Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
GABARITO DA AP1 - 2° semestre de 2006

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1ª questão – 3,0 pontos

Os dados da Tabela 1 referem-se ao salário (em salários mínimos) de 20 funcionários administrativos em uma indústria I_1 e a Tabela 2 fornece, por faixas salariais, os salários dos funcionários administrativos da indústria I_2.

10,1	7,3	8,5	5	4,2	3,1	2,2	9	9,4	6,1
3,3	10,7	1,5	8,2	10	4,7	3,5	6,5	8,9	6,1

Tabela 1

Salário	*1 |--- 3*	*3 |--- 5*	*5 |---7*	*7 |--- 9*	*9 |--- 11*	*total*
Freqüência	*4*	*10*	*8*	*16*	*12*	*50*

Tabela 2

Pede-se:

(i) (*1,0 ponto*) construa uma tabela de freqüência para a Tabela 1, utilizando faixas que possibilitem comparações com os dados da Tabela 2:

- *Resposta:*

Tabela 1 (por faixas)

Salário	*freqüência*
1 |-- 3	*2*
3 |-- 5	*5*
5 |-- 7	*4*
7|-- 9	*4*
9 |-- 11	*5*
total	*20*

(ii) (*0,5 ponto*) verifique se a mediana e a moda das 2 indústrias estão na mesma faixa de salários. Identifique quais são as faixas;

- *Resposta:*
  - *Tabela 1:*
    - *Mediana: 5 |-- 7*
    - *Moda: 3 |-- 5 e 9 |-- 11*
  - *Tabela 2:*
    - *Mediana: 7 |-- 9*
    - *Moda: 7 |-- 9*

(iii) (*1,5 pontos*) sabendo que a média dos salários da indústria I_2 é de 6,72 salários mínimos e que o desvio padrão é de 2,46 salários, compare a média e o desvio da padrão das duas indústrias (Obs: *considere, para o cálculo da média e do desvio padrão, a média de salários das respectivas faixas*).

- *Resposta:*

Cálculo da média:

Faixa de Salário	*Freqüência*	*média da faixa*	*freq*media*
1 |-- 3	*2*	*2*	*4*
3 |-- 5	*5*	*4*	*20*
5 |-- 7	*4*	*6*	*24*
7 |-- 9	*4*	*8*	*32*
9 |-- 11	*5*	*10*	*50*
total (Σ)	*20*	*-*	*130*

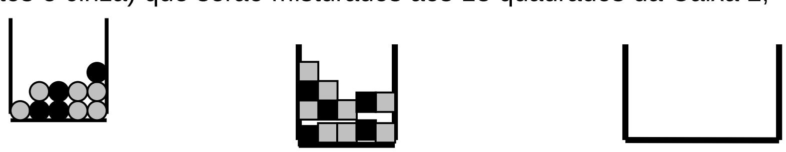
$$média = \frac{\sum_{k=1}^{5} (freq)_k \times (média.da.faixa)_k}{20} = \frac{130}{20} = 6,5$$

Cálculo do desvio padrão:

Faixa de Salário	freqüência (f)	média da faixa	freq*media	a=(med.faixa - 6,5)²	(f) x (a)
1|-3	2	2	4	20,25	40,5
3|-5	5	4	20	6,25	31,25
5|-7	4	6	24	0,25	1
7|-9	4	8	32	2,25	9
9 |-11	5	10	50	12,25	61,25
total (Σ)	20	--	130	--	143

$$desvio.padrão = \sqrt{\text{var}} = \sqrt{\frac{143}{20}} = 2,674$$

<u>2ª questão – 1,5 pontos</u>
Na Caixa 1 há 10 círculos (pretos e cinza) que serão misturados aos 13 quadrados da Caixa 2, na Caixa 3. Pergunta-se:



Caixa 1 Caixa 2 Caixa 3 ?

- *<u>Resposta:</u>*

10 círculos: 6 cinzas e 4 pretos
13 quadrados: 8 cinzas e 5 pretos

Total de objetos na caixa 3: 23, sendo 10 círculos e 13 quadrados.
Probabilidades:
Quanto ao formato:

Probabilidade de ser círculo (C): $P(C) = \frac{10}{23} = 0,4348$

Probabilidade de ser quadrado (Q): $P(Q) = \frac{13}{23} = 0,5652$

Quanto a cor:

Probabilidade de ser um objeto cinza (Ci): $P(Ci) = \frac{14}{23} = 0,6087$

Probabilidade de ser um objeto preto (Pr): $P(\mathrm{Pr}) = \frac{9}{23} = 0{,}3913$

(i) (*0,5 ponto*) se for tirado apenas um objeto da Caixa 3, qual a probabilidade deste objeto selecionado ser cinza?

