

---

## Вопрос по выбору по курсу общей физики на тему:

Атмосферные оптические явления связанные с отражением, преломлением, дисперсией и дифракцией света на распылённых в атмосфере частицах воды и льда.

Карташов Константин Б04-005

---

# I Оптические явления вызванные распылёнными в атмосфере каплями воды

## i Радуга

В качестве простейшей модели радуги, рассмотрим распылённые в воздухе капли воды имеющие форму идеальной сферы. Будем считать что солнечный свет – плоская волна неполяризованного белого света. Рассмотрим каплю воды в осевом сечении. Построим ход пучка параллельных лучей падающего на каплю, заметим, что угол между отражённым и падающим лучом не превышает некоторого  $\theta_{\max}$ , подобного минимальному углу отклонения в призме. Будем считать, что свет отражённый под этим углом будет иметь наибольшую интенсивность.

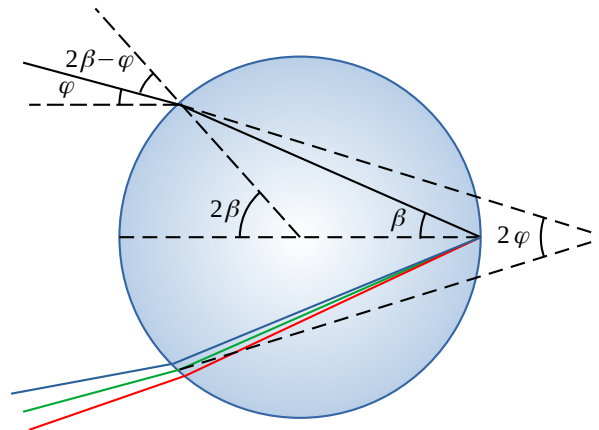


Рис. 1: Путь луча прошедшего через сферическую каплю воды

Найдём угол  $\theta_{\max}$ . Для этого выделим ось капли являющейся нормалью точки в которой происходит внутренне отражение в капле. Обозначим углы  $\beta$  – угол падения луча внутри капли,  $\varphi$  – угол между осью капли и внешним падающим лучом, тогда угол отражения луча  $\theta = 2\varphi$  (рис. 1). Из закона Снеллиуса найдём:

$$\sin(2\beta - \varphi) = n \sin \beta \Rightarrow \varphi = 2\beta - \arcsin(n \sin \beta). \quad (1)$$

Найдём  $\beta_{\max}$  из условия  $d\varphi/d\beta = 0$ :

$$\frac{d\varphi}{d\beta} = 2 - \frac{n \cos \beta}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \beta}} = 0 \Rightarrow \beta_{\max} = \arcsin \frac{\sqrt{4 - n^2}}{n\sqrt{3}}, \quad (2)$$

подставляя (2) в (1) получим:

$$\theta_{\max} = 2\varphi_{\max} = 4 \arcsin \frac{\sqrt{4-n^2}}{n\sqrt{3}} - 2 \arcsin n \frac{\sqrt{4-n^2}}{n\sqrt{3}}. \quad (3)$$

Подставим в (3) несколько значений показателя преломления  $n$ : для красной длины волны  $\lambda_{\text{кр}} = 750$  нм  $n_{\text{кр}} = 1.330$ , получаем  $\theta_{\max, \text{кр}} = 42.5^\circ$ , для зелёной длины волны  $\lambda_{\text{зел}} = 550$  нм  $n_{\text{зел}} = 1.333$ , получаем  $\theta_{\max, \text{зел}} = 42.1^\circ$ , для синей длины волны  $\lambda_{\text{син}} = 450$  нм  $n_{\text{син}} = 1.337$ , получаем  $\theta_{\max, \text{син}} = 41.5^\circ$ .

