



Fundação CECIERJ - Vice Presidência de Educação Superior a Distância
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina - Probabilidade e Estatística
AP1 1º semestre de 2013

Professores: Otton Teixeira da Silveira Filho e Regina Célia P. Leal Toledo

1ª. Questão: (1,0 ponto) Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um é todo amarelo, outro é todo vermelho e o terceiro é vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado lance, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra a um jogador. Qual a probabilidade de a face que o juiz vê ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela?

Solução:

A – evento cartão com as duas cores

B – evento tendo ocorrido duas cores, a face vermelha está voltada para o juiz

Sabemos que: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$. Temos que: $P(A) = \frac{1}{3}$ e $P(B/A) = \frac{1}{2}$ (probabilidade de ocorrer B tendo em vista que A ocorreu). Logo:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

2ª. Questão: (2,0 ponto) Os principais defeitos que causam problemas em um computador são: mau-contato nas memórias (D1); mau-contato nas placas de expansão: vídeo, som, rede (D2); aquecimento, devido ao excesso de poeira (D3); e outros (D4). Uma manutenção preventiva diminui o risco de seu computador apresentar esses defeitos. Ela consiste em se fazer uma limpeza geral do computador e procurar falhas de hardware e de software.

Admita que: (i) sem manutenção preventiva, seu computador pode apresentar os defeitos D1, D2, D3 e D4 ao longo de um ano com probabilidades 4%, 4%, 6% e 6%, respectivamente; (ii) se for feita uma manutenção preventiva, as probabilidades do seu computador apresentar os defeitos D1, D2, D3 e D4 ao longo de um ano caem para 2,8%, 2,8%, 4,2% e 4,2%, respectivamente; (iii) as eventuais ocorrências dos problemas D1, D2, D3 e D4 são eventos independentes, com ou sem manutenção preventiva.

Pergunta-se:

(a) Qual é a probabilidade de que o seu computador apresente algum defeito ao longo de um ano, se você não fizer manutenção preventiva?

Solução:

Neste caso (sem manutenção preventiva) tem-se que: $P(D1) = P(D2) = 0,04$

e $P(D3) = P(D4) = 0,06$. Logo: $P(D1^c) = P(D2^c) = 0,96$ e $P(D3^c) = P(D4^c) = 0,94$.

Como os defeitos são independentes temos que:

$$P(a \text{ lg um defeito}) = P(D1 \cup D2 \cup D3 \cup D4) = 1 - P(D1^c \cap D2^c \cap D3^c \cap D4^c)$$

$$P(a \text{ lg um defeito}) = 1 - P(D1^c) \cdot P(D2^c) \cdot P(D3^c) \cdot P(D4^c) = 1 - 0,96 \cdot 0,96 \cdot 0,94 \cdot 0,94 = 0,186$$

(b) E se você fizer manutenção preventiva?

Solução:

Com manutenção preventiva tem-se que: $P(D1) = P(D2) = 0,028$

e $P(D3) = P(D4) = 0,042$. Logo: $P(D1^c) = P(D2^c) = 0,972$ e $P(D3^c) = P(D4^c) = 0,958$

Como os defeitos são independentes temos que:

$$P(a \text{ lg um defeito}) = P(D1 \cup D2 \cup D3 \cup D4) = 1 - P(D1^c \cap D2^c \cap D3^c \cap D4^c)$$

$$P(a \text{ lg um defeito}) = 1 - P(D1^c) \cdot P(D2^c) \cdot P(D3^c) \cdot P(D4^c) = 1 - 0,972 \cdot 0,972 \cdot 0,958 \cdot 0,958 = 0,1329$$

3ª. Questão: (2,0 ponto) Sabe-se que na cidade de São João, 51% dos adultos são homens. Seleciona-se aleatoriamente um adulto para uma pesquisa sobre uso de cartão de crédito:

(a) (0,5 pontos) Ache a probabilidade a priori de que a pessoa selecionada seja um homem.

Solução:

H = homem

M = mulher (não homem)

$$P(H) = 0,51$$

(b)(1,5 pontos) Sabe-se, depois, que o sujeito de pesquisa selecionado tinha um problema coronariano e que 1,7% das mulheres têm esse problema no coração e 9,5% dos homens, com base em dados de um órgão de controle da saúde. Use essa informação adicional para encontrar a probabilidade de que o sujeito selecionado seja um homem.

Solução:

H = homem

M = mulher (não homem)

$$P(H) = 0,51 \text{ e } P(M) = 0,49$$

$$P(\text{cor}/M) = 0,017$$

$$P(\text{cor}/H) = 0,095$$

Teorema de Bayes:

$$P(H / \text{cor}) = \frac{P(H) \cdot P(\text{cor} / H)}{P(H) \cdot P(\text{cor} / H) + P(M) \cdot P(\text{cor} / M)}$$

$$P(H / \text{cor}) = \frac{0,51 \cdot 0,095}{0,51 \cdot 0,095 + 0,49 \cdot 0,017} = 0,8533$$

4ª. Questão: (3,0 ponto) Um produto eletrônico contém 40 circuitos integrados. A probabilidade de que qualquer circuito (CI) integrado falhe é 0.01, e os todos eles são independentes. O produto opera somente se todos os CIs funcionam. Qual a probabilidade de que o produto funcione?

Solução:

Seja X uma variável aleatória binomial que denota o número de componentes que falham. E Probabilidade que funcione → não haja defeito. Logo:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

onde $n=40$; $p=0,01$ e $k=0$

$$P(X = 0) = \binom{40}{0} \cdot 0,01^0 \cdot (1 - 0,01)^{40-0} = 0,6689$$

A probabilidade de sucesso em um alinhamento óptico na montagem de um aparelho é 0.8. Suponha que as tentativas são independentes.

(a) Qual é a probabilidade de que o primeiro alinhamento de sucesso exija exatamente 4 tentativas?

Solução:

Distribuição geométrica com $p=0,8$ e $k=4$

$$P(X = 4) = p \cdot (1 - p)^k = 0,8 \cdot (1 - 0,8)^4 = 0,0064$$

(b) Qual é a probabilidade de que o primeiro alinhamento de sucesso exija no máximo 4 tentativas?

Solução:

Distribuição geométrica com $p=0,8$ e $k=4$

$$P(X \leq 4) = \sum_{k=1}^4 p \cdot (1 - p)^{k-1} = 0,8 \cdot (1 - 0,8)^{1-1} + 0,8 \cdot (1 - 0,8)^{2-1} + 0,8 \cdot (1 - 0,8)^{3-1} + 0,8 \cdot (1 - 0,8)^{4-1}$$

$$P(X \leq 4) = 0,8000 + 0,1600 + 0,0320 + 0,0064 = 0,9984$$

5ª. Questão: (2,0 ponto) As placas de circuito impresso de uma fábrica são testadas. Um lote contém 140 placas e 20 são selecionadas sem substituição para teste. Se 20 placas são defeituosas, qual é a probabilidade de que haja ao menos duas placas defeituosas na amostra?

Solução:

Distribuição hipergeométrica com $n=140$; $m=20$; $r=20$ e $k=1$ e 2

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 1) + P(X = 2)) = 1 - \left(\frac{\binom{20}{0} \binom{140-20}{20-0}}{\binom{140}{20}} + \frac{\binom{20}{1} \binom{140-20}{20-1}}{\binom{140}{20}} \right)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - (0,035618 + 0,141063) = 1 - 0,176681 = 0,823319$$