Computación 2013-1
Examen parcial 2

Viernes 7 de diciembre de 2012

Resuelve dos ejercicios. Escoge un ejercicio de *octave* y otro de *maxima*.

Guarda los archivos de la siguiente forma:

`apellido_nombre-[octave/maxima]-n.[m/wxm]`

Entre el apellido y el nombre hay un guión bajo, se debe poner `octave` o `maxima` según sea el caso y escoger la extensión correspondiente. En lugar de `n` poner el número del ejercicio.

Octave

1. Mostrar que la suma de la serie infinita

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}$$

   converge a $\ln 2$. Para ello, calcula las sumas parciales hasta $n = 5, 50, 500, 5000$.

   Al final haz una gráfica de f vs n mostrando claramente cuál es el valor de $\ln 2$.

   Recuerda que en Octave, si x es un vector, `sin(x)` (o cualquier otra función) es también un vector.

2. Demuestra que el promedio $\langle x \rangle$ de los números aleatorios generados con la función `randn(1,x)` se acerca a 0.0 y que la desviación estándar $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ se acerca a 1.0 conforme la longitud de la secuencia de números aleatorios se acerca a infinito. Haz esto calculando el promedio y la desviación estándar para secuencias de longitud 10, 100, 1E4, 1E6. ¿Qué observas con los distintos resultados?

   Usa la función `hist` (escribe `doc hist` para ver información al respecto) para graficar histogramas con 3, 10, 100 y 1000 barras respectivamente. Es decir, el número de barras $\sim \sqrt{n}$.

Maxima

1. Considera la función

$$f(x) = \frac{x+2}{3x-1}$$

   definida para $x \in \mathbb{R}\backslash\{\frac{1}{3}\}$.

   Estudia gráficamente la monotonicidad de la función en su dominio.

   Calcula la inversa de la función $f^{-1}(x)$. Pista: $y = f(x)$

   ¿Cómo es la composición $f(f(f(f(f\ldots(x)))))$?, es decir, la función compuesta n veces consigo misma. Antes de generalizar para n empieza con casos sencillos y te darás cuenta del resultado.

2. En la teoría especial de relatividad, la energía cinética de una partícula de masa en reposo m y rapidez v es:

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - mc^2$$

   donde c es la rapidez de la luz. Por otra parte, en mecánica clásica la partícula tendría una energía cinética de $K = \frac{1}{2}mv^2$.

   Utiliza `expand(ratsubst())` para sustituir $\frac{v}{c}$ por una variable h y considera T/K como función de h.

   Determina, usando un desarrollo de Taylor en términos de h, cuál es la primera corrección relativista a la energía cinética de la partícula.

   Determina gráficamente, a qué fracción de c tiene que viajar la partícula para que la corrección a su energía cinética sea del 1 %.