HALLIDAY, RESNICK, WALKER, FUNDAMENTOS DE FÍSICA, 8.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 2008.

FÍSICA 1

CAPÍTULO 2 – MOVIMENTO RETILÍNEO

01. Um automóvel viaja em uma estrada retilínea por 40 km a 30 km/h. Em seguida, continuando no mesmo sentido, percorre outros 40 km a 60 km/h. (a) Qual é a velocidade média do carro durante este percurso de 80 km? (Suponha que o carro se move no sentido positivo de x.) (b) Qual é a velocidade escalar média? (c) Trace o gráfico de x em função de t e mostre como calcular a velocidade média a partir do gráfico.

(**Pág. 33**)

Solução.

(a) A velocidade média (v_m) no percurso total corresponde à razão entre o deslocamento total (Δx_{12}) e o intervalo de tempo total (Δt):

$$v_m = \frac{\Delta x_{12}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \qquad (1)$$

Na Eq. (1), as grandezas com índice 1 referem-se à primeira etapa da viagem e as com índice 2 à segunda etapa da viagem, como descrito no enunciado. O termo $2\Delta x$ é devido à igualdade entre Δx_1 e Δx_2. Em relação às etapas da viagem, suas velocidades médias valem:

$$v_{m1} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1}$$

$$v_{m2} = \frac{\Delta x}{\Delta t_2}$$

Explicitando o tempo de cada etapa, teremos:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v_{m1}} \qquad (2)$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v_{m2}} \qquad (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1):

$$v_m = \frac{2\Delta x}{\frac{\Delta x}{v_{m1}} + \frac{\Delta x}{v_{m2}}} = \frac{2 v_{m1} v_{m2}}{v_{m2} + v_{m1}} = \frac{2\ \ 30\text{ km/h}\ \ \ 60\text{ km/h}}{60\text{ km/h}\ +\ 30\text{ km/h}}$$

$$\boxed{v_m = 40\text{ km/h}}$$

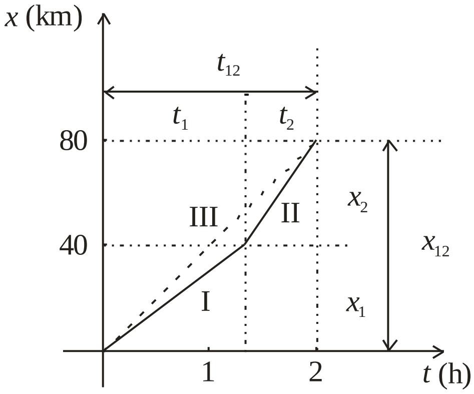
O estudante deve ter percebido que o cálculo da velocidade média é função apenas das velocidades médias de cada uma das etapas. Isso é conseqüência da igualdade entre os deslocamentos envolvidos nessas etapas.

(b) A velocidade escalar média (v_{em}) é a razão entre a distância total percorrida (s) e o intervalo de tempo (Δt). No presente caso, temos $s = \Delta x_{12}$. Portanto:

$$v_{em} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\Delta x_{12}}{\Delta t} = v_m$$

$$\boxed{v_{em} = 40\text{ km/h}}$$

(c) No gráfico a seguir são mostrados os deslocamentos e intervalos de tempo parciais e totais. A linha I corresponde à primeira etapa da viagem e a II à segunda etapa. A linha tracejada III corresponde ao trajeto total. As declividades dessas correspondem às velocidades médias dos trajetos correspondentes.



02. Um carro sobe uma ladeira com uma velocidade constante de 40 km/h e desce a ladeira com uma velocidade constante de 60 km/h. Calcule a velocidade escalar média da viagem de ida e volta.

(**Pág. 33**)

Solução.

Como os deslocamentos envolvidos na subida e descida têm o mesmo módulo, a situação é semelhante à do Probl. 1. Usaremos os índices *S* para subida e *D* para descida.

$$v_{em} = \frac{s_{SD}}{\Delta t_{SD}} = \frac{s_S + s_D}{\Delta t_S + \Delta t_D} = \frac{2s}{\Delta t_S + \Delta t_D} \qquad (1)$$

Na equação acima, *s* é o comprimento da ladeira. Explicitando o tempo de cada etapa, teremos:

$$\Delta t_S = \frac{s}{v_S} \qquad (2)$$

$$\Delta t_D = \frac{s}{v_D} \qquad (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1):

$$v_{em} = \frac{2s}{\frac{s}{v_S} + \frac{s}{v_D}} = \frac{2 v_S v_D}{v_D + v_S} = \frac{2\ \ 40\text{ km/h}\ \ \ 60\text{ km/h}}{60\text{ km/h}\ +\ 40\text{ km/h}}$$

$$\boxed{v_{em} = 48\text{ km/h}}$$

17. A posição de uma partícula que se move ao longo do eixo *x* é dada em centímetros por $x = 9{,}75 + 1{,}50\ t^3$, onde *t* está em segundos. Calcule (a) a velocidade média durante o intervalo de tempo de t = 2,00 s a t = 3,00 s; (b) a velocidade instantânea em t = 2,00 s; (c) a velocidade instantânea em t = 3,00 s; (d) a velocidade instantânea em t = 2,50 s; (e) a velocidade instantânea quando a partícula está na metade da distância entre suas posições em t = 2,00 s e t = 3,00 s. (f) Plote o gráfico de x em função de t e indique suas respostas graficamente.

(Pág. 34)

Solução.

(a) Chamando de x_0 a posição da partícula em t_0 = 2,00 s e de x_1 sua posição em t_1 = 3,00 s, os valores de x_0 e x_1 serão:

$$x_0 = 9,75 + 1,50\ 2,00^{\ 3} = 21,75 \text{ cm}$$

$$x_1 = 9,75 + 1,50\ 3,00^{\ 3} = 50,25 \text{ cm}$$

A velocidade média da partícula no intervalo de tempo $t_1 - t_0$ será:

$$v_{m,01} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{50,25 \text{ cm} - 21,75 \text{ cm}}{3,00 \text{ s} - 2,00 \text{ s}}$$

$$\boxed{v_{m,01} = 28,5 \text{ cm/s}}$$

(b) A velocidade instantânea v corresponde à derivada da função $x(t)$ em relação a t:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\ 9,75 + 1,50t^3\ = 4,50t^2$$

Logo, para t_0 = 2,00 s teremos:

$$v_0 = 4,50\ 2,00^{\ 2}$$

$$\boxed{v_0 = 18,0 \text{ cm/s}}$$

(c) Para t_1 = 3,00 s teremos:

$$v_1 = 4,50\ 3,00^{\ 2}$$

$$\boxed{v_1 = 40,5 \text{ cm/s}}$$

(d) Para t_2 = 2,50 s teremos:

$$v_2 = 4,50\ 2,50^{\ 2} = 28,125 \text{ cm/s}$$

$$\boxed{v_2 \approx 28,1 \text{ cm/s}}$$

(e) A metade da distância entre as posições da partícula em t_0 = 2,00 s e t_1 = 3,00 s corresponde à posição x_3, definida por:

$$x_3 = \frac{x_0 + x_1}{2} = \frac{21,75 \text{ cm} + 50,25 \text{ cm}}{2} = 36 \text{ cm}$$

A partícula alcança a posição x_3 no instante de tempo t_3, que vale:

$$x_3 = 9,75 + 1,50t_3^3$$

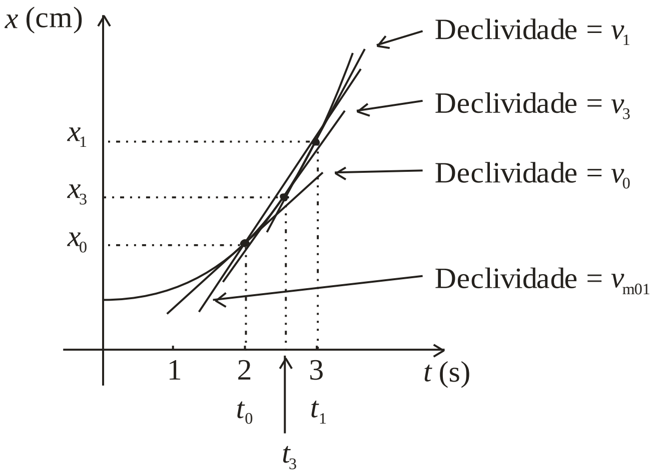
$$t_3 = \sqrt[3]{\frac{36 - 9,75}{1,50}} = 2,5962\cdots \text{s}$$

Logo, a velocidade v_3 da partícula no instante t_3 será:

$$v_3 = 4,50\ 2,5962\cdots^{\ 2} = 30,3322\cdots \text{cm/s}$$

$$\boxed{v_3 \approx 30,3 \text{ cm/s}}$$

(f)



41. A Fig. 2-28 mostra um carro vermelho e um carro verde que se movem um em direção ao outro. A Fig. 2-29 é um gráfico do movimento dos dois carros que mostra suas posições x_{0verde} = 270 m e $x_{0vermelho}$ = 35,0 m no instante t = 0. O carro verde tem uma velocidade constante de 20,0 m/s e o carro vermelho parte do repouso. Qual é o módulo da aceleração do carro vermelho?

