Probabilidade e Estatística

Professores:

Otton Teixeira da Silveira Filho

Regina Célia Paula Leal Toledo

Probabilidade e Estatística

Livro Texto:

[1] "Noções de Probabilidade e Estatística"
Marcos Nascimento Magalhães e Antonio Carlos Pedroso de Lima, Edusp (2005).

[2] "Probabilidade: Um Curso Introdutório"
Carlos A. B. Dantas, Edusp (2004).

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Aula 10

Professores:

Otton Teixeira da Silveira Filho
Regina Célia Paula Leal Toledo

Inferência Estatística - Estimação I

Conteúdo:

10.1 Introdução
10.2 Parâmetros, Estimadores e estimativas
10.3 Vício, Consistência e Eficiência

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$$\sigma_X^2 \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

10.1 Introdução

Uma definição:

Inferência Estatística é um conjunto de técnicas que objetiva estudar uma população através de evidências fornecidas por uma amostra.

10.1 Introdução

Uma definição:

Inferência Estatística é um conjunto de técnicas que objetiva estudar uma população através de evidências fornecidas por uma amostra.

A questão está em saber aspectos da população sem investigar toda a população.

10.1 Introdução

Um exemplo:

Você e um amigo estão fazendo um trabalho no qual querem estimar, numa dada escola de segundo grau com 1000 alunos, qual a proporção de alunos pretende fazer vestibular.

Fica combinado que cada um sorteará uma amostra de 20 alunos, por exemplo, atribuindo um número de 1 a 1000 a cada aluno e sorteando aleatoriamente os 20.

10.1 Introdução

Perguntas:

Os dados levantados independentemente por você e seu amigo serão necessariamente idênticos?

10.1 Introdução

Perguntas:

Os dados levantados independentemente por você e seu amigo serão necessariamente idênticos?

Se vocês repetirem o mesmo experimento, desde a seleção da amostra, vocês terão os mesmos resultados?

10.1 Introdução

Perguntas:

Os dados levantados independentemente por você e seu amigo serão necessariamente idênticos?

Se vocês repetirem o mesmo experimento, desde a seleção da amostra, vocês terão os mesmos resultados?

Mesmo não sendo os mesmos, os dados mostrarão a mesma tendência?

10.1 Introdução

Resposta:

Devido a natureza aleatória do experimento, dificilmente ocorrerá resultados idênticos. No entanto, esperamos que os resultados obtidos nos vários ensaios sejam coerentes.

10.1 Introdução

Resposta:

Devido a natureza aleatória do experimento, dificilmente ocorrerá resultados idênticos. No entanto, esperamos que os resultados obtidos nos vários ensaios sejam coerentes.

A única maneira que podemos ter uma situação não aleatória será quando toda a população for consultada. Isto, no entanto, em muitas situações é impossível devido a uma população muito grande e/ou pequeno tempo para investigarmos os dados.

10.1 Introdução

A única maneira que podemos ter uma situação não aleatória será quando toda a população for consultada. Isto, no entanto, em muitas situações é impossível devido a uma população muito grande e/ou pequeno tempo para investigarmos os dados, etc. Isto supondo que a população não mude de opinião.....

Exemplos:

→ Preferência por um produto

→ Estimativas de votos em uma eleição

Já que usamos a palavra estimativa...

10.1 Introdução

Nesta aula apresentaremos formalmente os conceitos relacionados na Inferência Estatística com a denominação de Estimação.

Notação:

Representaremos uma amostra de tamanho **n** retirada de uma população como

$$(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

10.1 Introdução

Um Exemplo:

Uma empresa fabrica 100 equipamentos por semana e deseja verificar a confiabilidade do mesmo quanto à alteração de voltagem. Foram elaborados testes padronizados que, no entanto, são demorados e custosos. Devido a isto, é testada uma amostra de 5 aparelhos.

Quais cuidados devemos ter na escolha e interpretação dos resultados?

10.1 Introdução

Um Exemplo:

Cuidados:

→ Quais os dias nos quais os equipamentos foram produzidos?

→ Em que máquinas?

→ Quais foram os operadores destas máquinas?

→ Por quanto tempo esta amostragem será feita?

→ Etc....

