UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA – UNISUL
CURSO: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UA: Derivada de Funções de uma e mais variáveis
PROFESSORA: VANESSA SOARES SANDRINI GARCIA
ALUNO: Tiago Ferreira Cunha
DATA: 04/JULHO/2017

3ª AVALIAÇÃO

3,6

1) Derive **implícitamente** (0,8 cada):
$a)\ 5x - 2y = 3x^2y - 4y^3 + 8$
$b)\ x^3y^2 - 7y = 2x + 9$

2) Considere a função $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$: (0,8 cada)
0,2
a) determine os intervalos de crescimento e decrescimento da função;
b) determine os extremos da função (máximos/mínimos);
c) reconheça os intervalos onde f(x) é côncava para cima e para baixo;

3) Calcule **até a terceira derivada** das funções abaixo (0,3 cada derivada):
0,8
$a)\ y = x^2 + x + 8$
0,9
$b)\ y = \frac{4x^3}{3} - 4$

4) Calcular as derivadas parciais solicitadas (0,5 cada derivada):
1,7
$a)\ f(x,y) = 3x^2y - 8xy^3$, f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}
$b)\ f(x,y) = \frac{4x-y^3}{x^2+7y^2}$, f_x, f_y

5) Um estudo da eficiência do turno da manhã de uma certa fábrica indica que um operário médio, iniciando sua atividade às 8 horas, monta $Q(t) = -t^3+8t^2+15t$ unidades após t horas de trabalho (0,6 cada).
a) Calcule a taxa de variação média de produção do operário às 11 horas da manhã;
b) Qual a taxa de produção do operário, em relação ao tempo, às 11 horas da manhã?

Boa Prova!!

3) $\overset{+}{-1}$ — $\overset{\text{crítico}}{-0{,}730}$ $\ominus$ — $\overset{\text{crítico}}{12{,}73}$ — $\overset{+}{13}$

$f'(-1) = 1.1 + 27 - 12 = 1 + 27 - 12 = 16$
$f'(0) = 1.0 - 9.0 - 12 = -12$
$f'(13) = 1.169 - 9.13 - 12 = 169 - 117 - 12 = 40$

(A) $x < -0{,}73 \to$ crescimento
$-0{,}73 < x < 12{,}73 \to$ decrescimento
$x > 12{,}73 \to$ crescimento

$\oplus$ $-0{,}73$ $\ominus$ $12{,}73$ $\oplus$

(B) $x = -0{,}73 \to$ mínimo
$x = 12{,}73 \to$ máximo

$f(x)\ x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$
$f(-0{,}73) = 0{,}39 - 4{,}5.(0{,}73)^2 - 12.(-0{,}73) + 3$
$f(0{,}73) = 0{,}39 + 2{,}4 + 8{,}76 + 3$
$f(-0{,}73) = 14{,}55$ máximo

$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$
$f(12{,}73) = 12{,}73^3 - 4{,}5.12{,}73^2 - 12.12{,}73 + 3$
$f(12{,}73) = 2072{,}93 - 729{,}24 - 152{,}76 + 3$
$f(12{,}73) = 1193{,}93$ mínimo

Tiago Ferreira Cunha

3a) $y = x^2 + x + 8$
$f'(y) = 2x + 1$
$f''(y) = 2$
$f'''(y) = 0$

3b) $y = \frac{4x^3}{3} - 4$
$f'(x) = \frac{12x^2}{3}$ $f''(y) = \frac{24}{3}x$ $f'''(y) = \frac{24}{3}$

4a) $3x^2y \quad 8xy^3$

$f_x = 6xy - 8y^3$
$f_y = 3x^2 - 8xy^2$
$f_{xy} = 6x - 24y^2$
$f_{xx} = 6y - \cancel{8y^3}$

b) $\frac{4x - y^3}{x^2 + 7y^2}$

$f_x = \frac{4 - y^3}{x + 7y^2}$
$f_y = \frac{4x - y^2}{x^2 + 14y} \to 14$

5) $f''(x)\ 6x - \frac{18}{2}$

6) $f''(x) = 0$

$6x = \frac{9}{6}$

$\boxed{x = 1,5}$ inflexão

C

1   1,5   2

$f''(1) = 6.1 - 9 = -3$

$f''(2) = 6.2 - 9 = 3$

$x < 1,5 \to$ para baixo

$x > 1,5 \to$ para cima

2a) $x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$

1) $f'(x)\ 3x^2 - \frac{18}{2}x - 12$

2) $f'(x) = 0$

$3x^2 - 9x - 12\ (-3)$?

