Determine as inversas das seguintes funções

(a) $f(x) = x^3 + 1$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

Solução:

(a) $f(x) = x^3 + 1$

$$y = x^3 + 1 \Longrightarrow x^3 = y - 1 \Longrightarrow x = \sqrt[3]{y-1}$$

Logo a inversa é $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

$$y = \sqrt[3]{x-2} \Longrightarrow y^3 = x - 2 \Longrightarrow y^3 + 2 = x$$

Logo a inversa é $f^{-1}(x) = x^3 + 2$

Determine as inversas das seguintes funções:

(a) $f(x) = 2x^4 - 3$

(b) $f(x) = \sqrt[4]{x-1}$

Solução:

(a) $f(x) = 2x^4 - 3$

$$y = 2x^4 - 3 \quad \Longrightarrow \quad y + 3 = 2x^4 \quad \Longrightarrow \quad \frac{y+3}{2} = x^4 \quad \Longrightarrow \quad \sqrt[4]{\frac{y+3}{2}} = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[4]{\frac{x+3}{2}} \quad x \geq -3$$

(b) $f(x) = \sqrt[4]{x-1}$

$$y = \sqrt[4]{x-1} \quad \Longrightarrow \quad y^4 = x - 1 \quad \Longrightarrow \quad x = y^4 + 1$$

$$f^{-1}(x) = x^4 + 1$$

Determine as inversas das seguintes funções:

(a) $f(x) = 2x^3 - 2$

(b) $f(x) = \sqrt[6]{x-1}$

Solução:

(a) $f(x) = 2x^3 - 2$

$$y = 2x^3 - 2 \implies y + 2 = 2x^3 \implies \frac{y+2}{2} = x^3 \implies \sqrt[3]{\frac{y+2}{2}} = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+2}{2}}$$

(b) $f(x) = \sqrt[6]{x-1}$

$$y = \sqrt[6]{x-1} \implies y^6 = x - 1 \implies x = y^6 + 1$$

$$f^{-1}(x) = x^6 + 1$$

(b) $f(x) = \sqrt[2]{3x-2}$

Solução:

(b) $f(x) = \sqrt[2]{3x-2}$

$$y = \sqrt[2]{3x-2}$$

$$y^2 = 3x - 2$$

$$\frac{y^2+2}{3} = x$$

logo

$$f^{-1}(x) = \frac{x^2+2}{3}$$

Determine as inversas das seguintes funções:

(a) $f(x) = 2x^3 + 1$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

Solução:

(a) $f(x) = 2x^3 + 1$ ou $y = 2x^3 + 1$

explicitando para x,

$$y - 1 = 2x^3 \Longrightarrow \frac{y-1}{2} = x^3 \Longrightarrow \sqrt[3]{\frac{y-1}{2}} = x$$

portanto a inversa de $f(x)$ é

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ou $y = \sqrt[3]{x}$

explicitando para x,

$$y^3 = \left(\sqrt[3]{x}\right)^3 \Longrightarrow y^3 = x$$

portanto a inversa de $f(x)$ é

$$f^{-1}(x) = x^3$$

Calcule a função inversa das seguintes funções e determine o domínio:

(a) $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ $(x \neq 1)$

(b) $y = \dfrac{2x+1}{2x-1}$ $(x \neq \frac{1}{2})$

(c) $y = \dfrac{x-4}{x+1}$ $(x \neq -1)$

Solução:

(a) $x = \dfrac{y-2}{y-1}$

$$xy - x = y - 2$$

$$xy - y = x - 2$$

$$y(x-1) = x - 2$$

$$y = \frac{x-2}{x-1}$$

o domínio de $(f-g)(x)$ é (Dom $f = x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1$).

(b) $x = \dfrac{2y+1}{2y-1}$

$2xy - x = 2y + 1$

$2xy - 2y = x + 1$

$2y(x-1) = x + 1$

$y = \dfrac{x+1}{2x-2}$

$2x - 2 \neq 0$

$2x \neq 2$

$x \neq 1$

o domínio de $(f-g)(x)$ é (Dom $f = x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1$).

(c) $x = \dfrac{y-4}{y+1}$

$xy + x = y - 4$

$xy - y = -x - 4$

$y(x-1) = -(x+4)$

$y = \dfrac{-(x+4)}{x-1}$

$y = \dfrac{x+4}{1-x}$

$1 - x \neq 0$

$-x \neq -1$

$x \neq 1$

o domínio de $(f-g)(x)$ é (Dom $f = x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1$).