LISTA DE EXERCÍCIOS

MÓDULO : Coeficientes binomiais e aplicações

AULA **13**: **Coeficientes binomiais**

1. Prove, usando um argumento combinatório semelhante ao usado na aula 13 para provar a relação de Stifel, que

$$C_{n+2}^{p+2} = C_n^p + 2C_n^{p+1} + C_n^{p+2}$$

2. Usando a relação de Stifel, escreva a oitava linha do triângulo de Pascal a partir da sétima linha dada na aula 13.

3. Se o conjunto A possui 512 subconjuntos, qual é o número de elementos de A?

4. Quantos coquetéis (misturas de duas ou mais bebidas) podem ser feitos a partir de 7 ingredientes distintos?

5. Prove que

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{k+1} = \frac{1}{n+1}(2^{n+1}-1).$$

6. Calcule

$$CR_n^0 + CR_n^1 + CR_n^2 + \cdots + CR_n^p.$$

7. Prove que

$$\sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m} \quad (m < n).$$

8. Usando o teorema das colunas prove que

$$(a) \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b) \qquad \sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

9. Prove que

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Ajuda: Primeiro, determine os valores de a, b e c que verificam a igualdade

$$k^3 = ak(k+1)(k+2) + bk(k+1) + ck.$$

Depois, use o exercício anterior e o exemplo 4 da aula 13 (substituindo 50 por n) para chegar ao resultado.