

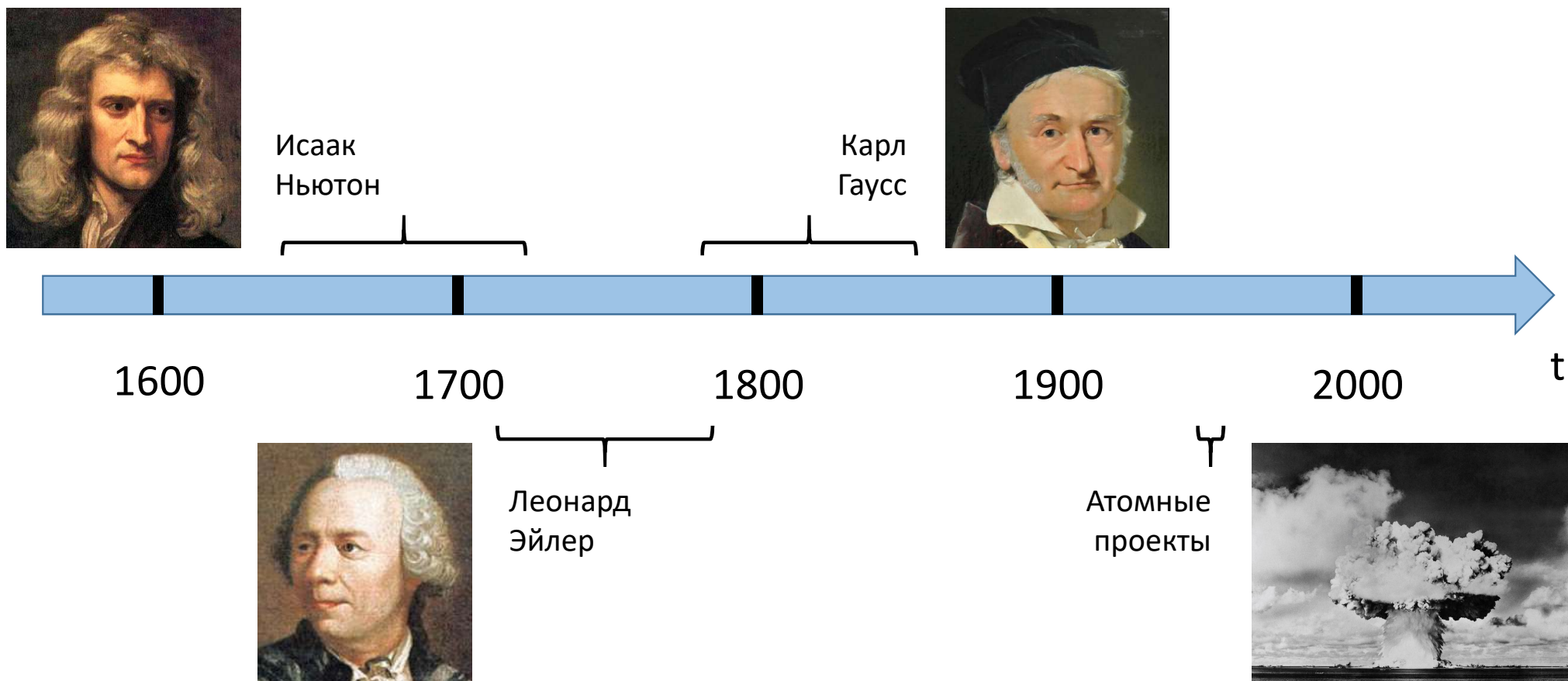
Основные определения  
вычислительной математики.

Решение разностных  
уравнений и их систем

# БРС

- КР1 20
- КР2 25
- Задачи на семинарах 11
- Летучки 15
- Задания 7+10+7+10
- Проект 15
- Итого: 120

# Краткая история вычислительной математики



# Арифмометр Mercedes R38SM



# СХОДИМОСТЬ

- Опр1 Будем говорить, что решение по разностной схеме  $L_s y = F_s$  (2) сходится к решению дифференциальной задачи  $Lu = f$  (1), если

$$\|u_h - y\| \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0$$

- Если кроме того  $\|u_h - y\| \leq Ch^p$

то имеет место сходимость порядка  $p$ .

# Аппроксимация

- Опр2 Невязкой уравнения  $L_s u = F_s$  (2) называется результат подстановки в разностное уравнение сеточной проекции точного решения дифференциальной задачи  $Lu = f$  (1)

$$r_h = L_s u_h - F_s$$

- Опр3 Если  $\|r_h\| \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0$   
то разностная схема аппроксимирует дифференциальную задачу.  
Если кроме того  $\|r_h\| \leq C_1 h^k$   
то имеет место аппроксимация порядка  $k$ .

# УСТОЙЧИВОСТЬ

- Опр4 Говорят, что разностная схема устойчива, если

$$L_s y^{(1)} = F_s + \varepsilon^{(1)},$$

$$L_s y^{(2)} = F_s + \varepsilon^{(2)}$$

$$\|y^{(1)} - y^{(2)}\| \leq C_2 (\|\varepsilon^{(1)}\| + \|\varepsilon^{(2)}\|)$$

# Устойчивость

- Опр5 Говорят, что разностная схема  $L_s y = F_s$  (2) с линейным оператором  $L_s$  устойчива, если

$$\|y\| \leq C_3 \|F_s\|$$



# Основная теорема вычислительной математики (теорема Лакса – Рябенского – Филиппова)

- Пусть семейство разностных схем  $L_\tau y = F_\tau$  аппроксимирует дифференциальную задачу  $Lu = f$  и устойчиво. Тогда решение разностной задачи сходится к решению дифференциальной, причем если аппроксимация имела порядок  $p$ , то и сходимость будет иметь порядок  $p$ .

# Задача 1

- Найти общее решение разностного уравнения

$$y_m - 3y_{m-1} + 2y_{m-2} = 3^m$$

## Задача 2

- Найти общее решение неоднородной системы разностных уравнений

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n - y_n + 3n^2 - 4n - 2, \\ y_{n+1} = 2x_n + 4y_n - 5n^2 + 6n + 1. \end{cases}$$

## Задача в конце семинара

- Найти общее решение неоднородной системы разностных уравнений

$$\begin{cases} x_{n+1} = -2x_n + 3y_n + 5 \cdot 2^n - 6, \\ y_{n+1} = -3x_n + 8y_n + 30 \cdot 2^n - 2. \end{cases}$$