Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística

Gabarito da AD1 do 1° semestre de 2008

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo
01.2008

1ª questão (1,0 ponto) - A Tabela 1 fornece as faixas salariais, em número de salários mínimos, dos 50 funcionários da indústria I_1 e a Tabela 2 apresenta a lista dos salários dos 20 funcionários da indústria I_2, também em salários mínimos.

Salário	1 |--- 4	4 |--- 7	7 |---10	10 |--- 13	13 |--- 16	total
Freqüência	10	12	18	6	4	50

Tabela 1

15,1	7,3	8,5	5	14,2	3,1	2,2	9	9,4	6,1
3,3	10,7	1,5	8,2	10	4,7	3,5	6,5	8,9	10,1

Tabela 2

Pede-se:
(i) construa uma tabela de freqüências dos salários dos funcionários da indústria I_2, agrupando os dados da Tabela 2 em faixas salariais, como na Tabela 1;

faixas	valor médio (por faixa)	freqüência	freqüência relativa	freqüência acumulada
1|-- 4	2,5000	5	0,2500	0,2500
4|-- 7	5,5000	4	0,2000	0,4500
7|-- 10	8,5000	6	0,3000	0,7500
10 |-- 13	11,5000	3	0,1500	0,9000
13|-- 16	14,5000	2	0,1000	1,0000

Tabela 3

*Observação: Freqüência relativa $f_i = \frac{n_i}{n}$ i = 1, 2, ..., n (número de valores)

(ii) calcule a média, o 1º e o 3º quartil das duas indústrias (adote, para cada faixa salarial, a média da respectiva faixa);

*Observação:

- A média das faixas está na coluna valor médio da Tabela 3.

- Média aritmética: $x_{obs} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$ ou $x_{obs} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ou $x_{obs} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{n}$

Indústria 1:

faixas	Valor médio	freqüência	(valor médio)* freqüência
1|-- 4	2,5	10	25,0
4|-- 7	5,5	12	66,0
7|-- 10	8,5	18	153,0
10|-- 13	11,5	6	69,0
13|-- 16	14,5	4	58,0
Total		50	371,0

Tabela 4

Indústria 2:

faixas	Valor médio	freqüência	(valor médio)* freqüência
1|-- 4	2,5	5	12,5
4|-- 7	5,5	4	22,0
7|-- 10	8,5	6	51,0
10 |-- 13	11,5	3	34,5
13|-- 16	14,5	2	29,0
Total		20	149,0

Tabela 5

Média da Indústria 1 $x_{obs\ industria1} = \dfrac{2{,}5\times 10 + 5{,}5\times 12 + 8{,}5\times 18 + 11{,}5\times 6 + 14{,}5\times 4}{50} = \dfrac{371{,}0}{50} = 7{,}42$

Média da Indústria 2 $x_{obs\,industria2} = \dfrac{2{,}5\times 5 + 5{,}5\times 4 + 8{,}5\times 6 + 11{,}5\times 3 + 14{,}5\times 2}{20} = \dfrac{149{,}0}{20} = 7{,}45$

Indústria 1 – 1º e 3º quartil:
Para calcular localizar as faixas com os valores solicitados (25% e 75%), calculamos as freqüências acumuladas, apresentadas na Tabela 6, como descrito no livro texto (Magalhães, M. A. e Lima, A. C. P., *Noções de Probabilidade e Estatística*).

Faixas	freqüência	freqüência relativa	freqüência acumulada
1|-- 4	10	0,2000	0,2000
4|-- 7	12	0,2400	0,4400
7|-- 10	18	0,3600	0,8000
10|-- 13	6	0,1200	0,9200
13|-- 16	4	0,0800	1,0000

Tabela 6

1º Quartil (entre os valores 12 e 13, faixa 4|-- 7)

$$\frac{Q_1 - 4}{0,25 - 0,20} = \frac{7-4}{0,24}$$
$$Q_1 = \left(\frac{7-4}{0,24} \times (0,25 - 0,20)\right) + 4$$
$$Q_1 \cong 4,625$$

3º Quartil (entre os valores 37 e 38, faixa 7|-- 10)

$$\frac{Q_3 - 7}{0,75 - 0,44} = \frac{10-7}{0,36}$$
$$Q_3 = \left(\frac{10-7}{0,36} \times (0,75 - 0,44)\right) + 7$$
$$Q_3 \cong 9,583$$

Indústria 2 – 1º e 3º quartil:
Para essa indústria, como temos os valores de todos os salários, podem ser colocados em ordem para a determinação do 1º e 3º quartil, como apresentado na Tabela 7.

