Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
AD1/1° semestre de 2009

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

<u>1ª questão (pontos):</u>
Determine a média, a mediana e a moda de cada um dos conjuntos:
a) 4;8;7;3;5;6

Organizando os dados: 3, 4, 5, 6, 7, 8

$$\bar{x}_{obs} = \frac{(3+4+5+6+7+8)}{6} = 5{,}5$$

$$md_{obs} = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$$

$$mo_{obs} = não\ tem\ moda!$$

b) 309; 81; 452; 530; 70; 55; 198; 266

Organizando os dados: 55, 70, 81, 198, 266, 309, 452, 530

$$\bar{x}_{obs} = \frac{(55+70+81+198+266+\ 309+\ 452+530)}{8} = 245{,}125$$

$$md_{obs} = \frac{198+266}{2} = 232$$

$$mo_{obs} = não\ tem\ moda!$$

c) 0,010; 0,020; 0,030; 0,020; 0,015

Organizando os dados: 0,010; 0,015; 0,020; 0,020; 0,030

$$\bar{x}_{obs} = \frac{(0{,}010+\ 0{,}015+\ 0{,}020+\ 0{,}020+\ 0{,}030)}{5} = 0{,}019$$

$$md_{obs} = 0{,}020$$

$$mo_{obs} = 0{,}020$$

<u>2ª questão (pontos):</u>
Quatro amigos trabalham em um supermercado em tempo parcial com os seguintes salários por hora:

Marcos: R$2,20	Marta: R$2,50
André: R$ 2,40	Julio: R$2,10

a) Determine o salário/hora médio dentre os quatro.

$$\bar{x}_{obs} = \frac{(2{,}2+2{,}4+2{,}5+2{,}1)}{4} = 2{,}3$$

b) Se Marcos trabalha 20horas, André 10horas, Marta 20horas e Julio 15 horas numa semana, determine seus salários totais e seus salários médios.

Salários totais:
Marcos = 20 X 2,2 = R$ 44,00
André = 10 X 2,4 = R$ 24,00
Marta = 20 X 2,5 = R$ 50,00
Julio = 15 X 2,1 = R$ 31,50

$$\bar{x}_{obs} = \frac{(44 + 24 + 50 + 31{,}50)}{10 + 20 + 20 + 15} = \frac{149{,}5}{65} = 2{,}3$$

c) A média pode ser zero? Pode ser negativa? Explique.

Se os valores da nossa amostra estiverem distribuídos entre positivos e negativos pode ser que ocorram cancelamentos e assim a média torne-se nula. Da mesma forma, podemos ter valores amostrais negativos e assim obter uma média negativa.

d) A mediana pode ser zero? Pode ser negativa? Explique.

Análogo a média.

e) E o desvio padrão, pode ser zero? Pode ser negativo? Explique.

Como se trata da raiz quadrada da variância é impossível que o desvio padrão seja negativo.

3ª questão (pontos):
Qual seria o efeito sobre a média e a mediana de um conjunto de números se adicionássemos 10:

a) A um dos números

Supondo que tenhamos os números $x_1, x_2, \dots, x_n$.

A média seria dada por $\bar{x}_{obs} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

E assim, ao adicionar 10 a um dos números teríamos

$$\bar{x}_{obs2} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + (10 + x_i) + \cdots + x_n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_i + \cdots + x_n}{n} + \frac{10}{n}$$

$$\bar{x}_{obs2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} + \frac{10}{n} = \bar{x}_{obs} + \frac{10}{n}$$

b) a cada um dos números

$$\bar{x}_{obs3} = \frac{(10 + x_1) + (10 + x_2) + \cdots + (10 + x_i) + \cdots + (10 + x_n)}{n}$$

$$\bar{x}_{obs3} = \frac{\overbrace{10 + 10 + \cdots + 10}^{n\ vezes}}{n} + \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_i + \cdots + x_n}{n}$$

$$\bar{x}_{obs3} = \frac{10n}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 10 + \bar{x}_{obs}$$

4ª questão (pontos):
Calcule a variância e o desvio padrão dos conjuntos de dados da primeira questão.