Fig. 2-28 Problemas 40 e 41

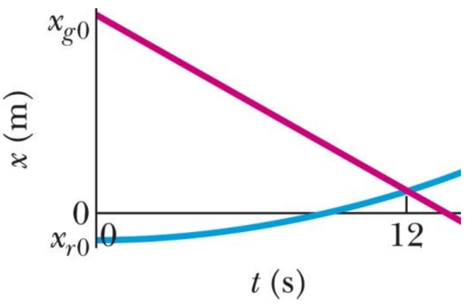


Fig. 2-29 Problema 41

(**Pág. 36**)

Solução.

Vamos utilizar os índices r e g para os carros vermelho (*red*) e verde (*green*), respectivamente. O carro verde possui movimento com velocidade constante. Logo:

$$x = x_0 + v_0 t$$

$$x_1 = x_{g0} + v_g t_1$$

$$x_1 = \ 270\ \text{m} \ + \ -20\ \text{m/s} \quad 12\ \text{s}$$

$$x_1 = 30\ \text{m}$$

x_1 é a coordenada x correspondente ao instante de tempo t_1 = 12 s. O carro vermelho possui movimento com aceleração constante. Logo, sua equação de movimento será:

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_1 - x_{r0} = 0 + \frac{1}{2}a_r t_1^2$$

$$a_r = \frac{2\left(x_1 - x_{r0}\right)}{t_1^2}$$

Substituindo-se o valor de x_1 calculado anteriormente:

$$a_R = \frac{2\left[\left(30\text{ m}\right) - \left(-35\text{ m}\right)\right]}{\left(12\text{ s}\right)^2} = 0,90277\cdots\text{m/s}^2$$

$$\boxed{a_R \approx 0,90\text{ m/s}^2}$$

Observação: Você deve ter notado que os sinais negativos de x_{r0} e de v_g não foram dados no enunciado. Essas informações foram obtidas a partir do gráfico fornecido.

70. Duas partículas se movem ao longo do eixo *x*. A posição da partícula 1 é dada por $x = 6,00\ t^2 + 3,00\ t + 2,00$, onde *x* está em metros e *t* em segundos; a aceleração da partícula 2 é dada por $a = -8,00\ t$, onde *a* está em metros por segundo ao quadrado e *t* em segundos. No instante $t = 0$ a velocidade é de 20 m/s. Em que instante as duas partículas têm a mesma velocidade?
(**Pág. 38**)

Solução.

Sendo a posição da partícula 1 dada por:

$$x_1 = 6,00t^2 + 3,00t + 2,00$$

Sua velocidade em função do tempo será:

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = 12,0t + 3,00 \qquad (1)$$

Sendo a aceleração da partícula 2 dada por:

$$a_2 = -8,00t$$

Sua velocidade em função do tempo será:

$$a_2 = \frac{dv}{dt} = -8,00t$$

$$dv = -8,00t\ dt$$

$$\int_{v_0}^{v_2} dv = -8,00\int_{t_0}^{t} t\ dt$$

$$v_2 - v_0 = -8,00\frac{\left(t^2 - t_0^2\right)}{2}$$

Foi mencionado que em $t_0 = 0$ a velocidade da partícula 2 é $v_0 = 20$ m/s. Logo

$$v_2 = \left(20\text{ m/s}\right) - 8,00\frac{\left(t^2 - 0\right)}{2}$$

$$v_2 = 20 - 4,00t^2 \qquad (2)$$

Igualando-se (1) e (2), teremos:

$$12,0t + 3,00 = 20 - 4,00t^2$$

$$4,00t^2 + 12,0t - 17 = 0$$

As raízes dessa equação são 1,0495...s e –4,0495...s. O instante de tempo positivo corresponde à solução do problema. Portanto:

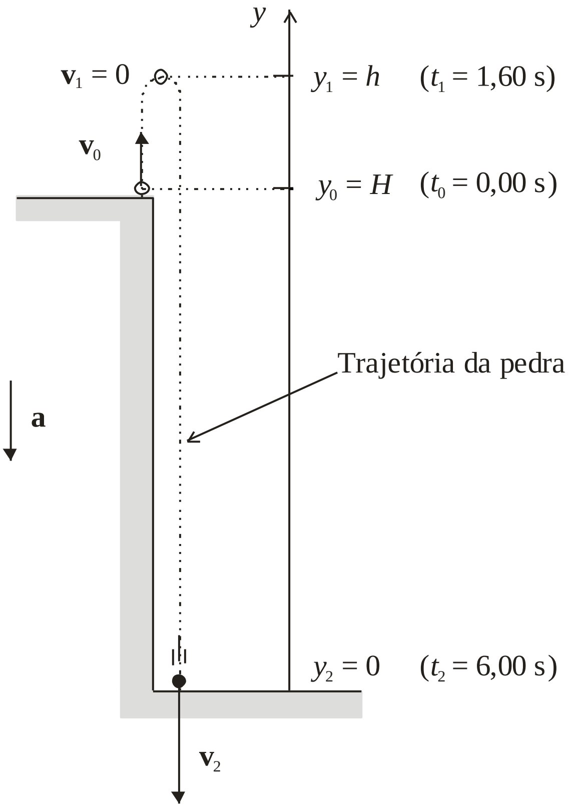
$$\boxed{t \approx 1{,}1\ \text{s}}$$

88. Uma pedra é lançada verticalmente para cima a partir da borda do terraço de um edifício. A pedra atinge a altura máxima 1,60 s após ter sido lançada. Em seguida, após quase se chocar com o edifício, a pedra chega ao solo 6,00 s após ter sido lançada. Em unidades SI: (a) com que velocidade a pedra foi lançada? (b) Qual a altura máxima atingida pela pedra em relação ao terraço? (c) Qual a altura do edifício?

(**Pág. 39**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



(a) Análise do percurso entre os instantes de tempo t_0 e t_1:

$$v_1 = v_0 - gt_1$$

$$0 = v_0 - gt_1$$

$$v_0 = (9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}60\ \text{s}) = 15{,}68\ \text{m/s}$$

$$\boxed{v_0 \approx 16\ \text{m/s}}$$

(b) A altura máxima acima do edifício corresponde a $h - H$. Para determiná-la, vamos novamente analisar o percurso entre os instantes de tempo t_0 e t_1:

$$y_1 - y_0 = vt + \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h - H = 0 + \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}60\ \text{s})^2 = 12{,}544\ \text{m}$$

$$\boxed{h - H \approx 13\ \text{m}}$$

(c) A altura do edifício corresponde a H. Para determiná-la, vamos analisar o percurso entre os instantes de tempo t_0 e t_2:

$$y_2 - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$0 - H = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$H = -v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2 = -\left(15,68\ \text{m/s}\right)\left(6,00\ \text{s}\right) + \frac{1}{2}\left(9,8\ \text{m/s}^2\right)\left(6,00\ \text{s}\right)^2 = 82,32\ \text{m}$$

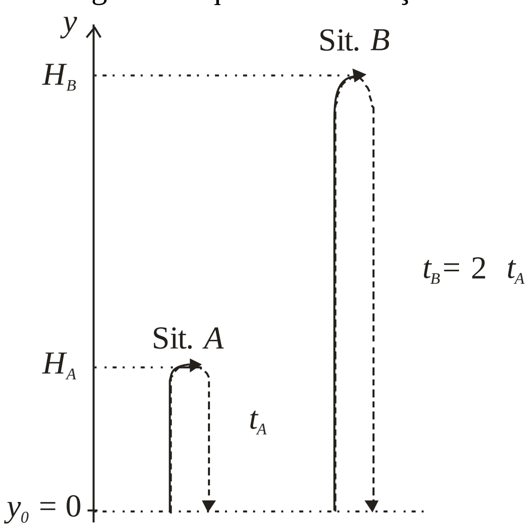
$$\boxed{H \approx 82\ \text{m}}$$

99. Um certo malabarista normalmente arremessa bolas verticalmente até uma altura H. A que altura as bolas devem ser arremessadas para passarem o dobro de tempo no ar?

