GABARITO da AD1 da disciplina Probabilidade e Estatística
Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo
01.2011

Prova com 1 ponto de bônus (**NOTA** ≤ 10)

Questão 1) (1 ponto) Um laboratório clínico precisa se decidir por um entre três instrumentos (A, B e C) que será utilizado para fazer dosagens químicas no sangue. Foram preparadas soluções contendo uma concentração conhecida (10mg=ml) da substância a ser dosada. Os resultados obtidos com cada instrumento são os seguintes:

A: 5 10 7 15 16 12 4 8 10 13
B: 11 10 11 10 12 9 10 8 9 10
C: 9 10 8 9 9 8 10 11 7 9

a) Encontre a média e o desvio padrão para cada um dos instrumentos.

Resposta:

										Média	Desvio padrão
A:	5	10	7	15	16	12	4	8	10	13	10	4,06
B:	11	10	11	10	12	9	10	8	9	10	10	1,15
C:	9	10	8	9	9	8	10	11	7	9	9	1,15

b) Sabendo-se que para avaliar os instrumentos as medidas clínicas, realizadas são avaliadas quanto a precisão e se as leituras não são viciadas, descreva os instrumentos em termos destas definições. Qual deve ser o instrumento escolhido?

Sabe-se que:

- Precisão: refere-se à dispersão de um conjunto de observações. Quanto menor a variabilidade maior a precisão.
- Não-viciado: refere-se à tendência de um conjunto de medidas ser igual ao verdadeiro valor.

Resposta:
Os instrumentos A e B são não viciados pois medem a média corretamente. Os instrumentos B e C são mais precisos. O instrumento que deve ser escolhido, tendo em vista esses resultados, é o aparelho B.

Questão 2) (0,5 pontos) Em cinco dias, o número médio de pedidos de pratos com frango e de pratos com peixe em um restaurante foi de 46 e 23 pratos, respectivamente. Verifique se é possível que em um destes dias ocorram 200 pedidos de pratos com frangos ou de 130 pedidos pratos com peixes.

Resposta:
No caso dos pratos com frango temos a média igual a 46, ou seja:

$$\frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = 46 \quad \text{ou,} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 230 .$$

Para que ocorram 200 pedidos de pratos de frango em um dia, sobram 30 pratos para serem solicitados nos outros 4 dias.

No caso dos pratos com carne, onde a média igual a 23, temos:

$$\frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = 23 \quad \text{ou,} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 115$$

Assim, seria impossível que em um único dia ocorram 130 pedidos de pratos de carne.

Questão 3) (1 ponto) Os tempos (min) de cinco atletas em duas modalidades de provas de natação foram:

Modalidade A: 18.2 18.0 17.4 17.6 18.1
Modalidade B: 20.0 20.2 19.9 20.5 20.1

a) Calcule a média e desvio padrão.

Resposta:

						Média	Desvio Padrão
Modalidade A:	18,20	18,00	17,40	17,60	18,10	17,86	0,34
Modalidade B;	20,00	20,20	19,90	20,50	20,10	20,14	0,23

b) Adicione 2min a cada tempo e refaça os cálculos. Compare com as respostas do item (a), e observe o que aconteceu.

Resposta:

Somando 2 min ao tempo de cada atleta e refazendo os cálculos, temos:

						Média	Desvio Padrão
Modalidade A:	20,20	20,00	19,40	19,60	20,10	19,86	0,34
Modalidade B;	22,00	22,20	21,90	22,50	22,10	22,14	0,23

Podemos observar que a média fica aumentada em 2 minutos e o desvio padrão não se altera.

c) Multiplique cada tempo do item (a) por 3min e refaça os cálculos. Que propriedades você verifica para estas estatísticas nesse caso?

Resposta:

Multiplicando o tempo dos atletas por 3 minutos e refazendo os cálculos, temos:

						Média	Desvio Padrão
Modalidade A:	54,6	54	52,2	52,8	54,3	53,58	1,03
Modalidade B;	60	60,6	59,7	61,5	60,3	60,42	0,69

Podemos observar que neste caso, tanto a média quanto o desvio padrão ficam multiplicados por 3.

