Aula 11

Professor:

Mauricio Kischinhevsky

Eletricidade e magnetismo (Parte 1)

Conteúdo:

Campo elétrico, distribuições discretas e contínuas de cargas

Carga elétrica

Histórico

O atrito entre dois materiais gera um desbalanço entre as cargas elétricas, que migram de um para o outro. Esta constatação tem **milênios** e está associada ao próprio nome que origina a denominação eletricidade, **elétron** (âmbar em grego). Constata-se que ambos os materiais ficam alterados eletricamente, e atraem-se mutuamente. No século XIX Benjamin Franklin propôs um **modelo** em que cargas negativas (os elétrons) passavam de um material ao outro, ficando este com **excedente de cargas negativas** e aquele carregado positivamente por **falta das cargas negativas** transferidas. Alguns materiais têm maior **facilidade em ceder elétrons** do que outros, o que determina o sentido da transferência no caso de atrito entre eles. Os efeitos tradicionalmente abordados inicialmente referem-se à **Eletrostática**, que discute efeitos elétricos relativos a **cargas em repouso**.

Carga elétrica

Quantização da carga

A matéria é constituída por **átomos**, que são **eletricamente neutros**. No núcleo estão **prótons** e **nêutrons**, sendo o **número atômico** o número de prótons, e "orbitando" em volta do núcleo estão os elétrons. Cada **próton tem carga positiva** e cada **elétron tem carga negativa** de mesmo valor e sinais opostos, sendo "e" a do próton e "-e" a do elétron. A **carga** da partícula, próton ou elétron, é uma **propriedade intrínseca da partícula**, assim como sua massa ou spin. Portanto, o **número de elétrons de um átomo é idêntico ao seu número de prótons.**
Sendo um **quantum** uma unidade indivisível, diz-se que qualquer carga que ocorre na natureza é quantizada, ou seja, composta de **quanta** da carga "e", ou seja, um **múltiplo inteiro de "e"**.

Quantização da carga

Nos **processos macroscópicos** de transferência de carga o número de cargas transferidas para um objeto a partir do outro é tal que a carga total se conserva. Nos **processos microscópicos**, como colisões em que pode haver criação ou destruição de partículas, a **carga elétrica total** também **se conserva**. Ou seja, a **Lei de Conservação da Carga Elétrica** é uma lei fundamental da natureza.

No Sistema Internacional a carga elétrica é expressa em **coulombs**. Um coulomb (C) é **definido** como a quantidade de carga que passa por um condutor em um segundo quando a corrente no condutor é de 1 A (um ampère). Assim, o valor absoluto da carga do elétron, **unidade fundamental de carga**, corresponde a

$$e \cong 1,60 \times 10^{-19} C$$

Exemplo:

Uma moeda de cobre (número atômico 29) possui massa de **3g**. Qual a carga total (Q) correspondente a todos os elétrons desta moeda, sabendo que a massa molecular do cobre é de **63,5g/mol**?

Resposta:

A **carga total** será igual ao **número de elétrons multiplicado por "-e"**, como o número de elétrons é igual ao número de átomos de cobre presente (Na) multiplicado por 29 , tem-se que obter o número de átomos de cobre presentes em 3g, ou seja,

$$N_a = (3g) \times \frac{6,02 \times 10^{23} \frac{atomos}{mol}}{63,5 \frac{g}{mol}} = 2,84 \times 10^{22} \ atomos \ e,$$

consequentemente,

$$N_e = 29 \frac{eletrons}{atomo} \times N_a = 29 \frac{eletrons}{atomo} \times 2,84 \times 10^{22} \ atomos = 8,24 \times 10^{23} \ eletrons \ ou,$$

finalmente,

$$Q = N_e \times (-e) = (8,24 \times 10^{23} \ eletrons) \times (-1,6 \times 10^{-19} \frac{C}{eletron}) = -1,32 \times 10^5 C.$$

Condutores e isolantes

Materiais em que os **elétrons podem se movimentar livremente**, como o cobre e outros metais, são chamados **condutores**. Outros, como **madeira e vidro**, são chamados **isolantes**. Os elétrons responsáveis pela condução são aqueles mais distantes do núcleos, menos ligados a estes (ou seja, cuja energia para desligar do átomo é pequena). Cada **átomo que perde um elétron é dito ionizado**. O condutor como um todo é dito **eletricamente neutro** se, para cada íon com carga "e", houver um elétron (carga "-e").

