**Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Computação**
**Disciplina: Matemática para Computação**
**AP3 - 2$^o$ semestre de 2007 - Gabarito**

## Questões

1. ( 1,5 ponto ) ———

   Ache os pontos de intersecção com os eixos coordenados e os pontos de inflexão da seguinte função: $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.

   i) pontos de intersecção com eixos coordenados - 0,75 ponto;
   ii) pontos de inflexão - 0,75 ponto;

   Solução:

   **Intersecções com os eixos coordenados**

   $$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

   Intersecção com o eixo $x$: $y = 0$

   Como $y = x^{\frac{1}{3}}$, temos:

   $$x^{\frac{1}{3}} = 0$$

   e isso só é verdadeiro quando:

   $$x = 0$$

   Logo, o ponto de intersecção com o eixo $x$ é dado por: $(0, 0)$.

   Intersecção com o eixo $y$: $x = 0$

Novamente, como $y = x^{\frac{1}{3}}$, temos:

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

e nesse caso, como $x = 0$,

$$f(0) = 0$$

Logo, o ponto de intersecção com o eixo $y$ é dado por: $(0, 0)$.

**Estudo das derivadas:**

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9} \cdot x^{-\frac{5}{3}}$$

**Concavidade, pontos de inflexão:**

$$f''(x) = 0$$

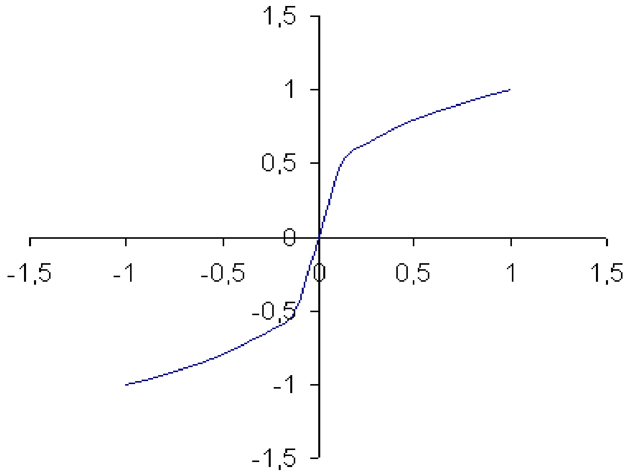
$$-\frac{2}{9} \cdot x^{-\frac{5}{3}} = 0$$

$$x^{-\frac{5}{3}} = 0$$

$$x = 0$$

Além disso, $f$ é contínua em $x = 0$, logo, $f$ possui ponto de inflexão em $x = 0$, isto é,

$(x, y) = (0, 0)$.



2. ( 1,0 ponto )

Calcule a derivada abaixo:

$$\frac{dy}{dx} \quad \text{onde} \quad y = -\frac{1}{x^3}$$

Solução:

$$y = -\frac{1}{x^3}$$

$$y = -x^{-3}$$

$$\frac{dy}{dx} = (-1) \times (-3) \times x^{-4}$$

$$\frac{dy}{dx} = (3) \times x^{-4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$$

3. ( 1,5 ponto )

Calcule a integral definida:

$$\int_{-1}^{0} 4x^5 \, dx =$$

Solução:

$$\int_{-1}^{0} 4x^5 \, dx =$$

$$= \left(\frac{4}{6}x^6\right)\Big|_{-1}^{0}$$

$$= \left(\frac{4}{6} \times (0)^6\right) - \left(\frac{4}{6} \times (-1)^6\right)$$

$$= 0 - \frac{4}{6}$$

$$= -\frac{4}{6}$$

4. ( 1,5 ponto )

Calcule a área no primeiro quadrante limitada pelo eixo $x$ e pela curva $y = 6x + x^2 - x^3$.

