Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

AP1 2° semestre de 2018

GABARITO

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (3,0 pontos) Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato à base de carne. Considere que 20% dos fregueses do sexo masculino preferem a salada, 30% das mulheres escolhem carne, 75% dos fregueses são homens. Para um freguês sorteado ao acaso desse restaurante, obtenha a probabilidade dele:

(a) preferir salada;

<u>SOLUÇÂO</u>

<u>Obs</u>: essa é uma questão praticamente igual a uma questão da AD1. Coloco aqui uma outra forma para desenvolver a questão.

Consideram-se os seguintes eventos:

H: freguês é homem — A: freguês prefere salada

M: freguês é mulher — B: freguês prefere carne.

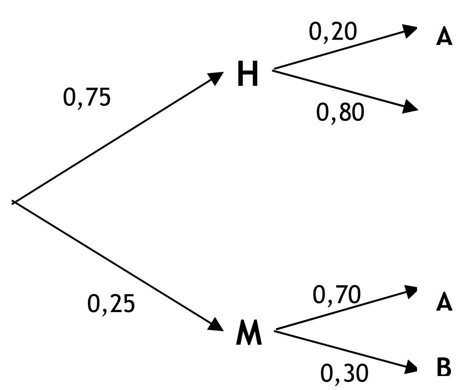
Temos pelo enunciado:

$P(H) = 0{,}75$,

$P(A/H) = 0{,}20$ e

$P(B/M) = 0{,}30$.

Com isso, podemos construir o seguinte diagrama de árvore:



Preferir salada;

Temos que calcular P(A). Utilizando o diagrama de árvore, temos que

$P(A) = P(A \cap H) + P(A \cap M) = P(A / H)\, P(H) + P(A /M)\, P(M) = (0{,}20 \,.\, 0{,}75\,) + (0{,}70 \,.\, 0{,}25)$
$P(A) = 0{,}325$

(b) preferir carne dado que é um homem:

<u>SOLUÇÂO</u>

Temos que calcular P(B/H). Pelo diagrama de árvore, temos que P(B/H) = 0,80

(c) ser uma mulher, sabendo-se que prefere salada?

<u>SOLUÇÂO</u>

Temos que calcular P(M / A). Mas, sabemos que

$$\mathrm{P(M\ / A)} = \frac{\mathrm{P(M)P(A/M)}}{\mathrm{P(A/H)P(H)+P(A/M)P(M)}}.$$

Logo, utilizando o item (a) e o diagrama de árvore, temos que

$$\mathrm{P(M\ / A)} = \frac{0{,}25 * 0{,}70}{0{,}20 * 0{,}75 + 0{,}25 * 0{,}70} = 0{,}538.$$

Questão 2 (3,0 pontos) Três em cada quatro alunos de uma universidade fizeram cursinho antes de prestar vestibular. Se 16 alunos são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que:

(a) Pelo menos 15 tenham feito cursinho?

<u>SOLUÇÂO</u>

Distribuição binomial $P(X = x_k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}, k = 0,1,..,n$

Seja X o número de alunos que fizeram cursinho

p: probabilidade de um aluno, selecionado ao acaso, ter feito cursinho; p = 0,75 e,

X ~b (16; 0,75),

ou seja, a variável aleatória X tem distribuição binomial com parâmetros *n* = 16 e *p* = 0,75.

Assim, a probabilidade de que pelo menos 15 tenham feito cursinho é dada por:

$P(X \geq 14) = P(X=15) + P(X=16) = 0{,}0535 + 0{,}0100 = 0{,}0635.$

(b) No máximo 14 tenham feito cursinho?

SOLUÇÂO

Utilizando a função de distribuição apresentada no item (a) temos,

$P(X \leq 14) = P(X=0) + P(X=1) + \ldots + P(X=14)$ ou

$P(X \leq 14) = 1 - P(X > 14) = 1 – (P(X =15) + P(X =16)) = 1- 00635 = 0,9365$

(c) Em um grupo de 80 alunos selecionados ao acaso, qual é o número esperado de alunos que fizeram cursinho? E a variância?

SOLUÇÂO

Y: número de alunos que fizeram cursinho entre os 80 selecionados

$Y \sim B(80; 0,75)$

O número esperado de alunos que fizeram cursinho é dado por:

$\mu = E(X) = n ,p = 80 . 0,75 = \mathbf{60}$

A variância é dada por:

$\sigma^2 = Var(x) = n . p . (1-p) = 15$

Questão 3 (1,5 pontos) Considere uma urna com 3 bolas brancas e duas bolas vermelhas. Retiram-se duas bolas da urna, uma após a outra sem reposição. Defina a variável aleatória X igual a 1 se a primeira bola retirada é branca, e igual a 0 se esta é vermelha. Analogamente, defina Y =1 se a segunda bola é branca e 0 se é vermelha. Calcule Cov(X,Y).

SOLUÇÂO

Seja *X* a variável aleatória igual a 1 se a primeira bola retirada é branca, e 0 se é vermelha.

Temos que:

$P(X = 0) =0,4$

$P(X = 1) = 0,6$

Seja Y a variável aleatória igual a 1 se a segunda bola é branca e 0 se é vermelha. Temos então que:

$P(Y = 0) = P(Y=0 \mid X=0) . P(X=0) + P(Y=0|X=1) . P(X=1) = 0,25 . 0,4 + 0,5 . 0,6 = 0,4$

$P(Y = 1) = P(Y=1 \mid X=0) . P(X=0) + P(Y=1|X=1) . P(X=1) = 0,75 . 0,4 + 0,5 . 0,6 = 0,4$

e, $P(XY = 1) = P(Y=1|X=1) . P(X=1) – 0,3$

Logo, $Cov (X,Y) = E(XY) – E(X)E(Y) = 0,3 – 0,6 . 0,6 = -0,06$

Questão 4 (1,5 pontos) Ao lançar um dado muitas vezes uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de freqüência que a face 1, e que as outras faces saíam com a freqüência esperada em um dado não viciado. Lançando-se o dado uma vez, qual a probabilidade de sair a face 1?

SOLUÇÂO:

Probabilidade de sair a face 1: P(1) = x

Probabilidade de sair a face 6: P(6) = 2x

Probabilidade de sair qualquer outra face: P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = 1/6

Calculando P(1) e P(6):

P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1

x + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 2x = 1 => 3x = 1 – 4/6 => x = 1/9

Logo: **P(1) = 1/9** .

Questão 5 (1,0 pontos) Em um certo tipo de fabricação de fita magnética, ocorrem cortes a uma taxa de um corte por 2000 m. Qual é a probabilidade de que um rolo com comprimento de 4000 m apresente no máximo dois cortes?

SOLUÇÃO:

Distribuição de Poisson $P(X=k)=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}, k=0,1,2,\ldots$, com λ = 2.

Seja Y o número de cortes em um rolo de 4000m, logo:

P(Y ≤ 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2)

P(Y ≤ 2) = e^{-2} (2^0/0!) + e^{-2} (2^1/1!) + e^{-2} (2^2/2!),

logo

P(Y ≤ 2) = 0,6767