В силу осевой симметрии, свет отражённый таким образом каплей воды, будет иметь вид конуса с углом  $2\theta_{\max}$  на вершине. Теперь учтём большое количество капель: получим множество плоских волн, распространяющихся под углом  $\theta_{\max}$  к направлению падения солнечных лучей. Наблюдатель в таком случае будет видеть мнимое изображения разноцветного кольца находящегося на бесконечном расстоянии от него, с угловым радиусом  $\theta_{\max} \approx 42^\circ$ , причём с наружу кольцо будет красным, а изнутри синим. Учтём также, что свет отражённый подобным образом не может быть отражён под углом большим, чем  $\theta_{\max}$ , поэтому внутренность кольца будет заметно светлее внешней части. 3.

## ii Двойная радуга

В прошлом пункте рассматривалось одноразовое внутренне отражение в сферической капле, однако возможны и случаи многократного внутреннего отражения. Наиболее часто наблюдаемым является случай двойного отражения. Отличие этого случая от прошлого в том, что угол между отражённым и падающими лучами будет не менее  $\theta_{\min}$ .

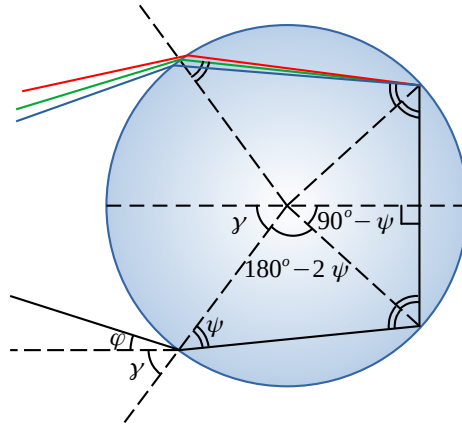


Рис. 2: Путь луча прошедшего через сферическую каплю воды с двойным внутренним отражением

Найдём  $\theta_{\min}$ . Обозначим углы  $\psi$  – угол падения луча внутри капли,  $\gamma$  – дополнительный угол для построения,  $\varphi$  – угол между осью капли и внешним падающим лучом, тогда угол отражения луча  $\theta = 2\varphi$  (рис. 1). Из закона Снеллиуса найдём:

$$\varphi = \arccos(-n \sin \psi) - 3\psi. \quad (4)$$

Из условия  $d\varphi/d\psi = 0$  найдём  $\psi_{\min}$ :

$$\psi_{\min} = \arcsin \frac{\sqrt{9 - n^2}}{2\sqrt{2}n}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) получим:

$$\theta_{\min} = 2\varphi_{\min} = 2 \arccos \frac{-\sqrt{9 - n^2}}{2\sqrt{2}} - 6 \arcsin \frac{\sqrt{9 - n^2}}{2\sqrt{2}n}. \quad (6)$$

Подставим в (6) несколько значений показателя преломления  $n$ : для красной длины волны  $\lambda_{\text{кр}} = 750$  нм  $n_{\text{кр}} = 1.330$ , получаем  $\theta_{\min, \text{кр}} = 50.1^\circ$ , для зелёной длины волны  $\lambda_{\text{зел}} = 550$  нм  $n_{\text{зел}} = 1.333$ , получаем  $\theta_{\min, \text{зел}} = 50.9^\circ$ , для синей длины волны  $\lambda_{\text{син}} = 450$  нм  $n_{\text{син}} = 1.337$ , получаем  $\theta_{\min, \text{син}} = 51.9^\circ$ .

Аналогично с предыдущим пунктом, наблюдатель будет видеть мнимое изображение кольца находящегося на бесконечности. При этом угловой радиус кольца будет  $\theta_{\min} \approx 51^\circ$ , при этом внутренняя сторона кольца будет красной, а внешняя – синей. Также внутренность кольца будет темнее внешности. Фото явления на рис. 3.



Рис. 3: Фото двойной радуги, автор фото: Карташов Константин

### iii Корона и Глория

Другое атмосферное явление, связанное с дифракцией света может наблюдаться при распылении в воздухе мелких сферических капель с одинаковыми радиусами  $r \sim 5$  мкм.