1,5	2,2	3,1	3,3	**3,5**	**4,7**	5,0	6,1	6,5	7,3	8,2	8,5	8,9	9,0	**9,4**	**10,0**	10,1	10,7	14,2	15,1

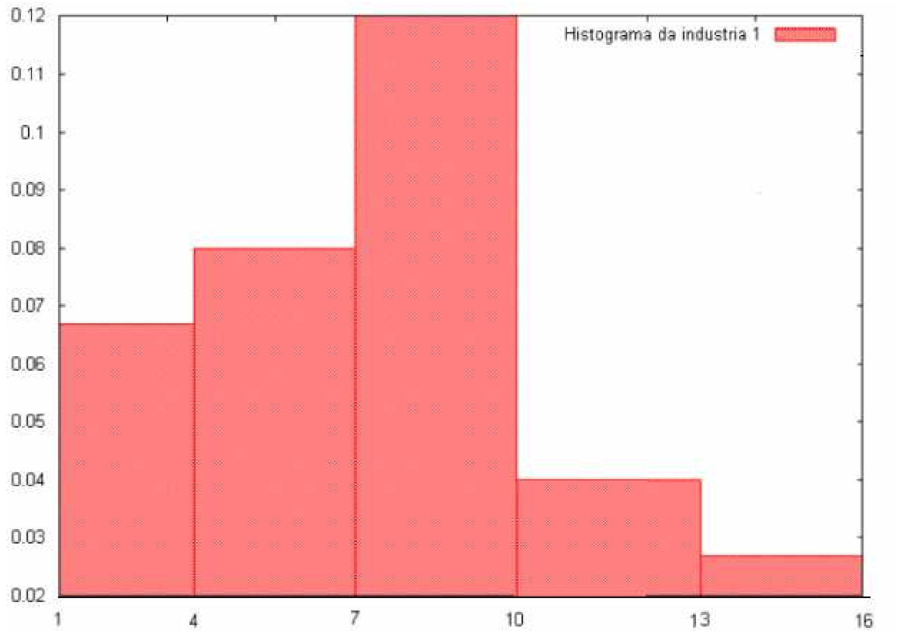
Tabela 7

Como temos 20 valores o 1º quartil ficará entre os valores 5 e 6, logo o 1ºquartil está entre os valores 3,5 e 4,7 e o 3º quatil entre os valores 9,40 e 10,00. Portanto para determinar o quartis temos:

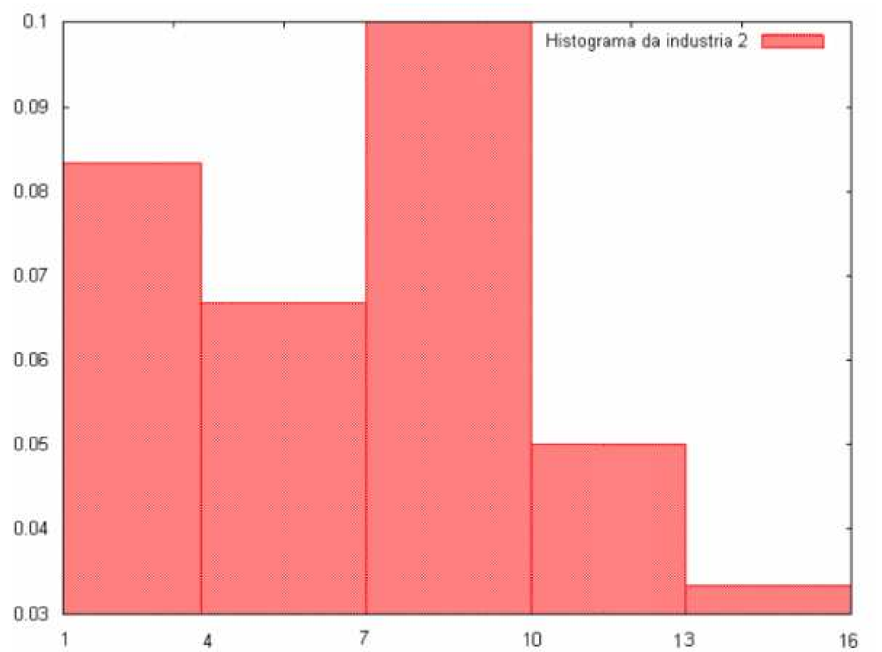
$$Q_1 = \frac{3,5 + 4,7}{2} = 4,10$$
$$Q_3 = \frac{9,40 + 10,00}{2} = 9,70$$

(iii) construa os histogramas das duas indústrias:

(para se fazer os histogramas, há necessidade de se calcular as densidades, que estão apresentadas nas T abelas 9 e 10)



Indústria 1 - histograma



Indústria 2 - histograma

(iv) informe as faixas onde estão a mediana e a moda das 2 indústrias;

- Moda – valor com maior freqüência de ocorrência
- Mediana- o valor que está na posição central dos valores colocados em ordem:

A mediana da Indústria 1 está entre os valores 25 e 26 ou seja, na faixa: 7,00|--10,00 e também sua moda (7,00|--10,00).

A mediana da Indústria 2 está entre os valores 10 e 11 ou seja, na faixa de 7,00|--10,00 e também sua moda (7,00|--10,00).

(v) compare o desvio padrão das duas indústrias.

- Variância: $\mathrm{var}_{obs} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x}_{obs})^2$
- Desvio Padrão: $dp_{obs} = \sqrt{\mathrm{var}_{obs}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x}_{obs})^2}$

Para facilitar esses cálculos, construiremos as Tabelas 9 e 10, das Indústrias 1 e 2 respectivamente.

