Fundação CECIERJ – Vice Presidência de Educação Superior a Distância

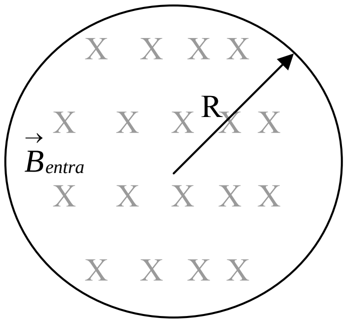
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Gabarito da 2ª Avaliação a Distância de Física para Computação

Nome: ____

Pólo: ____

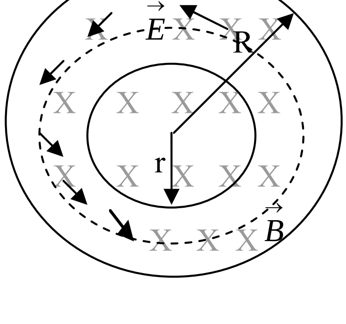
Questão	Valor	Nota
1ª Questão	1,0	
2ª Questão	1,0	
3ª Questão	1,0	
4ª Questão	1,0	
5ª Questão	1,0	
6ª Questão	1,0	
7ª Questão	1,0	
8ª Questão	1,0	
9ª Questão	1,0	
10ª Questão	1,0	
TOTAL	**10,0**	

1ª Questão:
Um campo magnético B é perpendicular ao plano da página. B é uniforme através de uma região circular de raio R, como mostrado na figura. Externamente a essa região, B é igual a zero. A direção de B permanece fixa, e a taxa de variação de B é dB/dt. Quais são o módulo e a direção do campo elétrico induzido na página (a) a uma distância $r<R$ a partir do centro da região circular e (b) a uma distância $r>R$ a partir do centro, onde $B=0$?



Solução:

O campo magnético $\vec{B}$ está dentro da página e cobre uniformemente a região circular de raio R, como mostrado na figura abaixo. Conforme B aumenta ou diminui o fluxo magnético através de uma superfície limitada por uma curva fechada C também varia, e um fem $\varepsilon = \oint_C \vec{E}\,\vec{dl}$ é induzida em torno de C. O campo elétrico induzido é encontrado pela aplicação de $\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = -d\phi_m / dt$. Para usar a vantagem da simetria do sistema, escolhe-se C como sendo uma curva circular de raio r e então se avalia a integral de linha. Pela simetria, $\vec{E}$ é tangente ao círculo C e possui o mesmo módulo em qualquer ponto do círculo. Atribui-se a direção de $\hat{n}$ para dentro da página. A convenção de sinais então diz que a direção tangente positiva está no sentido horário. Calcula-se então o fluxo magnético ϕ_m, a partir da sua derivada no tempo, e resolve-se para E_t .



(a)1. Os campos $\vec{B}$ e $\vec{E}$ estão relacionados por: $\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = -d\phi_m / dt$ onde $\phi_m = \int_S \vec{B} \bullet \hat{n}\, dA$.

2. A componente tangencial de $\vec{E}$, E_t, é encontrada a partir da integral de linha para um círculo de raio r<R. $\vec{E}$ é tangente ao círculo e possui um módulo constante:

$$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = \int_C E_t dl = E_t \int_C dl = E_t 2\pi r .$$

3. Para r<R, $\vec{B}$ é uniforme sobre a superfície plana S limitada pelo círculo C. Escolheu-se $\hat{n}$ na direção para dentro da página. Como $\vec{B}$ está também para dentro da página, o fluxo através de S é simplesmente BA:

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \bullet \hat{n}\, dA = \int_S B_n\, dA = B_n \int_S dA = BA = B\pi r^2 .$$

4. Calcula-se a derivada no tempo de ϕ_m: $\dfrac{d\phi_m}{dt} = \dfrac{d}{dt}(B\pi r^2) = \dfrac{dB}{dt}\pi r^2$.

5. Substituem-se os resultados do passo 3 e 4 no resultado do passo 1, e resolve-se para E_t. A direção tangencial positiva é no sentido horário.