(**Pág. 40**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Vamos utilizar a seguinte equação na coordenada y para analisar o movimento de subida das bolas nas situações A e B:

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2} g t^2$$

Na situação A, teremos:

$$H_A - 0 = 0 + \frac{1}{2} g \Delta t_A^2$$

$$H_A = \frac{1}{2} g \Delta t_A^2 \qquad (1)$$

Na situação B, teremos:

$$H_B - 0 = 0 + \frac{1}{2} g \Delta t_B^2 = \frac{1}{2} g \left(2\Delta t_A\right)^2$$

$$H_B = 2 g \Delta t_A^2 \qquad (2)$$

Dividindo-se (2) por (1), teremos:

$$\frac{H_B}{H_A} = \frac{2g\Delta t_A^2}{\frac{1}{2}g\Delta t_A^2}$$

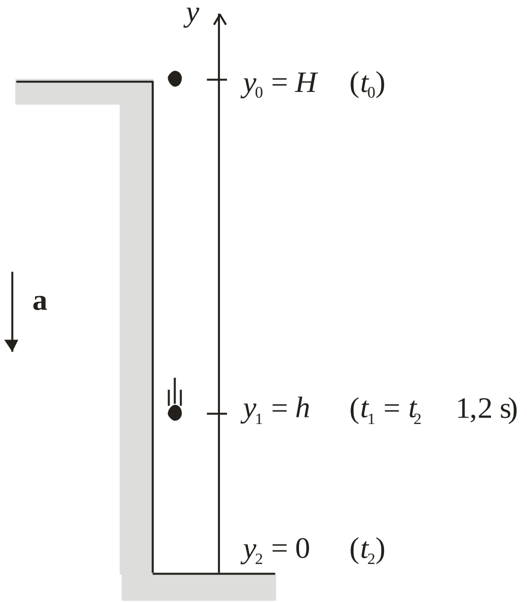
$$\boxed{H_B = 4H_A}$$

106. Deixa-se cair uma pedra, sem velocidade inicial, do alto de um edifício de 60 m. A que distância do solo está a pedra 1,2 s antes de chegar ao solo?

(Pág. 40)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Primeiro vamos analisar o movimento de queda da pedra do alto do edifício (índice 0) até o solo (índice 2). A equação geral do movimento é:

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

Aplicando-se os índices corretos, teremos:

$$y_2 - y_0 = 0 - \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$0 - H = \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3,4992\cdots\text{s}$$

O valor de t_1 é igual a t_2 – 1,2 s. Logo:

$$t_1 = 2,2992\cdots\text{s}$$

Agora podemos analisar o movimento de queda da pedra desde o alto do edifício até a coordenada y_1:

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

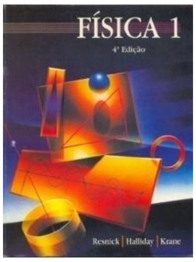
Aplicando-se os índices corretos, teremos:

$$y_1 - y_0 = 0 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h - H = -\frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h = H - \frac{1}{2}gt_1^2 = \ 60\ \text{m}\ = \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \text{m/s}^2\quad 2{,}2992\cdots\text{s}\ = 34{,}0954\cdots\text{m}$$

$$\boxed{h \approx 34\ \text{m}}$$



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

CAPÍTULO 2 – MOVIMENTO UNIDIMENSIONAL

01. Que distância seu carro percorre, a 88 km/h, durante 1 s em que você olha um acidente à margem da estrada?

(**Pág. 28**)

Solução.

Como o problema trata de um movimento que ocorre com velocidade constante, deve-se utilizar a Eq. (1).

$$x = x_0 + v_x t \qquad (1)$$

A distância procurada corresponde ao deslocamento $\Delta x = x - x_0$.

$$x - x_0 = \Delta x = v_x t$$

$$\Delta x = (88\ \text{km/h}) \times \left(\frac{1\ \text{m/s}}{3{,}6\ \text{km/h}} \right) \times (0{,}50\ \text{s}) = 12{,}222\cdots\ \text{m}$$

A resposta deve ser expressa com apenas um algarismo significativo:

$$\boxed{\Delta x \approx 10\ \text{m}}$$

02. Um jogador de beisebol consegue lançar a bola com velocidade horizontal de 160 km/h, medida por um radar portátil. Em quanto tempo a bola atingirá o alvo, situado a 18,4 m?

(**Pág. 28**)

Solução.

Apesar do movimento da bola ser bidimensional (ao mesmo tempo em que a bola viaja até a base horizontalmente, ela sofre ação da gravidade e cai verticalmente) só precisamos nos preocupar com o seu movimento horizontal. Isto é devido a esse movimento ser o responsável pela situação exposta no enunciado. O movimento horizontal da bola não está sujeito à aceleração da gravidade ou a qualquer outra aceleração (exceto, é claro, à aceleração causada pela força de resistência do ar, que é desprezada) e deve ser tratado como movimento com velocidade constante.

$$x = x_0 + vt$$

$$t = \frac{x - x_0}{v} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{(18{,}4\ \text{m})}{(160\ \text{km/h}) \times \left(\frac{1\ \text{m/s}}{3{,}6\ \text{km/h}} \right)}$$

$$\boxed{t = 0{,}414\ \text{s}}$$

08. Um avião a jato pratica manobras para evitar detecção pelo radar e está 35 m acima do solo plano (veja Fig. 24). Repentinamente ele encontra uma rampa levemente inclinada de 4,3°, o que é difícil de detetar. De que tempo dispõe o piloto para efetuar uma correção que evite um choque com o solo? A velocidade em relação ao ar é de 1.300 km/h.

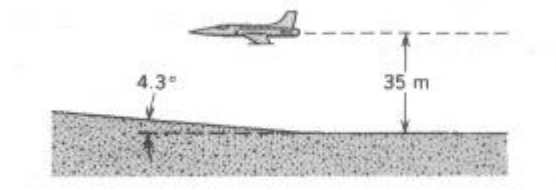
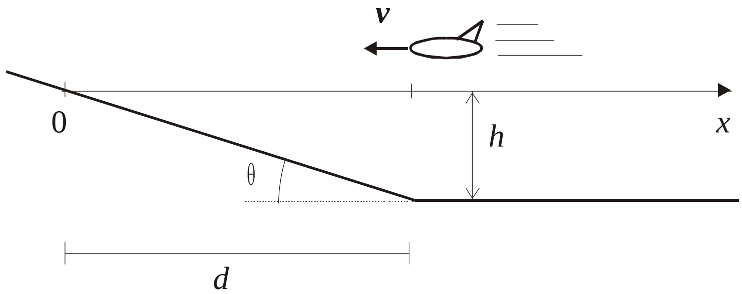


Fig. 24 Problema 8.

(**Pág. 28**)

Solução.

O avião desloca-se em movimento retilíneo com velocidade constante. Considere o esquema abaixo para a resolução do problema.



Analisando o movimento do avião no eixo *x*, temos:

$$x = x_0 + vt$$

$$0 = d + vt$$

$$t = -\frac{d}{v} \qquad (1)$$

Como o valor de *d* não foi dado, é preciso calculá-lo.

$$\tan\theta = \frac{h}{d}$$

$$d = \frac{h}{\tan\theta} \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$t = -\frac{h}{v\tan\theta} = \frac{-(35\text{ m})}{\left(\frac{-1.300}{3,6}\text{ km/h}\right)\tan 4,3^{\text{o}}} = 1,289035...\text{ s}$$

$$\boxed{t \approx 1,3\text{ s}}$$

11. Calcule sua velocidade escalar média nos dois casos seguintes. (a) Você caminha 72 m à razão de 1,2 m/s e depois corre 72 m a 3,0 m/s numa reta. (b) Você caminha durante 1,0 min a 1,2 m/s e depois corre durante 1,0 min a 3,0 m/s numa reta.

(**Pág. 28**)

Solução.

(a) Precisamos lembrar que a velocidade escalar média é a razão entre a distância percorrida (não o deslocamento) e o intervalo de tempo decorrido no percurso.

$$v_{em} = \frac{s_1 + s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_1}{v_1}} = \frac{72\text{ m} + 72\text{ m}}{\frac{72\text{ m}}{1,2\text{ m/s}} + \frac{72\text{ m}}{3,0\text{ m/s}}} = \frac{2}{\frac{1}{1,2\text{ m/s}} + \frac{1}{3,0\text{ m/s}}} = 1,714\cdots\text{m/s}$$

$$\boxed{v_{em} \approx 1,7\text{ m/s}}$$

(b)

$$v_{em} = \frac{s_1 + s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1\Delta t_1 + v_2\Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{1,2\text{ m/s}\;\;60\text{ s} + 3,0\text{ m/s}\;\;60\text{ s}}{60\text{ s} + 60\text{ s}} = \frac{1,2\text{ m/s} + 3,0\text{ m/s}}{2}$$