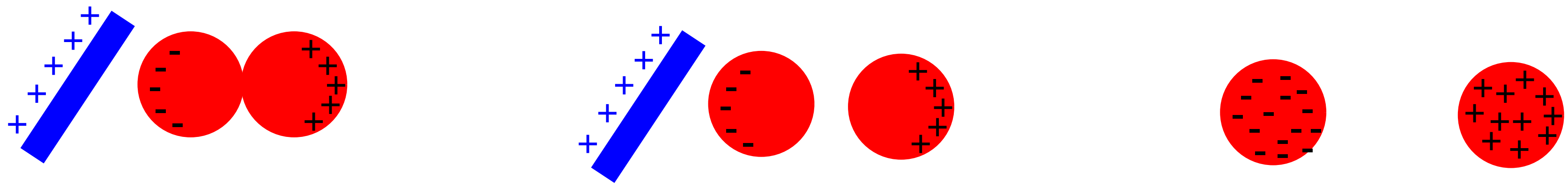
Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Carga por indução

A movimentação de cargas induzida pela **aproximação de objetos carregados a objetos metálicos** pode produzir objetos eletricamente carregados.

Exemplo:

Considere duas esferas metálicas, inicialmente eletricamente neutras, colocadas em contato, conforme a figura abaixo. **Aproximando-se uma haste positivamente carregada de uma das esferas**, sem contato com ela, ela vai produzir um **acúmulo de cargas negativas na região da esfera próxima à haste**. Simultaneamente, e como consequência da polarização, **a região da outra esfera mais distante da haste ficará positivamente carregada**. Separando-se as esferas, ambas ficam carregadas com cargas que se compensam devido à conservação de carga. Mais que isso, **as cargas se distribuirão agora uniformemente por toda a esfera**.



(1) (2) (3)

Exercício:

Duas esferas condutoras idênticas, uma com carga "+Q" e outra inicialmente descarregada, são colocadas em contato.

(a) Qual é o valor da nova carga de cada uma das esferas?

(b) Enquanto as esferas estão em contato, uma barra com carga negativa é aproximada, sem contato, de uma das esferas, fazendo com que ela fique com carga igual a "+2Q". Qual é, então a carga na outra esfera?

Resposta:

(a) Cada esfera está com carga "+Q/2", pela conservação de carga.

(b) Como a carga total é a mesma, "+Q", a outra esfera ficou com carga "-Q".

Lei de Coulomb

Histórico

Charles Coulomb (durante a segunda metade do séc. XVIII), trabalhou com **carga por indução** para chegar à conclusão de que:

"A força exercida por uma carga puntiforme sobre outra atua na direção da linha reta que passa pelas cargas. Ela varia inversamente com o quadrado da distância de separação das cargas e é proporcional ao produto das cargas. A força é repulsiva (atrativa) se as cargas possuírem sinais idênticos (contrários)".

Ou, algebricamente, a força entre as partículas com cargas q_1 e q_2,

$$\vec{F}_{1,2} = k\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}_{1,2}, \; onde \; k = 8,99 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2} \; e \; a \; constante \; de \; Coulomb.$$

Força exercida por um sistema de cargas

Cada carga exerce força sobre as outras, e a força total sobre uma das partículas decorre do **Princípio da Superposição** das forças.

Exemplo:

Três cargas puntiformes estão apoiadas sobre o eixo x; q_1 está na origem, q_2 está na posição 2m, q_o está em uma posição x>2m.

(a) Qual a força resultante sobre qo devida a q_1 e q_2 se $q_o = +20nC$, $q_1 = +25nC$, $q_1 = -10nC$ e $x=3,5m$?

(b) Qual a força resultante sobre qo devida a q_1 e q_2 se $q_o = +20nC$, $q_1 = +25nC$, $q_2 = -10nC$ e $2 < x\infty$?

