

# La física de la congestión de tráfico

Albert Solé-Ribalta, Sergio Gómez y Alex Arenas

La vida urbana está caracterizada por una gran movilidad, y ésta fuertemente atada al uso de vehículos. Entre los problemas que se generan existe uno predominante: la congestión del tráfico en zonas urbanas. La gran cantidad de horas perdidas en atascos (entre 15 y 50 horas en ciudades europeas) tiene consecuencias económicas, medioambientales y de salud pública muy negativas. Una de las estrategias más controvertidas es la aplicación de tarifas a la congestión (p. ej. Londres o Milán). Este tipo de estrategias consiste en gravar económicamente el acceso dentro del área perimetral de la ciudad, durante ciertos periodos de tiempo, para equilibrar oferta (carreteras existentes) y demanda (cantidad de coches que quieren viajar). Sin embargo, este tipo de estrategias no son demasiado eficaces debido a la complejidad en las decisiones de los conductores y sus interacciones en las redes de carreteras. Nuestro enfoque consiste en aplicar ideas de la física de sistemas complejos, y en particular de la teoría de redes, para proponer mejores estrategias en este sentido.

El denominado campo de investigación en redes complejas es un área de trabajo interdisciplinar que se nutre de conocimientos en física, matemáticas y ciencias de la computación, principalmente. El objeto de estudio fundamental en teoría de redes es el sustrato de interacción entre diferentes entidades (nodos) representado por una serie de conexiones (enlaces). A todos los efectos, este sustrato es lo que se conoce en matemáticas como un grafo. La diferencia esencial entre la teoría de redes y la teoría de grafos es sutil pero importante y se basa en el enfoque de estudio. La teoría de grafos suele utilizar propiedades de simetría para poder demostrar teoremas sobre grafos que presentan características estructurales concretas, mientras que la teoría de redes enfoca el estudio en el carácter aleatorio en su conectividad, donde estas simetrías no suelen existir [1].

La física estadística ha proporcionado un carácter sólido a la aproximación matemática de estos sistemas “desordenados” de nodos y enlaces. A su vez, el conocimiento cada vez más profundo de la teoría de redes ha hecho replantear conocimientos en física que se habían abordado sin tener en cuenta el sustrato de interacción entre partículas. Por ejemplo, la física de final de siglo xx consideraba como buena aproximación en problemas de N-cuerpos asumir que los elementos de una colectividad interactuaban todos con todos, haciendo válida la característica “hipótesis de campo medio” [2]. Sin embargo, si consideramos que las interacciones reales son entre pares concretos de elementos, la aproximación anterior no es válida y la fenomenología observada puede ser muy diferente.

La teoría de *Redes Complejas* [1] nos ofrece una gran cantidad de herramientas para modelar y analizar fenómenos en sistemas compuestos por entidades que interactúan en red, como es el caso del tráfico urbano.