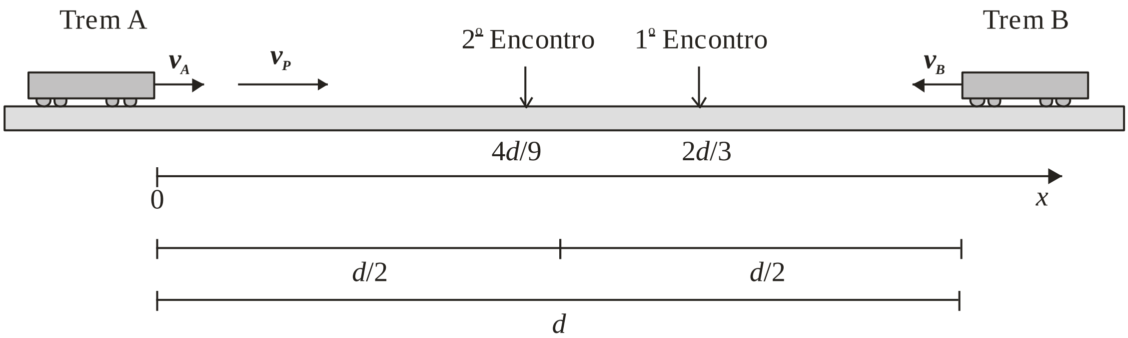
$$\boxed{v_{em} = 2,1\text{ m/s}}$$

12. Dois trens, cada um com a velocidade escalar de 34 km/h, aproximam-se um do outro na mesma linha. Um pássaro que pode voar a 58 km/h parte de um dos trens quando eles estão distantes 102 km e dirige-se diretamente ao outro. Ao alcançá-lo, o pássaro retorna diretamente para o primeiro trem e assim sucessivamente. (a) Quantas viagens o pássaro pode fazer de um trem ao outro antes de eles se chocarem? (b) Qual a distância total que o pássaro percorre?

(**Pág. 28**)

Solução.

Neste problema vamos resolver primeiro o item (b) e em seguida o item (a).



(b) Como os trens viajam à mesma velocidade, porém em sentidos contrários, o choque dar-se-á na coordenada d/2. O tempo (Δt) do percurso de cada trem será igual ao tempo de vôo do pássaro. Logo, para o trem A:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d/2}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{d}{2v_A}$$

Para o pássaro:

$$v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Delta s = 2v_A \frac{d}{2v_A}$$

$$\Delta s = d$$

Portanto, o pássaro percorre uma distância igual à separação inicial dos trens, ou seja:

$$\boxed{\Delta s = 102\text{ km}}$$

(a) Em primeiro lugar, vamos calcular a coordenada x do primeiro encontro (x_1).

$$x_1 = x_{0P} + v_P t \tag{1}$$

$$x_1 = x_{0B} + v_B t \tag{2}$$

Nestas equações, $x_{0p} = 0$ e $x_{0B} = d$ são as posições do pássaro e do trem B no instante zero e $v_P = -2 v_B$ e v_B são as velocidades do pássaro e do trem B. Como no momento do primeiro encontro o pássaro e o trem B estarão na mesma coordenada (x_1), podemos igualar (1) e (2).

$$x_{0B} + v_B t = x_{0P} + v_P t$$

$$d + v_B t = 0 + (-2v_B)t$$

$$t = \frac{-d}{3v_B} \tag{3}$$

Substituindo-se (3) em (1):

$$x_1 = x_{0P} + v_P = 0 + (-2v_B)\frac{-d}{3v_B}$$

$$x_1 = \frac{2d}{3}$$

De maneira semelhante, pode-se demonstrar que o segundo encontro se dará na coordenada $4d/9$. Como conseqüência, do primeiro para o segundo encontro o pássaro percorre uma distância igual a $2d/3 – 4d/9 = 2d/9$, que é igual a 2/3 de $d/3$. Também pode ser demonstrado que do segundo para o terceiro encontro ele percorre uma distância igual a 2/3 de 1/3 de $d/3$, e assim por diante. Em resumo:

Viagem do pássaro	Distância percorrida		
1	2/3 d	=	2/3 d
2	2/3 . 1/3 . d	=	$2/3^2\ d$
3	2/3 . 1/3. 1/3 . d	=	$2/3^3\ d$
…	…		…
n	2/3 . 1/3 . …. 1/3 . d	=	$2/3^n\ d$

A soma das distâncias percorridas em cada trecho de ida e vinda do pássaro deve ser igual a d (resposta do item b):

$$\frac{2}{3}d + \frac{2}{3^2}d + \frac{2}{3^3}d + \cdots + \frac{2}{3^n}d = d$$

Ou seja:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{3^i} = \frac{1}{2} \tag{4}$$

Pode-se demonstrar que (4) somente será verdadeira se $n = \infty$ (Utilize sua calculadora para verificar esta afirmação). Portanto, em teoria, o pássaro fará um número infinito de viagens.

14. Que distância percorre em 16 s um corredor cujo gráfico velocidade-tempo é o da Fig. 25?

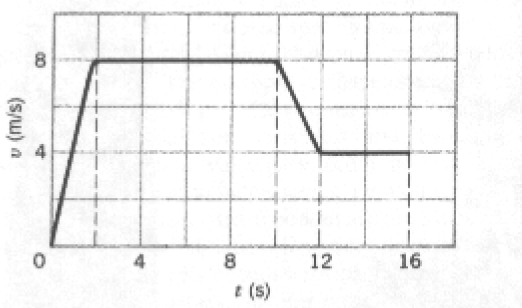


Fig. 25 Problemas 14 e 15.

(Pág. 28)

Solução.

Conhecendo-se a função $x_{(t)}$ que descreve a posição x de um objeto em qualquer instante de tempo t, pode-se calcular sua velocidade em qualquer instante a partir da derivada de $x_{(t)}$ em relação a t.

$$v_{(t)} = \frac{dx_{(t)}}{dt}$$

No caso inverso, conhecendo-se a velocidade $v_{(t)}$ de um objeto em qualquer instante t, pode-se determinar sua posição x em qualquer instante, bem como seu deslocamento, no intervalo de tempo considerado.

$$dx_{(t)} = v_{(t)}dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx_{(t)} = \int_{v_0}^{v} v_{(t)}dt$$

$$x - x_0 = \int_{v_0}^{v} v_{(t)}dt$$

De acordo com esta, o deslocamento $x - x_0$ corresponde à área sob a curva do gráfico $v_{(t)} = f_{(t)}$. Cada quadrado mostrado no gráfico possui área equivalente a (2 m/s) × (2 s) = 4 m. Portanto, contabilizando toda a área sob a curva mostrada no gráfico, chegaremos ao seguinte resultado:

Δt (s)	Δx (m)
$0 \rightarrow 2$	8
$2 \rightarrow 10$	64
$10 \rightarrow 12$	12
$12 \rightarrow 16$	16
Total	100

Portanto:

$$\boxed{x_{(16)} - x_{(0)} = 100 \text{ m}}$$

29. Para decolar, um avião a jato necessita alcançar no final da pista a velocidade de 360 km/h. Supondo que a aceleração seja constante e a pista tenha 1,8 km, qual a aceleração mínima necessária, a partir do repouso?

(Pág. 29)

Solução.

Trata-se de movimento retilíneo com aceleração constante. O cálculo pode ser feito por meio da Eq. (1).

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (1)$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{\left[360 \text{ km/h } \times \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right)\right]^2 - 0^2}{2 \times (1{,}80 \times 10^3 \text{ m})} = 2{,}7777\cdots \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a \approx 2{,}78 \text{ m/s}^2}$$

31. A cabeça de uma cascavel pode acelerar 50 m/s^2 ao atacar uma vítima. Se um carro pudesse fazer o mesmo, em quanto tempo ele alcançaria a velocidade escalar de 100 km/h a partir do repouso?

(**Pág. 29**)

Solução.

Trata-se, naturalmente, de movimento retilíneo com aceleração constante. A velocidade inicial, v_0, é igual a zero. O cálculo do tempo (t) é feito através da Eq. 1.

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(100 \text{ km/h}) \times \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right) - 0}{(50 \text{ m/s}^2)} = 0{,}55556 \text{ s}$$

$$\boxed{t \approx 0{,}56 \text{ s}}$$

33. Um elétron, com velocidade inicial $v_0 = 1{,}5 \times 10^5$ m/s, entra numa região com 1,2 cm de comprimento, onde ele é eletricamente acelerado (veja Fig. 29). O elétron emerge com velocidade de $5{,}8 \times 10^6$ m/s. Qual a sua aceleração, suposta constante? (Tal processo ocorre no canhão de elétrons de um tubo de raios catódicos, utilizado em receptores de televisão e terminais de vídeo.)

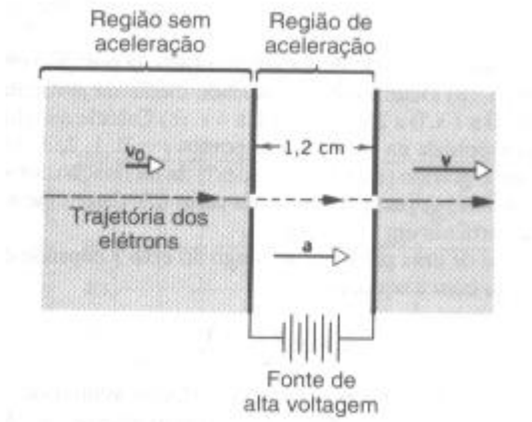


Fig. 29 Problema 33.

