



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
Gabarito da AP1 2º semestre de 2019

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

Questão 1 (2,0 pontos) - Um determinado remédio está sendo testado para combater os efeitos nocivos de um determinado inseto, que causa febre, dores de cabeça e outros sintomas. Os dados a seguir indicam o tempo de recuperação (em horas) de cada indivíduo: 20, 9, 7, 2, 12, 7, 20, 15 e 7.

- a) (0,5 pontos) Determine a moda, a média e a mediana.

Solução:

Conjunto de dados: 2, 7, 7, 7, 9, 12, 15, 20, 20.

Média: $\mu = 11,0$;

Mediana: $Md = 9$;

Moda: $Mo = 7$.

- b) (1,5 pontos) Separe esse conjunto em dois grupos: (i) Grupo 1: aqueles em que a cura se deu de forma rápida, considerando esse tempo até 10 horas; (ii) Grupo 2: aqueles que tiveram tempo de cura mais lenta do que esperado, quando o tempo de cura for maior do que 10 horas. Se chamarmos de coeficiente de variação (CV) a relação entre o desvio padrão (DP) e a média M , ou seja, $CV = DP/M$, compare os coeficientes de variação desses dois grupos com o coeficiente de variação de todo o grupo.

Solução:

Grupo 1: 2, 7, 7, 7, 9

Grupo 2: 12, 15, 20, 20

Nesse caso temos:

| | Media | Dp | CV |
|---------|-------|--------|--------|
| Grupo 1 | 6,4 | 2,0219 | 0,3159 |
| Grupo 2 | 16,75 | 3,4187 | 0,2041 |

Podemos observar que o grupo de cura rápida, grupo 2, apresentou menor coeficiente de variação.

Questão 2 (1,0 ponto) - De uma sacola contendo 18 bolas numeradas de 1 a 18 retira-se uma bola. Qual é a probabilidade da numeração desta bola ser um número divisível por 2 e por 3?

Solução:

A parte da solução a seguir, que está em cinza, seria se o número fosse dividido por 2 OU por 3, como eu pretendia colocar, mas escrevi errado e não percebi. Coloquei 2 E 3, então a resposta seria somente a intersecção dos eventos E_{D2} e E_{D3}

O espaço amostral é dado por $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 \}$

Chamando de:

E_{D2} o evento da ocorrência das bolas com números divisíveis por 2:

$$E_{D2} = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 \}$$

E por E_{D3} o evento da ocorrência das bolas com números divisíveis por 3:

$$E_{D3} = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$$

Logo, a probabilidade de sair uma bola com número divisível por 2 é $P_{(D2)} = 9/18 = 0,5$ e a probabilidade de sair uma bola com número divisível por 3 é $P_{(D3)} = 6/18 = 0,3333$.

Como estamos interessados em uma ocorrência ou em outra, devemos encontrar a união de eventos mas, nesse caso, eles não são mutuamente exclusivos. Logo:

$$P((D2) \cup (D3)) = P_{(D2)} + P_{(D3)} - (P_{(D2)} \cap P_{(D3)}) = 9/18 + 6/18 - 3/18 = 12/18$$

$$P((D2) \cup (D3)) = 0,6667$$

Como estamos interessados em uma ocorrência **E** em outra, devemos encontrar a intersecção dos eventos, ou seja:

$$P((D2) \cap (D3)) = 3/18 = 0,1667$$

Questão 3 (2,0 pontos)- Uma empresa formará um comitê para se posicionar sobre determinados temas de seu interesse, e que será constituído por três estagiários escolhidos aleatoriamente entre os dez estagiários dessa empresa. O primeiro escolhido será o coordenador do comitê, o segundo será o fiscal e o terceiro escolhido será o secretário do comitê. Metade desses dez estagiários estão há pouco tempo na empresa e a outra metade já está para se formar e concorrendo a um emprego definitivo na empresa.

