
Отчёт по работе 4.3.3

Изучение разрешающей способности микроскопа методом Аббе

Карташов Константин Б04-005

I Анотация

Цель работы: Определение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа методом Аббе.

Оборудование:

- ▷ Лазер
 - ▷ Кассета с набором сеток разного периода
 - ▷ Линзы
 - ▷ Щель с микрометрическим винтом
 - ▷ Экран
 - ▷ Линейка
-

II Теоретическая часть

i Устройство экспериментальной установки

Экспериментальная установка представляет из себя модель проекционного микроскопа с длиннофокусной линзой L_1 и короткофокусной линзой L_2 с фокусными расстояниями $F_1 = 110$ мм и $F_2 = 25$ мм соответственно.

На расстоянии a_1 от длиннофокусной линзы расположена кассета с дифракционными сетками, а в её внутренней фокальной плоскости расположена щель. На расстоянии b_2 от короткофокусной линзы расположен экран.

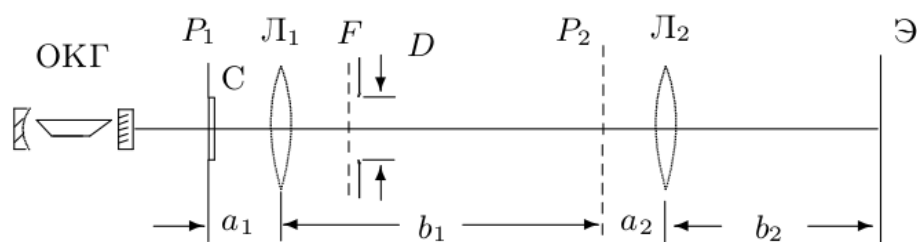


Рис. 1: Схема экспериментальной установки – модель проекционного микроскопа

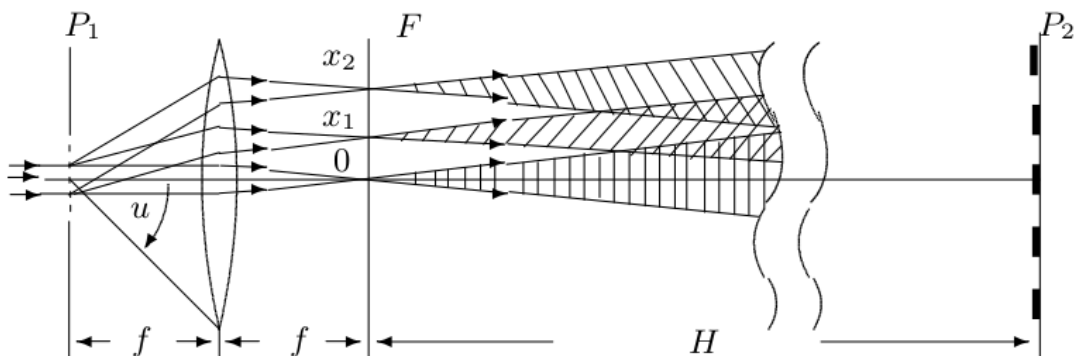


Рис. 2: Образование изображения в объективе микроскопа

ii Разрешающая способность

Согласно теории Аббе минимальное разрешаемое объективом расстояние определяется условием:

$$l_{\min} \approx \frac{\lambda}{\sin A} \approx \frac{\lambda}{D/2f}, \quad (1)$$

где D – диаметр диафрагмы. При этом диафрагма, расположенная симметрично, пропускает нулевой и ± 1 дифракционные максимумы.

III Экспериментальная часть

i Измерение периодов решёток по их пространственному спектру

Поставим кассету с пятью дифракционными решётками на оптический стол, на расстоянии H от экрана. Измеряя расстояние L_n между n максимумами определим расстояние L между соседними для каждой решётке, затем вычислим дифракционный угол θ , и период каждой решётки.

$$\theta = \frac{L_n}{(n-1)H}, \quad d = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{\lambda H(n-1)}{L_n} \quad (2)$$

Измерим расстояние H при помощи линейки и отметки «120 см» на столе, получим: $H = 139$ см. Так как невозможно точно измерить положение сетки в кассете, будем считать погрешность примерно равной толщине кассеты, итого $H = 139 \pm 1$ см.

