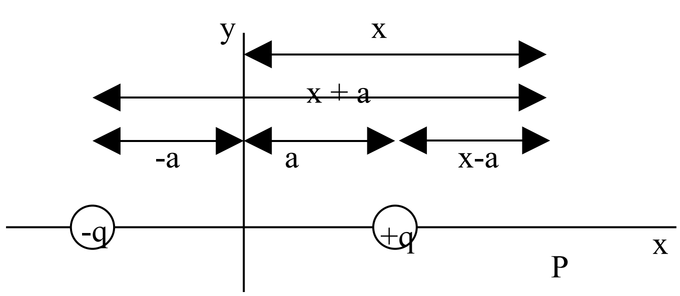
Fundação CECIERJ – Vice Presidência de Educação Superior a Distância

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Gabarito da 2ª Avaliação a Distância de Física para Computação

Nome: ____
Pólo: ____

Questão	Valor	Nota
1ª Questão	1,0	
2ª Questão	1,5	
3ª Questão	1,0	
4ª Questão	1,0	
5ª Questão	1,5	
6ª Questão	1,5	
7ª Questão	1,0	
8ª Questão	1,5	
TOTAL	**10,0**	

1ª Questão:
Um dipolo elétrico consiste em uma carga positiva +q sobre o eixo x em x = +a e uma carga negativa –q sobre o eixo x em x = -a, conforme mostrado na Figura. Determine o potencial no eixo x para x>>a em função do momento do dipolo p=2qa.



Solução: O potencial é dado pela contribuição de cada carga. Sendo assim temos:
1)Para x>a :

$$V = \frac{kq}{\underbrace{x-a}_{\substack{\text{distância de}\\ P \text{ até } +q}}} + \frac{k(-q)}{\underbrace{x+a}_{\substack{\text{distância de}\\ P \text{ até } -q}}} = \frac{2kqa}{x^2-a^2}$$

E como x>>a, temos que: $$V \approx \frac{k\overbrace{2qa}^{p}}{x^2} = \frac{kp}{x^2}$$

2ª Questão:

Obtenha uma expressão para o cálculo da capacitância de um capacitor cilíndrico constituído por dois condutores, cada um de comprimento L. Um dos condutores é um cilindro de raio R_1 e o outro é um casca coaxial com raio interno R_2, de modo que $R_1 < R_2 << L$.

Solução:

Vamos considerar que o condutor interno tenha uma carga +Q e o externo uma carga –Q. Com isso vamos calcular a diferença de potencial $V=V_2-V_1$ através da lei de Gauss. Analisando que o campo elétrico não é uniforme, ele depende da variação de R (raio da superfície gaussiana que nesse caso é um cilindro colocado entre os dois condutores), precisaremos realizar um integração para obter a diferença de potencial.

1 – A capacitância é definida através da relação : C = Q/V

2 – O potencial V está relacionado ao campo elétrico: $dV = -\vec{E}\bullet\vec{d\ell}$, onde ℓ é o comprimento da superfície gaussiana, isto é, o comprimento do cilindro que colocamos entre os dois condutores.

3 – Para se obter o E_r, define-se, como já mencionado, uma superfície gaussiana de forma cilíndrica com raio R e comprimento ℓ, onde ($R_1<R<R_2$) e $\ell<<L$. A superfície cilíndrica é localizada longe das extremidades das cascas cilíndricas($\ell<<L$).

4 – Longe das extremidades das cascas o campo $\vec{E}$ é radial, de modo que não há fluxo de $\vec{E}$ através das extremidades planas do cilindro. A área da região curva do cilindro é $2\pi R\ell$, de modo que a lei de Gauss fornece :

$$\phi_{res} = \oint_S E_n dA = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{int}$$
$$= E_r 2\pi R\ell = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{int}$$

5 – Admitindo que a carga por unidade de comprimento no interior da casca seja uniformemente distribuída, obtemos Q_{int}: $Q_{int} = \frac{\ell}{L} Q$

