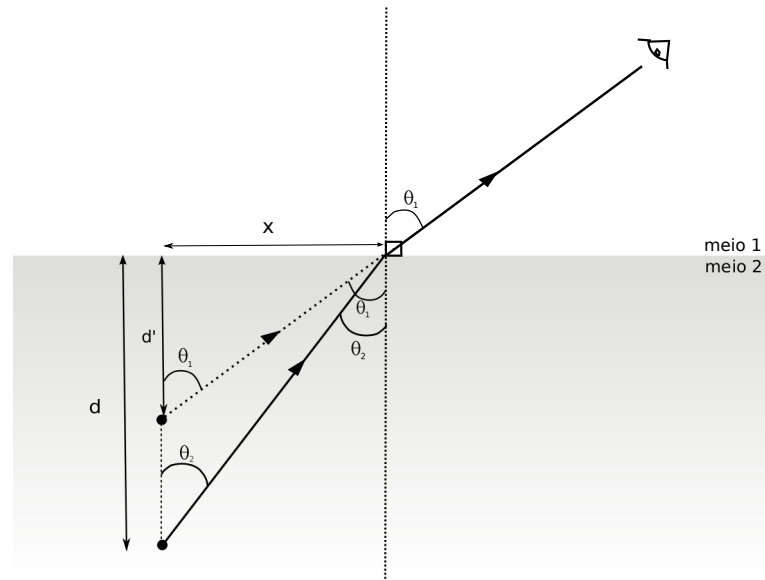
b) Como uma fina camada de água sobre uma estrada afeta a luz que você vê refletida na estrada a partir de seus próprios faróis? Como ela afeta a luz que você vê refletida dos faróis de um carro que se aproxima?

Gabarito

Item a

O pássaro parecerá mais afastado. Este é um fenômeno conhecido como dióptro plano. Pela lei de Snell, sabemos que para incidência normal da luz ela não sofre desvio e por isso, não esperaríamos que o mergulhador localizasse o pássaro nem mais próximo ou mais afastado. No entanto, os nossos olhos são separados e, conseqüentemente, a luz que chega neles nunca virá

de incidência normal, ela sempre terá um pequeno ângulo ($< 10^\circ$). Para obtermos a posição do pássaro, vamos utilizar a lei de Snell para a situação ilustrada na figura abaixo (a figura não descreve a situação do enunciado, mas nos serve como guia):



A lei de Snell nos diz que $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. Pela figura, podemos ver que $\tan \theta_1 = x/d'$ e que $\tan \theta_2 = x/d$. Para pequenos ângulos podemos considerar $\sin \theta \approx \tan \theta$. Com isso, ficamos com:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$n_1 \cdot \tan \theta_1 = n_2 \cdot \tan \theta_2$$

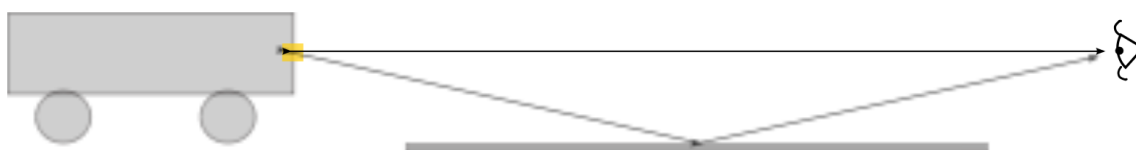
$$n_1 \cdot \frac{x}{d'} = n_2 \cdot \frac{x}{d}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d'}{d} \quad (1)$$

No nosso caso, n_1 é o índice de refração da água e n_2 é o índice de refração do ar. Sendo assim, como o índice de refração da água é maior que o do ar, d' é n_1/n_2 (> 1) vezes maior que d .

Item b

A fina camada de água funciona como um espelho (quando o ângulo de incidência estiver próximo do ângulo de reflexão interna total). No segundo caso, o que ocorre é que a luz do farol passa a não ser mais a única fonte de luz que chega aos olhos do observador. Agora o poço passa a funcionar também como fonte luminosa e quando a luz do farol chega aos seus olhos também com ela chega a luz da poça, tornando o farol difuso e verticalmente e estendido (o diagrama abaixo ilustra o que ocorre).



Questão 3

Uma partícula se encontra em uma região unidimensional, centrada em $x = 0$, sob a influência de um potencial atrativo. Compare as funções de onda da partícula para os casos de o potencial ser um poço atrativo finito (profundidade $-V_0$) e infinito (caixa), entre $-L/2$ e $L/2$, com $V = 0$ fora da região $[-L/2, L/2]$. Discuta a possibilidade de a partícula ser encontrada fora desta região, em ambos os casos. Ilustre graficamente sua explicação representando as respectivas funções de onda do estado fundamental e dos dois estados de energia seguintes da partícula, que possui energia menor que zero.