При измерении расстояния между максимумами учтём погрешность линейки (0.5 мм) и толщину пятна $\Delta \approx 4$ мм. Так толщина пятна в восемь раз больше погрешности линейки, будем считать погрешность измерений $\sigma_L = \Delta/2 \cdot \sqrt{2} \approx 3$ мм (два пятна с разных концов).

N	n	L_n , мм	L , мм	θ , рад	d , мкм	σ_d , мкм
1	7	223	37.2	0.0267	19.90	0.30
2	9	197	24.6	0.0177	30.03	0.50
3	17	198	12.4	0.00890	59.8	1.0
4	29	173	6.2	0.00445	119.7	2.2
5	46	207	4.6	0.00331	160.8	2.6

Таблица 1: Данные для первого метода

Погрешность измерения периода, по формуле (2):

$$\sigma_d = d \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{H}\right)^2} = d \cdot \sqrt{\left(\frac{3 \text{ мм}}{L_n}\right)^2 + 5 \cdot 10^{-5}}$$

Данные измерений и вычислений запишем в таблицу 1.

ii Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью микроскопа

Соберём модель проекционного микроскопа в соответствии с рис. 1 из длиннофокусной линзы ($F_1 = 110$ мм) и короткофокусной линзы ($F_2 = 25$ мм). Определим расстояния a_1, a_2, b_1, b_2 :

$$a_1 = 14 \text{ см}, a_2 = 2.5 \text{ см}, b_1 = 84.5 \text{ см}, b_2 = 40 \text{ см}.$$

Увеличение микроскопа рассчитаем как произведение увеличения двух линз:

$$\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = \frac{84.5 \cdot 40}{14 \cdot 2.5} \approx 97. \quad (3)$$

Так как определить точное расстояние между центрами линз из-за широкой оправы, будем считать погрешность измерения расстояний по ширине оправы $\sigma_L \approx 1$ см, a_2 берём без погрешности, так как считаем его равным фокусному расстоянию F_2 . Рассчитаем погрешность значения увеличения исходя из формулы (3):

$$\sigma_\Gamma = \Gamma \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{a_1}\right)^2} \approx 7$$

Для каждой дифракционной решётки получим её увеличенное изображение. Заметим, что полученное изображение искажено по краям, это связано с геометрией линзы. В пределах мало искажённого участка изображения ($\approx \pm 5$ см от оптической оси) измерим расстояние L_n между краями n клеток, и ширину решётки δL . Рассчитаем период решётки и погрешность по формуле:

$$d = \frac{L_n}{n\Gamma}, \quad \sigma_d = d \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\Gamma}{\Gamma}\right)^2} = d \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L_n}\right)^2 + 5 \cdot 10^{-3}}.$$

В качестве погрешности σ_L возьмём значения δL так как они больше погрешности линейки, кроме случая для первой решётки. Результаты измерений и вычислений запишем в таблицу 2.

N	n	L_n , мм	δL , мм	L , мм	d , мкм	σ_d , мкм
1	30	44	?	1.5	15.2	1.1
2	30	65	1	2.2	22.4	1.6
3	15	101	1	6.7	69.7	5.0
4	6	79	3	13.2	136	11
5	6	102	4	17.0	176	14

Таблица 2: Данные для второго метода

N	D , мкм	d , мкм
1	?	?
2	3300	35
3	1500	78
4	1100	106
5	700	167

Таблица 3: Данные для третьего метода

iii Определение периодов микроскопа по оценке разрешающей способности микроскопа

Расположим в фокальной плоскости длиннофокусной линзы диафрагму в соответствии с рис. 1. Для каждой решётки определим минимальный размер диафрагмы D , при котором ещё различима картинка сетки. По формуле (1) вычислим период решётки. Оценить точность такого метода сложно так, как превращение изображения сетки в изображение полос происходит плавно, и для разных решёток оно происходит с разной скоростью. Результаты измерений и вычислений запишем в таблицу 3.