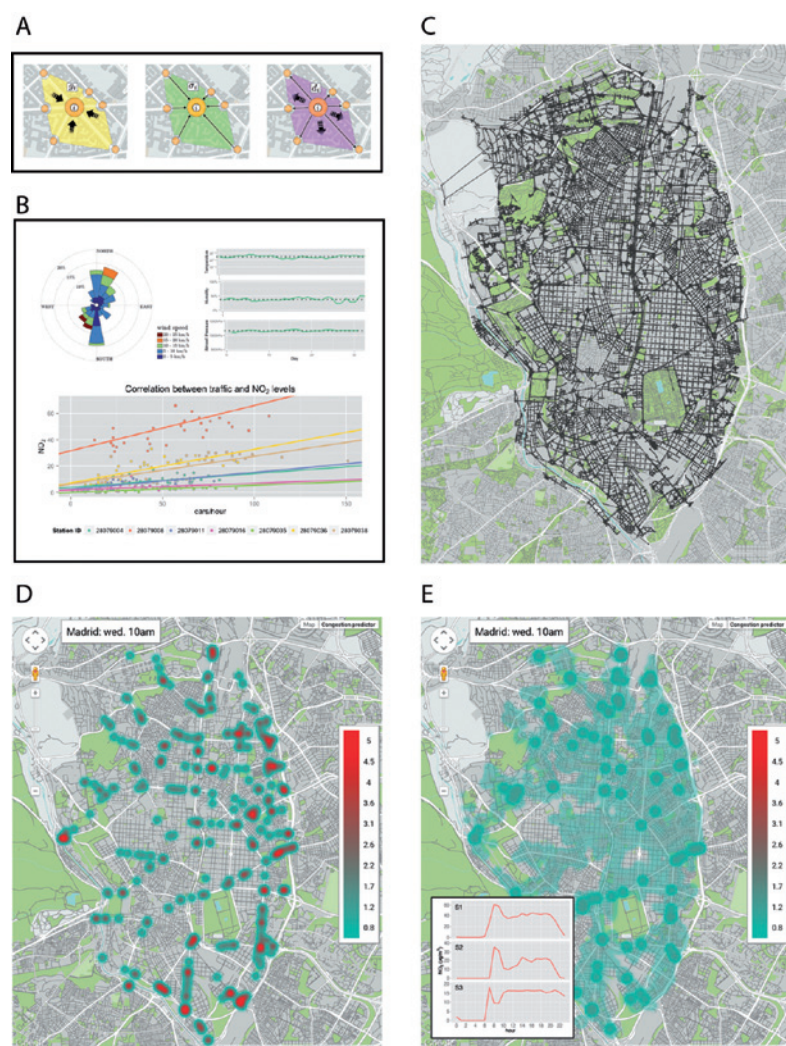
El tráfico urbano ha sido objeto de estudio desde el punto de vista de la física estadística desde los años 90 con intensidad [3]. La aproximación consiste en considerar el tráfico como un sistema de N-cuerpos en fuerte interacción que son los vehículos. Desde los primeros trabajos en este sentido, uno de los fenómenos que más atrajo el interés de la comunidad física es la descripción de la transición a la congestión, de un flujo de vehículos fluido (libre) a un flujo altamente denso (congestionado). Aunque esta descripción ha sido detalladamente estudiada y entendida en general, el establecimiento de políticas que mejoren la fluidez del tráfico e impidan la congestión aún son motivo de debate. Entre las políticas más destacadas encontramos aquellas consistentes en gravar económicamente áreas que son susceptibles de mayor densidad de tráfico de acuerdo con los datos empíricos observados. Sin embargo, recientemente, se ha entendido que las anteriores aproximaciones teóricas también pueden ayudar a perfilar mejor la predicción de la congestión a nivel mucho más localizado, y por tanto establecer políticas mucho más precisas para evitar la congestión y sus consecuencias medioambientales.

En trabajos recientes [4], basándonos en las herramientas que proporciona la teoría de redes complejas, formulamos y analizamos un novedoso esquema de tarifas bautizado como “Hotspot Pricing” (HSP). El HSP consiste en gravar únicamente las intersecciones (cruce de dos calles) en las que se observa congestión en vez de gravar todos los vehículos que pretenden circular dentro del perímetro de la ciudad. Para calcular las tarifas que aplicar en cada intersección nos basamos en dos modelos predictivos. Uno para estimar el de flujo de vehículos incluyendo las intersecciones congestionadas (es decir, que reciben más vehículos de los que pueden salir de ella) y otro para predecir el comportamiento de los conductores cuando se grava parte del trayecto que pretenden recorrer (este comportamiento está modelado usando el concepto de *elasticidad*).

La estimación del tráfico la realizamos mediante un método llamado “Microscopic Congestion Model” que publicamos recientemente en [5]. El método describe, con un conjunto de ecuaciones de balance, el estado de cada una de las intersecciones de la ciudad. Matemáticamente, el incremento de vehículos por unidad de tiempo en cada intersección de la ciudad,  $\Delta q_i$ , satisface balance detallado:

$$\Delta q_i = g_i + \sigma_i - d_i \quad (1)$$

donde  $g_i$  es la media de vehículos que entran a la intersección  $i$  proviniendo del área adyacente a  $i$ ;  $\sigma_i \in [0, \tau]$  es la media de vehículos que llegan a la intersección  $i$  proviniendo de sus nodos vecinos y  $d_i$  corresponde a la media de vehículos que finalizan el trayecto en la intersección  $i$  más los que continúan el viaje



