Fundação CECIERJ - **Vice Presidência de Educação Superior a Distância**

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Disciplina - Probabilidade e Estatística

GABARITO da AP1 1° semestre de 2015

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (3,0 pontos) Uma pequena cirurgia para extração de cálculos renais a laser pode ser realizada por 2 diferentes técnicas A e B. Foi feito um estudo para avaliar a recuperação, em dias de cada uma das 2 técnicas (Dias(A) e Dias (B), obtendo:

D_A	*0*	*4*	*5*	*6*	*10*
p	*0,2*	*0,2*	*0,2*	*0,2*	*0,2*

D_B	*4*	*5*	*6*
p	*0,3*	*0,4*	*0,3*

a) (1,5 pontos) Encontrar as medidas de tendência central dessas técnicas (média, mediana e moda).

Solução:

$$\mu_A = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i = 0,2(0+4+5+6+10) = 5$$

$$Mediana = 5$$

$$Moda \rightarrow multi\,\mathrm{mod}\,al$$

$$\mu_C = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 0,3 \times 4 + 0,4 \times 5 + 0,3 \times 6 = 5,0$$

$$Mediana = 5$$

$$Moda \rightarrow 5$$

b) (1,5 pontos) Informar qual é a melhor técnica baseado nas medidas de dispersão (desvio padrão e variância).

Solução:

$$Var(X)_A = \sum_{i=1}^{5}(x_i - \mu)^2 p_i$$
$$Var(X)_A = (0-5)^2 \times 0{,}2 + (4-5)^2 \times 0{,}2 + (5-5)^2 \times 0{,}2 + (6-5)^2 \times 0{,}2 + (10-5)^2 \times 0{,}2 = 10{,}40$$
$$Desvio(X)_A = \sqrt{Var(X)_A} = 3{,}2245$$
$$Var(X)_B = \sum_{i=1}^{3}(x_i - \mu)^2 p_i = (4-5)^2 \times 0{,}3 + (5-5)^2 \times 0{,}4 + (6-5)^2 \times 0{,}3 = 0{,}6$$
$$Desvio(X)_B = \sqrt{Var(X)_B} = 0{,}7746$$

As 2 técnicas têm o mesmo tempo médio de recuperação, que são 5 dias. No entanto a técnica B tem a menor variância e desvio padrão, e por essa razão pode ser considerada a melhor técnica.

Questão 2 (2,5 pontos) Um grupo de amigos resolveu fazer uma competição de lançamentos de bolas na cesta de basquete. Um deles, em seus treinos, percebeu que acerta a cesta somente em 20% dos lançamentos. Um grupo de amigos dele (grupo A) apostou que nos 10 lançamentos que ele fizer na competição, ele acertará no máximo uma vez. Um outro grupo (grupo B) acha que esse acerto só acontecerá em sua última tentativa (a décima). Verifique a probabilidade em cada uma das situações: (i)acertar na cesta no máximo uma vez; (ii) acertar somente na décima tentativa.

(i) acertar na cesta no máximo uma vez

Solução:

O modelo binomial é o adequado para esse caso, com p=0,2. Como se quer saber a probabilidade dele acertar no máximo uma vez, existem duas possibilidades: não acertar a cesta nenhuma vez e acertar apenas um vez. Assim,

$$P(X \le 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$
$$P(X \le 1) = \binom{10}{0} 0{,}2^0 (1-0{,}2)^{(10-0)} + \binom{10}{1} 0{,}2^1 (1-0{,}2)^{(10-1)}$$
$$P(X \le 1) = 1 \times 1 \times 0{,}8 + 10 \times 0{,}2 \times 0{,}8^9$$
$$P(X \le 1) = 0{,}37581$$

(ii) acertar somente na décima tentativa.

Solução:

Neste caso temos k ensaios de Bernoulli que precedem o 1º sucesso e podemos aplicar o modelo Geométrico.

$$P(X = 10) = p \times (1-p)^{k-1} = 0{,}2 \times (1-0{,}2)^9 = 0{,}2 \times 0{,}8^9 = 0{,}02684 \rightarrow P(X = 10) = 0{,}02684$$

Questão 3 (2,5 pontos) Em uma caixa azul há 10 bolas (4 pretas e 6 cinzas) que serão colocados na verde junto com os 13 paralelogramos da caixa amarela, sendo 5 pretos e 8 cinzas. Pergunta-se:
(i) Se forem tirados simultaneamente dois objetos da caixa verde, qual a probabilidade dos dois serem bolas?

Solução:

P(2 bolas) = 10 / 23 x 9/22 = 0,4348 x 0, 4091 = 0,1779

(iii) Se após o primeiro sorteio de um objeto da caixa verde, for feito um outro sorteio, com a caixa verde completa (10 bolas e 13 paralelogramos), qual a probabilidade dos dois serem paralelogramos? E destes paralelogramos serem cinza?

Solução:

Nesse caso temos a probabilidade de retirar 2 paralelogramos, com reposição, isto é:
P(2 paralelogramos)= 13/23 x 13/23 = 0,5652 x 0,5652 = 0,3195

A probabilidade de se retirar 2 paralelogramos cinzas, com reposição, é
P(2 paralelogramos cinza)= 8/23 x 8/23 = 0,3478 x0,3478 = 0,1210

Questão 3 (2,0 pontos) Um fabricante de um determinado produto eletrônico suspeita que 1,8 % de seus produtos apresentam algum defeito. Se sua suspeita for correta, utilize um modelo de variável aleatória discreta adequado e determine:
(i) qual a probabilidade de que, numa amostra com 9 produtos tenha menos de dois produtos defeituosos

Solução:

O modelo indicado é o binomial, onde a função de probabilidade é dada por:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\times p^k\times(1-p)^{n-k}, k=0,1,2,3,\ldots,n$$

,

n é o total de produtos, k a quantidade de sucessos que desejo verificar, p a probabilidade de sucesso em uma única tentativa, ou seja a probabilidade de um produto ser defeituoso, e q a probabilidade de fracasso. Neste caso, p = 0,018 e q = 1-p = 0,982 e desejamos calcular:

$$P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)$$

onde:

$$P(X=0)=\binom{9}{0}(0{,}018)^0(0{,}982)^{(9-0)}=0{,}8492$$

e

$$P(X=1)=\binom{9}{1}(0{,}018)^1(0{,}982)^{(9-1)}=0{,}1401$$

Assim,

$$P(X<2)=0{,}8492+0{,}1401=0{,}9893$$

Logo a probabilidade de encontrarmos menos de dois produtos com defeito na amostra é de 98,93%.

(ii) se o fabricante for retirar aleatoriamente 5 desses produtos, sequencialmente, para mostrar a um vendedor, qual a probabilidade de somente o último estar defeituoso?

Solução:

Neste caso deve-se utilizar o modelo geométrico, dado por:

$$P(X=k)=p\,q^k$$

onde k é número de vezes que antecede o primeiro sucesso e p a probabilidade de sucesso em uma única tentativa e q a probabilidade de fracasso.

$$P(X = 4) = 0{,}018 \times 0{,}982^4 = 0{,}0167$$

logo a probabilidade de somente o último produto apresentar defeito em uma amostra de 5 é de 1,67%.