



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
GABARITO da AP1 1º semestre de 2016

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (2,0 pontos) Para estimular a venda de roupas nessa época de crise uma loja de bairro resolveu dar comissões para aos seus funcionários vendedores, premiando por venda na seguinte forma: cada funcionário ganharia R\$10,00 de comissão por produto vendido, caso venda até dois produtos por dia. A partir da terceira venda, a comissão passa para R\$40,00. Para avaliar a viabilidade da proposta o gerente contratou uma consultoria que, a partir de dados já obtidos nos últimos anos, pode fornecer a seguinte tabela que informa que o número de produtos vendidos em um dia pelos funcionários é uma variável aleatória P com a distribuição de probabilidades dada por:

Nº.produtos vendidos por vendedor	0	1	2	3	4
P(X)	0,00	0,50	0,30	0,15	0,05

(a) Qual é o número médio de produtos vendidos por cada funcionário?

SOLUÇÃO:

Variável X: Número de produtos vendidos

Variável C: Comissão de cada vendedor

$$\mu_X = \sum_{i=1}^k x_i p_i$$

$$\begin{aligned}\mu_X &= 0 \times 0,10 + 1 \times 0,40 + 2 \times 0,25 + 3 \times 0,10 + 4 \times 0,05 + 5 \times 0,05 + 6 \times 0,05 = \\ \mu_X &= 0 + 0,40 + 0,50 + 0,30 + 0,20 + 0,25 + 0,30 = \mathbf{1,95}\end{aligned}$$

(b) E o desvio padrão?

SOLUÇÃO:

Para calcular o desvio padrão precisamos inicialmente calcular a variância:

$$Var(X) = \sum_{i=1}^k p_i x_i^2 - \mu^2$$

$$\begin{aligned}Var(X) &= (0,10 \times 0^2 + 0,40 \times 1^2 + 0,25 \times 2^2 + 0,10 \times 3^2 + 0,05 \times 4^2 + 0,05 \times 5^2 + 0,05 \\ &\times 6^2) - 1,95^2\end{aligned}$$

$$Var(X) = 0 + 0,40 + 1,00 + 0,90 + 0,80 + 1,25 + 1,80 - 3,8025$$

$$Var(X) = 6,15 - 3,8025 = 2,3475$$

Logo, o desvio padrão: $DP = \sqrt{2,3475} \cong 1,53$

Questão 2 (2,5 pontos) Considere três urnas: a primeira contém 10 bolas azuis e 8 vermelhas, a segunda 12 bolas azuis e 6 brancas e a terceira 9 bolas vermelhas e 5 brancas.

(a) (1,5 pts) Uma urna é escolhida ao acaso e uma bola é retirada. Qual a probabilidade de que essa bola seja branca?

SOLUÇÃO:

Urna 1: 10 bolas brancas e 8 bolas vermelhas

Urna 2: 12 bolas azuis e 6 brancas

Urna 3: 9 bolas vermelhas e 5 brancas

(i) Probabilidade de ser branca na Urna i ($P(b|U_i)$)

$$P(b|U_1) = 0; P(b|U_2) = 6/18; P(b|U_3) = 5/14$$

(ii) Probabilidade de escolher uma determinada urna: $P(U_1) = P(U_2) = P(U_3) = 1/3$

(iii) Probabilidade de ser branca (Teor. Probabilidade Total)

$$P(b) = P(b|U_1) \cdot P(U_1) + P(b|U_2) \cdot P(U_2) + P(b|U_3) \cdot P(U_3)$$

$$P(b) = 0 \cdot 1/3 + 6/18 \cdot 1/3 + 5/14 \cdot 1/3 \Rightarrow P(b) = 0,2302$$

(b) (1,0 pts) Uma urna é escolhida ao acaso e dela é retirada uma bola branca. Qual a probabilidade de que essa urna seja a segunda?

SOLUÇÃO:

Se a bola for branca ela poderá ser da segunda urna (U_2) ou da terceira urna (U_3). Queremos saber a probabilidade de ser da segunda urna, ou seja:

$$P(U_2|b) = \frac{P(b|U_2) \cdot P(U_2)}{P(b)} = \frac{\left(\frac{1}{18}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)}{0,2302} = 0,4827$$

$$P(U_2|b) = 0,4827$$

Questão 3 (1,5 pontos) Ao lançar um dado muitas vezes uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de freqüência que a face 1, e que as outras faces saíam com a freqüência esperada em um dado não viciado. Lançando-se o dado uma vez, qual a probabilidade de sair a face 1?

SOLUÇÃO:

Probabilidade de sair a face 1: $P(1) = x$

Probabilidade de sair a face 6: $P(6) = 2x$

Probabilidade de sair qualquer outra face: $P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = 1/6$

Calculando $P(1)$ e $P(6)$:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 2x = 1 \Rightarrow 3x = 1 - 4/6 \Rightarrow x = 1/9$$

Logo: **$P(1) = 1/9$** .

Questão 4 (2,0 pontos) Em um certo tipo de fabricação de fita magnética, ocorrem cortes a uma taxa de um corte por 2000 m. Qual é a probabilidade de que um rolo com comprimento de 4000 m apresente no máximo dois cortes?

SOLUÇÃO:

Distribuição de Poisson $P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$, com $\lambda = 2$.

Seja Y o número de cortes em um rolo de 4000m, logo:

$$P(Y \leq 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2)$$

$$P(Y \leq 2) = e^{-2} (2^0/0!) + e^{-2} (2^1/1!) + e^{-2} (2^2/2!) \Rightarrow \mathbf{P(Y \leq 2) = 0,6767}$$

Questão 5 (2,0 pontos) Em um determinado dia deram entrada no Pronto Socorro de um hospital 20 pacientes com suspeita de Zika. Destes 5 estavam grávidas. Retirando-se uma amostra das fichas de 3 desses pacientes ao acaso, qual a probabilidade de que duas delas sejam de pacientes grávidas?

SOLUÇÃO:

Distribuição hipergeométrica com $n = 20$; $m = 5$; $r = 3$; $k = 2$.

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}, k = \max(0, r - (n - m)), \dots, \min(r, m)$$

$$P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{20-5}{3-2}}{\binom{20}{3}} = \frac{10 \times 15}{1140} = \mathbf{0,1315}$$

$$\mathbf{P(X = 2) = 0,1315.}$$