Indústria 1

faixas	valor médio da faixa	freqüência	freqüência relativa (fi)	freqüência acumulada	(valor médio da faixa) - média	[(valor médio da faixa) – média] ^{2}	[(valor médio da faixa)–média] ^{2}*fi	densidade
1|-- 4	2,5000	10	0,2000	0,2000	-4,9200	24,2100	4,8400	0,0667
4|-- 7	5,5000	12	0,2400	0,4400	-1,9200	3,6900	0,8800	0,0800
7|-- 10	8,5000	18	0,3600	0,8000	1,0800	1,1700	0,4200	0,1200
10|-- 13	11,5000	6	0,1200	0,9200	4,0800	16,6500	2,0000	0,0400
13|-- 16	14,5000	4	0,0800	1,0000	7,0800	50,1300	4,0100	0,0267
Total		50	1,0000				12,15	

Tabela 9

Indústria 2

faixas	valor médio da faixa	freqüência	freqüência relativa (fi)	freqüência acumulada	(valor médio da faixa) - média	((valor médio da faixa) - média) ^{2}	((valor médio da faixa) - média) ^{2}]*fi	densidade
1|-- 4	2,5000	5	0,2500	0,2500	-4,9500	24,5000	6,1300	0,0833
4|-- 7	5,5000	4	0,2000	0,4500	-1,9500	3,8000	0,7600	0,0667
7|--10	8,5000	6	0,3000	0,7500	1,0500	1,1000	0,3300	0,1000
10 |--13	11,5000	3	0,1500	0,9000	4,0500	16,4000	2,4600	0,0500
13|--16	14,5000	2	0,1000	1,0000	7,0500	49,7000	4,9700	0,0333
Total		20	1,0000				14,65	

Tabela 10

Desvio padrão da Indústria 1

$$dp_{industria1} = \sqrt{\sum [(\text{valor\_médio\_da\_faixa}) - \text{média}]^2 * \text{fi}} = \sqrt{12{,}15} = 3{,}482$$

Desvio padrão da Indústria 2

$$dp_{industria2} = \sqrt{\sum[(\text{valor\_médio\_da\_faixa}) - \text{média}]^2 * \text{fi}} = \sqrt{14{,}65} = 3{,}827$$

2ª questão (0,5 pontos) - Para avaliar a efetividade de um determinado procedimento cirúrgico ortopédico, quinze pacientes de uma determinada clínica foram entrevistados e a Tabela 3 apresenta os resultados quanto ao número de meses de fisioterapia, previstos para a recuperação; se haverá (S) ou não (N) seqüelas após tratamento; e o grau de complexidade da cirurgia realizada: alto (A), médio (M) ou baixo (B).

Pacientes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Fisioterapia	7	8	5	6	3	5	7	7	6	8	6	5	6	4	5
Seqüelas	N	S	N	N	N	S	S	N	N	S	S	N	S	N	N
Cirurgia	A	M	A	M	M	B	A	M	B	M	B	B	M	M	A

Tabela 3

(i) Classifique cada uma das variáveis.

Fisioterapia - quantitativa discreta
Seqüelas - qualitativa nominal
Cirurgia - qualitativa ordinal

(ii) Para cada variável, construa a tabela de freqüência absoluta, relativa e faça uma representação gráfica, da freqüência relativa, para o risco do paciente ter seqüelas e dos meses previstos para a fisioterapia.

Freqüência relativa $f_i = \frac{n_i}{n}$ i = 1, 2, ..., n (número de valores)

Tabelas de freqüências:

Variável fisioterapia		
Número de meses	Freqüência absoluta	Freqüência relativa
3	1	0,067
4	1	0,067
5	4	0,267
6	4	0,267
7	3	0,200
8	2	0,133
TOTAL	15	1,000

Variável seqüelas		
Seqüelas	Freqüência absoluta	Freqüência relativa
SIM	6	0,400

NÂO	9	0,600
TOTAL	15	1,000

Variável cirurgia		
Cirurgia	Freqüência absoluta	Freqüência relativa
A	4	0,267
B	4	0,267
C	7	0,467
TOTAL	15	1,000

Gráficos:

