

快速 3*3 中值滤波

作者：采石工

Q Q: 544617183

邮箱: quarrying@qq.com

博客: <http://www.cnblogs.com/quarryman/>

更新时间: 2016 年 04 月 22 日

版权声明: 自由分享, 保持署名-非商业用途-非衍生, 知识共享 3.0 协议。

如有错误和建议, 欢迎发邮件或留言! 转载请保留上述信息!

很早之前群主发过一份代码《Fastest 3_3 Median Blur》(群共享中有), 觉得有必要研究一下, 代码中为了确定 9 个数据的中值, 进行了 19 次比较, 但不知为何如此可以确定中值, 于是推导了一下, 如下(注意我修改了一下比较的顺序, 以便记忆和理解, 但不影响结果), 并编码验证了其正确性。不过与 OpenCV 的 cvSmooth 比较后, 发现 Fastest 3_3 Median Blur 的速度不及 OpenCV 的。翻阅 OpenCV 的源码, 发现其内部使用的也是相同方法(在 medianBlur_SortNet), 只是其用到了 SSE2 加速。于是将相关代码抠出, 进行比较, 结果一致。OpenCV 还用类似方法实现了 5*5 的快速中值滤波, 时间所限, 不做证明和验证。

\vec{x}_0	\vec{x}_1	\vec{x}_2
\vec{x}_3	\vec{x}_4	\vec{x}_5
\vec{x}_6	\vec{x}_7	\vec{x}_8

, 设 $I_i = I(\vec{x}_i)$, $i = 0, 1, \dots, 8$ 。

1) 每行像素独立完全排序。

若 $I_1 > I_2$, $\text{swap}(I_1, I_2)$, 则 $I_1 \leq I_2$ 。

若 $I_4 > I_5$, $\text{swap}(I_4, I_5)$, 则 $I_4 \leq I_5$ 。

若 $I_7 > I_8$, $\text{swap}(I_7, I_8)$, 则 $I_7 \leq I_8$ 。

若 $I_0 > I_1$, $\text{swap}(I_0, I_1)$, 则 $I_0 \leq I_1$, 又 $I_0 \leq I_2$ 。

若 $I_3 > I_4$, $\text{swap}(I_3, I_4)$, 则 $I_3 \leq I_4$, 又 $I_3 \leq I_5$ 。

若 $I_6 > I_7$, $\text{swap}(I_6, I_7)$, 则 $I_6 \leq I_7$, 又 $I_6 \leq I_8$ 。

若 $I_1 > I_2$, $\text{swap}(I_1, I_2)$, 则 $I_1 \leq I_2$, 又 $I_0 \leq I_2$ 和 $I_0 \leq I_1$, 即 $I_0 \leq I_1 \leq I_2$ 。

若 $I_4 > I_5$, $\text{swap}(I_4, I_5)$, 则 $I_4 \leq I_5$, 又 $I_3 \leq I_5$ 和 $I_3 \leq I_4$, 即 $I_3 \leq I_4 \leq I_5$ 。

若 $I_7 > I_8$ ， $\text{swap}(I_7, I_8)$ ，则 $I_7 \leq I_8$ ，又 $I_6 \leq I_8$ 和 $I_6 \leq I_7$ ，即 $I_6 \leq I_7 \leq I_8$ 。

综上，有 $I_0 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_3 \leq I_4 \leq I_5$ 和 $I_6 \leq I_7 \leq I_8$ 。

2) 第一列像素部分排序， I_6 成列上最大值， I_0 和 I_3 不可能是中值。

若 $I_0 > I_3$ ， $\text{swap}(I_0, I_3)$ ，则 $I_0 \leq I_3$ ，又 $I_3 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_5$ 和 $I_6 \leq I_7 \leq I_8$ ，简化为

$I_0 \leq I_3 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_5$ 和 $I_6 \leq I_7 \leq I_8$ 。

若 $I_3 > I_6$ ， $\text{swap}(I_3, I_6)$ ，则 $I_3 \leq I_6$ ，又 $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_5$ 和 $I_3 \leq I_7 \leq I_8$ 。

由于 $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_2$ 和 $I_0 \leq I_4 \leq I_5$ ，所以 I_0 不可能是中值；由于 $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_2$

和 $I_3 \leq I_7 \leq I_8$ ，所以 I_3 不可能是中值。

3) 第三列像素部分排序， I_2 成列上最小值， I_5 和 I_8 不可能是中值。

若 $I_5 > I_8$ ， $\text{swap}(I_5, I_8)$ ，则 $I_5 \leq I_8$ ，又 $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和

$I_3 \leq I_7 \leq I_5$ ，简化为 $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_2$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_7 \leq I_5 \leq I_8$ 。

