

Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
AP1 1º semestre de 2006
Gabarito

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1- Primeira questão (5,0 pontos):

Conhece-se os resultados de pesquisas aplicadas aos funcionários do setor de contabilidade de duas empresas, apresentados a seguir, onde n_i é a frequência de ocorrência de cada valor e, para a variável escolaridade temos que:

1 significa que o funcionário tem o curso fundamental completo

2 significa que o funcionário tem o curso médio completo

3 significa que o funcionário tem o curso superior completo

Empresa A

Tabela A-1

	faixa salarial (em reais)	n_i	Escolaridade
1	300,00 - 800,00	24	1
2	800,00 - 1300,00	8	1
3	1300,00 - 1800,00	18	2
4	1800,00 - 2300,00	12	2
5	2300,00 - 2800,00	5	3
6	2800,00 - 3300,00	2	3
7	3300,00 - 3800,00	2	3
8	3800,00 - 4300,00	1	3
9	4300,00 - 4800,00	3	3
10	4800,00 - 5300,00	1	3
11	5300,00 - 5800,00	1	3
12	5800,00 - 6300,00	2	3
13	6300,00 - 6800,00	5	3
14	6800,00 - 7300,00	7	3
Total		91	

Empresa B

Tabela B-1

	faixa salarial (em reais)	n_i	escolaridade
1	300,00 - 800,00	6	1
2	800,00 - 1300,00	4	1
3	1300,00 - 1800,00	2	2
4	1800,00 - 2300,00	2	2
5	2300,00 - 2800,00	2	2
6	2800,00 - 3300,00	1	3
7	3300,00 - 3800,00	1	3
8	3800,00 - 4300,00	1	3
9	4300,00 - 4800,00	1	3
10	4800,00 - 5300,00	1	3
Total		21	

Pergunta-se:

1.1- Primeira questão -Parte 1- (3,0 pontos)

Comparando as duas empresas verifique:

- a) (1,5 pontos) verifique como é a distribuição dos funcionários em relação à escolaridade nas 2 empresas (proporção de funcionários de nível fundamental, médio e superior). Calcule qual tem a maior proporção de funcionários que não concluíram o nível superior.

Resposta:

Empresa A

Escolaridade	n_i	freq. relativa	fac
1	32	0,35	0,35
2	30	0,33	0,68
3	29	0,32	1,00
Total	91	1	-

Empresa B

Escolaridade	n_i	freq. relativa	fac
1	10	0,48	0,48
2	6	0,29	0,76
3	5	0,24	1,00
total	21	1,00	-

- Na empresa A 35% dos funcionários têm curso fundamental completo, 33% tem o curso médio completo e 32% têm o curso superior enquanto que na empresa B, 48% têm o curso fundamental completo, 29% têm o curso médio completo e apenas 24% completaram o curso superior.

- Em relação aos funcionários que não concluíram o nível superior (escolaridade 1 + escolaridade 2): na empresa B 76% dos funcionários não concluíram o curso superior e na empresa A 68% dos funcionários estão na mesma situação, ou seja somente com o curso fundamental ou médio

completo.

- b) (1,5 pontos) qual a média, dos salários dos funcionários com curso superior? E em que faixa salarial se encontram a moda e a mediana?
(Considere para o cálculo da média, a média de salários da respectiva faixa).

Resposta:

Empresa A

Os funcionários com nível superior, escolaridade 3, são 29 funcionários que vão da faixa salarial 5 até a faixa 14 na tabela, que pode ser reescrita como:

	faixa salarial (em reais)	n_i	escolaridade	salário médio por faixa (R\$)
5	2300,00 - 2800,00	5	3	2550,00
6	2800,00 - 3300,00	2	3	3050,00
7	3300,00 - 3800,00	2	3	3550,00
8	3800,00 - 4300,00	1	3	4050,00
9	4300,00 - 4800,00	3	3	4550,00
10	4800,00 - 5300,00	1	3	5050,00
11	5300,00 - 5800,00	1	3	5550,00
12	5800,00 - 6300,00	2	3	6050,00
13	6300,00 - 6800,00	5	3	6550,00
14	6800,00 - 7300,00	7	3	7050,00
Total		29		

Assim, o cálculo da média salarial da empresa A pode ser dado por:

$$x_{obs} = \frac{\sum_{i=5}^{14} n_i \cdot x_i}{29} =$$
$$= \frac{5 \times 2.550,00 + 2 \times 3.050,00 + 2 \times 3.350,00 + 4.050,00 + 3 \times 4.550,00 + 5.050,00 + 5.550,00 + 2 \times 6.050,00 + 5 \times 6.550,00 + 7 \times 7.050,00}{29} =$$
$$x_{obs} = \frac{148.450,00}{29} = 5.118,97$$

Ou seja, a média salarial dos funcionários de nível superior da empresa A é $x_{obs} = R\$5.118,97$, a moda está na faixa 1, com 24 funcionários e a mediana, posição 46, está na terceira faixa salarial, de R\$ 1300,00 a R\$1800,00.

Empresa B

Os funcionários com nível superior desta empresa, são 5 funcionários que vão da faixa salarial 6 a faixa 10 na tabela. Assim, o cálculo da média salarial da empresa B (mostrado agora como tabela) pode ser dado por:

	faixa salarial (em reais)	n_i	escolaridade	média em real (por faixa)	$n_i \cdot \text{média/faixa}$
6	2800,00 - 3300,00	1	3	3550,00	3550,00
7	3300,00 - 3800,00	1	3	4050,00	4050,00
8	3800,00 - 4300,00	1	3	4550,00	4550,00
9	4300,00 - 4800,00	1	3	5050,00	5050,00
10	4800,00 - 5300,00	1	3	5550,00	5550,00
Total		21		Somatório=	22750,00

$$x_{obs} = \frac{\sum_{i=6}^{10} n_i \cdot x_i}{5} = \frac{22.750,00}{5} = 4.550,00$$

Para a empresa B, o salário médio dos funcionários com nível superior é R\$ 4550,00, a moda também está na faixa 1, com 6 funcionários e a mediana, posição 11, está na terceira faixa salarial, de R\$ 1300,00 a R\$1800,00.

