
Отчёт по работе 3.2.5

Вынужденные колебания

Карташов Константин Б04-005

I Анотация

Цель работы: Исследование вынужденных колебаний и процессов их установления.

Оборудование:

- ▷ Генератор звуковой частоты,
 - ▷ Осциллограф,
 - ▷ Вольтметр,
 - ▷ Частотомер,
 - ▷ Ёмкость,
 - ▷ Индуктивность,
 - ▷ Магазин сопротивлений,
 - ▷ Универсальный мост.
-

II Теоретическая часть

i Некоторые сведения

Резонансом называется случай, в котором на колебательных контур подаётся переменный ток с собственной частотой Ω , совпадающий с собственной частотой (частотой свободных колебаний) контура ω_0 . Уравнение вынужденных колебаний:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t$$

что для тока:

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = -\mathcal{E}_0 \frac{\Omega}{L} \sin \Omega t.$$

Для резонанса характерен резкий скачок в силе тока и напряжении на элементах контура. Это можно увидеть, получив из уравнения для тока следующее уравнение:

$$\frac{I_0}{I_{0,\text{рез}}} = \frac{U_0(\Omega)}{I_{0,\text{рез}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\nu_m}{\nu} - \frac{\nu}{\nu_m} \right)^2}},$$

где I_0 и U_0 – амплитуды тока и напряжения соответственно, Q – добротность контура.

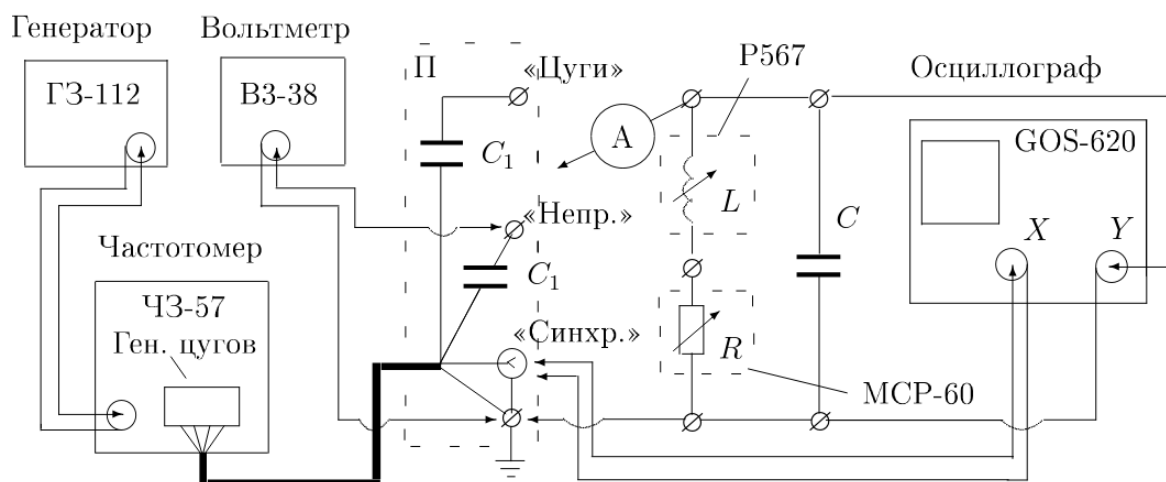


Рис. 1: Схема установки для исследования вынужденных колебаний

ii Устройство экспериментальной установки

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки. Колебательный контур состоит из конденсатора с ёмкостью $C = 0.1$ мкФ, катушки с индуктивностью $L = 100$ мГн и магазина сопротивлений R .

Синусоидальный сигнал от генератора звуковых сигналов проходит через частотомер, позволяющий измерять рабочую частоту с высокой точностью. В корпус частотомера вмонтирован генератор цугов.

После частотомера сигналы поступают по коаксиальному кабелю через одинаковые небольшие конденсаторы на клеммы «непр.» и «цуги» смонтированные на панели. На этой же панели смонтированы клеммы синхронизация «синхр.» и земля « \perp ».

Для визуального наблюдения за процессом колебаний напряжение с ёмкости колебательного контура C подаётся на вход электронного осциллографа ЭО. Чтобы картинка на экране ЭО была устойчивой, его частота синхронизируется с частотой колебаний за счёт синхронизированных с частотой повторения цугов импульсов, подаваемых на клемму панели «синхр.».

III Экспериментальная часть

i Снятие и исследование АЧХ вынужденных колебаний

Найдём резонансную частоту $\nu_m \approx 1.585$ кГц. Теперь при $R = 0$ измерим $U_m = 31.8$ В и снимем зависимость $U(\nu)$ для $0.3U_m \leq U \leq U_m$ при понижении и повышении частоты. То же самое повторим для $R = 100$ Ом. Данные занесём в таблицы 1 и 2.

