



Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação  
Disciplina: Matemática para Computação  
AP2 - 2º semestre de 2016 - Gabarito

## Questões

1. (2,50 pontos) \_\_\_\_\_

Determine os extremos relativos da função  $f(x) = (x - 2)^{2/3}$ .

**Solução:**

$$f(x) = (x - 2)^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x - 2)^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}(x - 2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \frac{1}{(x - 2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x - 2}}$$

logo o único ponto crítico é  $x = 2$ . Mas,

$$\begin{aligned} \text{para } x < 2 &\rightarrow f'(x) < 0 \\ \text{para } x > 2 &\rightarrow f'(x) > 0 \end{aligned}$$

Portanto, em  $x = 2$  ocorre um mínimo relativo.

2. (2,50 pontos) \_\_\_\_\_

Encontre as seguintes antiderivadas:

(a)

$$\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx$$

(b)

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$$

**Solução:**

(a)

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx &= \int \left[ \frac{x^3}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2} \right] dx = \int [x + 5 - 4x^{-2}] dx \\ &= \left[ \frac{x^2}{2} + 5x - 4 \frac{x^{-1}}{-1} + C \right] = \frac{x^2}{2} + 5x + \frac{4}{x} + C \\ &= \frac{x^3 + 10x^2 + 8}{2x} + C \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx &= \frac{1}{3} \int (x^3+2)^{-1/4} 3x^2 dx = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3/4} (x^3+2)^{3/4} \right) + C \\ &= \frac{4}{9} (x^3+2)^{3/4} + C \end{aligned}$$

3. (2,50 pontos) \_\_\_\_\_

Use integrais definidas para achar a área entre o semicírculo  $v = \sqrt{1-x^2}$  e a linha em  $45^\circ$  definida por  $v = x$ , no primeiro quadrante.

**Solução:**

Temos que encontrar a interseção das duas curvas para definir os limites de integração,

$$\sqrt{1-x^2} = x \longrightarrow 1-x^2 = x^2 \longrightarrow 2x^2 = 1 \longrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

a intersecção se dá em  $x = \sqrt{1/2}$  no primeiro quadrante

$$A = \int_0^{\sqrt{1/2}} (\sqrt{1-x^2} - x) dx = \left[ \frac{1}{2} \sin^{-1} x + \frac{1}{2} x \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\sqrt{1/2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \sqrt{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}^2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}^2 \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left( \sqrt{\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \\
&= \frac{1}{2} \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}
\end{aligned}$$

4. (2,50 pontos) \_\_\_\_\_

Use a regra de L'Hôpital uma ou mais vezes para avaliar os seguintes limites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{sen} 2x}{x - \operatorname{sen} 2x}$

**Solução:**

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x} = +\infty$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{sen} 2x}{x - \operatorname{sen} 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2\cos 2x}{1 - 2\cos 2x} = \frac{1 + 2(1)}{1 - 2(1)} = -3$