Universidade do Vale do Itajaí - UNIVALI
Curso de Ciência da Computação
Disciplina de Cálculo Numérico
Professor: Marcelo Gomes de Paoli
Acadêmicos: Elmis Rosa, Fernando Concatto e Vinícius Machado
Linguagem de programação: C++11
Ambiente de programação: Qt Creator

Sistemas Lineares e Interpolação Polinomial
Trabalho M2

Exercício 1: Resolva o sistema linear a seguir utilizando o método de eliminação de Gauss com pivoteamento parcial:

9	3	5	1	0	5	6	-5	-3	4	108
0	8.66667	7.44444	-0.111111	3	8.44444	8.33333	0.555556	0.333333	4.55556	78.5
0	0	7.0641	-0.448718	4.11538	1.10256	4.65385	-1.75641	2.34615	1.39744	94.0192
0	0	0	-8.00363	9.40472	-12.3339	3.00907	3.67151	-2.15245	-2.07441	-64.0109
0	0	0	0	11.9243	-8.56644	-8.08753	1.33651	-6.10385	-3.93061	-30.5295
0	0	0	0	0	-10.7769	-0.818012	8.55098	3.90374	-3.74495	-52.5642
0	0	0	0	0	0	-9.47117	3.19976	-5.0251	1.64561	-56.6656
0	0	0	0	0	0	0	13.7919	7.86658	-0.548806	-33.3616
0	0	0	0	0	0	0	0	9.65245	-3.09254	14.6661
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.55614	2.33421

Tabela 1 - Matriz escalonada após a execução da questão 1.

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
3	-4,5	7	8	3,5	2	4	-3,5	2	1,5

Tabela 2 – Vetor de resultado de X da questão 1

Exercício 2: Resolva o sistema linear aplicando o método de Gauss-Seidel com precisão $\epsilon < 10^{-10}$:

k	0	1	2	3	29	30	31
x_1	0	-27.5	-39.6875	-43.584	-48.6464	-48.6464	-48.6464
x_2	0	-14.375	-23.8672	-29.2798	-35.4948	-35.4948	-35.4948
x_3	0	-13.5938	-18.5156	-21.9275	-25.6157	-25.6157	-25.6157
x_4	0	-34.375	-40.4688	-44.6509	-49.0909	-49.0909	-49.0909
x_5	0	-12.1875	-25.0195	-31.228	-37.717	-37.717	-37.717
x_6	0	-10.1953	-18.4302	-22.8844	-26.9682	-26.9682	-26.9682
x_7	0	-25.5469	-32.5513	-36.1525	-39.3142	-39.3142	-39.3142
x_8	0	-15.1855	-23.382	-27.1979	-29.5399	-29.5399	-29.5399
x_9	0	-17.5464	-24.7546	-26.1591	-26.8773	-26.8773	-26.8773
x_{10}	0	-20.6366	-22.4387	-22.7898	-22.9693	-22.9693	-22.9693
E	-	1	0.317085	0.139045	3.16E-10	1.45E-10	6.67E-11

Tabela 3 – Resultado da tabela - questão 2

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
0.5	0.625	0.40625	0.375	0.75	0.539063	0.4375	0.494141	0.373535	0.0933838

Tabela 4 – Valores de beta (critério de Sassenfeld) - questão 2

Exercício 3: Resolva, se possível, os sistemas lineares abaixo, utilizando o método da eliminação de Gauss. Analise os sistemas com relação ao número de soluções.

Na letra **A** existe uma única solução. O sistema é possível e determinado (SPD) conforme vetor resposta abaixo:

4	3	2	1	12
0	-1.75	1.5	-1.25	-2
0	0	-4.71429	-2.57143	-4.71429
0	0	0	-0.0909091	0

Tabela 5 – Matriz escalonada da questão 3 Letra A

x_0	x_1	x_2	x_3
1	2	1	0

Tabela 6 – Vetor resposta questão 3 Letra A

A letra **B** possui infinitas soluções, evidenciada pela linha 2 da matriz abaixo. O sistema é possível e indeterminado (SPI).

