Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Matemática para Computação
AP2 - 2º semestre de 2011 - Gabarito

Questões

1. (2,0 pontos)

   Dada a função $y = 3x^4 - 10x^3 - 12x^2 + 12x - 7$, verifique onde a função é crescente e decrescente, obtenha os pontos de máximo, mínimo e os pontos de inflexão, caso existam e esboce o gráfico da função.

   # Questão anulada

2. (2,0 pontos)

   Encontre as seguintes antiderivadas:

   (a) (1,0 ponto)

   $$\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2}\, dx$$

   (b) (1,0 ponto)

   $$\int (x^3 + 2)^{1/2} x^2\, dx$$

   Solução:

   (a) (1,0 ponto)

   $$\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2}\, dx = \int \left[\frac{x^3}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}\right] dx$$

$$= \int \left[x + 5 - 4x^{-2}\right]\, dx$$

$$= \int \left[x + 5 - 4x^{-2}\right]\, dx$$

$$= \int x\, dx + \int 5\, dx - 4 \int x^{-2}\, dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + 5x + 4x^{-1} + C$$

$$= \frac{x^2}{2} + 5x + \frac{4}{x} + C$$

(b) (1,0 ponto)

$$\int (x^3+2)^{1/2} x^2\, dx = \frac{1}{3} \int (x^3+2)^{1/2} 3x^2\, dx$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{3/2}(x^3+2)^{3/2}\right] + C$$

$$= \frac{2}{9}(x^3+2)^{3/2} + C$$

3. (2,0 pontos)

Calcule as seguintes integrais:

(a) (1,0 ponto)

$$\int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)\, dx$$

(b) (1,0 ponto)

$$\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \operatorname{sen}\, x\, dx$$

Solução:

(a) (1,0 ponto)

$$\int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)\, dx = \int_{-3}^{-1} \left(x^{-2} - x^{-3}\right)\, dx$$

$$= \left[\frac{x^{-2+1}}{(-2+1)} - \frac{x^{-3+1}}{(-3+1)}\right]_{-3}^{-1}$$

$$= \left[\frac{x^{-1}}{(-1)} - \frac{x^{-2}}{(-2)}\right]_{-3}^{-1}$$

$$= \left[-\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2}\right]_{-3}^{-1}$$

$$= \left[-\frac{1}{(-1)} + \frac{1}{2(-1)^2}\right] - \left[-\frac{1}{(-3)} + \frac{1}{2(-3)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{18}$$

$$= \frac{18 + 9 - 6 - 1}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

(b) (1,0 ponto)

$$\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \text{sen } x\,dx = [-\cos x]_{\pi/2}^{3\pi/4}$$

$$= [-\cos x]_{\pi/2}^{3\pi/4}$$

$$= [-\cos(3\pi/4) + \cos(\pi/2)]$$

$$= \left[-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 0\right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. (2,0 pontos)

Ache as derivadas das seguintes funções.

(a) $f(x) = \ln(x^4 + 7x)$

(b) $f(x) = \ln\sqrt{3 - x^2}$

Solução:

(a)
$$f'(x) = \frac{1}{x^4 + 7x} \cdot (x^4 + 7x)'$$

$$= \frac{1}{x^4 + 7x} \cdot (4x^3 + 7)$$

$$= \frac{4x^3 + 7}{x^4 + 7x}$$

(b)
$$f(x) = \ln\sqrt{3 - x^2} = \ln(3 - x^2)^{1/2} = \frac{1}{2}\ln(3 - x^2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}[\ln(3 - x^2)]'$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{(3 - x^2)}(3 - x^2)'$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{(3 - x^2)}(-2x)$$

$$= -\frac{x}{3 - x^2}$$

5. (2,0 pontos)

Ache o volume do sólido obtido por revolução em torno do eixo x da região limitada pela parábola $y^2 = 8x$ e a linha $x = 2$.

Solução:

$$\text{Volume } = \int_0^2 \pi y^2\, dx = \pi \int_0^2 y^2\, dx = \pi \int_0^2 8x\, dx = 8\pi \int_0^2 x\, dx$$

$$\text{Volume } = 8\pi \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = 8\pi \left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2}\right] = 8\pi\,[2-0] = 16\pi$$