GABARITO da AD1 de Probabilidade e Estatística
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
1° semestre de 2018

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1) (1,5 pontos) Foi feito um estudo sobre a escolaridade e faixa salarial dos funcionários de uma empresa, independente da quantidade de horas diárias trabalhadas. A tabela a seguir apresenta esses dados, onde n_i é a frequência de ocorrência de cada valor, e F indica que o funcionário tem o curso Fundamental completo; M, que ele tem o curso médio completo e S se ele completou algum curso superior.

	faixa salarial (em reais)	n_i	Escolaridade
1	300,00 |- 800,00	24	F
2	800,00 |- 1300,00	8	F
3	1300,00 |- 1800,00	18	M
4	1800,00 |- 2300,00	12	M
5	2300,00 |- 2800,00	5	M
6	2800,00 |- 3300,00	1	M
7	3300,00 |- 3800,00	2	S
8	3800,00 |- 4300,00	1	S
9	4300,00 |- 4800,00	1	S
10	4800,00 |- 5300,00	2	S
11	5300,00 |- 5800,00	2	S
12	5800,00 |- 6300,00	2	S
13	6300,00 |- 6800,00	5	S
14	6800,00 |- 7300,00	7	S
Total		90	

a) Verifique como é a distribuição dos funcionários em relação à escolaridade nesta empresa (proporção de funcionários de nível fundamental, médio e superior).

Solução:

Tabela de distribuição de frequências da variável escolaridade:

Escolaridade	Frequência simples	Frequência relativa
F	32	0,36
M	36	0,40
S	22	0,24
Total	90	1,00

b) Em quais faixas salariais se encontram a moda e a mediana dos salários?

Solução:

Em relação a essa questão a resposta a seguir indica a moda e mediana por escolaridade (que é um item que não constou da presente avaliação).

Para encontrarmos em qual faixa está a moda, precisamos observar qual a classe possui a maior frequência. Então, podemos observar que a moda está na segunda faixa, ou seja a de ensino médio.

Para encontrarmos a mediana, precisamos observar em qual classe se encontram os termos médios, pois temos um número par de observações. Os termos das 45ª e 46ª posições ou seja, ela também está na segunda faixa.

Em relação ao que foi realmente solicitado, que são as faixas salariais onde se encontram a moda e a mediana a resposta é:

Para encontrarmos em qual faixa salarial está a moda, precisamos observar qual a classe possui a maior frequência. Então, podemos observar que a moda está na primeira faixa salarial, ou seja, a menor faixa salarial.

Para encontrarmos a mediana, precisamos observar em qual classe se encontram os termos médios, pois temos um número par de observações. Os termos das 45ª e 46ª posições estão na terceira faixa salarial, que é a que contém a mediana.

c) Qual a média dos salários dos funcionários com curso superior? E com curso médio? (Considere para o cálculo da média, a média de salários da respectiva faixa).

Solução:

FAIXAS	Ni	Sal. Inferior	Sal. Superior	Média da faixa	Ni x Média da faixa
Faixa 7	2	3.300,00	3.800,00	3.550,00	7.100,00
Faixa 8	1	3.800,00	4.300,00	4.050,00	4.050,00
Faixa 9	1	4.300,00	4.800,00	4.550,00	4.550,00
Faixa 10	2	4.800,00	5.300,00	5.050,00	10.100,00
Faixa 11	2	5.300,00	5.800,00	5.550,00	11.100,00
Faixa 12	2	5.800,00	6.300,00	6.050,00	12.100,00
Faixa 13	5	6.300,00	6.800,00	6.550,00	32.750,00
Faixa 14	7	6.800,00	7.300,00	7.050,00	49.350,00
SOMA	**22**				**131.100,00**

$$Média\ salarios(superior) = \frac{131.100{,}00}{22} = 5.959{,}09$$

FAIXAS	Ni	Sal. Inferior	Sal. Superior	Média da faixa	Ni x Média da faixa
Faixa 3	2	1300,00	1.800,00	1.550,00	3.100,00
Faixa 4	1	1800,00	2.300,00	2.050,00	2.050,00
Faixa 5	1	2300,00	2.800,00	2.550,00	2.550,00
Faixa 6	2	2800,00	3.300,00	3.050,00	6.100,00
SOMA	**6**				**13.800,00**

$$Média\ salarios(medio) = \frac{13.800,00}{6} = 2.300,00$$

Questão 2) (1,0 ponto) Em uma reunião entre amigos foram feitas empadas que continham azeitonas e outras que não continham. Sobre a mesa há duas travessas. Em uma delas há 3 empadas com azeitonas e 5 sem. Na outra há 2 empadas sem azeitonas e 4 com. Se, ao acaso, alguém escolher aleatoriamente uma destas travessas e pegar, aleatoriamente, uma das empadas, qual a probabilidade dele pegar uma empada com azeitona?

