Gabarito da AD1 de Probabilidade e Estatística
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
2° semestre de 2017

Regina Célia P. Leal Toledo e Otton Teixeira da Silveira Filho

Primeira questão (1,0 pontos): A Tabela 1 apresenta os tempos (em minutos) de espera na fila de 3 clientes em 3 bancos diferentes. No primeiro banco (Banco 1) o gerente se preocupa com os tempos de espera e muda o número de atendentes de acordo com a necessidade. No segundo banco (Banco 2) todos os clientes esperam em um fila única e no terceiro banco (Banco 3), os clientes esperam em filas diferentes para cada um dos caixas.

Banco 1 (B1)	6	6	6
Banco 2 (B2)	4	7	7
Banco 3 (B3)	1	3	14

Tabela 1

a) Qual o tempo médio de espera em cada um dos bancos?

Solução

- Média de espera do Banco 1: $Média_{B1} = \frac{6+6+6}{3}$ = 6 minutos
- Média de espera do Banco 2: $Média_{B2} = \frac{4+7+7}{3}$ = 6 minutos
- Média de espera do Banco 3: $Média_{B3} = \frac{61+3+14}{3}$ = 6 minutos

b) Qual o desvio padrão em cada um dos bancos? E a variância?

Solução

Banco 1:

Variância$_{B1}$ = 0, pois todas as observações são iguais a média .

Desvio padrão$_{B1}$ = 0;

Banco 2:

Variância$_{B2}$ = $\frac{(4-6)^2+(7-6)^2+(7-6)^2}{3}$ = $\frac{4+1+1}{3} = 2$

Desvio padrão$_{B2}$ = $\sqrt{2} = 1{,}4142$

Banco 3:

Variância Variância$_{B3}$ = $\frac{(1-6)^2+(3-6)^2+(14-6)^2}{3}$ = $\frac{25+9+64}{3} = 32{,}6667$

Desvio padrão$_{B3}$ = $\sqrt{32{,}6667} = 5{,}7155$

Segunda questão (3,0 pontos): Foi feito um teste em 300 motoristas de caminhão que circulam pelo país, para saber se eles fizeram uso de álcool ou não. A Tabela 2 apresenta o resultado desses testes.

	Motorista usou álccol?	
	Sim	Não
Resultado do teste deu positivo (teste indicou presença de álccol)	119 (positivo verdadeiro)	24 (falso positivo)
Resultado do teste deu negativo (teste indicou ausência de álccol)	3 (falso negativo)	154 (negativo verdadeiro)

Tabela 2

a) Se uma pessoa, dentre esses 300 motoristas, for selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade dela ter o teste positivo ou de fazer uso de álcool?

Solução

P(teste pos. U usar álc.) = P(teste pos.) + P(usar álc.) – P(teste pos. ∩ usar álc.)

P(teste pos. U usar álc.) = $\frac{(119+24)}{300}+\frac{(3+119)}{300}-\frac{119}{300}=\frac{146}{300}=0{,}4867$

b) Considere o evento A: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa com resultado negativo no teste; evento B: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa que não usou álcool. Verifique se os eventos A e B são disjuntos.

Solução

Os eventos A e B serão disjuntos se a interseção entre eles for nula. Mas P(A∩B) = 154/300 = 0,5133. Logo, A e B não são disjuntos.

c) Se uma pessoa, dentre esses 300 motoristas, for selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade dela ter o teste negativo ou não fazer uso de álcool?

Solução

P(teste neg. U não usar álc.) = P(teste neg.) + P(não usar álc.) – P(teste neg. ∩ não usar álcool)

P(teste neg. U não usar álc.) = $\frac{(154+3)}{300}+\frac{(154+24)}{300}-\frac{154}{300}=\frac{181}{300}=0{,}6033$

d) Se duas pessoas são selecionadas aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de que a primeira pessoa tenha um teste positivo e a segunda, um teste negativo?

Solução

1ª pessoa: P(resultado positivo no teste) = 143/300 = 0,4767
2ª pessoa: P(resultado negativo no teste) = 157/299 = 0,5233
Logo,
P(1ª pessoa tem teste positivo e 2ª pessoa tenha teste negativo) = 0,4767 x 0,5233 = 0,2494.

e) Se 1 das 300 pessoas é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de o teste dar positivo, visto que esta pessoa realmente usou álcool?

Solução

P(teste pos. | usou álc.) = $\frac{\text{P(teste pos.∩ usou álc.)}}{\text{P(usou álc.)}}=\frac{0{,}3967}{0{,}4067}=0{,}9754$

f) Se 1 das 300 pessoas é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de esta pessoa ter usado álcool, visto que o teste deu positivo?

Solução

P(usou álcool | teste positivo) = $\frac{\text{P(usou álcool} \cap \text{teste positivo)}}{\text{P(teste positivo)}} = \frac{0{,}3967}{0{,}4767} = 0{,}8322$

Terceira questão (1,0 ponto)**:** Em uma festa beneficente, foi feito um jogo onde você apostava um real e ganhava no máximo, R$ 5.000,00, ou seja, ou você perdia R$1,00 (-1), caso perdesse, ou ganhava R$ 4.999,00 (+ 4,999,00) ou seja, prêmio de R$ 5.000,00 menos R$ 1,00 que você apostou. Nesse jogo você escolhe um número de 4 dígitos entre 0000 e 9999. Se você aposta R$1,00, qual o valor esperado de ganho ou perda?