(**Pág. 30**)

Solução.

Trata-se de movimento retilíneo com aceleração constante. O cálculo pode ser feito através da Eq. (1).

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad (1)$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(5,8\times10^6\ \text{m/s})^2\text{-}(1,5\times10^5\ \text{m/s})^2}{2(1,2\times10^{-2}\ \text{m})} = 1,4007\cdots\times10^{15}\ \text{m/s}^2$$

$$\boxed{a \approx 1,4\times10^{15}\ \text{m/s}^2}$$

34. A maior velocidade em terra já registrada foi de 1.020 km/h, alcançado pelo coronel John P. Stapp em 19 de março de 1954, tripulando um assento jato-propulsado. Ele e o veículo foram parados em 1,4 s; veja a Fig. 30. Que aceleração ele experimentou? Exprima sua resposta em termos da aceleração da gravidade g = 9,8 m/s^2. (Note que o corpo do militar atua como um acelerômetro, não como um velocímetro.)

Fig. 30 Problema 34.

(**Pág. 30**)

Solução.

Trata-se de movimento retilíneo com aceleração (negativa ou desaceleração) constante. O cálculo pode ser feito através da Eq. (1).

$$v = v_0 + at \qquad (1)$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - (1.020\ \text{km/h}) \times \left(\dfrac{1\ \text{m/s}}{3,6\ \text{km/h}}\right)}{(1,4\ \text{s})} = -202,38095\cdots\ \text{m/s}^2$$

Para obter a aceleração em termos de unidades g, basta dividir a aceleração obtida pelo valor da aceleração da gravidade.

$$\frac{a}{g} = \frac{(-202,38095\cdots\ \text{m/s}^2)}{(9,8\ \text{m/s}^2)} = -20,6511\cdots$$

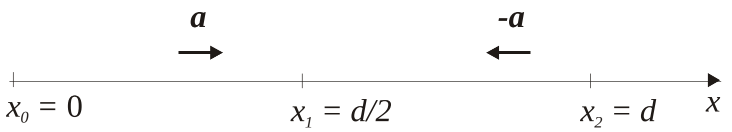
$$\boxed{a \approx -21\,g}$$

41. Um trem de metrô acelera a partir do repouso a 1,20 m/s^2 em uma estação para percorrer a primeira metade da distância até a estação seguinte e depois desacelera a –1,20 m/s^2 na segunda metade da distância de 1,10 km entre as estações. Determine: (a) o tempo de viagem entre as estações e (b) a velocidade escalar máxima do trem.

(**Pág. 30**)

Solução.

Considere o esquema abaixo para auxiliar a resolução:



(a) Sabendo-se que o tempo gasto na primeira metade do caminho (acelerado) é igual ao tempo gasto para percorrer a segunda metade do caminho (desacelerado), o tempo de viagem entre as estações pode ser calculado da seguinte forma (trecho $x_0 \to x_1$):

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}a{t_1}^2$$

$$\frac{d}{2} - 0 = 0 + \frac{1}{2}a\left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$t = \sqrt{\frac{4d}{a}} = \sqrt{\frac{4(1{,}10\times10^3\ \text{m})}{(1{,}2\ \text{m/s}^2)}} = 60{,}553...\ \text{s}$$

$$\boxed{t \approx 60{,}6\ \text{s}}$$

(b) A velocidade escalar máxima do trem (v_1), que é atingida em $x_1 = d/2$, pode ser calculada da seguinte forma (trecho $x_0 \to x_1$):

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a(x - x_0)$$

$${v_1}^2 = {v_0}^2 + 2a(x_1 - x_0)$$

$${v_1}^2 = 0 + 2a(\frac{d}{2} - 0)$$

$$v_1 = \sqrt{ad} = \sqrt{(1{,}20\ \text{m/s}^2)(1{,}10\times10^3\ \text{m})} = 36{,}331...\ \text{m/s}$$

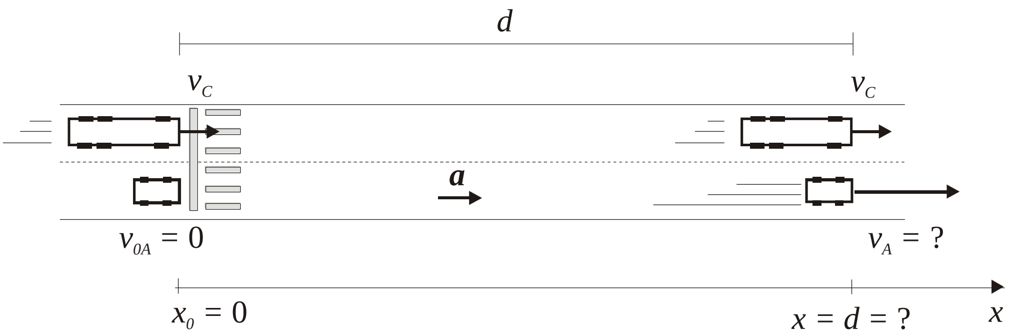
$$\boxed{v_1 \approx 36{,}3\ \text{m/s}}$$

45. No momento em que a luz de um semáforo fica verde, um automóvel arranca com aceleração de 2,2 m/s^2. No mesmo instante um caminhão, movendo-se à velocidade constante de 9,5 m/s, alcança e ultrapassa o automóvel. (a) A que distância, além do ponto de partida, o automóvel alcança o caminhão? (b) Qual será a velocidade do carro nesse instante? (É instrutivo desenhar um gráfico qualitativo de $x(t)$ para cada veículo.).

(**Pág. 31**)

Solução.

Considere o esquema abaixo para a resolução do problema. Observe que tanto o caminhão quanto o automóvel percorrem a mesma distância em tempos iguais.



(a) O movimento do caminhão (C) ocorre com velocidade constante.

$$x = x_0 + vt$$

$$x - x_0 = v_C t$$

$$x = v_C t \qquad (1)$$

O movimento do automóvel ocorre com aceleração constante, partindo do repouso em $x_0 = 0$.

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x - x_0 = v_{0C} t + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = 0 + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 \qquad (2)$$

Substituindo-se o valor de t de (1) em (2):

$$d = \frac{1}{2}a\left(\frac{d}{v_c}\right)^2 = \frac{a}{2}\frac{d^2}{v_c^{\,2}}$$

$$d = \frac{2v_c^{\,2}}{a} = \frac{2(9,5\text{ m/s})^2}{(2,2\text{ m/s}^2)} = 82,045045...\text{ m}$$

$$\boxed{d \approx 82\text{ m}}$$

(a) A velocidade com que o automóvel alcança o caminhão (v_A) vale:

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2a(x - x_0)$$

$$v_A^{\,2} = v_{0A}^{\,2} + 2a(x - x_0)$$

$$v_A^{\,2} = 0 + 2ad$$

$$v_A = \sqrt{2ad} = \sqrt{2(2,2\text{ m/s}^2)(82,04545...\text{ m})} = 18,999...\text{ m/s}$$

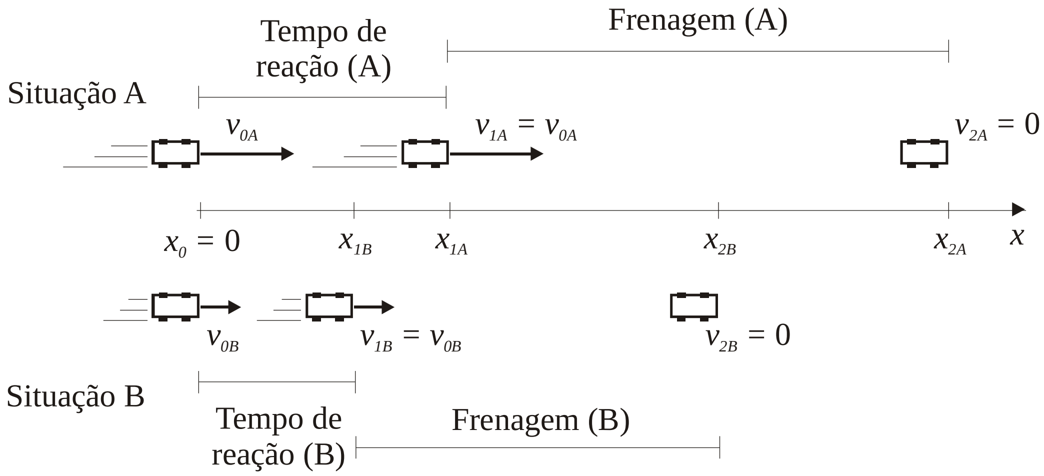
$$\boxed{v_A \approx 19\text{ m/s}}$$

49. No manual de motorista diz que um automóvel com bons freios e movendo-se a 80 km/h pode parar na distância de 56 m. Para a velocidade de 48 km/h a distância correspondente é 24 m.Suponha que sejam iguais, nas duas velocidades, tanto o tempo de reação do motorista, durante o qual a aceleração é nula, como a aceleração quando aplicados os freios. Calcule (a) o tempo de reação do motorista e (b) a aceleração.

