
Отчёт по работе 3.1.3

Измерение магнитного поля Земли

Карташов Константин Б04-005

I Анотация

Цель работы:

1. Исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов,
2. Измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное склонение.

Оборудование:

- ▷ неодимовые магниты,
 - ▷ тонкая нить для изготовления крутильного маятника,
 - ▷ медная проволока,
 - ▷ электронные весы,
 - ▷ секундомер,
 - ▷ измеритель магнитной индукции,
 - ▷ штангенциркуль,
 - ▷ брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов,
 - ▷ набор гирь и разновесов.
-

II Теоретическая часть

Магнитное поле Земли. Земля имеет собственное магнитное поле, индукция которого влияет на микроскопические и макроскопические объекты, находящиеся в нём. Магнитное поле Земли локально можно представить в виде вектора магнитной индукции направленным к северному магнитному полюсу и имеющий некоторый угол наклона относительно горизонта.

Определение магнитного момента шарика.

Метод А. Сила притяжения двух одинаковых магнитных шариков:

$$F = \frac{6P_m}{r^4} \text{ (ед. СГС)},$$

исходя из чего можно вычислить P_m , зная F и r .

Метод Б. Сцепив несколько одинаковых магнитных шариков друг с другом, можно вычислить силу F , с которой верхний притягивает нижние к себе. Если принять F_0 за силу притяжения двух шариков:

$$F_0 = \frac{3P_m^2}{8R^4}, F = F_0 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) \approx 1.08F_0.$$

Момент силы магнитной индукции. Под действием магнитной индукции, тело с магнитным моментом испытывает момент силы $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$. Пользуясь этим свойством можно описать взаимодействие магнитного поля земли с магнитной стрелкой.

III Экспериментальная часть

i Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков.

Метод А. Измерим массу шарика цифровыми весами. Масса 12-ти шаров $m_{12} = 10.142 \pm 10^{-3}$ г, значит масса шарика $m = 0.8542 \pm 10^{-4}$ г. Измерим диаметр шарика штангенциркулем. Диаметр одного шарика $d = 0.6 \pm 0.01$ см. Используя дощечки и листочки бумаги, найдём максимальное расстояние на котором притягиваются шарики. Толщина прокладки $r_{\Pi} = 1.78 \pm 0.01$ см. Получаем максимальное расстояние $r_{\max} = d + d_{\Pi} = 2.38 \pm 0.02$ см. Расписав силы найдём момент магнитной индукции и индукцию шарика:

$$F = \frac{6P_m}{r_{\max}^4} = mg \Rightarrow P_m = r_{\max}^2 \sqrt{\frac{mg}{6}}, B_p = \frac{2P_m}{R^3} = \frac{2r_{\max}^2}{R^3} \sqrt{\frac{mg}{6}} \quad (\text{ед. СИ}).$$

Подставим измеренные значения:

$$P_m = 2.38^2 \sqrt{\frac{0.8542 \cdot 981.6}{6}} = 66.96 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}, \quad B_p = \frac{2 \cdot 66.96}{0.3^3} = 4960 \text{ Гс}.$$

Рассчитаем погрешности:

$$\sigma_P = P_m \sqrt{\left(2 \frac{\sigma_r}{r_{\max}} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_m}{m} \right)^2} = 66.96 \sqrt{\left(2 \frac{0.02}{2.38} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{10^{-4}}{0.8542} \right)^2} = 1.1 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}},$$

$$\sigma_B = B_p \sqrt{\left(\frac{\sigma_P}{P_m} \right)^2 + \left(3 \frac{\sigma_R}{R} \right)^2} = 4960 \sqrt{\left(\frac{1.1}{70.0} \right)^2 + \left(3 \frac{0.005}{0.3} \right)^2} = 260 \text{ Гс}.$$

Получили: $P_m = 70 \pm 1 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}, B_p = 4960 \pm 260 \text{ Гс}.$