$E_t 2\pi r = -\dfrac{dB}{dt}\pi r^2$ então $E_t = -\dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt}, \qquad r < R$.

6. Para a escolha da direção de $\hat{n}$ no passo 3, a direção tangencial positiva é no sentido horário: E_t é negativa, então $\vec{E}$ está no sentido anti-horário.

(b) 1. Para o círculo de raio r>R (a região onde campo magnético é nulo), a integral de linha e a mesma que antes:

$$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = E_t 2\pi r$$

2. Uma vez que B=0 para r>R, o módulo do fluxo através de S é $B\pi R^2$:

$\phi_m = B\pi R^2$

3. Aplica-se a lei de Faraday para encontrar E_t:

$$E_t 2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi R^2$$

$$E_t = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}, \quad r > R$$

E_t é negativa, então $\vec{E}$ está no sentido anti-horário.

2ª Questão:

(a) Determine o fluxo magnético através de um solenóide que tem comprimento de 0,20m, raio de 0,025m, compõe-se de 300 voltas e transporta uma corrente de 7,5 A.
(b) Encontre a auto-indutância de um solenóide com comprimento de 10cm, área 5cm^2 e 100 voltas.

Solução:
a)
Um solenóide produz um campo correspondente a uma combinação de espiras (neste caso, 300) sendo, no seu interior o fluxo proporcional ao número de voltas (espiras), à área e ao campo magnético. Assim, escreve-se

$$\phi_m = NBA = N\mu_0 nI\,A = N\mu_0 \frac{N}{l} I\,A = \frac{\mu_0 N^2 I\,\pi r^2}{l} =$$
$$= \frac{4\pi X10^{-7}\frac{Tm}{A}(300voltas)^2(7{,}5A)\pi.(0{,}025m)^2}{0{,}20m} =$$
$$= 0{,}0833\;T.m^2 = 0{,}0833\,Wb$$

b)
O fluxo magnético através de um solenóide de comprimento D e N voltas transportando corrente I é da forma

$$\phi_m = \frac{\mu_0 N^2 I\,A}{D} = \mu_0 n^2 D\,I\,A$$

onde n é o número de espiras por unidade de comprimento. A partir do fluxo, tem-se

$$L = \mu_0 n^2 D\,A$$
$$= \left(4\pi\;X\;10^{-7} H/m\right)\left(10^3\,\frac{voltas}{m}\right)^2 \left(0{,}1m\right)\left(5X10^{-4}m^2\right)$$
$$= 6{,}28X10^{-5}H$$

3ª Questão:

Dois fios longos e paralelos, separados por uma distância d, transportam correntes i e 3i no mesmo sentido. Localize o ponto ou os pontos em que seus campos magnéticos se cancelam.

Solução: O campo magnético será nulo ao longo de uma linha contida no plano formado pelos dois fios paralelos, localizada entre os dois fios. Supondo que tal plano seja horizontal, que o fio à esquerda transporte a corrente $i_1 = 3i$, que o fio à direita transporte a corrente $i_2 = i$, chamemos de x a distância do fio mais à esquerda até o ponto P onde o campo magnético é nulo. Neste caso, o fio com a corrente i estará a uma distância d-x do ponto P.
No ponto P, o campo B_e devido ao fio à esquerda será proporcional a $3i/x$, isto é, $B_e \propto 3i/x$. O campo B_d devido ao fio à direita será $B_d \propto i/(d-x)$. Para que o

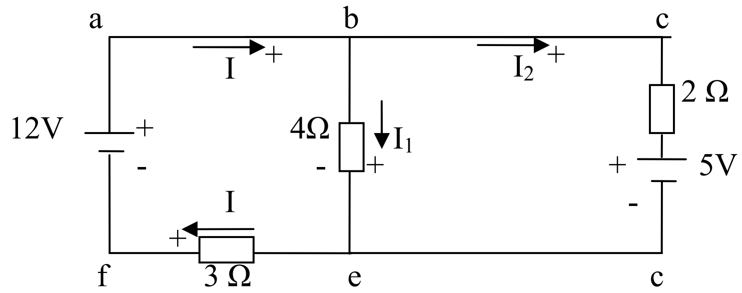
campo se anule em P, devemos ter $B_d = B_e$. Como a constante de proporcionalidade é a mesma, podemos escrever:
$\frac{i_1}{x} = \frac{i_2}{d-x}$.