Полученные данные отметим на графике. Пользуясь методом наименьших квадратов найдём наилучшую аппроксимацию для уравнения резонансной кривой:

U/U_m	0.346	0.393	0.440	0.487	0.535	0.582	0.629	0.660	0.692	0.723	0.770
ν/ν_m	0.954	0.960	0.965	0.970	0.973	0.976	0.979	0.980	0.982	0.984	0.986
U/U_m	0.818	0.865	0.912	0.959	1.000	0.991	0.943	0.896	0.849	0.802	0.755
ν/ν_m	0.988	0.991	0.993	0.996	1.000	1.003	1.008	1.010	1.013	1.016	1.017
U/U_m	0.723	0.692	0.660	0.629	0.582	0.535	0.487	0.440	0.393	0.346	–
ν/ν_m	1.019	1.021	1.023	1.025	1.028	1.032	1.036	1.041	1.047	1.056	–

Таблица 1: Результаты измерения АЧХ для цепи с $R = 0$

U/U_m	0.335	0.368	0.410	0.445	0.486	0.520	0.585	0.639	0.705	0.763	0.841
ν/ν_m	0.854	0.864	0.876	0.885	0.896	0.904	0.919	0.928	0.940	0.948	0.961
U/U_m	0.903	0.943	0.983	1.000	0.989	0.950	0.903	0.836	0.786	0.722	0.683
ν/ν_m	0.971	0.978	0.989	1.002	1.011	1.023	1.033	1.046	1.054	1.067	1.077
U/U_m	0.647	0.587	0.560	0.529	0.502	0.477	0.454	0.433	0.431	–	–
ν/ν_m	1.085	1.100	1.108	1.119	1.131	1.141	1.151	1.163	1.170	–	–

Таблица 2: Результаты измерения АЧХ для цепи с $R = 100$ Ом

$$\frac{U(\nu)}{U_m} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\nu_m}{\nu} - \frac{\nu}{\nu_m} \right)^2}},$$

где Q – добротность. Результаты покажем на графике 2.

Полученные значения для добротности $Q_1 = 26.9 \pm 0.4$ и $Q_2 = 7.6 \pm 0.2$.

ii Изучение скорости нарастания и затухания вынужденных колебаний на резонансе

Подадим на колебательный контур сигнал в виде цугов. Измерим амплитуды возрастающих и убывающих вынужденных колебаний. Результаты покажем на графике 3.

Найдём логарифмический декремент затухания и нарастания колебаний по формуле:

$$\Theta = \frac{1}{n} (\ln(U_0 - U_k) - \ln(U_0 - U_{k+n})),$$

где U_0 – максимальная амплитуда (в нашем случае $U_0 = 8$), U_k и U_{k+n} – амплитуды k -го и $k + n$ -го колебания. Считая что погрешность $\Delta U_k = \Delta U_{k+n} = \Delta U$, найдём погрешность $\Delta \Theta$:

$$\Delta \Theta = \frac{\Delta U}{n} \left(\frac{1}{U_0 - U_k} + \frac{1}{U_0 - U_{k+n}} \right).$$

Для добротности получаем:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta}, \quad \Delta Q = \frac{\Delta \Theta}{\Theta} Q.$$