a) $\sigma^2 = \frac{1}{6}\{ (3-5{,}5)^2 + (4-5{,}5)^2 + (5-5{,}5)^2 + (6-5{,}5)^2 + (7-5{,}5)^2 + (8-5{,}5)^2\} = 2{,}92$

$$desvio = \sqrt{\sigma^2} = 1{,}71$$

b)

$$\sigma^2 = \frac{1}{8}\{ (55-245{,}125)^2 + (70-245{,}125)^2 + (81-245{,}125)^2 + (198-245{,}125)^2 + (266-245{,}125)^2 + (309-245{,}125)^2 + (452-245{,}125)^2 + (530-245{,}125)^2\}$$

$$\sigma^2 = \{(-190{,}125)^2 + (-175{,}125)^2 + (-164{,}125)^2 + (-47.125)^2 + 21{,}125^2 + 64{,}125^2 + 207{,}125^2 + 285{,}125^2\}$$

$$\sigma^2 = 28091.172$$

$$desvio = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{28091.172} = 167.60$$

c)

$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\{ (0{,}010-0{,}019)^2 + (0{,}015-0{,}019)^2 + (0{,}020-0{,}019)^2 + (0{,}020-0{,}019)^2 + (0{,}030-0{,}019)^2\} = 0.000044$$

$$desvio = \sqrt{\sigma^2} = 0.0066$$

5ª questão (pontos):

Sendo P(A) = x, P(B) = y e P(A ∩ B) = z, calcular:

a) $P(A^C \cup B^C)$;
$P(A^C \cup B^C) = P((A \cap B)^C) = 1 - P(A \cap B) = 1 - z$

b) $P(A^C \cap B^C)$;
$P(A^C \cap B^C) = P((A \cup B)^C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \{ P(A) + P(B) - P(A \cap B) \} = 1 - x - y + z$

c) $P(A^C \cap B)$;
$P(A^C \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = y - z$

d) $P(A \cup B^C)$;
$P(A \cup B^C) = P(A) + P(B^C) - P(A \cap B^C) = P(A) + P(B^C) - (P(A) - P(A \cap B))$
$= x + (1 - y) - (x - z) = 1 - y + z$

6ª questão (pontos):

Em uma sala temos o seguinte grupo de pessoas: 3 moças com menos de 18 anos, 5 rapazes com mais de 18 anos, 4 rapazes com menos de 18 anos, 6 moças com mais de 18 anos. Uma pessoa é escolhida ao acaso dentre as 18. Os seguintes eventos são definidos:

A: a pessoa tem mais de 21 anos;
B: a pessoa tem menos de 21 anos;
C: a pessoa é um rapaz;
D: a pessoa é uma moça.

Calcular:

a) P(B U D);

b) $P(A^C \cap C^C)$.

Resolução:

$$\Omega = \{5R, 4r, 6M, 3m\} \therefore p = \frac{1}{18}$$

$$\mathrm{A} = \{5R, 6M\} \therefore P(A) = \frac{11}{18}$$

$$\mathrm{B} = \{4r, 3m\} \therefore P(B) = \frac{7}{18}$$

$$\mathrm{C} = \{5R, 4r\} \therefore P(C) = \frac{9}{18}$$

$$\mathrm{D} = \{6M, 3m\} \therefore P(D) = \frac{9}{18}$$

a) P(B U D) = P(B) + P(D) – P(B ∩ D)
Como B ∩ D = {3m}, temos que P(B ∩ D) = 3/18.
Logo:

$$P(\mathrm{B\ U\ D}) = \frac{7}{18} + \frac{9}{18} - \frac{3}{18} = \frac{13}{18}$$

c) $P(A^C \cap C^C) = P((A \cup C)^C) = 1 - P(A \cup C) = 1 - \{P(A) + P(C) - P(A \cap C)\}$.
Como A ∩ C = {5R} e P(A ∩ C) = 5/18, temos que:

$P(A^C \cap C^C) = 1 - \{11/18 + 9/18 - 5/18\} = 1/6$

Ou

Como $A^C = B$ e $C^C = D$ temos:

$A^C \cap C^C = B \cap D = \{3m\}$ o que nos dá: $P(A^C \cap C^C) = 3/18 = 1/6$

<u>7ª questão (pontos):</u>
Sendo P(A) = 1/3 , P(B) = 3/4 e P(A U B)= 11/12, calcular P(A/B).

Como $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$, devemos calcular $P(A \cap B)$.

