Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina Probabilidade e Estatística
Gabarito AP3 2° semestre de 2014

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1- (1,5 pontos)

Uma marca de calças jeans envia seus produtos para serem fabricadas em tres empresas. 20% da calças é feita na empresa E1, 30% na E2 e 50% na E3. 20% da produção de calças fabricada na empresa E1 vem com algum defeito, 2% das calças fabricadas na empresa E2 também tem defeitos e E3, 2% também apresentam defeitos. Todas as calças quando chegam na fábrica são colocadas, indistintamente, em um mesmo local.Escolhendo uma calça ao acaso, qual a probabilidade dela ter defeito?

Resolução:

Sabendo que P(E1) = 0,30; P(E2) = 0,50 e P(E3) = 0,20 e chamando de D a probabilidade da calça jeans apresentar defeito, temos:

P(D/E1) = 0,20;

P(D/E2) = 0,02;

P(D/E3) = 0,02.

Como os eventos são mutuamente excludentes, pelo teorema da probabilidade total podemos escrever que a probabilidade da calça jeans ser defeituosa pode ser dada por

P(A) = P(D/E1)×P(E1) + P(D/E2)×P(E2) + P(D/E3)×P(E3).

Logo, P(D) = 0,20 x 0,30 + 0,02 x 0,50 + 0,02 x 0,20

e P(D) = 0,0600 + 0,0100 + 0,0040 = 0,00740

Questão 2- (1,5 pontos)
Um medicamento A, para redução do colesterol, foi testado para ver sua relação com a possibilidade de uma dor de cabeça, como efeito colateral. Participaram do teste 100 pessoas sendo que 32 efetivamente utilizaram o medicamento A e 68 utilizaram placebo. O seguinte resultado foi obtido:

	Medicamento A	Placebo
Sentiram dor de cabeça	15	65
Não sentiram dor de cabeça	17	3

Pergunta-se:

(a) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido dor de cabeça ou de ter sido tratada com o medicamento A?

Resolução:

$$P(dor.de.cabeça\_ou\_tratada.com.A) = \frac{80+32-15}{100} = 0{,}9700$$

(b) Se duas pessoas diferentes são selecionadas ao acaso, qual a probabilidade de que ambos tenham sentido dor de cabeça?

Resolução:

P(1ª.dor.de.cabeça_2ª.dor.de.cabeça) = P(1ª.dor.de.cabeça). P(2ª.dor.de.cabeça)
P(1ª.dor.de.cabeça_2ª.dor.de.cabeça) = 0,8 x 79/99 = 0,8 x 0,798 = 0,638

(c) Se uma dessas 100 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido dor de cabeça dado que foi tratada com o medicamento A?

Resolução:

$$P(dor.de.cabeça.tratada.com.A) = \frac{15}{32} = 0{,}4688$$

Questão 3 - (pontos)
A emergência de um determinado hospital solicita o serviço da ambulância, em média, 3 vezes por dia. Qual a probabilidade dessa solicitação ser de:

a) 4 chamadas num dia;

Resolução:

Distribuição de Poisson:

Chamadas por dia em média: λ = 3

$$P(k=4) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3}3^4}{4!} = 0{,}1680 \rightarrow 16{,}80\%$$

b) Nenhuma chamada em um dia;

Resolução:

$$P(k=0) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3}3^0}{0!} = 0{,}0498 \rightarrow 4{,}98\%$$

Questão 4 - (1 ponto)
Numa fábrica de móveis modulados se usava pinos de madeira para fixação. A questão era que havia reclamações dos montadores quanto o diâmetro do pino num lote da produção. Uma amostra de 10 pinos de madeira forneceu uma média de 0,96 cm de diâmetro e uma variância amostral de 0,09 cm^2. Calcule a probabilidade de se encontrar um pino como menos de 0,9 cm de diâmetro.

Resolução:

Usaremos fórmula

$$P(a<X<b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right).$$

Com os dados fornecidos

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{0{,}09}}{\sqrt{10}} \approx \frac{0{,}3}{3{,}1622} \approx 0{,}0948 \quad .$$

Daí teremos

$$P(X<0,9)=P\left(Z<\frac{0,9-0,96}{0,0948}\right)=P(Z<-0,6329)\approx P(Z<-0,63)$$

ou

$$P(X<0,9)\approx P(Z<-0,63)=0,5-P(Z<0,63)=0,5-0,2357=0,2643\ .$$

Questão 5 – (2,0 pontos)

