

## AD2 da disciplina Probabilidade e Estatística

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo  
01.2005

i) Um agricultor cultiva laranjas e também produz mudas para vender. Após alguns meses a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0,05 e, neste caso, ela é escolhida para ser recuperada com probabilidade 0,5. Admita que o processo de recuperação é infalível. O custo de cada muda produzida é R\$1,00; acrescido de mais R\$0,50 se precisar ser recuperada. Cada muda é vendida a R\$3,00 e são descartadas mudas não recuperadas de ataque de fungos. Estude como se comporta o ganho por muda produzida.

ii) Supondo igualdade de probabilidade entre nascimentos de cada sexo, para uma família de três filhos, calcule a probabilidade de que:

- a. Exatamente dois sejam do sexo masculino;
- b. Pelo menos um deles seja do sexo masculino;
- c. Todos serem do sexo feminino.

iii) Considere uma variável aleatória  $X \sim G(0,8)$ . Construa uma nova variável  $Y$  tal que  $Y = X$  para os valores 0, 1, 2, ..., 5 e  $Y = 6$  para  $X$  maior ou igual a 6. Desta forma,  $Y$  corresponde ao truncamento de  $X$  a valores menores ou iguais a 6. Obtenha a função de probabilidade.

iv) Uma peça produzida por uma máquina pode receber do controle de qualidade três classificações: boa, defeituosa ou recuperável, com as seguintes probabilidades, 0,5; 0,2 e 0,3, respectivamente. Suponha que sejam vendidas a R\$100, R\$10 ou R\$50 conforme forem boas, defeituosas ou recuperáveis, respectivamente. Se duas peças, escolhidas ao acaso, são vendidas, qual o valor médio da venda?

v) Verifique se as expressões a seguir são funções densidade de probabilidade (assuma que elas se anulam fora dos intervalos especificados).

a.  $f(x) = 3x$  , se  $0 \leq x \leq 1$ .

b.  $f(x) = x^2/2$  ,  $x \geq 1$ .

c.  $f(x) = (x-3)/2$  , se  $3 \leq x \leq 5$ .

d.  $f(x) = 2$  , se  $0 \leq x \leq 2$ .

e.  $f(x) = \begin{cases} (2+x)/4, & \text{se } -2 \leq x \leq 0; \\ (2-x)/4, & \text{se } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$

f.  $f(x) = -\pi$  , se  $-\pi \leq x \leq 0$ .

vi) Sendo  $X \sim \text{Exp}(1)$ , determine:

a.  $P(0 < X < 2)$ .

b.  $P(X < 2)$ .

c.  $P(1 < X < 4)$ .

d.  $P(X > 3)$ .

e.  $P(X < 2 | X > 1)$ .

vii) Um banco que faz operações via Internet e, após um estudo sobre o serviço prestado, concluiu o seguinte modelo teórico para o tempo de conexão (em minutos):

$$f(x) = \frac{1}{4} k e^{-\frac{1}{4} k x}, x > 0$$

com k sendo 1 ou 2, dependendo do cliente ser pessoa física ou jurídica. Dentre os clientes que utilizam da Internet, a porcentagem dos que são classificados como pessoa física é estimada em 20%.

- Sendo pessoa física, qual a probabilidade de mais de 2 minutos de conexão?
- Sendo pessoa jurídica, qual a probabilidade de ficar conectado menos de 6 minutos?
- Determine a probabilidade de um cliente ficar mais de 2 minutos conectado.
- Se o cliente fica mais de 5 minutos conectado, qual a probabilidade dele ser pessoa jurídica?

viii) Foram sorteadas 20 escolas de ensino fundamental da rede privada, em uma determinada cidade e observado o número classes de 1ª série em cada uma delas. Os resultados foram: 2, 3, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 2, 4, 5, 5, 1 e 2. Deseja-se estimar o número médio de classes nesse tipo de escola, com vistas a um futuro levantamento de disponibilidade de vagas. Obtenha as estimativas correspondentes aos seguintes estimadores propostos:

$$\mu_1 = \text{mediana amostral};$$

$$\mu_2 = \text{moda - amostral};$$

$$\mu_3 = \bar{X}.$$

Tendo em vista o objetivo pretendido, discuta as vantagens de cada um deles.

ix) O Conselho Regional de Odontologia recomenda visitas periódicas ao dentista e, para orientar sua campanha de divulgação, realizou uma pesquisa com 100 crianças com idades de 12 a 14 anos. Quanto ao número de visitas no último ano, a amostra resultou em uma média de 0,5 e mediana e moda iguais a 0 (zero). Com base nesses dados comente as afirmações abaixo:

- a maioria não visitou o dentista no último ano;
- metade da população dessas crianças nunca foi ao dentista;
- no último 0,5 ano as crianças tiveram em média 1 visita;
- talvez algumas crianças tenham feito mais de uma visita no último ano.

x) Estatísticas do Departamento de Trânsito sobre o envolvimento em acidentes, de motoristas com pouca experiência (até 2 anos de habilitação), indicam que o seguinte modelo pode ser adotado:

Número de acidentes (X)	0	1	2	3	4
$p_i$	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

- a) determine  $E(X)$  e  $Var(X)$  ;

Para uma amostra aleatória de 2 desses jovens motoristas, obtenha:

- a distribuição amostral de  $\bar{X}$  ;
- $E(\bar{X})$  e  $Var(\bar{X})$ ;

d) Os histogramas de  $X$  e (num mesmo histograma).

xi) Uma amostra de duas observações da variável  $X$  é retirada. Nos vários casos listados a seguir, determine a função de probabilidade de  $S^2$  e constata se ele é não viciado para estimar a variância.

- a)  $X$  é Uniforme Discreta em  $[1, 2, 3]$ ;
- b)  $X$  é de Bernoulli com  $p=0,2$ ;
- c)  $X$  é Binomial com  $n=3$  e  $p=0,5$ .

xii) O tempo de espera, em minutos, na fila de votação numa certa zona eleitoral com urna eletrônica, foi modelado segundo uma distribuição Uniforme Contínua com valores entre 0 e 30. Para uma amostra aleatória de 100 eleitores, responda:

- a) qual a probabilidade do último eleitor na amostra demorar mais de 20 minutos?
- b) qual a probabilidade da média da amostra ser inferior a 18 minutos?
- c) você deseja pedir a um amigo que espere um tempo  $t$  para lhe dar uma carona. Usando a média da amostra, qual deve ser o valor de  $t$  para não perder a carona com probabilidade 0,8?

xiii) Com auxílio da tabela *t-Student* calcule (se necessário aproxime):

- a)  $P(-3,365 \leq t_5 \leq 3,365)$ ;
- b)  $P(|t_8| < 1,4)$ ;
- c)  $P(-1,1 \leq t_{14} < 2,15)$ ;
- d) O valor de  $a$  tal que  $P(t_9 > a) = 0,02$ ;
- e) O valor de  $b$  tal que  $P(t_{16} \leq b) = 0,05$ ;
- f) O valor de  $c$  tal que  $P(|t_{11}| \leq c) = 0,10$ ;
- g) O valor de  $d$  tal que  $P(|t_{21}| > d) = 0,05$ .

xiv) Uma amostra de 20 observações de uma variável aleatória Normal forneceu média de 5,5 e variância amostral 4. Deseja-se testar, ao nível de significância de 5%, se a média na população é igual ou é menor que 6. Qual é a conclusão?