Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

Gabarito da AP1 2° semestre de 2016

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1ª. Questão (3,0 pontos) 1.000 brasileiros que vão assistir a jogos das Olimpíadas foram sorteadas para participarem de uma pesquisa, com o objetivo de fazer um estudo sobre o número de cartões de crédito e a renda familiar desses torcedores, e verificar se há relação entre essas informações. A renda familiar é dada em número de salários mínimos (S.M.). Os resultados obtidos estão na tabela a seguir.

Renda	Não tem cartões de crédito	Tem um cartão de crédito	Tem mais de um cartão de crédito
Menos 10 S.M.	250	80	45
De [10 a 20) S.M.	100	220	65
De [20 a 30] S.M.	70	60	110
Mais de 30 S.M.	-	-	-

Sabendo que uma pessoa foi escolhida ao acaso, calcule as seguintes probabilidades :

a) (1,0 ponto) De que a pessoa tenha renda de [20 a 30] S.M.

SOLUÇÃO:

Total de pessoas que recebem entre 20 e 30 salários mínimos: 240

Total de pessoas pesquisadas: 1000

P(entre 20 e 30 S.M.) = $\frac{240}{1000} = 0{,}2400$

b) (1,0 ponto) Dado que a pessoa tem renda entre 10 e 20 S.M. , qual a probabilidade de que ela não tenha cartão de crédito?

SOLUÇÃO:

Total de pessoas que recebem entre 10 e 20 salários mínimos : 385

Total de pessoas que recebem entre 10 e 20 salários mínimos e não têm cartão de crédito: 100

P(não ter cartão/ renda entre 10 e 20 S.M.) = $\frac{100}{385} = 0{,}2594$

c) (1,0 ponto) Existe independência entre faixa de renda e o número de cartões de crédito ? Por que ?

SOLUÇÂO:

Não, pois para existir independência necessitaríamos ter, para todos os pares (i,j) de faixa de renda (FR_i) e a para a informação ter ou não cartões (C_j):

$P(FR_i \cap C_j) = P(FR_i) \times P(C_j)$.

Se para qualquer um desses pares isso não acontecer, é porque não existe independência. Podemos, por exemplo, verificar utilizando pessoas com renda entre 10 a 20 S.M. e que não têm cartões:

P(10 a 20 SM e não tem cartões) = 100 / 1000 = 0,1000

P(10 a 20 SM) = 385 / 1000 = 0,3850

P(não tem cartões) = 420 / 1000 = 0,4200

P(10 a 20 SM) X P(não tem cartões) = 0,3850 X 0,4200 = 0,1617

Como P(10 a 20 SM e não tem cartões) $\neq$ P(10 SM) X P(não tem cartões) não existe independência entre os eventos .

2ª. Questão (2,0 pontos) Dois atletas, Alberto e Bernardo, disputam uma série de 7 partidas de um determinado jogo, para saber qual irá representar o Brasil nos jogos pré-olímpicos. No entanto, todos os jogos acontecem na cidade de Alberto e, nesses casos, dizem que a probabilidade desse atleta ganhar a partida é 0,6. Não é possível o jogo ficar empatado. Se essa afirmação for verdadeira, qual a probabilidade de Bernardo representar o Brasil?

SOLUÇÂO:

Para Bernardo representar o Brasil, ele precisa ganhar 4 ou mais das 7 partidas disputadas com o Alberto. Sendo:

X: número de partidas ganhas por Bernardo

P: probabilidade de Bernardo ganhar uma partida.