Resolvendo esta equação obtemos: $x = \frac{i_1}{i_1 + i_2} d = \frac{3i}{3i+i} d = \frac{3}{4} d$.

Portanto vemos que o ponto P está a 3d/4 do fio que transporta a corrente 3i ou, equivalentemente, a d/4 do fio que transporta a corrente i.

4ª Questão:

(a) Determine a corrente em cada ramo do circuito na figura. (b) Determine também a energia dissipada no resistor de 4 Ω em 3s.



Solução:

(a)

O circuito possui três ramos e como vemos três correntes I, I_1 e I_2. Com isso precisamos de três relações para encontrá-las. A primeira relação é dada pela aplicação da lei dos nós ao nó b: $I = I_1 + I_2$ (1)

Agora aplicamos a lei das malhas em abcdefa:

$$12V - (2\Omega)I_2 - 5V - (3\Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

Dividindo essa equação por 1Ω e lembrando que $1V/1\Omega = 1A$, temos:

$$7A - 3I_1 - 5I_2 = 0 \quad (2)$$

Para obter a terceira relação procedemos de maneira análoga no circuito bcdeb e obtemos:

$$-5A + 4I_1 - 2I_2 = 0 \quad (3)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (2) e (3), obtemos: $I_1 = 1{,}5A$ e $I_2 = 0{,}5A$.

Utilizando a equação (1), temos que $I = 2{,}0A$.

(b) Potência dissipada: $P = I_1^2 R = (1,5A)^2 (4\Omega) = 9W$

E a energia total dissipada é dada por: $W = P\Delta t = (9W) * 3s = 27J$

5ª Questão:
Obtenha uma expressão para o cálculo da capacitância de um capacitor cilíndrico constituído por dois condutores, cada um de comprimento L. Um dos condutores é um cilindro de raio R_1 e o outro é um casca coaxial com raio interno R_2, de modo que $R_1 < R_2 << L$.

Solução:
Vamos considerar que o condutor interno tenha uma carga +Q e o externo uma carga –Q. Com isso vamos calcular a diferença de potencial $V=V_2-V_1$ através da lei de Gauss. Analisando que o campo elétrico não é uniforme, ele depende da variação de R (raio da superfície gaussiana que nesse caso é um cilindro colocado entre os dois condutores), precisaremos realizar uma integração para obter a diferença de potencial.

1 – A capacitância é definida através da relação: C = Q/V

2 – O potencial V está relacionado ao campo elétrico: $dV = -\vec{E} \bullet d\vec{\ell}$, onde ℓ é o comprimento da superfície gaussiana, isto é, o comprimento do cilindro que colocamos entre os dois condutores.

3 – Para se obter o E_r, define-se, como já mencionado, uma superfície gaussiana de forma cilíndrica com raio R e comprimento ℓ, onde $(R_1<R<R_2)$ e $\ell << L$. A superfície cilíndrica é localizada longe das extremidades das cascas cilíndricas ($\ell << L$).

4 – Longe das extremidades das cascas o campo $\vec{E}$ é radial, de modo que não há fluxo de $\vec{E}$ através das extremidades planas do cilindro. A área da região curva do cilindro é $2\pi R\ell$, de modo que a lei de Gauss fornece:

$$\begin{aligned}\phi_{res} &= \oint_S E_n dA = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{\text{int}} \\ &= E_r 2\pi R\ell = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{\text{int}}\end{aligned}$$

5 – Admitindo que a carga por unidade de comprimento no interior da casca seja uniformemente distribuída, obtemos Q_{int}: $Q_{\text{int}} = \frac{\ell}{L} Q$

6 – Utilize a expressão de Q_{int} e explicite E_r:

$$E_r\, 2\pi R\ell = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\ell}{L}Q$$

e logo,

$$E_r = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0 R}$$

7 – Agora parar achar o potencial tem:

$$V_{R2} - V_{R1} = -\int_{R1}^{R2} E_r\, dR$$
$$= -\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\int_{R1}^{R2}\frac{dR}{R} = -\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

Assim,

$$V = \left|V_{R2} - V_{R1}\right| = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

E, portanto temos que a capacitância é dada por:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi L\varepsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Observe que a capacitância em capacitores cilíndricos é proporcional ao comprimento dos condutores.