Solução:

Designando de N ao estagiário novo e A ao estagiário antigo, podemos ter as seguintes configurações, onde o primeiro é coordenador, o segundo é o fiscal e o terceiro o secretário do comitê:

$$H = \{ NNN, NNA, NAN, ANN, NAA, ANA, AAN, NNN \}$$

Sendo o evento $B_k = \{ k \text{ estagiários novos no comitê} \}$ ou seja, B_0, B_1, B_2, B_3 designam nenhum, um, dois ou três estagiários novos no comitê, respectivamente, e $A = \{ \text{coordenador é um estagiário antigo} \}$. Assim, cada configuração tem uma probabilidade associada, ou seja:

| Configurações do comitê | Probabilidade |
|-------------------------|---|
| 1- NNN | $(5/10) \times (4/9) \times (3/8) = 3/36$ |
| 2- NNA | $(5/10) \times (4/9) \times (5/8) = 5/36$ |
| 3- NAN | $(5/10) \times (5/9) \times (4/8) = 5/36$ |
| 4- ANN | $(5/10) \times (5/9) \times (4/8) = 5/36$ |
| 5- NAA | $(5/10) \times (5/9) \times (4/8) = 5/36$ |
| 6- ANA | $(5/10) \times (5/9) \times (4/8) = 5/36$ |
| 7- AAN | $(5/10) \times (4/9) \times (5/8) = 5/36$ |
| 8- AAA | $(5/10) \times (4/9) \times (3/8) = 3/36$ |

Tabela 1: Tabela de probabilidades

- a) (1,0 ponto) Qual é a probabilidade do coordenador ser um estagiário novo e que, além dele, tenha mais um estagiário novo?

Solução:

Nesse caso, $P(\text{coord. mais um N})$, temos as configurações 2 e 3:

$$P(\text{coord. mais um N}) = 5/36 + 5/36 = 10/36 = 0,2778$$

No gabarito havia um erro na soma, onde $5/36 + 5/36$ estava igual a $15/36!!!$

- b) (1,0 ponto) Se soubermos que o coordenador é um estagiário antigo, qual a probabilidade dos outros dois serem estagiários novos?

Solução:

Nesse caso queremos saber $P(B_2|A) = P(B_2 \cap A)/P(A) = (5/36)/(18/36) = 5/18 = 0,278$.

Questão 4 - (3,0 pontos) Uma urna contém 5 bolas brancas, 4 vermelhas e 3 azuis. Extraem-se simultaneamente, 3 bolas. Achar a probabilidade de que:

- a) (1,5 pontos) Nenhuma das 3 bolas seja vermelha.

Solução:

Total de bolas: $TB = 12$

sendo:

brancas: $B = 5$

vermelhas: $V=4$

azuis: $A=3$

Total de bolas que não são vermelhas V^c (são brancas e azuis): $V^c = 8$

Considerando 3 retiradas simultâneas (sem reposição) a probabilidade de não ser vermelha (N_S_V) é dada por:

$$P(N_S_V) = (8/12) \times (7/11) \times (6/10) = 14/55 = 0,2545.$$

- b) (1,5 pontos) Todas as 3 bolas sejam da mesma cor.

Solução:

Neste caso, para a probabilidade de todas serem da mesma cor ($T_S_M_C$) podemos ter a possibilidade das 3 bolas serem brancas ($P(3B)$) ou das 3 bolas serem vermelhas ($P(3V)$) ou delas serem azuis ($P(3A)$), ou seja:

$$P(T_S_M_C) = P(3B) + P(3V) + P(3A).$$

$$P(T_S_M_C) = [(5/12) \times (4/11) + (3/10)] + [(4/12) \times (3/11) + (2/10)] + [(3/12) \times (2/11) + (1/10)]$$

$$P(T_S_M_C) = 3/44 = 0,0682$$

Questão 5 (2,0 pontos)- Um avião lança 3 bombas em um navio. Esse navio só será afundado se 2 ou mais bombas a atingirem. Sabendo que a probabilidade da bomba acertar o navio é de 0,4, qual é a probabilidade de o navio afundar devido às bombas?

Solução:

Modelo binomial com:

$$P(\text{navio afundar}) = P(\text{acertar 2 bombas}) + P(\text{acertar 3 bombas})$$

e $p = 0,4$. Assim,

$$P(\text{acertar 2 bombas}) = \binom{3}{2} (0,4)^2 (1 - 0,4)^{3-2} = 0,288$$

$$P(\text{acertar 3 bombas}) = \binom{3}{3} (0,4)^3 (1 - 0,4)^{3-3} = 0,064$$

Logo,

$$P(\text{navio afundar}) = 0,288 + 0,064 = 0,352.$$