9	-6	19	1	23
0	0	-18.6667	1.43333	-4.33333
0	0	0	5.25	5.25
0	0	0	0	0

Tabela 7 – Matriz escalonada - questão 3 Letra B

Na letra **C** não existe nenhuma solução. O sistema é impossível (SI) conforme matriz abaixo:

0,252	0,36	0,12	7
0	0	0,186667	4,88889
0	0	0	0,202381

Tabela 8 – Matriz escalonada - questão 3 Letra C

Exercício 4: Em cada caso verifique se o critério de Sassenfeld é satisfeito e resolva utilizando o método Gauss-Seidel (se necessário troque a posição das linhas) com precisão $\epsilon < 10^{-10}$.

A matriz **A** passou pelo critério de Sassenfeld, portanto nenhuma linha precisou ser alterada para a resolução do exercício.

K	0	1	2	3	7	8	9
X_1	0	1.2	0.9948	0,999649	1	1	1
X_2	0	1.08	1,00332	1,00002	1	1	1
X_3	0	0.972	1,00019	1,0003	1	1	1
E	-	1	0,204521	0,00484904	1,09E-08	1,19E-10	7,40E-12

Tabela 9 – Tabela de iterações - questão 4 Letra A

β_1	β_2	β_3
0.2	0.12	0.032

Tabela 10 – Valores para beta (critério de Sassenfeld) - questão 4 Letra A

A matriz **B** também passou pelo critério de Sassenfeld. Os resultados podem ser vistos a seguir.

K	0	1	2	3	13	14	15
X_1	0	0,25	0,328125	0,353516	0,363636	0,363636	0,363636
X_2	0	0,3125	0,414062	0,44751	0,454545	0,454545	0,454545
X_3	0	0,328125	0,436523	0,45166	0,454545	0,454545	0,454545
X_4	0	0,332031	0,359131	0,362915	0,363636	0,363636	0,363636
E	-	1	0,248322	0,0740541	1,68E-09	2,75E-10	4,50E-11

Tabela 11 – Tabela de iterações - questão 4 Letra B

β_1	β_2	β_3	β_4
0.25	0.3125	0.328125	0.0820312

Tabela 12 – Valores de beta - questão 4 Letra B

A matriz **C** não passou pelo critério de Sassenfeld, desta forma as linhas foram alteradas para a seguinte organização, na qual *todos os valores de beta permaneceram em 0*:

2	0	0	0	0	2
0	2	0	0	0	2
0	0	4	0	0	4
4	0	0	16	0	20
1	1	-1	2	-1	2

Tabela 13 – Matriz alterada da questão 4 Letra C

K	0	1	2
X_1	0	1	1
X_2	0	1	1
X_3	0	1	1
X_4	0	1	1
E	-	1	0

Tabela 14 – Tabela de iterações - questão 4 Letra C

Exercício 5: polinômio interpolador de e^x e diferença entre valor extrapolado através da forma de Lagrange e valor real de e^5.

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
12798.8	-41767.5	60240	-50389.4	26942.2	-9549.06	2243.54	-336.953	29.355	-113.028

Tabela 15 – Vetor de coeficientes do polinômio interpolador - questão 5 Letra A

- O valor de e^5 pela forma de Lagrange é **-481,42**.
- O valor real é **148,4131591**.
- A diferença foi igual a **629,83316.**

Exercício 6: aplicação do polinômio interpolador de Newton.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
0	-2.78	1.078	0.104	0.550667	5.55E-16	-0.000266667
0.5	-2.241	1.182	0.93	0.550667	-0.000666667	0
1	-1.65	2.112	1.756	0.549333	0	0
1.5	-0.594	3.868	2.58	0	0	0
2	1.34	6.448	0	0	0	0
2.5	4.564	0	0	0	0	0

Tabela 16 – Tabela de diferenças divididas - questão 6

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
-2.78	1.30093	-0.720333	0.548333	0.00133333	-0.000266667

Tabela 17 – Vetor solução - questão 6