Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

AP1 2° semestre de 2015

Gabarito

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1ª Questão (2,0 pontos): Os tempos (em minutos) de cinco atletas em duas modalidades de provas de corrida foram:

Modalidade A: 18.2 18.0 17.4 17.6 18.1

Modalidade B: 20.0 20.2 19.9 20.5 20.1

(a) (1,0 ponto) Calcule a média e desvio padrão dos tempos para cada modalidade.

Solução:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^{5} t_i}{5}$$

$$Variância = \frac{\sum_{i=1}^{5} (t_i - Média)^2}{5} \Rightarrow Desvio = \sqrt{Variância}$$

Esporte	*Tempos*					*Média*	*Variância*	*Desvio Padrão*
Mod. A	*18,2*	*18*	*17,4*	*17,6*	*18,1*	*17,86*	*0,0944*	*0,307246*
Mod. B	*20*	*20,2*	*19,9*	*20,5*	*20,1*	*20,14*	*0,0424*	*0,205913*

(b) (1,0 ponto) Mostre o que acontecerá com a média, a variância e o desvio padrão da modalidade A se cada atleta aumentar seu tempo em "c" minutos.

Solução:

$$Média = \frac{\sum_{i=1}^{5} (t_i + C)}{5} = \frac{\sum_{i=1}^{5} (t_i) + 5C}{5} = \frac{\sum_{i=1}^{5} (t_i)}{5} + C$$

$$Variância = \frac{\sum_{i=1}^{5} ((t_i + C) - (Média - C))^2}{5} = \frac{\sum_{i=1}^{5} (t_i - Média)^2}{5}$$

$$Desvio = \sqrt{Variância}$$

Esporte	*Tempos*					*Média*	*Variância*	*Desvio Padrão*
Mod. A	*18,2 + C*	*18 + C*	*17,4 + C*	*17,6 + C*	*18,1 + C*	*17,86 + C*	*0,0944*	*0,037246*

2ª Questão (1,0 ponto): Antônio foi encontrar com amigos em um bar e sobre a mesa havia uma travessa com 3 pastéis e 5 coxinhas e o outra com 2 coxinhas e 4 pastéis. Como Antônio não gosta de coxinhas seus amigos o desafiaram a pegar um salgado, de olhos vendados, come-lo. Se ele pegar, ao acaso, um dos salgados de uma das travessas, qual a probabilidade dele pegar um pastel?

Solução:

A probabilidade de escolhermos uma das duas travessas (T1 ou T2) é:

$$P_{(T1\_ou\_T2)} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

A probabilidade de escolhermos um pastel na primeira travessa é:

$$P_{(pastel\_T1)} = \frac{3}{8} = 0{,}375.$$

A probabilidade de escolhermos um pastel na segunda travessa é

$$P_{(pastel\_T1)} = \frac{4}{6} = 0{,}667.$$

Logo, sabendo a probabilidade de escolhermos nas travessas T1 e T2, temos:

$$P_{(pastel)} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{25}{48} = 0{,}521.$$

____

3ª Questão (2,5 pontos): Seja uma variável aleatória X com dada na tabela a seguir:

x	0	1	2	3	4	5
P(x)	0	p^2	0	0	p	p^2

(a) (1,0 ponto) Encontre o valor de p.

Solução:

Como a soma das probabilidades é igual a 1, ou seja, $\sum_{i=0}^{4} p_i(x) = 1$ temos que :

$$2p^2 + p = 1 \Rightarrow 2p^2 + p - 1 = 0$$

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} p = -1 \\ p = 1/2 = 0{,}5 \end{cases}$$

Como o valor da probabilidade deve ser positivo, temos que p = 0,5.

____

(b) (1,5 pontos) Calcule P (X ≥ 4) e P (X < 3).

Solução:

Sabendo-se o valor de p, temos que:

- $P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) = p + p^2 = 0,5 + (0,5)^2 = 0,5 + 0,25 = 0,75.$

- $P(X < 3) = P(X=1) + P(X=2) = 0 + p^2 = (0,5)^2 = 0,25.$

____

4ª Questão (2,0 pontos): A investigação de um crime envolvia 20 suspeitos, onde todos juravam inocência. No entanto, sabia-se que um deles havia cometido o crime, ou seja, 95% eram inocentes. Decidiu-se então, utilizar o "soro da verdade". Sabe-se que esse soro, quando aplicado a um suspeito, é 90% eficaz quando a pessoa é culpada e 99% eficaz quando ele é inocente. Um suspeito é retirado, ao acaso, desse grupo de pessoas:

(a) (1,0 ponto) Qual a probabilidade de o soro dar a resposta correta?