Questão 4) (0,5 pontos) Uma fábrica tem 278 funcionários, classificados de acordo com a tabela abaixo?

Idade	Sexo		**TOTAL**
	Masculino (M)	Feminino (F)	
< 25 anos (A)	40	50	**90**
25-35 anos (B)	43	43	**86**
> 35 anos (C)	57	45	**102**
TOTAL	**140**	**138**	**278**

Uma pessoa que trabalha nessa fábrica é escolhida ao acaso. Calcule as seguintes probabilidades: P(M), P(B), P(A ∩ F), P(C U M), P(B / F), P(M / A). Os eventos A e F são independentes?

Resposta:

$$P(M) = \frac{140}{278} = 0{,}5036 \rightarrow 50{,}36\%$$

$$P(B) = \frac{86}{278} = 0{,}3093 \rightarrow 30{,}93\%$$

$$P(A \cap F) = \frac{50}{278} = 0{,}1799 \rightarrow 17{,}993\%$$

$$P(C \cup M) = P(C) + P(M) - P(C \cap M) = \frac{102 + 140 - 57}{278} = 0{,}6655 \rightarrow 66{,}55\%$$

$$P(B / F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{43}{138} = 0{,}3116 \rightarrow 31{,}16\%$$

$$P(M / A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{40}{90} = 0{,}4444 \rightarrow 44{,}44\%$$

Como $P(A/F) = \frac{50}{138} = 0{,}3623 \neq P(A) = \frac{90}{278} = 0{,}3237$, os eventos não são independentes.

Questão 5) (1 ponto)

a) Suponha que P(A) = 1/2, P(BC) = 1/3. Os eventos A e B podem ser disjuntos (ou mutuamente exclusivos)?

Resposta:

Para que A e BC sejam disjuntos é preciso que $P(A \cap BC) = 0$. Sabemos que $P(A \cup BC) = P(A) + P(BC) - P(A \cap BC)$. Substituindo os valores das probabilidades temos: $P(A \cup BC) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0 = 0{,}1667$. Assim os eventos podem ser disjuntos desde que $P(A \cup BC) = 0{,}1667$.

b) Lançamos 2 dados honestos, e seja A = {a soma dos resultados fornece o resultado 8} e B = {o produto dos resultados fornece um resultado impar}. Os eventos A e B são independentes?

Resposta:

Conjunto A:
A = {(2; 6); (6; 2); (3; 5); (5; 3); (4; 4)}

Conjunto B:
B = {(1; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 5); (5; 1); (3; 3); (3; 5); (5; 3); (3; 3)}

Os eventos serão independentes se $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Sabendo que $P(A) = \frac{5}{36}$, $P(B) = \frac{9}{36}$ e $P(A \cap B) = \frac{2}{36}$ temos que $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$. e os eventos não são independentes.

Questão 6) (1 ponto)

a) Uma pesquisa realizada entre 1.000 consumidores, registrou que 650 deles trabalham com cartões de crédito da bandeira A que 550 trabalham com cartões de crédito da bandeira B e que 200 trabalham com cartões de crédito de ambas as bandeiras. Qual a probabilidade de ao escolhermos deste grupo uma pessoa que utiliza a bandeira A, ser também um dos consumidores que utilizam cartões de crédito da bandeira B?

Resposta:

Bandeira A – 650
Bandeira B - 550
Total de consumidores (T) – 1000
$P(A \cap B) = 200$

Assim, a probabilidade de , escolhida uma pessoa que utiliza a bandeira A, ela ser também um dos consumidores que utiliza a bandeira B é dada por:

$$P(B / A) = \frac{200}{650} = 0{,}3077.$$

b) Em uma escola de idiomas com 2000 alunos, 500 alunos fazem o curso de francês, 300 fazem o curso de inglês e 200 cursam ambos os cursos. Selecionando-se um estudante do curso de francês, qual a probabilidade dele também estar cursando o curso de inglês?

