

Gabarito da AD1 de Probabilidade e Estatística

**Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
2º semestre de 2014**

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1- (1,5 pontos) Calcule a média, a variância e o desvio padrão para o conjunto de dados abaixo, supondo que eles representem: (a) amostra de uma população; (b) a população.

83, 92, 100, 57, 85, 88, 84, 82, 94, 93, 91, 95

Solução:

(a) Item anulado!

(b)

$$\text{Média} = \frac{83 + 92 + 100 + 57 + 85 + 88 + 84 + 82 + 94 + 93 + 91 + 95}{12} = \frac{1044}{12} = 87$$

$$\text{Variância} = \frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - 87)^2}{12} = \frac{1.314}{12} = 109,700$$

$$\text{Desvio.padrão} = \sqrt{\text{Variância}} = \sqrt{109,700} = 10,464$$

2- (0,5 pontos) Um casal deseja ter 3 filhos e espera que entre eles tenha pelo menos uma menina. Supondo que o sexo de cada irmão independa do sexo dos outros irmãos e que existe a mesma probabilidade de nascer um menino ou uma menina, encontre a probabilidade do casal ter pelo menos uma menina.

Solução:

Vamos designar as letras

M = sexo masculino

F = sexo feminino.

Como o casal deseja ter 3 filhos, o espaço amostral para este experimento é

$$\Omega = \{MMM, MMF, MFM, FMM, FFM, FMF, MFF, FFF\}.$$

Então:

$$P(\text{pelo.menos.uma.menina}) = 1 - P(\text{não.ter.nenhuma.menina})$$

$$P(\text{pelo.menos.uma.menina}) = 1 - P(MMM) = 1 - 0,125$$

$$P(\text{pelo.menos.uma.menina}) = 0,875.$$

3- (1,5 ponto) Foi feito um teste entre 300 jovens que freqüentavam uma festa para saber se eles haviam utilizado alguma droga. Pelo tipo de teste realizado encontrou-se o seguinte resultado:

	sim	não
Resultado positivo (indicando a presença)	99 (positivo verdadeiro)	24 (falso positivo)
Resultado negativo (indicando ausência)	3 (falso negativo)	174 (negativo verdadeiro)

Se uma das 300 pessoas é escolhida ao acaso:

- (a) Encontre a probabilidade do teste dar negativo visto que ela realmente não utilizou drogas.

Solução:

Queremos encontrar a probabilidade $P(\text{negativo não utilizou})$ do teste dar negativo, visto que ele realmente não utilizou nenhuma droga. Estamos então, trabalhando com a segunda coluna da tabela.

$$P(\text{negativo.não.utilizou}) = \frac{174}{198} = 0,8788$$

Este resultado também poderia ser encontrado utilizando a probabilidade condicional:

$$P(\text{negativo} | \text{não.utilizou}) = \frac{P(\text{negativo.e.não.usou})}{P(\text{não.usou})} = \frac{174/300}{198/300} = 0,8788$$

- (b) Encontre a probabilidade dela não ter utilizado drogas, visto que o teste deu negativo.

Solução:

$$P(\text{não.utilizou.negativo}) = \frac{174}{177} = 0,9831$$

4- (2,5 pontos) Um medicamento A, para redução do colesterol, foi testado para ver sua relação com a possibilidade de uma dor de cabeça, como efeito colateral. Participaram do teste 100 pessoas sendo que 32 efetivamente utilizaram o medicamento A e 68 utilizaram placebo. O seguinte resultado foi obtido:

	Medicamento A	Placebo
Sentiram dor de cabeça	15	65
Não sentiram dor de cabeça	17	3

Pergunta-se:

- (a) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido dor de cabeça?

Solução:

$$P(\text{dor.de.cabeça}) = \frac{80}{100} = 0,800$$

- (b) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido dor de cabeça ou de ter sido tratada com o medicamento A?

Solução:

$$P(\text{dor.de.cabeça}_\text{ou}_\text{tratada.com.A}) = \frac{80 + 32 - 15}{100} = 0,9700$$

- (c) Se duas pessoas diferentes são selecionadas ao acaso, qual a probabilidade de que ambos tenham sentido dor de cabeça?