$x^2 - 6x - 9$

$\Delta = b^2 - 4ac = 12 - 4.-9$

$= 12 + 36$

$\Delta = 48$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+6 \pm 6,73}{2}$ → $x' = 12,73$; $x'' = -0,73$

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA – UNISUL
CURSO: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UA: Derivada de Funções de uma e mais variáveis
PROFESSORA: VANESSA SOARES SANDRINI GARCIA
ALUNO: Tiago Beling
DATA: 04/JULHO/2017

5,4

3ª AVALIAÇÃO

1) Derive **implícitamente** (0,8 cada):

0,4

a) $5x - 2y = 3x^2y - 4y^3 + 8$

b) $x^3y^2 - 7y = 2x + 9$

2) Considere a função $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$: (0,8 cada)

0,6

a) determine os intervalos de crescimento e decrescimento da função;

0,8

b) determine os extremos da função (máximos/mínimos);

0,8

c) reconheça os intervalos onde f(x) é côncava para cima e para baixo;

3) Calcule **até a terceira derivada** das funções abaixo (0,3 cada derivada):

1,8

a) $y = x^2 + x + 8$

b) $y = \dfrac{4x^3}{3} - 4$

4) Calcular as derivadas parciais solicitadas (0,5 cada derivada):

1,0

a) $f(x,y) = 3x^2y - 8xy^3$, f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}

b) $f(x,y) = \frac{4x-y^3}{x^2+7y^2}$, f_x, f_y

5) Um estudo da eficiência do turno da manhã de uma certa fábrica indica que um operário médio, iniciando sua atividade às 8 horas, monta $Q(t) = -t^3+8t^2+15t$ unidades após t horas de trabalho (0,6 cada).

a) Calcule a taxa de variação média de produção do operário às 11 horas da manhã;

b) Qual a taxa de produção do operário, em relação ao tempo, às 11 horas da manhã? instantânea

Boa Prova!!

4- a) $f(x,y) = 3x^2y - 8xy^3$

$f_x = 6xy - 8y^3$ C

$f_y = 3x^2 - 24y^2x$ C

$f_{xy} = 6x - \cancel{48}y\ 24y^2$ ✗

$f_{xx} = 6y - \cancel{x^3}$ ✗

b) $f(x,y) = \dfrac{4x - y^3}{x^2 + 7y^2}$ $\dfrac{u}{v}$

$\dfrac{v \cdot u' + u \cdot v'}{v^2}$

$u_x = 4$

$u_y = -3y^2$

$v'_x = \cancel{x}\ 2x$

$v_y = \cancel{7}\ 14y$

$\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{v \cdot u_x - u \cdot v_x}{v^2}$

$\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{v \cdot u_y - u \cdot v_y}{v^2}$

$f(x,y) = \dfrac{((x^2+7y^2) \cdot 4) - ((4x - y^3) \cdot \cancel{x})}{(x^2+7y^2)^2}$

$f(x,y) = 4x^2 + 28y^2 - 4x + y^3 = x^4 + 7y^4$

$= x + 27y^{-1} = x^4 + 7y^4$

$4x^2 - 4x = x$

Tiago Bolina

$u \cdot v' + v \cdot u'$

$\boxed{3x^2y' + 6xy}$

$u = 3x^2 \qquad v = y$

$u' = 6x \qquad v' = y'$

1- a) $5x - 2y = 3x^2y - 4y^3 + 8$

$5 - 2y' + 3x^2y' + 6xy - 12y = 0$

$3x^2y' = -5 + 2y' - 6xy + 12y$

$3x^2y' \quad -3 + 6xy + 12y$

$y' = \cancel{\dfrac{12y + 6xy - 3}{3x^2}}$

b) $x^3y^2 - 7y = 2x + 9$

$u \cdot v' + v \cdot u'$

$u = x^3 \qquad v = y^2$

$u' = 3x^2 \qquad v' = 2yy'$

$2yy' \cdot x^3 + 3x^2 \cdot y^2$

$= 2yy' \cdot x^3 + 3x^2y^2 - 7y' + 2 + \cancel{9} = 0$

$2yy'x^3 = -3x^2y^2 + 4$

$y' = \cancel{\dfrac{-3x^2y^2 + 4}{2x^3y'}}$

2) $f(x) = x^3 - \dfrac{9}{2}x^2 - 12x + 3$

a) ① $f'(x) = 3x^2 - \dfrac{9}{2} \cdot 2x - 12 = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 9x - 12 = 0$

② $a = 3$, $b = -9$, $c = -12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)$

$\Delta = +81 + 144$

$\Delta = 225$

$\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-9) \pm 15}{6}$

$x' = \dfrac{9 + 15}{6} = 4$

$x'' = \dfrac{9 - 15}{6} = -1$

Tiago Beling

5) $Q(t) = -t + 8t^2 + 15t$ $\quad t =$ horas de trab.