При падении света на мелкую каплю воды, можно наблюдать дифракцию Фраунгофера. Как известно, дифракционная картина при дифракции Фраунгофера не зависит от расстояния на котором производится наблюдение: максимумы и минимумы дифракции имеют постоянный угловой размер.

Учитывая большое количество капель, получим, что наблюдатель будет видеть дифракционную картину (диск Эйри), расположенный на бесконечности, с угловым радиусом первого максимума  $\theta \sim \frac{\lambda}{r} \approx 5^\circ$ . При этом, если дифракционная картина образована светом идущего непосредственно от солнца, то в центре колец будет находиться солнце – такое явление называется короной. Если же дифракционная картина образована светом отражённым в обратном направлении – это явление будет называться Глорией, Брокенским призраком или светом Будды. Фото явления на рис. 4.



Рис. 4: Эффект брокенского призрака, автор фото: Дмитрий Шаповалов

## II Оптические явления вызванные распылёнными в атмосфере частицами льда

### i Гало

Как известно, кристалл льда имеет структуру правильной шестиугольной призмы, будем читать что частицы для распылённые в воздухе будут иметь такую же структуру. Для объяснения феномена гало рассмотрим преломление лучей в плоскости параллельной основанию кристаллика льда. Здесь возможны три случая преломления (рис. 5):

1. Луч заходит в сторону кристалла, претерпевает полное внутреннее отражение от соседней стороны, и выходит из кристалла. Этот случай нас не интересует, так как равносильен отражению от зеркала со случайной ориентацией.
2. Луч заходит в сторону кристалла и выходит из стороны находящейся под углом  $\alpha = 60^\circ$  к первой. Это равносильно прохождению света через призму в виде равностороннего треугольника.
3. Луч заходит в сторону кристалла и выходит из противоположной стороны. Этот случай нас не интересует.

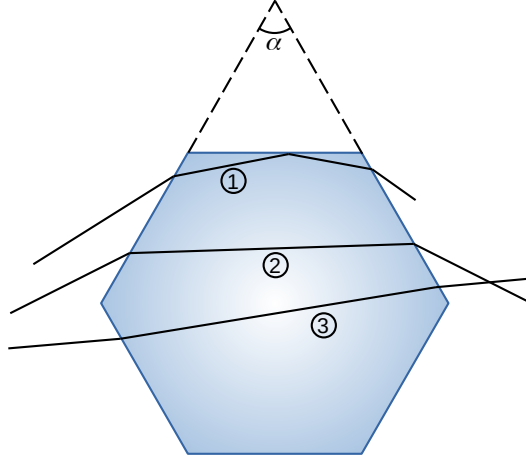


Рис. 5: Пути преломления в сечении кристаллика льда

Заострим внимание на втором случае. При прохождении рассеянного света через призму, наибольшая интенсивность будет у света прошедшего близко к углу наименьшего преломления  $\theta_{\min}$ . Из известного для призмы соотношения получаем:

$$\frac{\sin \frac{\alpha + \theta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = n \Rightarrow \theta_{\min} = 2 \arcsin \left( n \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha \quad (7)$$

Подставим в (7) несколько значений показателя преломления  $n$ : для красной длины волны  $\lambda_{\text{кр}} = 750 \text{ нм}$   $n_{\text{кр}} = 1.306$ , получаем  $\theta_{\min, \text{кр}} = 21.5^\circ$ , для синей длины волны  $\lambda_{\text{син}} = 350 \text{ нм}$   $n_{\text{син}} = 1.325$ , получаем  $\theta_{\min, \text{син}} = 23.0^\circ$ .