Como P(A U B) = P(A) + P(B) - $P(A \cap B)$, temos:

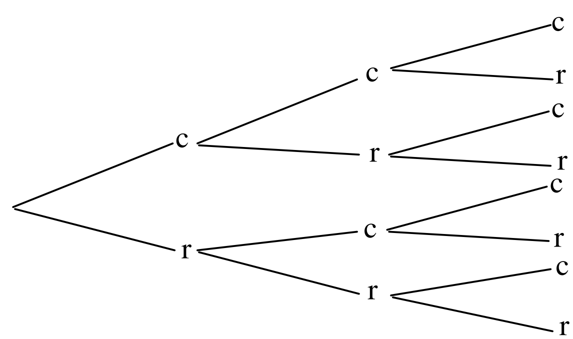
$$P(A \cap B) = \frac{11}{12} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$

Logo $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{9}$

<u>8ª questão (pontos):</u>
Lançam-se 3 moedas. Verificar se são independentes os eventos:

A: saída de cara na 1ª moeda;
B: saída de coroa na 2ª e 3ª moedas.

Consideremos c: cara e r: coroa.



$$\Omega = \{(ccc),(ccr),(crc),(crr),(rcc),(rcr),(rrc),(rrr)\}$$

$$\mathrm{A} = \{(ccc),(ccr),(crc),(crr)\} \quad \therefore \quad P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\mathrm{B} = \{(crr),(rrr)\} \;\therefore \quad P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Logo:

$$P(A).P(B) = \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Como

$A \cap B = \{(crr)\}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

Temos que A e B são eventos independentes, pois $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

<u>9ª questão (pontos):</u>

Sejam A e B eventos tais que P(A) = 0,2 ; P(B)=P; P(A U B) = 0,6. Calcular P considerando A e B:

a) Mutuamente exclusivos;
b) Independentes.

a) A e B mutuamente exclusivos => $P(A \cap B) = 0$ como

$$P(A\,U\,B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) => 0{,}6 = 0{,}2 + P - 0 \;=> P = 0{,}4$$

b) A e B independentes => $P(A \cap B) = P(A).P(B) = 0{,}2 \,.\, P$ como

$$P(A\,U\,B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) => \;0{,}6 = 0{,}2 + P - 0{,}2P \;=> 0{,}4 = 0{,}8P => P = 0{,}5$$

<u>10ª questão (pontos):</u>

João e Antonio jogam 120 partidas de xadrez, das quais João ganha 60, Antonio ganha 40 e 20 terminam empatadas. João e Antonio concordam em jogar 3 partidas. Determine a probabilidade de:

a) João ganhar todas as três partidas;
b) Duas partidas terminarem empatadas;
c) João e Antonio ganharem alternadamente.

$$P(João) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(Antonio) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

$$P(Empata) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

a) $P(João \cap João \cap João) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

b) $P(2Empata) = P(Empata \cap Empata \cap Empata^c) = \frac{1}{6}.\frac{1}{6}.\left(1 - \frac{1}{6}\right).\binom{3}{2\quad 1} = \frac{5}{72}$

c) $P(João\ e\ Antonio\ alternadamente) = P(João \cap Antonio \cap João) + P(Antonio \cap$

$$João \ \cap Antonio) = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2} + \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{5}{36}$$

11ª questão (pontos):

Um lote de 120 lâmpadas é entregue ao controle de qualidade de uma firma. O responsável pelo setor seleciona 5 peças. O lote será aceito se forem observadas 0 ou 1 defeituosas. Há 20 defeituosas no lote. a) Qual a probabilidade de o lote ser aceito? b) admitindo-se que o lote seja aceito, qual a probabilidade de ter sido observado só um defeito?

$$P(d) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \qquad\qquad P(d^c) = \frac{5}{6}$$

a) $P(A) = P(0d \ ou \ 1d) = P(5d^c) + P(1d \ e \ 4d^c) = P(d^c d^c d^c d^c d^c) + P(d d^c d^c d^c d^c).\binom{5}{1 \quad 4} = \left(\frac{5}{6}\right)^5 + \frac{1}{6}.\left(\frac{5}{6}\right)^4.5 = 0{,}4019 + 0{,}4019 = 0{,}8038.$

b) $\mathrm{P(1d/A)} = \frac{P(1d \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}4019}{0{,}8038} = 0{,}5$

12ª questão (pontos):

Num período de um mês, 100 cães sofrendo de determinada doença foram internados em uma clínica veterinária. Informações sobre o método de tratamento aplicado em cada animal e o resultado final obtido estão no quadrado abaixo.

