
Отчёт по работе 4.1.1

Изучение центрированных оптических систем

Карташов Константин Б04-005

I Анотация

Цель работы: Изучит методы определения фокусных расстояний линз и сложных оптических систем; определить характеристики оптической систем, составленной из тонких линз, изучить недостатки реальных линз – сферическую и хроматическую aberrации.

Оборудование:

- ▷ Оптическая скамья с набором рейтеров
 - ▷ Положительные и отрицательные линзы
 - ▷ Экран
 - ▷ Осветитель с ирисовой диафрагмой
 - ▷ Зрительная труба
 - ▷ Светофильтры
 - ▷ Кольцевые диафрагмы
 - ▷ Линейка
-

II Теоретическая часть

i Определение фокусного расстояния оптических систем по методу Аббе

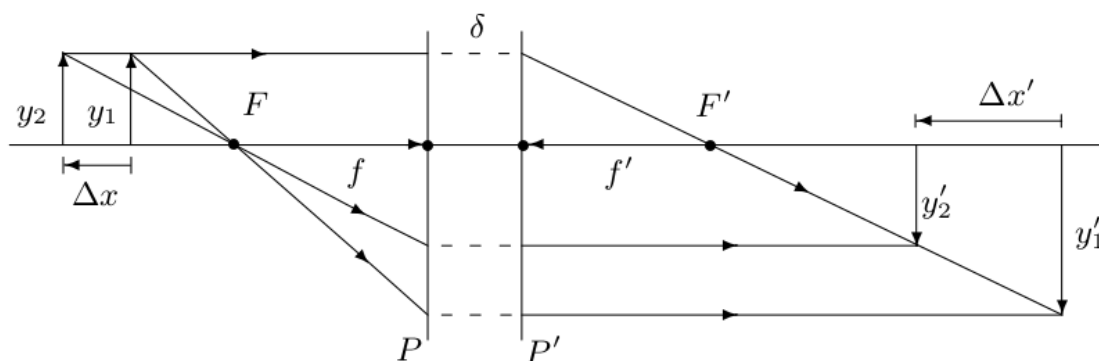


Рис. 1: Метод Аббе

Измерение фокусного расстояния по методу Аббе основано на определении поперечного увеличения для нескольких (не менее двух) различных положений предмета, находящегося на оптической оси исследуемой оптической системы. На рис. 1 представлена соответствующая схема эксперимента. Фокусное расстояние системы можно выразить через положения предмета и соответствующие увеличения следующим образом:

$$f = \frac{\Delta x}{\Delta(y/y')} = -\frac{\Delta x'}{\Delta(y'/y)} \quad (1)$$

ii Определение фокусного расстояния оптических систем по методу Бесселя

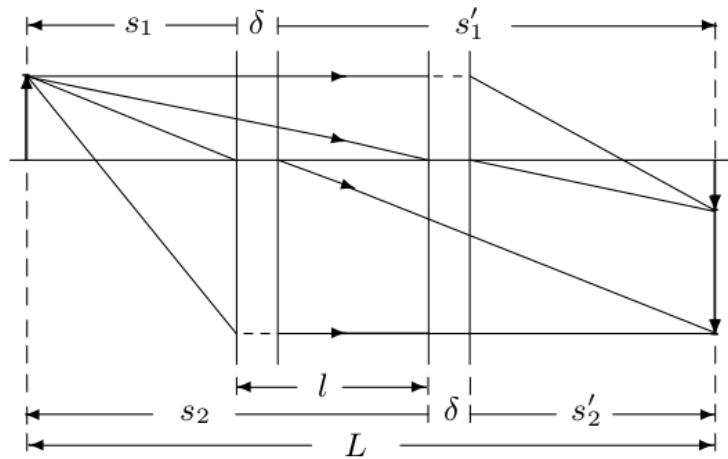


Рис. 2: Метод Бесселя

Схема метода Бесселя для случая, когда $n = n'$ и $f' = -f$, представлена на рис. 1. Она основана на том, что при заданном расстоянии L между предметом и экраном выполняется соотношение, представляющее собой квадратное уравнение относительно расстояния s от главной плоскости пространства предметов до предмета ($s < 0$):

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{L - \delta + s} = \frac{1}{f}, \quad (2)$$

имеющее при условии $L > 4f + \delta$ решения s_1 и s_2 , показанные на рис. 2, где δ — расстояние между главными плоскостями системы (линзы).