Солнечный свет, падающий на кристаллики льда не является рассеянным, поэтому от каждого кристаллика свет будет преломлён под углом  $\theta \geq \theta_{\min}$ . Пусть расплётённые в воздухе кристаллики имеют случайную ориентацию, тогда сумма преломлённых волн будет равносильна плоским волнам, распространяющихся под углом  $\theta$  к направлению распространения света идущего от солнца, причём волны распространяющиеся под углом  $\theta_{\min}$  будут иметь наибольшую интенсивность. Наблюдатель будет видеть мнимое изображение яркого кольца находящегося на бесконечности с угловым радиусом  $\theta_{\min} \approx 22^\circ$ , причём внутренний край кольца будет красноватым, а внешний край – синеватым. При этом внутренность кольца будет заметно темнее внешности, так как свет не преломляется под углом меньшим  $\theta_{\min}$ . Фото явления на рис. 6.

## ii Вторичное гало

Проводя такие же рассуждения как в предыдущем пункте, рассмотрим преломление в плоскости перпендикулярной основанию кристаллика льда. Сечение кристалла в этой плоскости будет иметь вид прямоугольника, поэтому возможны два случая преломления (рис. 7):

1. Луч проходит через противоположные грани. Этот случай нас не интересует.



Рис. 6: Гало с паргелием, автор фото: Карташов Константин

2. Луч преломляется на грани и основании. В этом случае кристаллик будет играть роль призмы с углом  $\alpha = 90^\circ$ .

Во втором случае получим изображение с такими же свойствами, как в предыдущем пункте, при этом  $\theta_{\min} \approx 46^\circ$ .

### iii Световой столб и паргелий

В предыдущих двух пунктах рассматривался случай, когда кристаллики льда расположены в случайных ориентациях. Однако обычно для разных форм кристаллов льда преобладают особые ориентации, например плоские кристаллы в форме правильной шестиугольной призмы, у которых размер основания значительно больше

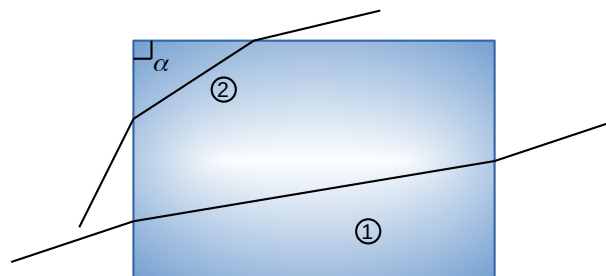


Рис. 7: Пути преломления в сечении кристаллика льда



Рис. 8: Гало со вторичным гало, автор фото: Национальное управление океанических и атмосферных исследований США

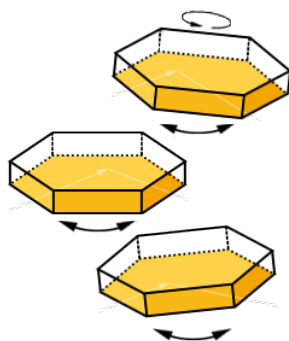


Рис. 9: Отражение света от кристаллов, вызывающие появление световых столбов

высоты, за счёт своих аэродинамических свойств, расположены так, что их основания параллельно поверхности земли.

При преломлении света через боковые грани таких кристаллов, свет проходит так же как при образовании гало, однако из-за ориентации кристаллов, усиливаются те части гало, которые находятся на той же угловой высоте, что и солнце. Получается эффект подобный наблюдению солнца через бипризму (паргелий). (рис. 6 и 8)

При отражении света от оснований кристаллов расположенных основаниями параллельно к поверхности, в воздухе образуются зеркальные слои, отражающие свет распространяющийся вверх обратно вниз (схематично на рис. 9). Этот эффект вызывает появление над и под источником света мнимого изображения светящегося столба, имеющего такой же цвет как и источник. Особенно эффектно выглядит такой эффект, когда он вызван искусственными источниками освещения (рис. 10)





Рис. 10: Световые столбы вызванные искусственными источниками освещения,  
автор фото: Дмитрий Супонау