10.1 Introdução

Um Exemplo:

Abordagem possível:

Sortear as máquinas testadas diariamente tentando não repetir operadores e/ou máquinas;

Coletar as amostras durante uma período de várias semanas;

Se atribuirá os valores 0 (não confiável) e 1 (confiável) aos aparelhos.

10.1 Introdução

Um Exemplo:

Supondo que foram testados 5 equipamentos (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5), poderíamos ter, por exemplo, os resultados

(0, 1, 1, 1, 1)

ou

(1, 1, 0, 1, 0)

10.1 Introdução

Mais um Exemplo:

Foram feitos 10 lançamentos de um dado de seis faces antes de utilizá-lo num jogo. Os resultados obtidos foram (1, 5, 1, 4, 1, 2, 3, 3, 2, 3). A que conclusão podemos chegar?

10.1 Introdução

Mais um Exemplo:

Foram feitos 10 lançamentos de um dado de seis faces antes de utilizá-lo num jogo. Os resultados obtidos foram (1, 5, 1, 4, 1, 2, 3, 3, 2, 3). A que conclusão podemos chegar?

Face	1	2	3	4	5	6
Freqüência	3	2	3	1	1	0
Freqüência relativa	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1	0

10.1 Introdução

Mais um Exemplo:

Face	1	2	3	4	5	6
Freqüência	3	2	3	1	1	0
Freqüência relativa	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1	0

→ Os dados parecem indicar um certo desbalanceamento, no entanto...

→ É bom notar que mesmo um dado equilibrado pode dar estes resultados

→ Para uma melhor análise, seria bom fazer um maior número de lançamento

10.1 Introdução

Mais um Exemplo:

Face	1	2	3	4	5	6
Freqüência	3	2	3	1	1	0
Freqüência relativa	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1	0

→ Os dados parecem indicar um certo desbalanceamento, no entanto...

→ É bom notar que mesmo um dado equilibrado pode dar estes resultados

→ Para uma melhor análise, seria bom fazer um maior número de lançamento

→ Mas, baseado nesta amostra, não jogue com este dado....

10.1 Introdução

Mais um exemplo ainda...

Você mudou para um novo bairro e decide perguntar para as pessoas, no ponto do ônibus, quanto tempo se espera pela chegada do ônibus. Você pesquisa 15 pessoas que lhe dão os resultados em minutos

(5, 10, 5, 15, 12, 12, 10, 15, 20, 15, 20, 12, 8, 10, 10)

Qual o significado? Que haverá uma espera de 10 minutos ou mais?

10.1 Introdução

Mais um exemplo ainda...

Você mudou para um novo bairro e decide perguntar para as pessoas, no ponto do ônibus, quanto tempo se espera pela chegada do ônibus. Você pesquisa 15 pessoas que lhe dão os resultados em minutos

(5, 10, 5, 15, 12, 12, 10, 15, 20, 15, 20, 12, 8, 10, 10)

Qual o significado? Que haverá uma espera de 10 minutos ou mais?

Média: 11,6 Moda: 10 Mediana: 12

10.1 Introdução

Mais um exemplo ainda...

(5, 10, 5, 15, 12, 12, 10, 15, 20, 15, 20, 12, 8, 10, 10)

Observações quanto as pessoas pesquisadas:

→ Deram opiniões baseadas em experiências anteriores possivelmente diversas

→ Algumas delas podem ser mais desatentas que outras

→ Umas podem dar pareceres otimistas, outras pessimistas

10.1 Introdução

Mais um exemplo ainda...

(5, 10, 5, 15, 12, 12, 10, 15, 20, 15, 20, 12, 8, 10, 10)

Observações quanto as pessoas pesquisadas:

→ Deram opiniões baseadas em experiências anteriores possivelmente diversas
→ Algumas delas podem ser mais desatentas que outras
→ Umas podem dar pareceres otimistas, outras pessimistas
→ Observe que a pesquisa tem muito de subjetivo

10.1 Introdução

É necessário um estudo cuidadoso para termos uma idéia do quanto as amostras são válidas e o quanto as informações extraidas desta amostra são significativas para o problema que estudamos e ...

10.1 Introdução

É necessário um estudo cuidadoso para termos uma idéia do quanto as amostras são válidas e o quanto as informações extraidas desta amostra são significativas para o problema que estudamos e ...