Tratamento / Resultado	A	B	SOMA
Cura total	24	16	40
Cura parcial	24	16	40
Morte	12	8	20
Soma	60	40	100

a) Sorteando aleatoriamente um desses cães, determinar a probabilidade de o animal escolhido:
   i. Ter sido submetido ao tratamento A;
   ii. Ter sido curado;
   iii. Ter sido submetido ao tratamento A e ter sido parcialmente curado;
   iv. Ter sido submetido ao tratamento A ou ter sido parcialmente curado.
b) Os eventos “morte” e “tratamento A” são independentes? Justificar.
c) Sorteando dois cães, qual a probabilidade de que:
   i. Tenham recebido tratamentos diferentes?
   ii. Pelo menos um deles tenha sido curado totalmente?

a) i) P(A) = 60/100 = 0,6

ii)P(TC) = 40/100 = 0,4

iii) $P(A \cap PC) = \frac{24}{100} = 0{,}24$

iv) $P(A \ U \ PC) = P(A) + P(B) - P(A \cap PC) = 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}24 = 0{,}76$

b) $P(M) = \frac{20}{100} = 0{,}2 \qquad P(A) = 0{,}6$

$P(M).P(A) = 0,2 .0,6 = 0,12$

Como:

$$P(M \cap A) = \frac{12}{100} = 0,12$$

Temos:

$$P(M \cap A) = P(A).P(M).$$

Logo os eventos morte e tratamento A são independentes.

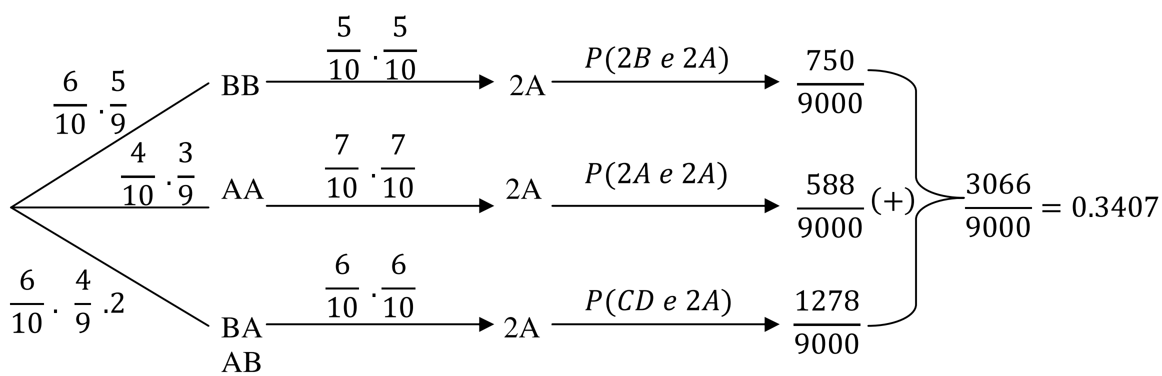
c) i) x= tratamentos diferentes

$$P(x) = P(A \cap B) + P(B \cap A) = 2 .0,6 .0,4 = 0,48$$

ii) z = curado totalmente

$$P(z_1 \cap z_2) = 1 - P((z_1 U z_2)^c) = 1 - P(z_1^C).P(z_2^c) = 1 - 0,36 = 0,64.$$

13ª questão (pontos):
Uma urna X tem 6 bolas brancas e 4 azuis. A urna Y tem 3 bolas brancas e 5 azuis. Passam-se duas bolas de X para Y e a seguir retiram-se duas bolas de Y com reposição. Sabendo-se que ocorreram duas bolas azuis, qual a probabilidade que duas azuis tenham sido transferidas de X para Y?



$$P(2A/2A) = \frac{P(2A\ e\ 2A)}{P(2A)} = \frac{588/900}{3066/900} = \frac{588}{3066} = 0,1918$$

14ª questão (pontos):
Sabe-se que uma moeda mostra a face cara 4 vezes mais do que a face coroa, quando lançada. Esta moeda é lançada 4 vezes. Seja X o número de caras que aparece, determine:

a) E(X)
b) VAR (X)
c) P(X ≥ 2)
d) P(1 ≤ X < 3)