6ª Questão:

Um campo magnético uniforme, B, é perpendicular ao plano de uma espira circular de raio r. O módulo do campo varia com o tempo de acordo com a relação $B = B_0 e^{-t/\tau}$, onde B_0 e τ são constantes. Encontre a fem induzida na espira em função do tempo.

Solução: Chamando $A = \pi r^2$ a área da espira e observando que o ângulo entre a normal ao plano e o campo magnético é nulo (cos 0º = 1), temos pela lei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -\pi r^2\frac{d}{dt}(B_0 e^{-t/\tau}) = \frac{\pi r^2 B_0 e^{-t/\tau}}{\tau}$$

7ª Questão:
A envoltória central de difração de uma figura de difração por duas fendas contém 11 franjas claras e os primeiros mínimos de difração eliminam (coincidem com) franjas claras. Quantas franjas de interferência existem entre o primeiro e o segundo mínimos da envoltória?

Solução: Franjas claras de interferência ocorrem para ângulos θ dados por $a\ sen\theta = m\lambda$ onde d é a separação das fendas, λ é o comprimento de onda, e m é um inteiro. Para as fendas deste problema d = 11a/2, de modo que $a\ sen\theta = 2m\lambda/11$.
O primeiro mínimo do padrão de difração ocorre num ângulo θ_1 dado por $a\ sen\theta_1 = \lambda$ e o segundo ocorre para um ângulo θ_2 dado por $a\ sen\theta_2 = 2\lambda$, onde a é a largura da fenda.
Desejamos contar os valores de m para os quais $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ou, o que é a mesma coisa, os valores de ma para os quais $sen\theta_1 < sen\theta < sen\theta_2$. Isto implica temos
$$1 < \frac{2m}{11} < 2,$$
Que é satisfeita para m= 6, 7, 8, 9, 10 (5 franjas).

8ª Questão:
Uma bobina de auto-indutância de 5mH e resistência 15Ω é colocada entre os terminais de uma bateria de 12V e resistência interna desprezível. (a) Qual é a corrente final? (b) Qual é a constante de tempo? (c) Quantas constantes de tempo são necessárias para a corrente atingir 90% de seu valor final?

Solução: Observe que estamos tratando de um circuito RL e para esse tipo de circuito o comportamento da corrente em função do tempo é dado por: $I = \frac{\varepsilon_0}{R}(1-e^{-t/\tau})$ onde $\tau = L/R$ é a constante de tempo.
(a) O valor final da corrente pode ser obtido fazendo dI/dt igual a zero na equação acima. Assim,
$$I_f = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{12V}{15\Omega} = 0,8A$$

(b) Como visto antes, a constante de tempo é: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{5X10^{-3}H}{15\Omega} = 333\mu s$

(c) Para obter a quantidade de constantes de tempo necessárias devemos fazer $I=0.9I_f$ e aplicar em $I = I_f(1-e^{-t/\tau})$, assim:

$$e^{-t/\tau} = (1-\frac{I}{I_f})$$
Aplicando logaritmo de ambos os lados da igualdade temos que:
$$-\frac{t}{\tau} = \ln(1-\frac{I}{I_f})$$

Portanto,

$$t = -\tau \ln(1 - \frac{I}{I_f}) = -\tau \ln(1 - 0,90)$$
$$t = -\tau \ln(0,1) = -\tau(-2,30) = 2,30\tau$$

9ª Questão:
Determine as funções de onda correspondentes a um elétron confinado em uma região unidimensional de comprimento L e as energias correspondentes. Calcule a probabilidade de encontrar a partícula em uma faixa de largura 0,02·L centrada no meio da caixa, nos estados correspondentes aos números quânticos 1,2,3 e 4.

