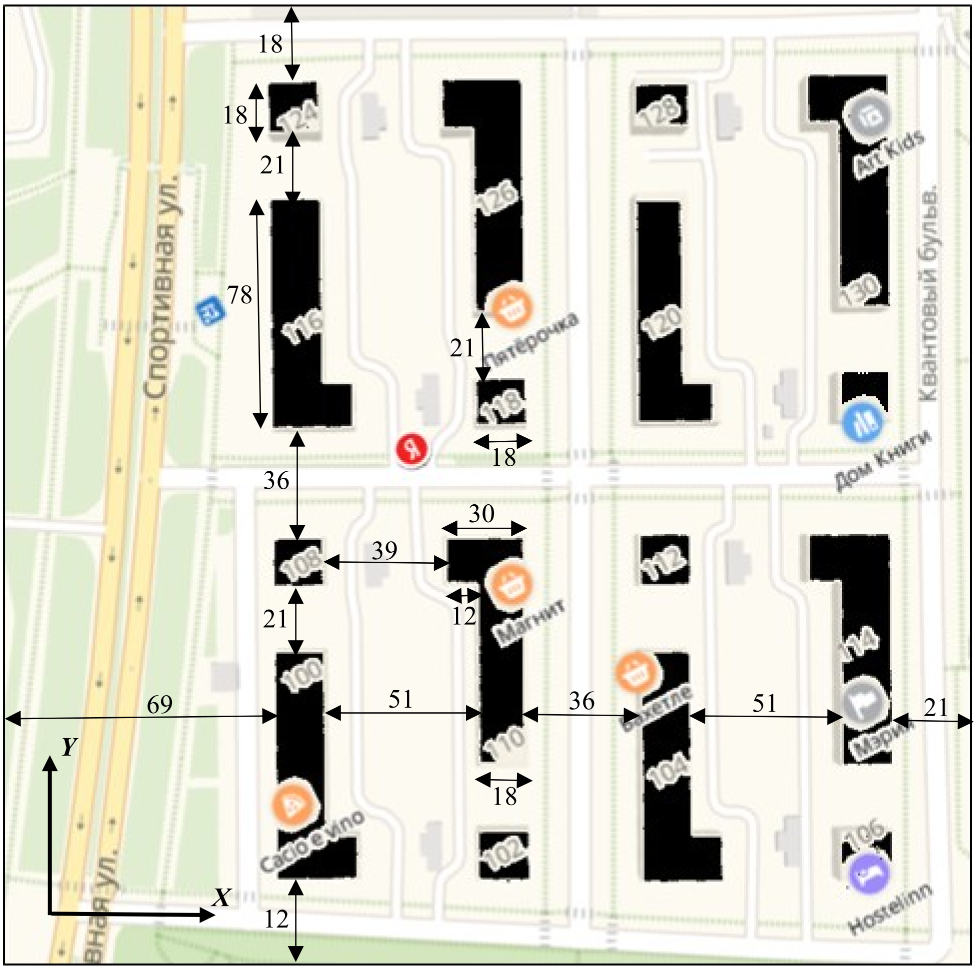
Задача 4. Решение уравнения конвекции-диффузии

Input file: **standard input**
Output file: **standard output**
Time limit: **10 seconds**
Memory limit: **256 megabytes**

Требуется решить двумерное уравнение конвекции-диффузии: $u_t + \lambda_1 u_x + \lambda_2 u_y = \kappa\left(u_{xx} + u_{yy}\right) + f$ с использованием разностной схемы типа «крест» и равномерной расчетной сетки $\Delta x = \Delta y = h$. В случае стационарных граничных условий $u|_\text{г} = \varphi(x, y)$ решение данного уравнение будет стремиться к решению уравнения $\lambda_1 u_x + \lambda_2 u_y = \kappa\left(u_{xx} + u_{yy}\right) + f$ с теми же граничными условиями $u|_\text{г} = \varphi(x, y)$. Здесь u - удельная концентрация переносимого вещества, выраженная в мг/м^3, λ_1, λ_2 - проекции вектора скорости переноса вещества на оси x, y, $\kappa > 0$ - эффективный коэффициент диффузии, правая часть - f позволяет моделировать источники или наоборот стоки переносимого вещества.
В соответствии со схемой решение уравнения конвекции-диффузии будем искать в квадрате городской застройки размером 300x300 метров, показанной ниже на схеме:



Граничные условия зададим в следующем виде. Вдоль улицы Спортивная считаем концентрацию вредных веществ постоянной: $u(0, y) = 1$, на противоположной стороне квартала положим $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=300} = 0$, на двух границах $u(x, 0)$ и $u(x, 300)$ считаем что концентрация вредных веществ линейно меняется от 1 на ул. Спортивная до 0 на противоположной стороне: $u(x, 0) = u(x, 300) = \frac{300-x}{300}$. В квадрате находятся здания с граничными условиями на них, заданными также в виде: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0$, проекции вектора скорости переноса вещества: $\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 0.5$, эффективный коэффициент диффузии: $\kappa = 0.5$, правая часть $f = 0$. Используем равномерную расчетную сетку с равным количеством узлов: $\overline{0, M}$ по каждому пространственному направлению и послойную нумерацию неизвестных значений $u(x, y)$ в узлах сетки:

$$X = \left[u_{1,1}, \ldots, u_{1,M-1}, u_{2,1}, \ldots, u_{2,M-1}, \ldots, u_{M-1,1}, \ldots, u_{M-1,M-1}\right]^T, \; u_{j,i} = u\left(i\Delta x, j\Delta y,\right), \quad i, j = \overline{1, M-1}$$

Для решения получившейся СЛАУ: $AX = b$ используем самостоятельно реализованный численный метод в любом варианте уравнения стационарном или нет.

Формат входных данных

Во входном файле задано только ε — точность численного решения, которую необходимо достигнуть, самостоятельно выбирая шаг равномерной расчетной сетки.

Формат выходных данных

В первую строку выходного файла вы выводите ваше значение сеточного параметра M, в следующей строке нужно вывести через пробел значения координат $\left(x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y\right)$ и соответствующее им значение функции $u_{i,j} = u\left(x_i, y_j\right)$ для всех узлов вашей расчетной сетки: $0 \le i, j \le M$.

Ваш ответ будет считаться правильным, если относительная погрешность каждой из компонент не будет превышать ε. А именно, пусть ваш результат в точке с координатами $\left(x_i, y_j\right)$ есть $u_{j,i} = a$, а правильный ответ: $u_{j,i} = b$. Проверяющая система будет считать ваш ответ правильным, если для каждой из компонент искомого вектора значений функции выполняется:

$$\frac{|a-b|}{\max\left(1, |b|\right)} \le \varepsilon.$$