Solução:

A probabilidade de escolhermos uma das duas travessas (T1 ou T2) é:

$$P_{(T1\_ou\_T2)} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

A probabilidade de escolhermos uma empada com azeitona na primeira travessa é:

P(azeitona T1) = $\frac{3}{8} = 0,375$

A probabilidade de escolhermos uma empada com azeitona na segunda travessa é

P(azeitona T2) = $\frac{4}{6} = 0,667$

Logo, sabendo a probabilidade de escolhermos nas travessas T1 e T2, temos:

P(azeitona) = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{3}{16} + \frac{4}{12} = 0,1875 + 0,3333 = 0,5208$

Questão 3) (1,5 pontos) Em uma caixa há 16 carrinhos de brinquedos iguais, diferenciando-se apenas nas cores. São 4 verdes, 4 azuis, 4 vermelhos e 4 brancos. João poderá tirar 4 carrinhos desse saco, sem reposição e sem poder escolher as cores.

a) Qual a probabilidade dele tirar um de cada cor?

Solução:

Em relação a essa questão houve um equívoco na solução. O raciocínio a seguir seria válido se fossem duas cores e dois carrinhos a serem retirados, pois nesse caso, o complementar de dois carrinhos iguais (que seriam 2 carrinhos diferentes) implicaria, obrigatoriamente, que cada um seria de uma cor. No caso de mais de duas cores, como na presente questão, significa somente que os 3 carrinhos não são da mesma cor. Para fazer a questão utilizando esse raciocínio

ela ficaria extremamente complicada. De qualquer forma, é válido pensar nesse raciocínio para o caso de duas cores e duas retiradas sem reposição,

Vamos começar calculando a probabilidade de sairem bolas iguais.

Sejam então os eventos:
A: João retirar um carrinho verde
B: João retirar um carrinho azul
C: João retirar um carrinho vermelho
D: João retirar um carrinho branco

$$P(4\,carrin\quad os\ brancos) = \frac{4}{16} \times \frac{3}{15} \times \frac{2}{14} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{1820}$$

Assim, a probabilidade de sairem 4 bolas iguais de qualquer cor será:

$$P(4\,carrin\quad os\ iguais) = \frac{1}{1820} + \frac{1}{1820} + \frac{1}{1820} + \frac{1}{1820} = \frac{4}{1820}$$

Logo, a probabilidade de saírem 4 carrinhos diferentes será:

$$P(4\,carrin\quad os\ diferentes) = 1 \quad \frac{4}{1820} = 0{,}0022$$

Neste caso, de 4 cores e da mesma quantidade de carrinhos em cada cor, a solução do item (a) é a mesma do item (b), a seguir.

b) Qual a probabilidade dele tirar primeiro um carrinho verde, depois o azul, a seguir tirar o vermelho e o último ser branco?

Solução:

$$P(um\ de\ cada\ cor) = \frac{4}{16} \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{4}{13} = \frac{256}{43680} = 0{,}0059$$

Questão 4) (2,0 pontos) Considere que em um grupo de casais amigos, todos têm no máximo dois filhos. Vamos admitir que a probabilidade de não ter 0 filhos, ter 1 filho ou 2 é a mesma e que a probabilidade de nascimento de homens e de mulheres também são iguais. Sejam X e Y, respectivamente, o número de filhos homens e o número de filhas mulheres de um casal escolhido ao acaso.

Observação:
Essa questão foi colocada por engano pois no cronograma esse conteúdo está previsto para a segunda avaliação então, ela será considerada para quem fez mas quem não fez não será prejudicado por isso.

Questão 5) (1,0 ponto) Uma máquina produz um equipamento eletrônico que pode apresentar nenhum, um, dois, três ou quatro defeitos, com probabilidades 90%, 4%, 3%, 2% e 1%, respectivamente. O preço de venda de um equipamento perfeito é de R$ 20,00 e, à medida que apresente defeitos, o preço cai 50% para cada defeito apresentado. Qual é a esperança do preço médio de venda desse equipamento?

Solução:

Nº defeitos	0	1	2	3	4
probabilidade	0,90	0,04	0,03	0,02	0,01
V: Preço de venda (reais)	20,00	10,00	5,00	2,50	1,25

Logo o preço médio de venda será:

$$\mu = E(X) = \sum_{0}^{4} x_i P(x_i) = 0{,}90\,.20 + 0{,}04\,.10 + 0{,}03\,.5 + 0{,}02\,.\,2{,}5 + 0{,}01\,.1{,}25$$

$$\mu = E(X) = 18 + 0{,}4 + 0{,}15 + 0{,}05 + 0{,}0125 = 18{,}61$$

Questão 6) (2,0 ponto) Uma caixa com 30 carrinhos de brinquedos iguais tem 17 carrinhos brancos e 13 pretos. Calcular a probabilidade de ao serem retirados 5 brinquedos, 3 serem brancos, quando a amostragem for:

a) com reposição

Solução:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 \quad p)^{n-x}$$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3}\left(\frac{17}{30}\right)^3 \left(1 \quad \frac{17}{30}\right)^{5-3} = 0{,}3417$$

b) sem reposição

Solução:

Nesse caso, a distribuição a ser utilizada é a hipergeométrica:

$$P(X = x) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N \quad k}{n \quad x}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{17}{3}\binom{30 \quad 17}{5 \quad 3}}{\binom{30}{5}} = 0{,}3722$$

Questão 7) (1,0 ponto) Uma operadora de celulares recebe uma média de 8 ligações com reclamações por segundo. Qual a probabilidade dela não receber nenhuma ligação com reclamação em 1 segundo?

Solução:

Segundo o modelo Poisson, a taxa de ocorrência em um segundo é de 8 ligações.

P(X=0) = $\frac{e^{-\lambda}.\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-8}.\ 8^0}{0!} = e^{-8} = 0{,}000335$