Gabarito

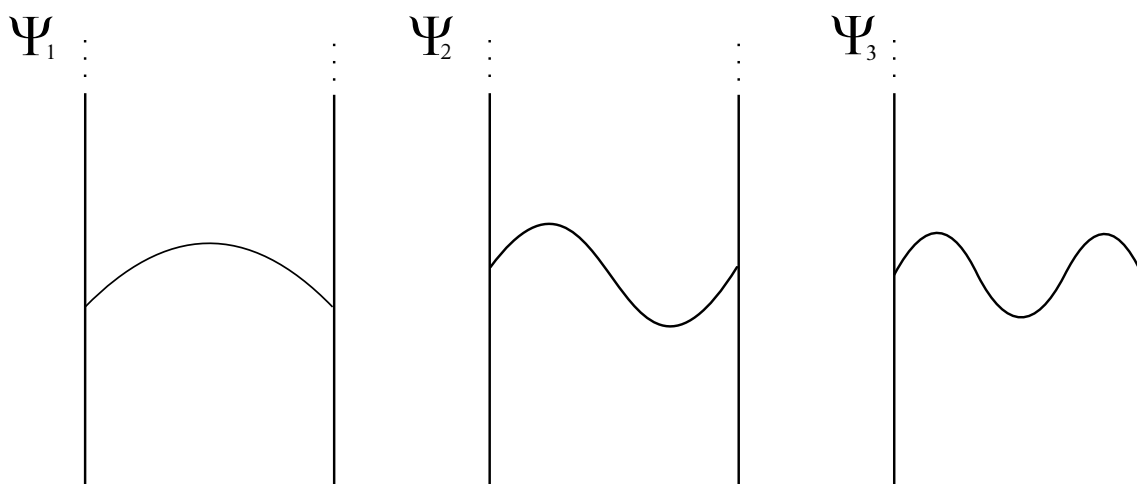
Poço infinito ($V_0 \rightarrow \infty$): A função de onda deve ser nula fora da região $[-L/2, L/2]$. Neste caso, a solução da equação de Schrödinger é análoga à uma corda vibrante com ambas extremidades fixas. A função de onda assume uma forma senoidal,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \quad (2)$$

Com a energia de cada um destes estados dada por,

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2mL^2}. \quad (3)$$

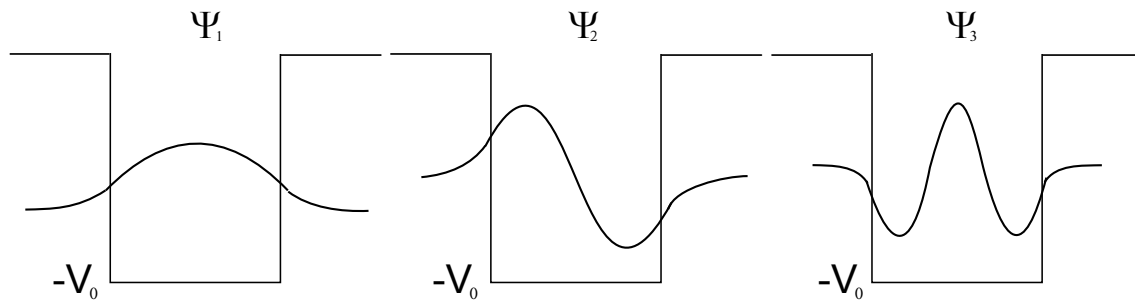
Representação gráfica dos três primeiros estados.



É impossível ($|\psi|^2 = 0$) a partícula ser observada fora da caixa.

Poço finito: As funções de onda são análogas às do poço infinito. No entanto agora, temos que resolver a equação de Schrödinger em duas regiões, dentro e fora da caixa. Dentro da caixa,

continuamos a ter funções de onda senoidais (ou cossenoidais, dependendo da paridade), mas com energias diferentes (número de onda diferente). Fora da caixa a solução da equação de Schrödinger é exponencial. A função de onda total será obtida impondo a continuidade de ψ e de $d\psi/dx$. Representação gráfica dos três primeiros estados,



Como a função de onda não mais se anula fora da caixa, agora há a probabilidade de que a partícula seja encontrada fora da caixa. Esta probabilidade diminui exponencialmente com a distância à parede.

Questão 4

- Enuncie o princípio da dualidade onda-partícula de de Broglie.
- Explique por que a energia cinética máxima dos elétrons emitidos no efeito fotoelétrico não depende da intensidade da luz incidente, mas o número total de elétrons emitidos depende dessa intensidade.

Gabarito

Item a

Todas as partículas exibem um caráter tanto de onda como o de partícula. Ou seja, os conceitos que temos sobre partícula e sobre onda, não se aplicam ao mundo quântico. Apesar disto, não precisamos usar mecânica quântica para descrever o comportamento de uma bola de futebol, por exemplo. Isto se deve ao fato de não possuímos instrumentos precisos o suficiente para percebermos o comportamento ondulatório da bola de futebol. Por exemplo, considere uma bola de massa $m = 0,4 \text{ Kg}$ que se desloca com velocidade cujo módulo vale $v = 200 \text{ m/s}$. Usando a relação de de Broglie, podemos calcular o comprimento de onda relacionado à bola de futebol:

$$\begin{aligned}
 p = mv &= \frac{h}{\lambda} \\
 \lambda &= \frac{h}{mv} \\
 \lambda &\approx 8,3 \times 10^{-36} \text{ m}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Que é impossível de ser medido.

