

Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Matemática para Computação
AP2 - 1º semestre de 2016 - Gabarito

Questões

1. (2,5 pontos) _____

Encontre as seguintes antiderivadas:

(a) (1,0 ponto)

$$\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx$$

(b) (1,0 ponto)

$$\int (x^3 + 2)^{1/2} x^2 dx$$

Solução:

(a) (1,0 ponto)

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx &= \int \left[\frac{x^3}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2} \right] dx \\ &= \int [x + 5 - 4x^{-2}] dx \\ &= \int [x + 5 - 4x^{-2}] dx \\ &= \int x dx + \int 5 dx - 4 \int x^{-2} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x^2}{2} + 5x + 4x^{-1} + C \\
&= \frac{x^2}{2} + 5x + \frac{4}{x} + C
\end{aligned}$$

(b) (1,0 ponto)

$$\begin{aligned}
\int (x^3 + 2)^{1/2} x^2 dx &= \frac{1}{3} \int (x^3 + 2)^{1/2} 3x^2 dx \\
&= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3/2} (x^3 + 2)^{3/2} \right] + C \\
&= \frac{2}{9} (x^3 + 2)^{3/2} + C
\end{aligned}$$

2. (2,5 pontos) _____

Calcule as seguintes integrais definidas:

(a) (1,0 ponto)

$$\int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$$

(b) (1,0 ponto)

$$\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \text{sen } x dx$$

Solução:

(a) (1,0 ponto)

$$\begin{aligned}
\int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx &= \int_{-3}^{-1} (x^{-2} - x^{-3}) dx \\
&= \left[\frac{x^{-2+1}}{(-2+1)} - \frac{x^{-3+1}}{(-3+1)} \right]_{-3}^{-1} \\
&= \left[\frac{x^{-1}}{(-1)} - \frac{x^{-2}}{(-2)} \right]_{-3}^{-1} \\
&= \left[-\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} \right]_{-3}^{-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[-\frac{1}{(-1)} + \frac{1}{2(-1)^2} \right] - \left[-\frac{1}{(-3)} + \frac{1}{2(-3)^2} \right] \\
&= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{18} \\
&= \frac{18 + 9 - 6 - 1}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}
\end{aligned}$$

(b) (1,0 ponto)

$$\begin{aligned}
\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \sin x \, dx &= [-\cos x]_{\pi/2}^{3\pi/4} \\
&= [-\cos x]_{\pi/2}^{3\pi/4} \\
&= [-\cos(3\pi/4) + \cos(\pi/2)] \\
&= \left[-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 0 \right] \\
&= \frac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

3. (2,5 pontos) _____

Ache as derivadas das seguintes funções.

(a) $f(x) = \ln(x^4 + 7x)$

(b) $f(x) = \ln \sqrt{3 - x^2}$

Solução:

(a)
$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{1}{x^4 + 7x} \cdot (x^4 + 7x)' \\
&= \frac{1}{x^4 + 7x} \cdot (4x^3 + 7) \\
&= \frac{4x^3 + 7}{x^4 + 7x}
\end{aligned}$$

$$(b) \quad f(x) = \ln \sqrt{3 - x^2} = \ln(3 - x^2)^{1/2} = \frac{1}{2} \ln(3 - x^2)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} [\ln(3 - x^2)]' \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(3 - x^2)} (3 - x^2)' \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(3 - x^2)} (-2x) \\ &= -\frac{x}{3 - x^2} \end{aligned}$$

4. (2,5 pontos) _____

Ache o volume do sólido obtido por revolução em torno do eixo x da região limitada pela parábola $y^2 = 8x$ e a linha $x = 2$.

Solução:

$$\text{Volume} = \int_0^2 \pi y^2 dx = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 8x dx = 8\pi \int_0^2 x dx$$

$$\text{Volume} = 8\pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 8\pi \left[\frac{(2)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2} \right] = 8\pi [2 - 0] = 16\pi$$