Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina Probabilidade e Estatística
AP3 1° semestre de 2010

Nome :

Assinatura :

Observações:

- A prova é acompanhada de uma tabela da distribuição Normal.
- É permitido o uso de máquina de calcular.
- Todos os cálculos têm que ser mostrados passo a passo para a questão ser considerada
- Use caneta para preencher o seu nome e assinar nas folhas de questões e nas folhas de respostas.
- Você pode usar lápis para responder as questões.
- Ao final da prova devolva as folhas de questões e as de respostas.
- Todas as respostas devem ser transcritas nas folhas de respostas. As respostas nas folhas de questões não serão corrigidas.
- Escreva legivelmente

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1- (2,0 pontos) Em uma determinada comunidade a probabilidade de que um homem viver, a partir de hoje, mais 25 anos é 2/5 e a probabilidade de que a mulher viva estes 25 anos é 2/3. Determine a probabilidade de que daqui a 25 anos

(i) pelo menos um esteja vivo;

Solução:

Evento H – homem viver mais de 25 anos : $P(H)=\frac{2}{5}$

Complemento do evento H: $P(\bar{H})=1-P(H)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

Evento M – mulher viver mais de 25 anos: $P(M)=\frac{2}{3}$

Complemento do evento M: $P(\bar{M})=1-P(M)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

Quer se calcular $P(H\cup M)$ **. Então,**

$$P(H\cup M)=P(H)+P(M)-P(H\cap M)$$
$$P(H\cup M)=\frac{2}{5}+\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}$$
$$P(H\cup M)=1{,}067-0{,}267=0{,}800$$

(ii) ambos estejam vivos:

Solução:

$$P(H\cap M)=P(H)\times P(M)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=0{,}267$$

Questão 2 – (1,5 ponto) Sejam *A* e *B* eventos tais que *P*(*A*) = p; *P*(*B*) = 0,3 e *P*(*A* U *B*) = 0,6. Calcular *p* considerando *A* e *B*:

(i)mutuamente exclusivos;

Solução:

Nesse caso P(A∩B)=0. Assim,

$$P(A\cap B)=p(A)+P(B)-P(A|B)$$
$$0{,}6=p+0{,}3\Rightarrow p=0{,}3$$

(ii)independentes.

Solução:

Nesse caso, *P(A∩B)=P(A) P(B) = 0,3p* e

$$P(A\cap B)=p(A)+P(B)-P(A|B)$$
$$0{,}6=p+0{,}3-0{,}3\,p\Rightarrow 0{,}7\,p=0{,}3\Rightarrow p=0{,}429$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-[P(A)\times P(B)]$$
$$0,60=P(A)+0,20-[P(A)\times 0,20]$$
$$0,60=p+0,20-0,20\,p$$
$$p-0,20\,p=0,60-0,20$$
$$0,80\,p=0,40$$
$$p=\frac{0,40}{0,80}=0{,}5$$

Questão 3 – (1,5pontos) Num aquário de um instituto de pesquisa, pesquisadores acompanham o crescimento de 20 peixes de água doce: 12 da espécie A e 8 da espécie B, avaliando periodicamente seus pesos e tamanhos. Se em determinado dia de avaliação três peixes forem capturados de uma única vez, utilize um modelo de probabilidade para determinar a probabilidade da maioria ser da espécie A.

Solução:

20 peixes – 12 da espécie A e 8 da espécie B.

Dados do problema:

Modelo Hipergeométrico

Tamanho da população n= 20

Tamanho da amostra r = 3

Sucesso (espécie A) m = 12

Sucesso amostra k = ?

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Maioria ser da espécie A, isto é, X= k = 2

$$P(X=2)=\frac{\binom{12}{2}\binom{20-12}{3-2}}{\binom{20}{3}}=\frac{66*8}{1140}=0{,}4632$$

Questão 4 – (1,5 pontos) Numa confecção foram examinadas todas as peças produzidas. Verificou-se que 15% da produção tem pequenos defeitos que invalidam a venda nas lojas de grife e estas peças devem ser remetidas para a loja de saldos. Se estava perdendo muito tempo nesta verificação e tomou-se a decisão de trabalhar por amostragem aleatória de 40 peças tiradas da produção. Pergunta-se: Qual a probabilidade de que a amostra indique um número menor que os 15% verificados na contagem de todas as peças?

Solução: usaremos o teorema central do limite supondo que a amostra é grande o suficiente para tal. Como as peças podem ter defeito ou não, usaremos a proporção amostral para calcular a variância. Assim temos para a probabilidade o que se segue.

$$N\left(0{,}15\,;0{,}15\frac{(1-0{,}15)}{40}\right)=N(0{,}15\,;0{,}00318)$$

Calcularemos agora a probabilidade de termos entre zero peças e 15% defeituosas
Para o uso da tabela normal padrão façamos a conversão do extremos :

$$Z=\frac{0-0{,}15}{0{,}0569}=2{,}636$$

$$Z=\frac{0{,}15-0{,}15}{0{,}0569}=0$$

Portanto a probabilidade será

$$p(X\leq 0{,}15)=p(0\leq Z\leq 2{,}636)=0{,}496$$

Deve-se observar a simetria da curva.

Questão 5 – (1,5 pontos) Será feita uma avaliação de um novo sistema automático para verificação de impostos não pagos. O tempo de consulta foi modelado por uma distribuição Uniforme contínua no intervalo [0, 5] em minutos. Diariamente ocorrem, em média, 120 consultas. Para este valor, calcule:

Resposta:

Para estes dados a distribuição Uniforme será

$f(t)=\frac{1}{5-0}=1/5\,;0\leq x\leq 5$ **, onde t é o tempo de consulta,**

e nula fora deste intervalo. Assim,

Para este valor, calcule:
a) Qual a probabilidade da média ser inferior a 2 minutos?

$P(t<2)=\int_0^2 \frac{1}{5}\,dt=\frac{t}{5}\Big|_0^2=\frac{2}{5}=0{,}4$ **ou 40%.**

b) Qual a probabilidade da média estar entre 2 e 4 minutos?

$$P(2<4)=\int_2^4 \frac{1}{5}\,dt=\frac{t}{5}\Big|_2^4=\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=0{,}4$$ **ou 40%.**

Observe que a informação da média de consultas ser 120 é dispensável no contexto das perguntas.

Questão 6 - (2,0 pontos) Num centro de pesquisa pecuária se estudava o crescimento de frangos de uma nova variedade. A média de peso ainda não foi determinada mas dados de uma pesquisa similar resultou que o valor da variância deve ser 210 g ^{2}. Uma amostra de 20 animais foi sorteada e o peso médio da amostra foi de 1750g. Estime o valor da média com 90% de confiança supondo que o peso dos frangos siga uma distribuição Normal.

Solução: o Intervalo de Confiança é dado por

$$IC(\mu,\gamma)=\left[\bar{X}-z_{\gamma/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{X}+z_{\gamma/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

A variância é dada por 210/20 = 10,5 g^2. Como queremos 90% de confiança, teremos

$$z_{\gamma/2}=z_{0{,}9/2}=z_{0{,}45}=1{,}64$$

onde fizemos uso da tabela da Normal. Com estes valores obtemos

$$IC(\mu,0{,}9)=\left[1750-1{,}64\sqrt{10{,}5}\,;\,1750+1{,}64\sqrt{10{,}5}\right]$$

ou ainda

$$IC(\mu,0{,}9)=\left[1750-5{,}314\,;\,1750+5{,}314\right]=\left[1744{,}7\,;\,1760{,}3\right]$$