Temos que definir formalmente os aspectos intuitivos apresentados até agora.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Parâmetro

As quantidades da população, em geral desconhecidas, sobre as quais temos interesse, são denominadas parâmetros e, geralmente, representadas por letras gregas.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Parâmetro

As quantidades da população, em geral desconhecidas, sobre as quais temos interesse, são denominadas parâmetros e, geralmente, representadas por letras gregas.

Estimador

Estimador é a combinação de elementos da amostra, construída com a finalidade de representar (ou estimar) um parâmetro de interesse na população. É representado por letras gregas com o sinal de circunflexo.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Parâmetro

As quantidades da população, em geral desconhecidas, sobre as quais temos interesse, são denominadas parâmetros e, geralmente, representadas por letras gregas.

Estimador

Estimador é a combinação de elementos da amostra, construída com a finalidade de representar (ou estimar) um parâmetro de interesse na população. É representado por letras gregas com o sinal de circunflexo.

Estimativa (ou estimativa pontual)

É o valor numérico assumido pelo estimador

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Parâmetro

Exemplo: θ, μ, σ

Sobre a notação: Sejam X elemento de uma amostra e A uma população. Então μ_X significa média de X referente a uma certa população e μ_A média da população A referente a uma certa variável.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Estimador

Exemplo: $\hat{\theta}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}$

Um estimador $\hat{\theta}$ é uma função das variáveis aleatórias constituintes da amostra, ou seja,

Sendo assim: $\hat{\theta} = f(X_1, X_2, ..., X_n)$

→ O estimador é uma variável aleatória

→ A sua distribuição probabilidade formará a base para as argumentações probabilísticas para extrapolar os valores obtidos para a amostra para a população.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Um exemplo:

Queremos saber a média das alturas dos jovens (μ) com idade entre 15 e 18 anos, nascidos na região sudoeste do país. Vão ser selecionados aleatoriamente 10 jovens como amostra.

A amostra é $(X_1, X_2, ..., X_{10})$

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Um exemplo:

A amostra é $(X_1, X_2, ..., X_{10})$

Podemos escolher várias funções diferentes dos valores amostrais como

$$\hat{\mu}_1 = f_1(X_1, X_2, ..., X_n) = \frac{\text{mínimo} + \text{máximo}}{2}$$

$$\hat{\mu}_2 = f_2(X_1, X_2, ..., X_n) = X_1$$

$$\hat{\mu}_3 = f_3(X_1, X_2, ..., X_n) = \frac{X_1 + ... + X_{10}}{10}$$

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Todos estes são válidos!

$\hat{\mu}_1$ é a média entre o mínimo e o máximo valores da amostra

$\hat{\mu}_2$ é o valor da primeira amostra

$\hat{\mu}_3$ é o valor da média aritmética dos valores da amostra

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Dada a amostra (1,65; 1,57; 1,72; 1,66; 1,71; 1,74; 1,81; 1,68; 1,60; 1,77) Temos:

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1,57 + 1,81}{2} = 1,69$$

$$\hat{\mu}_2 = 1,65$$

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1,65 + 1,57 + ... + 1,77}{10} = \frac{16,91}{10} = 1,69$$

Os valores, curiosamente, são bem semelhantes. Como decidir qual deles usar?

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Mais um exemplo:

Para estimar o apoio popular a um projeto de reforma agrária, foram entrevistadas em todo o país. A amostra contém as respostas que são sim e não.

Formalizemos o problema:

As variáveis aleatórias (X_1, X_2, ..., X_{400}) seguem o modelo de Bernoulli, ou seja, tomam valores 1 (sim) e 0 (não).

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

É intuitivo considerar como estimador a proporção amostral dos que concordam, ou seja

$$\hat{p} = \frac{\text{número de entrevistados que aprovam o projeto}}{400}$$

que pode ser escrito como

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{400}}{400}$$

$$(X_1, X_2, \ldots, X_{400})$$

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Suponha agora que temos uma amostra de tamanho **n** retirada de uma população, ou seja, $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

Denotemos os parâmetros média, variância e proporção de certa característica desta população por μ, σ^2 e p . Os estimadores "naturais" são

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

Os estimadores "naturais" são

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$$\hat{p} = \frac{\text{número de itens com a característica na amostra}}{n}$$

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

E mais um exemplo...