Решив уравнение можно получить соотношение:

$$f = \frac{(L - \delta)^2 - l^2}{4(L - \delta)}, \quad (3)$$

которое при условии $|\delta| \ll L$ можно упростить до вида:

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4L} \quad (4)$$

iii Определение фокусного расстояния тонкой рассеивающей линзы

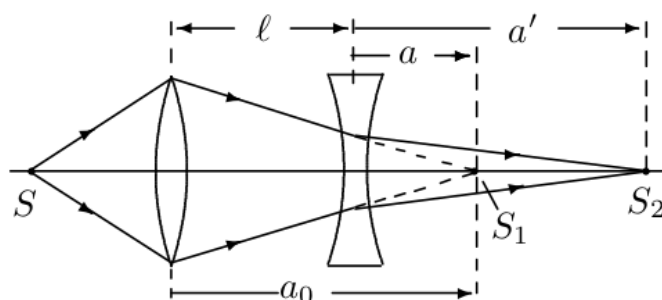


Рис. 3: Определение фокусного расстояния тонкой рассеивающей линзы

Сначала с помощью собирающей линзы получают на экране действительное изображение предмета S (точка S_1 на рис. 3). Затем на пути лучей, выходящих из собирающей линзы, располагают исследуемую рассеивающую линзу и, отодвигая экран, получают чёткое изображение предмета на экране, образованное двумя линзами. Определив расстояния $a = a_0 - l > 0$ и $a' > 0$, рассчитывают фокусное расстояние рассеивающей линзы по формуле:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

III Экспериментальная часть

i Определение фокусных расстояний тонких линз при помощи экрана

i.i Метод Аббе

Измерим фокусное расстояние центрированной линзы №1 методом Аббе. Получим изображение на экране, затем переместим экран и осветитель и получим изображение другого размера. Далее по формуле (1) найдём фокусное расстояние линзы:

$$\begin{aligned} y &= 2 \text{ см}, & x_1 &= 13 \text{ см}, & x'_1 &= 53 \text{ см}, & y'_1 &= 8.5 \text{ см}, \\ - & & x_2 &= 17 \text{ см}, & x'_2 &= 25 \text{ см}, & y'_2 &= 3 \text{ см}, \end{aligned}$$

$$f_1 = \frac{17 - 13}{\frac{2}{3} - \frac{2}{8.5}} \approx 9.27, \quad f'_1 = \frac{25 - 53}{\frac{3}{2} - \frac{8.5}{2}} \approx 10.18.$$

Среднее $f_1 = 9.73 \text{ см}$.

| № изм. | a_1 , см | a'_1 , см | a_2 , см | a'_2 , см | L , см | l , см | f_1 , см |
|--------|------------|-------------|------------|-------------|----------|----------|------------|
| 1 | 18 | 23.5 | 24 | 17.5 | 41.5 | 6 | 10.16 |
| 2 | 15 | 30 | 29 | 16 | 45 | 14 | 10.16 |
| 3 | 14 | 36 | 35 | 14 | 49.5 | 21.5 | 10.04 |
| 4 | 14 | 42 | 41.5 | 13.5 | 55.5 | 28 | 10.34 |
| 5 | 12 | 57 | 57 | 12.5 | 69.25 | 44.75 | 10.08 |
| 6 | 11.5 | 78 | 78 | 11.5 | 89.5 | 66.5 | 10.02 |
| 7 | 13 | 45 | 45 | 13 | 58 | 32 | 10.09 |

Таблица 1: Измерения фокусного расстояния по методу Бесселя

Погрешность измерений методом Аббе будет складываться из погрешностей измерения x_1, x_2, x'_1, x'_2 (если считать, что значение y нам дано) это может дать особенно сильную погрешность, если числа в знаменателе малы.

i.ii Метод Бесселя

Измерим фокусное расстояние центрированной линзы №1 методом Бесселя. Проведём несколько измерений и найдём среднее и случайную погрешность. Результаты измерений и вычислений внесём в таблицу 1.

По значения для f_1 из табл. 1 вычислим среднее и случайную погрешность (среднеквадратичное отклонение): $\bar{f}_1 = 10.13$, $\sigma_{f_1} = 0.10$.