**Fig. 1.** (A) Descripción de las variables del sistema formado por las ecuaciones (1) y (2). (B) Datos meteorológicos considerados para calcular la contaminación media que produce cada vehículo. (C) Representación de la red de carreteras de Madrid en formato de red dirigida. (D) Grado de congestión en la ciudad antes de aplicar ninguna tarifa de congestión. (E) Grado de congestión estimado con una política de HSP. El panel interno representa la contaminación reducida estimada en tres estaciones de control de la calidad del aire.

hacia otras intersecciones. La variable  $\tau$  modela el límite físico de las intersecciones fijando un límite en el número de vehículos que la pueden atravesar por unidad de tiempo. La figura 1A ilustra cada una de las variables del sistema. Dado que las intersecciones están conectadas por carreteras, este conjunto de ecuaciones no operan independientemente sino que están acopladas mediante la variable que mide el flujo entrante de vehículos en una intersección,  $\sigma_i$ , que puede ser expresada como

$$\sigma_i = \sum_{j=i}^S P_{ji} p_j d_j, \quad (2)$$

donde  $P_{ij}$  corresponde a la probabilidad de que un vehículo se mueva de la intersección  $j$  a la  $i$ ,  $p_j$  a la probabilidad de que un vehículo no finalice su trayecto en  $j$  y  $S$  al número de intersecciones de la red. Dado un algoritmo de navegación en la red (p.ej. *shortest path*), las probabilidades descritas pueden ser evaluadas mediante la *Betweenness* efectiva, una medida ampliamente conocida en el campo de las *Redes Complejas* que informa de la fracción de caminos que atraviesan una intersección teniendo como origen y destino cualquier punto de la red. En el sistema formado por las ecuaciones (1) y (2)  $g_i$  es el parámetro de control y el resto de variables pueden ser derivadas una vez

fijada ésta. En concreto, nosotros estamos interesados en el valor de  $\Delta q_i$ , valores mayores que cero implican una acumulación constante de vehículos en la intersección  $i$  por unidad de tiempo y nos indican las intersecciones que tenemos que gravar.

En estos trabajos publicados se muestra cómo, gravando localmente las zonas conflictivas, se puede influir en las trayectorias de los vehículos e incentivar parte de los vehículos a optar por rutas menos congestionadas (aunque un poco más largas en distancia). Los resultados muestran que las ventajas del HSP son múltiples: 1) mayor efectividad que los métodos de tarifas basadas en áreas, 2) reducción de los tiempos de tránsito de todos los vehículos y 3) reducción de los picos de polución en las áreas congestionadas. Parte de los resultados obtenidos para la ciudad de Madrid se pueden ver en la figura 1.

En resumen, la física de sistemas complejos y en particular la teoría de redes nos proporcionan un ámbito de trabajo analítico excelente para entender y mejorar problemas del mundo real que afectan a nuestra movilidad y al medioambiente.

## Referencias

- [1] MARK NEWMAN, *Networks: an introduction* (Oxford University Press Inc., Nueva York, 2010, 1-2).
- [2] [https://en.wikipedia.org/wiki/Mean\\_field\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_field_theory)
- [3] T. NAGATANI, "The physics of traffic jams", *Reports on progress in physics* 65, 1331-1386, 2002.
- [4] A. SOLÉ-RIBALTA, S. GÓMEZ y A. ARENAS, "Decongestion of urban areas with hotspot-pricing", *Networks and Spatial Economics*, 2017 (en imprenta).
- [5] A. SOLÉ-RIBALTA, S. GÓMEZ y A. ARENAS, "A model to identify urban traffic congestion hotspots in complex networks", *Royal Society Open Science* 3.10 160098, 2016.

### Albert Solé-Ribalta

Internet Interdisciplinary Institute (IN3), Universitat Oberta de Catalunya, Barcelona, España, Departament d'Enginyeria Informàtica i Matemàtiques, Universitat Rovira i Virgili,

### Sergio Gómez

Departament d'Enginyeria Informàtica i Matemàtiques, Universitat Rovira i Virgili,

### Alex Arenas

Departament d'Enginyeria Informàtica i Matemàtiques, Universitat Rovira i Virgili, IPHES, Institut Català de Paleoeccologia Humana i Evolució Social, 43007 Tarragona, España.