Resposta:

Chamemos de A o evento que representa o curso de inglês e B o evento que representa o curso de frances. Temos que a probabilidade de ocorrer A tendo ocorrido B é dado por:

$$P(A / B) = \frac{200}{500} = 0{,}40.$$

Questão 7) (0,5 pontos) Em uma caixa há 4 bolas verdes, 4 azuis, 4 vermelhas e 4 brancas. Se tirarmos sem reposição 4 bolas desta caixa, uma a uma, qual a probabilidade de tirarmos nesta ordem bolas nas cores verde, azul, vermelha e branca?

Resposta:

Existem inicialmente na caixa 16 bolas. A probabilidade de tirarmos uma bola verde é: $P(verde) = \frac{4}{16}$. Como não há reposição, com a retirada de uma bola temos que a probabilidade da próxima bola retirada ser azul igual a: $P(azul) = \frac{4}{15}$.

Da mesma forma, as probabilidades de tirarmos uma bola vermelha e depois uma branca, são dadas respectivamente por:
$P(vermelha) = \frac{4}{14}$ e $P(branca) = \frac{4}{13}$.

Assim, a probabilidade de tirarmos as bolas na ordem definida é dada por:
$$P(verde) \times P(azul) \times P(vermelha) \times P(branca) = \frac{4}{16} \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{4}{13} = \frac{256}{43680} = 0{,}0059.$$

Questão 8) (0,5 pontos) Três estudantes A, B e C estão em uma competição de natação. A e B têm as mesmas chances de vencer e, cada um, tem duas vezes mais chances de vencer do que C. Calcule a probabilidades de A ou C vencer.

Resposta:

Chamemos de P(A), P(B) e P(C), as probabilidades de ou A, ou B, ou C, vencerem. Sabemos que: P(A) = P(B) = 2.×P(C) e que P(A) + P(B) + P(C) = 1.

Se P(A) = k, P(B) = k e P(C) = k/2, teremos que: k + k + k/2 = 1, ou 5k/2 = 1 e k= 2/5. Logo, P(A)=P(B)=2/5 e P(C)=2/10. Assim, a probabilidade de A ou C vencerem será a soma dessas probabilidades, ou seja, 2/5 + 1/5 = 3/5.

Questão 9) (0,5 pontos) Uma determinada peça é manufaturada por 3 fábricas: I, II e III. Sabe-se que I produz o dobro de peças que II e que II e III produzem o mesmo número de peças. Sabe-se ainda que 3% das peças produzidas por I e por II são defeituosas, enquanto que 2% das produzidas por III são defeituosas. Todas as peças produzidas são misturadas e colocadas em um depósito. Se do depósito for retirada uma peça ao acaso, qual a probabilidade de que ela seja defeituosa?

Resposta:

Chamando de A o evento “peça defeituosa” e de B1, B2 e B3 a fábrica de origem da peça. Como os eventos B1, B2 e B3 são mutuamente excludentes, pelo teorema da probabilidade total podemos escrever que a probabilidade da peça ser defeituosa pode ser dada por:

P(A) = P(A|B1)×P(B1) + P(A|B2)×P(B2) + P(A|B3)×P(B3).
Sabendo que P(B1) = 2 x P(B2) = 2 x P(B3) temos:

P(A) = 0,03 ×1/2 + 0,03×1/4 + 0,02×1/4 = 0,0275.

Questão 10) (1 ponto) Em uma fábrica de teclados para computador, as linhas de montagem A, B e C respondem respectivamente por 20, 30 e 50 % da produção. Alguns teclados saem destas linhas com defeitos. A porcentagem de teclados defeituosos é de 1,2%, 0,6% e 0,4% respectivamente para as linhas A, B e C. Para evitar que os teclados defeituosos saiam da empresa e cheguem ao mercado, o controle de qualidade realiza inspeções individuais em todos os teclados fabricados. Os que apresentam algum defeito são enviados para recuperação. Calcule:

a) a probabilidade de um teclado qualquer produzido nesta empresa ser defeituoso.

