

Aula 6

Professores:

Dante Corbucci Filho
Leandro A. F. Fernandes

Conteúdo:

- Algoritmos de Busca
 - Busca Simples
 - Busca com Sentinela
 - Busca Binária
- Busca do Menor e Maior Elementos
- Noções de Complexidade de Algoritmos

Algoritmos de Busca

- O problema de busca é caracterizado pela procura de um determinado elemento em um grupo de elementos do mesmo tipo.
 - Exemplos:
 - Encontrar o registro de um cliente entre todos os registros dos clientes de um banco, para que seja possível informar seu saldo.
 - Encontrar o registro de um aluno dentre todos os registros dos alunos de uma universidade, para que seja possível gerar o seu histórico escolar.

Algoritmos de Busca

- O problema de busca é caracterizado pela procura de um determinado elemento em um grupo de elementos do mesmo tipo.
 - Exemplos:
 - Encontrar o registro de um cliente entre todos os registros dos clientes de um banco, para que seja possível informar seu saldo.
 - Encontrar o registro de um aluno dentre todos os registros dos alunos de uma universidade, para que seja possível gerar o seu histórico escolar.
- Algoritmos de busca visam resolver o problema da busca e são, portanto, bastante utilizados em computação.

Algoritmos de Busca

- O problema de busca é caracterizado pela procura de um determinado elemento em um grupo de elementos do mesmo tipo.
 - Exemplos:
 - Encontrar o registro de um cliente entre todos os registros dos clientes de um banco, para que seja possível informar seu saldo.
 - Encontrar o registro de um aluno dentre todos os registros dos alunos de uma universidade, para que seja possível gerar o seu histórico escolar.
- Algoritmos de busca visam resolver o problema da busca e são, portanto, bastante utilizados em computação.
- Necessita-se de algoritmos eficientes de busca.
 - De forma simplificada, um algoritmo eficiente é aquele que realiza sua tarefa em tempo computacional reduzido.

Algoritmos de Busca

- O tempo de execução de um algoritmo de busca depende do tamanho do conjunto de elementos a serem consultados.
 - É mais rápido procurar um elemento em um grupo de 100 do que em um grupo de 100.000.

Algoritmos de Busca

- O tempo de execução de um algoritmo de busca depende do tamanho do conjunto de elementos a serem consultados.
 - É mais rápido procurar um elemento em um grupo de 100 do que em um grupo de 100.000.
- Além disso, a eficiência do processo de busca depende do algoritmo adotado.
 - Exploraremos o conceito de complexidade de algoritmos no sentido de tentar avaliar a eficiência dos algoritmos estudados.

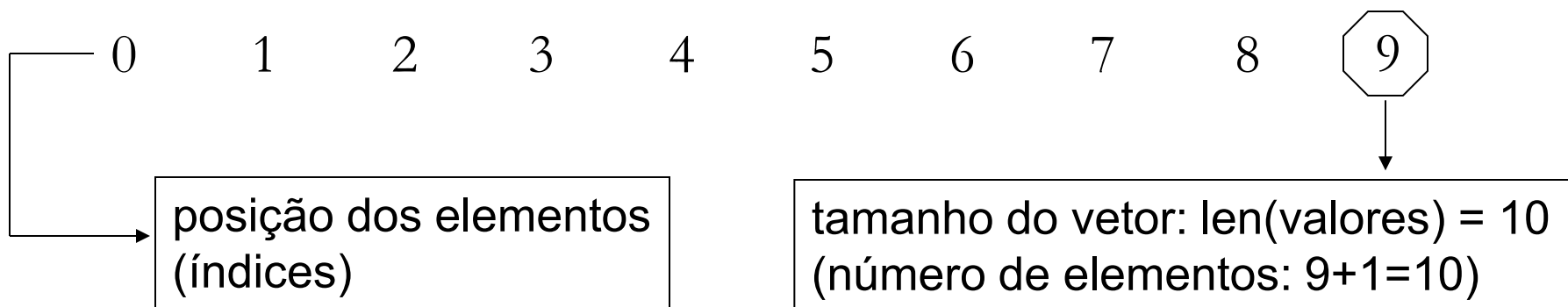
Algoritmos de Busca

- Sem perda de generalidade, o problema será atacado considerando-se que:
 1. Os elementos a serem percorridos são numéricos, distintos e estão armazenados em um vetor;
 2. O número de elementos define o tamanho do vetor;
 3. O elemento procurado pode não estar no vetor (no conjunto de elementos).

Algoritmos de Busca

numeros: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
---	----	---	----	----	---	---	---	---	----



Exemplo 1) Elemento procurado: 18 Resposta: posição 4

Exemplo 2) Elemento procurado: 5 Resposta: não encontrado

Exemplo

Subprogramas

...

Programa Principal de Busca

numeros = [0]*10 # Cria o vetor numeros zerado, com tamanho n = 10
preencher(numeros)

dado: o elemento a ser procurado

dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))

onde: o local no vetor onde dado foi encontrado ou -1 se não encontrado

onde = buscaElemento(numeros, dado)

escreverResposta(dado, onde)

Exemplo (continuação)

Subprogramas

```
def preencher(valores):  
    for ind in range(len(valores)):  
        valores[ind] = int(input("Elemento["+str(ind)+"]="))  
    return None  
  
def buscaElemento(valores, procurado):  
    ...  
  
def escreverResposta(valor, pos):  
    if pos<0:  
        print(valor, "não foi encontrado")  
    else:  
        print(valor, "foi encontrado na posição", pos)  
    return
```

Programa Principal de Busca

```
numeros = [0]*10  
preencher(numeros)  
dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))  
onde = buscaElemento(numeros, dado)  
escreverResposta(dado, onde)
```

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
---	----	---	----	----	---	---	---	---	----

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

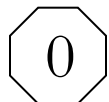
procurado: 18 local: -1

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
---	----	---	----	----	---	---	---	---	----



1

2

3

4

5

6

7

8

9

procurado: 18
local: -1
indice: 0

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18
local: -1
indice: 1

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18 local: -1 indice: 2

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18 local: -1 indice: 3

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18 local: 4 indice: 4
--

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18
local: 4
indice: 5

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18
local: 4
indice: 6

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18
local: 4
indice: 7

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 18 local: 4 indice: 8
--

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

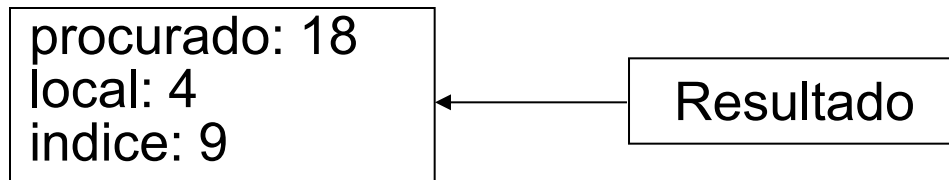
procurado: 18 local: 4 indice: 9
--

Busca Simples (utilizando for)

Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9



Subprogramas

```
def preencher(valores):
```

```
    ...
```

```
def buscaElemento(valores, procurado):
```

```
    local = -1
```

```
    for indice in range(len(valores)):
```

```
        if valores[indice]==procurado:
```

```
            local = indice
```

```
    return local
```

```
def escreverResposta(valor, pos):
```

```
    ...
```

Programa Principal de Busca

```
numeros = [0]*10
```

```
preencher(numeros)
```

```
dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))
```

```
onde = buscaElemento(numeros, dado)
```

```
escreverResposta(dado, onde)
```

Busca Simples (utilizando *for*)

- Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado, mesmo quando este é encontrado antes do fim do vetor.

Busca Simples (utilizando *for*)

- Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado, mesmo quando este é encontrado antes do fim do vetor.
- Nitidamente, esta é uma busca ineficiente.

Busca Simples (utilizando *for*)

- Todas as posições do vetor são comparadas com o valor procurado, mesmo quando este é encontrado antes do fim do vetor.
- Nitidamente, esta é uma busca ineficiente.
- O algoritmo avalia necessariamente **n** elementos, onde **n** é o tamanho do vetor. Portanto, sua complexidade é da ordem de **n**, representado por $O(n)$.

Busca Simples (utilizando *for* com saída rápida)

- Utilizando-se sub-programação, não se considera uma má prática de programação se realizar um **return** dentro de uma repetição.
- O subprograma *buscaElemento* pode ter sua eficiência melhorada quando encontra o elemento no vetor, não necessitando repetir todos os índices previstos no **for**:

```
def buscaElemento(valores, procurado):  
    for indice in range(len(valores)):  
        if valores[indice]==procurado:  
            return indice                # retorna ao encontrar o local  
    return -1                            # retorna -1 se terminar sem encontrar
```

Busca Simples (utilizando *while*)

Neste algoritmo, o processo de busca é interrompido quando o elemento procurado é encontrado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 4 local: -1 indice: 0
--

Busca Simples (utilizando *while*)

Neste algoritmo, o processo de busca é interrompido quando o elemento procurado é encontrado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 4 local: -1 indice: 1
--

Busca Simples (utilizando *while*)

Neste algoritmo, o processo de busca é interrompido quando o elemento procurado é encontrado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 4 local: -1 indice: 2
--

Busca Simples (utilizando *while*)

Neste algoritmo, o processo de busca é interrompido quando o elemento procurado é encontrado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

procurado: 4 local: 2 indice: 2

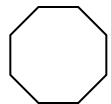
Busca Simples (utilizando *while*)

Neste algoritmo, o processo de busca é interrompido quando o elemento procurado é encontrado.

valores: contém o grupo de elementos

7	19	4	10	18	6	8	1	3	12
---	----	---	----	----	---	---	---	---	----

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



procurado: 4
local: 2
indice: 10

Resultado



Subprogramas

```
def preencher(valores):
```

```
    ...
```

```
def buscaElemento(valores, procurado):    # primeira solução
```

```
    local = -1
```

```
    indice = 0
```

```
    while indice < len(valores):
```

```
        if valores[indice] != procurado:
```

```
            indice = indice + 1
```

```
        else:
```

```
            local = indice
```

```
            indice = len(valores)
```

```
    return local
```

```
def escreverResposta(valor, pos):
```

```
    ...
```

Programa Principal de Busca

```
numeros = [0]*10
```

```
preencher(numeros)
```

```
dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))
```

```
onde = buscaElemento(numeros, dado)
```

```
escreverResposta(dado, onde)
```

Subprogramas

```
def preencher(valores):
```

```
    ...
```

```
def buscaElemento(valores, procurado):    # segunda solução
```

```
    indice = 0
```

```
    while indice < len(valores):
```

```
        if valores[indice] != procurado:
```

```
            indice = indice + 1
```

```
        else:
```

```
            return indice    # retorna ao encontrar local
```

```
    return -1    # retorna -1 se terminar sem encontrar
```

```
def escreverResposta(valor, pos):
```

```
    ...
```

Programa Principal de Busca

```
numeros = [0]*10
```

```
preencher(numeros)
```

```
dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))
```

```
onde = buscaElemento(numeros, dado)
```

```
escreverResposta(dado, onde)
```

Busca Simples (utilizando *while*)

- Em média, este algoritmo executa $n/2$ vezes o corpo da repetição **while**.

Busca Simples (utilizando *while*)

- Em média, este algoritmo executa $n/2$ vezes o corpo da repetição **while**.
- Em algumas vezes, o dado será encontrado logo na primeira posição, em outras, na última posição.

Busca Simples (utilizando *while*)

- Em média, este algoritmo executa $n/2$ vezes o corpo da repetição **while**.
- Em algumas vezes, o dado será encontrado logo na primeira posição, em outras, na última posição.
- No pior caso, o algoritmo avalia n elementos. Portanto, sua complexidade também é da ordem de n , representado por $O(n)$.

Busca com Sentinela (utilizando *while*)

- O algoritmo anterior poderia executar menos comparações, se não houvesse a necessidade de evitar ultrapassar o fim do vetor, caso o elemento procurado não se encontre no conjunto.

Busca com Sentinela (utilizando *while*)

- O algoritmo anterior poderia executar menos comparações, se não houvesse a necessidade de evitar ultrapassar o fim do vetor, caso o elemento procurado não se encontre no conjunto.
- Propõe-se então alocar uma posição a mais no vetor e inserir forçadamente o elemento procurado nesta posição.

Busca com Sentinela (utilizando *while*)

- O algoritmo anterior poderia executar menos comparações, se não houvesse a necessidade de evitar ultrapassar o fim do vetor, caso o elemento procurado não se encontre no conjunto.
- Propõe-se então alocar uma posição a mais no vetor e inserir forçadamente o elemento procurado nesta posição.
- Desta forma, necessariamente o elemento procurado será encontrado. Se for encontrado na posição $n+1$, significa que o elemento não pertence ao conjunto original.

Busca com Sentinela (utilizando *while*)

- O algoritmo anterior poderia executar menos comparações, se não houvesse a necessidade de evitar ultrapassar o fim do vetor, caso o elemento procurado não se encontre no conjunto.
- Propõe-se então alocar uma posição a mais no vetor e inserir forçadamente o elemento procurado nesta posição.
- Desta forma, necessariamente o elemento procurado será encontrado. Se for encontrado na posição $n+1$, significa que o elemento não pertence ao conjunto original.
- Apesar de executar menos comparações, o algoritmo avalia, no pior caso, $n+1$ elementos. Portanto, sua complexidade também é da ordem de n , representado por $O(n)$.

Subprogramas

```
def preencher(valores):
```

```
    ...
```

```
def buscaElemento(valores, procurado):
```

```
    indice = 0
```

```
    while valores[indice]!=procurado:
```

```
        indice = indice + 1
```

```
    if indice==len(valores)-1:
```

```
        local = -1                # local do sentinela, informa que não achou
```

```
    else:
```

```
        local = indice
```

```
    return local
```

```
def escreverResposta(valor, pos):
```

```
    ...
```

Programa Principal de Busca

```
numeros = [0]*10
```

```
preencher(numeros)
```

```
dado = int(input("Escolha valor a ser procurado: "))
```

```
numeros.append(dado)    # coloca o procurado no final: o sentinela
```

```
onde = buscaElemento(numeros, dado)
```

```
escreverResposta(dado, onde)
```

Busca Binária

- Os algoritmos apresentados até o momento foram projetados sem levar em consideração se os elementos do vetor encontram-se ordenados ou não.

Busca Binária

- Os algoritmos apresentados até o momento foram projetados sem levar em consideração se os elementos do vetor encontram-se ordenados ou não.
- Caso os elementos se encontrem ordenados, algoritmos mais eficientes podem ser implementados.

Busca Binária

- Os algoritmos apresentados até o momento foram projetados sem levar em consideração se os elementos do vetor encontram-se ordenados ou não.
- Caso os elementos se encontrem ordenados, algoritmos mais eficientes podem ser implementados.
- No algoritmo chamado busca binária, cada passo divide o espaço de busca em dois grupos até encontrar o elemento sendo procurado.

Busca Binária

Os n elementos encontram-se ordenados no vetor.

valores

1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

↑
início

↑
fim

procurado: 14

Busca Binária

procurado: 14

valores

14 > 10

1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

↑
início

↑
meio

↑
fim

Número de elementos comparados: 1

Busca Binária

procurado: 14

valores

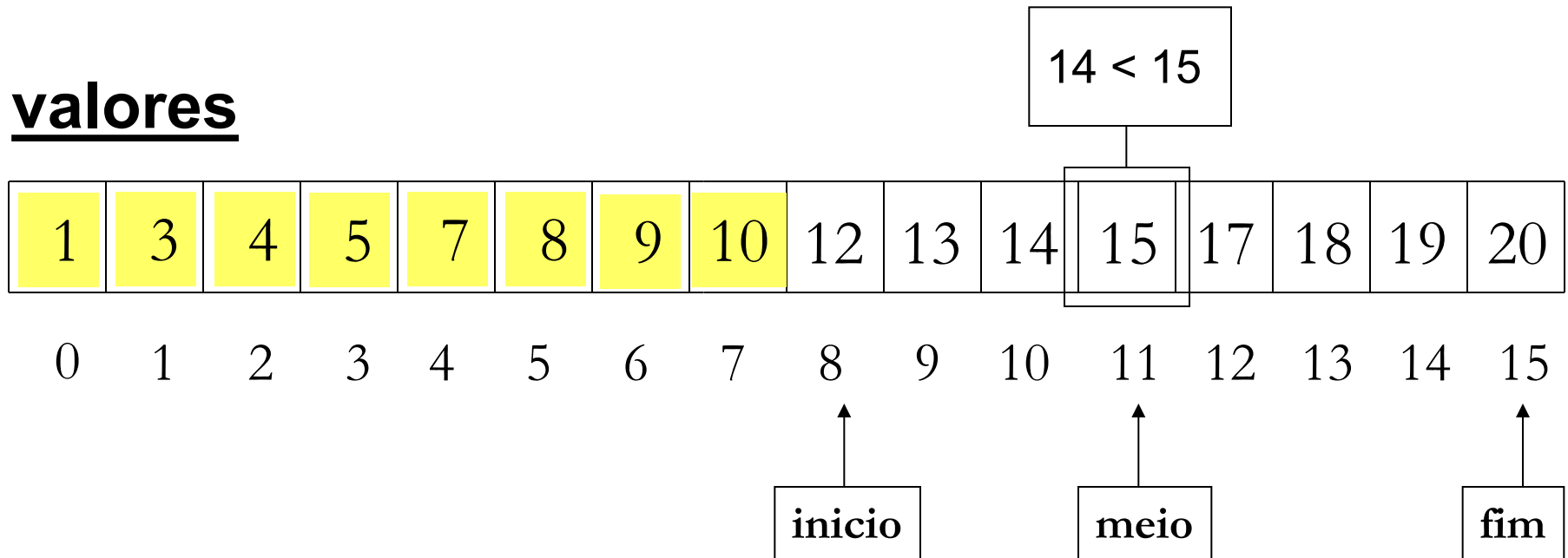
1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
							↑	↑							↑
							meio								fim
								↑							
								inicio							

Número de elementos comparados: 1

Busca Binária

procurado: 14

valores



Número de elementos comparados: 2

Busca Binária

procurado: 14

valores

1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							
								↑							

Busca Binária

procurado: 14

valores

14 > 13

1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

início

fim

meio

Número de elementos comparados: 3

Busca Binária

procurado: 14

valores

1	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

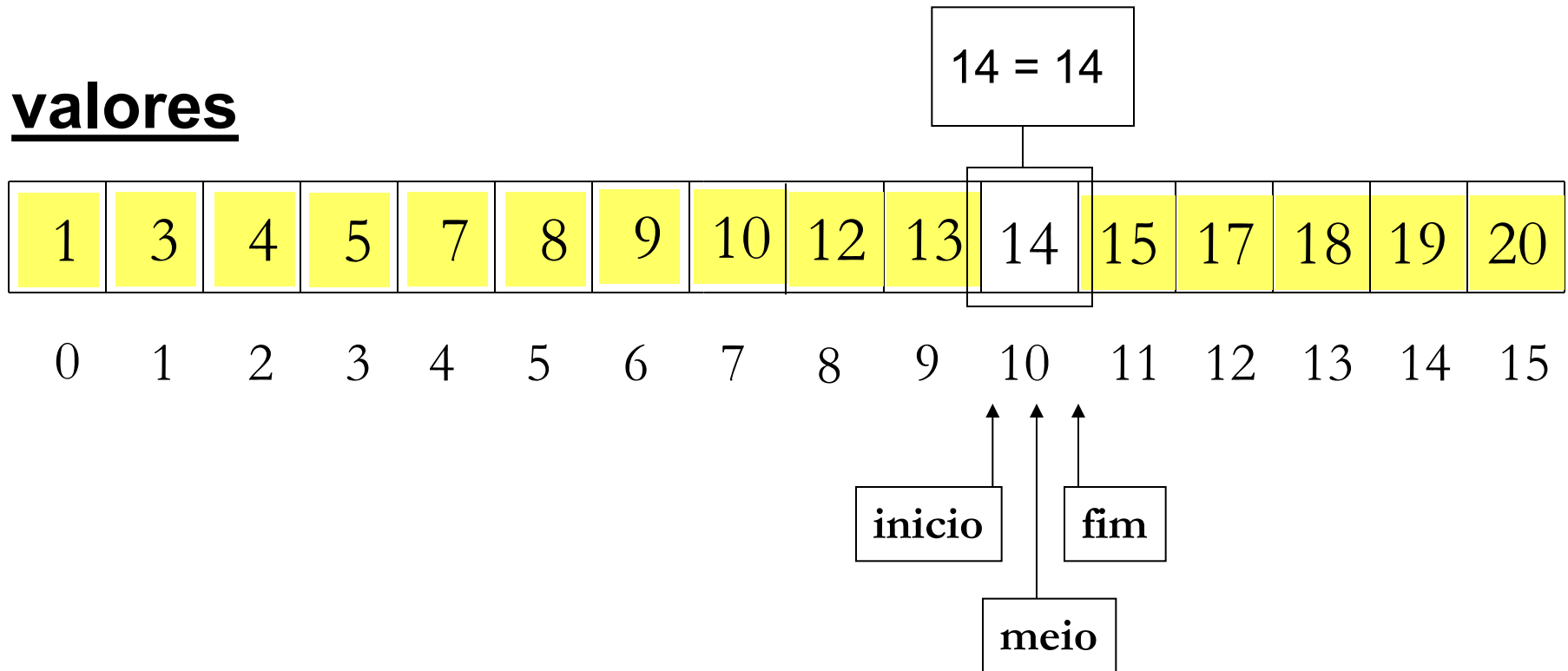
Diagram illustrating the binary search process. The array contains 16 sorted values. The search range is defined by 'inicio' (start) at index 10 and 'fim' (end) at index 11, both pointing to the value 14.

Número de elementos comparados: 3

Busca Binária

procurado: 14

valores

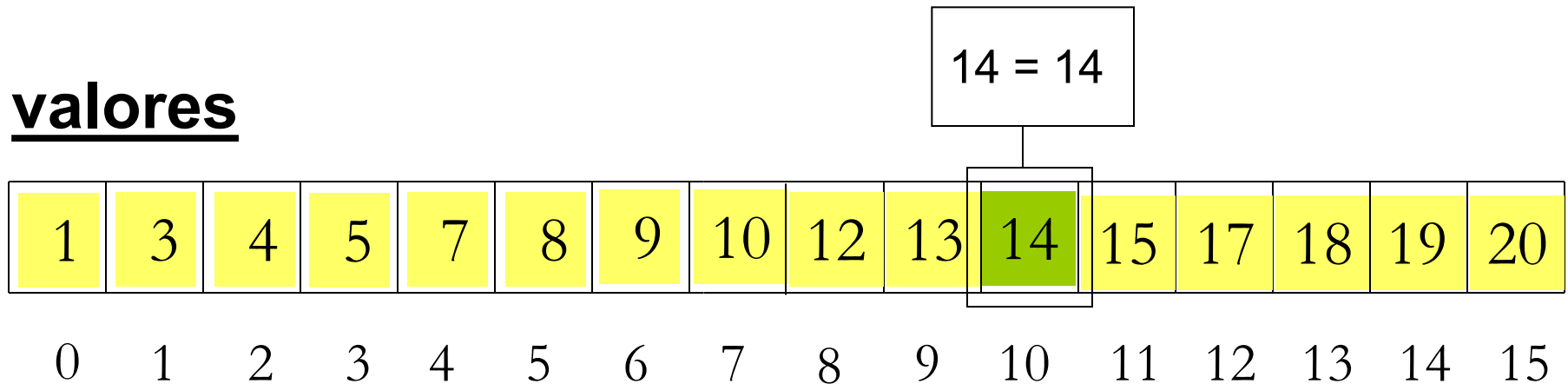


Número de elementos comparados: 4

Busca Binária

procurado: 14

valores



inicio

fim

Resposta: local = 10

meio

Número de elementos comparados: 4

Busca Binária

```
def buscaElemento(valores, procurado):  
    inicio = 0  
    fim = len(valores)-1  
    meio = (inicio + fim) // 2  
    while (inicio<fim) and (procurado!=valores[meio]):  
        if procurado>valores[meio]:  
            inicio = meio + 1  
        else:  
            fim = meio -1  
            meio = (inicio + fim) // 2  
    if procurado!=valores[meio]:  
        local = -1  
    else:  
        local = meio  
    return local
```

Busca Binária

- Na busca binária, a cada passo, divide-se o espaço de busca em dois até que o elemento procurado seja encontrado.

Busca Binária

- Na busca binária, a cada passo, divide-se o espaço de busca em dois até que o elemento procurado seja encontrado.
- Considerando-se um vetor de 16 posições, no máximo 4 divisões podem ser feitas. E portanto, no máximo 4 elementos do vetor serão comparados com o elemento procurado.

Busca Binária

- Na busca binária, a cada passo, divide-se o espaço de busca em dois até que o elemento procurado seja encontrado.
- Considerando-se um vetor de 16 posições, no máximo 4 divisões podem ser feitas. E portanto, no máximo 4 elementos do vetor serão comparados com o elemento procurado.
- Observe que se o vetor for de 32 posições (vetor duplicado), no máximo 5 elementos do vetor serão acessados (apenas um a mais). Ou ainda, se o vetor tiver 32.000 posições, apenas 15 avaliações serão necessárias.

Busca Binária

- Na busca binária, a cada passo, divide-se o espaço de busca em dois até que o elemento procurado seja encontrado.
- Considerando-se um vetor de 16 posições, no máximo 4 divisões podem ser feitas. E portanto, no máximo 4 elementos do vetor serão comparados com o elemento procurado.
- Observe que se o vetor for de 32 posições (vetor duplicado), no máximo 5 elementos do vetor serão acessados (apenas um a mais). Ou ainda, se o vetor tiver 32.000 posições, apenas 15 avaliações serão necessárias.
- Na prática, se o vetor tiver n posições, a busca binária avaliará, no pior caso, $\log_2(n)$ elementos. Portanto, sua complexidade é da ordem de $\log(n)$, representado por $O(\log(n))$.

Busca do Menor e Maior Elementos

- Este problema é caracterizado pela procura do menor e do maior elementos em um grupo de elementos do mesmo tipo.

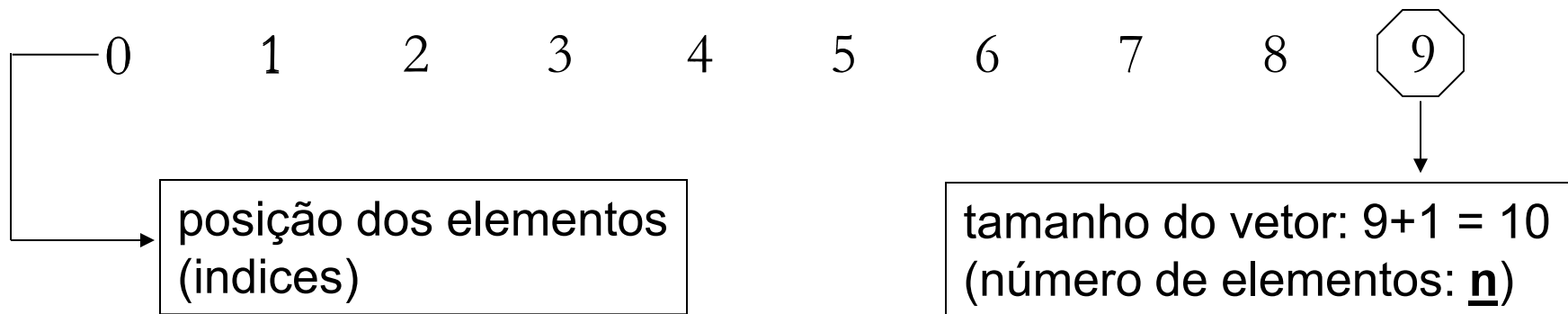
Busca do Menor e Maior Elementos

- Este problema é caracterizado pela procura do menor e do maior elementos em um grupo de elementos do mesmo tipo.
- Sem perda de generalidade, o problema será atacado considerando-se que:
 - Os elementos a serem percorridos são numéricos e estão armazenados em um vetor;
 - Estes elementos podem não ser distintos;
 - O número de elementos define o tamanho do vetor.

Busca do Menor e Maior Elementos

valores: contém o grupo de elementos

4	19	4	10	18	6	19	1	3	18
---	----	---	----	----	---	----	---	---	----



Resposta: Menor Elemento: 1
Maior Elemento: 19

Busca do Menor e Maior Elementos

Subprogramas

```
def preencher(valores):  
    for ind in range(len(valores)):  
        valores[ind] = int(input("Elemento["+str(ind)+"]="))  
    return  
  
def buscarMenorMaiorElementos(valores):  
    ...  
  
def escrever(infos):  
    print("O menor elemento =", infos[0], "e o maior elemento =", infos[1])  
    return None
```

Programa Principal de Busca do Menor e do Maior Elementos

```
numeros = [0]*10  
preencher(numeros)  
extremos = buscarMenorMaiorElementos(numeros)  
escrever(extremos)
```

Busca do Menor e Maior Elementos (continuação)

```
# Subprogramas  
def preencher(valores):  
    ...  
def buscarMenorMaiorElementos(valores):  
    menor = valores[0]  
    maior = valores[0]  
    for indice in range(1,len(valores)):  
        if menor > valores[indice]:  
            menor = valores[indice]  
        elif maior < valores[indice]:  
            maior = valores[indice]  
    return [menor, maior]  
def escrever(infos):  
    ...  
  
# Programa Principal de Busca do Menor e do Maior Elementos  
numeros = [0]*10  
preencher(numeros)  
extremos = buscarMenorMaiorElementos(numeros)  
escrever(extremos)
```


Busca do Menor e Maior Elementos

- O algoritmo apresentado encontra o menor e o maior elementos em um vetor de n elementos.

Busca do Menor e Maior Elementos

- O algoritmo apresentado encontra o menor e o maior elementos em um vetor de **n** elementos.
- Dado que cada um dos **n** elementos é avaliado necessariamente uma vez, a sua complexidade é da ordem de **n**, representado por $O(n)$.

Faça os Exercícios Relacionados a essa Aula

Clique no botão para visualizar os enunciados:



Aula 6

Professores:

Dante Corbucci Filho
Leandro A. F. Fernandes

Conteúdo:

- Algoritmos de Busca
 - Busca Simples
 - Busca com Sentinela
 - Busca Binária
- Busca do Menor e Maior Elementos
- Noções de Complexidade de Algoritmos