Solução:

As funções de onda normalizadas do elétron na caixa são:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi\frac{x}{L}\right).$$

Já a energia total do elétron é dado pela sua energia cinética:

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

E pela relação de Broglie temos:

$$E_{cin} = E_n = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}$$

Considerando que a função de onda seja contínua e portanto nula nos extremos x = 0 e x = L. Temos a mesma situação das ondas estacionárias numa corda fixa em x = 0 e x = L, e os resultados são os mesmos, portanto o comprimento de onda é dado por $\lambda_n = 2L/n.$ e portanto as energias permitidas são dadas por:

$$E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2} = n^2E_1$$

Agora vamos admitir que o elétron esteja no estado fundamental e a probabilidade P de se encontrar o elétron em um intervalo infinitesimal dx é $\Psi^2 dx$ onde Ψ é dada pela relação anterior. Nesse caso a probabilidade nesse caso é dada por $\Psi^2\Delta x$ onde $\Delta x = 0{,}02L$. Assim,

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi\frac{x}{L}\right)$$

Logo $$\Psi_n^2(\frac{L}{2}) = \frac{2}{L}\text{sen}^2\left(n\pi\frac{\frac{L}{2}}{L}\right) = \frac{2}{L}\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

E a probabilidade é dada por:

$$P_n = \Psi_n^2(\frac{L}{2})\Delta x = \frac{2}{L}\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)\Delta x$$

E como $\Delta x = 0{,}02L$, temos:

$$P_n = \frac{2}{L}\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)0{,}02L = 0{,}04\,\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Portanto para cada número quântico:

$$P_1 = 0{,}04\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

$$P_2 = 0{,}04\,\text{sen}^2(\pi) = 0$$

$$P_3 = 0{,}04\,\text{sen}^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

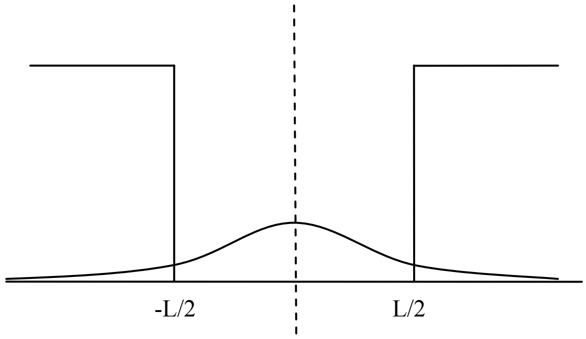
$$P_4 = 0{,}04\,\text{sen}^2(2\pi) = 0$$

10ª Questão:
Descreva graficamente as funções de onda e as densidades de probabilidade correspondentes aos 3 primeiros estados de energia de uma partícula em relação a um poço de potencial (poço quadrado) de largura L e de altura finita ($-U_0$). Há regiões em que a partícula não pode ser encontrada? Em quais lugares? Considere que a energia E da partícula está entre a do fundo do poço e a da região externa ao poço, nula.

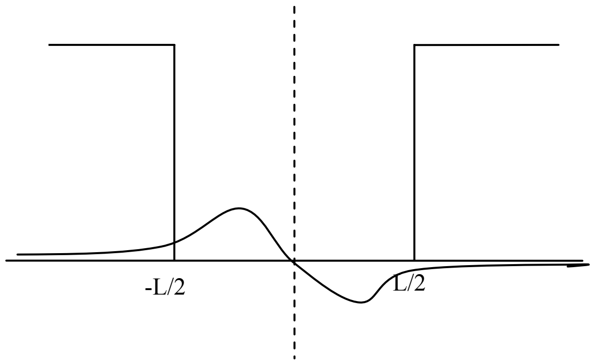
Solução:

Não há região onde a partícula não possa ser encontrada, pois a probabilidade (produto da densidade de probabilidade pelo intervalo) de onde encontrá-la é diferente de zero em todo o domínio. Há regiões onde a probabilidade é muito reduzida, como no caso, da vizinhança dos valores nulos da função de onda. A seguir, os gráficos para os três primeiros estados de energia, observem que os gráficos se comportam como exponenciais negativas fora do poço:

Nível 1:



Nível 2:



Nível 3: