

Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina: Matemática para Computação

AP3 - 2º semestre de 2016 — Gabarito

Questões

1. (2,5 pontos) _____

Calcule os limites a seguir:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$

Solução:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1}$

$$\frac{+\infty}{+\infty} \rightarrow \text{Regra de L'Hôpital}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x + 5}{14x - 2}$$

que também é uma indeterminação do tipo $+\infty / +\infty$, podemos aplicar novamente a regra de L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x + 5}{14x - 2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{14} = \frac{6}{14}$$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$

Novamente temos $\frac{+\infty}{+\infty} \longrightarrow$ Regra de L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1/x}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

2. (2,5 pontos) _____

Analise onde a função é crescente ou decrescente e ache os pontos de máximo e mínimo relativos da seguinte função

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 7$$

Solução:

Vamos verificar a inclinação da curva e os pontos extremos locais

$$f'(x) = 0 \implies 3x^2 + 12x = 0 \implies 3x(x + 4) = 0$$

Portanto, os pontos aonde a derivada se anula são $x = 0$ e $x = -4$. Vamos agora verificar o sinal da primeira derivada em torno desses pontos. O diagrama a seguir indica o sinal da primeira derivada na região de interesse.



Desta forma verificamos que o ponto $(x, y) = (-4, 25)$ é um ponto de máximo e que o ponto $(x, y) = (0, -7)$ é um ponto de mínimo. Além disso, f é crescente em $(-\infty, -4)$ e $(0, \infty)$ e é decrescente em $(-4, 0)$.

3. (2,5 pontos) _____

Se $f(x) = x^4 + 2$, determine o volume do sólido gerado pela revolução, em torno do eixo x , da região sob o gráfico de $f(x)$ entre $x = 1$ e $x = 2$.

Solução

$$\begin{aligned} V &= \int_1^2 \pi(x^4 + 2)^2 dx \\ &= \pi \int_1^2 (x^8 + 4x^4 + 4) dx \\ &= \pi \left[\frac{1}{9}x^9 + \frac{4}{5}x^5 + 4x \right]_1^2 \\ &= \pi \left[\left(\frac{512}{9} + \frac{32}{5} + 4 \right) - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{5} + 4 \right) \right] \\ &= \pi \left[\frac{2560 + 288 + 180 - 5 - 9 - 180}{45} \right] \\ &= \pi \frac{2834}{45} \end{aligned}$$

4. (2,5 pontos) _____

Calcular a área da região \mathcal{R} situada abaixo da linha $y = \frac{1}{2}x + 2$, acima da parábola $y = x^2$, e entre o eixo y e $x = 1$.

Solução:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{2}x + 2 \right) - x^2 \right] dx = \left[\frac{1}{2} \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \left[\frac{x^2}{4} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{1^2}{4} + 2 \cdot 1 - \frac{1^3}{3} \right] - \left[\frac{0^2}{4} + 2 \cdot 0 - \frac{0^3}{3} \right] = \left[\frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{3} \right] = \left[\frac{3 + 24 - 4}{12} \right] \\ &= \frac{23}{12} \end{aligned}$$