$Q'(t) = -1 + 16t + 15$ $\quad$ inicia às 8h

Variação média às 11h → 3h de trab.

$x^0 = 8h$ $\quad \dfrac{f(x1) - f(x0)}{x1 - x0} = \dfrac{1122 - 624}{11 - 8} = \dfrac{498}{3} = \boxed{166}$ taxa média

$x^1 = 11h$

$Q(8) = (-8) + 8 \cdot 8^2 + 15 \cdot 8$
$-8 + 8 \cdot 64 + 120$
$-8 + 512 + 120$
$= 624$

$Q(11) = (-11) + 8 \cdot 11^2 + 15 \cdot 11$
$= -11 + 8 \cdot 121 + 165$
$= -11 + 968 + 165$
$= 1122$

instantânea para 3h trabalhadas

$Q'(t) = -1 + 16t + 15$

$= -1 + 16 \cdot 3 + 15 = 62$

③ ⊕ crítico ⊖ crítico

(-2) -1 0 4 5

$f'(-2) = 3x^2 - 9x - 12$

$f'(-2) = 12 - 18 - 12 = -18$

$f'(5) = 75 - 45 - 12 = +18$

$f'(0) = -12$

$x < -1 \rightarrow$ decrescente ~~R~~ C aumenta

$x > 4 \rightarrow$ crescente

$-1 < x < 4 \rightarrow$ decrescente

b) ④ ⊖ ⊖ ⊕

-1 4

$x = -1 \rightarrow$ máximo

$x = 4 \rightarrow$ mínimo

máximo da função é

$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$

$f(-1) = -1 + \frac{9}{2} + 12 + 3$

$f(-1) = 14 - \frac{9}{2} = 9,5$

mínimo da função é

$f(4) = 64 - 72 - 48 + 3$

$f(4) = -53$

$f'(x) = 3x^2 - 9x - 12 = 0$

⑤ $f''(x) = 6x - 9$

⑥ $f''(x) = 0$

$6x - 9 = 0$

$6x = 9$

$x = \frac{9}{6}$ ou 1,5

⑦ inflexão

0 1,5 2

$f''(x) = 6x - 9$

$f''(0) = 6.0 - 9 = -9$

$f''(2) = 6.2 - 9 = +3$

$x < 1,5 \rightarrow$ concava p/ baixo

$x > 1,5 \rightarrow$ concava p/ cima

3) a) $y = x^2 + x + 8$

$y' = 2x + 1$

$y'' = 2$

$y''' = 0$

b) $y = \frac{4x^{3-1}}{3} - \cancel{4}$

$y' = \frac{12x^2}{3}$

$y'' = \frac{24x}{3}$

$y''' = \frac{24}{3}$

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA – UNISUL
CURSO: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
UA: Derivada de Funções de uma e mais variáveis
PROFESSORA: VANESSA SOARES SANDRINI GARCIA
ALUNO: Leonardo Jacob Cardoso May
DATA: 04/JULHO/2017

3ª AVALIAÇÃO

4.7/6

1) Derive **implícitamente** (0,8 cada):

0,6 a) $5x - 2y = 3x^2y - 4y^3 + 8$

b) $x^3y^2 - 7y = 2x + 9$

2) Considere a função $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$: (0,8 cada)

a) determine os intervalos de crescimento e decrescimento da função;

b) determine os extremos da função (máximos/mínimos);

c) reconheça os intervalos onde f(x) é côncava para cima e para baixo;

3) Calcule **até a terceira derivada** das funções abaixo (0,3 cada derivada):

1.8

a) $y = x^2 + x + 8$

b) $y = \dfrac{4x^3}{3} - 4$

4) Calcular as derivadas parciais solicitadas (0,5 cada derivada):

1.7 a) $f(x, y) = 3x^2y - 8xy^3$, f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}

b) $f(x, y) = \frac{4x - y^3}{x^2 + 7y^2}$, f_x, f_y

5) Um estudo da eficiência do turno da manhã de uma certa fábrica indica que um operário médio, iniciando sua atividade às 8 horas, monta $Q(t) = -t^3 + 8t^2 + 15t$ unidades após t horas de trabalho (0,6 cada).

0,6

a) Calcule a taxa de variação média de produção do operário às 11 horas da manhã;

b) Qual a taxa de produção do operário, em relação ao tempo, às 11 horas da manhã?

Boa Prova!!

