Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

Gabarito da AP1 2° semestre de 2017

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (3,0 pontos) Foi feito um teste em 300 motoristas de caminhão que circulam pelo país, para saber se eles fizeram uso de álcool ou não. A Tabela A apresenta o resultado desses testes.

	Motorista usou álccol?	
	Sim	Não
Resultado do teste deu positivo (teste indicou presença de álccol)	119 (positivo verdadeiro)	24 (falso positivo)
Resultado do teste deu negativo (teste indicou ausência de álccol)	3 (falso negativo)	154 (negativo verdadeiro)

Tabela A

a) Considere o evento A: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa com resultado negativo no teste; evento B: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa que não usou álcool. Verifique se os eventos A e B são disjuntos.

<u>Solução</u>

Os eventos A e B serão disjuntos se a interseção entre eles for nula. Mas $P(A \cap B) = 154/300 = 0{,}5133$. Logo, A e B não são disjuntos.

b) Se duas pessoas são selecionadas aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de que a primeira pessoa tenha um teste positivo e a segunda, um teste negativo?

<u>Solução</u>

1ª pessoa: P(resultado positivo no teste) = 143/300 = 0,4767

2ª pessoa: P(resultado negativo no teste) = 157/299 = <u>0,5251</u>

Logo,

P(1ª pessoa tem teste positivo e 2ª pessoa tenha teste negativo) = 0,4767 x 0,5251 = 0,2503.

c) Se 1 das 300 pessoas é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de o teste dar positivo, visto que esta pessoa realmente usou álcool?

<u>Solução</u>

$$P(\text{teste pos.} \mid \text{usou álc.}) = \frac{P(\text{teste pos.} \cap \text{usou álc.})}{P(\text{usou álc.})} = \frac{0{,}3967}{0{,}4\ \ 067} = 0{,}9754$$

Questão 2 (2,0 pontos) Em determinado setor de uma loja de departamentos, o número de produtos vendidos em um dia pelos funcionários é uma variável aleatória P com a seguinte distribuição de probabilidades (esses números foram obtidos dos resultados de vários anos de estudo):

Número de produtos	0	1	2	3	4
Probabilidade de venda	0,1	0,4	0,3	0,15	0,05

Cada vendedor recebe comissões de venda, distribuídas da seguinte forma: se ele vende até 2 produtos em um dia, ele ganha uma comissão de R$10,00 por produto vendido. A partir da terceira venda, a comissão passa para R$50,00.

a) Qual é o número médio de produtos vendidos por cada vendedor

Solução

$$\mathrm{E(P)} = 0 \times 0,1 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,15 + 4 \times 0,05 = 1,65$$

b) Qual a comissão média de cada um deles?

Solução

Complementando a tabela, incluindo a comissão:

Número de produtos	0	1	2	3	4
Comissão (em R$)	0	10	20	70	120
Probabilidade de venda	0,1	0,4	0,3	0,15	0,05

$$\mathrm{E(P)} = 0 \times 0,1 + 10 \times 0,4 + 20 \times 0,3 + 70 \times 0,15 + 120 \times 0,05 = 26,50$$

Logo, a comissão média por dia de cada vendedor é R$ 26,50.

Questão 3 (1,5 pontos) Considere uma cidade onde 80% dos moradores adultos, são descendentes de indios. Apesar disso observou-se que somente 20% dos convocados para serem jurados, nos julgamentos ocorridos na cidade, eram descendentes de índios. Suponhamos que queiramos selecionar 12 jurados dessa população. Qual a probabilidade de que mais de 2 jurados sejam descendentes de índios?

Solução

Sabemos que p = 0,20 é a probabilidade de um jurado convocado ser descendente de índio. Seleciona-se 12 jurados e quer saber a probabilidade de mais de 2 jurados serem descendentes de índios, ou seja, quer se determinar P(x ≥ 2). Usaremos a distribuição binomial para calcular a probabilidade de termos x jurados índios, ou seja,

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Logo, sendo x a variável aleatória que conta número de jurados que são descendentes de índios, temos:

$$\underline{P(x > 2) = 1 - P(x \leq 2) = 1 - [P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)]}$$

Como,

$$P(x = 0) = \binom{12}{0} 0{,}20^0 0{,}80^{12-0} = 1 \times 1 \times 0{,}0687 = 0{,}0687$$

$$P(x = 1) = \binom{12}{1} 0{,}20^1 0{,}80^{12-1} = 12 \times 0{,}20 \times 0{,}0859 = 0{,}2062$$

$$P(x = 1) = \binom{12}{2} 0{,}20^2 0{,}80^{12-2} = 66 \times 0{,}04 \times 0{,}1074 = 0{,}2835$$

$$P(x \ \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 - [0{,}0687 + 0{,}2062 + 0{,}2835]$$
$$P(x \ \geq 2) = 0{,}4416$$

Questão 4 (3,5 pontos) Os alunos do curso de Engenharia Mecânica da UFF fizeram um carro teste e na fase de testes verificou-se que ele poderia e ter problemas mecânicos ou elétricos. Se ele tiver problemas mecânicos, não para de andar, mas se tiver problemas elétricos, precisa parar imediatamente. A chance de esse veículo ter problemas mecânicos é de 0,2. Já a chance do mesmo veículo ter problemas elétricos é de 0,15 se não houve problema mecânico precedente, e de 0,25 se houve problema mecânico precedente.

Calcule:

a) Qual é a probabilidade de o veículo parar em determinado dia?

<u>Solução</u>

Sejam os eventos: M= ter problema mecânico e E= ter problema elétrico. Sabemos que:

P(M) = 0,20 e, consequentemente, P(nãoM) = 0,80;

P(E|nãoM)=0,15;

P(E|M)=0,25.

Sabemos também que o veículo só irá parar se houver problema elétrico. Então precisamos calcular a probabilidade total de haver um problema elétrico, independente de ter havido ou não um problema mecânico.

$$P(E) = P(M) \times P(E|M) + P(nãoM) \times P(E|nãoM)$$
$$P(E) = 0{,}20 \times 0{,}25 + 0{,}8 \times 0{,}15 = 0{,}17$$

b) Se o veículo parou em certo dia, qual a chance de que tenha havido defeito mecânico?

<u>Solução</u>

Nesse caso, devemos calcular a probabilidade de ter havido defeito mecânico, condicionado ao fato de já sabermos que o veículo parou. Para isso utilizamos o Teorema de Bayes:

$$P(M|E) = \frac{P(M) \times \mathrm{P(E|M)}}{P(E)} = \frac{0{,}20 \times 0{,}25}{0{,}17} = 0{,}2941$$

c) Qual é a probabilidade de que tenha havido defeito mecânico em determinado dia se o veículo não parou nesse dia?

<u>Solução</u>

Também neste caso utilizamos o Teorema de Bayes para calcular a probabilidade de ter havido problema mecânico, dado que não houve problema elétrico

$$P(M|nãoE) = \frac{P(M) \times \mathrm{P(nãoE|M)}}{P(nãoE)}$$

Sabemos que $P(nãoE) = 1 - P(E) = 1 - 0{,}17 = 0{,}83$. Ainda precisamos calcular $\mathrm{P(nãoE|M)}$. Como no nosso espaço amostral só existem os problemas mecânicos e problemas elétricos, podemos dizer que $\mathrm{P(nãoE|M)} = 1 - \mathrm{P(E|M)} = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$. Logo, utilizando o Teorema de Bayes como descrito anteriormente, temos:

$P(M|nãoE) = \frac{0{,}20 \times 0{,}75}{0{,}8\ 3}$ = 0,1807.