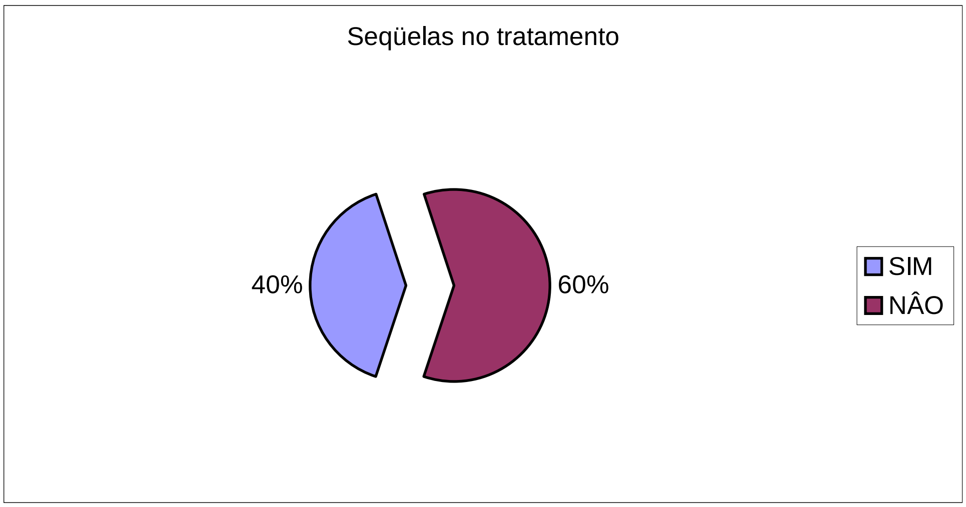


Gráfico I

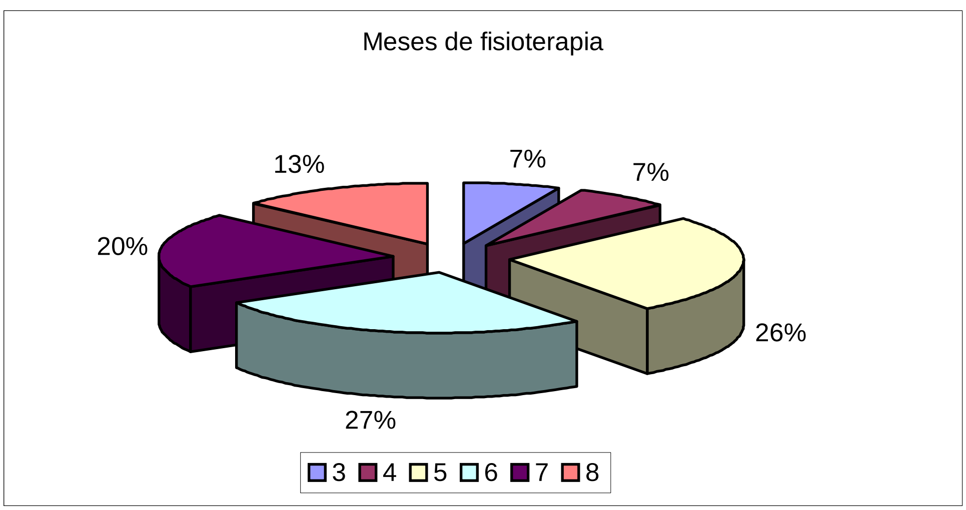


Gráfico II

(iii) Para cada grupo de pacientes que não ficou com seqüelas, faça um gráfico de barras para a variável fisioterapia. Você acha que essa variável se comporta de modo diferente nesse grupo?

Pacientes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Fisioterapia	7	**8**	5	6	3	**5**	**7**	7	6	**8**	**6**	5	**6**	4	5
Seqüelas	N	**S**	N	N	N	**S**	**S**	N	N	**S**	**S**	N	**S**	N	N
Cirurgia	A	**M**	A	M	M	**B**	**A**	M	B	**M**	**B**	B	**M**	M	A

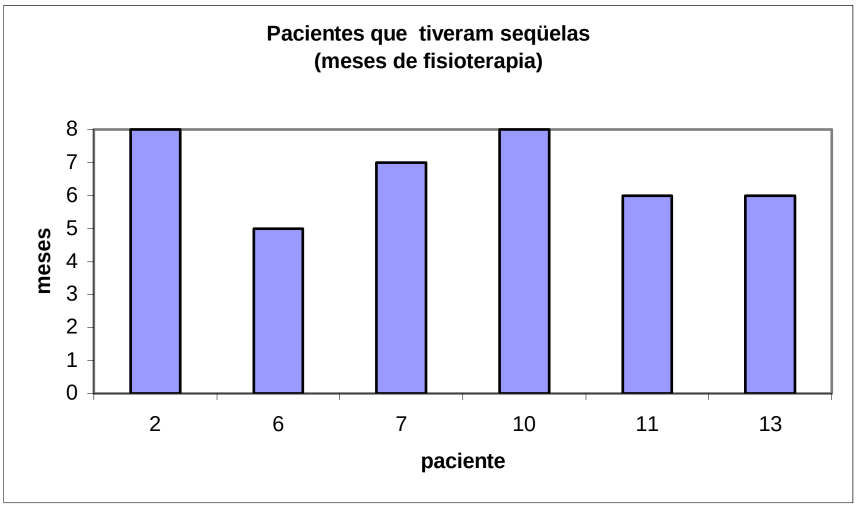


Gráfico III

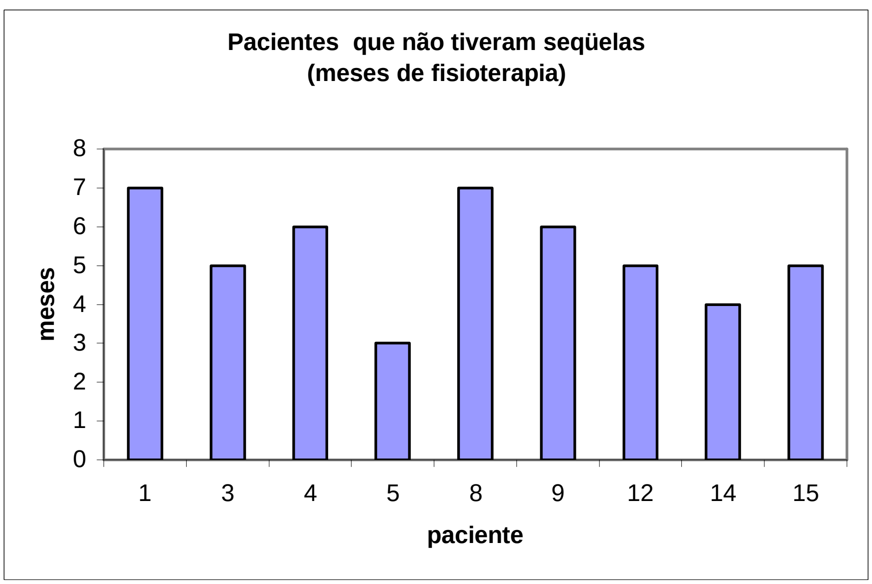


Gráfico IV

Analisando os Gráficos III e IV, apesar dos poucos dados, pode-se observar que o tempo de fisioterapia dos pacientes que não tiveram seqüelas é, em média, menos do que daqueles que tiveram.

