Национальный исследовательский Университет ИТМО
Мегафакультет информационных и трансляционных технологий
Факультет инфокоммуникационных технологий

Инфокоммуникационные системы и технологии

Лабораторная работа №1

Работу выполнил:
К.М. Долгов
Группа: К3122
Преподаватель:
О.М. Ромакина

Санкт-Петербург
2022

Содержание

Введение

Практическая работа посвящена оформлению математического текста с формулами и рисунками, а также оформлению таблицы с профессиями при помощи системы верстки LaTeX.

Цель работы: оформить 3 страницы математического текста и таблицу с профессиями согласно правилам оформления ГОСТ 7.32.

1. Определение и необходимые условия экстремума функции нескольких переменных

Определение 1.1 Пусть функция

$$f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

определена в некоторой окрестности точки

$$x_0 = (x_0^1, x_0^2, ..., x_0^n).$$

Говорят, что функция $f(x)$ имеет в точке x_0 *локальный максимум (минимум)*, если существует такая окрестность точки x_0, в которой для всех $x \neq x_0$ выполняется неравенство (1)

$$f(x) \leq f(x0)(f(x) \geq f(x0)) \tag{1}$$

Если для всех $x \neq x_0$ из некоторой окрестности точки x_0 выполняется строгое неравенство

$$f(x) < f(x0)(f(x) > f(x0)),$$

то x_0 называются точкой строгого максимума (минимума) функции.

Точки максимума и минимума функции называются *точками экстремума*, а значения функции в этих точках называется экстремумами функции.

Теорема 1.1 (необходимое условие экстремума). *Если точка* $(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ *является точкой экстремума функции* $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ *и в этой точке существует частная производная* $\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_0)$, *то она равна нулю.*

Доказательство. Рассмотрим функцию одной переменной x_i:

$$g(x_i) = f(x_1^0, ..., x_i^0{-}1, x_i, x_i^0 + 1, ..., x_n^0).$$

Существование конечной частной производной функции $f(x_1, ..., x_n)$ по переменной xi в точке x_0 эквивалентно дифференцируемости функции $g(x_i)$ в точке x_i^0 . Очевидно, что функцияg (x_i) имеет в точке x_i^0 локальный экстремум. А тогда $g'(x_i^0) = 0$. Это означает, что $f'_{xi}(x_0) = 0$. Теорема доказана.

Если функция $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ имеет в точке x_0 локальный экстремум и дифференцируема в этой точке, то частные производные по всем переменным в этой точке равны нулю (формула (2)):

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, ... \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \tag{2}$$

а следовательно,

$$df(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0) = 0.$$

Точки, координаты которых удовлетворяют системе уравнений (1.2), называют *точками, подозрительными на экстремум (или стационарными точками)*. Точки экстремума функции следует искать только среди точек, подозрительных на экстремум.

Оказывается, не любая стационарная точка является точкой локального экстремума дифференцируемой функции. Например, для функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ (рис. 1.1) точка (0; 0) является и стационарной:

$$df(0, 0) = 2xdx + 2ydy|_{(0,0)} = 0,$$

и точкой локального минимума:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \geq 0 = f(0, 0),$$

а для функции $f(x, y) = x^2 - y^2$ (рис. 18.2) точка (0; 0) является стационарной:

$$df(0,0) = 2xdx - 2ydy|_{(0,0)} = 0,$$

но не является точкой локального экстремума, так как в любой окрестности точки (0; 0) функция принимает и положительные и отрицательные значения:

$$f(\varepsilon, 0) = \varepsilon^2, f(0, \varepsilon) = -\varepsilon^2.$$

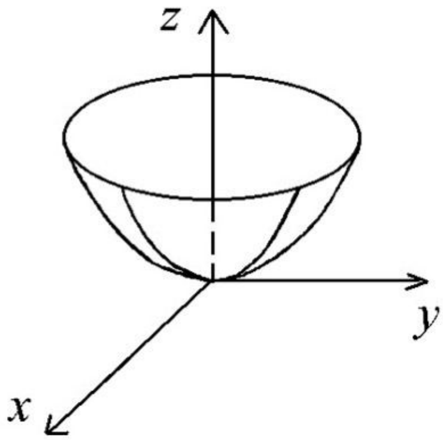
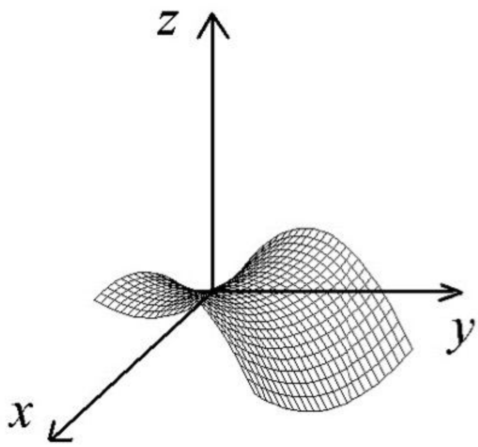


Рисунок 1.1 - Полусфера



Риуснок 1.2 - Волна

Следовательно, для исследования локального экстремума нужны некоторые достаточные условия.

Предварительно вспомним алгебраические понятия. [1]

Таблица 1.1

График защиты курсовой работы

Дата	12:00	17:00
20.12	Долгов К.	Калинин А.
23.12	Суслопаров В.	Волкович К.
25.12	Сергеев А.	Теребов М.
27.12	Шестаков М.	Драчева Е.

Заключение

Цель работы достигнута: в ходе работы были оформлены 3 страницы математического текста с формулами и рисунками и таблица с профессиями согласно стандартам оформления. Данная работа помогла ознакомится с инструментами системы компьютерной верстки LaTeX.

Список использованных источников

1. Гурьянова, К. Н. Математический анализ: учебник / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. – 193 - 195 с.