Resposta:

(a)

$$\vec{F}_{0,1} = k\frac{q_o q_1}{(3,5m\ -\ 0m)^2}\hat{i} = (8,99\times 10^9 N.m^2/C^2)\frac{(20\times 10^{-9}\times 25\times 10^{-9}.C^2)}{(3,5m)^2}\hat{i} = (0,367\mu N)\hat{i}$$

$$\vec{F}_{0,2} = k\frac{q_o q_2}{(3,5m\ -\ 2m)^2}\hat{i} = (-0,799\mu N)\hat{i},\ compondo$$

$$\vec{F}_{\cdot resultante} = \vec{F}_{0,1}\ +\ \vec{F}_{0,2} = (-0,432\mu N)\hat{i}.$$

(b)

$$\vec{F}_{0,1} = k\frac{q_o q_1}{x^2}\hat{i}$$

$$\vec{F}_{0,2} = k\frac{q_o q_2}{(x\ -\ 2m)^2}\hat{i},\ compondo$$

$$\vec{F}_{\cdot resultante} = \vec{F}_{0,1}\ +\ \vec{F}_{0,2} = k.(\frac{q_o q_1}{x^2} + \frac{q_o q_2}{(x\ -\ 2m)^2})\hat{i}.$$

Obs: para x=3,5m a força era no sentido negativo de x, para grandes valores de x, é como se a carga qo estivesse interagindo apenas com uma carga referente à soma das cargas q_1 e q_2 , ou seja, no sentido positivo de x:

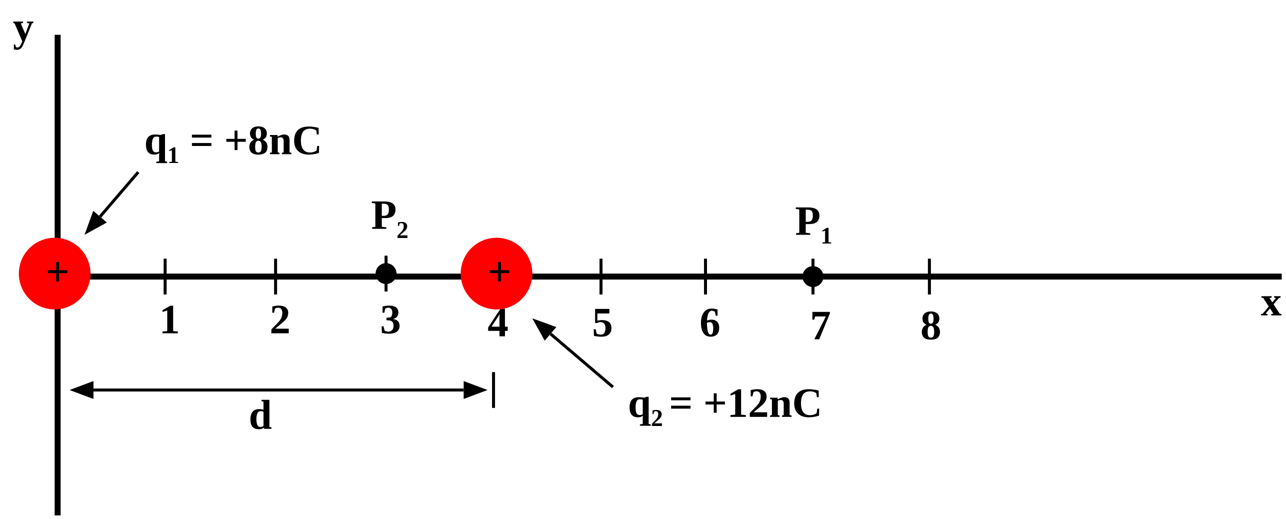
$$\vec{F}_{\cdot resultante} \approx (\frac{k.q_o.(q_1+q_2)}{x^2})\hat{i}.$$

O campo elétrico

Introdução

A **força elétrica** exercida por uma carga sobre outra é um exemplo de **ação à distância**, semelhante ao caso gravitacional. Da mesma forma que naquele caso, introduz-se a noção de um **campo gerado por uma carga** (ou um conjunto de cargas), com atuação em todo o espaço, que gera a força sobre uma outra carga quando esta é posicionada espacialmente onde o campo é não-nulo. A **força** tem intensidade igual ao **produto da carga submetida ao campo multiplicada pelo campo elétrico** no ponto onde a carga foi posicionada. Ou seja,

$$\vec{F} = q.\vec{E}.$$



Exemplo:

Uma carga positiva q_1 = 8nC é posicionada na origem do plano xy; uma segunda carga positiva q_2 =12nC é colocada sobre o eixo x a uma distância 4m da origem. Determine o campo elétrico resultante

(a) no ponto $7m.\hat{i}$;

(b) no ponto $3m.\hat{i}$;

(c) no ponto $3m.\hat{j}$;

Resposta:

(a)

$$\vec{E}_{\cdot resultante} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k\frac{q_1}{(7m-0m)^2}\hat{i} + k\frac{q_2}{(7m-4m)^2}\hat{i}$$

$$(8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{8\times10^{-9}.C}{(7m)^2}\hat{i} \;+\; (8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{12\times10^{-9}.C}{(3m)^2}\hat{i} = (13,5N/C)\hat{i}.$$

(b)

$$\vec{E}_{\cdot resultante} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k\frac{q_1}{(3m-0m)^2}\hat{i} \;+\; k\frac{q_2}{(3m-4m)^2}-\hat{i}$$

$$(8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{8\times10^{-9}.C}{(3m)^2}\hat{i} \;+\; (8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{12\times10^{-9}.C}{(1m)^2}\hat{i} = (-100\ N/C)\hat{i}.$$

(c)

$$\vec{E}_{\cdot resultante} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k\frac{q_1}{(3m-0m)^2}\hat{j} \;+\; k\frac{q_2}{(3m)^2+(4m)^2}\hat{v} =$$

$$(8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{8\times10^{-9}.C}{(3m)^2}\hat{j} \;+\; (8,99\times10^9 N.m^2/C^2)\frac{12\times10^{-9}.C}{(1m)^2}\hat{v},$$

onde

$$\hat{v} = (sen\theta)(-\vec{i}) + (cos\theta)\hat{j} = -0,8\hat{i} + 0,6\hat{i}\ \ ou\ seja$$

$$\vec{E}_{\cdot resultante} = [-(4,32N/C).0,8]\hat{i} + [(7,99N/C) + (4,32N/C).0,6]\hat{j}$$

$$= -(3,46N/C)\hat{i} + (10,6N/C)\hat{j}.$$

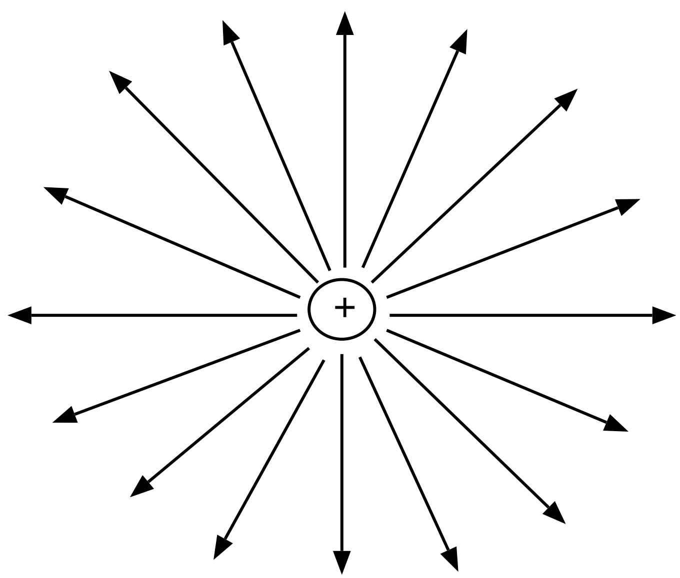
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Linhas de campo elétrico