(**Pág. 31**)

Solução.

Considere o seguinte esquema para a resolução do problema:



(a) Vamos inicialmente analisar a situação A. Durante o tempo de reação, o carro desloca-se com velocidade constante.

$$x = x_0 + vt$$

$$x_{1A} = x_{0A} + v_{0A}t_R$$

Mas:

$$x_{0A} = 0$$

Logo:

$$x_{1A} = v_{0A}t_R \qquad (1)$$

Análise do movimento de frenagem na situação A.

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a(x - x_0)$$

$$v_{2A}{}^2 = v_{1A}{}^2 + 2a(x_{2A} - x_{1A})$$

Mas:

$$v_{1A} = v_{0A}$$

Logo:

$$0 = v_{0A}{}^2 + 2a(x_{2A} - x_{1A}) \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$2a(x_{2A} - v_{0A}t_R) = -v_{0A}{}^2 \qquad (3)$$

A análise da situação B através do caminho seguido pelas Eqs. (1) a (3) conduz ao seguinte resultado:

$$2a(x_{2B} - v_{0B}t_R) = -v_{0B}{}^2 \qquad (4)$$

Dividindo-se (3) por (4):

$$\frac{x_{2A} - v_{0A}t_R}{x_{2B} - v_{0B}t_R} = \frac{v_{0A}{}^2}{v_{0B}{}^2}$$

Logo:

$$t_R = \frac{v_{0A}{}^2 x_{2B} - v_{0B}{}^2 x_{2A}}{v_{0A}v_{0B}(v_{0A} - v_{0B})} \qquad (5)$$

$$\boxed{t_R = 0,72\ \text{s}}$$

(b) Substituindo-se (5) em (3):

$$a = -\frac{v_{0A}{}^2}{2(x_{2A} - v_{0A}t_R)} = -6{,}17284\ldots\ \text{m/s}^2$$

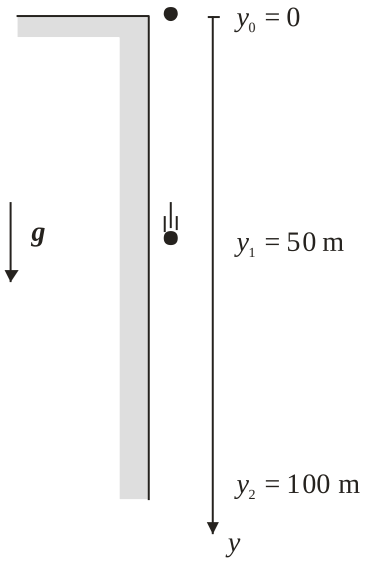
$$\boxed{a \approx -6{,}2\ \text{m/s}^2}$$

54. Uma rocha despenca de um penhasco de 100 m de altura. Quanto tempo leva para cair (a) os primeiros 50 m e (b) os 50 m restantes?

(Pág. 31)

Solução.

(a) Considere o seguinte esquema para a situação:



Trata-se de movimento retilíneo (vertical) com aceleração constante. O cálculo do tempo de queda nos primeiros 50 m pode ser feito através da Eq. (1). De acordo com o esquema ao lado, a aceleração da gravidade tem o mesmo sentido do referencial adotado e, portanto, possui sinal positivo.

$$y_1 - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t_1^2 \tag{1}$$

Como $v_{0y} = 0$:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(y_1 - y_0)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(y_1 - y_0)}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2[(50\ \text{m}) - 0)}{(9{,}81\ \text{m/s}^2)}} = \sqrt{10{,}20408\ \text{s}^2} = 3{,}19438\ \text{s}$$

$$\boxed{t_1 \approx 3{,}2\,\text{s}}$$

(b) Para calcular o tempo de queda dos 50 m seguintes (y_1 = 50 m a y_2 = 100m), primeiramente vamos calcular o tempo de queda de y_0 = 0 a y_2 = 100m.

$$y_2 - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t_2^2$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(y_2 - y_0)}{g}}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2[(100\text{ m}) - 0)}{(9,81\text{ m/s}^2)}} = \sqrt{20,40816\text{ s}^2} = 4,51753\text{ s}$$

O cálculo do tempo de queda y_1 a y_2 (t_{12}) é feito por diferença:

$$t_{12} = t_2 - t_1 = (4,51753\text{ s}) - (3,19438\text{ s}) = 1,32315\text{ s}$$

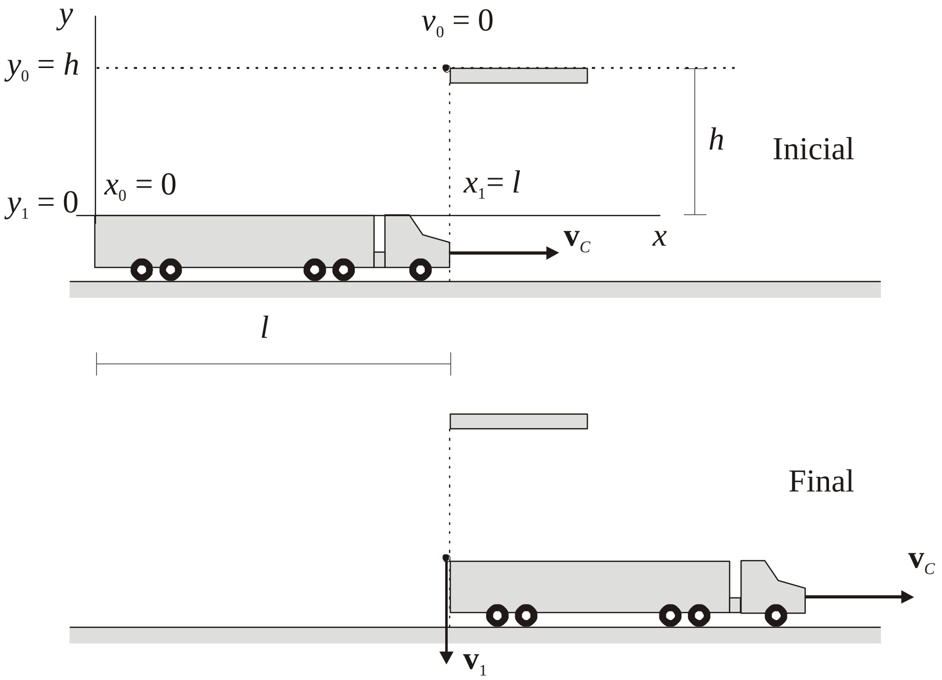
$$\boxed{t_{12} \approx 1,3\text{ s}}$$

59. Enquanto pensava em Isaac Newton, uma pessoa em pé sobre uma passarela inadvertidamente deixa cair uma maçã por cima do parapeito justamente quando a frente de um caminhão passa exatamente por baixo dele. O veículo move-se a 55 km/h e tem 12 m de comprimento. A que altura, acima do caminhão, está o parapeito, se a maçã passa rente à traseira do caminhão?

(**Pág. 31**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



A solução deste problema consiste em analisar as equações do movimento horizontal do caminhão e vertical da maçã e combiná-las, pois são sincronizadas no tempo. Movimento do caminhãoem x:

$$x = x_0 + v_x t$$

$$l = 0 + v_C t$$

$$t = \frac{l}{v_C} \qquad (1)$$

Movimento da maçã em y:

$$y - y_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 - h = 0 + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$h = \frac{1}{2} g \left(\frac{l}{v_C} \right)^2 = \frac{1}{2} \ 9,81 \text{ m/s}^2 \left[\frac{12 \text{ m}}{55 \text{ km/h} \left(3,6 \ \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}} \right)} \right]^2 = 3,026\cdots\text{m}$$

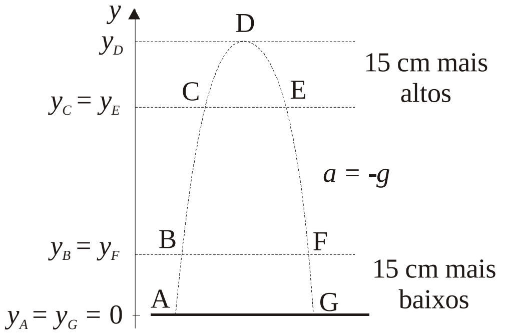
$$\boxed{h \approx 3,0 \text{ m}}$$

61. Um jogador de basquete, no momento de "enterrar" a bola, salta 76 cm verticalmente. Que tempo passa o jogador (a) nos 15 cm mais altos do pulo e (b) nos 15 cm mais baixos? Isso explica por que esses jogadores parecem suspensos no ar no topo de seus pulos.