Метод Б. Сцепим несколько одинаковых магнитных шариков и подвесим к ним груз. Постепенно будем увеличивать массу грузов, до тех пор пока цепь из магнитных шариков не разорвётся. Измерим предельную массу отцепившейся от шарика части, $m = 329.7 \pm 0.1$ г. Сила сцепления двух магнитных шариков:

$$F_0 = \frac{3P_m^2}{8R^4} \Rightarrow P_m = R^2 \sqrt{\frac{8F_0}{3}} \Rightarrow B_p = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{8F_0}{3}} \quad (\text{ед. СИ}).$$

Зная, что минимальный вес при котором цепочка оторвётся от верхнего шарика $F = 1.08F_0 = mg$, рассчитаем значения для P_m и B_p :

$$P_m = R^2 \sqrt{\frac{8F_0}{3}} = 2R^2 \sqrt{\frac{mg}{1.62}} = 2 \cdot 0.3^2 \sqrt{\frac{329.7 \cdot 982}{1.62}} = 80.5 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}},$$

$$B_p = \frac{4}{0.3} \sqrt{\frac{329.7 \cdot 982}{1.62}} = 5960 \text{ Гс}.$$

Рассчитаем погрешность:

$$\sigma_P = P_m \sqrt{\left(2 \frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_m}{m}\right)^2} = 80.5 \sqrt{\left(2 \frac{0.005}{0.3}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{2 \cdot 329.7}\right)^2} = 2.7 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}},$$

$$\sigma_B = B_p \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_m}{m}\right)^2} = 5960 \sqrt{\left(2 \frac{0.005}{0.3}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{2 \cdot 329.7}\right)^2} = 100 \text{ Гс}.$$

Получили: $P_m = 81 \pm 3 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}, B_p = 5960 \pm 100 \text{ Гс}$.

Измерим B_p магнитометром. Получили $B_p = 270 \pm 10 \text{ мТл} = 2700 \pm 100 \text{ Гс}$.

ii Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Соберём магнитную стрелку из n магнитных шариков, и подвесим её на Λ -образный подвес, чтобы в ней можно было возбудить крутильные колебания. Убедимся в том, что вкладом упругости в период колебаний можно пренебречь. Для этого вызовем крутильные колебания в кольце из 12 магнитных шариков. Сделав это видим, что крутильные колебания не возникают.

Исследуем зависимость периода крутильных колебаний стрелки T от количества шариков n :

n	3	4	5	6	7
T	0.68	0.97	1.21	1.49	1.60
n	8	9	10	11	12
T	1.84	2.14	2.30	2.54	2.99

Построим график зависимости $T(n)$ и проведём аппроксимирующую прямую пользуясь методом наименьших квадратов (полная формула представлена в первом томе лабораторного практикума). В частности, для расчёта коэффициента наклона прямой используются формулы:

$$\kappa = \frac{\langle n \cdot T \rangle - \langle n \rangle \langle T \rangle}{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2} = \frac{15.291 - 7.5 \cdot 1.776}{64.5 - 7.5^2} = 0.239 \text{ с},$$