Contudo, o comportamento ondulatório pode ser observado no âmbito microscópico, como na experiência de interferência por fenda dupla com elétrons. A luz também apresenta esta dualidade, admitindo tanto uma descrição tanto corpuscular (efeito fotoelétrico) quanto a ondulatória (que estamos acostumados).

Item b

Como o efeito fotoelétrico é uma evidência do caráter corpuscular da luz, cada fóton espalha (colide) com um único elétron do material. A energia cinética máxima de cada um destes elétrons espalhados é dada por,

$$K_{max} = h\nu - \phi_0. \quad (5)$$

Onde ν é a frequência da luz incidente (portanto, cada fóton terá energia $E = h\nu$) e ϕ_0 é a função trabalho (barreira de energia que o elétron deve atravessar para sair do material). Quando aumentamos a intensidade da luz, estamos apenas aumentando o número de fótons que colidirão com os elétrons do material e quanto mais fótons (maior intensidade) mais elétrons espalhados.

Questão 5

a) Conceitue banda de energia e a partir desse conceito explique o que são semicondutores. Esboce um esquema das bandas de energia para condutores, isolantes e semicondutores. b) Um buraco elétrico é criado quando um fóton é absorvido por um semicondutor. Como esse fenômeno torna um semicondutor capaz de conduzir eletricidade?

Gabarito

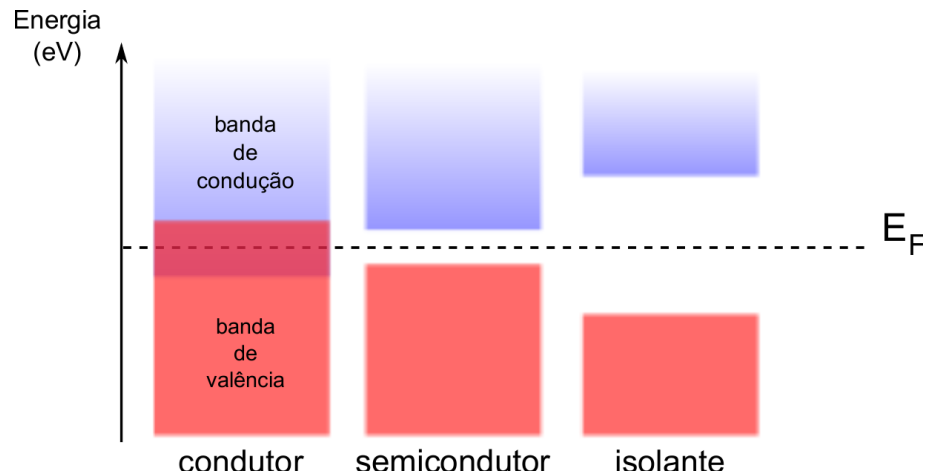
Item a

As bandas de energia são formadas pela combinação (respeitadas as propriedades de simetria da função de onda) dos orbitais de cada átomo (no caso dos átomos, os níveis de energia são bem definidos), dando origem a uma região de energias permitidas. Podemos inicialmente separar as bandas como relacionadas a duas regiões de energia dos elétrons. Os orbitais atômicos relacionados aos elétrons mais internos (níveis mais baixos de energia \rightarrow maior energia de ligação) se juntam para formar a banda de valência do sólido e os mais externos, formam a banda de condução.

A $T = 0K$, existem três possibilidades de configuração de banda possíveis que caracterizam metais, semicondutores e isolantes. Nos metais os elétrons podem, com boa aproximação, ser considerados livres, podendo assim assumir qualquer valor de energia. Neste caso, a banda de condução e de valência se intersectam. Já em semicondutores há uma região de níveis de energia proibidos (gap) que separa as duas bandas. A separação entre as duas bandas é da ordem de 1eV e por conta disso, elétrons que estão no topo da banda de valência (menos ligados) podem passar para banda de condução com o fornecimento de energia térmica ($k_B T$). Em isolantes o gap é bem maior do que o dos semicondutores, da ordem de 20 eV e com isso este apresenta

péssima condutividade elétrica.

Diagrama típico de bandas:



Item b

A absorção de um fóton na banda de valência ejeta um elétron da mesma, deixando um buraco (nível de energia disponível). Quando isto ocorre, elétrons de níveis de energia superiores decaem para este nível deixando seu antigo nível desocupado e assim sucessivamente. Esta dinâmica gera uma corrente de elétrons no sentido contrário ao do buraco, permitindo assim que o semicondutor conduza eletricidade.