Introdução

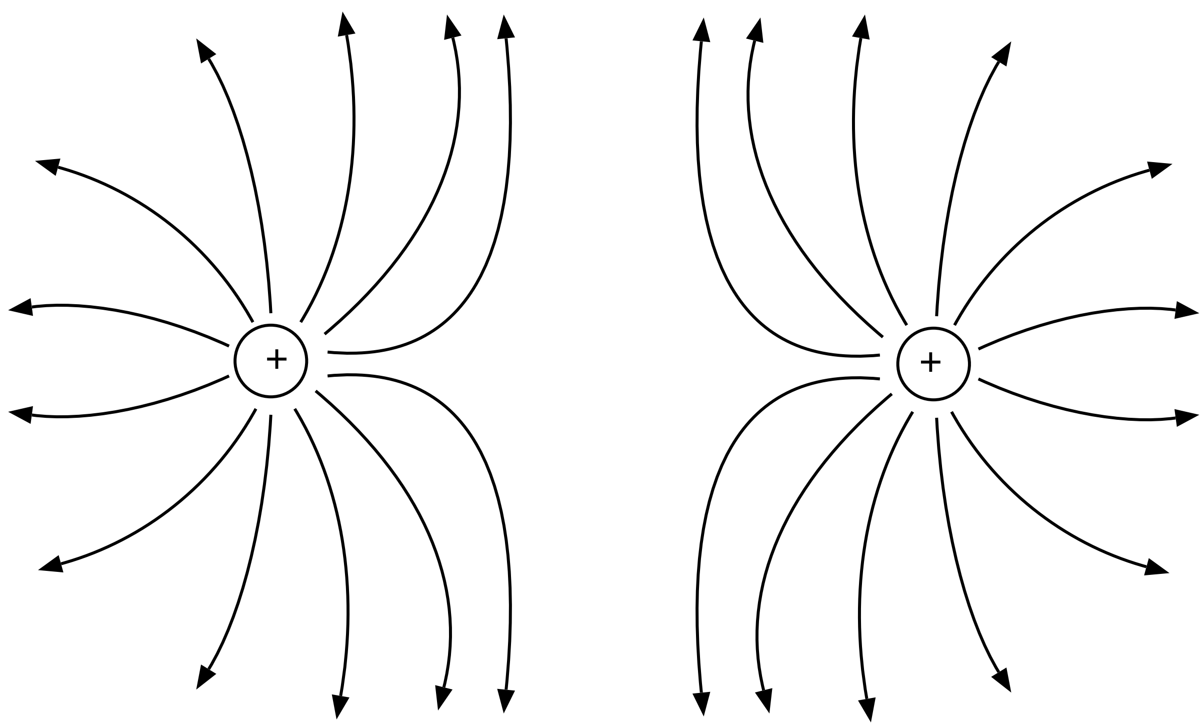
Pode-se visualizar o campo elétrico através da representação de linhas que indiquem sua orientação. Para um ponto arbitrário no campo, **o vetor campo elétrico é tangente à linha que passa por ele**. As linhas são denominadas **linhas de força**, pois mostram pictoricamente a força exercida sobre uma carga de prova positiva.

Para uma **carga puntiforme positiva o campo elétrico é orientado radialmente afastando-se da carga**. No caso de carga negativa, o sentido é para a carga.



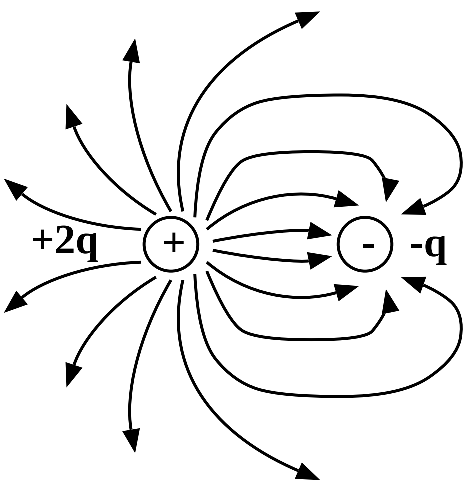
Exemplo 1:

Observe as linhas de força correspondentes a duas cargas puntiformes positivas. Note, também, que a grande distância das duas cargas elas formam aproximadamente um **conjunto com carga somada** e isto vai se refletir na aparência das **linhas de força**.

