

Gabarito da AP1 de Probabilidade e Estatística
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
1º semestre de 2018

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1) (1,0 ponto) Calcular o valor esperado (média) e a variância da seguinte distribuição de Bernoulli:

X_i	0	1
p_i	$1-p$	p

SOLUÇÃO

Média

$$\mu(X) = \sum_{i=1}^2 X_i p_i = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = p$$

Variância

$$Var(X) = \sum_{i=1}^2 (X_i - \mu)^2 p_i = (0-p)^2(1-p) + (1-p)^2(p) = p(1-p)$$

Questão 2) (2,0 pontos) Em uma caixa há 16 carrinhos de brinquedos iguais, diferenciando-se apenas nas cores. São 4 verdes, 4 azuis, 4 vermelhos e 4 brancos. João poderá tirar 4 carrinhos desse saco, sem reposição e sem poder escolher as cores. Qual a probabilidade dele tirar primeiro um carrinho verde, depois o azul, a seguir tirar o vermelho e o último ser branco?

SOLUÇÃO

$$P(\text{um de cada cor}) = \frac{4}{16} \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{4}{13} = \frac{256}{43680} = 0,0059$$

Questão 3) (3,0 pontos) Um fabricante de sorvete compra frutas de três fazendas, F1, F2 e F3, sendo 20% da fazenda F1, 30% da fazenda F2, 50% da fazenda F3. 20% da produção de frutas da fazenda F1 veio com algum problema, 5% da produção da F2 também e F3 tinha 2% de frutas com problemas. Um funcionário da fábrica de sorvetes, por engano, colocou todas as frutas juntas em cestos sem identificação. Quer se saber:

- a) Escolhendo uma fruta ao acaso, qual a probabilidade dela ser uma das frutas com problemas?

SOLUÇÃO

Sabemos que:

$$P(F1) = 0,20; \quad P(F2) = 0,30; \quad P(F3) = 0,50$$

$$P(\text{prob}|F1) = 0,02; \quad P(\text{prob}|F2) = 0,05; \quad P(\text{prob}|F3) = 0,02$$

Logo, a probabilidade da fruta ter problemas: $P(\text{prob})$

$$P(prob) = P(prob|F1) \cdot P(F1) + P(prob|F2) \cdot P(F2) + P(prob|F3) \cdot P(F3)$$

$$P(prob) = 0,02 \cdot 0,20 + 0,05 \cdot 0,30 + 0,02 \cdot 0,50$$

$$P(prob) = 0,029 \text{ ou } P(prob) = 0,29\%$$

b) Se uma fruta com problemas for extraída, qual a probabilidade dela ser da fazenda F2?

SOLUÇÃO

$$P(F2|prob) = \frac{P(F2|prob) \cdot P(F2)}{P(prob)} = \frac{0,05 \cdot 0,30}{0,29}$$

$$P(F2|prob) \approx 0,052$$

Questão 4) (3,0 ponto) Uma caixa com 30 carrinhos de brinquedos iguais tem 17 carrinhos brancos e 13 pretos. Calcular a probabilidade de ao serem retiradas 5 brinquedos, 3 serem brancos, quando a amostragem for:

a) com reposição

SOLUÇÃO:

Ao todo são 30 carrinhos, sendo que 17 são brancos. A probabilidade de tirar um carrinho branco é $\frac{17}{30} = 0,57$. Amostragem é feita com reposição, logo o modelo a ser utilizado é binomial.

X: número de balas de chocolate

P: probabilidade de que uma bala seja de chocolate

$P = 0,57$

$n = 5$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} 0,57^3 0,43^2 = 10 \times 0,1852 \times 0,1849 = 0,3424$$

b) sem reposição

SOLUÇÃO:

Neste caso temos: $N = 30$ (tamanho da população = quantidade de carrinhos), $n = 5$ (tamanho da amostra), X = número de carrinhos brancos.

Como a amostragem é sem reposição, utilizamos o modelo Hipergeométrico:

$$P(X = 3) = \frac{\binom{17}{3} \binom{13}{2}}{\binom{30}{5}} = \frac{680 \times 78}{142.506} = 0,3722$$

Questão 5) (1,0 pontos) Quando você percorre pela primeira vez uma determinada avenida, a probabilidade de se encontrar um sinal aberto é de 25% ($p=0,25$). Se você passar pela avenida 5 vezes qual a probabilidade de encontrar o sinal aberto somente na quinta vez?

SOLUÇÃO

X : número de vezes necessárias para encontrar o sinal aberto

$$p = 0,25$$

$$q = 0,75$$

$k = 4$ – número de tentativas que antecedem o primeiro sucesso

Modelo Geométrico

$$p(X = k) = (1 - p)^k \cdot q$$

$$p(X = 4) = 0,75^4 \cdot 0,25 = 0,079 = 7,9\%$$