Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Matemática para Computação
Gabarito AP3 - 2^o semestre de 2009

Questões

1. (1.5 ponto)

   Localize os extremos relativos da função e determine se são pontos de máximo ou mínimo:

   $$g(x) = x^4 - 2x^2$$

   Solução:

   $$g(x) = x^4 - 2x^2$$

   $$g'(x) = 4x^3 - 4x$$

   $$g'(x) = 4x(x^2 - 1)$$

   $$g'(x) = 0 \leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0$$

   $$4x(x^2 - 1) = 0 \leftrightarrow x = 0, x = -1, x = 1$$

   3 pontos críticos;

   $$g''(x) = 12x^2 - 4$$

$g''(-1) = 8 > 0 \rightarrow (-1, g(-1)) = (-1, -1)$ ponto de mínimo

$g''(0) = -4 < 0 \rightarrow (0, g(0)) = (0, 0)$ ponto de máximo

$g''(1) = 8 > 0 \rightarrow (1, g(1)) = (1, -1)$ ponto de mínimo

2. (1.5 ponto)

Determine os pontos de inflexão da função $g(x)$, caso existam e indique os intervalos onde a concavidade do gráfico da função é para baixo e para cima.

$g(x) = x^4$

Solução:

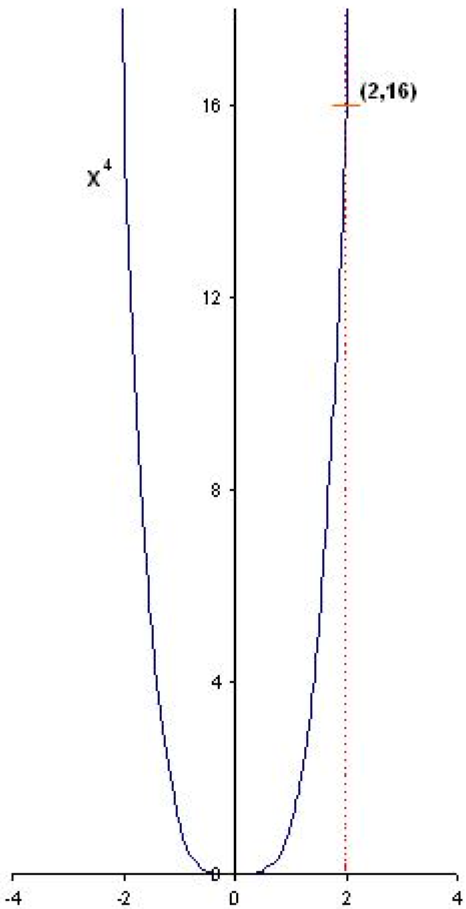
$g(x) = x^4$

$g'(x) = 4x^3$

$g''(x) = 12x^2$

Fazendo o diagrama de sinais para g", poderemos ver que a derivada segunda de g não muda de sinal quando passamos por $x = 0$ (ponto crítico (0, 0)).

Dessa forma, (0 , 0) não é um ponto de inflexão da função g, ou seja, não há mudança de concavidade em nenhum ponto do domínio, como mostra o gráfico apresentado.



3. (1.0 ponto) ——

   Calcule a antiderivada:

$$\int \left(6x + 12x^2\right) dx =$$

Solução:

$$\int \left(6x + 12x^2\right) dx =$$

$$= \int 6x \; dx + \int 12x^2 \; dx$$

$$= 6 \int x \; dx + 12 \int x^2 \; dx$$

$$= 6 \; \frac{x^2}{2} + C_1 + 12 \; \frac{x^3}{3} + C_2$$

$$= 6 \; \frac{x^2}{2} + 12 \; \frac{x^3}{3} + C$$

$$= 3x^2 + 4x^3 + C$$

4. (1.5 ponto) ——————————————————————————————-
   Calcule a integral definida:

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx =$$

Solução:

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx =$$

$$= \int_1^4 \left(x^{1/2} - x^2\right) dx$$

$$= \int_1^4 x^{1/2} \; dx - \int_1^4 x^2 \; dx$$

$$= \left[\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_1^4 - \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^4$$

$$= \left[\frac{2}{3} \; x^{3/2}\right]_1^4 - \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^4$$

$$= \frac{2}{3} \; \left[x^{3/2}\right]_1^4 - \frac{1}{3} \; \left[x^3\right]_1^4$$

$$= \frac{2}{3} \; \left[4^{3/2} - 1^{3/2}\right] - \frac{1}{3} \; \left[4^3 - 1^3\right]$$

$$= \frac{2}{3}[8-1] - \frac{1}{3}[64-1]$$

$$= \frac{14}{3} - \frac{63}{3}$$

$$= -\frac{49}{3}$$

5. (1.75 ponto)

Use a integração para calcular a área da região delimitada pelo eixo x e pela função $f(x) = 2x + 1$ no intervalo $[1, 3]$.

Solução:

$$A = \int_1^3 (2x+1)dx$$

$$= 2\int_1^3 x\ dx + 1\int_1^3\ dx$$

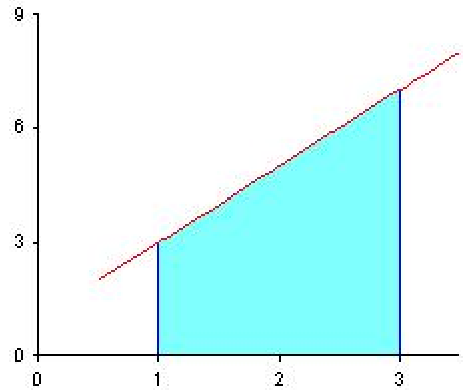
$$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 + [x]_1^3$$

$$= 2\left[\frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right] + [3-1]$$

$$= 2\left[\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right] + 2$$

$$= 8 + 2$$

$$= 10$$



6. (1.75 ponto)
   Usando o método do disco circular, calcule o volume do sólido gerado pela revolução da região sob a função $f(x) = x^3$ no intervalo $[1, 2]$.

   Integral = 1.0 ponto;
   Gráfico = 0.75 ponto.

   Utilize:

   $$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

   Solução:

   $$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

   $$= \pi \int_1^2 [x^3]^2 \, dx$$

   $$= \pi \int_1^2 x^6 \, dx$$

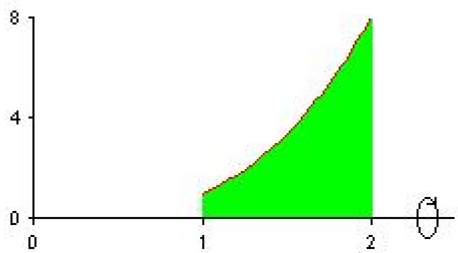
   $$= \pi \left[\frac{x^7}{7} \right]_1^2$$

   $$= \pi \left[\frac{2^7}{7} - \frac{1^7}{7} \right]$$

$$= \pi \left[\frac{128}{7} - \frac{1}{7} \right]$$

$$= \pi \left[\frac{128 - 1}{7} \right]$$

$$= \frac{127}{7}\pi$$



7. (1.0 ponto)

Calcule o limite abaixo utilizando L'Hopital:

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) =$$

Solução:

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) =$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x^2 - 4)'}{(x - 2)'}$$

$$= \lim_{x \to 2} \left(\frac{2x}{1} \right)$$

$$= \lim_{x \to 2} 2x$$

$$= 4$$