3) a) $y = x^2 + x + 8$

$y' = 2x + 1$

$y'' = 2$

$y''' = 0$

b) $y = \frac{4x^3}{3} - 4$

$y' = \frac{12x^2}{3}$

$y'' = \frac{24x}{3}$

$y''' = \frac{24}{3}$

4) a) $f(x,y) = 3x^2 y - 8xy^3$

$f_x = 6xy - 8y^3$

$f_{xx} = 6y - \cancel{8y^3}$ 4

$f_y = 3x^2 - 24xy^2$

$f_{xy} = 6x - 24y^2$

b) $f(x,y)\ \frac{4x - y^3}{x^2 + 7y^2}$

$f_x = \frac{4 - y^3}{2x + 7y^2}$

$f_y = \frac{4x - 2y^2}{x^2 + 14y}$

Leonardo Jacob Cordero May

1) a) $5x - 2y = 3x^2 y - 4y^3 + 8$

$3x^2 y - 4y^3 + 8 = 5 - 2y$

$u = 3x^2 \to u' = 6x$

$v = y \to v' = y'$

$u.v' + v.u'$

$3x^2 \cdot y' + y \cdot 6x$

$5 - 2y' = 3x^2 y' + 6xy - 4y^3 + \cancel{8}$

$5 - 2y' = 3x^2 y' + 6xy - 4y^2 y'$

$3x^2 y' - 4y^2 y' - 2y' = 6xy - 5 + \cancel{8}$

$y'(3x^2 - 4y^2 - 2) = 6xy - 5 + \cancel{8}$

$\boxed{y' = \frac{6xy - 5 + \cancel{8}}{(3x^2 - 4y^2 - 2)}}$

b) $x^3 y^2 - 7y = 2x + 9$

$u = x^3 \to u' = 6x^2$

$v = y^2 \to v' = 2y'$

$u.v' + v.u'$

$x^3 \cdot 2y + y^2 \cdot 6x^2$

$x^3 \cdot 2y' + y^2 \cdot 6x^2 - 7y' = 2x + \cancel{9}$

$2y' x^3 + 6x^2 y y' - 7y' = 2x + \cancel{9}$

$y'(2x^3 + 6x^2 y) = 2x + \cancel{9} + 7y'$

$\boxed{y' = \frac{2x + \cancel{9} + 7y}{(2x^3 + 6x^2 y)}}$

2) $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$

a) $f'(x) = 3x^2 - \frac{18}{2}x - 12x + 3$

$3x^2 - 9x - 12x + 3 = 0$
$3x^2 - 21x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $\quad x = \frac{-b \pm \sqrt{405}}{2a}$
$\Delta = 441 - 4.3.3$
$\Delta = 441 - 36 = 405$ $\quad x = \frac{21 - 20,12}{6}$ $\quad x = \frac{21 + 20,12}{6}$

$x' = 0,88$ $\quad x'' = 6,85$

+ − +
0 0,88 4 6,85 10

$f(0) = 3.0^2 - 21.0 + 3$
$f(0) = 3$

$f(4) = 3.4^2 - 21.4 + 3$
$f(4) = 48 - 84 + 3$
$f(4) = 51 - 84$
$f(4) = -33$

$x < 0,88 \rightarrow$ crescente
$0,88 < x < 6,85 \rightarrow$ decrescente
$x > 6,85 \rightarrow$ crescente

$f(10) = 3.10^2 - 21.10 + 3$
$f(10) = 300 - 210 + 3$
$f(10) = 93$

b)
+ − +
0,88 6,85

$x = 0,88 \rightarrow$ mínimo
$x = 6,95 \rightarrow$ máximo

$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$

$f(0,88) = 0,88^3 - \frac{9}{2} 0,88^2 - 12.0,88 + 3$
$f(0,88) = 0,68 - 4,5.0,77 - 10,56 + 3$
$f(0,88) = 0,68 - 3,46 - 10,56 + 3$
$f(0,88) = 3,68 - 14,02$
$f(0,88) = -10,34 \rightarrow$ mínimo

$f(6,85) = 6,85^3 - 9/2 . 6,85^2 - 12 . 6,85 + 3$
$f(6,85) = 321,42 - 4,5 . 46,92 - 82,2 + 3$
$f(6,85) = 324,42 - 211,14 - 82,2$
$f(6,85) = 324,42 - 293,34$
$f(6,85) = 31,08 \rightarrow$ máximo

c) $f''(x) = 6x - 21$

$6x - 21 = 0$
$6x = 21$
$x = \frac{21}{6}$
$\boxed{x = 3,5}$ inflexão

− +
0 3,5 5

$f''(0) = 6.0 - 21 = -21$

$f''(5) = 6.5 - 21 = 9$

$\boxed{\text{concava para baixo}}$ $\quad x > 1$