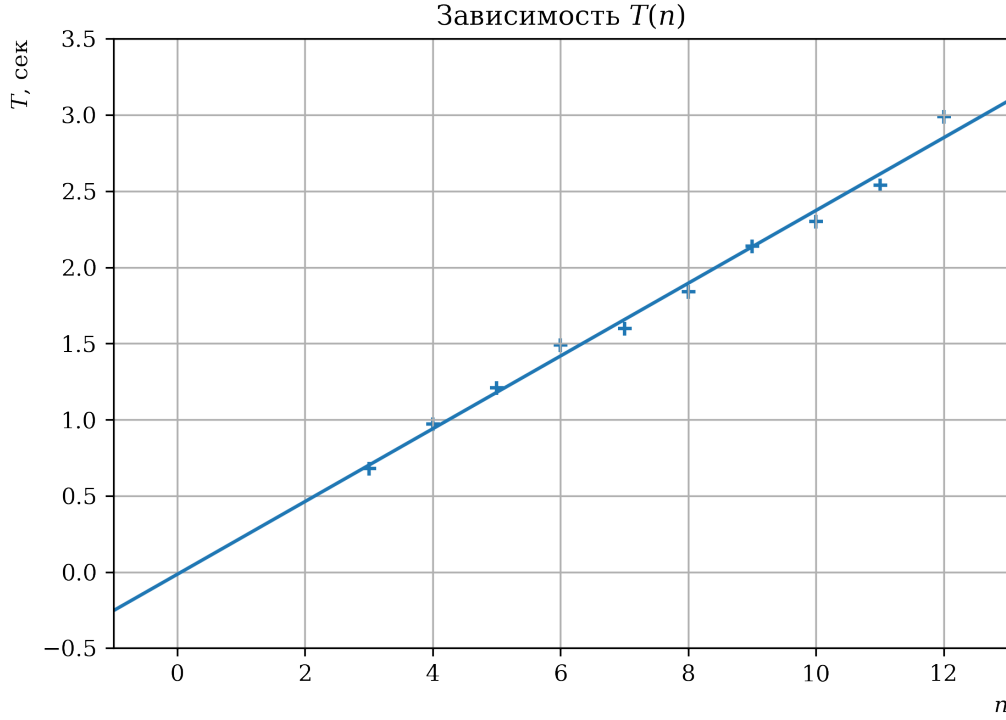


Рис. 1: Первый график

$$\sigma_\tau = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2}{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2} - k^2} = \frac{1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{3.629 - 1.776^2}{64.5 - 7.5^2} - 0.239^2} = 0.007 \text{ с.}$$

По графику видим, что получившаяся прямая проходит через точку $(0, 0)$, что соответствует ожиданию. Выражаем коэффициент наклона из формулы:

$$\kappa = 2\pi \sqrt{\frac{mR^2}{3P_m B_{\parallel}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{B_r R B_{\parallel}}} \Rightarrow B_{\parallel} = \frac{4\pi^2 m}{\kappa^2 B_r R}.$$

Подставим полученные и табличные значения в формулу:

$$B_{\parallel} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.854}{0.239^2 \cdot 1.22 \cdot 10^4 \cdot 0.3} = 1.61 \text{ Гс.}$$

Рассчитаем погрешность:

$$\sigma_B = B_{\parallel} \sqrt{\left(2 \frac{\sigma_\kappa}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2} = 1.61 \sqrt{\left(2 \frac{0.007}{0.239}\right)^2 + \left(\frac{0.01}{6}\right)^2 + \left(\frac{10^{-4}}{0.8542}\right)^2} = 0.09 \text{ Гс.}$$

Получаем $B_{\parallel} = 1.6 \pm 0.1 \text{ Гс.}$

iii Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли.

Соберём такую-же магнитную стрелку как в предыдущем разделе, но подвесим её в одной точке. Увидим, что магнитная стрелка находится под некоторым углом.

Для различных значений n уравновесим стрелку, и измерим приложенный момент сил M_n при помощи весов для измерения массы груза m_n и известного диаметра шара для измерения плеча силы r_n ($M_n = m_n g r_n$).

n	m_n , г	r_n , см	M_n , дин·см
4	0.205	0.6	121
6	0.173	1.2	204
8	0.173	1.2	204
10	0.173	1.8	306
12	0.176	3.0	518

Построим график зависимости $M(n)$ и проведём аппроксимирующую прямую пользуясь методом наименьших квадратов. Коэффициент наклона прямой $\alpha = 45 \pm 9$ дин·см. Прямая пересекает ось Oy в точке $(0, -88)$, что не соответствует формуле, из чего можно сделать вывод, что проведённые измерения неточные, что подтверждает высокая погрешность в коэффициенте наклона.

Выразим коэффициент наклона из формулы:

$$M_n = n P_m B_{\perp} = \frac{B_r R^3 B_{\perp}}{3} n \Rightarrow \alpha = \frac{B_r R^3 B_{\perp}}{3} \Rightarrow B_{\perp} = \frac{3\alpha}{B_r R^3} = \frac{3 \cdot 45}{1.22 \cdot 10^4 \cdot 0.3^3} = 0.4 \text{ Гс},$$

$$\sigma_{\alpha} = B_{\perp} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}\right)^2 + \left(3 \frac{\sigma_R}{R}\right)^2} = 0.4 \sqrt{\left(\frac{9}{45}\right)^2 + \left(3 \frac{0.1}{6}\right)^2} = 0.08 \text{ Гс}.$$

Получаем $B_{\perp} = 0.4 \pm 0.08$ Гс.

iv Магнитное наклонение и полная индукции магнитного поля Земли.

