

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação  
Disciplina: Fundamentos de Algoritmos para Computação  
Professoras: Susana Makler e Sulamita Klein  
Gabarito AD2-2 Primeiro Semestre de 2019

Nome -

Assinatura -

**Questões:**

1. (0.7) Existe um grafo (simples) com a sequência de graus de vértices  $(1, 2, 2, 4, 4, 4, 5)$  ? Justifique.

*Resposta:* Sim. Observe a Figura 1

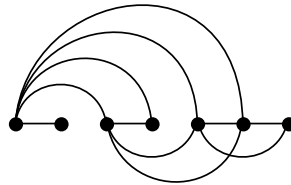


Figura 1: Grafo questão 1.

2. (2.8) Desenhe um grafo  $G$  cujos vértices estão associados aos números  $2, 3, 5, 6, 7, 11, 14, 15, 22$  e tal que, dois vértices são conectados por uma aresta se e somente se um deles é múltiplo do outro

(a) Desenhe o grafo  $G$  e desenhe também o seu grafo complemento  $\overline{G}$ .

*Resposta:* Observe as Figuras 2 e 3.

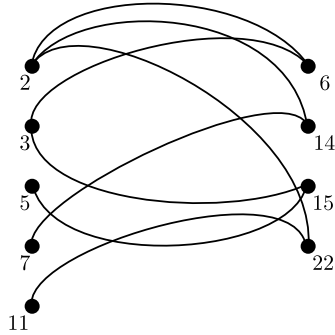


Figura 2: Grafo questão 2a.

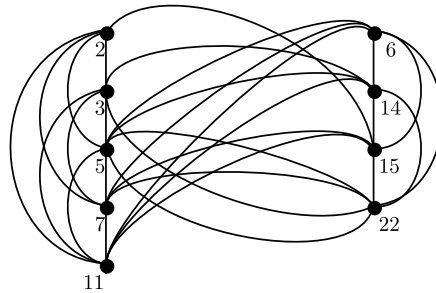


Figura 3: Complemento do grafo da questão 2a.

(b) O grafo  $G$  é bipartido? Justifique.

*Resposta:* Sim. Um grafo é bipartido se, e somente se, não possui ciclos ímpares.  $G$  não possui ciclos, logo é bipartido. Além disso, podemos exibir uma partição de  $V(G)$  em  $V_1, V_2$  de modo que cada aresta de  $G$  tem um extremo em  $V_1$  e outro em  $V_2$ , como pode ser visto na Figura 2.

(c) O grafo  $G$  é uma árvore? Justifique.

*Resposta:* Sim. Uma árvore é um grafo conexo e acíclico. Claramente,  $G$  é conexo (i.e., existe caminho entre todo par de vértices). Como dito anteriormente,  $G$  não possui ciclos. Logo,  $G$  é árvore. OBS.: Outro argumento possível seria que  $G$  é conexo com  $n = 9$  vértices e  $m = n - 1 = 8$  arestas. Logo,  $G$  é árvore.

(d) Escreva a matriz de adjacência de  $G$ .

*Resposta:*

	2	3	5	6	7	11	14	15	22
2	0	0	0	1	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1
14	1	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	1	1	0	0	0	0	0	0
22	1	0	0	0	0	1	0	0	0

3. (0.7) Desenhe um grafo com 7 vértices tal que o grafo seja hamiltoniano e não seja euleriano. Justifique seu exemplo.

*Resposta:* Observe que o grafo da Figura 4 possui um ciclo Hamiltoniano, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, mas possui dois vértices de grau 3, 1 e 6. Como um grafo é euleriano se, e somente se, todo vértice tem grau par, o grafo não é euleriano.

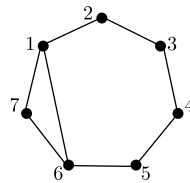


Figura 4: Grafo questão 3.

4. (1.3) Mostre que se  $G$  é um grafo 5-regular e tem 10 vértices então  $G$  não é planar.

*Resposta:* Pelo Teorema do Aperto de Mãos,  $\sum_{v \in V} d(v) = 2m$ . Como o grafo é 5-regular e  $n = 10$ ,  $m = 25$ . Sabemos que se um grafo conexo é planar, então  $m \leq 3n - 6$ . Então, se  $G$  fosse planar teríamos  $m \leq 3n - 6 = 3 \times 10 - 6 = 24$ . Mas  $m = 25 > 24$ . logo,  $G$  não é planar.