Для проверки теории Аббе построим график зависимости $d = f(1/D)$, взяв периоды сеток определённые по спектру (рис. 3). Проведём прямую по МНК для наглядности. Видим, что четыре точки действительно образуют прямую, проходящую через начало координат (с некоторой погрешностью). Учитывая то, что значения для периода сетки полученные по оценке разрешающей способности близки к значениям полученными другими способами, можно сделать вывод, что теория Аббе работает в условиях этого эксперимента.

iv Пространственная фильтрация и мультиплицирование

Пространственная фильтрация. Пропуская только вертикальные дифракционные максимумы, получим на экране картинку горизонтальных полос, находящихся на расстоянии равному увеличенному периоду решётки друг от друга. При пропускании только горизонтальных максимумов, получим такие же полосы, но расположенные вертикально.

Пропуская только диагональные максимумы, получим изображение решётки с периодом, увеличенным в $\sqrt{2}$ раз.

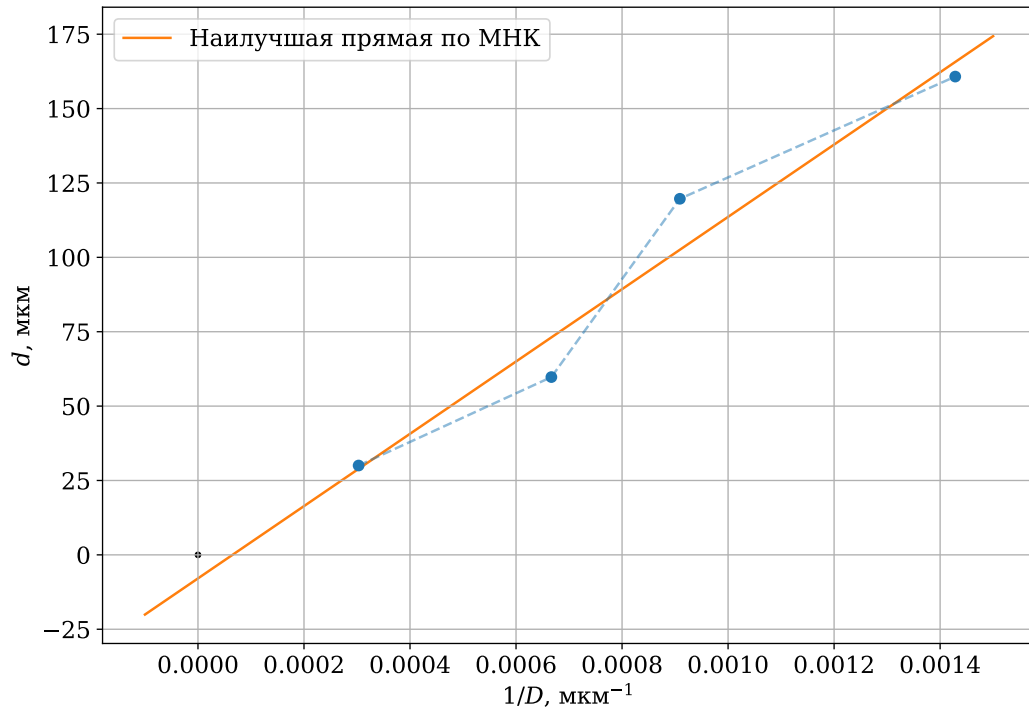


Рис. 3: График зависимости $d = f(1/D)$

Мультиплицирование. Расположив щель за дифракционной решёткой, получим множество изображений щелей, повторяющихся периодически по горизонтали и вертикали.

IV Выводы

1. Нашли периоды дифракционных решёток тремя способами и получили следующие значения:

	I способ		II способ		III способ
N	$d, \text{мкм}$	$\sigma_d, \text{мкм}$	$d, \text{мкм}$	$\sigma_d, \text{мкм}$	$d, \text{мкм}$
1	19.90	0.30	15.2	1.1	
2	30.03	0.50	22.4	1.6	35
3	59.8	1.0	69.7	5.0	78
4	119.7	2.2	136	11	106
5	160.8	2.6	176	14	167

Таблица 4: Периоды решёток, полученные разными способами

2. Основываясь на полученных данных проверили теорию Аббе
3. Пронаблюдали качественно эффекты пространственной фильтрации и мультиплицирования.