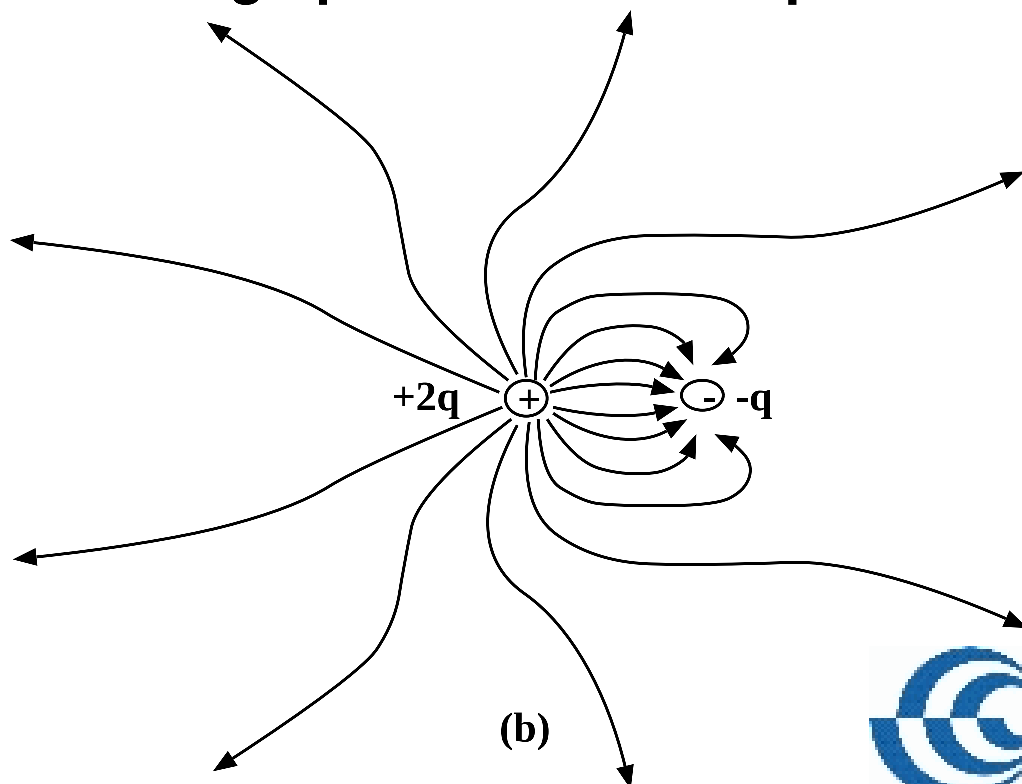


Exemplo 2:

Aqui se exibem as **linhas de força de um dipolo elétrico**. Observe que o **número de linhas que emergem de uma carga puntiforme positiva** e o **número de linhas que convergem para a carga puntiforme negativa** têm relação com as cargas. Assim, no caso de uma carga **+2q** próxima a uma carga negativa **-q**, da **carga positiva emerge um número de linhas que é o dobro do número de linhas que convergem para a negativa**, produzindo, **quando visto de longa distância, a emergência de linhas de força de uma carga puntiforme de +q**.



(a)



(b)