Resposta:

Sabendo que P(A) = 0,20; P(B) = 0,30 e P(C) = 0,50 e chamando de D a probabilidade do monitor apresentar defeito, temos:

P(D/A) = 0,012;

P(D/B) = 0,006;

P(D/C) = 0,004.

Logo, P(D) = 0,2 x 0,012 + 0,006 + 0,0018 + 0,004 + 0,002
e P(D) = 0,0020 + 0,0018 + 0,0024 = 0,0062

c) a probabilidade de um teclado defeituoso encontrado na inspeção ter sido produzido na linha de produção C.

Resposta:

$$P(C/D) = \frac{P(C)P(D/C)}{P(D)} = \frac{0,5 \times 0,004}{0,0062} = 0,3226.$$

Questão 12) (1 ponto) A emergência de um determinado hospital solicita o serviço da ambulância, em média, 3 vezes por dia. Qual a probabilidade dessa solicitação ser de:

a) 4 chamadas num dia;

Resposta:

Distribuição de Poisson:

Chamadas por dia em média: λ = 3

$$P(k=4) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3}3^4}{4!} = 0,1680 \rightarrow 16,80\%$$

b) Nenhuma chamada em um dia;
Resposta:

$$P(k=0)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}=\frac{e^{-3}3^0}{0!}=0{,}0498\rightarrow 4{,}98\%$$

d) 20 chamadas em uma semana.

Resposta:

Número médio de chamadas por semana: λ\` = 21.

$$P(k=20)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}=\frac{e^{-21}21^{20}}{20!}=0{,}0867\rightarrow 8{,}67\%$$

Questão 13) (0,5 pontos) A probabilidade de um indivíduo sofrer uma reação alérgica, resultante da injeção de determinado soro é de 0,01. Determinar a probabilidade de entre 200 indivíduos, submetidos a este soro, nenhum sofrer esta reação alérgica.

Resposta:

Distribuição de Poisson:
λ = 0,01*200 = 2

$$P(k=0)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}=\frac{e^{-2}2^0}{0!}=0{,}1353\rightarrow 13{,}53\%$$

Questão 14) (0,5 pontos) Diego é o jogador de basquete. Sua probabilidade de acertar um arremesso livre é 0,70. Durante uma partida, qual é a probabilidade de Diego acertar seu primeiro arremesso livre no seu quinto arremesso?

Resposta:

Distribuição geométrica

$$P(x=5)=p\times q^{k-1}=0{,}7\times(0{,}3)^4=0{,}00567\rightarrow 0{,}567$$

Questão 15) (0,5 pontos) No arquivo médico de um hospital, há prontuários de 20 pacientes, que se internaram apresentando algum problema cardíaco. Destes 5 sofreram infarto. Retirando□se uma amostra ao acaso de 3 destes prontuários, qual a probabilidade de que dois deles sejam de pacientes que sofreram infarto?

Resposta:

Distribuição hipergeométrica

N=20
K=5
N=3
X=2

$$P(X=2)=\frac{\binom{5}{2}\binom{20-5}{3-2}}{\binom{20}{3}}=\frac{\binom{5}{2}\binom{15}{1}}{\binom{20}{3}}=\frac{10\times 15}{1140}=0{,}1315\rightarrow 13{,}15\%$$

Questão 16) (0,5 pontos) Selecionemos aleatoriamente 5 cartas de baralho, sem reposição, de um de um maço de baralho completo (52 cartas). Qual é a probabilidade de obter exatamente 2 cartas de baralho pretas (isto é, espada ou paus)?

Resposta:

Distribuição hipergeométrica

N=52
k=26 (cartas pretas)
n=5
x=2

$$P(x=2)=\frac{\binom{26}{2}\binom{52-26}{5-2}}{\binom{52}{5}}=\frac{325\times 2600}{2.598.960}=0{,}32513\rightarrow 32{,}15\%$$