Foi coletada uma amostra de pacientes com um tipo de câncer. O dado estudado foi tamanho dos tumores com os seguintes resultados (em cm^2):

(2,52; 4,45; 3,85; 4,32; 6,12; 5,88; 4,08; 5,91; 4,50; 4,86; 5,48; 5,10)

Se quer saber qual é a variabilidade no tamanho dos tumores. Usaremos, então a variância σ^2. Vamos considerar dois estimadores:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\,(X_i - \overline{X})^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\text{máximo - mínimo})^2}{2}$$

O primeiro é a variância dos dados e o segundo a semi-amplitude destes valores.

10.2 Parâmetros, Estimadores e Estimativas

E mais um exemplo...

Dados:

(2,52; 4,45; 3,85; 4,32; 6,12; 5,88; 4,08; 5,91; 4,50; 4,86; 5,48; 5,10)

Estimativas:

$$\hat{\sigma}^2_{1obs} = \frac{1}{12}\left[(3{,}52 - 4{,}84)^2 + \ldots + (5{,}10 - 4{,}84)^2\right] = 0{,}67$$

$$\hat{\sigma}^2_{2obs} = \frac{(6{,}12 - 3{,}52)^2}{2} = \left(\frac{2{,}60}{2}\right)^2 = 1{,}69$$

Embora distintos, estas são duas estimativas da dispersão de valores dos tamanhos dos tumores.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Vício:

Se um estimador $\hat{\theta}$ é não viciado (ou não viesado) para um parâmetro θ então

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

ou seja, um estimador é não viciado se o seu valor esperado coincide com o parâmetro de interesse.

Obs: Esta definição deve valer para quantos sejam o número de amostras.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Se um estimador $\hat{\theta}$ é dito consistente se, à medida que o tamanho **n** da amostra aumenta, seu valor esperado converge para o parâmetro de interesse e sua variância converge para zero. Formalmente

$$\lim_{n \to \infty} E(\hat{\theta}) = \theta$$

$$\lim_{n \to \infty} Var(\hat{\theta}) = 0$$

Obs: Nesta definição o estimador necessita ser não viciado para valores grandes de **n**.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Suponha que de uma característica X de uma população, se conhece a média e a variância, ou seja, μ e σ^2. Uma amostra de tamanho ***n*** é obtida para estimar o parâmetro μ.

Considere o estimador $\hat{\mu} = \overline{X}$ já apresentado. Vamos supor que o vetor amostral $(X_1, X_2,\ldots,X_n)$ é constituido de variáveis aleatórias independentes e todas com a mesma distribuição da variável X, ou seja, $X_1, X_2,\ldots,X_n$ seguem algum modelo com média e variância μ e σ^2, respectivamente.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Pelas propriedades da esperança e da variância temos

$$E(\hat{\mu}_1) = E(\overline{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} E(X_i)}{n} = \frac{n\mu}{n} = \mu$$

$$Var(\hat{\mu}_1) = Var\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} Var(X_i)}{n^2} = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

Observe que a média amostral não depende de **n**, logo não é viciada e a variância tende a 0 à medida que **n** cresce.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Pelas propriedades da esperança e da variância temos

$$E(\hat{\mu}_1) = E(\overline{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} E(X_i)}{n} = \frac{n\mu}{n} = \mu$$

$$Var\,(\hat{\mu}_1) = Var\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} Var(X_i)}{n^2} = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

Observe que a média amostral não depende de **n**, logo não é viciada e a variância tende a 0 à medida que **n** cresce.

Conclusão: $\overline{X}$ é um estimador consistente para μ.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Vamos colocar que o modelo de ***X*** seja o Normal, ou seja,
X ~ N(μ, σ^2)

→ Os resultados obtidos permanecem válidos, já que não estão condicionados a um determinado modelo.

→ Podemos ter agora um outro estimador dado por
$\hat{\mu}_2$ = mediana(X_1, X_2,....,X_n)

(o modelo normal é simétrico e a mediana, assim como a média, é uma medida de tendência central.)

