Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Matemática Para Computação
AP3 - 1º semestre de 2007 - gabarito

1. (2,0 pontos)

Ache os pontos de intersecção com os eixos coordenados, os pontos de máximo e mínimo e os pontos de inflexão da seguinte função: $f(x) = x^4$.

Intersecções com os eixos coordenados

$$f(x) = x^4$$

Intersecção com o eixo X:

$$y = 0$$

$$x^4 = 0$$

$$x = 0$$

Logo, o ponto de intersecção com o eixo X é dado por: $(0, 0)$.

Intersecção com o eixo Y:

$$x = 0$$

$$f(x) = x^4$$

$$f(0) = 0$$

Logo, o ponto de intersecção com o eixo Y é dado por: $(0, 0)$.

Estudo das derivadas:

$$f^{'}(x) = 4x^3$$

$$f^{''}(x) = 12x^2$$

Máximo e Mínimo:

Se $x < 0$ então $f'(x) < 0$, e $f(x)$ é decrescente em $x < 0$.
Se $x > 0$ então $f'(x) > 0$, e $f(x)$ é crescente em $x > 0$.

Portanto, existe ponto de mínimo em $x = 0$.

Concavidade, ponto de inflexão:

$$f^{''}(x) = 0$$

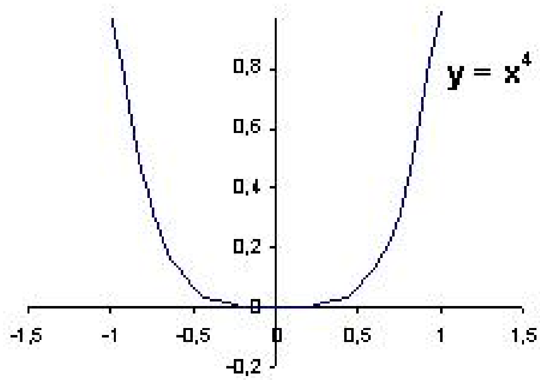
$$12x^2 = 0$$

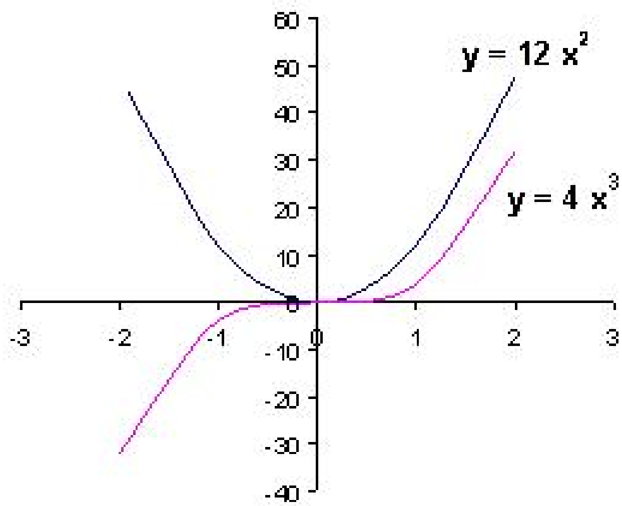
$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Se $x < 0$ então $f^{''}(x) > 0$
Se $x > 0$ então $f^{''}(x) > 0$

Não possui ponto de inflexão em $x = 0$ pois é sempre côncava ascendente.





2. (1,5 ponto)

Calcule as derivadas abaixo:

(a) $$f(x) = \frac{1}{x^5}$$

$$(x^{-5})' =$$

$$= -5x^{-6}$$

$$= -\frac{5}{x^6}$$

(b) $$f(x) = x + x^2$$

$$(x + x^2)' =$$

$$= 1 + 2x$$

3. (1,5 ponto)

Calcule as integrais definidas:

(a) $$\int_0^1 (3x^2)\, dx =$$

$$= \left(3\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1$$

$$= 1 - 0$$

$$= 1$$

(b) $$\int_2^6 (3x + 4) dx =$$

$$= \left(3\frac{x^2}{2} + 4x\right)\Big|_2^6$$

$$= 3 \times \frac{36}{2} + 4 \times 6 - \left(3 \times \frac{4}{2} + 8\right)$$

$$= 54 + 24 - 14$$

$$= 64$$

4. (1,5 ponto)

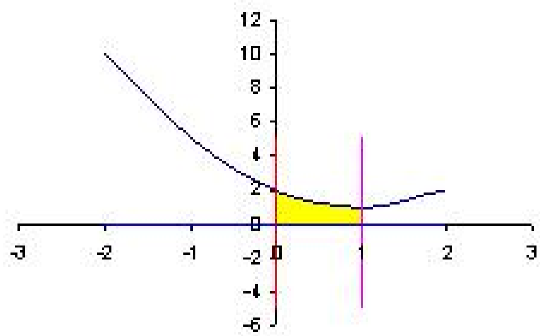
Calcule a área (A) total da região limitada pela parábola $y = x^2 - 2x + 2$, o eixo x, $x = 0$ e $x = 1$.

$$A = \int_0^1 [x^2 - 2x + 2] dx = \frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + 2x\Big|_0^1$$

$$A = \frac{1^3}{3} - 2\frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1 - \left[\frac{0^3}{3} - 2\frac{0^2}{2} + 2 \cdot 0\right]$$

$$A = \frac{1^3}{3} - 2\frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1 = \frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} + 2$$

$$A = \frac{1}{3} - 2\left[\frac{1}{2}\left(1^2 - 0^2\right)\right] + 2(1-0) = \frac{4}{3}$$

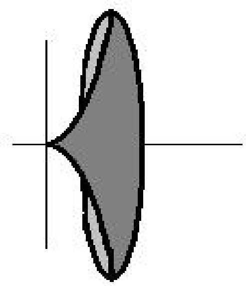


5. (1,5 ponto) ———————————————————————————

Seja R a região entre o eixo x, a curva $y = x^3$ e $x = 2$. Encontre o volume do sólido obtido quando esse gráfico é girado em torno do eixo x. Esboce o sólido.

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dy = \pi \int_0^2 (x^3)^2 dx =$$

$$= \pi \int_0^2 x^6 dx = \pi \left(\frac{x^7}{7}\right)\Bigg|_0^2 = \frac{128}{7}\pi$$



6. (2,0 pontos)

Use a regra de L'Hopital para calcular os seguintes limites:

(a) $$\lim_{x\to 0^+}(x^2 \ln x) =$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{lnx}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} -\frac{1}{2}x^2 = 0$$

(b) $$\lim_{x\to 4} \frac{x^4 - 256}{x^2 - 16} =$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{4x^3}{2x}$$

$$= \lim_{x\to 4} 2x^2$$

$$= 32$$