i.iii Рассеивающая линза

Измерим фокусное расстояние рассеивающей линзы. Для это сначала получим изображение на экране при помощи собирающей линзы, и измерим расстояние a_0 , а затем отдалим изображение рассеивающей линзой и измерим расстояния l и a' (рис. 5). Затем по формуле (5) определим фокусное расстояние рассеивающей линзы f_- . Получаем:

$$a_0 = 14.5 \text{ см}, a' = 13.5 \text{ см}, l = 8 \text{ см} \Rightarrow a = 6.5 \text{ см}, f_- = \frac{aa'}{a - a'} \approx -12.5 \text{ см}.$$

ii Определение фокусных расстояний тонких линз с помощью зрительной трубы

ii.i Линза №1

Расположим на оптическом столе осветитель, линзу №1 и зрительную трубу, предварительно настроенную на бесконечность. Получим чёткое изображение осветителя в зрительной трубе, и измерим расстояние от линзы до осветителя. Затем перевернём линзу и повторим опыт. В качестве фокусного расстояния возьмём среднее значение. Получили: $f_1^1 = 10.3 \text{ см}$, $f_1^2 = 10.5 \text{ см}$, $f_1 = 10.4 \text{ см}$.

ii.ii Линза №2

Проведём такой же опыт для линзы №2. Получим: $f_2^1 = 13.1 \text{ см}$, $f_2^2 = 13.3 \text{ см}$, $f_2 = 13.2 \text{ см}$.

| Линза | f , см | D , дптр |
|-------|----------|------------|
| №1 | 10.4 | 9.6 |
| №2 | 13.2 | 7.6 |
| расс. | 12.5 | -8 |

Таблица 2: Измеренные фокусные расстояния и оптические силы линз

Погрешность измерения фокусного расстояния линзы при помощи зрительной трубы можно оценить как погрешность двух измерений линейкой ($\sigma_f \approx 1$ мм), однако это не учитывает особенностей глаза наблюдателя и того, что изображение может быть чётким в некотором интервале. Полученные значения занесём в таблицу 2

iii Определение фокусного расстояния и положения главных и фокальных плоскостей сложной оптической системы

iii.i Измерение фокусного расстояния по методу Аббе

Соберём сложную систему из линзы №1 и №2, расположенных на расстоянии $l_{12} = 5.5$ см. Далее по методу Аббе найдём фокусное расстояние:

$$\begin{aligned} y = 2 \text{ см}, \quad x_1 = 5.8 \text{ см}, \quad x'_1 = 39.5 \text{ см}, \quad y'_1 = 10 \text{ см}, \\ - \quad \quad \quad x_2 = 9.1 \text{ см}, \quad x'_2 = 15 \text{ см}, \quad y'_2 = 3 \text{ см}, \end{aligned}$$

$$f_\Sigma = \frac{9.1 - 5.8}{\frac{2}{3} - \frac{2}{10}} \approx 7.07, \quad f'_\Sigma = \frac{15 - 39.5}{\frac{3}{2} - \frac{10}{2}} = 7.$$

Среднее $f_\Sigma = 7.03$ см.

iii.ii Нахождение главных фокусов системы

Расположим зрительную трубу за сложной системой, и передвигая осветитель за линзой №1, добьёмся чёткого изображения в зрительной трубе. Измерив расстояние от линзы №1 до осветителя получим положения главного фокуса $F_{\Sigma 1} = 4.6$ см.

Тоже самое повторим для линзы №2. Получим $F_{\Sigma 2} = 4.0$ см.

Для погрешностей измерений фокусного расстояния и главных фокусов справедливы рассуждения для погрешностей измерений методом Аббе и зрительной трубой.

iii.iii Построение геометрической модели сложной системы

Построим модель сложной системы на миллиметровой бумаге (прил. 1). Построим падающие на систему слева и справа лучи параллельные оптической оси. По рисунку рассчитаем: $f_\Sigma = 7.6$ см, $H_{1\Sigma} = 3.2$ см, $H_{2\Sigma} = 4.0$ см, $F_{1\Sigma} = 4.4$ см, $F_{2\Sigma} = 3.6$ см.

Также рассчитаем эти значения исходя из формул:

$$H_{1\Sigma} = \frac{f_1 l_{12}}{l_{12} - f_1 - f_2} = 3.16 \text{ см}, \quad H_{2\Sigma} = \frac{f_2 l_{12}}{l_{12} - f_1 - f_2} = 4.01 \text{ см},$$

$$F_{1\Sigma} = f_1 \left(1 + \frac{f_1}{l_{12} - f_1 - f_2} \right) = 4.42 \text{ см}, \quad F_{2\Sigma} = f_2 \left(1 + \frac{f_2}{l_{12} - f_1 - f_2} \right) = 3.57 \text{ см},$$

$$f_{\Sigma} = \frac{f_1 f_2}{l_{12} - f_1 - f_2} = 7.58 \text{ см}.$$

Все значения занесём в таблицу 3:

| Способ | f , см | $F_{1\Sigma}$, см | $F_{2\Sigma}$, см | $H_{1\Sigma}$, см | $H_{2\Sigma}$, см |
|------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Измерение | 7.0 | 4.6 | 4.0 | — | — |
| Построение | 7.6 | 4.4 | 3.6 | 3.2 | 4.0 |
| Формулы | 7.57 | 4.42 | 3.57 | 3.16 | 4.01 |

