

Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação Disciplina: Matemática para Computação AP3 - 2º semestre de 2016 — Gabarito

Questões

1. (2.5 pontos) -

Calcule os limites a seguir:

(a)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1}$$

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}$$

Solução:

(a)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1}$$

$$\frac{+\infty}{+\infty} \longrightarrow \text{Regra de L'Hôpital}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{6x + 5}{14x - 2}$$

que também é uma indeterminação do tipo $+\infty/+\infty$, podemos aplicar novamente a regra de L'Hôpital

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 8}{7x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{6x + 5}{14x - 2} \lim_{x \to +\infty} \frac{6}{14} = \frac{6}{14}$$

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}$$

Novamente temos $\frac{+\infty}{+\infty}$ — Regra de L'Hôpital

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1/x}{1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

2. (2,5 pontos) —

Analise onde a função é crescente ou decrescente e ache os pontos de máximo e mínimo relativos da seguinte função

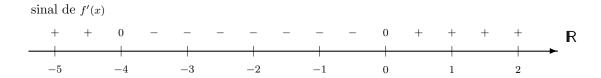
$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 7$$

Solução:

Vamos verificar a inclinação da curva e os pontos extremos locais

$$f'(x) = 0 \Longrightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Longrightarrow 3x(x+4) = 0$$

Portanto, os pontos aonde a derivada se anula são x = 0 e x = -4. Vamos agora verificar o sinal da primeira derivada em torno desses pontos. O diagrama a seguir indica o sinal da primeira derivada na região de interesse.



Desta forma verificamos que o ponto (x,y)=(-4,25) é um ponto de máximo e que o ponto (x,y)=(0,-7) é um ponto de mínimo. Além disso, f é crescente em $(-\infty,-4)$ e $(0,\infty)$ e é decrescente em (-4,0).

3. (2.5 pontos) —

Se $f(x) = x^4 + 2$, determine o volume do sólido gerado pela revolução, em torno do eixo x, da região sob o gráfico de f(x) entre x = 1 e x = 2.

Solução

$$V = \int_{1}^{2} \pi (x^{4} + 2)^{2} dx$$

$$= \pi \int_{1}^{2} (x^{8} + 4x^{4} + 4) dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{9} x^{9} + \frac{4}{5} x^{5} + 4x \right]_{1}^{2}$$

$$= \pi \left[\left(\frac{512}{9} + \frac{32}{5} + 4 \right) - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{5} + 4 \right) \right]$$

$$= \pi \left[\frac{2560 + 288 + 180 - 5 - 9 - 180}{45} \right]$$

$$= \pi \frac{2834}{45}$$

4. (2,5 pontos) –

Calcular a área da região \mathcal{R} situada abaixo da linha $y = \frac{1}{2}x + 2$, acima da parábola $y = x^2$, e entre o eixo y e x = 1.

Solução:

$$A = \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{2}x + 2 \right) - x^2 \right] dx = \left[\frac{1}{2} \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \left[\frac{x^2}{4} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1$$

$$= \left[\frac{1^2}{4} + 2 \cdot 1 - \frac{1^3}{3} \right] - \left[\frac{0^2}{4} + 2 \cdot 0 - \frac{0^3}{3} \right] = \left[\frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{3} \right] = \left[\frac{3 + 24 - 4}{12} \right]$$

$$= \frac{23}{12}$$