Computación 2013-1
Examen parcial 2

Viernes 7 de diciembre de 2012

Resuelve dos ejercicios. Escoge un ejercicio de *octave* y otro de *maxima*.

Guarda los archivos de la siguiente forma:

`apellido_nombre-[octave/maxima]-n.[m/wxm]`

Entre el apellido y el nombre hay un guión bajo, se debe poner `octave` o `maxima` según sea el caso y escoger la extensión correspondiente. En lugar de `n` poner el número del ejercicio.

Octave

1. Mostrar que la suma de la serie infinita

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}$$

   converge a $\ln 2$. Para ello, calcula las sumas parciales hasta $n = 5, 50, 500, 5000$.

   Al final haz una gráfica de f vs n mostrando claramente cuál es el valor de $\ln 2$.

   Recuerda que en Octave, si x es un vector, `sin(x)` (o cualquier otra función) es también un vector.

2. Demuestra que el promedio $\langle x \rangle$ de los números aleatorios generados con la función `randn(1,x)` se acerca a 0.0 y que la desviación estándar $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ se acerca a 1.0 conforme la longitud de la secuencia de números aleatorios se acerca a infinito. Haz esto calculando el promedio y la desviación estándar para secuencias de longitud 10, 100, 1E4, 1E6. ¿Qué observas con los distintos resultados?

   Usa la función `hist` (escribe `doc hist` para ver información al respecto) para graficar histogramas con 3, 10, 100 y 1000 barras respectivamente. Es decir, el número de barras $\sim \sqrt{n}$.

3. El desarrollo en serie de Taylor de $\sin(x)$ está dado por:

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

   Para calcular una aproximación de $\sin(x)$, crea una función llamada `sinTaylor` (en un archivo `sinTaylor.m`) con un encabezado así:

```
function sinTaylor(x,nMax,epsilon)
```

   con el límite superior de la suma dado por `nMax`. El cálculo debe parar cuando se obtiene un término de la suma, cuyo valor absoluto es menor que `epsilon = 1e-12`.

   Al final se debe imprimir el resultado de la serie truncada, el valor del último término y el `nMax` al que se llegó. Para imprimir texto utiliza `printf("Texto\n")`.

   Calcula $\sin(x)$ para $x = 0, \pi/16, \pi/8, \pi/4, \pi/2$.

   Recuerda que puedes usar `break` para salirte de un bucle. Pista: vas a necesitar dos bucles y `format long`.

Maxima

1. Considera la función
$$f(x) = \frac{x+2}{3x-1}$$
definida para $x \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{1}{3}\}$.

   Estudia gráficamente la monotonicidad de la función en su dominio.

   Calcula la inversa de la función $f^{-1}(x)$. Pista: $y = f(x)$

   ¿Cómo es la composición $f(f(f(f(f\ldots(x)))))$?, es decir, la función compuesta n veces consigo misma. Antes de generalizar para n empieza con casos sencillos y te darás cuenta del resultado.

2. En la teoría especial de relatividad, la energía cinética de una partícula de masa en reposo m y rapidez v es:
$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - mc^2$$
donde c es la rapidez de la luz. Por otra parte, en mecánica clásica la partícula tendría una energía cinética de $K = \frac{1}{2}mv^2$.

   Utiliza `expand(ratsubst())` para sustituir $\frac{v}{c}$ por una variable h y considera T/K como función de h.

   Determina, usando un desarrollo de Taylor en términos de h, cuál es la primera corrección relativista a la energía cinética de la partícula.

   Determina gráficamente, a qué fracción de c tiene que viajar la partícula para que la corrección a su energía cinética sea del 1 %.

3. Una corriente eléctrica en una espira de alambre de radio r ejerce una fuerza:
$$F(x) = \frac{kx}{(x^2+r^2)^{\frac{5}{2}}}$$
sobre un imán pequeño situado a una altura x sobre el centro de la espira. k es la constante dieléctrica. Muestra que F tiene un máximo en $x = \frac{r}{2}$. Pista: tienes que derivar.