Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Probabilidade e Estatística - 2010/2

Gabarito da AP1

1ª questão (2,5 pontos) - Conhece-se os resultados de pesquisas aplicadas em relação aos salários dos funcionários do setor de contabilidade de duas empresas, apresentados a seguir:

Empresa A

Funcionários	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Salário (em Reais)	1.210,00	1.480,00	970,00	960,00	600,00	680,00	720,00	450,00	570,00	500,00

Empresa B

Faixas Salariais (em reais)	Freqüência (*ni*)	Freqüência relativa (*fi*)	Freqüência acumulada (*fac*)
450,00 ├ 650,00	12	0,32	0,32
650,00 ├ 850,00	6	0,16	0,48
850,00 ├ 1.050,00	4	0,1	0,58
1.050,00 ├ 1.250,00	7	0,18	0,76
1.250,00 ├ 1.500,00	9	0,24	1
Total	38	1	

Calcule a média aritmética, variância e desvio padrão dos salários das 2 empresas e a faixa de salário onde se encontram a moda e a mediana. Na empresa B tomar como representante de cada faixa, o seu ponto médio.

Solução:

Passo 1: Cálculo da média aritmética

Média aritmética: $x_{obs} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$

Funcionários	Salário
1	1.210,00
2	1.480,00
3	970,00
4	960,00
5	600,00
6	680,00
7	720,00
8	450,00
9	570,00
10	500,00
Total	8.140,00

$$x_{obs(emp.A)} = \frac{Total}{10} = \frac{8140,00}{10} = 814,00$$

$$var_{obs(Emp.\ A)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_{obs})^2 = \frac{1}{10}(1009240) = 100924$$

$$dp_{obs(Emp.B)} = \sqrt{var_{obs(Emp.B)}} = \sqrt{106.574,19} = 326,46$$

$$dp_{obs(Emp\ A)} = \sqrt{var_{obs(Emp.A)}} = \sqrt{100924} = 317,69$$

Para a Empresa B:

Faixas salariais	n_i	Sal. médio p/ faixa	média	(Sal. méd p/faixa – média)	(Sal. méd p/faixa – média)²	n_i x (Sal. méd p/faixa - média)²
450,00 ├ 650,00	12	550,00	929,60	-379,60	144.100,16	1.729.201,87
650,00 ├ 850,00	6	750,00	929,60	-179,60	32.258,05	193.548,30
850,00 ├ 1050,00	4	950,00	929,60	20,40	415,95	1.663,78
1050,00 ├ 1250,00	7	1.150,00	929,60	220,40	48.573,84	340.016,88
1250,00 ├ 1500,00	9	1.375,00	929,60	445,40	198.376,47	1.785.388,24
Total (Σ=)	38					4.049.819,08

Logo a variância será:

$$var_{obs(Emp.\ B)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i(x_i - \bar{x}_{obs})^2 = \frac{1}{38}(4049819,08) = 106574,19$$

e o desvio padrão:

$$dp_{obs(Emp.B)} = \sqrt{var_{obs(Emp.B)}} = \sqrt{106.574,19} = 326,46$$

Passo 2:Cálculo da moda e da mediana

Moda – valor com maior freqüência de ocorrência

Mediana- o valor que está na posição central dos valores colocados em ordem:

Empresa A:

$$Mediana = \frac{(600+680)}{2} = 640$$ pois possui um número par de elementos.

Não apresenta moda.

Empresa B:

Mediana	Faixa 850,00 ├ 1050,00
Moda	Faixa 450,00 ├ 650,00

2ª questão (2,5 pontos) – Sabe-se que uma determinada moeda viciada, quando lançada, mostra a face cara (*c*) quatro vezes mais do que a face coroa (*r*), ou seja, se: *P(r) = p* tem-se que *P(c)=5p*. Esta moeda é lançada 5vezes. Sendo X o número de caras que podem aparecer nesse lançamento, monte uma tabela com as possíveis ocorrências nesses 5 lançamentos e determine:

a)(1.5 pontos) a média , a variância e o desvio padrão
b)(0.5 ponto) P(X > 2)

RESPOSTA:

Seja $P(r)=p$ *e* $P(c)=5\mathrm{p}$ *com p + 5p = 1 => p = 0,166*, logo

$$P(c)=5*0{,}166=0{,}83$$
$$P(r)=1*0{,}166=0{,}166$$

$$P(X=0)=P(5\mathrm{r})=(0{,}166)^5=0{,}000128601$$
$$P(X=1)=P(1\mathrm{c}\,e\,4\mathrm{r})=5*(0{,}83)*(0{,}166)^4=0{,}003215021$$
$$P(X=2)=P(2\mathrm{c}\,e\,3\mathrm{r})=10*(0{,}83)^2*(0{,}166)^3=0{,}032150206$$
$$P(X=3)=P(3\mathrm{c}\,e\,2\mathrm{r})=10*(0{,}83)^3*(0{,}166)^2=0{,}160751029$$
$$P(X=4)=P(4\mathrm{c}\,e\,1\mathrm{r})=5*(0{,}83)^4*(0{,}166)^1=0{,}401877572$$
$$P(X=5)=P(5\mathrm{c}\,e\,0\mathrm{r})=1*(0{,}83)^5*(0{,}166)^0=0{,}401877572$$

X	*P(X)*	*X*P(X)*	*X²*P(X)*
0	0,000128601	*0*	*0*
1	0,003215021	*0,0032150*	*0,0032150*
2	0,032150206	*0,0643004*	*0,1286008*
3	0,160751029	*0,4822531*	*1,4467593*
4	0,401877572	*1,6075103*	*6,4300412*
5	0,401877572	*2,0093879*	*10,0469393*
	1	*4,1666667*	*18,0555556*

(a) $E(X)=4{,}1666666667$

$$VAR(X)=18{,}05-(4{,}1666666667)^2=0{,}69$$

$$dp(X)=\sqrt{VAR(X)}=0{,}83$$

$$P(X>2)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$$
(b) $P(X>2)=0{,}160751029+0{,}401877572+0{,}401877572=0{,}964506173$

3ª questão (2,5 pontos) – Num livro com 1500 páginas há 900 erros de impressão. Utilize o modelo de Poisson para calcular a probabilidade que uma página tenha mais de 3 erros de impressão.

Dados do problema:
Distribuição poisson
Total de páginas 1500
Erros de impressão 900
Taxa de ocorrência de erros: $\lambda=\frac{900}{1500}0{,}6$

Número de erros que se deseja verificar: $k=3$

Logo:

$$p(X>3)=1-(p(X=0)+p(X=1)+p(x=2)+p(X=3))$$
$$p(X=0)=\frac{e^{-0,6}(0,6)^0}{0!}=0,548812$$
$$p(X=1)=\frac{e^{-0,6}(0,6)^1}{1!}=0,329287$$
$$p(X=2)=\frac{e^{-0,6}(0,6)^2}{2!}=0,098786$$
$$p(X=3)=\frac{e^{-0,6}(0,6)^3}{3!}=0,019757$$
$$p(X>3)=1-(p(X=0)+p(X=1)+p(X=2)+p(X=3))$$
$$p(X>3)=1-(0,548812+0,329287+0,098786+0,019757)$$
$$p(X>3)=1-0,996642$$
$$p(X>3)=0,003358$$

Assim a probabilidade de se ter mais que 3 erros por página é de: 0,003358 ou 0,3358%

4ª questão (2,5 pontos) – Um fabricante de um determinado produto eletrônico suspeita que 3% de seus produtos apresentam algum defeito. Se sua suspeita for correta

a) Utilize o modelo binomial e determine qual a probabilidade de que, numa amostra com 10 de seus produtos, haja no máximo um defeituoso.

RESPOSTA:

$$P(x=0)+P(x=1)=\binom{10}{0}\times(0,03)^0\times(0,97)^{10}+\binom{10}{1}\times(0,03)^1\times(0,97)^9$$
$$P(x=0)+P(x=1)=0,737424126+0,228068317$$
$$P(x=0)+P(x=1)=0,965493443$$

b) Utilize o modelo geométrico para saber se esse fabricante for escolher aleatoriamente 5 desses produtos para mostrar a um vendedor, qual a probabilidade de somente o sexto es tar defeituoso?

RESPOSTA:

Para o modelo geométrico temos:
X: número de vezes necessárias para encontrar o sexto defeituoso.
P= 0,03
q=0,97

$$P(x=6)=(0,97)^5\times(0,03)^1$$
$$P(x=6)=0,02576202$$