Numa linha de produção era desejável verificar o tempo de montagem de um módulo eletrônico. Foi calculado uma média amostral de 10 equipamentos se obtendo 19,3 minutos. Calculou-se então outra média amostral com 100 equipamentos e foi obtido o valor 18,4 minutos. Para os dois casos a variância era de 1,69 minutos^2. Avalie o intervalo de confiança para as duas situações com coeficiente de confiança de 95%.
OBSERVAÇÃO: Devido a um erro de digitação esta questão será considerada correta tanto se for feita com a variância de 1,69 minutos^2 como com 1,69 segundos^2. Na resolução apresentada aqui será feita em minutos.
Resolução:
A fórmula para intervalo de confiança é dada por

$$IC(\mu,\gamma)=\left[\bar{X}-z_{\gamma/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{X}+z_{\gamma/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\ .$$

Para os dois casos $\gamma=0,95$ o que implica $z_{\gamma/2}=z_{0,475}=1,96$. Como $\sigma^2=1,69$, então $\sigma=1,3$.
Para o primeiro caso a média amostral é 19,3 e $n=10$ e, portanto, $\sqrt{n}\approx3,1623$. Com estes dados teremos

$$IC(\mu,)=\left[19,3-1,96\frac{1,3}{3,1623};19,3+1,96\frac{1,3}{3,1623}\right]\approx[19,3-0,8057;19,3+0,8057]\approx[18,49;20,11]\ .$$

Para o segundo caso a média amostral é 18,4 e $n=100$, ou seja, $\sqrt{n}=10$. Logo

$$IC(\mu,)=\left[18,4-1,96\frac{1,3}{10};18,4+1,96\frac{1,3}{10}\right]\approx[18,4-0,2548;18,4+0,2548]\approx[18,15;18,65]\ .$$

Questão 6 – (2,0 pontos)

Calcule as probabilidades abaixo:
a) P(X > 2,3) – Distribuição Normal com média 2,1 e variância 3,56;
Resolução:
Usaremos

$$P(a<X<b)=P\left(\frac{a-\mu}{\sigma}<Z<\frac{b-\mu}{\sigma}\right)\ .$$

Neste caso temos $\sigma^2=3,56\Rightarrow\sigma\approx1,8868$. Assim,

$$P(X>2,3)=P\left(Z>\frac{2,3-2,1}{1,8868}\right)\approx P(Z>0,1060)\approx P(Z>0,11)=0,5-0,0438=0,4562\ .$$

b) P(X > 2,3) – Distribuição exponencial com α = 1,2;
Resolução:
O cálculo da probabilidade neste caso é dado por

$$P(a<X<b)=\int_a^b \alpha e^{-\alpha x}dx=e^{-\alpha a}-e^{-\alpha b} \quad .$$

No caso específico aqui solicitado teremos

$$P(X>2,3)=e^{-1,2\times 2,3}-0=e^{-2,76}\approx 0,0633 \quad ,$$

pois esta distribuição vai a zero quando a variável X vai ao infinito.

c) P(X > 2,3) – Distribuição Uniforme no intervalo [-1, 4];
Resolução:

$$\frac{1}{b-a}\,, a\leq x\leq b\,;\, 0 \ \mathit{fora\,deste\,intervalo}$$

No nosso caso a = -1 e b = 4 e teremos a distribuição

$$\frac{1}{4-(-1)}=\frac{1}{5}\,,-1\leq x\leq 4 \quad .$$

Assim temos que a probabilidade pedida será

$$P(X>2,3)=\int_{2,3}^{4}\frac{1}{5}dx=\frac{1}{5}x|_{2,3}^{4}=\frac{4-2,3}{5}=\frac{1,7}{5}=0,34 \quad .$$

d) P(X > 2,3) – Distribuição dada pela função f(x) = (x + 2)/8, válida no intervalo [1, 3].
Resolução:
Como está assegurado que esta é uma distribuição de probabilidade, calcularemos diretamente a probabilidade. Portanto

$$P(X>2,3)=\int_{2,3}^{3}f(x)dx=\int_{2,3}^{3}\frac{x+2}{8}dx=\frac{1}{8}\left[\int_{2,3}^{3}x\,dx+2\int_{2,3}^{3}dx\right] \quad ,$$

$$P(X>2,3)=\frac{1}{8}\left[\frac{x^2}{2}|_{2,3}^{3}+2x|_{2,3}^{3}\right]=\frac{1}{8}\left[\frac{3^2-2,3^2}{2}+2\times(3-2,3)\right]=\frac{1,855+1,4}{8}\approx 0,4069 \quad .$$