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Calcular este novo estimador é um pouco mais difícil de calcular que o anterior (um bom exercício!) e chegamos aos resultados

$$E(\hat{\mu}_2) = \mu \qquad Var(\hat{\mu}_2) = \frac{\pi}{2}\frac{\sigma^2}{n}$$

que também não é viciado e é consistente para a média.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

É dada uma amostra $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ obtida de uma população com média e variância, respectivamente iguais a μ e σ^2. Vamos mostrar que o estimador denotado anteriormente por $\hat{\sigma}_1^2$ é viciado para σ^2 :

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} E(X_i - \overline{X})^2\right] = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu + \mu - \overline{X})^2\right]$$

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

É dada uma amostra $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ obtida de uma população com média e variância, respectivamente iguais a μ e σ^2. Vamos mostrar que o estimador denotado anteriormente por $\hat{\sigma}_1^2$ é viciado para σ^2 :

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} E(X_i - \overline{X})^2\right] = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu + \mu - \overline{X})^2\right]$$

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2\right] - \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (\overline{X} - \mu)^2\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i - \mu)^2 - E(\overline{X} - \mu)^2$$

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

É dada uma amostra $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ obtida de uma população com média e variância, respectivamente iguais a μ e σ^2. Vamos mostrar que o estimador denotado anteriormente por $\hat{\sigma}_1^2$ é viciado para σ^2 :

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} E(X_i - \overline{X})^2\right] = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu + \mu - \overline{X})^2\right]$$

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2\right] - \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (\overline{X} - \mu)^2\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i - \mu)^2 - E(\overline{X} - \mu)^2$$

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} n\sigma^2 - \frac{1}{n} \sigma^2 = \left(\frac{n-1}{n}\right) \sigma^2$$

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

É dada uma amostra $(X_1, X_2,....,X_n)$ obtida de uma população com média e variância, respectivamente iguais a μ e σ^2. Vamos mostrar que o estimador denotado anteriormente por $\hat{\sigma}_1^2$ é viciado para σ^2 :

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} E(X_i - \overline{X})^2\right] = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu + \mu - \overline{X})^2\right]$$

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2\right] - \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} (\overline{X} - \mu)^2\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i - \mu)^2 - E(\overline{X} - \mu)^2$$

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = \frac{1}{n} n\sigma^2 - \frac{1}{n} \sigma^2 = \left(\frac{n-1}{n}\right) \sigma^2$$

Este resultado mostra que este estimador é viciado. Mas podemos dar um jeito nisto....

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Consistência:

Se multiplicarmos o estimador $\hat{\sigma}$ por **n** e dividi-lo por **n** - 1, a dependência por **n** desaparece e teremos um estimador não viciado dado por

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$$

para os cálculos podemos usar a expressão

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i^2 - n\overline{X}^2)$$

Este estimador é chamado de variância amostral.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Mais uma definição:

Eficiência

Dados dois estimadores $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$, não viciados para o parâmetro θ, dizemos que $\hat{\theta}_1$ é mais eficiente do que θ_2 se $Var(\hat{\theta}_1) < Var(\hat{\theta}_2)$.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Eficiência

Um exemplo:

Vimos anteriormente dois estimadores não viciados distribuição Normal, ou seja,

$$\hat{\mu}_1 = \overline{X} \quad \text{e} \quad \hat{\mu}_2 = \text{mediana}(X_1, \ldots, X_n)$$

dos quais foram calculadas as variâncias. Assim, teremos que

$$\frac{Var(\hat{\mu}_1)}{Var(\hat{\mu}_2)} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{1}{\pi/2\ \sigma^2/n} = \frac{2}{\pi}$$

que é um número menor que 1.

10.3 Vício, Consistência e Eficiência

Eficiência

Um exemplo:

Vimos anteriormente dois estimadores não viciados distribuição Normal, ou seja,

$$\hat{\mu}_1 = \overline{X} \quad e \quad \hat{\mu}_2 = \text{mediana}(X_1, \ldots, X_n)$$

dos quais foram calculadas as variâncias. Assim, teremos que

$$\frac{Var(\hat{\mu}_1)}{Var(\hat{\mu}_2)} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{1}{\pi/2\ \sigma^2/n} = \frac{2}{\pi}$$

que é um número menor que 1. Logo $Var(\hat{\mu}_1) < Var(\hat{\mu}_2)$ o que nos faz concluir que $\hat{\mu}_1$ é mais eficiente do que $\hat{\mu}_2$.

Aula 10

Professores:

Otton Teixeira da Silveira Filho
Regina Célia Paula Leal Toledo

Inferência Estatística - Estimação I

Conteúdo:

10.1 Introdução
10.2 Parâmetros, Estimadores e estimativas
10.3 Vício, Consistência e Eficiência

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$$\sigma_x^2 \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$A \cap B = \varnothing$$