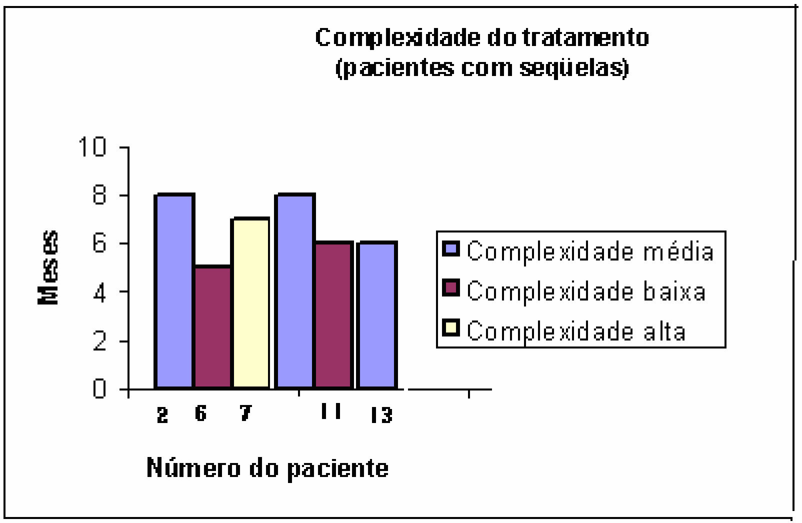
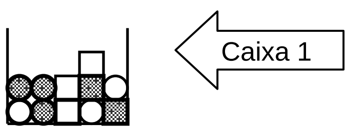


Gráfico V

Uma outra comparação possível é avaliar, em relação aos pacientes que tiveram seqüelas, o tempo de fisioterapia em relação à complexidade do tratamento (Gráfico V).

3ª questão (0,5 pontos) - A caixa 1 contém quadrados e círculos que serão melhor misturados. Pergunta-se:
(i) se for tirado apenas um objeto, ao acaso, qual a probabilidade deste objeto selecionado ser um círculo ou dele ser branco?



Dados do problema:

Forma\cor	Preta	Branca	Total
Quadrado	2	3	5
Circulo	3	3	6
Total	5	6	11

Evento C – círculo - $P(C) = \frac{6}{11}$

Evento B – branca - $P(B) = \frac{6}{11}$

Evento C interseção - $P(C \cap B) = \frac{3}{11}$

$$P(C \cup B) = P(C) + P(B) - P(C \cap B)$$
$$P(C \cup B) = \frac{6}{11} + \frac{6}{11} - \frac{3}{11}$$
$$P(C \cup B) = \frac{9}{11} = 0,8181$$

(ii) se forem tirados dois objetos qual a probabilidade dos dois serem quadrados?

Evento Q – quadrado $P(Q) = \frac{5}{11}$ - primeira retirada

Evento B – quadrado $P(B) = \frac{4}{10}$ - segunda retirada

$$P(B/Q) = \frac{5}{11} \times \frac{4}{10}$$
$$P(B/Q) = \frac{2}{11} = 0,1818$$

4ª questão (1,0 ponto) - Em uma determinada comunidade a probabilidade de um homem viver, a partir de hoje, mais 25 anos é 2/5 e a probabilidade de que a mulher viva estes 25 anos é 2/3. Determine a probabilidade de que daqui a 25 anos:

(i) pelo menos um esteja vivo;

Evento H – homem viver mais de 25 anos : $P(H) = \frac{2}{5}$

Complemento do evento H: $P(\overline{H}) = 1 - P(H) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Evento M – mulher viver mais de 25 anos: $P(M) = \frac{2}{3}$

Complemento do evento M: $P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Quer se calcular $P(H \cup M)$. Então,

$$P(H \cup M) = P(H) + P(M) - P(H \cap M)$$
$$P(H \cup M) = \frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$$
$$P(H \cup M) = 1,067 - 0,267 = 0,800$$

(ii) ambos estejam vivos:

$$P(H \cap M) = P(H) \times P(M) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = 0{,}267$$

(iii) nenhum esteja vivo:

$$P(\overline{H} \cap \overline{M}) = P(\overline{H})P(\overline{M}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = 0{,}200$$

(iv) somente a mulher esteja viva:

$$P(\overline{H} \cap M) = P(\overline{H})P(M) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = 0{,}400$$

(v) somente o homem esteja vivo:

$$P(H \cap \overline{M}) = P(H)P(\overline{M}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = 0{,}133$$

