Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina: Matemática para Computação
AP3 - 2^o semestre de 2015 — Gabarito

Questões

1. (1,5 pontos) ————————————————————

   Ache os pontos de intersecção com os eixos coordenados (0,75 ponto) e os pontos de inflexão (0,75 ponto) da seguinte função: $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.

   Solução:

   Interseções com os eixos coordenados:

   $$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

   Intersecção com o eixo x logo, $y = 0$

   Como $y = x^{\frac{1}{3}}$, temos:

   $$x^{\frac{1}{3}} = 0$$

   ou

   $$x = 0$$

   Logo, o ponto de intersecção com o eixo x é: $(x, y) = (0, 0)$.

   Intersecção com o eixo y logo, $x = 0$

   Novamente, como $y = x^{\frac{1}{3}}$, temos:

   $$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

   e nesse caso, como $x = 0$,

   $$f(0) = 0$$

Logo, o ponto de intersecção com o eixo y é: $(x, y) = (0, 0)$.

Estudo das derivadas:

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9} \cdot x^{-\frac{5}{3}}$$

Concavidade e pontos de inflexão:

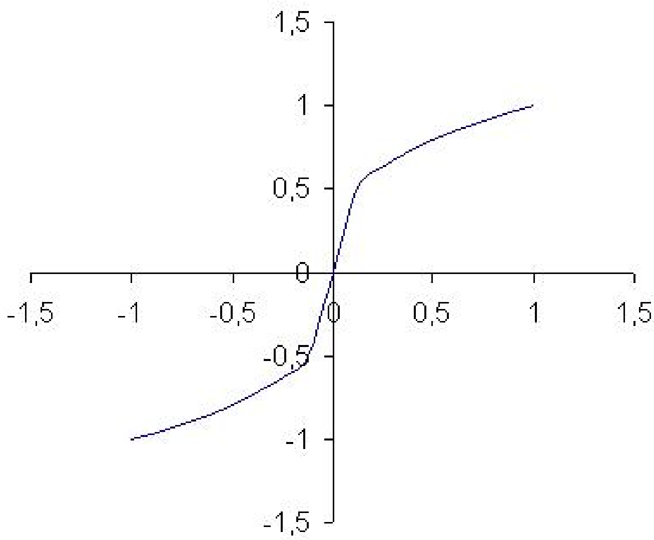
$$f''(x) = 0$$

$$-\frac{2}{9} \cdot x^{-\frac{5}{3}} = 0$$

$$x^{-\frac{5}{3}} = 0$$

$$x = 0$$

Além disso, f é contínua em $x = 0$, logo, f possui ponto de inflexão em $x = 0$, isto é, $(x, y) = (0, 0)$.



2. (1,0 ponto)

Calcule a derivada abaixo:

$$\frac{dy}{dx} \quad \text{onde} \quad y = -\frac{1}{x^3}$$

Solução:

$$y = -\frac{1}{x^3} = -x^{-3}$$

$$\frac{dy}{dx} = (-1) \times (-3) \times x^{-4} = (3) \times x^{-4} = \frac{3}{x^4}$$

3. (1,5 pontos)

Calcule a integral definida:

$$\int_{-1}^{0} 4x^5 \, dx$$

Solução:

$$\int_{-1}^{0} 4x^5 \, dx = \left[\frac{4}{6}x^6\right]_{-1}^{0} = \left[\frac{4}{6} \times (0)^6\right] - \left[\frac{4}{6} \times (-1)^6\right] = 0 - \frac{4}{6} = -\frac{4}{6}$$

4. (1,5 pontos)

Calcule a área no primeiro quadrante limitada pelo eixo x e pela curva $y = 6x + x^2 - x^3$.