Se Alberto tem 60% de probabilidade de ganhar os jogos, e como não pode haver empates, a probabilidade de Bernardo ganhar é de 40%, ou seja, a probabilidade de sucesso é p = 0,4 e, para encontrar a probabilidade de Bernardo representar o Brasil utiliza-se o modelo Binomial, com n = 7. Assim,

$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7)$

$P(X = 4) = 35 \times 0{,}6^3 \times 0{,}4^4 = 0{,}1935$

$P(X = 5) = 21 \times 0{,}6^2 \times 0{,}4^5 = 6 \times 0{,}08 \times 0{,}40 = 0{,}0774$

$P(X = 6) = 7 \times 0{,}6^1 \times 0{,}4^6 = 0{,}0172$

$P(X = 7) = 1 \times 0{,}6^0 \times 0{,}4^7 = 0{,}0016$

Logo,

$P(X \geq 4) = 0{,}1935 + 0{,}0774 + 0{,}0172 + 0{,}0016$

$P(X \geq 4) = 0{,}2897$.

3ª. Questão (2.0 pontos) Uma caixa contém 10 bolas brancas e 8 bolas pretas. Uma bola é selecionada ao acaso e então é retirada e substituída por duas bolas da cor oposta. Qual a probabilidade de que a segunda bola selecionada seja branca?

SOLUÇÃO:

Considere:

BP_i = {evento encontrar bola preta no sorteio "i"}

BB_i = {evento encontrar bola branca no sorteio "i"}.

O evento bola branca no segundo sorteio (BB_2) pode ser escrito como:

$$BB_2 = (BB_2 \cap BP_1) \cup (BB_2 \cap BP_1)$$

Como temos no momento inicial, um total de 18 bolas, sabemos que na primeira retirada temos que P(BB_1) = 8/18 e P(BP_1) = 10/18. Suponha que na primeira retirada tenha sido sorteada uma bola com preta. Então, antes da segunda retirada a caixa conterá 7 bolas pretas e 12 bolas brancas. Se no primeiro sorteio a bola sorteada for com número branca, para o segundo sorteio a caixa conterá 10 bolas pretas e 9 bolas com brancas. Dessa forma, a probabilidade condicional de uma bola branca ser extraída no segundo sorteio será, para cada um dos casos:

$$P(BB_2 \cap BP_1) = P(BB_2|BP_1)P(BP_1) = \frac{12}{19} \times \frac{8}{18} = 0{,}2807$$

e,

$$P(BB_2 \cap BB_1) = P(BB_2|BB_1)P(BB_1) = \frac{9}{19} \times \frac{10}{18} = 0{,}2632$$

Logo,

$$P(BB_2) = P(BB_2 \cap BP_1) + P(BB_2 \cap BB_1) = 0{,}2807 + 0{,}2632 = 0{,}5439.$$

4ª. Questão (3,0 pontos) Você trabalha em um *call center* que vende um determinado produto. Apenas 15% das ligações resultam numa venda. Calcule a probabilidade:

a) (1.5 ponto) De que sejam necessárias 10 ligações para que você consiga fazer a quarta venda.

SOLUÇÃO: Houve um equívoco nessa questão, era para estar escrito fazer 10 ligações para que se consiga efetuar a primeira venda. Dessa forma a questão será anulada e os pontos distribuídos nas outras questões.

b) (1.5 pontos) Se você fizer exatamente 20 ligações, qual a probabilidade de conseguir entre 2 e 4 vendas (incluindo 2 e 4!)?

SOLUÇÃO:

Queremos saber a probabilidade de se conseguir 2, 3 ou 4 vendas O número de chamadas é 20 e X o número de chamadas que resultam em vendas, Considerando que as 20 chamadas realizadas são independentes, e que a probabilidade de sucesso é de 15%, podemos utilizar o modelo binomial para encontrar:

$P(2 \leq X \leq 4) = P(X = 2) = P(X = 3) + P(X = 4)$

$P(X = 2) = 190 \times 0{,}85^{18} \times 0{,}15^2 = 0{,}2293$
$P(X = 3) = 1140 \times 0{,}85^{17} \times 0{,}15^3 = 0{,}2428$
$P(X = 4) = 4845 \times 0{,}85^{16} \times 0{,}15^4 = 0{,}1821$

Logo,

$P(2 \leq X \leq 4) = 0{,}2293 + 0{,}2428 + 0{,}1821 = 0{,}6532$