Solução

Seja a variável aleatória X: ganho na aposta.

X	P(X=x)
R$ -1,00	9.999/10.000 = 0,9999
R$ 5.000,00	1/10.000 = 0,0001

E(X) = -1 x 0,9999 + 5000 x 0,0001 = -0,9999 + 0,5 = -0,4999

Quarta questão (2 pontos)**:** Os clientes de um banco têm três opções de investimento: poupança, CDB e fundos: 20 % dos clientes do banco têm caderneta de poupança,; 5 % dos clientes do banco têm CDB e 25 % dos clientes do banco têm aplicações em fundos. Suponha que cada cliente só pode um destes investimentos no banco, ou seja, estas 3 modalidades de investimentos são exclusivas. O banco realizou uma pesquisa entre seus clientes para avaliar o interesse pelo lançamento de um novo tipo de seguro de vida. Dos clientes que aplicam em poupança, 30 % se mostraram interessados no seguro. Dos clientes que investem em CDB, 10 % se interessaram pelo seguro, e dentre os clientes que aplicam em fundos, 40 % demonstraram interesse pelo novo produto. Um cliente do banco é selecionado aleatoriamente.

a) Qual a probabilidade dele se interessar pelo novo seguro de vida?

Solução

Sejam os eventos

O: cliente que tem poupança e P(O) =0,20

C: cliente tem CDB e P(C) = 0,05

F: cliente aplica em fundos e P(F) = 0,25

S: cliente se interessar pelo seguro de vida.

P(S|O) = 0,30;

P(S|C) = 0,10;

P(S|F) = 0,40.

Pelo Teorema da Probabilidade Total:

P(S) = P(S|O).P(O) + P(S|C). P(C) + P(S|F) .P(F)

P(S) = 0,30 x 0,20 + 0,10 x 0,05 + 0,40 x 0,25 = 0,06 + 0,005 + 0,0,1

P(S) = 0,165

b) Dado que o cliente está interessado no novo seguro de vida, qual a probabilidade dele aplicar em poupança?

Solução

Pelo Teorema de Bayes: $P(O|S) = \frac{P(S|O).P(O)}{P(S)} = \frac{0{,}06}{0{,}165} = 0{,}3636$

Quinta questão (1,0 ponto)**:** Ao se analisar o impacto de bombas em uma determinada região, durante a Segunda Guerra Mundial, dividiu-se essa região em 576 subregiões, com área de 0,25 km^2 cada. 535 bombas caíram nessa área considerada. Se uma região é selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade de ela ter sido bombardeada 2 vezes?

Solução

Observe que p = 535 / 576 = 0,9288 é a probabilidade de uma região ter sido bombardeada uma vez. Queremos determinar a probabilidade de ocorrência da região ter sido bombardeada exatamente 2 vezes em uma determinada região. Nesse caso usamos a distribuição de Poisson:

$$P(x) = \frac{0{,}9288^2 \times e^{-0{,}9288}}{2!} = \frac{0{,}863 \times 0{,}395}{2} = 0{,}170$$

Sexta questão (1,0 ponto)**:** Considere uma cidade onde 80% dos moradores adultos, são descendentes de índios. Apesar disso observou-se que somente 39% dos convocados para serem jurados, nos julgamentos ocorridos na cidade, eram descendentes de índios. Suponhamos que queiramos selecionar 12 jurados dessa população. Qual a probabilidade de que exatamente 7 jurados sejam descendentes de índios?

Solução

Sabemos que p = 0,39 é a probabilidade de um jurado convocado ser descendente de índio. Seleciona-se 12 jurados e quer saber a probabilidade de exatamente 7 serem descendentes de índios. Usaremos a distribuição binomial para este cálculo.

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Seja x a variável aleatória que conta número de jurados que são descendentes de índios.

$P(x = 7) = \binom{12}{7} 0{,}39^7 0{,}61^{12-7} =$ 792 x 0,0014 x 0,0845 = 0,0936

Sétima questão (1,0 ponto)**:** Suponha um baralho, com 52 cartas. Selecionamos aleatoriamente 5 cartas baralho sem reposição. Qual é a probabilidade de obtermos, até 2 cartas que tenham naipe vermelho, ou seja, sejam de copas ou ouros?

Solução

Observe, que para resolvermos este problema devemos usar o modelo hipergeométrico, para calcular P(X ≤ 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Com M=26 , N = 52 , n = 5.

Probabilidade de obter 0 cartas de naipe vermelho:

$$P(X=0)=\frac{\binom{26}{0}\binom{26}{5}}{\binom{52}{5}}=\frac{1\times 65.780}{2.598.960}=0{,}0253.$$

Probabilidade de obter 1 carta de naipe vermelho:

$$P(X=1)=\frac{\binom{26}{1}\binom{26}{4}}{\binom{52}{5}}=\frac{26\times 14.950}{2.598.960}=\frac{388.700}{2.598.960}=0{,}1496$$

Probabilidade de obter 2 cartas de naipe vermelho:

$$P(X=2)=\frac{\binom{26}{2}\binom{26}{3}}{\binom{52}{5}}=\frac{325\times 2.600}{2.598.960}=\frac{845.000}{2.598.960}=0{,}3251$$

Logo,

P(X ≤ 2) = 0,0253 + 0,1496 + 0,3251 = 0,5000