№2

$$P(n|\lambda)=\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$$

1) $P(\lambda|m)=\frac{P(m|\lambda)P(\lambda)}{P(m)}=\frac{P(m|\lambda)P(\lambda)}{\int P(m|\lambda)P(\lambda)d\lambda}$

Пусть априорное $P(\lambda)=1$

$\Rightarrow P(\lambda|m)=\frac{P(m|\lambda)}{\int P(m|\lambda)d\lambda}=P(m|\lambda)=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$ — апостериорное распр-ие

$\frac{\partial P(\lambda|m)}{\partial\lambda}=\frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!}e^{-\lambda}-\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}=0$ — наиболее вероятное

$$\frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!}e^{-\lambda}=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$$

$$\hat\lambda=m$$

2) априорное $P(\lambda)=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$

$$P(\lambda|m')=\frac{P(m'|\lambda)P(\lambda)}{\int P(m'|\lambda)P(\lambda)d\lambda}$$

$$P(m'|\lambda)=\frac{\lambda^{m'}}{m'!}e^{-\lambda}$$

$$\int P(m'|\lambda)P(\lambda)d\lambda=\int\frac{\lambda^{m'+m}}{m'!\,m!}e^{-2\lambda}d\lambda=//k=2\lambda,\ d\lambda=\frac{k}{2}//=\frac{(m'+m)!}{m'!\,m!}\int\frac{(k/2)^{m'+m}}{(m'+m)!}e^{-k}\frac{dk}{2}=$$

$$=\frac{(m'+m)!}{m'!\,m!}2^{-m'-m-1}\int\frac{k^{m'+m}}{m'+m}e^{-k}dk=\frac{(m'+m)!}{m'!\,m!}2^{-m'-m-1}$$

$$P(\lambda|m')=\frac{\lambda^{m'}}{m'!}e^{-\lambda}\cdot\frac{\lambda^{m}}{m!}e^{-\lambda}\frac{m'!\,m!}{(m'+m)!}2^{m'+m+1}=\frac{\lambda^{m'+m}}{(m'+m)!}e^{-2\lambda}2^{m'+m+1}=$$

$P(\lambda|m')=2\frac{(2\lambda)^{m'+m}}{(m'+m)!}e^{-2\lambda}$ — апостериорное р-ие

$$\frac{\partial P}{\partial\lambda}=4\frac{(2\lambda)^{m'+m-1}}{(m'+m-1)!}e^{-2\lambda}-4\frac{(2\lambda)^{m'+m}}{(m'+m)!}e^{-2\lambda}=0$$

$$\Rightarrow\frac{(2\lambda)^{m'+m-1}}{(m'+m-1)!}=\frac{(2\lambda)^{m'+m}}{(m'+m)!}\Rightarrow 2\lambda=m'+m$$

$\Rightarrow\hat\lambda=\frac{m'+m}{2}$ — наиболее вероятное