(**Pág. 32**)

Solução.

Considere o seguinte esquema para a resolução do problema.



Como a aceleração é a mesma na subida e na descida, temos que:

$$t_{AB} = t_{FG} \qquad \Rightarrow \qquad t_{15B} = 2t_{AB} \qquad \Rightarrow \qquad t_{AB} = \frac{t_{15B}}{2}$$

$$t_{CD} = t_{DE} \qquad \Rightarrow \qquad t_{15A} = 2t_{CD} \qquad \Rightarrow \qquad t_{CD} = \frac{t_{15A}}{2}$$

onde t_{AB} é o tempo para ir de do ponto A ao ponto B e t_{15A} e t_{15B} são os tempos em que o jogador passa nos 15 cm mais altos e mais baixos, respectivamente.

A velocidade inicial do jogador (v_A) pode ser calculada pela análise do movimento no trecho AD.

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$$

$$v_D^2 = v_A^2 + 2(-g)(y_D - y_A)\ 1)$$

$$0 = v_A^2 - 2g(y_D - 0)$$

$$v_A = \sqrt{2gy_D} = \sqrt{2(9,81 \text{ m/s}^2)(0,76 \text{ m})} = 3,8615022... \text{ m/s}$$

(a) Análise do movimento no trecho CD.

$$y - y_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$$

$$y_D - y_C = v_D t_{CD} - \frac{1}{2}(-g)t_{CD}^2$$

$$(0,15 \text{ m}) = 0 + \frac{1}{2} g \left(\frac{t_{15A}}{2} \right)^2$$

$$t_{15A} = \sqrt{\frac{8(0{,}15\ \text{m})}{(9{,}81\ \text{m/s}^2)}} = 0{,}3497...\ \text{s}$$

$$\boxed{t_{15A} \approx 0{,}35\ \text{s}}$$

(b) Análise do movimento no trecho AB.

$$y - y_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y_B - y_A = v_A t_{AB} + \frac{1}{2}(-g)t_{AB}{}^2$$

$$(0{,}15\ \text{m}) = v_A \frac{t_{15B}}{2} - \frac{1}{2} g \left(\frac{t_{15B}}{2}\right)^2$$

$$\frac{(9{,}81\ \text{m/s}^2)}{8} t_{15B} - \frac{(3{,}8615022...\ \text{m/s})}{2} t_{15B} + (0{,}15\ \text{m}) = 0 \qquad (1)$$

A Eq. (1) é uma equação do segundo grau cujas raízes são:

$$t_{15B}{}' = 1{,}492560...\ \text{s}$$

$$t_{15B}{}'' = 0{,}081955...\ \text{s}$$

Como $t_{15\text{B}}$ deve ser menor do que $t_{15\text{A}}$:

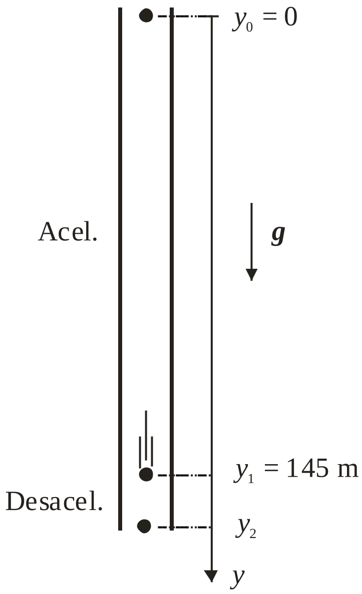
$$\boxed{t_{15B} \approx 0{,}082\ \text{s}}$$

64. O laboratório de pesquisa da gravidade nula do Centro de Pesquisa Lewis da NASA (EUA) tem uma torre de queda de 145 m. Trata-se de um dispositivo vertical onde se fez vácuo e que, entre outras possibilidades, permite estudar a queda de uma esfera com diâmetro de 1 m, que contém equipamentos. (a) Qual o tempo de queda do equipamento? Qual sua velocidade ao pé da torre? (c) Ao pé da torre a esfera tem uma aceleração média de 25 *g* quando sua velocidade é reduzida a zero. Que distância ela percorre até parar?

(**Pág. 32**)

Solução.

(a) Considere o seguinte esquema da situação:



Trata-se de movimento retilíneo (vertical) com aceleração constante. O cálculo do tempo de queda livre pode ser feito através da Eq. (1). De acordo com o esquema, a aceleração da gravidade tem o mesmo sentido do referencial adotado e, portanto, possui sinal positivo.

$$y_1 - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t_1^2 \qquad (1)$$

Como $v_{0y} = 0$:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(y_1 - y_0)}{a_y}}$$

$$t_1\sqrt{\frac{2(y_1 - y_0)}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2[(145\text{ m}) - 0)}{(9,81\text{ m/s}^2)}} = 5,43706\cdots\text{ s}$$

$$\boxed{t_1 \approx 5,44\,\text{s}}$$

(b) O cálculo da velocidade de chegada da esfera à base da torre também é direto.

$$v_{1y} = v_{0y} + a_y t_1$$

$$v_{1y} = 0 + (9,81\text{ m/s}^2)(5,43706\text{ s}) = 53,337604\text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{1y} \approx 53,3\,\text{m/s}}$$

(c) A desaceleração ocorre entre as posições y_1 e y_2.

$$v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2a_y(y_y - y_1)$$

$$\Delta y = \frac{v_{2y}^2 - v_{1y}^2}{2a_y} = \frac{v_{2y}^2 - v_{1y}^2}{2\times 25g} = \frac{0^2 - (53,337604\text{ m/s})^2}{2\times(25\times 9,81\text{ m/s}^2)} = 5,8\text{ m}$$

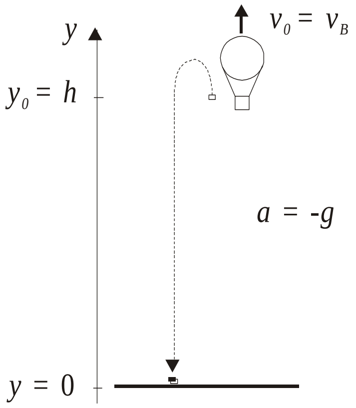
$$\boxed{\Delta y = 5,8\text{ m}}$$

Obs.: O diâmetro da esfera não tem utilidade na resolução dos itens pedidos. Ele só foi dado para ilustrar a situação.

70. Um balão está subindo a 12,4 m/s à altura de 81,3 m acima do solo quando larga um pacote. (a) Qual a velocidade do pacote ao atingir o solo? (b) Quanto tempo ele leva para chegar ao solo? (**Pág. 32**)

Solução.

O balão desloca-se em movimento retilíneo para cima, com velocidade constante. Considere o esquema abaixo para a resolução do problema. Como o balão está em movimento, a velocidade inicial do pacote é a mesma do balão.



(a) A velocidade (v) do pacote ao atingir o chão pode ser calculada da seguinte forma:

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a(y - y_0)$$

$$v^2 = v_B{}^2 + 2(-g)(0 - h)$$

$$v^2 = v_B{}^2 + 2gh$$

$$v^2 = (12,4\text{ m/s})^2 + 2(9,81\text{ m/s}^2)(81,3\text{ m})$$

$$v = \pm 41,819445...\text{ m}$$

$$\boxed{v \approx -41,8\text{ m}}$$

(a) O tempo (t) gasto para o pacote atingir o chão pode ser calculado da seguinte forma:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$0 - h = \frac{1}{2}(v_B + v)t$$

$$t = -\frac{2h}{v_B + v}$$

$$t = -\frac{2(81,3\text{ m})}{(12,4\text{ m/s}) - (41,819445...\text{ m/s})} = 5,5269567...\text{ s}$$

$$\boxed{t \approx 5,53\text{ s}}$$

73. No Laboratório Nacional de Física da Inglaterra (o equivalente ao nosso Instituto Nacional de Pesos e Medidas) foi realizada uma medição de g atirando verticalmente para cima uma bola de vidro em um tubo sem ar e deixando-a retornar. A Fig. 35 é o gráfico da altura da bola em função do tempo. Seja Δt_L o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas da bola pelo nível inferior, Δt_U o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas pelo nível superior e H a distância entre os dois níveis. Prove que

$$g = \frac{8H}{\Delta t_L{}^2 - \Delta t_U{}^2}.$$

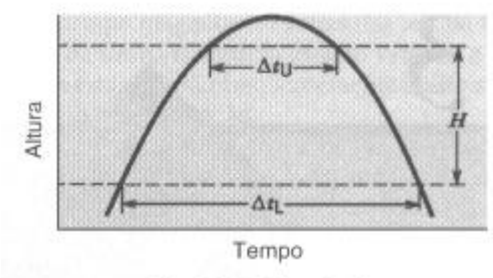
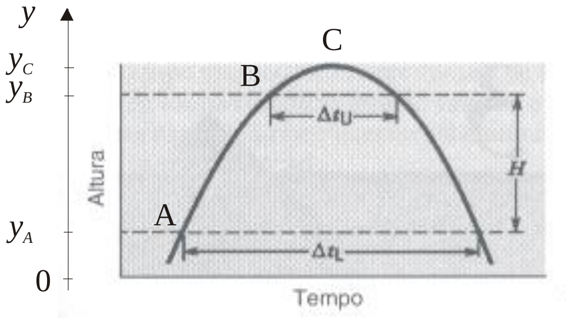


Fig. 35 Problema 73.