Seja P(r) = p e P(c) = 4p com p+4p = 1 => p=0,2 e logo:

$$P(c) = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$P(r) = 0{,}2$$

$$P(X=0) = P(4r) = (0{,}2)^4 = 0{,}0016$$

$$P(X=1) = P(1c\ e\ 3r) = (0{,}8).(0{,}2)^3.4 = 0{,}0256$$

$$P(X=2) = P(2c\ e\ 2r) = (0{,}8)^2.(0{,}2)^2.6 = 0{,}1536$$

$$P(X=3) = P(3c\ e\ 1r) = (0{,}8)^3.(0{,}2).4 = 0{,}4096$$

$$P(X=4) = P(4c) = (0{,}8)^4 = 0{,}4096$$

X	P(X)	X.P(X)	X² . P(X)
0	0,0016	0	0
1	0,0256	0,0256	0,0256
2	0,1536	0,3072	0,6144
3	0,4096	1,2288	3,6864
4	0,4096	1,6384	6,5536
	1	3,20	10,88

a) E(X) = 3,20

b) VAR(X) = 10,88 – $(3{,}20)^2$ = 0,64

c) P(X>=2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0,1536 +0,4096 + 0,4096 = 0,9728

Ou P(X>=2) = 1 – P(X<2) = 1 – {P(X=0) + P(X=1)} = 1 – 0,0016 – 0,0256 = 0,9728

d) P(1<=X<3) = P(X=1) + P(X=2) = 0,0256 + 0,1536 = 0,1792

15ª questão (pontos):
Em uma empresa, pequenos motores são guardados em caixas de 50 unidades. Um inspetor de qualidade examina cada caixa, antes da posterior remessa, testando 5 motores. Se nenhum motor for defeituoso, a caixa é aceita. Se pelo menos um for defeituoso, todos os 50 motores são testados. Há 6 motores, defeituosos numa caixa. Qual a probabilidade de que seja necessário examinar todos os motores dessa caixa?
X: número de motores defeituosos da amostra.
N = 50
r = 6
n = 5

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{6}{0}\binom{44}{5}}{\binom{50}{5}} = 1 - 0{,}5126 = 0{,}4874$$

16ª questão (pontos):
Uma moeda é lançada 20 vezes. Qual a probabilidade de saírem 8 caras?
X: número de sucessos (caras)
X = 0,1,2,....,20 => p=P(c) =1/2 => X:B(20,1/2)

$$P(X=8) = \binom{20}{8}.\left(\frac{1}{2}\right)^8.\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = 0{,}12013$$

17ª questão (pontos):
Numa criação de coelhos, 40% são machos. Qual a probabilidade de que nasçam pelo menos 2 coelhos machos num dia em que nasceram 20 coelhos?
X: número de coelhos machos(cm).

X=0, 1,..., 20 => P(c.m.) = p = 0,40 => X:B(20;0,40)

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - \{P(X=0) + P(X=1)\} = 1 - \left\{\binom{20}{0}(0{,}40)^0(0{,}60)^{20} + \binom{20}{1}(0{,}40)^1(0{,}60)^{19}\right\}$$
$$= 1 - (0{,}00003 + 0{,}00049) = 0{,}99948.$$

18ª questão (pontos):

Na rodovia BR-101 há 2 acidentes para cada 100km. Qual a probabilidade de que em:

a) 250 km ocorram pelo menos 3 acidentes?
b) 300 km ocorram 5 acidentes?

X: número de acidentes por β km (Poisson)

a) $\beta = 250 \rightarrow \lambda = 5$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)\} =$$

$$= 1 - \left\{\frac{e^{-5}\,.\,5^0}{0!} + \frac{e^{-5}\,.\,5^1}{1!} + \frac{e^{-5}\,.\,5^2}{2!}\right\} = 1 - \{0{,}006738 + 0{,}033690 + 0{,}084224\} =$$
$$= 1 - 0{,}124652 = 0{,}875348$$

b) $\beta = 300 \rightarrow \lambda = 6$

$$P(X = 5) = \frac{e^{-6}\,.\,6^5}{5!} = 0{,}160623$$

19ª questão (pontos):

A probabilidade do filho do Hobbin Hood acertar um alvo com uma única flecha é de 0,20. Ele lança 30 flechas no alvo. Qual a probabilidade de que:

a) Exatamente 5 acertem o alvo?
b) Pelo menos 3 acertem o alvo?