若 $I_2 > I_5$ ， $\text{swap}(I_2, I_5)$ ，则 $I_2 \leq I_5$ ，又 $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_5$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和

$I_3 \leq I_7 \leq I_2 \leq I_8$ 。由于 $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_7 \leq I_2 \leq I_8$ ，所以 I_8 不可能是中值；由于 $I_2 \leq I_5$ ，

$I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_5$ 和 $I_3 \leq I_7 \leq I_2 \leq I_8$ ，所以 I_5 不可能是中值。

4) 对第二列像素完全排序， I_4 成列上中值， I_1 和 I_7 不可能是中值。

若 $I_4 > I_7$ ， $\text{swap}(I_4, I_7)$ ，则 $I_4 \leq I_7$ ，又 $I_2 \leq I_5$ ， $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_1 \leq I_5$ ， $I_0 \leq I_7 \leq I_8$

和 $I_3 \leq I_4 \leq I_2 \leq I_8$ 。

若 $I_1 > I_4$ ， $\text{swap}(I_1, I_4)$ ，则 $I_1 \leq I_4$ ，又 $I_1 \leq I_7$ ， $I_2 \leq I_5$ ， $I_3 \leq I_6$ ， $I_0 \leq I_6 \leq I_4 \leq I_5$ ，

$I_0 \leq I_7 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_2 \leq I_8$ 。

若 $I_4 > I_7$ ， $\text{swap}(I_4, I_7)$ ，则 $I_4 \leq I_7$ ，又 $I_1 \leq I_7$ ，又 $I_1 \leq I_4$ ， $I_2 \leq I_5$ ， $I_3 \leq I_6$ ，

$I_0 \leq I_6 \leq I_7 \leq I_5$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_2 \leq I_8$ ，简化为 $I_1 \leq I_4 \leq I_7$ ， $I_2 \leq I_5$ ， $I_3 \leq I_6$ ，

$I_0 \leq I_6 \leq I_7 \leq I_5$ ， $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_2 \leq I_8$ 。可见 I_1 和 I_7 不可能是中值。

5) 对反对角线像素完全排序。

若 $I_4 > I_2$, $\text{swap}(I_4, I_2)$, 则 $I_4 \leq I_2$, 又 $I_1 \leq I_2 \leq I_7$, $I_4 \leq I_5$, $I_3 \leq I_6$, $I_0 \leq I_6 \leq I_7 \leq I_5$,

$I_0 \leq I_2 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_4 \leq I_8$ 。

若 $I_6 > I_4$, $\text{swap}(I_6, I_4)$, 则 $I_6 \leq I_4$, 又 $I_6 \leq I_2$, $I_1 \leq I_2 \leq I_7$, $I_6 \leq I_5$, $I_3 \leq I_4$,

$I_0 \leq I_4 \leq I_7 \leq I_5$, $I_0 \leq I_2 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_6 \leq I_8$ 。

若 $I_4 > I_2$, $\text{swap}(I_4, I_2)$, 则 $I_4 \leq I_2$, 又 $I_6 \leq I_2$, $I_6 \leq I_4$, $I_1 \leq I_4 \leq I_7$, $I_6 \leq I_5$, $I_3 \leq I_2$,

$I_0 \leq I_2 \leq I_7 \leq I_5$, $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_6 \leq I_8$, 简化为 $I_6 \leq I_4 \leq I_2$, $I_1 \leq I_4 \leq I_7$,

$I_6 \leq I_5$, $I_3 \leq I_2$, $I_0 \leq I_2 \leq I_7 \leq I_5$, $I_0 \leq I_4 \leq I_8$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_6 \leq I_8$ 。

这时, 由 $I_6 \leq I_4 \leq I_2$ 和 $I_0 \leq I_2 \leq I_7 \leq I_5$, 可得 $I_6 \leq I_4 \leq I_2 \leq I_7 \leq I_5$;

由 $I_6 \leq I_4 \leq I_2$ 和 $I_3 \leq I_1 \leq I_6 \leq I_8$, 可得 $I_3 \leq I_1 \leq I_6 \leq I_4 \leq I_2$;

又因为 $I_0 \leq I_4 \leq I_8$, 所以, I_4 是中值。

参考:

OpenCV 之 medianBlur_SortNet

<http://ndevilla.free.fr/median/median/index.html>

https://en.wikipedia.org/wiki/Median_of_medians

<https://en.wikipedia.org/wiki/Quickselect>

<https://news.ycombinator.com/item?id=5727966>

https://www.reddit.com/r/programming/comments/2poc3t/fast_median_search_an_ansi_c_implementation/