(Pág. 32)

Solução.

Considere o seguinte esquema para a resolução do problema.



Movimento do ponto A ao ponto C é dado por:

$$y - y_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$$

$$y_C - y_A = v_C t - \frac{1}{2}(-g)t^2$$

No ponto C a velocidade da bola (v_C) é zero.

$$y_C - y_A = 0 + \frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t_L}{2}\right)^2$$

$$y_C - y_A = \frac{1}{8}g\Delta t_L{}^2 \qquad (1)$$

De maneira idêntica, o movimento do ponto B ao ponto C é dado por:

$$y_C - y_B = \frac{1}{8}g\Delta t_U{}^2 \qquad (2)$$

Subtraindo-se (2) de (1):

$$(y_C - y_A) - (y_C - y_B) = y_B - y_A = H = \frac{1}{8}g(\Delta t_L{}^2 - \Delta t_U{}^2)$$

Portanto:

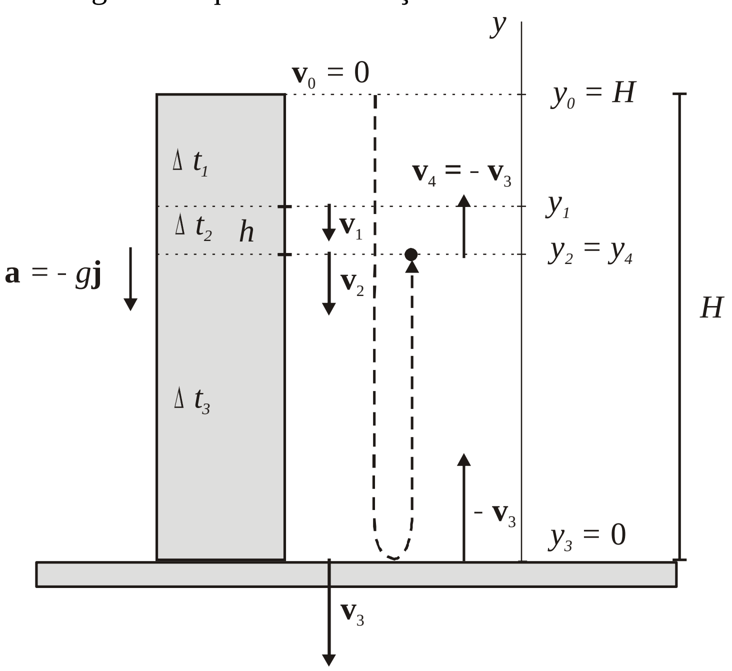
$$\boxed{g = \frac{8H}{\Delta t_L{}^2 - \Delta t_U{}^2}}$$

74. Uma bola de aço de rolamento é largada do teto de um edifício com velocidade inicial nula. Um observador em pé diante de uma janela com 120 cm de altura nota que a bola gasta 0,125 s para ir do topo da janela ao parapeito. A bola continua a cair, chocando-se elasticamente com uma calçada horizontal e reaparece no parapeito da janela 2,0 s após passar por ela ao descer. Qual a altura do edifício? (Após uma colisão elástica, a velocidade escalar da bola em dado ponto é a mesma ao subir e ao descer.)

(**Pág. 33**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



Vamos analisar o movimento de queda livre da esfera entre os pontos 0 (topo do edifício) e 2 (parapeito da janela):

$$v^2 = v_0^2 + 2a\ \ y - y_0$$

$$v_2^2 = v_0^2 + 2\ \ -g\ \ \ y_2 - H$$

$$v_2^2 = 0 - 2g\ \ y_2 - H$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + y_2 \qquad (1)$$

Agora vamos analisar o movimento da esfera entre os pontos 1 (topo da janela) e 2 (parapeito da janela):

$$y - y_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$$

$$y_2 - y_1 = v_2\Delta t_2 - \frac{1}{2}\ \ -g\ \ \Delta t_2^2$$

$$-h = v_2\Delta t_2 + \frac{1}{2}g\Delta t_2^2$$

$$v_2 = -\frac{h}{\Delta t_2} - \frac{1}{2}g\Delta t_2 = -\frac{1,20\text{ m}}{0,125\text{ s}} - \frac{1}{2}\left(9,81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\ 0,125\text{ s}$$

$$v_2 = -10,213125\text{ m/s}$$

Finalmente, vamos analisar o movimento da esfera entre os pontos 2 (parapeito da janela) e 3 (solo). Note que o tempo requerido para a esfera ir do parapeito ao solo e retornar ao parapeito é de 2,0 s. Logo, o tempo para ir do parapeito ao solo é de Δt_3 = 1,0 s.

$$y - y_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y_3 - y_2 = v_2 \Delta t_3 + \frac{1}{2} \; -g \;\; \Delta t_3^2$$

$$0 - y_2 = v_2 \Delta t_3 - \frac{1}{2} g \Delta t_3^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2} g \Delta t_3^2 - v_2 \Delta t_3 = \frac{1}{2}\left(9,81 \; \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \; 1,0 \text{ s} \;^2 - \; -10,213125 \text{ m/s} \;\; 1,0 \text{ s} \;^2$$

$$y_2 = 15,118125 \text{ m}$$

Substituindo-se os valores de v_2 e y_2 em (1), teremos a resposta do problema:

$$H = \frac{-10,213125 \text{ m/s} \;^2}{2 \;\; 9,81 \text{ m/s}^2} + \; 15,118125 \text{ m} \; = 20,434532\cdots\text{m}$$

$$\boxed{H \approx 20 \text{ m}}$$

75. Um cachorro avista um pote de flores passar subindo e a seguir descendo por uma janela com 1,1 m de altura. O tempo total durante o qual o pote é visto é de 0,74 s. Determine a altura alcançada pelo pote acima do topo da janela.

(Pág. 33)

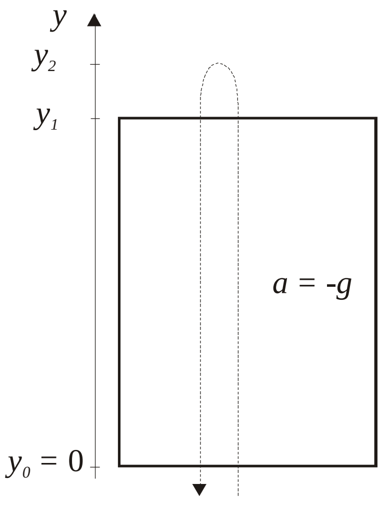
Solução.

O tempo no qual o vaso é visto subindo (t_S) é igual ao tempo no qual ele é visto descendo (t_D). Portanto:

$$t_S + t_D = 2t_S = t$$

$$t_S = \frac{t}{2} = 0,34 \text{ s}$$

Considere o esquema abaixo para a resolução do problema.



Cálculo da velocidade do vaso na coordenada y_1 (v_1):

$$y - y_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$$

$$y_1 - y_0 = v_1 t_S - \frac{1}{2}(-g)t_S^{\,2}$$

$$v_1 = \frac{y_1 - y_0 - \frac{1}{2}g t_S^{\,2}}{t_S}$$

$$v_1 = \frac{(1{,}1\ \text{m}) - 0 - \frac{1}{2}(9{,}81\ \text{m/s}^2)(0{,}37\ \text{s})^2}{(0{,}37\ \text{s})}$$

$$v_1 = 1{,}15812297...\ \text{m/s}$$

Cálculo da distância acima da janela atingida pelo vaso ($y_2 - y_1$):

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2a(y - y_0)$$

$$v_2^{\,2} = v_1^{\,2} + 2(-g)(y_2 - y_1)$$

$$y_2 - y_1 = \frac{v_1^{\,2} - v_2^{\,2}}{2g}$$

$$y_2 - y_1 = \frac{(1{,}15812297...\ \text{m/s})^2 - 0}{2(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = 0{,}068361...\ \text{m}$$

$$\boxed{y_2 - y_1 \approx 6{,}8\ \text{cm}}$$