X: número de acertos no alvo => p=0,20

X: B(30;0,20)

a) $P(X = 5) = \binom{30}{5}(0{,}2)^5(0{,}8)^{25} = 0{,}1723$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)\} = 1 - \left\{\binom{30}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^{30} + \binom{30}{1}(0{,}2)^1(0{,}8)^{29} + \binom{30}{2}(0{,}2)^2(0{,}8)^{28}\right\} = 1 - 0{,}04419 = 0{,}95581.$

20ª questão (pontos):

De um baralho com 52 cartas, retiram-se 8 cartas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de que 4 sejam figuras?

X: número de figuras em 8 cartas.

$$P(X = 4) = \frac{\binom{12}{4}\binom{40}{4}}{\binom{52}{8}} = 0{,}0601$$

Bônus 1 (0,4 pontos):

Retira-se uma carta de um baralho completo de 52 cartas. Qual a probabilidade de sair um valete ou uma carta de paus?

Definimos A: saída de um rei e B: saída de uma carta de espada.

Então:

A = $\{R_{ouro}, R_{espada}, R_{paus}, R_{copas}\}$ =>P(A) = 4/52

B = {A_{espada}, 2_{espada}, 3_{espada}, ..., R_{espada} } =>P(B) = 13/52

Podemos observar que A ∩ B = { R_{espada} } e portanto P(A ∩ B) = 1/52

Logo, temos:
P(A U B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) = { 4 + 13 – 1 } / 52 = 16/52.

Bônus 2 (pontos):
Uma urna A contém 3 bolas vermelhas e 2 azuis, e uma urna B contém 2 vermelhas e 8 azuis. Joga-se uma moeda “honesta”. Se a moeda der cara, extrai-se uma bola da urna A; se der coroa, extrai-se uma bola da urna B. Uma bola vermelha é extraída. Qual a probabilidade de ter saído cara no lançamento?

Urna A: {3V, 2A} Urna B: {2V, 8A}

Queremos: P(C/V)

$$P(C) = \frac{1}{2} \qquad P(V/C) = \frac{3}{5}$$

$$P(r) = \frac{1}{2} \qquad P(V/r) = \frac{3}{5}$$

Como:

$$P(V) = P(C \cap V) + P(r \cap V)$$

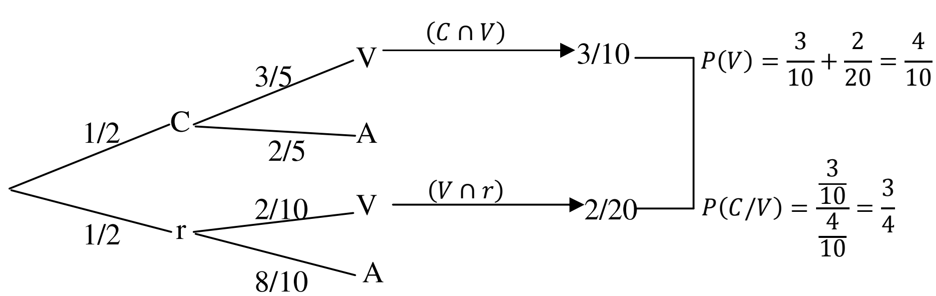
Temos

$$P(V) = P(C).P(V/C) + P(r).P(V/r) = \frac{1}{2}.\frac{3}{5} + \frac{1}{2}.\frac{2}{10} = \frac{4}{10}$$

Calculamos agora P(C/V):

$$P(C/V) = \frac{P(V \cap C)}{P(V)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{4}{10}} = \frac{3}{4}$$

O problema também pode ser resolvido pelo diagrama em árvores, como segue:



Bônus 3 (0,4 pontos):
A urna A tem 9 bolas numeradas de 1 a 9. A urna B tem 5 bolas numeradas de 1 a 5. Uma urna é escolhida ao acaso e uma bola é retirada. Se o número é par, qual a probabilidade de que a bola sorteada tenha vindo da urna A?

$$P(A) = \frac{1}{2} \;\; => P(P/A) = \frac{4}{9}$$
$$P(B) = \frac{1}{2} => P(P/B) = \frac{2}{5}$$

$$P(P) = P(A \cap P) + P(B \cap P) = \; P(A).P(P/A) + P(B).P(P/B)$$

$$P(P) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{19}{45}$$

$$P(A/P) = \frac{P(A \cap P)}{P(P)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{19}{45}} = \frac{10}{19}$$