1.2- Primeira questão -Parte 2- (2,0 pontos)

- a) (1,5 pontos) Sabendo que a média dos salários da Empresa A é R\$ 2445,60 e da Empresa B é R\$ 1907,14 e que o desvio padrão dos salários da Empresa A é R\$ 2128,45. Calcule o desvio padrão da Empresa B. Qual deve ser o aumento salarial da Empresa B para que as duas empresas tenham o mesmo desvio padrão?**

Resposta:

Sabendo que:

$$var_{obs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{obs})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_{obs})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (\text{desvio})^2$$

$$\text{com..desvio} = x_i - \bar{x}_{obs}$$

e

$$dp_{obs} = \sqrt{var_{obs}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{obs})^2}$$

O cálculo do desvio padrão da Empresa B, que tem média $\bar{x}_{obs} = R\$1907,14$, é apresentado na tabela a seguir:

faixa	n_i	média em real (por faixa)	desvio	desvio^2	$n_i \cdot \text{desvio}^2$
1	6	1050,00	-857,14	734688,98	4408133,88
2	4	1550,00	-357,14	127548,98	510195,92
3	2	2050,00	142,86	20408,98	40817,96
4	2	2550,00	642,86	413268,98	826537,96
5	2	3050,00	1142,86	1306128,98	2612257,96
6	1	3550,00	1642,86	2698988,98	2698988,98
7	1	4050,00	2142,86	4591848,98	4591848,98
8	1	4550,00	2642,86	6984708,98	6984708,98
9	1	5050,00	3142,86	9877568,98	9877568,98
10	1	5550,00	3642,86	13270428,98	13270428,98
Total	21			somatório=	45.821.488,57

$$var_{obs} = \frac{1}{21} \sum_{i=1}^k n_i (desvio)^2 = \frac{45.821.488,57}{21} = 2.181.975,65$$

$$dp_{obs} = \sqrt{var_{obs}} = \sqrt{2.181.975,65} = 1.477,15$$

Em relação ao aumento necessário na empresa B para que ele tenha o mesmo desvio padrão da empresa A, sabemos que se multiplicarmos os valores de uma tabela por um valor constante, o desvio padrão também será multiplicado por esse valor. Assim:

$$dp_{emp_B} \times (valor) = dp_{emp_A}$$

$$1.477,15 \times (valor) = 2.128,45$$

$$valor = 1,44$$

Ou seja, a empresa B deve ter 44% de aumento para que os desvios padrão fiquem iguais.

b) (0,5 pontos) Classifique cada variável das tabelas A e B (salário e escolaridade).

Resposta

Salário: variável quantitativa contínua

Escolaridade: variável qualitativa ordinal

2- Segunda questão - (2,0 pontos)

2.1 - Segunda questão -Parte 1- (1,0 ponto)

Anulada

2.2 - Segunda questão -Parte 2- (1,0 ponto)

Dois eventos A e B ocorrem com probabilidade 0,4 e 0,2 respectivamente. Calcule a probabilidade de ocorrer os eventos A e B simultaneamente se:

1) se A e B forem disjuntos

2) se A e B forem independentes

Respostas:

A probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem simultaneamente é a probabilidade da intersecção de A com B.

1) Se A e B forem disjuntos a intersecção é nula sendo nula também a probabilidade

2) Se A e B são independentes, a probabilidade de A e B ocorrerem simultaneamente, por definição de independência, é igual ao produto das probabilidades de A e B, ou seja $0,4 \times 0,2 = 0,08$.

3 - Terceira questão - (3,0 pontos)

Um fabricante de um determinado produto eletrônico suspeita que 2% de seus produtos apresentam algum defeito. Se sua suspeita for correta determine:

3.1- Terceira questão -Parte 1- (2,0 pontos)

Utilizando o modelo binomial, qual a probabilidade de que, numa amostra com 9 de seus produtos,

- i- não tenha nenhum defeituoso**
- ii- tenha no máximo um defeituoso**

Respostas:

Modelo binomial:

$$P(X = x_k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

i - não tenha nenhum defeituoso

$$P(X = 0) = \binom{9}{0} \times 0,2^0 \times 0,8^{9-0} = 1 \times 1 \times 0,1342 = 0,1342$$

ii- tenha no máximo um defeituoso

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,1342 + \binom{9}{1} \times 0,2^1 \times 0,8^{9-1}$$

$$P(X \leq 1) = 0,1342 + \frac{9!}{1!(9-1)!} \times 0,2^1 \times 0,8^8$$

$$P(X \leq 1) = 0,1342 + 0,3020 = 0,4362$$

3.2- Terceira questão -Parte 2- (1,0 ponto)

Utilize o modelo geométrico para saber se esse fabricante for escolher aleatoriamente 4 desses produtos para mostrar a um vendedor, qual a probabilidade de somente o quinto estar defeituoso?

Resposta:

Modelo geométrico

$$P(X = k) = p (1-p)^{k-1}$$

$$P = 0,2(1 - 0,2)^4 = 0,2 \times 0,8^4 = 0,0819$$