6 – Utilize a expressão de Q_{int} e explicite E_r:

$$E_r 2\pi R\ell = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\ell}{L} Q$$

e logo,

$$E_r = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0 R}$$

7 – Agora parar achar o potencial temos:

$$V_{R2} - V_{R1} = -\int_{R1}^{R2} E_r dR$$

$$= -\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\int_{R1}^{R2}\frac{dR}{R} = -\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

assim,

$$V = |V_{R2} - V_{R1}| = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

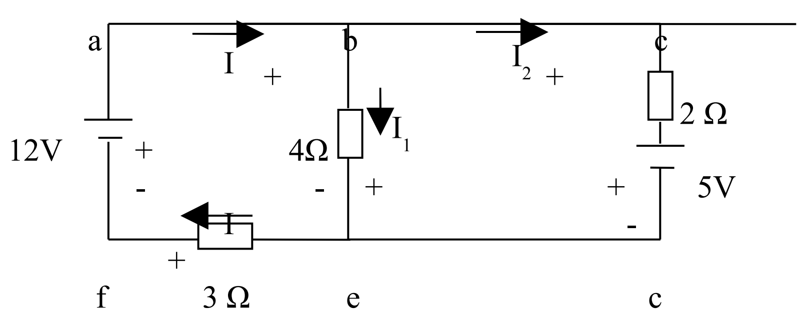
E portanto temos que a capacitância é dada por:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi L\varepsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Observe que a capacitância em capacitores cilíndricos é proporcional ao comprimento dos condutores.

3ª Questão:

(a) Determine a corrente em cada ramo do circuito na figura. (b) Determine também a energia dissipada no resistor de 4 Ω em 3s.



Solução:

(a)

O circuito possui três ramos e como vemos três correntes I, I_1 e I_2. Com isso precisamos de três relações para encontra-las. A primeira relação é dada pela aplicação da lei dos nós ao nó b: $I = I_1 + I_2$. (1)

Agora aplicamos a lei das malhas em abcdefa:

$$12V - (2\Omega)I_2 - 5V - (3\Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

Dividindo essa equação por 1Ω e lembrando que $1V/1\Omega = 1A$, temos:

$$7A - 3I_1 - 5I_2 = 0 \qquad (2)$$

Para obter a terceira relação procedemos de maneira análoga no circuito bcdeb e obtemos:

$$-5A + 4I_1 - 2I_2 = 0 \qquad (3)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (2) e (3), obtemos: $I_1 = 1{,}5A$ e $I_2 = 0{,}5A$.

Utilizando a equação (1), temos que $I = 2{,}0A$.

(b) Potência dissipada: $P = I_1^2 R = (1{,}5A)^2(4\Omega) = 9W$

E a energia total dissipada é dada por: $W = P\Delta t = (9W)*3s = 27J$

4ª Questão:

Um capacitor de 2 μF é carregado até 20V, e o capacitor é então conectado a um indutor de 6μH. (a) Qual a freqüência de oscilação? (b) Qual é o valor de pico da corrente?

Solução:

Admitindo que estamos trabalhando com um oscilador LC, temos que em (b) a corrente é máxima quando dQ/dt é máxima, então a amplitude da corrente é wQ_{pico}. E $Q=Q_{pico}$ quando $V=V_{pico}$, onde V é a tensão através do capacitor.

(a)A freqüência de oscilação depende apenas dos valores da capacitância e da indutância:

$$f = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(6X10^{-6}H)(2X10^{-6}F)}} = 4{,}59X10^4 Hz$$

(b)O valor de pico da corrente está relacionado com o valor do pico da carga:

$$I_{pico} = wQ_{pico} = \frac{Q_{pico}}{\sqrt{LC}}$$

E o pico da carga sobre o capacitor está relacionado ao pico de queda de potencial através do capacitor: $Q_{pico} = CV_{pico}$

E portanto:

$$I_{pico} = \frac{CV_{pico}}{\sqrt{LC}} = \frac{(2\mu F)(20V)}{\sqrt{(6\mu H)(2\mu F)}} = 11{,}5A$$

5ª Questão:
Uma lâmpada de bulbo emite ondas eletromagnéticas esféricas uniformemente em todas as direções. Encontre (a) a intensidade, (b) a pressão de radiação e (c) os módulos dos campos elétricos e magnéticos a uma distância de 3m da lâmpada, admitindo que 50W de radiação eletromagnética são emitidos.

Solução:
A uma distância r da lâmpada, a energia está distribuída uniformemente sobre a área $4\pi r^2$. A intensidade é a potência dividida pela área. A pressão de radiação pode então ser encontrada a partir de $P_r = \frac{I}{c}$.

