Questão I

Tabela marginal da variável T

Tabela de transações financeiras							
T	0	1	2	3	5	6	-
Freq.	8	13	24	23	15	23	106
Freq. Rel.	0,07547	0,12264	0,22642	0,21698	0,14151	0,21698	1,0000

Média:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{m} x_i p_i$$

$$E(x) = 0.07547 \times 0 + 0.12264 \times 1 + 0.22642 \times 2 + 0.21688 \times 3 + 0.14151 \times 5 + 0.21698 \times 6 = 3.2358$$

Tabela marginal da variável C

Tabela de transações comerciais		
C	Freq	Freq. Rel.
1	31	0,2925
2	35	0,3302
3	40	0,3774
-	106	1,0000

$$E(y) = \sum_{i=1}^{m} y_i p_i$$

$$E(y) = 0.2925 \times 1 + 0.3302 \times 2 + 0.3774 \times 3 = 2.0849$$

Independência entre as tabelas

$$p(X = x, Y = y) = p(X = x) \times p(Y = y) \forall (x, y)$$

$$p(X = 2, Y = 3) = \frac{24}{106} \times \frac{40}{106}$$

Existe a independência entre as tabelas

$$\rho(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)} = \frac{E(x, y) - E(x) \times E(y)}{\sigma(x)\sigma(y)} = \frac{1.1488 - (3.232 \times 2.0832)}{1.9262 \times 0.8135} = -3.4986$$

Questão II

Para verificar se uma função é de probabilidade é necessário observar duas regras:

1. f(x) seja maior que zero
2. Ao integrar a função no intervalo o resultado seja 1

Item a)

Regra 1

Para a função $f(x) = 2(1 - x), se(0 \leq x \leq 1)$ temos:

$$f(x) = 2(1 - x)$$
$$f(0) = 2(1 - 0) = 2$$
$$f(1) = 2(1 - 1) = 0$$

Regra 2

Para a função $f(x) = 2(1 - x) = 2 - , se(0 \leq x \leq 1)$ temos:

$$p(0 \leq x \leq 1) = \int_0^1 f(x) \times dx = \int_0^1 (2 - 2x) \times dx = \left. \frac{2x^1}{1} + \frac{2x^2}{2} \right|_0^1$$
$$f(x) = 2x - x^2$$
$$f(0) = 20 - 0^2 = 0$$
$$f(1) = 2 \times 1 - 1^2 = 1$$

Atende a ambas as regras, portanto é função de probabilidade

Item b)

Regra 1

Para a função $f(x) = 2(1 - x), se(1 \leq x \leq 2)$ temos:

$$f(x) = 2(1 - x)$$
$$f(1) = 2(1 - 1) = 0$$
$$f(2) = 2(1 - 2) = -2$$

Não atende a regra 1, portanto NÃO é função de probabilidade

Item c)

Regra 1

Para a função $f(x) = x(x - 3) = x^2 - 3x, se(0 \leq x \leq 1)$ temos:

$$f(x) = x(x-3) = x^2 - 3x$$
$$f(0) = 0^2 - 3 \times 0 = 0$$
$$f(1) = 1^2 - 3 \times 1 = -2$$

Não atende a regra 1, portanto NÃO é função de probabilidade

Item d)
Regra 1

Para a função $f(x) = \text{sen}(x), se(0 \le x \le \frac{\pi}{2})$ temos:

$$f(x) = \text{sen}(x)$$
$$f(0) = \text{sen}(x) = 0$$
$$f(\frac{\pi}{2}) = \text{sen}(\frac{\pi}{2}) = 1$$

Atende a regra 1

Regra 2

Para a função $f(x) = \text{sen}(x), se(0 \le x \le \frac{\pi}{2})$ temos:

$$p(0 \le x \le 1) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \times dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(x) \times dx = -\cos(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$f(x) = -\cos(x)$$
$$f(0) = -\cos(0) = -1$$
$$f(\frac{\pi}{2}) = -\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$$
$$p(0 \le x \le 1) = f(\frac{\pi}{2}) - f(0) = 0 - (-1) = 1$$

Atende a ambas as regras, portanto é função de probabilidade

Questão III
Distribuição de densidade exponencial (2), portanto temos:

$T \sim Exp(\beta)$

$T \sim Exp(2)$

Item a)

$$p(T < 2) = 1 - e^{\frac{-T}{\beta}} = 1 - e^{\frac{-2}{2}} = 0.632$$

Item b)
Probabilidade condicional

$$p(T < 2 \mid T \leq 4) = \frac{p(T < 2)}{p(T \leq 4)} = \frac{1 - e^{\frac{-2}{2}}}{1 - e^{\frac{-4}{2}}} = \frac{0.632}{0.865} = 0.731$$

Questão IV
Dados do problema
Média: 30.000km
Desvio padrão: 600km
População: 100

Item a)

$$p(x < 25.000km) = p(0 \leq x < 25000km)$$

$$p(X = 0) = \frac{0 - 30000}{600\sqrt{100}} = -5 = 0.5$$

$$p(X = 25.000km) = \frac{X - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{25.000 - 30000}{600\sqrt{100}} = -0.83333$$

$$p(0 \leq x < 25000km) = p(X = 0) + p(X = 25.000km) = 0.5 + 0.296 = 0.7967$$

portanto p(x < 25000km) = 0.7967

Item b)
Desvio padrão 1.000km

$$p(x < 25.000km) = p(0 \leq x < 25000km)$$

$$p(X = 0) = \frac{0 - 30000}{1000\sqrt{100}} = -3 = 0.4987$$

$$p(X = 25.000km) = \frac{X - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{25.000 - 30000}{1000\sqrt{100}} = -0.5 = 0.1915$$

$$p(0 \leq x < 25000km) = p(X = 0) + p(X = 25.000km) \cong 0.4987 + 0.1915 = 0.6902$$

Questão V
Dados do problema
Média: 200kg/cm2
Desvio padrão: 50kg/cm2

Item a)

$$p(x > 300km/cm^2) = 0.5 - p(x > 300km/cm^2)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{300 - 200}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

$$p(Z > 2) = 0.5 - 0.47725 = 0.02275$$

Item b)

$$p(x < 100km/cm^2) = Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{100 - 200}{50} = \frac{-100}{50} = -2$$

$$p(Z < -2) = p(Z > 2) = 0.5 - 0.47725 = 0.02275$$

Por força da simetria da curva p(Z< -2) é igual a p(Z > 2), representam as extremidades da curva.

Questão VI
Dados do problema
Hipótese Ho = Redução maior que 20% de poluente; (Hipótese rejeitada e fato verdadeiro)
Hipótese Há = Redução menor que 22% de poluente; (Hipótese aceita e fato falso)

Variância: 5%

$$\mu = 20$$

$$n = 80$$

$$\alpha = P(Error\_Tipo\_I)$$

$$0.10 = \left(\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \geq \frac{X_c - 20}{2.2361/\sqrt{80}} \right)$$

$$Z_{c=} 1.28$$

$$1.28 = \frac{X_c - 20}{0.25}$$

Probabilidade de ser do tipo II:

$$\beta = P(Error\_Tipo\_II)$$

$$\beta\,(22) = \left(\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \leq \frac{20.32 - 22}{2.2361/\sqrt{80}} \right)$$

$$P(X = 20.32) = \frac{20.32 - 22}{2.2361/\sqrt{80}} = -6.72 = 0.50$$

Afirmação do fabricante do combustível (função poder)

$\pi(\mu) = 1 - \beta(\mu)$

$\pi(\mu) = 1 - 0.50$

$\pi(\mu) = 0.50$