[L] Memprediksi Barisan

Batas waktu: 0.2 detik per *test case*

Batas *Memory*: 16 MB

Deskripsi Masalah

Sebuah barisan dikatakan didefinisikan secara rekursif apabila suku ke-n dari barisan tersebut didefinisikan menggunakan suku-suku sebelumnya. Definisi ini juga disebut sebagai relasi rekurensi. Salah satu contoh barisan rekursif $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ yang sering dijumpai didefinisikan menggunakan relasi rekurensi linier homogen orde dua yang berbentuk

$$x_n = s \cdot x_{n-1} + t \cdot x_{n-2}, \text{untuk } n \geq 2, \quad (1)$$

untuk nilai $x_0$dan x_1 tertentu yang diketahui serta nilai s dan t yang merupakan bilangan bulat. Untuk $s = t = 1$, $x_0 = 0$, dan $x_1 = 1$, kita memiliki barisan Fibonacci yang didefinisikan melalui relasi rekurensi $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$ untuk $n \geq 2$. Beberapa suku awal barisan Fibonacci untuk $x_0 = 0$ dan $x_1 = 1$ adalah 0, 1, 1, 2, 3, 5, dan 8.

Misalkan kita meninjau barisan rekursif $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ yang didefinisikan menggunakan relasi rekurensi linier homogen orde dua berikut

$$x_n = (a + b)x_{n-1} - abx_{n-2}, \text{untuk } n \geq 2, \quad (2)$$

untuk nilai x_0 dan x_1 tertentu yang diberikan serta nilai a dan b yang merupakan bilangan bulat. Kita dapat membuat program rekursif sederhana untuk menentukan nilai x_n untuk nilai n tertentu yang tidak terlalu besar. Salah satu program rekursif tersebut dapat dibuat dalam bahasa Python sebagai berikut:

```
def x(a,b,x0,x1,n):
     assert n >= 0
     if n == 0: return x0
     elif n == 1: return x1
     else: return (a+b)*x(a,b,x0,x1,n-1) - (a*b)*x(a,b,x0,x1,n-2)
```

Program ini menghitung suku ke-n dari barisan rekursif $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ yang didefinisikan dengan relasi rekurensi (2) yang telah dijelaskan sebelumnya. Sayangnya pendekatan ini tidak terlalu efisien untuk nilai n yang cukup besar.

Pada soal ini tugas Anda adalah membuat program untuk menentukan suku ke-n dari barisan rekursif $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ yang didefinisikan menggunakan relasi rekurensi (2) apabila nilai a, b, x_0, dan x_1 diketahui. Dalam hal ini nilai a, b, x_0, dan x_1 adalah bilangan bulat yang memenuhi $-10^9 \leq a, b, x_0, x_1 \leq 10^9$ serta n adalah bilangan bulat tak negatif dengan $0 \leq n \leq 10^{18}$. Karena nilai yang dihasilkan bisa jadi cukup besar, nilai suku barisan ke-n direduksi dalam modulo $1000\,000\,007$.

Format Masukan dan Keluaran

Masukan hanya terdiri dari sebuah baris yang memuat lima bilangan berbeda yang dipisahkan dengan spasi, yaitu a, b, x_0, x_1, dan n, yang semuanya merupakan bilangan bulat. Di sini nilai a, b, x_0, dan x_1 memenuhi $-10^9 \leq a, b, x_0, x_1 \leq 10^9$ dan nilai n memenuhi $0 \leq n \leq 10^{18}$.

Keluaran adalah suku ke-n dari barisan rekursif yang didefinisikan menggunakan masukan nilai a dan b sebagaimana terdapat pada persamaan (2) dengan syarat awal nilai x_0 dan x_1 sebagaimana dijelaskan pada masukan. Nilai suku barisan ke-n direduksi dalam modulo $1000\,000\,007$.

Contoh Masukan/Keluaran

Masukan	**Keluaran**
`2 -1 2 7 3`	`25`
`-3 5 0 1 4`	`68`

Penjelasan Masukan/Keluaran

Pertama, pada contoh masukan dan keluaran pertama, kita memiliki nilai $a = 2$, $b = -1$, $x_0 = 2$, dan $x_1 = 7$. Di sini kita harus menentukan nilai dari x_3. Perhatikan bahwa relasi rekurensi yang bersesuaian dengan masukan adalah $x_n = x_{n-1} + 2x_{n-2}$. Kita dapat menghitung x_3 dengan cara berikut:

- $x_2 = x_1 + 2x_0 = 7 + 2 \cdot 2 = 11$
- $x_3 = x_2 + 2x_1 = 11 + 2 \cdot 7 = 25$.

Kemudian pada contoh masukan dan keluaran kedua, kita memiliki $a = -3$, $b = 5$, $x_0 = 0$ dan $x_1 = 1$. Di sini kita harus menentukan nilai dari x_4. Perhatikan bahwa relasi rekurensi yang bersesuaian dengan masukan adalah $x_n = 2x_{n-1} + 15x_{n-2}$. Kita dapat menghitung x_4 dengan cara berikut:

- $x_2 = 2x_1 + 15x_0 = 2$
- $x_3 = 2x_2 + 15x_1 = 19$
- $x_4 = 2x_3 + 15x_2 = 68$.