Solução:

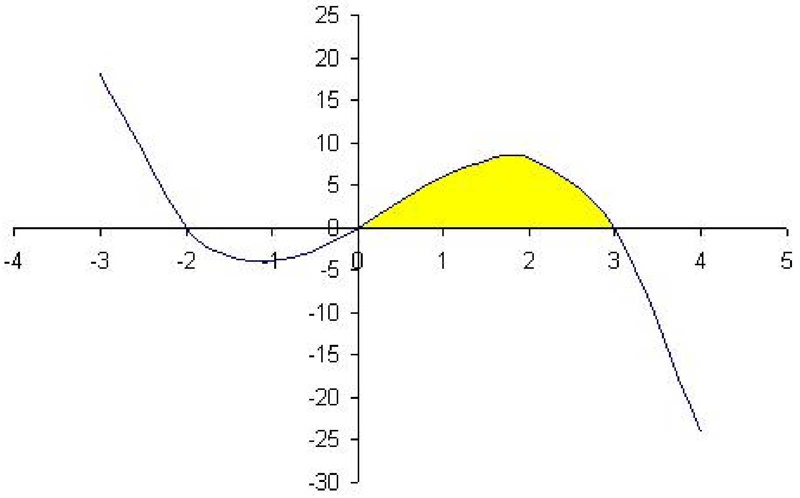
Intersecções com o eixo x:

$$y = 6x + x^2 - x^3 = x(6 + x - x^2) = x(x+2)(x-3)$$

logo a curva corta o eixo x em $x = -2$, $x = 0$ e $x = 3$. No primeiro quadrante, a área será calculada entre $x = 0$ e $x = 3$. Logo

$$A = \int_0^3 [6x + x^2 - x^3] dx = \left[6 \times \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^3 = \left[3x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^3$$

$$= 3 \times (3^2) + \frac{3^3}{3} - \frac{3^4}{4} = 27 + 9 - \frac{81}{4} = 36 - \frac{81}{4} = \frac{144 - 81}{4} = \frac{63}{4}$$

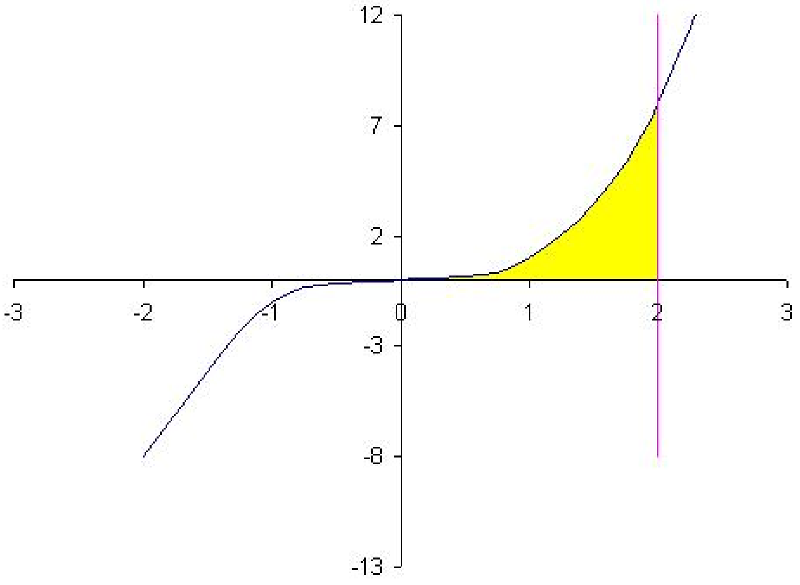


5. (1,5 pontos) ————————————————————————

Seja R a região entre o eixo x, a curva $y = x^3$ e $x = 2$. Encontre o volume do sólido obtido quando esse gráfico é girado em torno do eixo x. Esboce o sólido.

Solução:

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dy = \pi \int_0^2 (x^3)^2 dx == \pi \int_0^2 x^6 dx = \pi \left(\frac{x^7}{7} \right) \Big|_0^2 = \frac{128}{7} \pi$$



6. (1,5 pontos) ———————————————————————

Utilize a regra de L'Hôpital para calcular o seguinte limite:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)$$

Solução:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right) \Longrightarrow \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right) = \lim_{x\to 2}\left(\frac{(x^2-4)'}{(x-2)'}\right) = \lim_{x\to 2}\left(\frac{2x}{1}\right) = \lim_{x\to 2}(2x) = 4$$

7. (1,5 pontos) ———————————————————————

Utilizando as propriedades de logaritmos, calcule:

$$\log\frac{zx}{y} + \log x$$

sabendo que: $\log z = 5, \;\; \log x = 2, \;\; \log y = 3$

Solução:

$$\log\frac{zx}{y} + \log x = \log zx - \log y + \log x = \log z + \log x - \log y + \log x$$

$$= \log z + 2\times\log x - \log y = 5 + (2\times 2) - 3$$

$$= 6$$