Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Fundamentos de Algoritmos para Computação
Professoras: Susana Makler e Sulamita Klein

Gabarito da EP da Aula 01

Observações:

1. Em algumas questões serão dadas o desenvolvimento e em outras apenas a resposta.
2. É importante que você tente resolver cada exercício justificando cada passo antes de ler o gabarito. Desta forma, você estará mais preparado para entender o raciocínio usado, será capaz de avaliar onde acertou e onde errou.
3. Lembre-se que muitos exercícios podem ser resolvidos usando raciocínios diferentes. Nós desenvolvemos apenas um, tente encontrar outras formas, ajuda a compreender melhor os conceitos.

---

1. Determine quais dos seguintes conjuntos são iguais:

$A = \{a, b, -1\} \qquad B = \{b, a, -1\} \qquad C = \{b, a, b, -1\} \qquad D = \{a, -1\}$

***R*esposta:** $A = B = C$. Todos os elementos dos conjuntos A, B e C são iguais, as repetições não são consideradas como elementos diferentes.

2. Escreva os seguintes conjuntos explicitando seus elementos:

(i) $A = \{x \in \mathbb{Z} | -1 \leq x \leq 4\}$

***R*esposta:** $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

(ii) $B = \{x \in \mathbb{N} | x \leq \sqrt{10} \text{ ou } x > -2\}$

***R*esposta:** Como queremos números naturais, devemos obter os números naturais que que são maiores que -2 e uni-los ao conjunto de números menores ou iguais a $\sqrt{10}$. Assim, os números naturais maiores que -2 são $\{1, 2, 3 \cdots\}$ e os números naturais menores os iguais a $\sqrt{10}$ são $\{1, 2, 3\}$. Note que $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3 \cdots\}$ e, portanto, a união desses dois conjuntos é o próprio conjunto $\{1, 2, 3 \cdots\}$. Logo, $B = \{1, 2, 3 \cdots\}$.

(iii) $C = \{x \in \mathbb{R} | 2x + 1 = 5\}$

***R*esposta:** Temos que $2x + 1 = 5$ é equivalente a dizer que $x = 2 \in \mathbb{R}$. Portanto, $C = \{2\}$.

(iv) $D = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 1 = 0\}$

***R*esposta:** Temos que $x^2 + 1 = 0$ é equivalente a dizer que $x^2 = -1$, que não tem solução no conjunto dos reais. Portanto, $D = \emptyset$.

(EXTRA) $J = \{x \in \mathbb{R} | 3x + 1 = 5\}$

***R*esposta:** Temos que $3x+1=5$ é equivalente a dizer que $x=\frac{4}{3}\in\mathbb{R}$. Portanto, $C=\{\frac{4}{3}\}$.

(EXTRA) $K=\{x\in\mathbb{N}|3x+1=5\}$

***R*esposta:** $K=\emptyset$, pois a solução de $3x+1=5$ é $x=\frac{4}{3}\notin\mathbb{N}$.

3. Determine quais das seguintes relações de pertinência são verdadeiras:

(*i*) $\sqrt{2}\in\{x\in\mathbb{R}|x\geq 2\}$

***R*esposta:** FALSA, pois $\sqrt{2}=1,4\ldots$, isto é, $1<\sqrt{2}<2$, e o conjunto $B=\{x\in\mathbb{R}|x\geq 2\}$ é formado pelos números maiores ou iguais que 2. Logo, $\sqrt{2}$ não é um elemento de B.

(*ii*) $3\in\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\leq 4\}$, onde $|a|=a$ se $a\geq 0$ ou $|a|=-a$ se $a<0$

***R*esposta:** VERDADEIRA, pois $x=3\in\mathbb{R}$ e $|3|=3<4$. Observamos que $|x|\leq 4$ equivale a $-4\leq x\leq 4$.

(*iii*) $\emptyset\notin P(A)$, onde $A=\{1,2\}$

***R*esposta:** FALSA, pois $P(A)=\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$ e $\emptyset$ é um elemento do conjunto $P(A)$, logo $\emptyset\in P(A)$.

(*iv*) $\{1\}\in\{x\in\mathbb{R}|x^2=1\}$

***R*esposta:** FALSA, pois $\{1\}$ não é um elemento do conjunto $\{x\in\mathbb{R}|x^2=1\}$, já que este conjunto é formado apenas pelos elementos 1 e -1, temos $1\in\{x\in\mathbb{R}|x^2=1\}$ e $\{1\}\subseteq\{x\in\mathbb{R}|x^2=1\}$.

(*v*) $\emptyset\in\{\emptyset,\{1\}\}$

***R*esposta:** VERDADEIRA, pois o elemento $\emptyset$ pertence ao conjunto $\{\emptyset, \{1\}\}$.

4. Determine quais das seguintes relações de inclusão são verdadeiras:

   (i) $\{-2, 0\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\}$

   ***R*esposta:** VERDADEIRA, pois temos que $|x| \leq 2$, significa que $-2 \leq x \leq 2$. Logo, $\{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Portanto, os elementos do primeiro conjunto, -2 e 0, são também elementos do segundo conjunto.

   (ii) $\{\pi\} \subset \{1, \{\pi\}, a\}$

   ***R*esposta:** FALSA. De fato, π não é um elemento de $\{1, \{\pi\}, a\}$. Portanto, a definição de inclusão estrita não é verificada.

   (iii) $\{\{\pi\}\} \subset \{1, \{\pi\}, a\}$

   ***R*esposta:** VERDADEIRA.

   (iv) $\emptyset \nsubseteq \{3, 1, -7\}$

   ***R*esposta:** FALSA, pois $\emptyset \subseteq C$, para todo conjunto C.

   (v) $\emptyset \subseteq \{\emptyset, \{1\}\}$

   ***R*esposta:** VERDADEIRA.

5. Dado o conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$, determine o conjunto $P(A)$.

Resposta: O conjunto das partes de A está formado por todos os subconjuntos de A, logo $P(A) = \{\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}\}$.