- *Resposta:*

Probabilidade de ser um elemento cinza (Ci): $P(Ci) = \frac{14}{23} = 0{,}6087$

(ii) (*1,0 ponto*) se forem tirados dois objetos da Caixa 3. qual a probabilidade dos dois serem círculos?

- *Resposta:*

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{10}{23} \times \frac{9}{22} = \frac{90}{506} = 0{,}1779$$

3ª questão – 2,5 pontos

Considere 3 fábricas de baterias para carros, F_1, F_2, F_3. Uma determinada loja compra todos as baterias que revende dessas 3 fábricas, sendo 25% da fábrica F_1, 45% da F_2 e 30% da F_3.

Ao chegar na loja todos as baterias recebem um rótulo com nome da loja. Suponha que a probabilidade de se encontrar baterias defeituosas de cada uma das fábricas F_1, F_2, F_3 seja de 2%, 10% e 5%, respectivamente. Selecionando-se uma dessas baterias ao acaso, determine a probabilidade de:

a) (1,5 pontos) ser defeituosa, sabendo que a bateria foi fabricada na fábrica F_1;

- *Resposta:*

Chamando de A o evento peça defeituosa, temos para as 3 fábricas:

$P(F_1)=0{,}25 \rightarrow P(A|F_1)=0{,}02$
$P(F_2)=0{,}45 \rightarrow P(A|F_2)=0{,}10$
$P(F_3)=0{,}30 \rightarrow P(A|F_5)=0{,}05$

Logo, se ela é da fábrica F_1 a probabilidade dela ser defeituosa é $P(A|F_1)=0{,}02$

b) (1,0 pontos) ser da fábrica F_2, sabendo que a bateria é defeituosa.

- *Resposta:*

$$P(F_1 \mid A) = \frac{P(F_2)P(A \mid F_2)}{\sum_{i=1}^{3} P(F_i)P(A \mid F_i)}$$

$$P(F_1 \mid A) = \frac{0{,}45 \times 0{,}10}{0{,}25 \times 0{,}02 + 0{,}45 \times 0{,}10 + 0{,}30 \times 0{,}05}$$

$$P(F_1 \mid A) = \frac{0{,}045}{0{,}065} = 0{,}6923$$

4ª questão – 3,0 pontos

Sabe-se que há um surto de pneumonia em uma determinada região e se os pacientes forem diagnosticados precocemente têm 85% de probabilidade de se curarem sem necessidade de internação. Para um grupo de 20 pacientes que estão na fila aguardando laudo para saber se serão internados ou não, calcule qual a probabilidade de:

(i) (1,5 pontos) menos de 2 necessitarem de internação:

- *Resposta:*

Modelo Binomial

$$P(X = x_k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}, k = 0,1,\ldots,n$$

Considerando n=20 e uma das opções:

p= 0,85 (sucesso: não ser internado) $\rightarrow$ *P(X>18) mais de 18 (19 ou 20) não foram internados ou*
p= 0,15 (sucesso: ser internado) $\rightarrow$ *P(X<2) menos de 2 (1 ou 2) serem internados*

Utilizando p=0,15 e P(X<2)

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$P(X < 2) = \binom{20}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^{20-0} + \binom{20}{1} \times 0{,}15^1 \times (1-0{,}15)^{20-1}$$

$$P(X < 2) = \frac{20!}{0!20!}(0{,}15)^0 \times (0{,}85)^{20} + \frac{20!}{1!19!}(0{,}15)^1 \times (0{,}85)^{19} = 0{,}03876 + 0{,}13679 = 0{,}1755$$

(ii) (1,5 pontos) somente o quinto paciente a ter o laudo divulgado necessitar de internação:

- *<u>Resposta:</u>*

$$P(X = k+1) = p(1-p)^k$$

$$P(X = 5) = 0{,}15(1-0{,}15)^4 = 0{,}15 \times 0{,}5220 = 0{,}0783$$