5ª questão (0,5 pontos) – Cinco (5) funcionários da indústria I_1, da primeira questão, são selecionados ao acaso. Qual a probabilidade que pelo menos 1 (um) deles ganhe pelo menos 10 salários mínimos?
Dados do problema:

- Evento A: Funcionários que ganham menos de 10 salários mínimos : 40 funcionários de um total de 50 funcionários ou $P(A) = \frac{40}{50} = 0{,}80$.
- Supondo que esse sorteio foi realizado com reposição, podemos calcular essa probabilidade, excluindo a possibilidade de algum desses sorteados ganhar menos de 10 salários mínimos. Nesse caso, o complemento fornece todas as possibilidades de, em pelo menos 1 sorteio, o funcionário ganhar mais de 10 salários.

$$P(sorteio) = 1 - P(A \cap A \cap A \cap A \cap A)$$
$$P(sorteio) = 1 - P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A)$$
$$P(sorteio) = 1 - (0{,}80 \times 0{,}80 \times 0{,}80 \times 0{,}80 \times 0{,}80)$$
$$P(sorteio) = 1 - 0{,}32768 = 0{,}67232$$

onde *P(sorteio)* é a probabilidade de pelo menos 1 dos sorteados, ganhar mais de 10 salários mínimos.

Logo a probabilidade de achar um funcionário que ganhe pelo menos de 10 salários mínimos em um sorteio, com reposição, de 5 funcionários é de $0{,}67232$.

6ª questão (0,5 pontos) - Sejam A e B eventos tais que P(A) = p; P(B) = 0,2 e P(A U B) = 0,6. Calcular p considerando A e B:
(i) mutuamente exclusivos;
Dados do problema:
Se os eventos são exclusivos, então $P(A \cap B) = 0$. Assim temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$0{,}60 = p + 0{,}20 - 0$$
$$p = 0{,}60 - 0{,}20$$
$$p = 0{,}40$$

(ii) independentes.

Se os eventos são independentes, então $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Assim temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - [P(A) \times P(B)]$$
$$0{,}60 = P(A) + 0{,}20 - [P(A) \times 0{,}20]$$
$$0{,}60 = p + 0{,}20 - 0{,}20p$$
$$p - 0{,}20p = 0{,}60 - 0{,}20$$
$$0{,}80p = 0{,}40$$
$$p = \frac{0{,}40}{0{,}80} = 0{,}5$$

7ª questão (1,0 ponto) – Um aluno responde a um teste de múltipla escolha com 5 alternativas, com somente uma correta. A probabilidade dele saber a resposta certa da questão é 30%. Ele não tem probabilidade de "colar" e como a prova é de múltipla escolha, caso ele não saiba a resposta certa, ele também tem probabilidade de acertar a questão "no chute". Pergunta-se:

(i) qual a probabilidade dele acertar a questão?

Dados do problema:

- Evento "acertar no **C**hute" - $P(C) = 0{,}20$ logo, seu complemento é $P(\overline{C}) = 0{,}80$
- Evento "**S**aber a resposta certa" - $P(S) = 0{,}30$ logo, seu complemento é $P(\overline{S}) = 0{,}70$

A probabilidade de acerto da questão é dada pela probabilidade do aluno saber a resposta correta e, caso ele não saiba, soma-se a probabilidade dele acertar a questão no "chute". Assim a probabilidade de acertar é:

$$P(acertar) = P(S) + P(\overline{S}) \times P(C)$$
$$P(acertar) = P(S) + P(\overline{S}) \times P(C)$$
$$P(acertar) = 0{,}30 + 0{,}70 \times 0{,}20 = 0{,}44$$

(ii) se ele acertou a questão, qual a probabilidade dele saber a matéria?

É uma questão de probabilidade condicional, assim queremos saber $P(acertar / S) = \dfrac{P(acertar \cap S)}{P(acertar)}$

Neste caso, $P(acertar \cap S) = P(S)$.

$$P(acertar/S) = \frac{P(acertar \cap S)}{P(acertar)} = \frac{0,30}{0,44}$$

$$P(acertar/S) = \frac{P(acertar \cap S)}{P(acertar)} \cong 0,682$$

8ª questão (1,0 ponto) – Uma central telefônica recebe 720 telefonemas por hora. Utilize o modelo de Poisson para determinar a probabilidade de que:

(i) em dois (2) minutos não haja nenhum chamado:

Dados do problema:

$$720\,ligações/hora = 12\,ligações/minuto$$

$$\lambda = 12$$

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^{x}}{x!}$$

Neste caso, $\lambda = 2 \times 12 = 24$, isto é, como temos 12 ligações em 1 minuto e vamos calcular sobre dois minutos então $\lambda = 24$

$$P(x=0) = \frac{e^{-(12\times 2)} \times (12 \times 2)^{0}}{0!}$$

$$P(x=0) = \frac{e^{-24} \times 1}{1}$$

$$P(x=0) \cong 0$$

(iii) em um (1) minuto haja 5 chamadas:

$$P(x=5) = \frac{e^{-12} \times 12^{5}}{5!}$$

$$P(x=5) = \frac{e^{-12} \times 248.832}{120}$$

$$P(x=5) \cong 0,012741$$

9ª questão (1,0 ponto) – A probabilidade de um determinado jogador de futebol fazer gol batendo um penalti é 85%. Ele bate 10 penaltis. Qual a probabilidade de que:

(i) ele erre o gol exatamente 2 (duas) vezes;

Dados do problema:
Evento acertar o gol: $P(A) = 0,85$
Evento errar o gol: $P(\overline{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$
Tamanho da amostra = 10

Pode-se utilizar o modelo binomial considerando, neste caso, que <u>sucesso</u> é errar o gol, logo p = 0,15. Assim temos:

$$P(x=K)=\binom{n}{k}p^{x}(1-p)^{1-x}$$

$$P(x=2)=\binom{10}{2}\times(0{,}15)^{2}\times(0{,}85)^{8}$$

$$P(x=2)=\left(\frac{10!}{2!(10-2)!}\right)\times0{,}0225\times0{,}272491$$

$$P(x=2)=0{,}275897$$

(ii) ele acerte pelo menos 7 (sete) vezes:

Neste caso consideramos sucesso a probabilidade de fazer gols, ou seja, p=0,85. Neste caso,

$$P(x\geq7)=P(x=7)+P(x=8)+P(x=9)+P(x=10)$$

$$P(x=7)=\binom{10}{7}\times(0{,}85)^{7}\times(0{,}15)^{3}$$

$$P(x=7)=\left(\frac{10!}{7!(10-7)!}\right)\times0{,}320577\times0{,}003375$$

$$P(x=7)=0{,}129834$$

$$P(x=8)=\binom{10}{8}\times(0{,}85)^{8}\times(0{,}15)^{2}$$

$$P(x=8)=\left(\frac{10!}{8!(10-8)!}\right)\times0{,}272491\times0{,}0225$$

$$P(x=8)=0{,}275897$$

$$P(x=9)=\binom{10}{9}\times(0{,}85)^{9}\times(0{,}15)^{1}$$

$$P(x=9)=\left(\frac{10!}{9!(10-9)!}\right)\times0{,}231617\times0{,}15$$

$$P(x=9)=0{,}347425$$

$$P(x=10)=\binom{10}{10}\times(0{,}85)^{10}\times(0{,}15)^{0}$$

$$P(x=10)=\left(\frac{10!}{10!(10-10)!}\right)\times0{,}196874\times1$$

$$P(x=10)=0{,}196874$$

$$P(x \geq 7) = 0{,}129834 + 0{,}275897 + 0{,}347425 + 0{,}196874 = 0{,}95003$$

10ª questão (1,0 ponto) –15% dos ventiladores produzidos por uma empresa são defeituosos. Uma determinada loja compra, normalmente, lotes de 100 unidades destes ventiladores e adotou o seguinte procedimento: 20 ventiladores, de cada lote, são testados e se houver pelo menos 3 com defeito, o lote é rejeitado.
Dados do problema:

- Evento A – Ventiladores com problema $P(A) = 0{,}15$.
- População n=100.
- Amostra = 20

(i) Qual a probabilidade de um lote ser aceito?

$$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$P(x = 0) = \binom{20}{0} \times (0{,}15)^0 \times (0{,}85)^{20}$$

$$P(x = 0) = \left(\frac{20!}{0!(20-0)!} \right) \times 1 \times 0{,}03876$$

$$P(x = 0) = 0{,}03876$$

$$P(x = 1) = \binom{20}{1} \times (0{,}15)^1 \times (0{,}85)^{19}$$

$$P(x = 1) = \left(\frac{20!}{1!(20-1)!} \right) \times 0{,}15 \times 0{,}045599$$

$$P(x = 1) = 0{,}136789$$

$$P(x = 2) = \binom{20}{2} \times (0{,}15)^2 \times (0{,}85)^{18}$$

$$P(x = 2) = \left(\frac{20!}{2!(20-2)!} \right) \times 0{,}0225 \times 0{,}053646$$

$$P(x = 2) = 0{,}229338$$

$$P(x \leq 2) = 0{,}03876 + 0{,}136789 + 0{,}229338$$

$$P(x \leq 2) = 0{,}404887$$

(ii) Se o lote for aceito, qual a probabidade de haver somente 1 ventilador com defeito?
A solução é baseada na probabilidade condicional. Assim temos:

$$P(x=1/\,Aceitou)=\frac{P(x=1)}{P(Aceitou)}$$
$$P(x=1/\,Aceitou)=\frac{0{,}136789}{0{,}404887}$$
$$P(x=1/\,Aceitou)=0{,}337845$$

11ª questão (0,5 pontos) – Se lançarmos um dado 15 vezes, qual a probabilidade de somente nesta 15ª vez apareça o número 6 pela primeira vez?
Dados do problema:

- Evento sucesso $P(Sucesso)=\frac{1}{6}$
- Evento fracasso $P(Fracasso)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

Assim, utilizando o modelo .geométrico $P(x=K)=p(1-p)^k$, temos.:

$$P(x=15)=\left(\frac{5}{6}\right)^{14}\times\left(\frac{1}{6}\right)=0{,}01298$$

12ª questão (1,0 ponto) – Num lago-laboratório pesquisadores acompanham o crescimento de 10 botos: 6 da espécie A e 4 da espécie B, avaliando periodicamente seus pesos e tamanhos. Se em determinado dia de avaliação três botos forem capturados de uma vez, utilize um modelo de probabilidade para determinar a probabilidade de:
(i) a maioria ser da espécie A;

Dados do problema:

- Modelo Hipergeométrico.
- Tamanho da população n = 10
- Tamanho da amostra r = 3
- Sucesso da polulação (espécie A) m = 6
- Sucesso da amostra k = ?

