Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

GABARITO da AP1 2° semestre de 2014

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (1,5 pontos) Calcular o valor esperado (média), a variância e o desvio padrão da distribuição de Bernoulli, dada na tabela abaixo:

X	0	1
p	(1-p)	p

Solução:

- A média (E(x) ou μ) é dada por:
  $\mu = 0 \times (1-p) + 1 \times p = p$

- A variância:
  $\sigma^2 = (0-p)^2 \times (1-p) + (1-p)^2 \times p$
  $\sigma^2 = \left(p^2 - p^3\right) + \left(p - 2p^2 + p^3\right)$
  $\sigma^2 = p - p^2 = p(1-p)$

- E desvio padrão é:
  $\sigma = \sqrt{p - p^2} = \sqrt{p(1-p)}$

Questão 2 (2,5 pontos) Um novo equipamento está sendo testado para saber se um indivíduo ingeriu bebida alcoólica ou não. O teste foi realizado em 200 pessoas e encontrou-se o seguinte resultado:

	Ingeriu álcool	Não ingeriu álcool
Resultado positivo (houve ingestão de álcool)	59 (positivo verdadeiro)	14 (falso positivo)
Resultado negativo (não houve ingestão de álcool)	3 (falso negativo)	124 (negativo verdadeiro)

(a) (1,2 pontos) se uma das 200 pessoas é escolhida aleatoriamente, encontre a probabilidade de o teste dar positivo, visto que esta pessoa realmente ingeriu álcool.

Solução:

Queremos encontrar a probabilidade do teste dar positivo, visto que ela realmente ingeriu álcool *P(positivo_ingeriu)*. Estamos então, trabalhando com a primeira coluna da tabela.

$$P(positivo\_ingeriu) = \frac{59}{62} = 0{,}9516$$

(b) (1,3 pontos) se uma das 200 pessoas é escolhida aleatoriamente, encontre a probabilidade dessa pessoa realmente ter ingerido álcool, visto que o teste deu positivo.

Solução:

$$P(ingeriu\_teste.positivo) = \frac{59}{73} = 0{,}8082$$

Questão 3 – (3,0 pontos) Um medicamento está sendo testado para saber se causa insônia, como efeito colateral. 200 pessoas participaram do teste sendo que 62 realmente ingeriram o remédio e 138 tomaram placebo. Obteve-se o seguinte resultado:

	Remédio A	Placebo
Causou insônia	59	14
Não causou insônia	3	124

Pergunta-se:

(a) Se uma dessas 200 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido insônia?

Solução:

$$P(insônia) = \frac{(59+14)}{200} = \frac{73}{200} = 0{,}365$$

(b) Se uma dessas 200 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido insônia ou de ter tomado placebo?

Solução:

$$P(insônia\_ou\_tomado.placebo) = \frac{73+138-14}{200} = 0{,}9850$$

(c) Se uma dessas 200 pessoas for selecionada ao acaso, qual a probabilidade dela ter tido insônia dado que foi tratada com o remédio A?

Solução:

$$P(insônia.remédio.A) = \frac{59}{62} = 0{,}9516$$

Questão 4 – (3,0 pontos) Um pote contém 30 biscoitos, 12 deles sabor morango e 18 sabor chocolate. 9 biscoitos são selecionados ao acaso. Seja X o número de biscoitos sabor chocolate retirados na amostra (dentre os 9 selecionados). Calcule a probabilidade de X ser igual a 4 quando:

(a) (1,5 pontos) A amostragem é feita com reposição, ou seja, cada biscoito é selecionado e depois recolocado no pote.

Solução:

Seja N = 30 (tamanho da população = quantidade de biscoitos no pote), n = 9 (tamanho da amostra), X = número de biscoitos de chocolate na amostra, p = 18/30 (proporção de biscoitos de chocolate no pote). Se a amostragem é com reposição, temos:

$$P(X = x) = \binom{9}{x}(0,6)^{x}(0,4)^{9-x}$$

Para $x = 4$ temos:

$$P(X = 4) = \binom{9}{4}(0,6)^{4}(0,4)^{5} = 126 \times 0,1296 \times 0,01024 = 0,1672$$

(b) (1,5 pontos) A amostragem é feita sem reposição, ou seja, cada biscoito selecionado não retorna ou pote.

Solução:

Novamente, N = 30 (tamanho da população = quantidade de biscoitos no pote), n = 9 (tamanho da amostra), X = número de biscoitos de chocolate na amostra, p = 18/30 (proporção de biscoitos de chocolate no pote) e agora a amostragem é sem reposição. Neste caso:

$$P(X = x) = \frac{\binom{18}{x}\binom{12}{9-x}}{\binom{30}{9}}$$

Para $x = 4$ temos:

$$P(X = 4) = \frac{\binom{18}{4}\binom{12}{9-4}}{\binom{30}{9}} = \frac{\binom{18}{4}\binom{12}{5}}{\binom{30}{9}} = \frac{2.423.520}{1.802.700.900} = 0,001344$$