

Вариант 2.

Задача 1.

Уравнение стоячей волны имеет вид $y'' = -k^2 y$. На границах $y(0) = y(1) = 0$. Найти 3 минимальных значения k и нарисовать соответствующие им $y(x)$, используя символьные вычисления, беря k в качестве параметра. Для решения можно переделать код из E1 с примером уравнения Шредингера.

Задача 2.

Рассмотрим вычисление интегралов с помощью формулы Чебышева

$$I \approx \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \cdot f(x_i)$$

Координаты узлов после приведения пределов интегрирования к $[-1, 1]$ линейной заменой переменных находятся решением системы n уравнений

$$\left. \begin{aligned} t_1 + t_2 + \dots + t_n &= 0, \\ t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_n^2 &= \frac{n}{3}, \\ t_1^3 + t_2^3 + \dots + t_n^3 &= 0, \\ t_1^4 + t_2^4 + \dots + t_n^4 &= \frac{n}{5}, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ t_1^n + t_2^n + \dots + t_n^n &= \frac{n[1 - (-1)^{n+1}]}{2(n+1)} \end{aligned} \right\}$$

Вывести формулу Чебышева с тремя узлами для вычисления интегралов вида

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \sin(2x) dx = \frac{\pi}{8} (C_1 f(x_1) + C_2 f(x_2) + C_3 f(x_3))$$

Написать программу, которая выдает ответ для произвольной $f(x)$.

Задача 3.

Для функции $y = f(x)$, заданной таблицей своих значений, найти ее приближенное значение в точке x_0 , используя интерполяционные многочлены в форме Ньютона 1-ой и 2-ой степеней.

	$f(x)$	x_0	Таблица значений $y = f(x)$			
	$\int_0^x e^{t^{3/2}} dt$	0.78	x	0.5	0.6	0.7
			y	0.579250	0.729755	0.898808
			x	0.8	0.9	1.0
			y	1.090475	1.309671	1.562402

Задача 4 (без программирования, вручную).

Для краевой задачи

$$y'' + \frac{1}{1+2x^2} y' + y = \frac{1}{1+2x^2}, y(0) + 2y'(0) = 3, y(1) = 0$$

- 1) Предложить аппроксимацию второго порядка на двух точках для левого граничного условия.
- 2) Построить аппроксимацию второго порядка для этого уравнения
- 3) Методом стрельбы вручную найти значение $y(0)$ для задачи Коши, используя интерполяцию после двух выстрелов $y(0) = 0$ и $y(0) = 1$. В качестве шага сетки использовать $\tau = 0.5$.

Задача 5 (программа).

Для задачи 4 написать программу, которая выводит:

- 1) Матрицу системы A ;
- 2) Спектр матрицы A .

Решить краевую задачу численно, написав программу для решения полученной системы уравнений. Найти $y(0)$.

В качестве шага сетки использовать $\tau = 0.05$.