Movimento de cargas puntiformes em campos elétricos

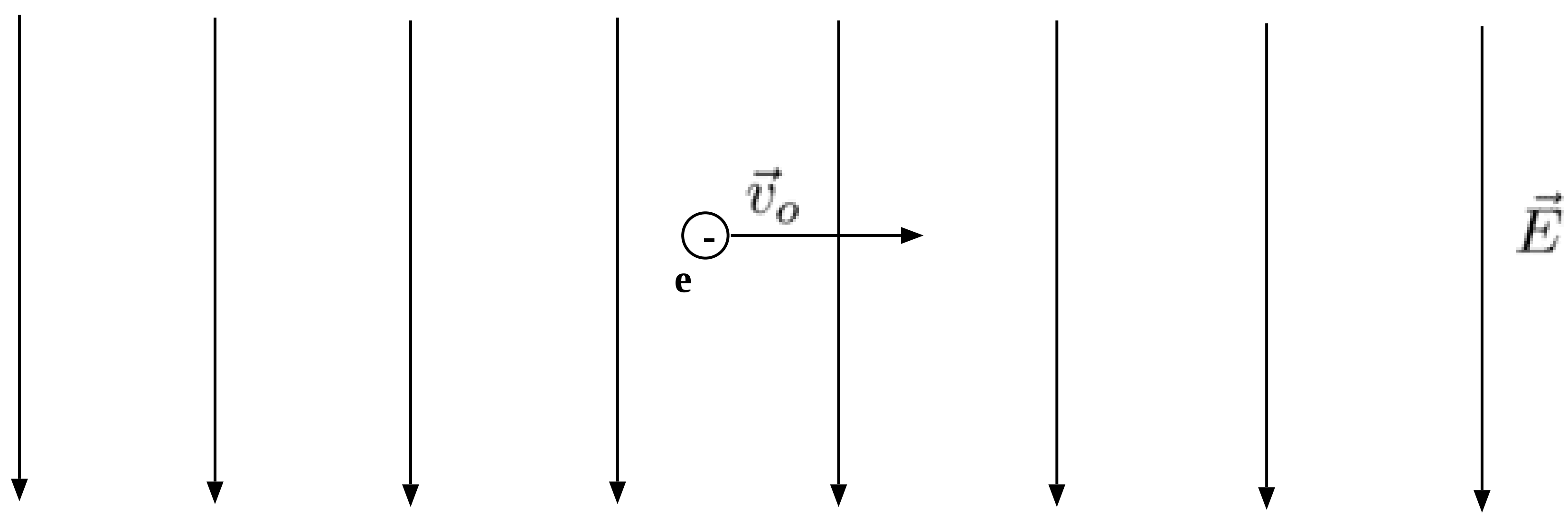
Introdução

Quando uma **partícula com carga q e massa m é colocada em um campo elétrico** ela fica sujeita a uma **força proporcional à sua carga e ao campo** no ponto. A aceleração a que ela fica sujeita $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}.$

Note que no caso de elétrons, a velocidade pode se tornar uma fração significativa da velocidade da luz e a análise teria que levar em conta as correções da **Teoria da Relatividade.** Em 1897 J.J. Thomson utilizou o desvio de elétrons em campos elétricos conhecidos para comprovar sua **existência** e sua **relação carga/massa**.
Exemplos de **dispositivos** que utilizam **deflexão de elétrons por campos elétricos** incluem tubos de imagem de televisores e os osciloscópios.

Exemplo:

Um elétron entra em um campo elétrico uniforme $\vec{E} = (-200N/C)\hat{j}$, com uma velocidade inicial (conforme a figura abaixo) $\vec{v}_o = (10^6 m/s)\hat{i}$.



(a) Compare as forças gravitacional e elétrica atuando sobre o elétron;

(b) Qual o valor do desvio sofrido pelo elétron após percorrer 1cm em x?

Resposta:

(a) Para calcular a relação entre a força elétrica, de módulo q.E = -e.E e a força gravitacional m.g , faz-se

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{e.E}{m.g} = \frac{(1,6 \times 10^{-19}C)(2000N/C)}{(9,11 \times 10^{-31}kg)(9,81N/kg)} = 3,6 \times 10^{13}.$$

Observe, então, a predominância do fenômeno elétrico sobre o gravitacional.

(b) Pode-se escrever o percurso vertical com aceleração constante como $y=(1/2).a.t^2$. Durante o percurso de 1 cm=0,01m ao longo de x, com velocidade constante ocorre a deflexão. Ou seja,

$$y = \frac{1}{2}\frac{(1,6 \times 10^{-19}C)(2000N/C)}{9,11 \times 10^{-31}kg}(\frac{0,01m}{10^6 m/s})^2 = 1,76cm.$$

A Distribuição de Maxwell-Boltzmann (continuação)

Em um gás com N moléculas o número de moléculas com velocidade entre v e v+dv é dN, sendo dN=N.f(v).dv.

A função f(v) pode ser obtida a partir da mecânica estatística e assume a forma

$$f(v) \approx v^2 e^{-\left(\frac{(mv^2)}{2kt}\right)}$$

onde a constante de proporcionalidade é $4\pi^{-1/2}$ $(m / 2kT)^{3/2}$.

A distribuição de energia

A distribuição de velocidades moleculares pode ser escrita em termos de uma distribuição de energia. Desta forma, o número de moléculas com energia no intervalo entre E e E+dE é dado por dN=N.F(E).dE onde F(E) é a função distribuição de energia. Sendo E = (1/2).m.v^2, dE=m.v.dv e, também, N.f(v).dv= N.F(E).dE . Pode-se obter a distribuição em energia como

$$F(E) \approx E^{1/2} e^{-\left(\frac{E}{kt}\right)},$$

onde o primeiro termo se refere à **densidade de estados** e o outro é a probabilidade de o estado estar ocupado, o **fator de Boltzmann**.