Solução:

Considerando:

C = "suspeito é culpado",

I = "suspeito é inocente"

$\bar{C}$ *= "soro indica culpado"*

$\bar{I}$ *= "soro indica inocente"*

Temos que:

$P(\bar{C} \mid C)=0.90 \qquad P(\bar{I} \mid I)=0.99 \qquad P(I)=0.95$

Ou, utilizando a probabilidade do evento complementar, temos:

$P(\bar{I} \mid C)=0.10 \qquad P(\bar{C} \mid I)=0.01 \qquad P(C)=0.05$

Chamando de A o evento "soro acerta o diagnóstico" temos:

$A = (C \cap \bar{C}) \cup (I \cap \bar{I}).$

Logo: $P(A) = P(C \cap \bar{C}) + (I \cap \bar{I})$ *ou*

$P(A) = P(C) \times P(\bar{C} \mid C) + P(I) \times P(\bar{I} \mid I)$

$P(A) = 0.05 \times 0.90 + 0.95 \times 0.99 = 0.9855$

____

(b) (1,0 ponto) Se o soro indica "culpado", qual é a probabilidade de o suspeito ser inocente?

Solução:

Queremos calcular $P(\bar{C} \mid V)$. Por definição temos que:

$$P(I|\bar{C}) = \frac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$$

A probabilidade do soro pode indicar culpado pode ser porque o suspeito é culpado e houve acerto do diagnóstico ou ele é inocente e houve erro no diagnóstico, ou seja:

$P(\bar{C}) = P(\bar{C} \cap C) + P(\bar{C} \cap I) = P(\bar{C} \mid C) \times P(C) + P(\bar{C} \mid I) \times P(I)$

$P(\overline{C}) = 0.90 \times 0.05 + 0.01 \times 0.95 = 0.045 + 0.0095 = 0.0545$

e $P(\overline{C} \cap I) = P(\overline{C} \mid I) \times P(I) = 0.01 \times 0.95 = 0.0095.$

Logo, $P(I|\overline{C}) = \dfrac{P(I \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \dfrac{0{,}0095}{0{,}0545} = 0{,}1743$.

____

5ª Questão (2,5 pontos): Um pescador, após um dia de pesca, verificou que pegou 5 peixes do tipo A e 2 peixes do tipo B, que não poderia ter pescado por ser época de reprodução. Como todos os espécimes tinham o mesmo tamanho ele os colocou na mesma bolsa, para tentar passar no posto de fiscalização, onde normalmente ficam dois fiscais Manoel e José, que adotam diferentes métodos de inspeção. Manoel retira três espécimes de cada bolsa dos caçadores.José retira um espécime, classifica-o e o repõe na bolsa, retirando em seguida um segundo espécime. Em qualquer caso, o caçador é multado se é encontrado pelo menos um espécime proibido.

a) (1,5 pontos) Qual a probabilidade de Manoel multar o pescador?

Solução:

Probabilidade de multa, é a probabilidade de encontrar um ou mais peixes do tipo B, ou P(multa) = P (X ≥ 1) que pode ser calculada como P(multa) = 1 – P(X=0) e, neste caso, sem reposição.

$$P(multa) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{2}{0}\binom{7-2}{3-0}}{\binom{7}{3}} = 1 - \frac{\binom{2}{0}\binom{5}{3}}{\binom{7}{3}} = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} = 0{,}7143$$

____

b) (1,0 ponto) Qual a probabilidade de José multar?

Solução:

Neste caso, com reposição.

$$P(multa) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{2}{0}\left(\frac{2}{7}\right)^0\left(1-\frac{2}{7}\right)^2 1 - \binom{2}{0}\left(\frac{2}{7}\right)^0\left(\frac{5}{7}\right)^2 = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49} = 0{,}4898.$$