Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

Gabarito da AP1/2° semestre de 2008

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1- Primeira questão - (3.0 pontos)

Sabe-se que uma determinada moeda viciada, quando lançada, mostra a face cara (*c*) quatro vezes mais do que a face coroa (*r*), ou seja, se: *P(r) = p* tem-se que *P(c)=4p*. Esta moeda é lançada 4 vezes. Sendo X o número de caras que podem aparecer nesse lançamentos, monte uma tabela com as possíveis ocorrências nesses 4 lançamentos e determine:

a) a média e a variância
b) P(X > 2)

RESPOSTA:

Seja $P(r) = p$ *e* $P(c) = 4p$ *com* $p + 4p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{5}$, logo

$$P(c) = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$P(r) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$P(X=0) = P(4r) = (0.2)^4 = 0.0016$$
$$P(X=1) = P(1c\ e\ 3r) = (0.8) * (0.2)^3 = 0.0256$$
$$P(X=2) = P(2c\ e\ 2r) = (0.8)^2 * (0.2)^2 * 6 = 0.1536$$
$$P(X=3) = P(3c\ e\ 1r) = (0.8)^3 * (0.2) * 4 = 0.4096$$
$$P(X=4) = P(4c) = (0.8)^4 = 0.4096$$

X	*P(X)*	*X*P(X)*	*X²*P(X)*
0	*0.0016*	*0*	*0*
1	*0.0256*	*0.0256*	*0.0256*
2	*0.1536*	*0.3072*	*0.6144*
3	*0.4096*	*1.2288*	*3.6864*
4	*0.4096*	*1.6384*	*6.5536*
	1	*3.20*	*10.88*

(a) E(X)=3.20
VAR(X) = 10.88 - 3.20^2 = 0.64

(b) P(X>2) = P(X=3) + P(X=4) = 0.4096+0.4096 = 0.8192

2- Segunda questão - (2,5 pontos)

Num cassino foi encontrado um dado que tinha um contrapeso. Alguns testes mostraram que, neste dado, havia uma probabilidade três vezes maior de sair a face com o número 6 e tanto a face 2 quanto a 4, havia uma probabilidade duas vezes maior do que as faces 1, 3 e 5. Foram feitos dois lançamentos. Pergunta-se:

1) Qual a probabilidade de ter saído a face 2;
2) Qual a probabilidade de ter saído a face 3;
3) Qual a probabilidade de ter saído as faces 5 ou 6.
4) Qual a probabilidade de ter saído as faces 5 e 6.
5) Qual a probabilidade de ter saído a face 5 e não ter saído a 6.

RESPOSTA:

Admitindo que a probabilidade de sair as faces 1, 3 e 5 seja p, temos:
a face 6 tem probabilidade 3p e as faces 2 e 4 tem probabilidade 2p.

Como o somatório das probabilidades de sair cada uma das diferentes faces é igual a 1 (um) temos:

p+p+p+3p+2p+2p=1 => p=1/10

1) *A probabilidade de ter saído face 2:*
*Sabemos que a probabilidade de sair a face 2 em uma jogada é: P(face2) = 2*0,1=0,2.*
Queremos saber da probabilidade de sair a face 2 em pelo menos um dos lançamentos, ou seja, de sair a face 2 ou no primeiro lançamento, ou no segundo ou, finalmente, nos 2 lançamentos. Assim, chamando de A_i a probabilidade de sair a face 2 no lançamento "i" e de B_i a probabilidade de não sair a face 2 no lançamento "i", com $P(B_i) = 0,8$, temos :

$P(face2)=P(A_1 \cap B_2)+ P(A_2 \cap B_1)+ P(A_1 \cap A_2)$

$P(face2)=0,2*0,8 + 0,8*0,2 + 0,2*0,2 = 0,36$

Ou, alternativamente:

$P(face2)=P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = 0,2 + 0,2 – 0,2*0,2=0,36.$

2) *Da mesma forma que no item anterior, sendo que a probabilidade de sair a face 3 é: P(face3)= 0,1. Assim:*

$P(face3)=P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = 0,1 + 0,1 – 0,1*0,1 = 0,19.$

3) *A probabilidade de ter saído as faces 5 ou 6:*

Nesse caso, chamando de C o lançamento com a face 5 e D o lançamento com a face 6, com P(C) = 0,1 e P(D) = 0,3, temos:

P(face5 ou face6) = P(C U D) + P(D U C) = 2 P(C U D) = 2 * (0,1 + 0,3) = 0,8.*

4) *Probabilidade de faces 5 e 6:*
Neste caso temos as possibilidades:
face5 e face 5
face5 e face 6
face6 e face6
face6 e face5

*P(face5 e face6)= 2*P(face5)*P(face6)= 2*0.03=0.06*

5) *A probabilidade de ter saído a face5 e não ter saído a 6*

Chamando de C o lançamento com a face 5 e de D_, não sair a face 6, com P(C) = 0,1 e P(D_) = 0,7, temos:

*P(face5 e não face6)= P(face5 ∩ não face6) + P(nãoface6 ∩ face5) = 2*0,1*0,7 = 0,14*

3 - Terceira questão (1,0 ponto)
Sabe-se que uma loja terceiriza o fabricação de calças jeans utilizando o serviço de 3 fábricas: F_1, F_2, F_3. Cada uma delas (F_1, F_2, F_3) produz calças jeans em lotes semanais de 150, 200 e 350 calças respectivamente e sabe-se que a probabilidade de se encontrar calças defeituosas na produção de cada uma das fábricas é de 2%, 10% e 5% (respectivamente). Ao chegarem à loja as calças são misturadas recebendo etiquetas indistintamente. Selecionando-se uma dessas calças ao acaso, determine a probabilidade de:

a) *(0,5 pontos)* ser defeituosa;

RESPOSTA:

$$P(Def) = P(Def|F_1)P(F_1) + P(Def|F_2)P(F_2) + P(Def|F_3)P(F_3)$$
$$= 0.02 * \frac{150}{700} + 0.1 * \frac{200}{700} + 0.05 * \frac{350}{700} = 0.0578$$

b) *(0,5 pontos)* ser da fábrica F_1, sabendo que a peça é defeituosa.

RESPOSTA:

$$P\left(\frac{F_1}{Def}\right) = \frac{P(Def|F_1)P(F_1)}{P(Def)} = \frac{0.02 * \frac{150}{700}}{0.0578} = 0.0741$$

4 - Quarta questão - (2,0 pontos)

Um fabricante de um determinado produto eletrônico suspeita que 2% de seus produtos apresentam algum defeito. Se sua suspeita for correta

a) *Utilize o modelo binomial e determine qual a probabilidade de que, numa amostra com 9 de seus produtos, haja no máximo um defeituoso.*

RESPOSTA:

$$P(x=0) + P(x=1) = 0.8337 + \binom{9}{1} \times (0,02)^1 \times (0,98)^8$$
$$P(x=0) + P(x=1) = 0.8337 + 0.1531$$
$$P(x=0) + P(x=1) = 0.9868$$

b) *Utilize o modelo geométrico para saber se esse fabricante for escolher aleatoriamente 4 desses produtos para mostrar a um vendedor, qual a probabilidade de somente o quinto estar defeituoso?*

RESPOSTA:

Para o modelo geométrico temos:
X: número de vezes necessárias para encontrar o quinto defeituoso.
p= 0.02
q=0.98

$$P(x=5) = (0,98)^4 \times (0,02)^1$$
$$P(x=5) = 0.0184$$