

Introdução à Informática

Sistemas Numéricos
Representações Numéricas

Ageu Pacheco e Alexandre Meslin

Sistemas Numéricos

Representações Numéricas

- Objetivo do Módulo :

Estudo de outros sistemas numéricos além do decimal visando entendimento e domínio de operações aritméticas do sistema binário (de base 2) e do seu relativo; hexadecimal ou de base 16.

Sistemas Numéricos

Representações Numéricas

- Objetivo da Aula:
- Conhecer representações de números em outras bases

Sistemas Numéricos

Sistema Decimal

- Concebido pelos hindus cerca de 2000 anos atrás. Posteriormente foi adotado pelos árabes que o introduziram aos europeus.
- Também denominado sistema arábico porque utiliza símbolos arábicos para representar os dez algarismos ou dígitos (dedo em Latim) que a base suporta: (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).
- Base é a quantidade de símbolos disponíveis para representar os diferentes dígitos do sistema.

Sistemas Numéricos

Sistema Decimal

- A representação de qualquer número na base decimal é posicional; isto é cada dígito assume um valor ponderado à posição que ocupa.

Ex: $638 = 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

- O valor que cada dígito assume na notação posicional é igual ao seu valor absoluto multiplicado pela base elevada à posição relativa do dígito – 1.

Sistemas Numéricos

Representações Numéricas

- Exemplo de sistema numérico não ponderado:
Sistema Romano

Algarismos romanos:

I, V, X, L, C, D, M

1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000

Exemplos de números romanos;

MCMLXXXIX, MCMXCIX, MM, MMI

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Outras bases ponderadas utilizando os mesmos símbolos arábicos:

Exemplos:

- Base 3:

0,1,2,10,11,12,20,21,22,100,101,102,110...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Outras bases ponderadas utilizando os mesmos símbolos arábicos:

Exemplos:

- Base 3:

0	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101	102	110...	(base 3)
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	,	10	11	12....(base10)

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):
- Base 5:
0,1,2,3,4,10,11,12,13,14,20,21,22,23,24,30,...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):

- Base 5:

0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20	21	22	23	24	30...
↓	↓				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):
- Base 7:
0,1,2,3,4,5,6,10,11,12,13,14,15,16,20,21,22,23,24...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):

- Base 7:

0	1	2	3	4	5	6	10	11	12	13	14	15	16	20	21	22	23	24...
↓	↓						↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):
- Base 2:
0,1,10,11,100,101,110,111,1000,1001,1010,1011...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):

- Base 2:

0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):
- Base 16:
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,10,11,12,13,...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos outras bases (cont):

- Base 16:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	...
↓	↓								↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	...

Sistemas Numéricos

Outras Bases

Concluindo...

- Propriedades dos sistemas numéricos posicionais:
- O número de dígitos usados em qualquer sistema é sempre igual à base
- O maior dígito é igual ao valor da base menos 1
- O valor que cada dígito assume na notação posicional é igual ao seu valor absoluto multiplicado pela base elevada à posição relativa do dígito menos 1
- O número que corresponde à base é sempre igual a 10 (um-zero)

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Assim um número inteiro qualquer N de uma dada base b representado por sua notação posicional:

$$N_b = (A_n A_{n-1} \dots A_2 A_1 A_0)_b ,$$

pode ser expresso em termos quantitativos por:

$$N_b = A_n \cdot b^n + A_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + A_2 \cdot b^2 + A_1 \cdot b^1 + A_0 \cdot b^0$$

(expressão da expansão da notação posicional)

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

5) $4303_{16} = 4 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 3 = 17155_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

5) $4303_{16} = 4 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 3 = 17155_{10}$

6) $21022_3 = 2 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 2 \times 3 + 2 = 197_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

5) $4303_{16} = 4 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 3 = 17155_{10}$

6) $21022_3 = 2 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 2 \times 3 + 2 = 116_{10}$

7) $1011010_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 90_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

5) $4303_{16} = 4 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 3 = 17155_{10}$

6) $21022_3 = 2 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 2 \times 3 + 2 = 116_{10}$

7) $1011010_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 90_{10}$

8) $ABC_{16} = 10 \times 16^2 + 11 \times 16 + 12 = 2748_{10}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

1) $426_{10} = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 426_{10}$

2) $426_7 = 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 216_{10}$

3) $7777_8 = 7 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 4095_{10}$

4) $4303_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 3 = 578_{10}$

5) $4303_{16} = 4 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 3 = 17155_{10}$

6) $21022_3 = 2 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 2 \times 3 + 2 = 116_{10}$

7) $1011010_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 90_{10}$

8) $ABC_{16} = 10 \times 16^2 + 11 \times 16 + 12 = 2748_{10}$

9) $504176_7 = \text{não é possível a representação na base 7}$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Representação de números reais:

Número real em uma dada base b :

$$N_R = (A_n A_{n-1} \dots A_2 A_1 A_0 . A_{-1} A_{-2} A_{-3} \dots A_{-m})$$

$$N_R = N_I + N_F, \text{ onde:}$$

$$N_I = A_n \cdot b^n + A_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + A_1 \cdot b^1 + A_0 \cdot b^0$$

$$N_F = A_{-1} \cdot b^{-1} + A_{-2} \cdot b^{-2} + \dots + A_{-m+1} \cdot b^{-m+1} + A_{-m} \cdot b^{-m}$$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

$$1) 426.45_{10} = 426 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} = 426.45_{10}$$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

$$1) 426.45_{10} = 426 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} = 426.45_{10}$$

$$\begin{aligned} 2) 426.45_7 &= 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 + 4 \times 7^{-1} + 5 \times 7^{-2} \\ &= 216 + 4 \times \frac{1}{7} + 5 \times \frac{1}{49} \\ &= 216 + 0.57 + 0.10 = 216.67_{10} \end{aligned}$$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

$$1) 426.45_{10} = 426 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} = 426.45_{10}$$

$$\begin{aligned} 2) 426.45_7 &= 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 + 4 \times 7^{-1} + 5 \times 7^{-2} \\ &= 216 + 4 \times \frac{1}{7} + 5 \times \frac{1}{49} \\ &= 216 + 0.57 + 0.10 = 216.67_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 1001.1011_2 &= 9 + 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = \\ &= 9 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 = 9.6875_{10} \end{aligned}$$

Sistemas Numéricos

Outras Bases

- Exemplos:

$$1) 426.45_{10} = 426 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} = 426.45_{10}$$

$$\begin{aligned} 2) 426.45_7 &= 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 + 4 \times 7^{-1} + 5 \times 7^{-2} \\ &= 216 + 4 \times \frac{1}{7} + 5 \times \frac{1}{49} \\ &= 216 + 0.57 + 0.10 = 216.67_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 1001.1011_2 &= 9 + 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = \\ &= 9 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 = 9.6875_{10} \end{aligned}$$

$$4) 1A.1A_{16} = 26 + 0.0625 + 10 \times 0.0039 = 26.10156_{10}$$