Solução:

Intersecções com o eixo $x$:

$$y = 6x + x^2 - x^3 = x(6 + x - x^2) = x(x+2)(x-3)$$

logo a curva corta o eixo $x$ em $x = -2$, $x = 0$ e $x = 3$. No primeiro quadrante, a área será calculada entre $x = 0$ e $x = 3$. Logo

$$A = \int_0^3 [6x + x^2 - x^3]dx = \left[6 \times \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]\Big|_0^3$$

$$= 3x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\Big|_0^3$$

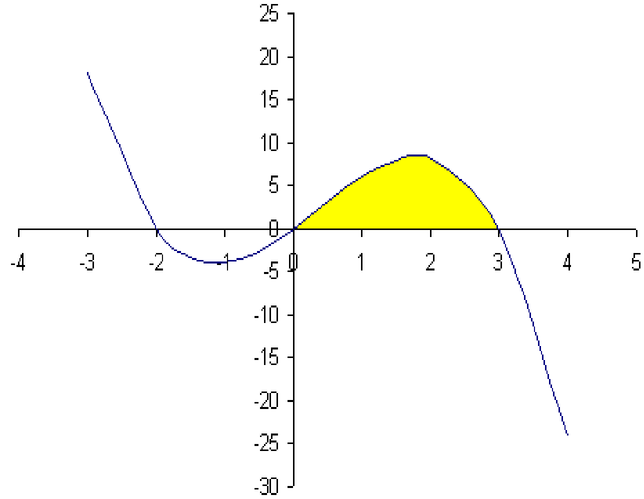
$$= 3 \times (3^2) + \frac{3^3}{3} - \frac{3^4}{4}$$

$$= 27 + 9 - \frac{81}{4}$$

$$= 36 - \frac{81}{4}$$

$$= \frac{144 - 81}{4}$$

$$= \frac{63}{4}$$



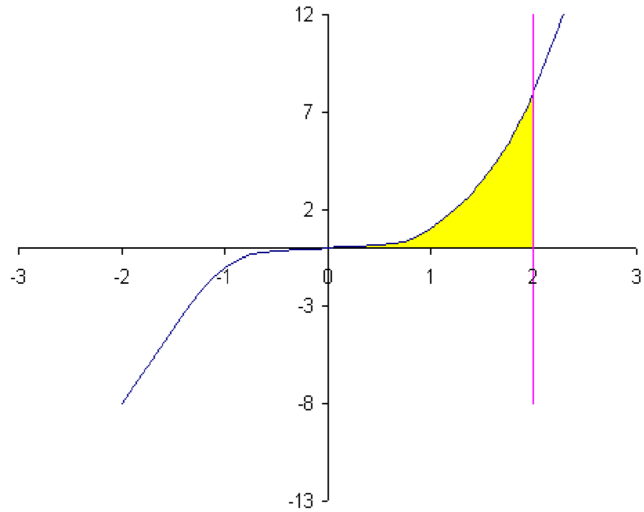

5. ( 1,5 ponto )

Seja R a região entre o eixo $x$, a curva $y = x^3$ e $x = 2$. Encontre o volume do sólido obtido quando esse gráfico é girado em torno do eixo $x$. Esboce o sólido.

Solução:

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dy = \pi \int_0^2 (x^3)^2 dx =$$

$$= \pi \int_0^2 x^6 dx = \pi \left( \frac{x^7}{7} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{128}{7}\pi$$


12
7
2
-3
-8
-13
-3
-2
-1
0
1
2
3

6. ( 1,5 ponto )

Utilize a regra de L'Hôpital para calcular o seguinte limite:

$$\lim_{x \to 2} \left( \frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) =$$

Solução:

$$\lim_{x \to 2} \left( \frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) =$$

$$= \lim_{x \to 2} \left( \frac{(x^2 - 4)'}{(x - 2)'} \right)$$

$$= \lim_{x \to 2} \left( \frac{2x}{1} \right)$$

$$= \lim_{x \to 2} (2x)$$

$$= 4$$

7. ( 1,5 ponto )

Utilizando as propriedades de logaritmos, calcule:

$$\log \frac{zx}{y} + \log x =$$

sabendo que: $\log z = 5, \ \log x = 2, \ \log y = 3$

Solução:

$$\log \frac{zx}{y} + \log x =$$

$$= \log zx - \log y + \log x =$$

$$= \log z + \log x - \log y + \log x =$$

$$= \log z + 2 \times \log x - \log y$$

$$= 5 + (2 \times 2) - 3$$

$$= 6$$