Solução:

$$\begin{aligned} P(1^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}_\text{2}^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}) &= P(1^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}) \cdot P(2^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}) \\ P(1^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}_\text{2}^{\text{a}}.\text{dor.de.cabeça}) &= 0,8 \times 79/99 = 0,8 \times 0,798 = 0,638 \end{aligned}$$

- (d) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido dor de cabeça dado que foi tratada com o medicamento A?

Solução:

$$P(\text{dor.de.cabeça.tratada.com.A}) = \frac{15}{32} = 0,4688$$

- (e) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter sido tratada com o medicamento A dado que teve dor de cabeça?

Solução:

$$P(\text{tratada.com.A.dor.de.cabeça}) = \frac{15}{80} = 0,1875$$

5- (1,5 ponto) Uma empresa guardava HD's de computadores em caixas com 30 HD's cada. Um funcionário, por distração, misturou em uma mesma caixa 16 HD's em pleno funcionamento com 14 que apresentavam defeito. Ao se selecionar essa caixa de HD's 5 deles foram escolhidos aleatoriamente para serem testados. Calcular a probabilidade de ao serem retirados esses 5 HD's, 3 não apresentarem defeito, quando a amostragem for:

- (a) com reposição

Solução:

Neste caso, pode-se utilizar a distribuição binomial

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

onde:

$$x = 3$$

$$n = 5$$

$$p = \frac{16}{30} = \frac{8}{15} = 0,5333\ldots$$

Logo:

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{8}{15}\right)^3 \left(1 - \frac{8}{15}\right)^{5-3} = 0,3304$$

(b) sem reposição

Solução:

Neste caso, deve-se utilizar a distribuição hipergeométrica

$$P(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

onde:

$$x = 3$$

$$n = 5$$

$$N = 30$$

$$k = 16$$

Logo:

$$P(X = 3) = \frac{\binom{16}{3} \binom{30-16}{5-3}}{\binom{30}{5}} = \frac{560 \times 91}{142.506} = 0,3576$$

6- (1,0 ponto) De 6 trabalhadores de uma determinada fábrica, 3 trabalham há cinco anos ou mais nesta fábrica. Se quatro trabalhadores, deste grupo de seis, são aleatoriamente escolhidos, qual a probabilidade de que dois estejam na companhia há cinco ou mais anos?

Solução

Neste caso, também deve-se utilizar a distribuição hipergeométrica

$$P(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

onde:

$$x = 2$$

$$n = 4$$

$$N = 6$$

$$k = 3$$

Logo:

$$P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{6-3}{4-2}}{\binom{6}{4}} = \frac{3 \times 3}{15} = 0,6000$$

7- (1,5 pontos) Um trabalhador quer fazer um curso de qualificação pois sabe que com este curso terá maior possibilidade de subir na carreira. Em cada turma que abre, somente 20% dos interessados conseguem fazer o curso gratuitamente.

- (a) Qual a probabilidade de que esse trabalhador consiga fazer o curso gratuitamente na terceira tentativa?

Solução:

Seja $p=0,2$ a probabilidade de um indivíduo fazer o curso gratuitamente.

Podemos observar que a probabilidade pedida pode ser modelada por uma distribuição geométrica. Ou seja, para que o trabalhador consiga fazer o curso na 3ª tentativa, foi preciso 2 tentativas até que ele conseguisse fazer o curso (2 tentativas até o primeiro sucesso). Assim:

Seja X a variável que representa o número de tentativas até a ocorrência do primeiro sucesso.

$$P(X = 3) = pq^{(3-1)} = 0,2 \times 0,8 \times 0,8 = 0,128$$

- (b) Qual a probabilidade de que esse trabalhador consiga fazer o curso gratuitamente até, no máximo, a terceira tentativa?

Solução:

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X=0) = 0,2$$

$$P(X=1) = 0,8 \times 0,2 = 0,16$$

$$P(X=2) = 0,128$$

$$\text{Então, } P(X \leq 3) = 0,2 + 0,16 + 0,128 = 0,488.$$

