



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância  
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação  
Disciplina - Probabilidade e Estatística  
GABARITO da AP1  
1º semestre de 2019

*Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo*

**Questão 1** (2,0 pts) - Um caixa contém 6 esferas, sendo 4 cinzas e 2 brancas, e 5 cubos, sendo 3 cinzas e 2 brancos. Pergunta-se:

- (a) Se for tirado apenas um objeto da caixa, qual a probabilidade dele ser cubo ou ser branco?

**SOLUÇÃO:**

11 objetos, sendo 6 esferas (4 cinzas e 2 brancas) e 5 cubos (3 cinzas e 2 brancos).

Probabilidade de ser cubo (C):  $P(C) = 5/11$

Probabilidade de ser esfera (E):  $P(E) = 6/11$

Probabilidade de ser branco (Br):  $P(Br) = 4/11$

Probabilidade de ser cinza (Ci):  $P(Ci) = 7/11$

$$P(C \cup Br) = P(C) + P(Br) - P(C \cap Br)$$

$$P(C \cup Br) = \frac{5}{11} + \frac{4}{11} - \frac{2}{11}$$

$$P(C \cup Br) = \frac{7}{11} = 0,64$$

- (b) Se forem tirados dois objetos dessa caixa, qual a probabilidade dos dois serem esferas?

**SOLUÇÃO:**

Supondo os objetos A e B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

Nesse caso,  $P(B) = P(E)$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{11} \times \frac{5}{10}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

Em princípio, subentende-se que os objetos tenham sido retirados sem reposição. No entanto, caso tenha existido outra interpretação, desde que esteja claro, pode-se considerar os resultados considerados com reposição. Nesse caso,

$$P(A \cap B) = \frac{6}{11} \times \frac{6}{11}$$

$$P(A \cap B) = \frac{36}{121}$$

**Questão 2** (2 pts) - Sejam A e B eventos tais que  $P(A) = p$ ,  $P(B) = 0,3$  e  $P(A \cup B) = 0,6$ . Calcule p considerando A e B:

(a) Independentes.

**SOLUÇÃO:**

Nesse caso,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0$ , logo,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,6 - p + 0,3 = 0,3p$$

$$p - 0,3p = 0,6 - 0,3$$

$$0,7p = 0,3$$

$$p = \frac{0,3}{0,7}$$

$$p = 0,429$$

(b) Mutuamente exclusivos.

**SOLUÇÃO:**

Nesse caso  $P(A \cap B) = 0$ . Assim,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,6 = p + 0,3$$

$$p = 0,3$$

**Questão 3** (4,0 pts) Quatro em cinco alunos que fizeram a AD1 passaram na disciplina Probabilidade e Estatística.

(a) (1,0 pts) Em um grupo de 80 alunos selecionados ao acaso, qual é o número esperado de alunos que fizeram a AD1? E qual a variância?

**SOLUÇÃO**

Y: número de alunos que fizeram cursinho entre os 80 selecionados

$$Y \sim B(80; 0,80)$$

O número esperado de alunos que fizeram cursinho é dado por:

$$\mu = E(X) = n \cdot p = 80 \cdot 0,80 = 64$$

A variância é dada por:

$$\sigma^2 = \text{Var}(x) = n \cdot p \cdot (1-p) = 13,8$$

(b) (3,0 pts) Se 12 alunos são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que:

(b1) Pelo menos 10 terem feito a AD1?

**SOLUÇÃO**

Distribuição binomial  $P(X = x_k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n$

Seja X o número de alunos que fizeram cursinho

p: probabilidade de um aluno, selecionado ao acaso, ter feito cursinho;  $p = 0,80$  e,

$X \sim b(12; 0,80)$ ,

ou seja, a variável aleatória X tem distribuição binomial com parâmetros  $n = 12$  e  $p = 0,80$ .

Assim, a probabilidade de que pelo menos 15 tenham feito cursinho é dada por:

$$P(X \geq 10) = P(X=10) + P(X=11) + P(X=12) = 0,2835 + 0,2062 + 0,0687 = 0,5583.$$

(b2) No máximo 10 terem feito a AD1?

**SOLUÇÃO**

Utilizando a função de distribuição apresentada no item (a) temos,

$$P(X \leq 10) = P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=10) \text{ ou}$$

$$P(X \leq 10) = 1 - P(X > 10) = 1 - (P(X=11) + P(X=12)) = 1 - (0,2062 + 0,0687) = 0,7251$$

**Questão 4** (2,0 pts) Em uma cidade onde carros têm que ser avaliados para controle de emissão de poluentes, 25% de todos os carros testados emitem quantidades excessivas de poluentes. No entanto, o teste não é perfeito e pode indicar resultados errados. Desta forma, carros que emitem excesso de poluentes podem não ser detectados pelo teste e carros que não emitem excesso de poluentes podem ser considerados erroneamente fora do padrão de emissão. Quando efetivamente testados, 99% dos carros fora do padrão são detectados e 17% dos carros em bom estado são considerados fora do padrão por erro do teste. Qual é a probabilidade de que um carro reprovado pelo teste emita realmente excesso de poluentes?

**Solução:**

Seja T o evento “carros emitem quantidades excessivas de poluentes” e B o evento “carro dentro das normas de emissão de poluentes”

$$P(T) = 0,25 \text{ e } P(B) = 0,75$$

Seja E o evento “carro reprovado no teste”.

$P(E/T) = 0,99$  e  $P(E/B) = 0,17$  e queremos  $P(T/E) = ?$

Segundo o Teorema de Bayes, temos :

$$P(T/E) = \frac{P(E \cap T)}{P(E)} = \frac{P(E/T)P(T)}{P(E)}$$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E/T)P(T) + P(E/T^c)P(T^c) = 0,99 \times 0,25 + 0,75 \times 0,17 \\ &= 0,2475 + 0,1275 = 0,375 \end{aligned}$$

$$P(T/E) = \frac{P(E/T)P(T)}{P(E)} = \frac{0,99 \times 0,25}{0,375} = \frac{0,2475}{0,375} = 0,66$$