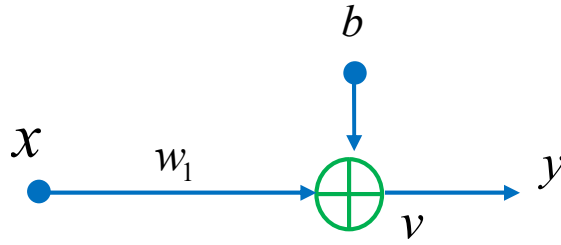


Uygulama Ödevi 2

Yapay Sinir Ağları Temelleri I: Temel Yapay Sinir Hücresi Modeli ve Parametrelerinin Tanıtımı ders notunda verilen aşağıdaki problemin çözümü için Phyton kodu yazınız. 16 Mayıs Salı gününe kadar ödevi LMS'ye yükleyenler Final sınavında +3 ek ödev puanı kazanıyor. Eğer bilgisayara erişiminiz kısıtlı ise online Phyton compiler sitelerinde kodunuzu yazabilir ve kodun ekran görüntüsünü ödev olarak iletebilirsiniz.)

Problem:

Aşağıda lineer aktivasyon fonksiyonuna sahip sinir hücresi için $T = \{(x_1 = 1, y_{d1} = 3), (x_2 = 2, y_{d2} = 5), (x_3 = 3, y_{d3} = 7)\}$ eğitim kümesi için karesel hatayı minimum yapan ($\min E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (y_{di} - y(x_i))^2$) gradyan iniş güncelleme çözümlerini elde ediniz.



Problemın El ile Çözümü:

Sinir hücresinin giriş-çıkış ilişkisini veren model:

$$v = x_1 w_1 + b$$

$$y = v$$

Dolayısı ile $y = x_1 w_1 + b$

Her bir veri için öğrenme hatası:

$$(x_1 = 1, y_{d1} = 3) \text{ verisi için hata } e_1 = y_{d1} - y(x_1) = y_{d1} - (w_1 x_1 + b) = 3 - (w_1 \cdot 1 + b)$$

$$(x_2 = 2, y_{d2} = 5) \text{ verisi için hata } e_2 = y_{d2} - y(x_2) = y_{d2} - (w_1 x_2 + b) = 5 - (w_1 \cdot 2 + b)$$

$$(x_3 = 3, y_{d3} = 7) \text{ verisi için hata } e_3 = y_{d3} - y(x_3) = y_{d3} - (w_1 x_3 + b) = 7 - (w_1 \cdot 3 + b)$$

Bütün veri hatalarını dikkate alan karesel hata

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}e_3^2 \\
&= \frac{1}{2}(3 - (w_1 1 + b))^2 + \frac{1}{2}(5 - (w_1 2 + b))^2 + \frac{1}{2}(7 - (w_1 3 + b))^2 \\
&= \frac{1}{2}(3 - w_1 - b)^2 + \frac{1}{2}(5 - 2w_1 - b)^2 + \frac{1}{2}(7 - 3w_1 - b)^2
\end{aligned}$$

Belirlenmesi gereken elastik parametreler w_1 ve b için gradyan iniş güncelleme ifadeleri şöyle yazılır.

$$w_1 \leftarrow w_1 - \eta \frac{dE}{dw_1}$$

$$b \leftarrow b - \eta \frac{dE}{db}$$

Burada türev ifadelerinin hesaplaması ve güncelleme ifadelerinde yerine yazılması gerekiyor.

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dw_1} &= \frac{2}{2}(-1)(3 - (w_1 1 + b)) + \frac{2}{2}(-2)(5 - (w_1 2 + b)) + \frac{2}{2}(-3)(7 - (w_1 3 + b)) \\
&= -3 + w_1 + b - 10 + 4w_1 + 2b - 21 + 9w_1 + 3b = -34 + 14w_1 + 6b
\end{aligned}$$

$$w_1 \leftarrow w_1 - \eta \frac{dE}{dw_1} \Rightarrow w_1 \leftarrow w_1 - \eta(-34 + 14w_1 + 6b)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{db} &= \frac{2}{2}(-1)(3 - (w_1 1 + b)) + \frac{2}{2}(-1)(5 - (w_1 2 + b)) + \frac{2}{2}(-1)(7 - (w_1 3 + b)) \\
&= (-3 + (w_1 1 + b)) + (-5 + (w_1 2 + b)) + (-7 + (w_1 3 + b)) = -15 + 6w_1 + 3b
\end{aligned}$$

$$w_1 \leftarrow w_1 - \eta \frac{dE}{dw_1} \Rightarrow b \leftarrow b - \eta(-15 + 6w_1 + 3b)$$