(i), No caso a maioria ser da espécie A, quer dizer x = 2, temos:

$$P(x=2)=\frac{\binom{m}{k}\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

$$P(x=2)=\frac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}}=\frac{15\times4}{120}=0{,}5$$

(iii) todos serem da espécie A

Neste caso x = 3

$$P(x=3)=\frac{\binom{m}{k}\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

$$P(x=3)=\frac{\binom{6}{3}\binom{4}{0}}{\binom{10}{3}}=\frac{20\times 1}{120}=0{,}1667$$

(iv) pelo menos 1 ser da espécie A.
Neste caso, podemos ter x = 1 ou x = 2 ou x = 3, portanto é a probabilidade de $P(x \geq 1)$ é:

$$P(x \geq 1)=P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)$$

$$P(x=1)=\frac{\binom{m}{k}\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

$$P(x=1)=\frac{\binom{6}{1}\binom{4}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{6\times 6}{120}=0{,}10$$

$$P(x \geq 1)=0{,}10+0{,}50+0{,}1667$$
$$P(x \geq 1)=0{,}7667$$

13ª questão (0,5 pontos) – Um determinado artigo é vendido em caixas a um preço de R$ 20,00 a unidade. Normalmente, em cada caixa, há em torno de 20% desse artigo com defeito. Um comprador fez a seguinte proposta ao fabricante: de cada caixa ele escolhe, ao acaso, 25 artigos e paga:
- R$ 25,00 se nenhum dos artigos selecionados for defeituoso;
- R$ 17,00 se um ou dois artigos forem defeituosos;
- R$ 10,00 se três ou mais forem defeituosos.
O que é melhor para o fabricante, aceitar a proposta do comprador ou vender por R$20,00 a unidade? (Sugestão: calcule o valor médio, ou esperança, da proposta apresentada pelo comprador e compare com o preço do fabricante).

Dados do problema:

- Peças defeituosas: 20% ou 0,20 por caixa.

- x representa as peças defeituosas.

Para resolver o problema é usada a distribuição binomial $X \sim b(25;0,20)$ .para calcular as probabilidades de termos nenhum, ou um ou dois, ou três ou mais, artigos defeituosos. Portanto temos:

Probabilidade de não ter peça defeituosa $P(x=0)$:

$$P(x=0)=\binom{25}{0}\times(0,20)^{0}\times(0,80)^{25}$$
$$P(x=0)=\left(\frac{25!}{0!(25-0)!}\right)\times(0,20)^{0}\times(0,80)^{25}$$
$$P(x=0)=1\times1\times0,003778$$
$$P(x=0)=0,003778$$

Probabilidade de ter uma ou duas peças defeituosas $P(1\leq x\leq 2)$:

$$P(1\leq x\leq 2)=P(x=1)+P(x=2)35$$
$$P(x=1)=\binom{25}{1}\times(0,20)^{1}\times(0,80)^{24}$$
$$P(x=1)=\left(\frac{25!}{1!(25-1)!}\right)\times(0,20)^{1}\times(0,80)^{24}$$
$$P(x=1)=25\times0,20\times0,004722$$
$$P(x=1)=0,023612$$
$$P(x=2)=\binom{25}{2}\times(0,20)^{2}\times(0,80)^{23}$$
$$P(x=2)=\left(\frac{25!}{2!(25-2)!}\right)\times(0,20)^{2}\times(0,80)^{22}$$
$$P(x=2)=300\times0,04\times0,005903$$
$$P(x=2)=0,070835$$

$$P(1\leq x\leq 2)=0,023612+0,0070835$$
$$P(1\leq x\leq 2)=0,094447$$

Probabilidade de ter três ou mais peças defeituosas $P(x\geq 3)$:

$$P(x\geq 3)=1-P(x<3)$$
$$P(x\geq 3)=1-\left(P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)\right)$$
$$P(x\geq 3)=1-\left(0,00378+0,02361+0,07084\right)$$
$$P(x\geq 3)=1-0,09823$$
$$P(x\geq 3)=0,90177$$

Com base nas probabilidades anteriores, podemos montar uma tabela de custos e calcular a esperança, que é o valor médio do preço, por caixa, da proposta do comprador:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{k}x_i p_i$$

Peças com defeitos	Probabilidade de defeito	Preço	$E(Peças\_defeituosas)$
$P(x=0)$	0,00378	R$25,00	0,0945
$P(1\leq x\leq 2)$	0,09445	R$17,00	1,60565
$P(x\geq 3)$	0,90177	R$10,00	9,0177
-	1		10,71785

Assim temos:

$$E(Peças\_defeituosas)=0{,}00378\times 25{,}00+0{,}09445\times 17{,}00+0{,}9177\times 10{,}00$$
$$E(Peças\_defeituosas)\cong 10{,}72$$

Isso significa que se ele aceitar a proposta do comprador, o valor médio dos artigos será R$ 10,72 e não R$20,00 como ele havia proposto.