Таблица 3: Значения для параметров сложной системы полученные разными способами

iv Основные aberrации оптических систем

iv.i Сферическая aberrация

Последовательно перекрывая линзу №3 диафрагмами различных диаметров $2h$, измерим соответствующие фокусные расстояния s :

| | | | |
|----------|-----|---|-----|
| h , см | 0.5 | 1 | 2 |
| s , см | 7.2 | 7 | 6.2 |

Таблица 4: Наблюдения сферической aberrации

Построим график $s(h^2)$ по точкам из табл. 4 (рис. 4). Точки на графике лежат на одной прямой, экстраполируем эту прямую до точек $h = 0$ и $h = r$, и рассчитаем продольную сферическую aberrацию линзы $\delta s = s(r) - s(0) = 4.867 - 7.267 = -3.6$ см.

iv.ii Хроматическая aberrация

Применяя по очереди синий, жёлтый и красный световые фильтры измерим соответствующие фокусные расстояния: $f_F = 7.4$ см, $f_D = 7$ см, $f_C = 6.5$ см.

Рассчитаем хроматическую aberrацию: $\delta f_{\text{хр}} = f_F - f_C = 7.4 - 6.5 = 0.9$ см и число Аббе $\nu \approx -f_D/f_{\text{хр}} = -7/0.9 \approx -7.8$. Значение числа Аббе получилось сильно низким, из чего можно сделать вывод, что значение хроматической aberrации завышено.

IV Выводы

1. Измерили фокусное расстояние собирающей и рассеивающей линзы несколькими способами, за счёт чего убедились в действенности этих способов.
2. Измерили параметры сложной оптической системы, и подтвердили измерения геометрическим построением и теоретическими расчётами.

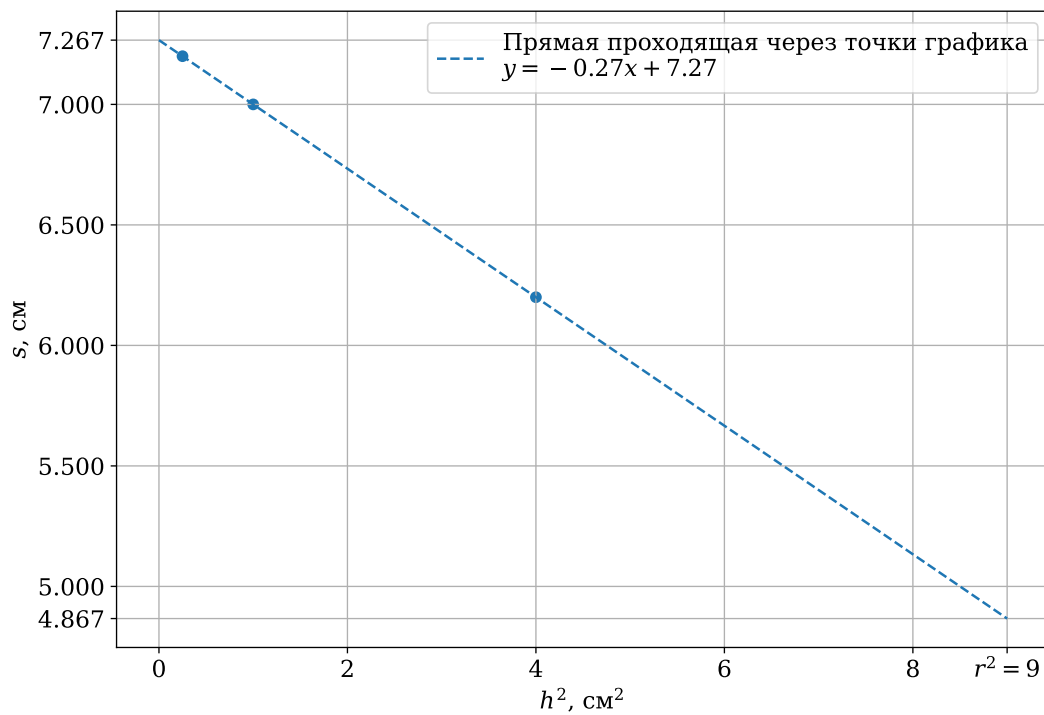


Рис. 4: Зависимость $s(h^2)$ для сферической аберрации

3. Измерили сферическую и хроматическую аберрации линзы.