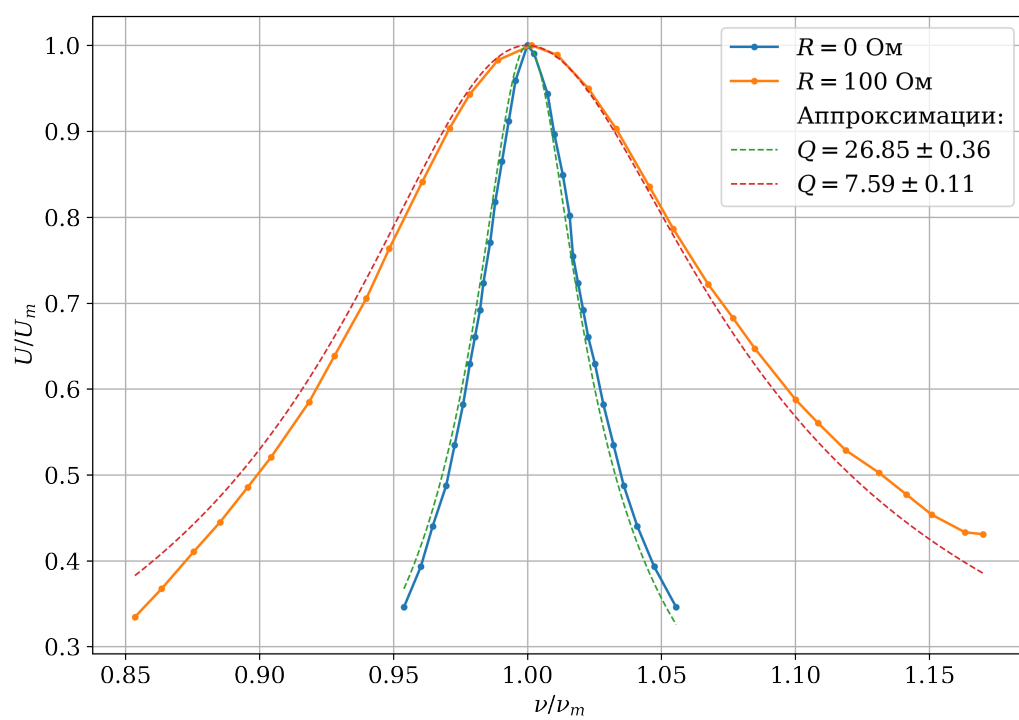


Рис. 2: Зависимости амплитуды от частоты и аппроксимация кривых

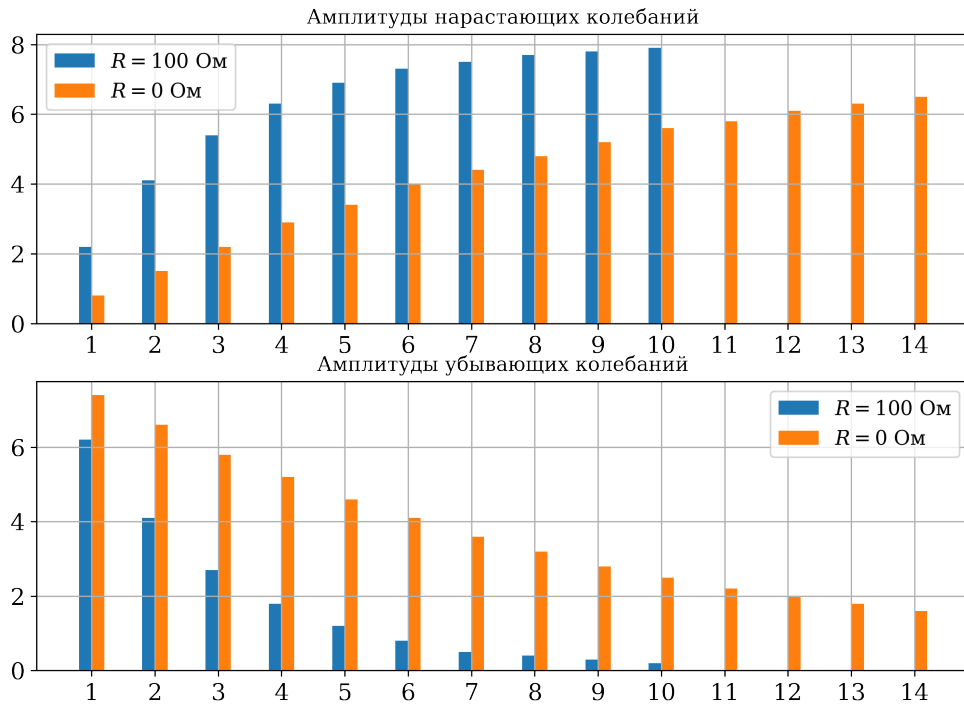


Рис. 3: Амплитуды нарастающих и затухающих вынужденных колебаний

Получаем для нарастающих колебаний: $Q_1 = 26.0 \pm 1.4$, $Q_2 = 7.7 \pm 0.7$; для убывающих колебаний: $Q_1 = 26.7 \pm 1.3$, $Q_2 = 7.5 \pm 0.7$.

iii Нахождение теоретической добротности

Измерим индуктивность, сопротивление и добротность цепи с помощью LCR-7819. При частоте колебаний $\nu = 1.5$ кГц. Получаем $L = 99.63$ мГн, $R = 29.97$ Ом, $Q = 31.33$. Считая, что $C = 0.1$ мкФ, рассчитаем добротность по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Взяв $R_1 = 30$ Ом и $R_2 = 130$ Ом, получим: $Q_1 = 33.3$, $Q_2 = 7.7$.

IV Выводы

Вычисленные несколькими способами добротности:

R	R_Σ	Q			
		АЧХ	$\Theta \uparrow$	$\Theta \downarrow$	$f(CRL)$
0	30	26.9 ± 0.4	26.0 ± 1.4	26.7 ± 1.3	33.3
100	130	7.6 ± 0.2	7.7 ± 0.7	7.5 ± 0.7	7.7

Видим, что значения получились похожими, чем показали, что затухание и нарастание, как и АЧХ контура связаны с одной общей добротностью.