(a) $$I = \frac{50W}{4\pi r^2} = \frac{50W}{4\pi\, 3^2} = 0{,}442 W/m^2$$

(b) $$P_r = \frac{I}{c} = \frac{0{,}442 W/m^2}{3X10^8 m/s} = 1{,}47X10^{-9} Pa$$

(c) $$B_0 = \sqrt{2\mu_0 P_r} = \sqrt{[2(4\pi X10^{-7} Tm/A)(1{,}47X10^{-9} Pa)]} = 6{,}08X10^{-8} T$$

$$E_0 = cB_0 = (3X10^8 m/s)(6{,}08X10^{-8} T) = 18{,}2 V/m$$

Os módulos dos campos elétrico e magnético naquele ponto são da forma:
$E = E_0 \operatorname{sen}(wt)$ e $B = B_0 \operatorname{sen}(wt)$
com $E_0 = 18{,}2 V/m$ e $B_0 = 6{,}08X10^{-8} T$

6ª Questão:
Duas fendas com largura a=0,015 mm estão separadas por uma distância d=0,06mm e são iluminadas por uma luz com comprimento de onda λ=650nm. Quantas franjas claras são vistas no máximo de difração central?

Solução:
Precisamos encontrar m para o qual o m-ésimo máximo de interferência coincida com o primeiro mínio de difração e portanto existirão N=2m-1 franjas no máximo central.

Para o primeiro mínimo de difração temos: $\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$.

Para o m-ésimo máximo de difração temos: $\operatorname{sen}\theta_m = \frac{m\lambda}{d}$

E como queremos q eles coincidam basta igualarmos esses ângulos:

$$\frac{m\lambda}{d} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow m = \frac{d}{a} = \frac{0{,}06mm}{0{,}015mm} = 4$$

Portanto N=2m-1=2*4-1=7 franjas claras.

7ª Questão:
O primeiro estado excitado de um átomo de gás está 2,86eV acima do estado fundamental. (a) Qual é o comprimento de onda da radiação para a absorção ressonante? (b) Se o gás é irradiado com luz monocromática de comprimento de onda de 320nm, qual é o comprimento de onda da luz com espalhamento Raman?

Solução:

a) Calculamos o comprimento de onda da radiação absorvida em uma transição do estado fundamental para o primeiro estado excitado, vamos admitir que o estado fundamental seja zero:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240eV.nm}{2,86eV} = 434nm$$

b) Para a luz monocromática temos:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \Rightarrow 320nm = \frac{1240eV.nm}{\Delta E} \Rightarrow \Delta E = \frac{1240eV.nm}{320nm} = 3,88eV$$

E portanto,

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240eV.nm}{3,88 - 2,86eV} = 1215nm$$

8ª Questão:
Determine as funções de onda correspondentes a um elétron confinado em uma região unidimensional de comprimento L e as energias correspondentes. Calcule a probabilidade de encontrar a partícula em uma faixa de largura 0,02.L centrada no meio da caixa, nos estados correspondentes aos números quânticos 1,2,3 e 4.

Solução:

As funções de onda normalizadas do elétron na caixa são:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi\frac{x}{L}\right).$$

Já a energia total do elétron é dado pela sua energia cinética:

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

E pela relação de Broglie temos:

$$E_{cin} = E_n = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}$$

Considerando que a função de onda seja contínua e portanto nula nos extremos x = 0 e x = L. Temos a mesma situação das ondas estacionárias numa corda fixa em x = 0 e x

= L, e os resultados são os mesmos, portanto o comprimento de onda é dado por $\lambda_n = 2L/n$. e portanto as energias permitidas são dadas por:

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} = n^2 E_1$$

Agora vamos admitir que o elétron esteja no estado fundamental e a probabilidade P de se encontrar o elétron em um intervalo infinitesimal dx é $\Psi^2 dx$ onde Ψ é dada pela relação anterior. Nesse caso a probabilidade nesse caso é dada por $\Psi^2 \Delta x$ onde $\Delta x = 0{,}02L$. Assim,

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(n\pi \frac{x}{L}\right)$$

Logo $$\Psi_n^2\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{2}{L}\mathrm{sen}^2\left(n\pi \frac{\frac{L}{2}}{L}\right) = \frac{2}{L}\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

E a probabilidade é dada por:

$$P_n = \Psi_n^2\left(\frac{L}{2}\right)\Delta x = \frac{2}{L}\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)\Delta x$$

E como $\Delta x = 0{,}02L$, temos:

$$P_n = \frac{2}{L}\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)0{,}02L = 0{,}04\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Portanto para cada número quântico:

$$P_1 = 0{,}04\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

$$P_2 = 0{,}04\,\mathrm{sen}^2(\pi) = 0$$

$$P_3 = 0{,}04\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0{,}04$$

$$P_4 = 0{,}04\,\mathrm{sen}^2(2\pi) = 0$$