



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância  
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação  
Disciplina - Probabilidade e Estatística  
Gabarito da AP1 - 1º semestre de 2012

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1 - Primeira questão (2,0 pontos)

Uma rifa tem 100 bilhetes numerados (de 1 a 100). Quero comprar 5 bilhetes. Terei mais chance de ganhar se comprar os bilhetes com numeração sequencial ou com numeração escolhida ao acaso?

Resposta

Chamando de  $x_i$  o número sorteado, com  $i = 1, \dots, 100$  e assumindo a honestidade da rifa, temos que:

$$P(X = x_j) = \frac{1}{100}, \quad j = 1, 2, \dots, 100 \Rightarrow \text{Modelo Uniforme Discreto}$$

Assim, comprando 5 bilhetes a probabilidade de ganhar é  $\frac{5}{100}$ , independente se os números dos bilhetes são sequências ou não.

2 - Segunda questão (3,0 pontos)

O Corpo de Bombeiros de uma determinada cidade recebe, em média, 3 chamadas por dia. Qual a probabilidade de receber:

- a) 4 chamadas num dia

Resposta

$\lambda = 3$  chamadas por dia em média

$$P(X = 4) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3} 3^4}{4!} = 0,1680$$

- b) Nenhuma chamada em um dia

Resposta

$$P(X = 0) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0,0498$$

- c) 20 chamadas em uma semana

Resposta

X = número de chamadas por dia

Y = número de chamadas por semana

$E(X) = \lambda = 3$  chamadas por dia  $\Rightarrow E(Y) = \lambda^* = 7$   $E(X) = 21$  chamadas por semana.

$$P(Y = 20) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} = \frac{e^{-21} 21^{20}}{20!} = 0,0867$$

### 3 - Terceira questão (2,0 pontos)

Em uma cidade onde carros têm que ser avaliados para controle de emissão de poluentes, 25% de todos os carros testados emitem quantidades excessivas de poluentes. No entanto, o teste não é perfeito e pode indicar resultados errados. Desta forma, carros que emitem excesso de poluentes podem não ser detectados pelo teste e carros que não emitem excesso de poluentes podem ser considerados erroneamente fora do padrão de emissão. Quando efetivamente testados, 99% dos carros fora do padrão são detectados e 17% dos carros em bom estado são considerados fora do padrão por erro do teste. Qual é a probabilidade de que um carro reprovado pelo teste emita realmente excesso de poluentes?

#### Resposta

Seja T o evento “carros emitem quantidades excessivas de poluentes” e

B o evento “carro dentro das normas de emissão de poluentes”

$$P(T) = 0,25 \text{ e } P(B) = 0,75$$

Seja E o evento “carro reprovado no teste”.

$$P(E/T) = 0,99 \text{ e } P(E/B) = 0,17$$

$$P(T/E) = ?$$

Segundo o Teorema de Bayes, temos :

$$P(T/E) = \frac{P(E \cap T)}{P(E)} = \frac{P(E/T)P(T)}{P(E)}$$

$$P(E) = P(E/T)P(T) + P(E/T^c)P(T^c) = 0,99 \times 0,25 + 0,17 \times 0,75 = 0,2475 + 0,1275 = 0,375$$

$$P(T/E) = \frac{P(E/T)P(T)}{P(E)} = \frac{0,99 \times 0,25}{0,375} = \frac{0,2475}{0,375} = 0,66$$

### 4 - Quarta questão (3,0 pontos)

Um fabricante de um determinado produto eletrônico suspeita que 2% de seus produtos apresentam algum defeito. Se sua suspeita for correta:

a) Utilize o modelo binomial, e determine qual a probabilidade de que, numa amostra com 9 de seus produtos,

- i) não tenha nenhum defeituoso
- ii) tenha no máximo um defeituoso

Modelo binomial:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

i) - não tenha nenhum defeituoso

Resposta

$$P(X = x_k) = \binom{9}{0} \times 0,02^0 \times 0,98^9 = 1 \times 1 \times 0,8337 = 0,8337$$

ii)- tenha no máximo um defeituoso

Resposta

$$P(X = x_k) = \binom{9}{0} \times 0,02^0 \times 0,98^9 + \binom{9}{1} \times 0,02^1 \times 0,98^8 =$$

$$0,8337 + \frac{9!}{1!(9-1)!} \times 0,02^1 \times 0,98^8 =$$

$$0,8337 + 9 \times 0,02 \times 0,8508 = 0,8337 + 0,1531 = 0,9868$$

b) Utilize o modelo geométrico para saber se esse fabricante for escolher aleatoriamente 4 desses produtos para mostrar a um vendedor, qual a probabilidade de somente o quinto estar defeituoso?

Resposta

$$P(X = 4) = p \times (1 - p)^4 = 0,02 \times (0,98^4) = 0,02 \times 0,9224 = 0,0184$$