Полная индукция магнитного поля Земли равна $B = \sqrt{B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2} = \sqrt{1.61^2 + 0.4^2} = 1.66$ Гс. Погрешность $\sigma_B = \sqrt{\sigma_{B_{\parallel}}^2 + \sigma_{B_{\perp}}^2} = \sqrt{0.09^2 + 0.08^2} = 0.12$ Гс. Получаем значение $B = 1.66 \pm 0.12$ Гс. Вычислим магнитное наклонение β :

$$\beta = \arctan \frac{B_{\perp}}{B_{\parallel}} = \arctan \frac{0.4}{1.61} = 0.24 = 14^{\circ}$$

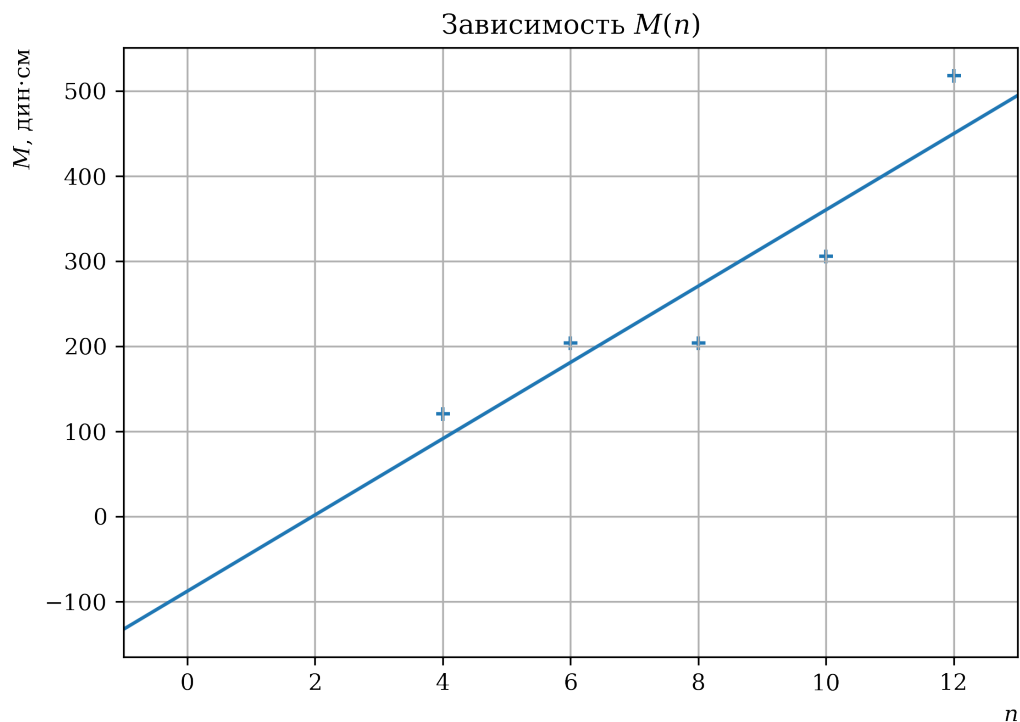


Рис. 2: Второй график

IV Выводы

Мы качественно показали влияние магнитного поля Земли, на магнитные материалы, показали влияние вертикальной и горизонтальной компоненты магнитного поля. Показали на практике, что магнитный момент системы из магнитных шариков является суммой магнитных моментов всех шариков.

Мы пронаблюдали неточности в измерении магнитного момента шарика. Все способы измерения магнитного момента дали различный результат. Это показывает, что при использовании этих методов необходимо уделять особое внимание внешним факторам.

Факторы, которые могли повлиять на результат: неоднородность шариков, случайное смещение шариков руками, влияние нитки в подвесе на шарики.