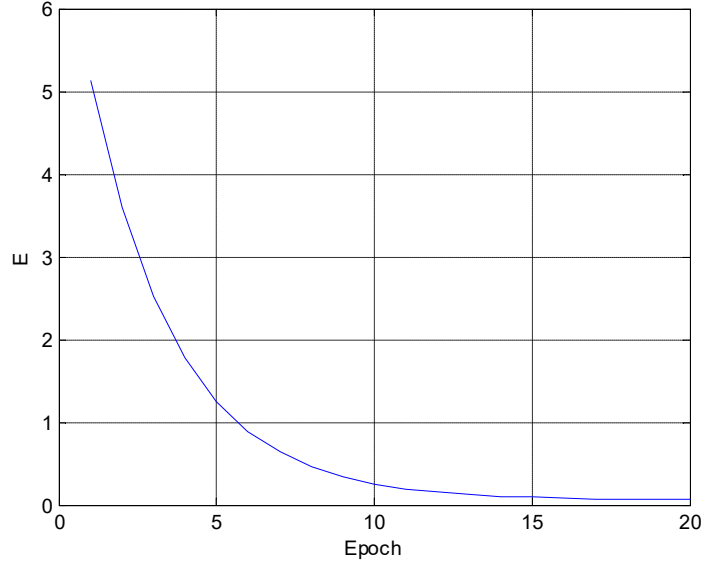
olarak elde edilir. Bu güncelle denklemleri aşağıdaki Matlab kodunda her veri için bir kere güncelleme yapılan stokastik gradyan iniş göre 20 defa bütün eğitim kümesi verileri için güncelleme sağlayan 20 Epoch (Dönem) için çözülmüştür.

```

clear all;
% Eğitim seti
X=[1 2 3]
D=[3 5 7];
% Ağırlık katsayıları başlangıç değeri
w1=1;
b=1;
% Öğrenme katsayısı
eta=0.005;
% 10 epoch (Tüm verilerin eğitimde kullanma sayısı) işlem
for epoch=1:20
    % Her bir veri için bir kere ağırlık güncellemesi
    uygulanır
    % Bu durum stokastik gradyan iniş optimizasyonu adını
    alır
    for j=1:length(X)
        w1=w1-eta*(-34+14*w1+6*b);
        b=b-eta*(-15+6*w1+3*b);
        % mevcut ağırlıklar için yapay sinir ağının çıkışı
        hesaplanır
        v=w1*X(j)+b;
        y=v;
        e(j)=D(j)-y; % X(i) giriş için yapay sinir ağı
        hatası
        fprintf('w1=%d; b=%d \n', w1,b);
    end
    % Bu epoch için karesel hata
    KareselHata=(1/2)*sum(e.^2);
    fprintf('*** Epoch = %d \n', epoch);
    fprintf('E=%d \n', KareselHata);
    E(epoch)=KareselHata;
end
figure(1)
plot(1:epoch,E)
xlabel('Epoch')
ylabel('E')
grid
% Ağırlık ve bias değerlerini
fprintf('Optimizasyon Sonucunda Ağırlık,Bias ve Karesel
Hata Değerleri \n');
fprintf('w1=%d; b=%d \n', w1,b);
fprintf('E=%d \n', KareselHata);

```

Kodunuzu doğrulama için bu örneğin sonuçları:



Optimizasyon Sonucunda Ağırlık, Bias ve Karesel Hata Değerleri

$w1=2.188385e+00$; $b=4.791947e-01$

$E=6.734910e-02$

ÖDEV: El ile yapılan çözümü inceledikten sonra yukarıdaki Matlab kodları ile benzer sonucu verebilen Python kodunu yazınız. Kodu ödev olarak yükleyiniz. Sonra $w1$, b ve η parametrelerini ayarlayarak karesel hatası (E değeri) daha küçük olan sonuç elde edebiliyor musunuz araştırınız.